

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА  
ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*

**Матвеев Никита Михайлович**

**ТЕХНОЛОГИИ ПОВЫШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЯ  
РАЗЛИЧНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЕКОНВОЛЮЦИИ**

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

1.6.9. Геофизика

Научный руководитель:  
кандидат физико-математических наук  
Степанов Павел Юрьевич

Москва – 2025

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>1. Обзор методов деконволюции.....</b>	<b>12</b>
1.1. Общий исторический обзор развития методов деконволюции .....	12
1.2. Поверхностно-согласованная деконволюция.....	22
1.3. Кепстральный анализ и гомоморфная деконволюция.....	25
<b>2. Теоретические основы деконволюции.....</b>	<b>30</b>
2.1. Сверточная модель сейсмической трассы. Допущения деконволюции .....	30
2.2. Винеровская фильтрация. Основные типы деконволюции.....	33
2.2.1. Деконволюция сжатия .....	33
2.2.2. Предсказывающая деконволюция .....	34
2.2.3. Поверхностно-согласованная деконволюция.....	36
2.3. Параметры деконволюции и их определение.....	38
2.3.1. Длина оператора.....	38
2.3.2. Интервал предсказания.....	39
2.3.3. Окно расчета функции автокорреляции.....	39
2.3.4. Уровень белого шума.....	40
2.4. Робастная поверхностно-согласованная деконволюция .....	40
2.5. Теоретические основы кепстрального анализа и гомоморфной деконволюции .....	41
2.5.1. Кепстры .....	41
2.5.2. Терминология .....	43
2.5.3. Предпосылки кепстрального анализа. Модели одного и двух идеальных отражений	44
2.5.4. Свойства комплексного кепстра .....	47
2.5.5. Гомоморфные системы .....	50
2.5.6. Гомоморфная фильтрация (liftering) .....	51
2.5.7. Вычислительные соображения при использовании комплексного кепстра и гомоморфной деконволюции .....	53
2.5.8. Гомоморфная деконволюция .....	58

<b>3. Исследование робастного подхода к поверхностно-согласованной деконволюции .....</b>	<b>60</b>
3.1. Сравнение робастного ( <i>медианного</i> ) и стандартных алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции.....	60
3.1.1. Тестируемые алгоритмы поверхностно согласованной деконволюции.....	60
3.1.2. Моделирование данных и описание эксперимента .....	61
3.1.3. Результаты эксперимента на модельных данных .....	64
3.1.4. Результаты эксперимента на реальных данных .....	70
3.2. Сравнение робастных ( <i>медианного</i> и <i>гибридного</i> ) алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции.....	73
3.2.1. Тестируемые алгоритмы робастной поверхностно-согласованной деконволюции ....	73
3.2.2. Описание и результаты эксперимента на модельных данных.....	74
3.3. Оценка влияния частотного состава шумовой компоненты на результат робастной поверхностно-согласованной деконволюции.....	78
3.3.1. Описание и результаты эксперимента на модельных данных.....	78
3.3.2. Описание и результаты эксперимента на реальных данных. Специальная предобработка данных до деконволюции.....	80
<b>4. Гомоморфные алгоритмы деконволюции: разработка и применение.....</b>	<b>87</b>
4.1. Кепстральный анализ на примере элементарной 1D модели среды .....	87
4.2. Тестирование алгоритмов гомоморфной деконволюции на синтетических данных .....	93
4.2.1. Оценка сигнатуры источника по действительному кепстру и ее извлечение в кепстральной области .....	93
4.2.2. Оценка сигнатуры источника по действительному кепстру и ее извлечение во временной области с помощью обратного фильтра Винера.....	95
4.2.3. Многоканальная оценка сигнатуры источника. Кепстральное осреднение.....	98
4.2.4. Сравнение различных алгоритмов гомоморфной деконволюции и деконволюции сжатия по Винеру .....	101
4.3. Кепстральный анализ и тестирование алгоритмов гомоморфной деконволюции на реальных сейсмических данных 2D по Западной Сибири .....	102
4.3.1. Геолого-геофизическая характеристика района исследований.....	103

4.3.2. Полевая методика и сейсморазведочная аппаратура.....	106
4.3.3. Результаты применения одноканальных и основанных на кепстральном осреднении алгоритмов гомоморфной деконволюции и деконволюции сжатия Винера .....	108
4.3.4. Сравнение результатов поверхностно-согласованных алгоритмов деконволюции: стандартной, робастной (медианной) и гомоморфной.....	118
<b>Заключение.....</b>	<b>126</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>128</b>

## Введение

### Актуальность темы исследования

В настоящее время деконволюция является одним из обязательных этапов любого графа обработки данных нефтегазовой сейсморазведки. Качество выполнения деконволюции как метода по повышению временного разрешения напрямую влияет на итоговый результат обработки и результаты последующих этапов, поскольку процедура в значительной степени изменяет амплитудно-частотный состав записи. Таким образом, выбор некорректного типа деконволюции или неоптимальных параметров может привести к существенным искажениям динамических особенностей данных.

В обработке наземных сейсмических данных общепринятым стандартом служат поверхностно-согласованные модификации деконволюции. Такие алгоритмы, в отличие от потрассных реализаций, используют расширенную модель сейсмической трассы, позволяющую получить более статистически стабильные оценки обратных операторов. Тем не менее, стандартные поверхностно-согласованные алгоритмы не учитывают случайно распределенную шумовую составляющую, которая неизбежно присутствует в реальных наборах данных, даже несмотря на предварительное шумоподавление, и может заметно ухудшать качество оценок при спектральной декомпозиции. Также по ряду причин в производстве возрастает спрос на переобработку архивных данных, в особенности старых съемок с не всегда высоким соотношением сигнал/шум.

Одним из способов решения данной проблемы может стать применение робастных подходов к поверхностно-согласованной деконволюции, учитывающих в модели данных не только факторы, связанные с поверхностью, но и случайно распределенную шумовую составляющую, то есть обладающих устойчивостью к различного рода выбросам и шумам. Несмотря на несомненные преимущества робастных алгоритмов, им посвящено весьма небольшое количество научных публикаций, а практическое применение осложняется наличием соответствующих программных реализаций только в ограниченном ряде программных комплексов для обработки сейсморазведочных данных.

На данный момент на практике наибольшее распространение получили алгоритмы деконволюции, основанные на подходе Винера-Левинсона. В то же время в литературе встречается большое количество описаний нестандартных техник, которые остаются за рамками применения в производстве, но сами по себе могут обладать значительным потенциалом для повышения качества обработки сейсмических данных. Примером таких нестандартных технологий являются гомоморфные алгоритмы.

### **Степень разработанности**

Процедуре деконволюции на данном этапе развития цифровой обработки посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых, что говорит о высокой степени изученности вопроса.

Одни из первых публикаций об обратной фильтрации и деконволюции, которые легли в основу дальнейших исследований, появились в середине прошлого века за авторством Robinson E.A., Treitel S., Peacock K.L., Wold H. (Robinson, 1954, 1957, 1966; Robinson, Wold, 1963; Robinson, Treitel, 1967, 1969; Peacock, Treitel, 1969).

Появление четырехкомпонентной поверхностно-согласованной модели в сейсморазведке связано с Гурвичем И.И. (Гурвич, 1970), который также задумывался над вопросами линеаризации и совместного оценивания компонент (Гурвич, Чьонг Минь, 1971). За рубежом данная модель была повторена только спустя 11 лет (Taner, Koehler, 1981). Общая схема линеаризации при декомпозиции посредством перехода к логарифмам спектров и разработка спектрально-статистического метода, то есть фактически первая реализация алгоритма поверхностно-согласованной деконволюции, были предложены советскими учеными Гольдиным С.В. и Митрофановым Г.М. (Гольдин, Митрофанов, 1973, 1975). Далее, поверхностно-согласованный подход был реализован применительно к задаче деконволюции данных наземной сейсморазведки в различных формах несколькими авторами (Morley, Claerbout, 1983; Newman, 1986; Levin, 1989; Cambois, Stoffa, 1992; Cary, Lorentz, 1993) в качестве средства достижения более точных и стабильных результатов за счет устранения влияния неидентичности условий возбуждения и приема сигнала, воздействия плохого контакта с грунтом и различий в приповерхностных условиях по профилю/площади.

Изучение возможностей по повышению устойчивости решения процедуры деконволюции проводилось исследователями в различные периоды времени в значительном объеме, однако разработка и применение робастных алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции не получили широкого распространения в литературе. Ключевые публикации, использованные при написании соответствующих разделов данной диссертации, представлены Hutchinson D., Link B., Bube K., Langan R., Kirchheimer F., Ferber R., Журавко Н.С., Адамович О.О., Лаптев Я.В., Тинакин А.О., Zhang Yuan, Mo Yangang, (Hutchinson, Link, 1984; Bube, Langan, 1997; Kirchheimer, Ferber, 2001; Журавко и др., 2015; Zhang Yuan, Mo Yangang, 2019).

В контексте кепстрального анализа первая основополагающая работа была опубликована Bogert B.P., Healy M.J.R., Tukey J.W. в 1963 г. Наиболее активный интерес к кепстральным преобразованиям (Childers и др., 1977; Steiglitz, Dickinson, 1977; Kanasewich, 1981; Randall, 1981; Stakenborg, 1984) и гомоморфной деконволюции (Ulrych, 1971; Buhl и др., 1974; Stoffa и др., 1974;

Lines, 1976; Shensa, 1976; Otis, Smith, 1977; Tribolet, 1977; Сильвия, Робинсон, 1983; Nicolas, 1988) был проявлен учеными в 70 – 80-х годах XX в., однако широкого приложения в сейсморазведке метод так и не получил по объективным и необъективным причинам. Особый вклад в развитие подхода в целом внес Oppenheim A.V. (Oppenheim, 1967; Oppenheim и др., 1976, 1978, 1999, 2004). Более современные работы по данной тематике появляются только на рубеже XX – XXI веков (Mi, Margrave, 1999; Pei Soo-Chang, Lin Huei-Shan, 2005; Smith, Ferguson, 2014; Randall, 2017; Randall и др., 2019), в том числе опубликованные отечественными исследователями (Борисенко, Калайдина, 2010; Митрофанов, 2015).

**Цель** диссертационной работы заключается в анализе существующих технологий робастных алгоритмов деконволюции и разработке методик по повышению устойчивости выполнения данной процедуры.

Для выполнения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи** исследования:

1. Рассмотреть и классифицировать современные методы деконволюции.
2. Установить наиболее эффективные технологии повышения устойчивости решения процедуры деконволюции.
3. Выявить условия применимости различных алгоритмов деконволюции на синтетических и реальных данных.
4. Разработать методики, позволяющие повысить надежность работы процедуры деконволюции.
5. Протестировать и обосновать предлагаемые методики на модельных и реальных данных.

**Объектом исследования** настоящей работы являются геологическое пространство в пределах выбранных лицензионных участков, соответствующие модельные и синтетические сейсморазведочные данные до и после деконволюции, а также различные методы целевой процедуры для их изучения.

#### **Методология и методы исследования**

В рамках написания диссертации были использованы материалы, предоставленные компанией ООО «ПетроТрейс» в следующем составе: сейсмические данные 2D и 3D по Западной и Восточной Сибири, глубинно-скоростная и плотностная модели 2D по Западной Сибири для получения синтетических наборов данных.

Для выполнения определенных выше задач при обработке, моделировании и написании оригинальных алгоритмов применялось специализированное программное обеспечение (ПО):

- численное 2D моделирование в акустическом приближении – Seismic Unix (пакет сейсмических утилит с открытым исходным кодом, который был поддержан Центром волновых явлений при Горной школе Колорадо);
- пикировка первых вступлений, создание моделей верхней части разреза (ВЧР) и расчет статических поправок – Flatirons, GeoTOMO;
- выполнение основного графа обработки данных – Paradigm Echos;
- тестирование существующих алгоритмов деконволюции – Paradigm Echos, Schlumberger Omega;
- программирование авторских алгоритмов гомоморфной деконволюции – среда программирования Matlab с включением различных дополнительных библиотек с открытым исходным кодом.

### **Научная новизна работы**

1. Впервые количественно показаны пределы применимости и степень преобладания робастных поверхностно-согласованных методов деконволюции над стандартными алгоритмами, а также выполнено численное сравнение различных робастных алгоритмов деконволюции в зависимости от процентного содержания зашумленных трасс во входном наборе данных и частотного состава помехи.
2. Разработана и опробована новая методика дополнительной предобработки данных до поверхностно-согласованной деконволюции, позволяющая нивелировать отрицательное влияние на результат процедуры деконволюции помех, сконцентрированных в узкочастотном диапазоне, и получить более разрешенное решение.
3. Разработаны и реализованы в виде компьютерных программ новые оригинальные алгоритмы гомоморфной потрассной и поверхностно-согласованной деконволюции, которые по результатам тестирования демонстрируют ряд преимуществ относительно стандартных методов.

### **Теоретическая и практическая значимость**

Проведенный комплексный сравнительный анализ стандартных и робастных алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции при различной степени зашумленности данных позволяет более оптимально подходить к выбору типа деконволюции при выполнении обработки, а также показывает условия применимости каждого метода. В дополнение

сопоставление двух робастных методов, которое было выполнено впервые, способствует более глубокому пониманию особенностей их функционирования, связанных с различиями в математическом аппарате.

Предложенная методика специальной предобработки данных перед выполнением поверхностно-согласованной деконволюции была опробована на реальном производственном проекте компании ООО «ПетроТрейс» и продолжает находить применение на активных проектах.

Изучение и обобщение теоретических основ кепстрального анализа и гомоморфной фильтрации, изложенных в литературе, привело автора к синтезу оригинальных алгоритмов гомоморфной деконволюции, которые были запрограммированы в ходе работы и могут быть использованы для производственных задач. Поверхностно-согласованный кепстральный алгоритм, обладающий наибольшим потенциалом, предполагается внедрить в действующий программный комплекс для обработки компании ООО «ПетроТрейс» в качестве альтернативы стандартным методам деконволюции и с целью более широкого и быстрого тестирования на различных наборах данных.

#### **Защищаемые положения:**

1. Применение робастного алгоритма поверхностно-согласованной деконволюции к данным, содержащим осложненные высокоамплитудным случайным шумом трассы в количестве до 35% от всего набора, позволяет получить в среднем более чем на 10% разрешенный результат процедуры по сравнению со стандартным алгоритмом поверхностно-согласованной деконволюции.
2. При наличии в сейсмических данных помех, сконцентрированных в узком частотном диапазоне, предложенная методика дополнительной предобработки для несмещенной спектральной оценки в ходе робастной поверхностно-согласованной деконволюции обеспечивает более устойчивое решение с расширением спектра на порядка 0.5 октавы больше относительно результата без предобработки.
3. Представленный в диссертации оригинальный метод поверхностно-согласованной кепстральной деконволюции способствует лучшему пространственному выравниванию амплитуд и компенсации различий в условиях возбуждения и приема.

#### **Апробация работы и степень достоверности**

Основные тезисы и результаты диссертационной работы были представлены на 11-ой международной геолого-геофизической конференции «Санкт-Петербург 2024. Геонауки:

современные вызовы и пути решений», Санкт-Петербург, 2024; на «Научной конференции молодых учёных и аспирантов ИФЗ РАН-2024», Москва, 2024; на международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2025», Москва, 2025; на VII международной геолого-геофизической конференции и выставке «ГеоЕвразия-2025. Геологоразведочные технологии – наука и бизнес», Москва, 2025.

### **Публикации**

Основные результаты диссертации опубликованы в 5 статьях в рецензируемых научных журналах, рекомендованных для защиты в МГУ.

### **Личный вклад автора**

Автор совместно с коллегами из компании ООО «ПетроТрейс» принимал непосредственное участие в выборе графа и оптимальных параметров процедур временной обработки для представленных в работе реальных материалов 2D и 3D сейсморазведки, в том числе настройке параметров на этапе деконволюции (Королев и др., 2023; Матвеев и др., 2024; Матвеев и др., 2025).

Для целей сравнительного анализа стандартных и робастных алгоритмов деконволюции автором лично была спроектирована геометрия системы наблюдений и выполнено численное моделирование 2D данных в акустическом приближении (Королев и др., 2023). Также совместно с коллегами осуществлялось моделирование наборов со случайно распределенным высокоамплитудным белым и низкочастотным шумом; при участии коллектива ООО «ПетроТрейс» автором была предложена и разработана методика специальной предобработки данных до деконволюции (Матвеев и др., 2025).

Все описанные в диссертации гомоморфные алгоритмы деконволюции были самостоятельно разработаны и запрограммированы автором. Автор лично осуществлял подготовку, выгрузку, анализ и обработку данных в кепстральной области (Матвеев и др., 2024; Матвеев, Степанов, 2024; Матвеев, Степанов, 2025).

Полученные в рамках исследования результаты были подготовлены к публикации в научных трудах совместно с соавторами, при этом вклад соискателя был определяющим. Автор принимал активное участие в формулировании научных задач, обобщении и построении теоретического базиса, анализе итоговых материалов и передаче их в печать. Автором была проделана существенная работа над текстом статей, включая их предоставление в архив и редакции журналов, а также ведение переписки с редакторами и рецензентами.

### **Благодарности**

Автор благодарит своего научного руководителя доцента Степанова Павла Юрьевича за конструктивное сотрудничество, комфортное взаимодействие, ценные наставления и помощь на всех этапах выполнения работы.

