

**ОТЗЫВ** научного руководителя  
**на диссертацию на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Пустовойтова Сергея Евгеньевича**  
**на тему «Топология и классификация слоений Лиувилля интегрируемых**  
**возмущений классических и топологических бильярдов»**  
**по специальности 1.1.3. Геометрия и топология**

Работа посвящена важному и популярному вопросу современной симплектической геометрии и топологии, а именно топологической классификации интегрируемых бильярдов с потенциалом, как динамических систем с двумя степенями свободы. Исследованы следующие сюжеты. Изучены топологические инварианты (в частности, бифуркационные диаграммы) слоений Лиувилля для локально плоских бильярдов, ограниченных дугами софокусных квадрик и снабженных упругим потенциалом Гука. Далее, найден явный вид полиномиального потенциала, сохраняющего интегрируемость плоского эллиптического бильярда. Для таких бильярдов описано слоение Лиувилля на регулярных изоэнергетических трехмерных многообразиях (т.е. многообразиях постоянной энергии). Это сделано в виде алгоритмического вычисления инвариантов Фоменко-Цишанга (так называемые меченые молекулы) . Эти инварианты зависят от параметров системы и значения энергии. В качестве важного примера изучена топология эллиптического бильярда с потенциалом четвертой степени. Для такой системы найден полный перечень всех неэквивалентных бифуркационных диаграмм отображения момента. Выяснено, как меняются эти диаграммы при изменении параметров системы. Далее, для такой системы (с потенциалом четвертой степени) изучены четырехмерные полулокальные особенности. Вычислены инварианты монодромии для бильярдной книжки (класс бильярдов, введенных В.В.Ведюшкиной), склеенных

из нескольких круговых бильярдов с отталкивающим потенциалом Гаука. Вычислены классифицирующие инварианты Фоменко-Цишанга для плоских круговых и кольцевых бильярдов, помещенных в магнитное поле, а также для склеенных из них топологических бильярдов. В заключение, предъявлен список интегрируемых известных систем математической физики, лиувиллево эквивалентных бильярдам, описанным выше. Другими словами, оказалось, что некоторые из таких бильярдов имеют такие же замыкания решений (общего положения), что и обнаруженные эквивалентные им физические и механические системы.

По моему мнению, это прекрасное геометрическое, топологическое и аналитическое исследование. Получены не только яркие и эффектные конкретные результаты, но и обнаружено несколько перспективных направлений. Работа весьма нетривиальна.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3 Геометрия и топология (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертации на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Считаю, что диссертационная работа Пустовойтова Сергея Евгеньевича удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней в МГУ

имени М.В. Ломоносова” и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.4 на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Геометрия и топология.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН,  
заведующий кафедрой  
дифференциальной геометрии и приложений  
механико-математического факультета  
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

ФОМЕНКО Анатолий Тимофеевич

30 мая 2025 г.

Подпись заведующего кафедрой дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Фоменко А.Т. удостоверяю:

Декан механико-математического  
факультета МГУ имени М.В.Ломоносова,  
член-корреспондент РАН А.И. Шафаревич

30 мая 2025 г.