

**ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Иванова-Погодаева Ильи Анатольевича на тему:
«Построение бесконечной конечно определенной нильполугруппы»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория
чисел и дискретная математика**

Диссертация Иванова-Погодаева Ильи Анатольевича относится к области комбинаторной алгебры и посвящена методам построения конечно определенных алгебраических объектов.

Вопросы существования объектов бернсайдовского типа являются одним из актуальных вопросов современной алгебры. Множество замечательных методов появились на свет благодаря исследованиям П.С. Новикова и С.И. Адяна самой проблемы Бернсайда, а также связанным с ней вопросам. При этом, методы исследований использовали бесконечное множество определяющих соотношений, и важным элементом построений был контроль за следствиями из них. Для конечно определенного случая, таких конструкций было известно значительно меньше. Многие проблемы, являются открытыми в конечно определенном случае, включая проблему Бернсайда.

В этой связи, развитие новых методов построения конечно определенных объектов является особенно актуальным направлением в алгебраических исследованиях. Активным развитием конечно определенных методов занимался В.Н. Латышев. Двумя основными вопросами в этой области являются проблема Латышева о существовании конечно определенного ниль-кольца и вопрос Шеврина-Сапира о существовании конечно определенной бесконечной ниль-полугруппы. Это один из ключевых вопросов теории полугрупп, он несколько десятилетий привлекал внимание математиков. Кроме того, он имеет достаточно естественную для математики постановку: возможность с помощью конечного числа соотношений задать некоторые общие свойства полугруппы (в данном случае свойство «ниль»).

Диссертация Иванова-Погодаева содержит исследование нескольких подходов к построениям конечно определенных объектов. И основным вопросом диссертации является решение проблемы Шеврина-Сапира о существовании бесконечной конечно определенной ниль-полугруппы. Основной идеей построения является использование идей из теории замощений и возможность переноса языка теории замощений в алгебраическую конструкцию.

Решению данного вопроса посвящено три главы диссертации. Построение состоит из трех этапов, которым посвящены, соответственно, третья, четвертая и пятая главы диссертации. На первом этапе автор проводит иерархическое введение последовательности графов, которые будут служить базовым пространством. В третьей главе, посвященной этому этапу построения, доказываются несколько геометрических свойств полученного пространства. Второй этап построения (четвертая глава) посвящен введению определяющих соотношений. Соотношения соответствуют клеткам построенного пространства, это позволяет провести соответствие между элементами полугруппы и путями на построенном пространстве. Основная лемма, позволяющая корректно ввести определяющие соотношения, это лемма о возможности детерминированной раскраски построенной последовательности комплексов. Третий этап построения (пятая глава) посвящен доказательству основного утверждения о том, что произвольное слово, содержащее девятую степень, приводится к нулю с помощью введенных определяющих соотношений.

Проведенное построение открывает новый метод введения определяющих соотношений в полугруппах, когда элементы полугруппы рассматриваются как пути на некотором дискретном пространстве, а эквивалентные пути соответствуют клеткам этого пространства.

Данный метод может найти применения для других алгебраических структур.

Помимо основного результата, изложенного в главах 3-5, в диссертации также изучается несколько смежных вопросов. Вторая глава посвящена «классическим» методам построения алгебраических объектов через использование различных вариантов машины Тьюринга или автоматных реализаций. В этой главе автор проводит построение алгебры с конечным базисом Грёбнера – Ширшова и алгоритмически неразрешимой проблемой делителей нуля, а также алгебры с конечным базисом Грёбнера – Ширшова и алгоритмически неразрешимой проблемой нильпотентности. Оба этих вопроса были поставлены В.Н. Латышевым. С помощью развитых методов автор приводит конструкцию конечно определенных полугрупп с нецелой размерностью Гельфанда – Кириллова. Также строится конечно определенная полугруппа с бесконечным бесквадратным идеалом.

В шестой и седьмой главах автор переходит к рассмотрению смежных конструктивных вопросов. Самостоятельную ценность играет изложение в шестой главе основ теории канонической формы Рипса. Этот метод имеет много общего с геометрическими методами автора, использованными при построении конечно определенной ниль-полугруппы. Дальнейшее развитие методов Рипса, возможно, может привести к понижению экспоненты в конструкциях бернсайдовских групп. В седьмой главе исследуются смежные конструктивные результаты. Изучается поведение автоматов в лабиринте-графе бернсайдовской группы. Также исследуется поведение конечных автоматов, связанных с идеями Конвеевской игры «Жизнь». В приложении приводится применение мозаичных геометрических свойств для построения интересных объектов – самозаклинивающихся структур, имеющих применения в материаловедении.

В диссертации решена одна из важных проблем алгебры, помимо этого, разработан важный метод построения конечно определенных объектов. Геометрический подход к построению конечно определенных объектов открыл связи между разными областями математики (теорией замощений и комбинаторной алгеброй) и найдет применения при решении важных

алгебраических проблем в кольцах и группах. Также важно, что открытие подобных методов привлечет к исследованиям в алгебре новые поколения математиков.

Изложение результатов диссертации проводится понятным языком, построения снабжены большим количеством иллюстраций, что дает достаточную наглядность, учитывая геометрический характер построений. Все основные результаты диссертации являются новыми, получены И.А. Ивановым-Погодаевым самостоятельно и опубликованы в ведущих научных журналах.

В тексте имеется ряд незначительных недочетов:

1. Во второй главе параграф 3 называется «Конечно определенные алгебры с конечным базисом Гребнера и проблемой делителей нуля». Но фактически приводятся две конструкции, одна для проблемы делителей нуля, другая для проблемы нильпотентности.

Также есть незначительные опечатки и помарки, например:

2. страница 7, конец 2 параграфа,
3. страница 16, середина страницы,
4. страница 23, предложение 2.3,
5. страница 24, 4 строка, и доказательство предложения 2.4,
6. страница 25, последняя строка.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно

требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Иванов-Погодаев Илья Анатольевич, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент:

Профессор Кафедры математики и
анализа данных Факультета информационных
технологий и анализа больших данных
Финансового университета,
д.ф.-м.н., проф.

Пчелинцев Сергей Валентинович

Контактные данные:

тел.: +7 [redacted], e-mail: p [redacted]

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Адрес места работы:

125167, г. Москва, Ленинградский просп., 49/2

телефон: +7 (499) 277-21-54; E-mail: Spchelintcev@fa.ru

Подпись Пчелинцев С.В.

ЗАВЕРЯЮ
Ученый секретарь Ученого совета
Финансового университета
[redacted] В.В. Звягинцева

« 10 » мая 202 6 г.