Автор выражает искреннюю признательность всему коллективу компании ООО «ПетроТрейс», в особенности Королеву Александру Евгеньевичу за всестороннюю поддержку и участие, Шевченко Алексею Александровичу за полезные замечания и советы, Баранову Константину Владимировичу за неравнодушие и заинтересованность, Романчуку Анатолию Александровичу, Радионову Илье Юрьевичу и Денисовой Наталье Борисовне за формирование навыков обработки сейсморазведочных данных.

## 1. Обзор методов деконволюции

### 1.1. Общий исторический обзор развития методов деконволюции

Развитие методов деконволюции в сейсморазведке представляет собой сложный процесс, тесно связанный с эволюцией математического аппарата обработки сигналов, совершенствованием вычислительной техники и углублением понимания физики распространения сейсмических волн в реальных геологических средах. Этот процесс, начавшийся в первой трети XX века, продолжается и сегодня, демонстрируя преемственность идей и постоянное обновление методологических подходов под влиянием новых технологических возможностей.

В период с 1930 по 1940 годы в сейсмической разведке, как и в предыдущее десятилетие, методы обработки сейсмических сигналов оставались преимущественно аналоговыми и ручными. Основные усилия отрасли были направлены на совершенствование полевой аппаратуры (сейсмографов, систем регистрации), методик проведения полевых работ для методов преломленных и, все более активно, отраженных волн, а также на развитие геологической интерпретации полученных данных.

Формальная концепция деконволюции в современном понимании отсутствовала в этот период. Проблемы, связанные с влиянием формы сейсмического импульса на разрешение (Ricker, 1940) и наличием нежелательных волн (кратных, поверхностных), по-прежнему решались в основном путем подбора оптимальных параметров возбуждения и регистрации, а также с помощью базовой аналоговой фильтрации.

Первые систематические попытки математической обработки сейсмических записей в этот период относятся к работам Хендрика Бодде (Bode, 1938) и Гарри Найквиста (Nyquist, 1928), которые позволяли осуществлять элементарную коррекцию амплитудного спектра (аналоговую частотную фильтрацию), но не учитывали фазовые характеристики сигнала и не могли компенсировать влияние формы волнового импульса.

Настоящий переворот в теории обработки сигналов произошел благодаря фундаментальным работам Норберта Винера (Norbert Wiener), который разработал строгую математическую теорию оптимальной фильтрации. В своей знаменитой монографии «Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series» (1949) Винер сформулировал задачу восстановления сигнала как проблему минимизации среднеквадратичной ошибки между желаемым и фактическим выходом системы. Он показал, что оптимальный фильтр может быть

найден через решение интегрального уравнения, позднее названного уравнением Винера-Хопфа. Также автором была разработана теория для решения задач экстраполяции (предсказания будущих значений временного ряда на основе его прошлого), интерполяции (оценки пропущенных значений внутри временного ряда) и сглаживания (уменьшения шума во временном ряду). Теоретические выкладки Винера, хотя и были сделаны в контексте задач противовоздушной обороны, оказались исключительно плодотворными для сейсмической разведки (Wiener, 1949). Однако практическое применение этих идей в 1940-х годах сталкивалось с серьезными трудностями из-за отсутствия достаточных вычислительных мощностей и сложности реализации аналоговых фильтров, соответствующих теоретическим требованиям.

Непосредственное применение и развитие деконволюции в сейсморазведке началось в 1950-х годах, во многом благодаря работам исследователей из Геофизической Аналитической Группы (Geophysical Analysis Group, GAG) при Массачусетском технологическом институте (MIT). Эта группа, основанная Патриком Херли (Patrick Hurley), объединила талантливых ученых и инженеров, которые сосредоточились на разработке новых методов обработки сейсмических данных.

Одной из ключевых фигур в GAG был Эндерс Робинсон (Enders Robinson). В своей диссертации «Predictive Decomposition of Time Series» (Robinson, 1954) и последующих работах он адаптировал математический аппарат Винера для нужд сейсморазведки. Был сформулирован метод предсказывающей деконволюции, основанный на концепции линейного предсказания. Этот метод позволил эффективно подавлять короткопериодные кратные волны и улучшать временное разрешение сейсмических записей. Робинсон также предложил сверточную модель сейсмической трассы, подразумевающую, что сейсмическую трассу можно представить как свертку волнового импульса с последовательностью коэффициентов отражения, и что задача деконволюции сводится к нахождению обратного оператора, «разворачивающего» эту свертку.

Параллельно с работами Робинсона важный вклад в развитие методов деконволюции внес Норман Левинсон (Levinson, 1947), разработавший эффективный алгоритм решения уравнения Винера-Хопфа. Алгоритм Левинсона, основанный на рекурсивной процедуре, значительно сократил вычислительные затраты и сделал возможным практическое применение деконволюции в обработке сейсмических данных. В отличие от прямого матричного решения, требующего  $O(n^3)$  операций, алгоритм Левинсона имел сложность  $O(n^2)$ , что было критически важно для вычислительных машин того времени.

1960-е годы стали периодом активного внедрения цифровых методов в сейсморазведку. В это время появились первые специализированные вычислительные системы для обработки

сейсмических данных. Совместная работа Эндерса Робинсона и Свена Трейтеля (Sven Treitel) привела к созданию комплексного подхода к цифровой обработке сейсмических данных, изложенного в их классических работах «Principles of digital Wiener filtering» и «Optimum Digital Filters for Signal to Noise Ratio ENHANCEMENT» (Robinson, Treitel, 1967; Robinson, Treitel, 1969), которые являются важным результатом их трудов к концу десятилетия и систематизирует методы оптимальной фильтрации, включая аспекты, имеющие прямое отношение к деконволюции. В работах Робинсона и Трейтеля изложены фундаментальные концепции цифровых сигналов и систем. Авторы вводят дискретное представление сигналов во временной области и подробно рассматривают  $Z$ -преобразование как мощный инструмент для анализа цифровых фильтров и систем в комплексной частотной области. Робинсон и Трейтель адаптируют теорию Винера, изначально разработанную для непрерывных (аналоговых) сигналов, к случаю дискретных (цифровых) стационарных временных рядов. В работе (Robinson, Treitel, 1967) подробно описывается, как применять метод наименьших квадратов для вывода и решения уравнения Винера-Хопфа в дискретной форме, а также детально объясняется, почему предположение о минимальной фазовости импульса необходимо для того, чтобы фильтр ошибки предсказания был стабильным и минимально-фазовым, а также давал желаемое «сжатие» сигнатуры.

Примерно в это же время Рудольф Калман (Rudolf E. Kalman) представил новый, революционный подход к задаче линейной фильтрации и предсказания для дискретных по времени систем. Главная идея состояла в разработке рекурсивного алгоритма, который позволял оценивать состояние динамической системы по зашумленным измерениям, используя только предыдущую оценку и текущее измерение, без необходимости хранить всю историю наблюдений. Это контрастировало с существовавшими тогда методами (например, фильтр Винера), которые требовали стационарности процесса и были менее вычислительно эффективны. Калман сформулировал задачу в терминах пространства состояний, что обеспечило мощную математическую основу для анализа и решения задачи оценивания (Kalman, 1960). Следующая работа «New Results in Linear Filtering and Prediction Theory» в соавторстве с Бьюси (R.S. Bucy) расширила теорию, представленную в статье 1960 года, на случай непрерывных по времени линейных динамических систем. Калман и Бьюси разработали аналогичный рекурсивный фильтр (известный как фильтр Калмана-Бьюси) для систем, описываемых дифференциальными уравнениями. Эта публикация сделала теорию линейной фильтрации применимой к еще более широкому кругу задач (Kalman, Bucy, 1961).

Важным этапом в развитии методов деконволюции стали две одноименные работы Джона Бурга (John Burg) «Maximum entropy spectral analysis» (Burg, 1967, 1975) по спектральному анализу максимальной энтропии. Бург предложил новый подход к оценке автокорреляционной функции, позволявший получать спектральные оценки с более высоким разрешением по сравнению с традиционными методами, которые неявно делают необоснованные предположения о данных за пределами интервала наблюдения. Основной смысл работы Бурга заключается в том, что спектральная оценка, полученная по принципу максимальной энтропии, соответствует спектру авторегрессионной модели. Параметры этой авторегрессионной модели определяются известными значениями автокорреляции. По сути, Бург предложил эффективный метод «экстраполяции» известной автокорреляционной функции таким образом, чтобы получить наиболее гладкий (в смысле максимальной энтропии) спектр, соответствующий имеющимся данным. Этот подход нашел применение в задачах деконволюции, особенно при работе с короткими временными рядами, характерными для сейсмических данных.

1970-е годы – начало 1980-х годов ознаменовались появлением новых теоретических подходов к деконволюции, связанных с развитием теории цифровой обработки сигналов. Ключевым событием этого периода стало появление поверхностно-согласованной деконволюции (Surface-Consistent Deconvolution). Идея заключалась в том, чтобы разделить вклад в регистрируемый импульс на компоненты, связанные с пунктом возбуждения (источником), пунктом приема (приемником) и глубинными геологическими структурами. Предполагается, что приповерхностные эффекты могут быть описаны фильтрами, зависящими от координат пункта возбуждения и пункта приема, в то время как влияние глубоких горизонтов проявляется в виде последовательности коэффициентов отражения. Гурвич И.И. был основоположником концепции поверхностно-согласованной деконволюции, предложив принципиально новую модель трассы в поверхностно-согласованной форме (Гурвич, 1970). Первая реализация поверхностно-согласованного метода применительно к деконволюции относится к работам Гольдина С.В. и Митрофанова Г.М. (Гольдин, Митрофанов, 1973, 1975). В зарубежной литературе аналогичный подход впервые появляется только в 1992 г. (Cambois, Stoffa, 1992).

Зарождение кепстрального анализа связано с работой «The Quefreny Alanysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, Pseudo-Autocovariance, Cross-Cepstrum and Saphe Cracking. In Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis» Б. Богерта (B.P. Bogert), М.Дж. Хили (M.J. Healy) и Дж.В. Тьюки (J.W. Tukey) в 1963 г., целью которой было обнаружение и анализ характеристик эхо-

сигналов в данных, в частности, в сейсмических записях землетрясений (Bogert и др., 1963), однако дальнейшее распространение и развитие этой идеи приходится на более поздний период.

Особое значение имели работы Алана Оппенгейма (Alan Oppenheim), который заложил фундаментальную теоретическую базу гомоморфных систем и фильтрации, а также концепции кепстра, показав, как преобразовать операцию свертки в сложение с помощью логарифмических преобразований и преобразований Фурье (Oppenheim, 1965). Совместные исследования Алана Оппенгейма и Рональда Шафера (Ronald Schafer) (Oppenheim и др., 1968; Oppenheim, Schafer, 1975). по гомоморфной обработке сигналов в последующем привели к созданию гомоморфной деконволюции. Этот метод особенно хорошо зарекомендовал себя при обработке сейсмических данных с нестационарными характеристиками, так как позволял разделять влияние импульса источника и импульсной характеристики среды в кепстральной области.

В этот же период появились первые работы по адаптивной деконволюции, учитывающей изменения характеристик сейсмического сигнала вдоль трассы. Основы теории адаптивной фильтрации были заложены в 60-е годы XX века Бернардом Видроу (Bernard Widrow) и его коллегами из Стэнфордского университета за пределами сейсморазведки (Widrow, Hoff, 1960; Widrow и др., 1967).

Первые исследования применительно к сейсморазведке в этом направлении проводили Л.Дж. Гриффитс (L.J. Griffiths), Ф.Р. Смолка (F.R. Smolka) и Л.Д. Трембли (L.D. Trembly), они опубликовали статью «Adaptive Deconvolution: A New Technique for Processing Time-Varying Seismic Data» в журнале *Geophysics* в 1977 году (Griffiths и др., 1977). Эта работа предложила новый адаптивный алгоритм, специально разработанный для обработки сейсмических данных с временными вариациями, в частности, для подавления кратных волн с изменяющимися периодами. Эта публикация считается отправной точкой в изучении адаптивной деконволюции для сейсморазведки.

В 1980-е годы в сейсмической разведке активно развивались нелинейные методы деконволюции как попытка преодолеть ограничения линейных подходов, которые доминировали в предыдущие десятилетия. Линейные методы деконволюции, основанные на минимизации среднеквадратической ошибки (норма L2), хорошо работают при определенных предположениях (стационарность, минимальная фаза сигнатуры источника, гауссовский шум и импульсная характеристика среды), но эти допущения часто не полностью выполняются для реальных сейсмических данных. Норма L2 «штрафует» большие ошибки квадратично, что приводит к поиску решения, которое равномерно минимизирует ошибку по всем коэффициентам. Это часто приводит к размытым и осциллирующим решениям импульсной характеристики среды, даже

если в действительности она является разреженной. Метод наименьших квадратов стремится «размазать» энергию по многим коэффициентам, а не концентрировать ее в нескольких пиковых значениях.

Концепция «разреженности» в геофизике начала зарождаться еще в 1970-х годах. Работа Роберта Виггинса (Robert Wiggins) «Minimum entropy deconvolution» (1978) была одним из ранних шагов в этом направлении, хотя формально L1-норма еще не использовалась (Wiggins, 1978). Идея заключалась в поиске «простых» и «сфокусированных» решений, что интуитивно вело к разреженности. Виггинс математически обосновал использование нормы L1 для получения разреженных решений, показав, что такой способ минимизации приводит к спайковым моделям, которые лучше отражают геологические границы в среде. Он также обсуждал алгоритмы реализации этого подхода. Еще одной из важных работ по этой теме является статья «Deconvolution with the L1 norm» Г.Л. Тейлора (H.L. Taylor), С.К. Бэнкса (S.C. Banks) и Дж.Ф. Маккоя (J.F. MacCoy), в которой исследуется применение нормы L1 для решения задачи деконволюции (Taylor и др., 1979).

Вышеупомянутые работы в совокупности с трудами С. Леви (S. Levy), П.К. Фуллагера (P. K. Fullagar), Д. Олденбурга (D. Oldenburg) (Levy, Fullagar, 1981; Oldenburg и др., 1981) привели к формированию метода «слепой» деконволюции, суть которой заключается в восстановлении импульсной характеристики геологических слоёв из сейсмических данных без точного знания формы импульса источника. В отличие от классической деконволюции, требующей априорную информацию об источнике сигнала, в «слепом» методе сигнатура источника оценивается непосредственно из данных.

Параллельно с развитием этих направлений, в 1980-е годы произошло внедрение вейвлет-анализа в обработку сейсмических сигналов. Хотя специализированные алгоритмы данного типа деконволюции получили широкое развитие позднее, работы Жана Морле (J. Morlet) и Алекса Гроссмана (A. Grossmann) в начале десятилетия (Grossmann, Morlet, 1984) продемонстрировали эффективность вейвлетов для частотно-временного анализа сейсмических данных, подавления шумов и выделения особенностей на разных масштабных уровнях. Это заложило фундамент для последующей разработки вейвлет-алгоритмов, направленных непосредственно на решение задачи деконволюции (Mallat, Zhong, 1992).

В 1990-е годы сейсмическая деконволюция вступила в фазу активного развития, что стало следствием теоретических прорывов предыдущего десятилетия и все более широкого внедрения достижений в области вычислительной техники и теории обработки сигналов. Исследователи совершенствовали алгоритмы минимизации, часто использующие норму L1 или ее вариации, для

получения наиболее разреженного решения. Значительное внимание уделялось робастности этих методов к шумам и их применимости к реальным данным. В этом контексте можно отметить работу «Lp-norm deconvolution» 1990 года (Debye, Van Riel, 1990). В этой статье исследуется влияние выбора различных Lp-норм на результат деконволюции, демонстрируя преимущества норм, способствующих разреженности решения.

Параллельно развивались методы «слепой» деконволюции. Совершенствование метода достигалось за счет использования статистических свойств сигналов высших порядков, а также многоканальных подходов, позволяющих использовать корреляции между соседними трассами. Эти методы становились все более робастными и находили применение в случаях, когда оценка импульса традиционными способами была затруднена. Среди заметных публикаций этого периода – работа «Multichannel blind deconvolution of seismic signals» (Kaarensen, Tøxt, 1998). В ней представлен многоканальный подход к «слепой» деконволюции, который использует пространственную когерентность сейсмических данных для улучшения оценки как сигнатуры источника, так и серии коэффициентов отражения по сравнению с одноканальными методами.

Деконволюция все теснее интегрировалась с общими инверсионными подходами в сейсморазведке. Вместо того, чтобы рассматривать деконволюцию как отдельный этап обработки, ее начали включать в более широкие задачи по оценке физических свойств среды (например, акустического импеданса) по сейсмическим данным. Это позволяло использовать априорную геологическую информацию и применять более сложные схемы регуляризации для получения стабильных и геологически осмысленных результатов. Исследователи, работавшие в области сейсмической инверсии (среди которых продолжал активно публиковаться Т.Дж. Ульрих (T. J. Ulrych) со своими соавторами), внесли значительный вклад в понимание деконволюции как обратной задачи (Sacchi, Ulrych, 1995; Sacchi, Ulrych, 1996). Работы Ульриха и его коллег продемонстрировали эффективность методов максимальной энтропии для решения некорректных обратных задач, к которым относится и деконволюция. Байесовский подход, учитывающий априорные вероятностные распределения искомых параметров, позволил существенно улучшить устойчивость алгоритмов деконволюции, особенно при работе с зашумленными данными.

