

**ОТЗЫВ научного руководителя
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Иванова Андрея Александровича
на тему «Ковариантные непрерывные функторы
в категориях $\mathbf{Comp}$ и $\mathbf{P}$ »
по специальности 1.1.3. Геометрия и топология**

Топологам хорошо известны классическая теорема Катетова 1948 года и теорема Зенора 1971 года о метризуемости компакта, куб которого наследственно нормален или, соответственно, наследственно счетно паракомпактен. Известны также обобщения этих теорем, принадлежащие различным авторам. В 1989 году В.В.Федорчук предложил следующее функториальное обобщение теоремы Катетова: пусть X – компакт, F – нормальный функтор степени ≥ 3 , действующий в категории $\mathbf{Comp}$ компактов и их непрерывных отображений. Тогда если пространство $F(X)$ наследственно нормально, то компакт X метризуем. Нормальные функторы в категории $\mathbf{Comp}$ были введены в общую топологию Е.В.Щепиным в 1981 году. Теорема Федорчука послужила отправной точкой для многих последующих работ, среди которых отметим теорему М.А.Добрыниной 2011 года: пусть X – паракомпактное p -пространство, F – нормальный функтор степени ≥ 3 , действующий в категории $\mathbf{P}$ паракомпактных p -пространств и их совершенных отображений. Тогда если пространство $F(X)$ наследственно нормально, то пространство X метризуемо; и теорему А.П.Комбарова 2015 года: пусть X – паракомпактное p -пространство, F – нормальный функтор степени ≥ 3 , действующий в категории $\mathbf{P}$ паракомпактных p -пространств и их совершенных отображений. Тогда если пространство $F(X)$ наследственно счетно паракомпактно, то пространство X метризуемо.

В первой главе диссертации А.А.Иванов доказывает теорему, представляющую собой одновременное обобщение теорем Добрыниной и Комбарова, используя понятие паранормальности топологического пространства, введенное американским топологом Никошем ещё в 1984 году.

Все нормальные пространства и все счетно паракомпактные пространства паранормальны, и диссертант доказывает следующую теорему: пусть X – паракомпактное r -пространство, F – нормальный функтор степени ≥ 3 , действующий в категории P . Тогда если пространство $F(X)$ наследственно паранормально, то пространство X метризуемо. Далее, диссертант заметил, что требование нормальности функтора F является избыточным. А.А.Иванов рассмотрел полунормальные в смысле Федорчука функторы, но при наличии некоторых ограничений, которым, как показал в первой главе диссертант, удовлетворяют все нормальные функторы степени ≥ 3 . Таким образом, следующим важным результатом первой главы является теорема: пусть F – полунормальный функтор в категории P паракомпактных r -пространств и их совершенных отображений со степенным спектром $sp(F)=\{1,m,n,\dots\}$ и удовлетворяющий некоторому комбинаторному условию (*). Если для паракомпактного r -пространства X пространство $F_n(X) \setminus X$ наследственно паранормально, то пространство X метризуемо. Отметим также замечательное следствие, которое А.А.Иванов выводит из своей первой теоремы первой главы: если куб паракомпактного r -пространства X наследственно паранормален, то пространство X метризуемо, что является одновременным обобщением классических теорем Катетова и Зенора о кубе.

Во второй главе рассматривается только категория $Comp$. Основное внимание уделяется полунормальному функтору суперрасширения λ , введенному в 1969 году Де Гроотом. Если X – компакт, то λ также компакт, точками которого являются максимальные сцепленные системы замкнутых подмножеств компакта X . Для максимальных сцепленных систем определяются верхние и нижние размерности квантования. Исследуются возможные значения нижней размерности квантования максимальных сцепленных систем. Основным результатом второй главы является теорема: для любого метрического компакта X с нижней ёмкостной размерностью a и любого неотрицательного числа $b \leq a$ найдется максимальная сцепленная система с носителем X , нижняя размерность квантования на которой равна b .

Тем самым дан положительный ответ на поставленный трудный вопрос, принимает ли все промежуточные значения нижняя размерность квантования максимальных сцепленных систем?

Таким образом, результаты диссертации представляют собой полное решение поставленных перед диссертантом актуальных задач общей топологии. Я считаю, что А.А.Иванов проделал большую, очень важную и полезную работу. Диссертация хорошо и аккуратно оформлена, все утверждения чётко сформулированы и снабжены полными и правильными доказательствами. Работа демонстрирует высокую математическую культуру, широкие познания и большой творческий потенциал автора. Все результаты, полученные в работе, являются новыми, носят теоретический характер, вносят вклад в развитие общей топологии и теории категорий и доказаны автором самостоятельно.

Результаты диссертации опубликованы в 3 печатных работах в научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ. Автореферат соответствует требованиям, правильно и полно отражает содержание диссертации. Работа прошла многократную апробацию. Результаты работы обсуждались и докладывались на международных и всероссийских научных конференциях и на научных семинарах.

На основании сказанного считаю, что диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3. Геометрия и топология (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского

государственного университета имени М.В.Ломоносова. Считаю, что диссертационная работа Иванова Андрея Александровича удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова» и рекомендую её к защите в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Геометрия и топология.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, доцент
заведующий кафедрой общей топологии и геометрии
механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени
М.В. Ломоносова»

Садовничий Юрий Викторович

5 февраля 2025 г.

Подпись заведующего кафедрой общей топологии и геометрии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Садовничего Ю.В. удостоверяю:

Декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова
член-корр. Шафаревич А.И.

5 февраля 2025 г.