Начало XXI века стало периодом интенсивного развития и переосмысления методов сейсмической деконволюции. Основные усилия были направлены на разработку более робастных алгоритмов, учитывающих реальные физические свойства Земли и характеристики регистрируемого сигнала, что привело к существенным достижениям в ряде ключевых направлений. Несмотря на появление новых подходов, классические работы родоначальников

цифровой сейсмической обработки, таких как Эндерс Робинсон и Свен Трейтель, продолжали оказывать значительное влияние. Их переизданное в 2000 году руководство «Geophysical Signal Analysis» (Robinson, Treitel, 2000) оставалось важнейшим источником теоретических основ и практических методов, формируя фундамент для последующих исследований.

Одним из доминирующих направлений в XXI веке стало усовершенствование методов разреженной инверсии и деконволюции (Sparse Inversion and Deconvolution). Основываясь на работах конца XX века, показавших преимущества минимизации нормы  $L_1$ , исследователи сосредоточились на разработке более эффективных и робастных алгоритмов для решения задач оптимизации с  $L_1$ -регуляризацией и ее вариациями. Значительный вклад в это направление внесли такие исследователи, как М.Д. Сакки (M.D. Sacchi), Ульрих и К.Дж. Уокер (C.J. Walker), продолжая свои плодотворные работы. Их исследования на стыке веков, например, «Interpolation and extrapolation using a high-resolution discrete Fourier transform» (Sacchi и др., 1998), демонстрировали возможности статистически обоснованного итеративного подхода на основе дискретного преобразования Фурье для достижения высокого разрешения спектра и эффективной интерполяции и экстраполяции данных, особенно при наличии линейчатых спектральных компонент. Работа «Sparseness-constrained seismic deconvolution with Curvelets» (Hennenfent и др., 2005), имеющая непосредственное отношение к разреженной деконволюции, заключается в предложении и демонстрации метода, который использует свойство разреженности сейсмических данных в курвлет-области для получения более качественных и стабильных результатов. Авторы применяют курвлет-преобразование как эффективный инструмент для представления геологических границ и структур в сейсмических данных, а затем накладывают ограничение разреженности на курвлет-коэффициенты в процессе деконволюции. Разработка эффективных алгоритмов для решения задач с  $L_1$ -нормой и другими нормами, способствующими разреженности (например, гибридной  $L_1/L_2$ ), оставалась активной областью. Данило Велис (Danilo R. Velis) предложил методы, позволяющие не только оценить разреженную серию коэффициентов отражения, но и количественно рассчитать неопределенность полученного решения, что было важно для надежной геологической интерпретации (Velis, 2008). Сергей Фомель и его коллеги разрабатывали методы «формирующей регуляризации» (shaping regularization), которые позволяют внедрять априорные представления о желаемой структуре модели (включая разреженность) в процесс инверсии (Fomel, 2007).

Проблема оценки сейсмического импульса и «слепой/полуслепой» деконволюции оставалась критически важной и привлекала значительное внимание в XXI веке. Точное знание или надежная оценка формы импульса источника является необходимым условием для успешной

детерминистической и многих форм статистической деконволюции. В статье «Robust wavelet estimation and blind deconvolution of noisy surface seismics» предлагают устойчивый алгоритм, не требующий априорного знания формы сигнатуры источника (Van der Baan, Pham, 2008). Разработка и представление двухэтапного итерационного алгоритма для многоканальной полуслепой деконволюции рассматривается в работе «Multichannel Semi-blind Deconvolution (MSBD) of seismic signals» (Mirel, Cohen, 2017).

Исследования в области адаптивных и нестационарных методов деконволюции также получили дальнейшее развитие. Нестационарность сейсмических данных, вызванная поглощением, дисперсией, анизотропией и вариациями приповерхностных условий, требует применения методов, которые могут подстраиваться под меняющиеся характеристики сигнала. Важным вкладом стали работы Маргрейва (Margrave) и соавторов, предложивших метод Габоровской деконволюции, основанный на оконном преобразовании Фурье, что позволило адаптировать оператор деконволюции к локальным изменениям сигнала (Margrave, Lamoureaux, 2001; Margrave и др., 2003; Margrave и др., 2011).

Особое место в современных исследованиях занимают методы компенсации затухания (Q-деконволюция). Ванг (Wang) существенно усовершенствовал методы инверсии Q-фильтра. Его исследования внесли вклад в понимание и практическое применение методов компенсации влияния поглощения Земли на сейсмические волны (Wang, 2002; Wang, 2006; Wang, 2008). Дальнейшее развитие этого направления представлено в работе «Seismic absorption compensation: A least squares inverse scheme» (Zhang, Ulrych, 2007). Авторы предлагают новый подход к компенсации поглощения, формулируя эту задачу как обратную задачу наименьших квадратов. Для преодоления неустойчивости, присущей обратным задачам, они вводят регуляризацию, основанную на теореме Байеса, с ограничением на разреженность искомого ряда.

Одним из наиболее динамично развивающихся направлений в последние годы стало применение методов, основанных на машинном обучении, к задачам сейсмической обработки, включая деконволюцию. Исследователи активно опробуют потенциал глубокого обучения для решения таких задач, как оценка импульса, шумоподавление, подавление многократных отражений и выполнение самой деконволюции. Нейронные сети, в частности, сверточные нейронные сети, используются для извлечения признаков и выполнения преобразований, которые могут быть эквивалентны или дополнять традиционные методы деконволюции. Примерами работ, демонстрирующих применение машинного обучения к деконволюции, являются исследования «High resolution inversion of seismic wavelet and reflectivity using iterative deep neural networks» (Chen и др., 2019) и «Extraction of the seismic wavelet based on deep neural

networks» (Lu и др., 2019), в котором используется многослойный перцептрон для оценки сейсмического импульса, а также «Deep-learning inversion to efficiently handle big-data assimilation: Application to seismic history matching» (Xiao и др., 2020), в котором предлагается алгоритм разреженной деконволюции на основе сверточной нейронной сети. Труды в этом направлении находятся на ранних стадиях по сравнению с традиционными методами, но обладают значительными перспективами, особенно в автоматизации и обработке сложных нестационарных данных.

### **Выводы по разделу 1.1**

Анализ развития методов деконволюции позволяет выделить несколько ключевых тенденций. Во-первых, это постепенный переход от линейных стационарных моделей к нелинейным и нестационарным подходам, лучше учитывающим реальные свойства геологических сред. Во-вторых, увеличение роли статистических методов и байесовского подхода в решении обратных задач. В-третьих, постоянное совершенствование вычислительных алгоритмов, связанное с ростом производительности компьютерной техники. И наконец, все более тесная интеграция методов деконволюции с другими этапами обработки сейсмических данных, особенно с миграцией и инверсией.

Исторический опыт показывает, что развитие методов деконволюции всегда шло в тесной связи с прогрессом в смежных областях науки – цифровой обработке сигналов, теории информации, вычислительной математике. В последнее время все большее значение приобретает взаимодействие с науками о данных и искусственным интеллектом. Это позволяет прогнозировать, что будущие исследования в области деконволюции будут связаны с созданием интеллектуальных систем обработки, способных автоматически адаптироваться к особенностям сейсмических данных и геологической среды.

Подводя итог, можно констатировать, что история развития методов деконволюции в сейсморазведке представляет собой прекрасный пример того, как фундаментальные математические исследования трансформируются в эффективные практические инструменты, способствующие решению важных прикладных задач. От первых теоретических работ Винера до современных нейросетевых алгоритмов – этот путь занял менее века, но привел к революционным изменениям в возможностях изучения строения Земли. Дальнейшее развитие методов деконволюции, несомненно, откроет новые перспективы для сейсмической разведки, особенно в условиях усложняющихся объектов поиска и возрастающих требований к точности и достоверности результатов.

## 1.2. Поверхностно-согласованная деконволюция

Поверхностно-согласованная деконволюция (Surface-Consistent Deconvolution, SCD) является неотъемлемым этапом современной обработки сейсмических данных на суше, где условия возбуждения и приема сигнала могут значительно варьироваться. Основная цель процедуры заключается в разложении каждой зарегистрированной сейсмической трассы на составляющие, связанные с источником, приемником, общим удалением и собственно импульсной характеристикой среды в данной средней точке; далее, соответствующие компоненты (обычно только компоненты источников и приемников) удаляются из данных с помощью обратных операторов для получения более стабильного и разрешенного волнового поля.

Первыми публикациями, заложившими основу метода, являются статьи Гурвича И.И. (Гурвич, 1970; Гурвич, Чыонг Минь, 1973), в которых описываются четырехкомпонентная поверхностно-согласованную модель трассы и первая элементарная схема совместного оценивания компонент. Схожие работы за рубежом появились только в начале 1980-х годов (Taner, Coburn, 1980; Taner, Koehler, 1981). Дальнейшее развитие метода (построение схемы линеаризации и описание спектрально-статистического метода) относится к работам Гольдина С.В. и Митрофанова Г.М. (Гольдин, Митрофанов, 1973, 1975). Их совместное исследование обеспечило появление первой поверхностно-согласованной деконволюции применительно к источникам и приемникам.

Последующие работы по применению принципа поверхностной согласованности к деконволюции появились в начале 1980-х годов. Поллет с соавторами (Pollet, Lowrie, & Matthews, 1982) представили поверхностно-согласованный метод деконволюции, специально разработанный для данных, полученных с использованием виброисточников (вибросейс), что стало важным шагом для источника этого типа возбуждения. В силу несоответствия импульса Клаудера условию минимальной фазовости, авторы предлагают применять кепстральные оценки для его учета. Морли и Клербоут (Morley, Claerbout, 1983) исследовали многоканальную предсказывающую деконволюцию в пространстве источник-приемник для подавления кратных отражений на морских данных, что является концептуально родственным подходом.

В 1984 году Хатчинсон и Линк (Hutchinson, Link, 1984) выделили поверхностно-согласованную деконволюцию как эффективный метод для обработки зашумленных сейсмических данных, продемонстрировав ее устойчивость по сравнению с одноканальными методами в условиях низкого соотношения сигнал/шум благодаря использованию гораздо большей статистической выборки. Более того, в данной публикации в действительности

представлен один из первых робастных алгоритмов поверхностно-согласованных деконволюции, использующий минимизацию по норме  $L_1$  (медианное решение).

Теоретические основы и практические аспекты поверхностно-согласованной деконволюции активно разрабатывались и анализировались в конце 1980-х – начале 1990-х годов. Левин (Levin, 1988, 1989) опубликовал ряд работ, в которых анализировал «уроки» применения поверхностно-согласованной деконволюции и представил детальное описание метода в журнале *GEOPHYSICS*. Камбуа (Cambois, 1989) также внес вклад в раннее формальное описание и исследование поверхностно-согласованной деконволюции. Харт (Hart, 1997) исследовал, как применение поверхностно-согласованной деконволюции способствует повышению стабильности извлекаемого импульса.

Значительное развитие метод получил благодаря работам Камбуа и Стоффы (Cambois, Stoffa, 1992, 1993), которые предложили свой собственный алгоритм поверхностно-согласованной деконволюции с лучшей оптимизацией и продолжили развитие метода в логарифмической области Фурье в целом. Этот подход позволяет линейризовать мультипликативную модель свертки путем взятия логарифма в частотной области, превращая ее в аддитивную модель. Такая формулировка упрощает решение системы уравнений. В своей работе 1993 года они продолжили свое исследование и детализировали, как в логарифмической области Фурье можно проводить разделение фазовых составляющих источника и приемника, что критически важно для корректного временного положения отражений.

Более анализ вклада каждой конкретной компоненты при декомпозиции данных был выполнен Кэри и Лоренц (Cary, Lorentz, 1993). Во-первых, был предложен четырехкомпонентный алгоритм поверхностно-согласованной деконволюции, использующий совместное (одновременное) решение и реализуемый в два прохода по данным (собственно, декомпозиция и непосредственно деконволюция). Во-вторых, было показано, что, как правило, только две из четырех компонент (источник и приемник), должны быть исключены из данных.

Важной областью исследований является повышение устойчивости (робастности) метода и эффективное подавление шума. Как уже упоминалось, Хатчинсон и Линк (Hutchinson, Link, 1984) представили робастный поверхностно-согласованный алгоритм как решение проблемы деконволюции зашумленных данных. Ньюман (Newman, 1986) рассматривал усеченное среднее в качестве средства оценки автокорреляционных функций для деконволюции зашумленных данных, однако использовал последовательное решение отдельно для каждой компоненты (источник, приемник, удаление). Кирхгаймер и Фербер (Kirchheimer, Ferber, 2001) предложили

метод робастной поверхностно-согласованной деконволюции, включающий в себя механизмы расчета и применения дополнительных операторов к зашумленным трассам.

Чжан и Мо (Zhang Yuan, Mo Yangang, 2019) представили применение гибридного (минимизация по норме L1/L2) метода робастной поверхностно-согласованной деконволюции для улучшения разрешения в сложных условиях предгорных территорий, где данные часто сильно зашумлены и нестабильны. Данная работа основывается на более ранней публикации Бубе и Лангана (Bube, Langan, 1997), которые рассматривали гибридную L1/L2 минимизацию с приложениями (в данном случае - к томографии); этот класс методов оптимизации часто используется для решения больших переопределенных систем или некорректно поставленных задач, подобных тем, что возникают при оценке компонент в поверхностно-согласованной деконволюции, и может быть применен для повышения робастности решения.

Также предлагались альтернативные математические и алгоритмические подходы. Каземи с соавторами (Kazemi и др., 2014) предложили метод, который позволяет выполнять слепую поверхностно-согласованную оценку откликов источника и приемника. Это особенно актуально в контексте поверхностно-согласованной деконволюции, поскольку данный алгоритм не требует предварительных фазовых предположений. Ван Воссен с соавторами (Vossen и др., 2006) применили принцип взаимности и методы инверсии волнового поля для решения задачи поверхностно-согласованной деконволюции, предлагая, возможно, более физически обоснованный подход. Монтана с соавторами (Montana и др., 2006) разработали поверхностно-согласованную модификацию деконволюции Габора как решение для нестационарной сверточной модели трассы в поверхностно-согласованной форме.

Практическое применение и контроль качества являются неотъемлемой частью рабочего процесса. Журавко с соавторами (Журавко и др., 2015) подробно рассмотрели применение робастной поверхностно-согласованной деконволюции при обработке данных наземной 3D сейсморазведки, уделяя внимание стабильности результатов при обработке. Чжан с соавторами (Zhang и др., 2015) сфокусировались на вопросах контроля качества (QC) поверхностно-согласованной деконволюции, в частности, для наземных данных, полученных с использованием взрывных источников, предлагая методы оценки эффективности и корректности применения метода.

Для понимания основ и контекста поверхностно-согласованной деконволюции полезно обратиться к справочной литературе и пособиям. Шериф (Sheriff, 2002) в своем «Энциклопедическом словаре прикладной геофизики» дает краткое и четкое определение поверхностно-согласованной деконволюции. Йилмаз (Yilmaz, 2001) в своем монументальном

труде «Seismic data analysis» посвящает поверхностно-согласованной деконволюции целый раздел, подробно описывая ее модель, алгоритмы и место в общем графе обработки сейсмических данных. Диминг (Deeming, 1987) в своей работе затрагивает более общие вопросы деконволюции и инверсии.

Актуальность метода поддерживается постоянными исследованиями, предлагающими новые подходы и взгляды. Недавняя работа Чжана с соавторами (Zhang, 2024) предлагает «новый взгляд» на поверхностно-согласованную деконволюцию, что подчеркивает продолжающееся развитие и поиск более совершенных способов решения этой задачи.

## **Выводы по разделу 1.2**

В целом, приведенный обзор публикаций демонстрирует эволюцию поверхностно-согласованной деконволюции от базовой концепции и ранних реализаций к высокоспециализированным алгоритмам, учитывающим тип данных, условия съемки, свойства сигнатуры источника, а также интегрирующим «продвинутые» математические методы. Особое внимание уделяется робастности, подавлению шума и контролю качества для успешного применения метода на реальных сейсмических данных.

### **1.3. Кепстральный анализ и гомоморфная деконволюция**

Гомоморфная деконволюция является эффективным инструментом обработки сигналов, который нашел свое применение, в частности, в сейсморазведке для разделения сверточных компонент сейсмической записи – сигнатуры источника и импульсной характеристики среды.

Оригинальное определение (энергетического) кепстра было дано Б.П. Богертом и др. в статье 1963 г. («The Quefrency Analysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, Pseudo Autocovariance, Cross-Cepstrum and Saphe Cracking») как «квадрат модуля обратного преобразования Фурье от натурального логарифма энергетического спектра сигнала».

Теоретические корни гомоморфной обработки сигналов восходят к основополагающим работам А.В. Оппенгейма, в которых были введены понятия гомоморфных систем и обобщенной суперпозиции (Oppenheim, 1967; Oppenheim и др., 1999). Именно эти работы заложили фундамент для обработки сигналов, полученных путем свертки или умножения. Ключевым инструментом в гомоморфном анализе для сверточных сигналов является кепстр (cepstrum) – результат обратного преобразования Фурье от логарифма спектра сигнала. История развития концепции кепстра подробно изложена самими родоначальниками метода (Oppenheim, Schaffer, 2004). Общее руководство по обработке сигналов с использованием кепстра представлено в работе Чайлдерса с соавторами (Childers и др., 1977), что делает его доступным для широкого

круга исследователей. Исторический аспект кепстрального анализа, хотя и с акцентом на механические задачи, также рассмотрен в более поздних работах (Randall, 2017). В дополнение важным вкладом в развитие кепстральных подходов являются работы другие работы автора, напрямую не связанные с сейсмическими методами (Randall, 1981; Randall и др., 2019).

В контексте геофизики, сейсмическая запись часто моделируется как свертка сигнатуры источника с импульсной характеристикой среды, к которой добавляется шум. Задача деконволюции заключается в разделении этих компонентов, прежде всего для получения более четкого представления об импульсной функции отражений. Общие принципы обратной фильтрации геофизических временных рядов представлены в классической монографии Сильвиа и Робинсона (Сильвиа, Робинсон, 1983), однако в работе также присутствует раздел, посвященный гомоморфным модификациям метода. Анализ временных рядов в геофизике, включая методы деконволюции, широко освещен в книге Канасевича (Kanasewich, 1981). Ранний обзор методов деконволюции в цифровой обработке геофизических данных дан Линдсетом (Lindseth, 1968), а вопросы деконволюции и оценки импульса в сейсморазведке рассматривались Лайнсом (Lines, 1976): в его докторской диссертации выделяется раздел, имеющий отношение к гомоморфной деконволюции.

Применение гомоморфной деконволюции непосредственно к сейсмическим данным началось в 1970-х годах. Кепстральная фильтрация была впервые исследована для сейсмических данных Т. Ульрихом и направлена на деконволюцию телесеизмических событий (землетрясений) (Ulrych, 1971). Здесь данные были смоделированы как:  $s[n] = w[n] * r[n]$  ( $w[n]$  – сигнатура источника, а  $r[n]$  в общем случае представляет собой смешанно-фазовую последовательность коэффициентов отражения).

Непосредственно перед выполнением гомоморфной деконволюции трассы были экспоненциально взвешены, чтобы преобразовать компоненту комплексного кепстра, связанную с серией коэффициентов отражения, в максимально простой и предсказуемый вид (минимально-фазовый):  $s'[n] = s[n] \alpha^n = (w[n] \alpha^n) * (r[n] \alpha^n) = w'[n] * r'[n]$ .

Данное выражение приводит к радиальному масштабированию  $z$ -преобразования последовательности  $s[n]$ . В частности, таким образом любой нуль  $R(z)$  ( $z$ -преобразования  $r[n]$ ) за пределами единичной окружности в плоскости  $z$  может быть помещен внутрь единичной окружности, что делает взвешенную последовательность импульсов  $r'[n]$  минимально-фазовой. Далее, взвешенный сейсмический импульс  $w'[n]$  оценивался с помощью фильтрации малых времен в кепстральной области с частотой среза (кьюфренси), которая определялась путем

анализа теоретической импульсной характеристики среды в месте регистрации, известной заранее.

Вместе с коллегами Т. Ульрих применил этот метод для деконволюции некоторых телесеismicких событий, демонстрируя его потенциал для анализа телесеismicких записей (Ulrych и др., 1972). Подход Т. Ульриха к телесеismicкой деконволюции был продолжен им самим и группой других ученых: Р.В. Клейтоном, Р.А. Виггинсом (Clayton, Wiggins, 1976) и П. Соммервиллем. Указанные авторы смогли выполнить обоснованные оценки импульсов источника для ряда землетрясений и ядерных взрывов посредством метода гомоморфной фильтрации. Однако также был выделен ряд проблем, возникающих в ходе таких процедур. Например, вычислительные трудности определения комплексного логарифма в областях с малыми спектральными амплитудами; было поставлено под сомнение предположение о расположении комплексного кепстра источника на малых временах, поскольку в некоторых случаях исходный импульс имел нули в спектральной области, что приводило к локальному, но резкому изменению частоты.

Комплексное исследование применения гомоморфной деконволюции к морской сейсморазведке на мелководье впервые было проведено Стоффой, Булом и Брайаном в двух частях: первая часть касалась модельных данных (Stoffa и др., 1974), а вторая – реальных данных (Buhl и др., 1974). Использование гомоморфной фильтрации при исследованиях импульсной характеристики среды обсуждалось в контексте мелководно-морской реверберации и деконволюции источника. В данном случае моделирование производилось следующим образом:  $s[n] = w[n] * r[n] * p[n]$  ( $p[n]$  обозначает периодический оператор реверберации с минимальной фазой). К данным также было применено экспоненциальное взвешивание для приведения последовательности коэффициентов отражения к минимально-фазовому виду.

Если обозначить двойное время пробега в пределах водного слоя и первого слоя земли  $T_1$ , а реверберацию водного столба (двойное время пробега в водном слое) –  $T_w$  и предположить  $NT_w \leq T_1 \leq (N + 1)T_w$ , то можно сделать вывод о том, что обнуление комплексного кепстра от начала координат до времени  $T_c$ , большего, чем  $NT_w$ , но меньшего, чем  $T_1$ , приведет к деконволюции seismicкого источника, устранив первые  $N$  донно-кратных волн и ослабит оставшиеся кратные максимумы до  $1/(N + 1)$  от их исходных амплитуд.

Аналогичная процедура была также изучена для глубоководных обстановок Б. Батткусом (Buttkus, 1975). При таких условиях реверберации в водном слое будут относиться к более поздним временам на комплексном кепстре, поэтому их подавление может быть осуществлено путем режекторной фильтрации с периодом  $T_w$ .

Дж. Б. Галлимор (Gallemore, 1976) проанализировал работу гомоморфной деконволюции для морских сейсмических данных и сравнил ее результаты с использованием оптимального фильтра линии задержки с отводами. Критериями оценки были процент удаления энергии многократных отражений, процент искажения рефлектора и визуальное улучшение данных, когда оба метода применялись к синтетическим сейсмическим данным. Итоги исследования заключались в том, что гомоморфная деконволюция, по-видимому, обладает большим потенциалом в приложении на мелководье, в то время как фильтр линии задержки с отводами оказывается более эффективным для глубоководных данных. Б. Батткус также рассмотрел ограничения сейсмической деконволюции с помощью кепстральной фильтрации. На основании экспериментальных данных он пришел к выводу, что качество вейвлет-оценок посредством пропуска малых временем в значительной степени зависят от отношения сигнал/шум входных данных, степени перекрытия компонент исходной сигнатуры источника и функции коэффициентов отражения в кепстральной области и выбора окна фильтрации.

Оппенгейм, Триболет и соавторы также продолжали свои исследования и вносили значительный вклад, применяя гомоморфную фильтрацию к обработке сейсмических данных (Oppenheim и др. 1976; Tribolet, Oppenheim, 1977; Oppenheim, Tribolet, 1978). Приблизительно в это же время было описано применение комплексного экспоненциального взвешивания (Shensa, 1976).

Среди специфических техник гомоморфной деконволюции можно отметить использование методов кепстрального осреднения, разрабатываемые Отисом и Смитом (Otis, Smith, 1977). Они попытались распространить на сейсмическую обработку метод «слепой» деконволюции Т. Стокхэма, который не включает в себя фильтрацию кепстров. Описываемая технология подразумевает наличие набора сейсмограмм с пространственно стационарным импульсом источника и пространственно нестационарной импульсной характеристикой среды. Тогда комплексный кепстр каждой сейсмической трассы будет представлять собой сумму кепстров сигнатуры источника, который является стабильным, и отклика среды, изменяющегося от записи к записи. Находя осредненный комплексный кепстр по нескольким сейсмотрассам, можно получить оценку постоянных функций, поскольку переменные функции будут стремиться к среднему значению. Эта процедура была названа логарифмическим спектральным осреднением или кепстральным суммированием (осреднением). Рассчитанная таким способом оценка исходного импульса источника затем используется для построения обратного фильтра Винера и реализации деконволюции. Аналогичный подход также был представлен Р.В. Клейтон и Р.А. Уиггинс (Clayton, Wiggins, 1976).

Основная стратегия комбинации фильтрации Винера с кепстральным анализом заключается в применении гомоморфной обработки для преобразования обобщенной записи в один или несколько других сигналов, строение которых согласуется с предположениями линейного предсказания. Таким образом, общность гомоморфного анализа может сочетаться с эффективностью линейного прогнозирования, о чем было сказано в начале раздела.

В дальнейшем гомоморфные методы продолжали развиваться и адаптироваться для различных сейсмических задач. Сравнение гомоморфной деконволюции с фильтрацией Винера было предметом исследования Николса, более того, им было рассмотрено комбинирование кепстрального подхода и фильтрации Винера (Nicolas, 1988). Применение гомоморфной деконволюции к данным вертикального сейсмического профилирования (ВСП) изучалось Пирдоном и Эвансом (Peardon, Evans, 1991). Вопросы применения гомоморфной теории для решения задачи нестационарной деконволюции рассматривали Ми и Маргрейв (Mi, Margrave, 1999).

Современные публикации также подтверждают актуальность кепстрального анализа и гомоморфной фильтрации в сейсморазведке. Борисенко и Калайдина исследовали обратную фильтрацию сейсмических записей на основе кепстрального анализа (Борисенко, Калайдина, 2010). Митрофанов рассматривает гомоморфную фильтрацию в контексте «слепой» деконволюции и современных сейсмических технологий (Митрофанов, 2015). Использование действительного кепстра для вычисления минимально-фазовых сигналов, что важно для оценки сигнатуры источника в сейсморазведке, описано Смитом и Фергюсоном (Smith, Ferguson, 2014), а также в более общем контексте проектирования фильтров (Pei Soo-Chang, Lin Huei-Shan, 2005).

### **Выводы по разделу 1.3**

Таким образом, представленный обзор охватывает широкий спектр вопросов, связанных с гомоморфной деконволюцией в сейсморазведке, начиная от фундаментальных теоретических работ по гомоморфным системам и кепстральному анализу и заканчивая конкретными приложениями метода к различным типам сейсмических данных и задачам.

## 2. Теоретические основы деконволюции

### 2.1. Сверточная модель сейсмической трассы. Допущения деконволюции

Для понимания основ деконволюции необходимо рассмотреть одномерную сверточную модель сейсмической трассы, которая используется в сейсморазведке и требует ряда допущений. Явление отражения сейсмических волн от границ раздела двух сред определяется их акустическими импедансами, равными произведению плотности на скорость соответствующего слоя. Предполагается, что скорость является определяющим фактором в формировании акустической жесткости, так как изменения плотности по разрезу оказываются гораздо меньше по сравнению с вариациями скорости. Таким образом, коэффициенты отражения и преломления могут быть определены главным образом по скоростям слоев, лежащих выше и ниже границы раздела. Если предположить, что среда горизонтально-слоистая, а глубина залегания целевых границ значительно больше, чем длина расстановки, то можно считать падение волны на границу раздела нормальным. Следовательно, коэффициенты отражения (преломления) в этом случае не будут зависеть от угла падения лучей.

В простейшем случае, если среда является горизонтально-слоистой с постоянными плотностью и скоростью в пределах слоев, то ее можно представить в виде последовательности коэффициентов отражения, отвечающих глубинам границ раздела. *Импульсной характеристикой среды (трассой коэффициентов отражения)* называется последовательность коэффициентов отражения, соответствующих двойным временам пробега от каждой границы (от поверхности до границы и обратно). Другими словами, если представить среду в виде черного ящика, то импульсная характеристика – это отклик системы на единичный импульс,  $\delta$ -функцию.

В действительности не существует источника, способного реализовать единичный импульс, поэтому получить импульсную характеристику среды непосредственно из данных сейсморазведки невозможно. Реальные сигнатуры импульсных источников различны и имеют более сложные формы, но все они конечны и существуют в ограниченной полосе частот.

*Сверточная модель*, предложенная Э.А. Робинсоном в 1954 г. (Robinson, 1954), предполагает, что сейсмическая трасса есть свертка импульсной характеристики среды с сигнатурой используемого источника:

$$tr(t) = w(t) * k(t) + n(t) \quad (1)$$

Здесь  $tr(t)$  – записанная сейсмотрасса,  $w(t)$  – сигнатура источника,  $k(t)$  – импульсная характеристика среды,  $n(t)$  – аддитивная компонента случайного шума,  $*$  – оператор свертки.

Если слои достаточно мощные (больше длины сейсмической волны), а импульс источника достаточно короткий, то однократные отражения различимы на записи (достаточная разрешающая способность). В противном случае, отраженные от различных границ волны будут интерферировать. В данном контексте, одной из задач деконволюции является повышение временной разрешающей способности – извлечение из трассы коэффициентов отражения и удаление влияния источника (Dondurur, 2018; Yilmaz, 2001).

На практике, в выражении (1) известной составляющей обычно является только записанная сейсмотрасса  $tr(t)$ , поэтому для корректной работы деконволюции требуется выполнение ряда предположений. Несмотря на то, что зачастую все вместе они выполняются редко, деконволюция дает удовлетворительные результаты, так как имеет математическое обоснование.

*Предположение 1.* Среда считается горизонтально-слоистой с постоянными скоростями в пределах слоев.

Данное допущение нарушается в слоях с латеральной изменчивостью упругих свойств и при наличии анизотропии (Yilmaz, 2001).

*Предположение 2.* Источник упругих колебаний генерирует плоскую продольную волну, ее падение на границы раздела нормальное.

Предположение 2, вообще говоря, подразумевает наблюдения при совмещенном источнике и приемнике (нулевых удалениях). В этом случае, не будут образовываться обменные волны, и коэффициент отражения является функцией, не зависящей от угла падения волны. В действительности, такая геометрия съемки характерна только для непрерывного сейсмического профилирования (НСП). Тем не менее, если считать, что глубина исследования во много раз превосходит длину расстановки, то реальные углы падения оказываются близкими к нулевым.

В дополнение, стоит отметить, что допущение о плоской волне выполняется только на больших расстояниях от источника, фактический фронт которого является сферическим.

*Предположение 3.* Сигнатура источника известна и стационарна.

Форма волны источника должна быть известна для решения уравнения (1), однако зачастую данное допущение нарушается, в частности, при взрывных работах. Импульс, создаваемый источником, иногда может быть определен в морской сейморазведке, например, с помощью моделирования, прямой регистрации в дальней зоне или математических расчетов по приемникам в ближней зоне. В зависимости от того, известна или нет форма импульса источника, деконволюция будет, соответственно, называться *детерминистической* или *статистической*.

Под стационарностью импульса имеется в виду его неизменность по мере проникновения на большую глубину со временем, то есть не учитываются потери энергии на геометрическое

расхождение, рассеяние и поглощение. По этой причине в реальные данные необходимо вводить соответствующие поправки в значения амплитуд перед проведением деконволюции.

*Предположение 4.* Компонента случайного шума считается нулевой.

Так как функция  $n(t)$  в выражении (1) является неизвестной, то предполагается, что она может быть сведена к 0 на этапе предварительной обработки и шумоподавления. Сейсмограммы также могут содержать когерентные помехи, которые по возможности должны быть удалены (Dondurur, 2018).

*Предположение 5.* Импульс источника минимально-фазовый.

Из всех импульсов с одинаковым амплитудным спектром *минимально-фазовым* называется каузальный, физически реализуемый импульс, фазовый спектр которого является наименьшим. Оказывается, что фазовые характеристики сигнала имеют определяющее значение при деконволюции: если импульс источника не минимально-фазовый, то деконволюция будет давать нестабильный результат, следовательно, реальная сигнатура источника должна быть предварительно преобразована в свой минимально-фазовый эквивалент (Yilmaz, 2001).

*Предположение 6.* Серия коэффициентов отражения представляет собой случайный процесс.

Данное предположение имеет ключевое значение при неизвестном импульсе источника (статистическая деконволюция) и расчете коэффициентов оператора деконволюции. Если рассчитать автокорреляционную функцию (АКФ) от выражения (1) с учетом предположения 4, то можно получить следующее равенство:

$$\text{АКФ}[tr(t)] = \text{АКФ}[w(t)] * \text{АКФ}[k(t)] \quad (2)$$

$\text{АКФ}[ ]$  — взятие функции автокорреляции от соответствующих компонент.

Ввиду случайности серии коэффициентов отражения  $k(t)$  ее АКФ будет похожа на АКФ белого шума и, следовательно, приближенно представлять собой  $\delta$ -функцию. Тогда выражение (2) можно переписать в следующем виде и преобразовать:

$$\text{АКФ}[tr(t)] = \text{АКФ}[w(t)] * \delta(t) \quad (3)$$

$$\text{АКФ}[tr(t)] = \text{АКФ}[w(t)]. \quad (4)$$

Равенство (4) позволяет сделать важный **вывод для теоретического обоснования деконволюции: оно дает возможность использовать известную АКФ сейсмограммы вместо неизвестной АКФ сигнатуры источника при вычислении оператора деконволюции.** В этом контексте, первая часть допущения 3 уже не является обязательной (Yilmaz, 2001).

## 2.2. Винеровская фильтрация. Основные типы деконволюции

Рассматриваемые далее и примененные в работе виды деконволюции, кроме некоторых алгоритмов гомоморфной деконволюции, основаны на критерии оптимальности по Винеру, то есть их операторы строятся по принципу наименьших квадратов в смысле невязки энергии между получаемым и желаемым выходом. В дополнение, импульс источника предполагается неизвестным, следовательно, речь идет о статистической деконволюции.

На сегодняшний день алгоритмы деконволюции, базирующиеся на фильтрации Винера, являются наиболее широко распространенными в обработке. В общем виде матричное выражение для нахождения коэффициентов оператора деконволюции (фильтра Винера) имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n-1} & r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{n-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Здесь  $r_i$  — коэффициенты АКФ входной последовательности (в сейсморазведке — обычно сейсмотрассы), образуют матрицу Тоеплица, которая является симметричной,  $h_i$  — коэффициенты фильтра Винера,  $g_i$  — коэффициенты функции взаимной корреляции (ФВК) желаемого результата и входной последовательности,  $i = 0, 1, 2 \dots n - 1$  — индекс, обозначающий временную задержку (Yilmaz, 2001).

Получаемые коэффициенты фильтра Винера  $h_i$  из системы линейных уравнений (5) при свертке с входной последовательностью теоретически должны давать желаемый результат. Таким образом, в зависимости от желаемого результата выделяются следующие основные типы деконволюции, описанные ниже (Dondurur, 2018).

### 2.2.1. Деконволюция сжатия

Желаемым результатом деконволюции сжатия является единичный импульс с нулевой задержкой  $(1, 0, 0, \dots, 0)$ . Если обозначить импульс источника как  $(w_0, w_1, w_2, \dots, w_{n-1})$  и произвести нормирование на  $\frac{1}{w_0}$ , то выражение (5) для деконволюции сжатия примет вид:

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n-1} & r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Стоит отметить, что деконволюция сжатия по Винеру и обратная фильтрация по методу наименьших квадратов вычисляются идентично с помощью выражения (6). Тем не менее, разница между ними заключается в том, как рассчитываются коэффициенты АКФ входной последовательности: в первом случае — по сейсмической записи (статистическая деконволюция), во втором — по известной сигнатуре источника (детерминистическая деконволюция).

Для деконволюции сжатия определяющим является допущение о минимально-фазовом импульсе (предположение 5), так как для максимально- и смешанно-фазового сигналов ее результаты будут неудовлетворительными.

Оператор деконволюции имеет важное свойство: его амплитудный спектр приблизительно равен обратному амплитудному спектру источника, а фазовые спектры противоположны по знаку. Данная особенность деконволюции сжатия может быть использована для определения минимально-фазового эквивалента импульса произвольной формы (Yilmaz, 2001).

По теореме о свертке (деконволюция во временной области) деконволюция сжатия может быть рассчитана в частотной области как произведение амплитудных спектров и сумма фазовых спектров сейсмической записи (входной последовательности) и оператора деконволюции. Если в амплитудном спектре импульса источника присутствуют нулевые или близкие к нулевым значения, то это приведет к экстремально большим вылетающим значениям на амплитудном спектре оператора фильтра Винера и вызовет нестабильность процесса деконволюции.

Несмотря на то, что на записях обычно присутствует случайный шум, в данные добавляют некоторый уровень белого шума для стабилизации деконволюции. Описанная процедура называется *предварительным отбеливанием*. Во временной области предварительное отбеливание реализуется с помощью добавления постоянной составляющей к диагональным элементам матрицы Toeplitz, коэффициентам АКФ входной последовательности с нулевой задержкой; в частотной области это эквивалентно добавлению константы к амплитудному спектру сейсмической записи. На практике, уровень белого шума при предварительном отбеливании составляет от первых сотых до десятков процентов (Dondurur, 2018).

### ***2.2.2. Предсказывающая деконволюция***

Предсказывающая деконволюция используется для получения продвинутой во времени входной последовательности и основывается на прогнозировании. Если входную последовательность обозначить как  $tr(t)$ , то желаемый результат данного типа деконволюции будет иметь вид  $tr(t + \alpha)$ , где  $\alpha$  называется *интервалом предсказания*. Система (5) для предсказывающей деконволюции переписывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n-1} & r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_\alpha \\ r_{\alpha+1} \\ r_{\alpha+2} \\ \vdots \\ r_{\alpha+n-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Правая часть выражения (7) представляет собой продвинутую на  $\alpha$  отсчетов последовательность коэффициентов АКФ входа. Важно отметить, что реализация предсказывающей деконволюции требует вычисления только АКФ входа и ее продвинутой во времени копии. Оператор деконволюции  $(h_0, h_1, h_2, \dots, h_{n-1})$  в данном случае называется *фильтром предсказания* и при свертке с сейсмической трассой дает предсказываемые компоненты записи, соответствующие многократным отражениям. Фильтр вида  $(1, 0, 0, \dots, 0, -h_0, -h_1, -h_2, \dots, -h_{n-1})$ , где число нулей равно  $(\alpha - 1)$ , называется *фильтром ошибок предсказания*. Согласно предположению 6 серия коэффициентов отражения представляет собой случайный процесс, а, следовательно, не может быть спрогнозирована. Тогда, если свернуть фильтр предсказания ошибок с входной последовательность, результат будет содержать только первичные (однократные) отражения. В дополнение, предсказывающая деконволюция уменьшает длительность импульса от  $(n + \alpha)$  отсчетов до  $\alpha$  отсчетов, то есть увеличивает временную разрешающую способность. Важным замечанием является то, что деконволюция сжатия — это частный случай предсказывающей деконволюции с интервалом предсказания, равной шагу дискретизации. Данный факт можно доказать с помощью ряда математических преобразований (Dondurur, 2018; Yilmaz, 2001).

В целом предсказывающая деконволюция может иметь два основных назначения:

- Использование малых (близких к шагу дискретизации) задержек предсказания приводит к увеличению временной разрешающей способности;
- Предсказанная часть трассы, продвинутая во времени, применяется для подавления кратных отражений.

В настоящее время существуют более эффективные подходы по подавлению кратных волн, например, методика SRME (Surface-related multiple elimination), поэтому предсказывающая деконволюция чаще используется для расширения амплитудного спектра записи и в некоторых случаях для подавления кратных волн на морских данных. На практике, предсказывающая деконволюция (с интервалом предсказания несколько больше шага дискретизации) оказывается предпочтительнее деконволюции сжатия, так как во втором случае значительное увеличение претерпевают амплитуды высоких частот, которые обычно представляют собой помехи (Verschuur, 2006).

### 2.2.3. Поверхностно-согласованная деконволюция

Поверхностно-согласованная деконволюция является одним из эффективных методов по повышению разрешающей способности сейсмических данных. При ее использовании сейсмическая трасса представляется в виде композиции (свертки) компонент, отвечающих источнику, приемнику, импульсной характеристике среды и удалению для учета различий в условиях возбуждения и регистрации от трассы к трассе. После декомпозиции трассы на составляющие деконволюция выполняется как последовательное применение обратных фильтров. Целью поверхностно-согласованной деконволюции является коррекция амплитудных и фазовых вариаций, вызванных неидентичностью условий возбуждения и приема сигнала, плохим контактом с грунтом и различием в приповерхностных условиях по профилю/площади. Важным преимуществом данного метода является его стабильность и эффективность даже для данных с низким соотношением сигнал/шум (Боганик, Гурвич, 2006; Митрофанов, 2018).

На практике, предполагается, что форма сигнала, присутствующая на записи, зависит от положения источников и приемников. Для поверхностно-согласованной деконволюции предложена (Гурвич, 1970) следующая сверточная модель сейсмической трассы в так называемой поверхностно-согласованной форме (без учета составляющей случайных помех):

$$tr_{i,j}(t) = w(t) * s_i(t) * r_j(t) * off_{\frac{i-j}{2}}(t) * k_{\frac{i+j}{2}}(t) \quad (8)$$

Здесь  $w(t)$  — исходная стабильная сигнатура источника;  $s_i(t)$  — компонента влияния источника, расположенного на  $i$ -ом ПВ (пункте возбуждения);  $r_j(t)$  — компонента влияния приемника, расположенного на  $j$ -ом ПП (пункте приема);  $off_{\frac{i-j}{2}}(t)$  — компонента влияния удаления для  $i$ -ого ПВ и  $j$ -ого ПП;  $k_{\frac{i+j}{2}}(t)$  — импульсная характеристика среды в общей глубинной точке (ОГТ), находящейся между  $i$ -ым ПВ и  $j$ -ым ПП.

Тогда выражение для импульса источника для трассы, сформированной  $i$ -ым ПВ и  $j$ -ым ПП, можно записать в следующем виде:

$$w_{i,j}(t) = w(t) * s_i(t) * r_j(t) * off_{\frac{i-j}{2}}(t) \quad (9)$$

Можно выполнить прямое преобразование Фурье для равенства (8) и перейти в спектральную область:

$$Tr_{i,j}(\omega) = W(\omega) \cdot S_i(\omega) \cdot R_j(\omega) \cdot Off_{\frac{i-j}{2}}(\omega) \cdot K_{\frac{i+j}{2}}(\omega) \quad (10)$$

Далее, если рассматривать только амплитудные спектры и линеаризовать (10), взяв от него натуральный логарифм, то:

$$\ln |Tr_{i,j}(\omega)| = \ln |W(\omega)| + \ln |S_i(\omega)| + \ln |R_j(\omega)| + \ln |Off_{\frac{i-j}{2}}(\omega)| + \ln |K_{\frac{i+j}{2}}(\omega)| \quad (11)$$

Фазовые спектры не рассматриваются, так как предполагается, что сигнал является минимально-фазовым.

Поверхностно-согласованная деконволюция реализуется в виде трехэтапной процедуры (Deeming, 1987; Cambois, Stoffa, 1992; Cary, Lorentz, 1993):

(1) *Спектральный анализ*: в заданном окне рассчитываются логарифмы амплитудных спектров  $\ln |Tr_{i,j}(\omega)|$  для каждой трассы.

(2) *Спектральное разложение (декомпозиция)*: по логарифмам амплитудных спектров трасс формируется переопределенная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в которой неизвестными являются соответствующие спектральные компоненты. Решение данной системы сводится к минимизации невязок между входными и модельными спектрами.

(3) *Построение и применение обратных операторов*: на данном этапе, согласно алгоритму Винера-Левинсона, вычисляются обратные операторы для упомянутых компонент сейсмической трассы, которые затем применяются ко всему массиву данных для всех или отдельных факторов.

Например, в случае данных 2D сейсморазведки, если общее число трасс  $N$ , то выражение (11) представляет собой систему из  $N$  линейных уравнений. Число неизвестных в них определяется как сумма количества ПВ, ПП, различных удалений и ОГТ на профиле, плюс одна неизвестная, отвечающая  $\ln |W(\omega)|$ . Практически, для решения системы необходимо взять прямое преобразование Фурье для каждой трассы набора данных, тогда для любой фиксированной частоты может быть получена своя система из  $N$  уравнений. Далее, каждая система решается с помощью численных методов, например, метода наименьших квадратов (МНК). В контексте темы выполняемой работы стоит подчеркнуть, что МНК является наиболее распространенным методом решения переопределенных СЛАУ в задаче поверхностно-согласованной деконволюции. По найденным спектрам с дополнительными математическими преобразованиями строятся обратные фильтры на основе критерия оптимальности по Винеру, пошаговое применение которых к сейсмограммам удаляет из данных влияние компонент, описанных в выражении (8).

Наибольшее искажающее влияние на сейсмическую запись оказывают составляющие  $S_i(\omega)$  и  $R_j(\omega)$ , поэтому они всегда удаляются из данных. Обратный фильтр для компоненты, отвечающей удалением, обычно остается неактивным (Боганик, Гурвич, 2006).

## 2.3. Параметры деконволюции и их определение

Для корректной работы деконволюции предварительно необходимо подобрать параметры, которые будут определять результат ее применения: оптимально выбранные параметры – основа устойчивого решения процедуры. Основными параметрами являются *длина оператора* ( $n$ ), *интервал (задержка, шаг) предсказания* ( $\alpha$ ) и *уровень белого шума* ( $\varepsilon$ ) при предварительном отбеливании. Их выбор не имеет точного математического обоснования, а связан с опытом обработчика и оценкой материалов, полученных в ходе ряда тестов. В дополнение, на качество сейсмограмм после деконволюции оказывают влияние *форма* и *размеры временного окна расчета функции автокорреляции*. Указанные параметры необходимы для всех выше описанных типов деконволюции.

### 2.3.1. Длина оператора

*Длина оператора* определяется по длине АКФ импульса, генерируемого источником. От данного параметра будет зависеть число коэффициентов в винеровском фильтре и, следовательно, время, требуемое для вычисления оператора и непосредственного расчета деконволюции. На практике, при неизвестной сигнатуре источнике, длина оператора выбирается на основании анализа АКФ сейсмограмм.

Для детерминистической деконволюции сжатия (обратной фильтрации) с ростом длины оператора результат деконволюции будет улучшаться. Для статистической деконволюции данный эффект будет ограниченным: при применении коротких операторов на выходных данных будет появляться случайный шум (аналогичное явление характерно для детерминистической деконволюции), далее, при увеличении длины оператора качество результата будет постепенно повышаться, однако с некоторой достаточно большой длины на сейсмограммах снова будут прослеживаться выбросы. Последнее объясняется тем, что длина используемой АКФ по сейсмограммам начнет превышать реальную длину АКФ импульса источника.

Таким образом, в идеальном случае, длина оператора выбирается приблизительно равной длине АКФ сигнатуры источника. Тем не менее, в действительности (статистическая деконволюция), длина оператора оценивается по первой переходной зоне (продолжительности первого изолированного пакета) АКФ сейсмической записи. В дополнение, для обеспечения достаточным количеством данных статистического подхода и повышения устойчивости, АКФ рассчитывается не по одной трассе, а по набору трасс, сейсмограммам (Dondurur, 2018).

### ***2.3.2. Интервал предсказания***

*Интервал предсказания* является самым важным параметром предсказывающей деконволюции, так как он влияет не только на вертикальное разрешение результата, но и на степень подавления кратных волн. Малые интервалы предсказания обеспечивают более сильное сжатие сейсмического импульсу, и, соответственно, в предельном случае, предсказывающая деконволюция стремится к деконволюции сжатия. Увеличение интервала предсказания приводит к редуцированию отбеливания спектра результата деконволюции, однако уменьшает и вероятность появления в данных низко- и высокочастотных помех. Таким образом, временное разрешение данных после деконволюции обратно величине интервала предсказания. Хотя численно интервал предсказания может быть любым, обычно диапазон тестируемых значений выбирается в пределах между первым и вторым прохождениями АКФ входных данных через нуль.

Если интервал предсказания не равен шагу дискретизации, то результатом предсказывающей деконволюции будет не единичный импульс с нулевой задержкой, а сигнал конечной длины. В общем случае, для входного сигнала длины  $(n + \alpha)$  мс, длины оператора  $n$  мс и интервала предсказания  $\alpha$  применение предсказывающей деконволюции обеспечит сжатие импульса до  $\alpha$  мс (Dondurur, 2018; Yilmaz, 2001).

### ***2.3.3. Окно расчета функции автокорреляции***

АКФ входной сейсмограммы дает существенную информацию для определения параметров деконволюции и оценки качества данных после ее применения. В статистической деконволюции автокорреляция используется непосредственно для расчета оператора деконволюции. Окно, в котором вычисляется АКФ, должно выбираться в области целевых отражений, где отсутствуют зашумленные зоны, участки нулевых амплитуд, а также волны и события, отличные от отраженных волн (первые вступления, конус поверхностных волн).

Длина окна должна быть достаточной для определения первой переходной зоны (изолированного волнового пакета) и обычно превышать по величине длину оператора в 3–10 раз. Оптимальные размер и форма окна АКФ могут быть оценены на основании тестов с различными окнами по сейсмограммам, временным разрезам, амплитудным спектрам, FX секциям и АКФ данных после деконволюции. В современных программах обработки реализованы алгоритмы каскадных окон, использующие различный дизайн окон на малых и больших временах сейсмической записи, то есть двух- и многооконные модификации (Dondurur, 2018).

### **2.3.4. Уровень белого шума**

Сущность и предпосылки применения процедуры предварительного отбеливания были описаны в разделе 2.2.1. Основным параметром предварительного отбеливания как составной части деконволюции является *уровень белого шума*. Действие предварительного отбеливания схоже с действием различных интервалов предсказания. Как и для больших задержек, высокий уровень белого шума приводит к сужению амплитудного спектра данных после деконволюции, и наоборот. Тем не менее, форма амплитудного спектра по-разному изменяется в зависимости от этих двух параметров (Yilmaz, 2001).

Предварительное отбеливание дает видимые результаты в достаточно ограниченной полосе частот, более того, его действие интуитивно менее понятно в сравнении с задержкой предсказания, величина которой напрямую определяет длительность импульса после деконволюции, следовательно, и амплитудный спектр выходных данных. Таким образом, на практике, предварительное отбеливание используется только для стабилизации процесса деконволюции, а уровень белого шума выбирается от сотых процента до десятка процентов.

### **2.4. Робастная поверхностно-согласованная деконволюция**

Классически, линеаризованный вариант переопределенной системы (8) в большинстве существующих программных комплексов решается с помощью метода наименьших квадратов или его модификаций. В этом случае в модели будут учтены только помехи, согласованные с поверхностью, то есть являющиеся общими для конкретной компоненты разложения. При этом случайно распределенная шумовая составляющая не будет включена в модель, что может являться причиной выбросов и ошибок в решении.

Таким образом, для наборов со значительным влиянием несогласованных помех может возникнуть ситуация, при которой результат потрассных реализаций для «сигнальных» трасс будет преобладать над результатом стандартных алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции ввиду одномерности построения обратных фильтров для первых.

По этим причинам при обработке сейсмических данных всё чаще прибегают к использованию робастных методов деконволюции, сочетающих в себе преимущества потрассных и поверхностно-согласованных методов.

Робастные алгоритмы поверхностно-согласованной деконволюции учитывают в модели данных не только факторы, связанные с поверхностью, но и случайно распределенную шумовую составляющую. При анализе существующих технологий выделяются два основных направления для повышения устойчивости процедуры или их комбинации:

1. *На этапе поверхностно-согласованной декомпозиции:*

В этом случае система линейных уравнений для нахождения составляющих записи, включенных в поверхностно-согласованную модель сейсмической трассы, решается посредством более сложных методов, которые будут давать статистически устойчивое решение.

## 2. На этапе деконволюции (построение и применение обратных операторов):

На первом шаге к полному набору данных применяются обратные операторы, согласованные с поверхностью. На втором шаге обеспечивается робастность алгоритма: вычисляются невязки между входными спектрами (логарифмами амплитудных/энергетических спектров) и суперпозицией аппроксимаций соответствующих компонент, полученных в процессе декомпозиции. Затем используется определенный критерий для оценки величины ошибок и классификации трасс на «сигнальные» и «шумные». После этого к «шумным» трассам применяются дополнительные операторы, которые корректируют их спектр, приближая его к спектру «сигнальных» трасс. Обычно подобным изменениям подвергается лишь небольшой процент записей всего набора, так как полученные амплитуды уже не соответствуют истинным, но остаются близкими к вероятным значениям (Kirchheimer, Ferber, 2001; Журавко, Адамович, 2015). Стоит отметить, что достижение устойчивости на этапе деконволюции алгоритмически может быть реализовано иначе (Королев и др., 2023; Матвеев и др., 2025).

## 2.5. Теоретические основы кепстрального анализа и гомоморфной деконволюции

### 2.5.1. Кепстры

Оригинальное определение (*энергетического*) кепстра было дано Б.П. Богертом и др. в статье 1963 г. («The Quefreny Analysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, Pseudo Autocovariance, Cross-Cepstrum and Saphe Cracking») как квадрат модуля обратного преобразования Фурье от натурального логарифма энергетического спектра сигнала (Bogert и др., 1963):

$$C_p(\tau) = |FT\{\ln |FT\{x(t)\}|^2\}|^2 \quad (12)$$

Здесь  $C_p(\tau)$  – энергетический кепстр,  $\tau$  – *кьюфренси*, независимая переменная в кепстральной области, имеющая единицы измерения времени,  $FT$  – прямое преобразование Фурье,  $x(t)$  – функция сигнала.

Также было введено понятие *амплитудного кепстра* ( $C_a(\tau)$ ), когда в равенстве (12) последнее возведение в квадрат не применяется ввиду отсутствия необходимости:

$$C_a(\tau) = |FT\{\ln |FT\{x(t)\}|^2\}| \quad (13)$$

Позднее было предложено новое определение *энергетического кепстра*:

$$C_p(\tau) = IFT\{\ln |FT\{x(t)\}|^2\} = IFT\{2 \ln(A(f))\} \quad (14)$$

Здесь  $IFT$  – обратное преобразование Фурье,  $A(f)$  – амплитудный спектр сигнала.

Можно выделить следующие предпосылки для использования равенства (14):

1. Оно подчеркивает связь между энергетическим кепстром и функцией автокорреляции  $R_{xx}(\tau)$ , которая может быть вычислена как обратное преобразование Фурье от спектра мощности сигнала:

$$R_{xx}(\tau) = IFT\{|FT\{x(t)\}|^2\} \quad (15)$$

2. Данное выражение близко к понятию *комплексного кепстра*, которое формулируется следующим образом:

$$C_c(\tau) = IFT\{\ln FT\{x(t)\}\} = IFT\{\ln\{A(f)e^{j\varphi(f)}\}\} = IFT\{\ln(A(f)) + j\varphi(f)\} \quad (16)$$

Здесь  $\varphi(f)$  – фазовый спектр функции сигнала.

Дополнительно была получена формула для так называемого *действительного кепстра*, которая выводится из равенства (16) посредством отбрасывания члена, содержащего фазовый спектр сигнала:

$$C_r(\tau) = IFT\{\ln |FT\{x(t)\}|\} = IFT\{\ln(A(f))\} \quad (17)$$

Таким образом, становится очевидным, что действительный и энергетический кепстры связаны между собой через множитель 2.

Стоит подчеркнуть некоторые общие особенности комплексного кепстра:

- в отличие от энергетического и действительного кепстров, комплексный кепстр учитывает фазовый спектр сигнальной функции;
- так как в выражении (16) рассматривается именно комплексный логарифм, который является многозначной функцией, то при его вычислении требуется выполнять развертку фазы  $\varphi(f)$  в непрерывную функцию частоты, что накладывает ограничения на его применение. Например, использование комплексного кепстра будет некорректным для стационарных сигналов, состоящих из дискретных частотных составляющих (где фаза сильно разрежена и не определена на промежуточных частотах) и стационарных случайных компонент (где фаза случайна);
- для действительной функции комплексный кепстр также является действительным.

Докажем последнее свойство, используя четность действительной и нечетность мнимой частей преобразования Фурье действительного сигнала. Предположим, что  $A(f)$  и  $\varphi(f)$  – амплитудный и фазовый спектры действительной функции  $x(t)$ , соответственно. Очевидно, что первый является четной, а второй – нечетной функциями. Выполним следующие преобразования:

$$C_c(\tau) = IFT\{\ln(A(f)) + j\varphi(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{\ln(A(f)) + j\varphi(f)\} e^{j2\pi f\tau} df \quad (18)$$

Раскрывая комплексную экспоненту в равенстве (18) по формуле Эйлера и перемножая скобки, получаем:

$$C_c(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{\ln(A(f)) \cos(2\pi f\tau)\} df - \int_{-\infty}^{+\infty} \{\varphi(f) \sin(2\pi f\tau)\} df + \\ j \int_{-\infty}^{+\infty} \{\ln(A(f)) \sin(2\pi f\tau)\} df + j \int_{-\infty}^{+\infty} \{\varphi(f) \cos(2\pi f\tau)\} df \quad (19)$$

Подынтегральные выражения в первых двух членах являются четными функциями как произведения функций одной четности ( $\ln(A(f))$  – четная функция как композиция произвольной функции с четной); функции под интегралами третьего и четвертого члена нечетные, следовательно, данные слагаемые обнуляются. Тогда комплексный кепстр действительного сигнала – действительная функция, что и требовалось доказать:

$$C_c(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{\ln(A(f)) \cos(2\pi f\tau)\} df - \int_{-\infty}^{+\infty} \{\varphi(f) \sin(2\pi f\tau)\} df \quad (20)$$

Все приведенные выше формулы кепстрального анализа целиком построены на теории Фурье и, следовательно, так же обладают свойством обратимости, однако *«вернуться» в исходную область (в которой была задана сигнальная функция) с учетом фазы сигнала позволяет лишь комплексный кепстр*. По этой причине именно его применение оказывается наиболее предпочтительным при обработке сейсмических данных (Randall, 1981, 2017; Randall и др., 2019; Stakenborg, 1984).

### 2.5.2. Терминология

В оригинальной статье Б.П. Богертом и др. кепстральный анализ (исходное определение кепстра приводится выше) применялся как эвристический метод определения времени прихода отражения в составном сигнале. Авторы продемонстрировали, что эффект запаздывающего отражения проявляется в виде периодической составляющей (косинусоид) в логарифме спектра (как будет показано ниже). «Частота» такой пульсации легко определяется путем вычисления прямого/обратного преобразования Фурье от логарифмического спектра, в результате которого эта «частота» будет отображаться как пик. Однако единицы измерения «частоты» этой периодической компоненты в логарифмическом спектре будут выражены в единицах времени; следовательно, независимой переменной (абсциссой) в спектре (обратном преобразовании Фурье) логарифмического спектра является время. Наблюдается также, что другие параметры претерпевают аналогичные преобразования единиц измерения. Чтобы избежать путаницы, Б.П.Богертом и др. были введены следующие ныне классические перефразированные в соответствии с правилом слогового обмена термины (Bogert и др., 1963):

frequency..... quefrensy  
 spectrum.....cepstrum  
 phase.....sapha  
 amplitude.....gamnitude  
 filtering.....liftering  
 harmonic.....rahmonic  
 period.....repiod.

Автором работы приводятся исходные англоязычные понятия, так как русскоязычные аналоги существуют только для «cepstrum» (кепстр) и «quefrensy» (кьюфренси или сачтота), по-видимому, потому что данные определения оказываются наиболее употребительными.

Кьюфренси как независимая переменная кепстра имеет единицы измерения времени, как и в случае автокорреляции. Кьюфренси в секундах является аналогом частоты в Гц конкретной периодически повторяющейся компоненты в исходном частотном спектре (логарифме частотного спектра). Малые значения кьюфренси соответствуют плавным (медленным) колебаниям спектра, а высокие – его более быстрым изменениям.

Термин «liftering» также требует пояснения, по мнению автора, поскольку косвенно предполагается в данной работе. Вообще, под «liftering» подразумевается любая линейная фильтрация в кепстральной области. На практике указанная процедура в сейсморазведке применяется, например, для разделения сигнатуры источника и импульсной характеристики среды, а именно гомоморфной деконволюции (Childers и др., 1977; Oppenheim, Schaffer, 2004; Randall, 1981; Stakenborg, 1984).

### 2.5.3. Предпосылки кепстрального анализа. Модели одного и двух идеальных отражений

Для того, чтобы понять, что именно привело к появлению понятия кепстра, необходимо рассмотреть следующую *аддитивную модель сигнала с единичным идеальным отражением* и ее **энергетический кепстр**:

$$x(t) = s(t) + \alpha s(t - \theta) \quad (21)$$

Здесь  $s(t)$  – сигнатура источника,  $\alpha$  – константа, соответствующая коэффициенту отражения ( $|\alpha| < 1$ ),  $\theta$  – время, на котором находится данное отражение.

Возьмем прямое преобразование Фурье от выражения (21) и воспользуемся теоремой о временном сдвиге:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{s(t) + \alpha s(t - \theta)\} e^{-j2\pi ft} dt = S(f)\{1 + \alpha e^{-j2\pi f\theta}\} \quad (22)$$

Здесь  $S(f)$  – прямое преобразование Фурье от функции  $s(t)$ .

Далее, перейдем к спектру мощности, домножив равенство (22) на комплексно-сопряженное, и раскроем скобки:

$$|X(f)|^2 = X(f)X^*(f) = |S(f)|^2(1 + \alpha e^{-j2\pi f\theta})(1 + \alpha e^{j2\pi f\theta}) = |S(f)|^2 \left(1 + 2\alpha \frac{e^{j2\pi f\theta} + e^{-j2\pi f\theta}}{2} + \alpha^2\right) = |S(f)|^2(1 + 2\alpha \cos(2\pi f\theta) + \alpha^2) \quad (23)$$

Прологарифмируем выражение (23):

$$\ln|X(f)|^2 = \ln|S(f)|^2 + \ln(1 + 2\alpha \cos(2\pi f\theta) + \alpha^2) \quad (24)$$

Воспользуемся разложением в ряд Тейлора для второго слагаемого в (24) ( $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots$ ,  $|x| < 1$ ) в предположении малости коэффициента отражения ( $|2\alpha \cos(2\pi f\theta) + \alpha^2| < 1$ ) и перегруппируем результат:

$$\ln|X(f)|^2 = \ln|S(f)|^2 + \ln(1 + 2\alpha \cos(2\pi f\theta) + \alpha^2) = \ln|S(f)|^2 + (2\alpha \cos(2\pi f\theta) + \alpha^2) - \frac{(2\alpha \cos(2\pi f\theta) + \alpha^2)^2}{2} + \dots = \ln|S(f)|^2 + A + B \cos(2\pi f\theta) + C \cos(2\pi f(2\theta)) + \dots \quad (25)$$

Здесь  $A, B$  и  $C$  – коэффициенты при соответствующих функциях косинуса.

Таким образом, видно, что *единичное отражение вносит в логарифм спектра мощности сигнала аддитивные составляющие в виде косинусоид с периодом, кратным времени первичного отражения  $\theta$ .*

Возьмем обратное преобразование Фурье от равенства (25), то есть получим кепстр мощности для (25):

$$C_{px}(\tau) = C_{ps}(\tau) + A\delta(\tau) + \frac{B}{2}[\delta(\tau + \theta) + \delta(\tau - \theta)] + \frac{C}{2}[\delta(\tau + 2\theta) + \delta(\tau - 2\theta)] + \dots \quad (26)$$

Здесь  $C_{px}(\tau)$ ,  $C_{ps}(\tau)$  – энергетические кепстры для  $x(t)$  и  $s(t)$ , соответственно;  $\delta(\tau)$  – дельта-функция.

Из (26) следует, что *в энергетическом кепстре единичное отражение проявляется как дельта-функции на кьюфренси, соответствующих однократному отражению  $\theta$  и кратных ему.*

Аналогичные рассуждения можно сделать для модели с двумя отражениями:

$$x(t) = s(t) + \alpha_1 s(t - \theta_1) + \alpha_2 s(t - \theta_2) \quad (27)$$

Здесь  $\alpha_1$  и  $\theta_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\theta_2$  – коэффициенты и времена первого и второго отражения, соответственно.

Для (27) найдем спектр мощности, приведем подобные и прологарифмируем:

$$\ln|X(f)|^2 = \ln|S(f)|^2 + \ln[1 + 2\alpha_1 \cos(2\pi f\theta_1) + 2\alpha_2 \cos(2\pi f\theta_2) + 2\alpha_1\alpha_2 \cos(2\pi f(\theta_1 - \theta_2)) + \alpha_1^2 + \alpha_2^2] \quad (28)$$

Очевидно, что последовательное разложение по Тейлору второго члена в правой части (28) приведет к ряду косинусоидальных составляющих, которые в энергетическом кепстре будут образовывать серию  $\delta$ -импульсов. Импульсы возникают на временах, кратных задержкам отражений  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , их сумме и разности. Высота пиков зависит от значений амплитуд  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Целесообразно также рассмотреть модели (21) и (27) в случае **комплексного кепстра**. Сначала проведем оценки для модели с единичным отражением и повторим переход от (21) к (22), после чего возьмем натуральный логарифм от (22):

$$\ln X(f) = \ln S(f) + \ln(1 + \alpha e^{-j2\pi f\theta}) \quad (29)$$

Разложим второй член в правой части (29) в ряд Тейлора для функций комплексного переменного:

$$\ln X(f) = \ln S(f) + \alpha e^{-j2\pi f\theta} - \frac{\alpha^2}{2} e^{-j2\pi f2\theta} + \frac{\alpha^3}{3} e^{-j2\pi f3\theta} - \dots \quad (30)$$

В конце остается взять обратное преобразование Фурье, иначе говоря, найти комплексный кепстр для (30):

$$C_{cx}(\tau) = C_{cs}(\tau) + \alpha\delta(\tau - \theta) - \frac{\alpha^2}{2}\delta(\tau - 2\theta) + \frac{\alpha^3}{3}\delta(\tau - 3\theta) - \dots \quad (31)$$

Здесь  $C_{cx}(\tau)$  и  $C_{cs}(\tau)$  – комплексные кепстры для  $x(t)$  и  $s(t)$ , соответственно.

Результат вывода (31) представляет собой сумму комплексного кепстра сигнатуры источника и последовательности всплесков с уменьшающимися амплитудами и чередующимися знаками в положительном времени.

На примере описанной выше модели с двумя отражениями (27) объясним применение техники комплексного кепстра для случая нескольких рефлекторов. Рассчитаем прямое преобразование Фурье от равенства (27) и воспользуемся теоремой о временном сдвиге:

$$X(f) = S(f)\{1 + \alpha_1 e^{-j2\pi f\theta_1} + \alpha_2 e^{-j2\pi f\theta_2}\} \quad (32)$$

Прологарифмируем (32):

$$\ln X(f) = \ln S(f) + \ln(1 + \alpha_1 e^{-j2\pi f\theta_1} + \alpha_2 e^{-j2\pi f\theta_2}) \quad (33)$$

Представим второе слагаемое (33) в виде ряда в предположении, что  $|\alpha_1 e^{-j2\pi f\theta_1} + \alpha_2 e^{-j2\pi f\theta_2}| < 1$ :

$$\begin{aligned} \ln X(f) = \ln S(f) + (\alpha_1 e^{-j2\pi f\theta_1} + \alpha_2 e^{-j2\pi f\theta_2}) - \frac{1}{2}(\alpha_1 e^{-j2\pi f\theta_1} + \alpha_2 e^{-j2\pi f\theta_2})^2 + \\ \frac{1}{3}(\alpha_1 e^{-j2\pi f\theta_1} + \alpha_2 e^{-j2\pi f\theta_2})^3 - \dots \end{aligned} \quad (34)$$

Тогда комплексный кепстр будет равен сумме комплексного кепстра импульса источника и совокупности масштабированных на коэффициенты отражения  $\delta$ -функций, продвинутых во времени на различные комбинации  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (времена прихода первичных отражений) (Jain Gwohann, 1982; Martin, Burley, 1986):

$$C_{cx}(\tau) = C_{cs}(\tau) + \alpha_1 \delta(\tau - \theta_1) + \alpha_2 \delta(\tau - \theta_2) - \frac{\alpha_1^2}{2} \delta(\tau - 2\theta_1) - \frac{\alpha_2^2}{2} \delta(\tau - 2\theta_2) - \alpha_1 \alpha_2 \delta(\tau - (\theta_1 + \theta_2)) + \dots \quad (35)$$

#### 2.5.4. Свойства комплексного кепстра

Как было отмечено выше, комплексный кепстр является наиболее перспективной характеристикой при обработке сигналов в кепстральной области, поэтому в данном разделе будут рассмотрены свойства комплексного кепстра с целью понимания практических аспектов его применения.

Помимо формулы (16), комплексный кепстр можно записать в более общем виде через  $z$ -преобразование; рассмотрим последовательный переход на примере дискретного сигнала  $x(t)$ :

$$X(z) = \sum_{t=-\infty}^{+\infty} x(t) z^{-t} \quad (36)$$

Здесь  $X(z)$  – прямое  $z$ -преобразование  $x(t)$ ,  $z = e^{\sigma + j2\pi f}$ .

Возьмем натуральный логарифм от (36):

$$\hat{X}(z) = \ln X(z) = \ln |X(z)| + j \arg[X(z)] \quad (37)$$

Выполним обратное  $z$ -преобразование для (37):

$$C_{cx}(\tau) = \frac{1}{2\pi j} \oint_C \hat{X}(z) z^{\tau-1} dz \quad (38)$$

Здесь  $\tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $C$  – контур интегрирования, радиус которого определяется выбором  $\sigma$ .

Свойство 1. Комплексный кепстр свертки двух (и более) сигналов есть сумма их комплексных кепстров:

$$x(t) = f(t) * g(t) \leftrightarrow C_{cx}(\tau) = C_{cf}(\tau) + C_{cg}(\tau) \quad (39)$$

Свойство 2. Комплексный кепстр действительной последовательности также является действительным (доказательство приведено выше).

Свойство 3. Свойства комплексных кепстров *минимально-* и *максимально-фазовых* последовательностей, которые были доказаны А.В. Оппенгеймом и Р.В. Шафером:

- 1) Если  $x(t)$  – *минимально-фазовая* последовательность, то ее комплексный кепстр  $C_{cx}(\tau)$  – *каузальная* последовательность, то есть  $C_{cx}(\tau) = 0$  для  $\tau < 0$ . При этом все

нули и полюса ее  $z$ -преобразования  $X(z)$  лежат внутри круга единичного радиуса на  $z$ -плоскости.

- 2) Если  $x(t)$  – *максимально-фазовая* последовательность, то ее комплексный кепстр  $C_{cx}(\tau)$  – *антикаузальная* последовательность, то есть  $C_{cx}(\tau) = 0$  для  $\tau > 0$ . При этом все нули и полюса ее  $z$ -преобразования  $X(z)$  лежат вне круга единичного радиуса на  $z$ -плоскости.

Очевидно, что для смешанно-фазовых последовательностей, каковыми обычно представлены сейсмические записи, комплексный кепстр будет содержать отсчеты как для положительных, так и для отрицательных значений кьюфренси.

Свойство 4. Связь действительного и комплексного кепстров действительной минимально-фазовой последовательности, которая следует из свойства восстановления каузальной последовательности на основании ее четной части.

Пусть  $x(t)$  – действительная минимально-фазовая последовательность. Тогда из формулы (20) видно, что комплексный кепстр действительной последовательности раскладывается на четную и нечетную составляющие относительно переменной  $\tau$ , причем первое слагаемое – действительный кепстр  $x(t)$ . Отсюда следует промежуточный вывод, что *действительный кепстр действительного сигнала является четной функцией*:

$$C_{cx}(\tau) = C_{rx}(\tau) - \int_{-\infty}^{+\infty} \{\varphi(f) \sin(2\pi f\tau)\} df \quad (40)$$

Так как любую функцию с симметричной относительно начала координат областью определения можно представить в виде суммы четной и нечетной функций следующим образом:

$$f(t) = \frac{f(t)+f(-t)}{2} + \frac{f(t)-f(-t)}{2} \quad (41)$$

, то для действительного кепстра последовательности  $x(t)$  имеем:

$$C_{rx}(\tau) = \frac{C_{cx}(\tau) + C_{cx}(-\tau)}{2} \quad (42)$$

Значит, для минимально-фазовой последовательности  $x(t)$  из *свойства 3* и соотношения (42) имеется следующая связь действительного и комплексного кепстров:

$$C_{cx}(\tau) = \begin{cases} 0, \tau < 0 \\ C_{rx}(\tau), \tau = 0 \\ 2C_{rx}(\tau), \tau > 0 \end{cases} \quad (43)$$

Свойство 5. Комплексный кепстр сигнала, спектр которого является плавным, имеет тенденцию концентрироваться вблизи малых абсолютных значений кьюфренси.

Свойство 6: Если импульсная характеристика среды  $r(t)$  – это минимально-фазовая последовательность, для которой время первого отражения равно  $N$ , причем:

$$\begin{aligned} r(0) &\neq 0 \\ r(t) &= 0, 0 < t < N \end{aligned} \quad (44)$$

Тогда ее комплексный кепстр  $C_{cr}(\tau)$  равен 0 для таких  $\tau$ , что  $0 < \tau < N$ .

Свойство 7: Комплексный кепстр периодической функции (последовательности) есть периодическая функция (последовательность) с тем же периодом.

Последовательно докажем **свойство 6** на примере минимально-фазовой последовательности коэффициентов отражения  $r(t)$ . Воспользуемся обозначением, введенным ранее в формуле (37):

$$\hat{R}(z) = \ln R(z) \quad (45)$$

Следовательно, при дифференцировании (45) имеем:

$$\frac{d\hat{R}(z)}{dz} = \frac{1}{R(z)} \frac{dR(z)}{dz} \quad (46)$$

Пусть  $R(z)$  является рациональной функцией, то есть представима в форме:

$$R(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} \quad (47)$$

Тогда, подставив (47) в (46), получим:

$$\frac{d\hat{R}(z)}{dz} = \frac{P'(z)Q(z) - P(z)Q'(z)}{P(z)Q(z)} \quad (48)$$

Здесь целесообразно сделать некоторое замечание: *взятие натурального логарифма от z-преобразования вносит дополнительное количество нулей и полюсов к нулям и полюсам первоначальной функции. Если  $z_0$  – нуль оригинальной функции  $R(z)$ , то он станет полюсом для функции  $\hat{R}(z)$ . В дополнение, если для  $z_1$   $R(z_1) = 1$ , тогда  $z_1$  является нулем для  $\hat{R}(z)$ . Таким образом, полюса и нули исходной функции становятся полюсами ее логарифма, а «единицы» – нулями.*

По свойству дифференцирования z-преобразования для последовательности  $\tau C_{cr}(\tau)$  справедливо следующее соотношение:

$$\tau C_{cr}(\tau) \stackrel{z}{\leftrightarrow} -z \frac{d\hat{R}(z)}{dz} \quad (49)$$

Из (49) очевидно, что полюса z-преобразования от  $\tau C_{cr}(\tau)$ , соответствуют полюсам и нулям z-преобразования от  $r(t)$ . Значит, если все полюса и нули  $R(z)$  лежат внутри круга единичного радиуса на z-плоскости, что отвечает минимально-фазовой последовательности  $r(t)$ , то все полюса  $-z \frac{d\hat{R}(z)}{dz}$  также лежат внутри единичного круга, так что  $\tau C_{cr}(\tau)$  и, следовательно,  $C_{cr}(\tau)$

равны нулю для любых  $\tau < 0$  (по *свойству 3.1*). Аналогичные рассуждения можно сделать для максимально-фазовой последовательности.

Выражение (46) может быть переписано и для временной области с использованием теоремы о свертке, в частности, для случая:

$$-z R(z) \frac{d\hat{R}(z)}{dz} = -z \frac{dR(z)}{dz} z^{-1} \leftrightarrow nr(n) = r(n) * [nC_{cr}(n)] \quad (50)$$

или

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} k C_{cr}(k) r(n-k) = nr(n) \quad (51)$$

Здесь  $n$  и  $k$  – переменные, измеряемые в единицах времени и характеризующие как временную ось, так и ось кьюфренси. Этот факт еще раз подчеркивает тесную взаимосвязь временной и кепстральной областей.

Если  $r(n) = 0$  и  $C_{cr}(n) = 0$  для  $n < 0$ , иначе говоря,  $r(n)$  минимально-фазовая, то (51) переписывается в виде:

$$nC_{cr}(n)r(0) + \sum_{k=0}^{n-1} k C_{cr}(k)r(n-k) = nr(n) \quad (52)$$

Перенесем второе слагаемое в правую часть и разделим получившееся равенство на  $nr(0)$  (при условии, что  $r(0) \neq 0$ ), получая рекурсивную формулу для комплексного кепстра:

$$C_{cr}(n) = \frac{1}{r(0)} \left[ r(n) - \sum_{k=0}^{n-1} \left( \frac{k}{n} \right) C_{cr}(k)r(n-k) \right], \quad n > 0 \quad (53)$$

Из (53) видно, что если  $r(n)$  равна нулю для  $0 < n < N$ , тогда и  $C_{cr}(n)$  равен нулю на указанном интервале (доказали *свойство 6*) (Childers и др., 1977; Mi, Margrave, 1999; Oppenheim и др., 1976, 1999; Oppenheim, Tribolet, 1978; Pei Soo-Chang, Lin Huei-Shan, 2005; Shensa, 1976; Smith, Ferguson, 2014; Stoffa и др., 1974; Tribolet, Oppenheim, 1977).

### 2.5.5. Гомоморфные системы

В общем случае термин «гомоморфизм» является понятием линейной алгебры, которое обозначает сохраняющее структуру (основные операции и отношения) отображение между двумя алгебраическими объектами одного и того же типа (такими как две группы или два векторных пространства). В частности, гомоморфизм векторных пространств соответствует *линейным отображениям или линейным преобразованиям*.

Основная идея теории гомоморфных систем заключается в том, что многие операции обработки сигналов удовлетворяют тем же алгебраическим постулатам, что и сложение. Следовательно, гомоморфные отображения между пространствами сигналов, в которых эти другие операции играют роль сложения сигналов (векторов), по сути, являются линейными

отображениями в обобщенном смысле. Таким образом, возник новый подход к ряду проблем разделения сигналов, объединенных не аддитивно, например, путем свертки или умножения. Также стоит отметить, что операции в исходном и конечном пространствах необязательно должны совпадать. Потенциальными областями применения гомоморфного разделения сигналов, в первую очередь стали деконволюция и подавление кратных волн.

Далее, формально определим, что подразумевается под гомоморфными системами, то есть под системами, удовлетворяющими *обобщенному принципу суперпозиции*.

Принцип суперпозиции, как он сформулирован для линейных систем, требует, чтобы для любых входных данных  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  и любого скаляра  $c$  выполнялись следующие свойства:

$$T[x_1(t) + x_2(t)] = T[x_1(t)] + T[x_2(t)] \quad (54)$$

$$T[cx_1(t)] = cT[x_1(t)] \quad (55)$$

Здесь  $T$  – линейная система (отображение).

Обобщение принципа суперпозиции предполагает, что для некоторых нелинейных систем будут выполняться свойства, схожие с (54) и (55). Для его формулировки рассмотрим систему с преобразованием  $\phi$ , множеством возможных входных и выходных данных  $\{x(t)\}$  и  $\{y(t)\}$  ( $\{\phi[x(t)]\}$ ), соответственно. Обозначим  $x_1(t) \circ x_2(t)$  комбинацию любых двух входных последовательностей с операцией  $\circ$ , а  $y_1(t) \square y_2(t)$  комбинацию любых двух выходных последовательностей с операцией  $\square$ . Аналогично определим комбинации входных и выходных данных со скаляром  $c$  и соответствующими операциями  $*$  и  $:$ :  $c * x(t)$  и  $c : y(t)$ . Тогда говорят, что система удовлетворяет обобщенному принципу суперпозиции, если выполняются свойства:

$$\phi[x_1(t) \circ x_2(t)] = \phi[x_1(t)] \square \phi[x_2(t)] \quad (56)$$

$$\phi[c * x(t)] = c : \phi[x(t)] \quad (57)$$

Подчеркнем еще раз, что системы, удовлетворяющие (56), (57) называются гомоморфными системами. Очевидно, когда операции " $\circ$ " и " $\square$ " соответствуют сложению, а " $*$ " и " $:$ " – умножению, то система  $\phi$  будет линейной (Борисенко, Калайдина, 2010; Митрофанов, 2015; Nicolas, 1988; Oppenheim, 1967; Oppenheim и др., 1976; Oppenheim, Schaffer, 2004; Oppenheim, Tribolet, 1978; Otis, Smith, 1977; Tribolet, Oppenheim, 1977; Ulrych, 1971; Ulrych и др., 1972).

### 2.5.6. Гомоморфная фильтрация (*liftering*)

При решении проблемы фильтрации сигналов, полученных аддитивно (в результате сложения), зачастую используется линейная фильтрация ввиду аналитического удобства работы с подобными сигналами. Основное преимущество линейной фильтрации, применяемой к сумме

сигналов, заключается в том, что если поведение фильтра для каждой из компонент по отдельности известно, то поведение для суммы является суммой откликов, как следствие принципа суперпозиции.

А.В. Оппенгейм предложил обобщение этого принципа на определенный класс нелинейных систем, то есть гомоморфных систем, для которых линейная фильтрация в обычном представлении не имела бы смысла. Первым шагом в разработке гомоморфной фильтрации, в частности для целей деконволюции, было создание как базовой теории, так и способов реализации гомоморфных систем для свертки (Oppenheim, 1967).

В кандидатской диссертации А.В. Оппенгейма было показано, что все гомоморфные системы (фильтры) имеют каноническое представление, состоящее из каскада трех систем (рис.1). Первая система  $D_* [ ]$  представляет собой обратимый нелинейный характеристический оператор (систему), который отображает неаддитивную комбинационную операцию, такую как свертка, в обычное сложение. Вторая система  $L [ ]$  представляет собой линейную систему, подчиняющуюся аддитивной суперпозиции, а третья система  $D_*^{-1} [ ]$  является обратной первой нелинейной системе (обратная характеристическая система). Таким образом, для сигналов, объединенных сверткой, гомоморфная система фильтрации (деконволюции) преобразует свертку в сложение, затем сложение в сложение и, наконец, сложение в свертку.

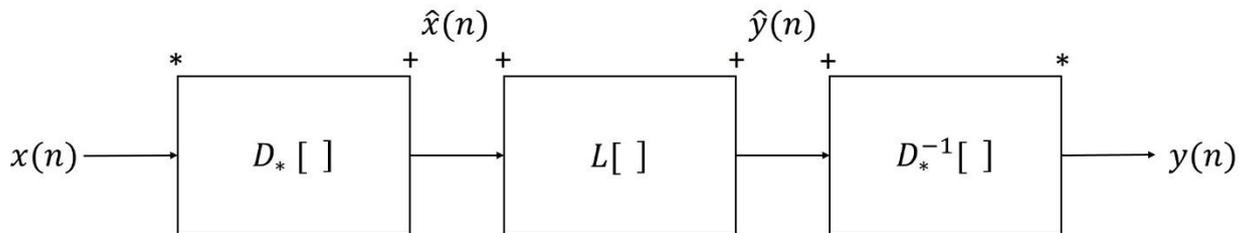


Рисунок 1. Каноническое представление гомоморфной системы для свертки.

Смысл такого канонического представления гомоморфных систем состоит в следующем: если преобразования (отображения)  $D_* [ ]$  и  $D_*^{-1} [ ]$  обеспечивают гомоморфизм при переводе операции  $*$ , определенной над пространством сигналов  $x(n)$ , в операцию сложения  $(+)$  для их образов и обратно, то разнообразные виды совокупных гомоморфных систем (фильтров) будут иметь различия только в линейной системе  $L [ ]$ , которая и обеспечивает гибкость при выборе и построении требуемого фильтра.

Для операции свертки (обозначаемой  $*$ ) характеристический оператор  $D_* [ ]$  обладает тем свойством, что  $D_* [x_1 * x_2] = \hat{x}_1 + \hat{x}_2$ , где  $D_* [x_1] = \hat{x}_1$  и  $D_* [x_2] = \hat{x}_2$  ( $\hat{x}_1$  и  $\hat{x}_2$  – комплексные кепстры  $x_1$  и  $x_2$ , соответственно). Подход к реализации нелинейного отображения  $D_* [ ]$  можно расписать более подробно через комплексный натуральный логарифм комплексного

преобразования Фурье. То есть, если два сигнала свернуты, их Фурье-образы ( $z$ -преобразования) перемножаются, а соответствующим образом определенное комплексное логарифмирование над ними дает сумму двух натуральных логарифмов от преобразований Фурье ( $z$ -преобразований). Обратное преобразование Фурье (обратное  $z$ -преобразование) от суммы представляет собой сумму двух отдельных обратных преобразований, поэтому последовательность операций: прямое преобразование Фурье (прямое  $z$ -преобразование)  $\rightarrow$  комплексный натуральный логарифм  $\rightarrow$  обратное преобразование Фурье (обратное  $z$ -преобразование), – отображает свертку в сумму соответствующих образов сигналов. Схожим образом определяется обратная характеристическая система  $D_*^{-1}[\ ]$ , с тем лишь отличием, что прямое и обратное преобразования Фурье ( $z$ -преобразование) меняются очередностью, а вместо логарифмирования берется комплексная экспонента.

Понятия «liftering» или гомоморфная фильтрация означают ослабление определенных кьюфренси компонент в комплексном кепстре, которое может достигаться различными способами. В идеальном случае кепстры первоначально свернутых функций, которые оказываются линейно наложенными функциями в кепстральной области, будут легко идентифицироваться, и нежелательные компоненты сигнала могут быть удалены с помощью простой оконной функции или «lifter» (гомоморфного фильтра) (Борисенко, Калайдина, 2010; Митрофанов, 2015; Nicolas, 1988; Oppenheim, 1967; Oppenheim и др., 1976; Oppenheim, Schaffer, 2004; Oppenheim, Tribolet, 1978; Otis, Smith, 1977; Peardon, Evans, 1991; Tribolet, Oppenheim, 1977; Ulrych, 1971; Ulrych и др., 1972).

### ***2.5.7. Вычислительные соображения при использовании комплексного кепстра и гомоморфной деконволюции***

Принципиальным шагом при использовании гомоморфной деконволюции является расчет комплексного кепстра, построенный на обратном  $z$ -преобразовании (преобразовании Фурье) прямого  $z$ -преобразования (преобразования Фурье) исходного сигнала. В этом контексте для получения корректного результата возникает необходимость рассмотрения ряда вычислительных соображений, часть из которых не требуется для минимально-фазовых последовательностей.

#### **Развертка фазы**

Вычисление комплексного кепстра осложняется тем фактом, что комплексный логарифм является многозначной функцией (выражения (16), (37)). Если мнимая часть логарифма вычисляется на полуинтервале  $(-\pi, \pi]$ , то есть оценивается как его главное значение, то на фазовой кривой появляются разрывы. Это недопустимо, поскольку функция  $\ln X(z)$  является

прямым  $z$ -преобразованием  $C_{cx}(\tau)$  и, следовательно, должна быть аналитической в некоторой кольцевой области  $z$ -плоскости, включающей контур (в противном случае гомоморфная система  $D_* [ ]$  (см. раздел 2.5.5. Гомоморфные системы) не будет однозначной). Данную проблему можно устранить, сделав следующие замечания:

- 1) Мнимая часть  $\ln X(z)$  должна быть непрерывной и периодической (вычисляемой на единичном круге) функцией  $f$ , так как логарифм спектра исходной последовательности соответствует прямому  $z$ -преобразованию  $C_{cx}(\tau)$ .
- 2) Должно выполняться условие нечетности мнимой части  $\ln X(z)$  для того, чтобы комплексный кепстр действительной функции был действительным. При этом очевидно, что для действительного сигнала действительная часть  $\ln X(z)$  должна быть четной.

При соблюдении этих требований можно восстановить развернутую фазовую кривую, например, с помощью следующего несложного алгоритма (при условии, что фаза продискретизирована с достаточно малым шагом, гарантирующим ее изменение не более чем на  $\pi$  между соседними отсчетами), который основан на обнаружении разрывов в искомой функции. Точки разрыва определяются посредством расчета разницы между соседними дискретами главного значения мнимой части  $\ln X(z)$ : в тех местах, где разность превосходит по модулю  $\pi$ , можно говорить о наличии разрыва. Таким образом, прибавляя или вычитая  $2\pi$ , можно получить необходимую развертку по фазе:

$$C(k) = \begin{cases} 0, & \text{если } k = 0 \\ C(k-1) - 2\pi, & \text{если } P(k) - P(k-1) > \pi \\ C(k-1) + 2\pi, & \text{если } P(k-1) - P(k) > \pi \\ C(k-1), & \text{во всех остальных случаях} \end{cases} \quad (58)$$

Здесь  $P(k)$  – последовательность главного значения мнимой части логарифма спектра входного сигнала, а  $C(k)$  – корректирующая последовательность, прибавление которой к  $P(k)$  дает развернутую фазовую кривую.

Важно подчеркнуть, что при процедуре развертывания для действительных последовательностей итоговая фаза на нулевой частоте должна быть равна нулю, поскольку первый отсчет мнимой части  $z$ -преобразования (преобразования Фурье) действительных сигналов всегда равен нулю.

Выполнение развертывания фазы не требуется для минимально-фазовых последовательностей (Childers и др., 1977; Jain Gwo-hann, 1982; Oppenheim, Tribolet, 1978).

### Экспоненциальное взвешивание

Экспоненциальное взвешивание было предложено Р.В. Шафером (1969 г.) как метод, с помощью которого можно приводить максимально- и смешанно-фазовые последовательности к минимально-фазовому виду и, следовательно, использовать особые свойства последних.

В уравнении (36) оригинальная временная последовательность преобразуется в  $z$ -образ  $X(z)$ , который существует во всей комплексной  $z$ -плоскости (в области определения) так же, как и  $\hat{X}(z)$  из равенства (37). Тем не менее, выражение (38) включает в себя только те значения  $\hat{X}(z)$ , которые лежат на замкнутом контуре интегрирования  $C$ , то есть комплексный кепстр  $C_{cx}(\tau)$  является функцией конкретного контура.

При вычислении комплексного кепстра с помощью дискретного преобразования Фурье для действительных частот вместо  $z$ -преобразования контур интегрирования ограничивается единичной окружностью ( $\sigma = 0$  в выражении  $z = e^{\sigma + j2\pi f}$ ). Однако, если умножить входную дискретную функцию времени  $x(t)$  на весовую функцию  $\alpha^t$ , где  $0 < \alpha < 1$ , то исходный контур интегрирования трансформируется в окружность радиуса  $e^\sigma$ , где  $\sigma = -\ln \alpha$ . Так как  $\alpha < 1$ , то  $\sigma$  имеет положительное значение, значит,  $e^{-\sigma t}$  – экспоненциально убывающая функция.

Тогда заданная в равенстве (36) следующим образом переменная  $z = e^{\sigma + j2\pi f}$  дает возможность включить весовую функцию как часть определения, так что контур в интегрирования в уравнении (38) будет изменяться в зависимости от выбора  $\sigma$  ( $\alpha$ ). В этом случае при возвращении во временную область из кепстральной и выполнении обратного  $z$ -преобразования (последний переход в системе  $D_*^{-1}[\ ]$ ) необходимо производить взвешивание с весовым коэффициентом  $\alpha^{-t}$ , который гарантирует равенство контуров интегрирования в прямой  $D_*[\ ]$  и обратной  $D_*^{-1}[\ ]$  характеристических системах.

Поскольку преобразование Фурье ограничивается оценкой  $\hat{X}(z)$  на единичной окружности  $z$ -плоскости, то можно считать, что эффект взвешивания заключается в перемещении полюсов и нулей  $\hat{X}(z)$  радиально внутрь на коэффициент  $e^\sigma$ , а обратное взвешивание возвращает их в исходное положение.

Другими словами, если предположить, что самый дальний нуль (полюс)  $X(z)$ , прямого  $z$ -преобразования входного смешанно-фазового (максимально-фазового) сигнала  $x(t)$ , равен  $z_0$ , где  $|z_0| > 1$ , и требуется привести  $x(t)$  к минимально-фазовому виду  $y(t)$ , то самый дальний нуль (полюс)  $Y(z)$  должен быть равен  $\alpha z_0$ , где  $|\alpha z_0| < 1$ . То есть:

$$Y(z) = X(\alpha^{-1} z), \quad (59)$$

что по свойству масштабирования в  $z$ -области соответствует в пространстве времен:

$$y(t) = \alpha^t x(t), \alpha < 1 \quad (60)$$

### Аляйсинг и добавление нулей

Аляйсинг возникает в комплексном кепстре в результате операции нелинейного логарифмирования  $X(z)$ , за которой следует дискретное обратное преобразование Фурье. Не смотря на то, что  $X(z)$  может быть продискретизирована с достаточным шагом, нелинейные операции, такие как: логарифм, модуль и арктангенс, – вводят дополнительные гармоники в  $\hat{X}(z)$ . Таким образом, частота дискретизации может оказаться недостаточной для корректного восстановления  $\hat{X}(z)$ , что приводит к аляйсингу в комплексном кепстре.

Поскольку в сигнале обычно присутствуют все гармоники вплоть до бесконечных кьюфренси, комплексный кепстр, как правило, будет отличным от нуля до бесконечности. Эффект использования дискретного преобразования Фурье заключается в том, чтобы поместить эти значения кьюфренси в основной диапазон времен:  $-1/2\Delta f < \tau < 1/2\Delta f$ , где  $\Delta f$  – интервал дискретизации в частотной области. Р.В. Шафер (1969 г.) показал, что взвешивание  $\alpha^\tau$  накладывается на комплексный кепстр посредством взвешивания во временной области функцией  $\alpha^t$ , то есть экспоненциальное взвешивание может помочь подавить аляйсинг в кепстральной области. Так происходит, потому что  $e^{-\sigma t}$  сглаживает  $\hat{X}(z)$ , когда он вычисляется на единичной окружности, перемещая его полюса и нули (если функция уже имеет минимальную фазу) дальше внутрь единичного круга. Экспоненциальное взвешивание уменьшает амплитуду быстрых колебаний в логарифме спектра сигнала  $\hat{X}(z)$  и, соответственно, ослабляет амплитуды высоких значений кьюфренси  $C_{sx}(\tau)$ ; малые времена менее подавлены.

Опыт исследований в данной области показывает, что при анализе комплексных кепстров вначале удобно выполнить сильное взвешивание с малым  $\alpha$  (например,  $\alpha = 0,94$ ), обеспечивающим отсутствие аляйсинга, а затем тестировать большие веса до тех пор, пока аляйсинг не станет проблемой.

Иным способом борьбы с аляйсингом в кепстральной области является добавление нулей к входному сигналу во времени, что позволяет уменьшить шаг дискретизации преобразования Фурье и тем самым повысить спектральное разрешение. Другими словами, эффект добавления нулей увеличивает число временных отсчетов  $N$ , от значения которого зависит расстояние между отсчетами в спектре как  $f_{\text{дискр.}}/N$ , то есть  $\Delta f$  уменьшается, так как  $f_{\text{дискр.}}$  остается неизменной. Также добавление нулей повышает качество сэмплирования фазовой кривой, редуцируя количество ошибок при ее развертке. Тем не менее, недостаток данного метода заключается в том, что его использование несколько изменяет вид спектра исходной последовательности.

В то же время, существует другой подход повышения кепстрального разрешения, основанный на добавлении нулей к логарифму спектра оригинального сигнала  $\hat{X}(z)$  перед вычислением комплексного кепстра.

### **Передискретизация (oversampling)**

Передискретизация (oversampling) также является проблемой, когда в данных присутствует шум, доминирующий в спектре вне диапазона частот сигнальной составляющей. Обычно при спектральном анализе это не вызывает трудностей, поскольку данные шумовые компоненты часто обладают незначительной энергией, но не в случае кепстров. Из-за нелинейной операции взятия логарифма малоамплитудная область спектра может вносить такой же или даже больший вклад в комплексный кепстр, как сигнальные части спектра, что осложняет не только обнаружение отражений, но и восстановление сигнатуры источника. В дополнение, передискретизация осложняет процедуру фазовой развертки и усугубляет алейсинг в связи с сокращением длительности волновых пакетов (при условии, что общее количество отсчетов фиксировано), которое, в свою очередь, подразумевает более редкое сэмплирование логарифма спектра. Следовательно, перед расчетом кепстра может быть необходимо применить соответствующую интерполяцию или увеличить шаг дискретизации.

### **Компонента аддитивного шума**

Эффекты влияния аддитивного шума в данных на оценку кепстров остаются не до конца изученными и характеризуются лишь качественным анализом. Две рекомендуемые процедуры для смягчения их влияния при извлечении импульса источника или обнаружении отражений – это экспоненциальное взвешивание и добавление нулей в данные. В некоторых работах отмечается, что отношение сигнал/шум не является достаточным параметром при определении качества кепстра, необходимы также относительные полосы частот сигнальной и шумовой составляющих.

В дополнение, аддитивный шум усложняет вычисление гладкой фазовой кривой, и, поскольку комплексный кепстр зависит от вклада фазовой составляющей входной последовательности, простота комплексного кепстра сигнала без помех нарушается. Важный аспект гомоморфной фильтрации состоит в том, что шум на фазовой кривой, вероятно, влияет на поздние времена комплексного кепстра в гораздо большей степени, чем на малые времена. Следовательно, возможно, более предпочтительно сначала проводить оценку сигнатуры источника, а затем импульсной характеристики среды посредством деления преобразований

Фурье (Akay, 2012; Buhl, 1974; Childers и др., 1977; Jain Gwo-hann, 1982; Oppenheim и др., 1999; Oppenheim, Tribolet, 1978; Stakenborg, 1984; Stoffa и др., 1974; Ulrych, 1971).

### ***2.5.8. Гомоморфная деконволюция***

Обычно предполагается, что модель сейсмической трассы представляет собой свертку сигнатуры источника с импульсным откликом среды. Многие сейсмические источники предназначены для получения импульсного сигнала в качестве средства увеличения разрешения, однако в большинстве случаев результирующая сигнатура не является таковой, и из-за этого возникают трудности с интерпретацией, связанные с наличием ревербераций, кратными волнами и вторичными пульсациями пузыря.

В этом контексте можно выделить два существующих класса методов обработки сигналов для решения указанных выше проблем: линейное предсказание или предсказывающая деконволюция и гомоморфная фильтрация или кепстральный анализ. По отдельности каждый из них имеет особые преимущества и ограничения, тем не менее представляется возможным объединить их в новые техники обработки, которые будут воплощать в себе преимущества обоих.

Наиболее широко используемым подходом приведения вейвлета к идеализированному импульсу является деконволюция сжатия или обратная фильтрация Винера (обратная фильтрация по методу наименьших квадратов). Эта технология включает в себя вычисление обратного фильтра, который основан на коэффициентах функции автокорреляции сейсмической трассы и дает приближение  $\delta$ -функции при свертке с функцией источника. Два важных предположения и ограничения, сделанные для деконволюции сжатия:

1. импульсный отклик среды представляет собой случайный процесс;
2. функция источника имеет минимальную фазу.

Главное преимущество деконволюции по Винеру заключается в том, что для сигналов, достаточно хорошо соответствующих модели, обеспечивается точное представление с небольшим количеством легко вычисляемых параметров. Вместе с тем, на практике вышеперечисленные критерии могут не выполняться, и, следовательно, применение фильтра с единичным шагом предсказания может не улучшить разрешение сейсмических записей.

Гомоморфная деконволюция, которая не требует вычисления АКФ и минимально-фазового ограничения, была введена Р.В. Шафером и А.В. Оппенгеймом. Данный метод включает в себя преобразование из векторного пространства, в котором функции свернуты, в векторное пространство, в котором функции связаны аддитивно. В аддитивном пространстве функции могут иметь характеристики, которые допускают их разделение, невозможное в исходном сверточном пространстве. Таким образом, путем разделения функций в аддитивном пространстве, устранения нежелательных функций и преобразования обратно в векторное пространство свертки функции подвергаются гомоморфной деконволюции.

В отличие от линейного прогнозирования, гомоморфный анализ не является параметрическим методом и не предполагает конкретной модели. Следовательно, он эффективен для широкого класса сигналов, включая те, которые являются смешанно-фазовыми, и те, которые характеризуются как полюсами, так и нулями. Однако отсутствие базовой модели также означает, что кепстральный анализ не использует столько структуры в сигнале, сколько линейное предсказание.

В разделе 2.5.4 (о свойствах комплексного кепстра) было показано, что структура комплексного кепстра сигнатуры источника и импульсной характеристики среды могут иметь тенденцию занимать непересекающиеся временные интервалы (интервалы кьюфренси). Например, если исходный импульс имеет относительно гладкий спектр, его комплексный кепстр, как правило, концентрируется вокруг начала отсчета кьюфренси. Если последовательность коэффициентов отражения имеет минимальную фазу или ее отклик был преобразован к минимально-фазовому виду путем экспоненциального взвешивания, тогда он вносит вклад в комплексный кепстр только на временах, больших или равном времени первого отражения.

Кроме того, комплексный кепстр естественным образом разделяет сигнал на минимально- и максимально-фазовую составляющие, причем минимально-фазовая часть является ненулевой только для положительных значений времени (кьюфренси), а максимально-фазовая часть вносит вклад только для отрицательных времен. Данная тенденция к тому, что различные компоненты занимают неодинаковые временные интервалы в кепстральной области, обуславливает возможность разделения этих элементов путем фильтрации (gating, оконного пропускания/подавления) кепстра. Таким образом, окно пропускания вблизи начала отсчета времени будет сохранять влияние исходного импульса; в то же время окно, в которое попадает только часть комплексного кепстра, характеризующая поздние времена (кьюфренси), может быть использована для восстановления минимально-фазовой серии коэффициентов отражения. Примеры описанных временных окон как раз и отвечают линейному оператору в канонической форме гомоморфной системы на рис. 1. Применение окна пропускания в области малых времен комплексного кепстра соответствует сглаживанию, то есть подавлению высокочастотных гармоник в логарифмическом спектре. Аналогичным образом, окно, охватывающее большие времена в комплексном кепстре, соответствует сохранению быстро меняющихся компонент и ослаблению низкочастотных гармоник логарифмического спектра (Oppenheim, Tribolet, 1978).

Также намечается стратегия комбинации фильтрации Винера с кепстральным анализом, которая заключается в применении гомоморфной обработки для преобразования обобщенной записи в один или несколько других сигналов, строение которых согласуется с предположениями линейного предсказания. Таким образом, общность гомоморфного анализа может сочетаться с эффективностью линейного прогнозирования, о чем было сказано в начале раздела (Lines, 1976; Oppenheim и др., 1976; Oppenheim, Tribolet, 1978; Otis, Smith, 1977; Peardon, Evans, 1991; Tribolet, Oppenheim, 1977; Ulrych, 1971).

### 3. Исследование робастного подхода к поверхностно-согласованной деконволюции<sup>1</sup>

#### 3.1. Сравнение робастного (*медианного*) и стандартных алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции

##### 3.1.1. Тестируемые алгоритмы поверхностно согласованной деконволюции

В рамках первой части исследования было проведено изучение робастного подхода к поверхностно-согласованной деконволюции и сравнение результатов со стандартными подходами. В ходе эксперимента было рассмотрено три типа поверхностно-согласованной деконволюции: *упрощенный*, *стандартный*, *робастный*. Тестирование алгоритмов деконволюции и обработка сейсмических данных проводилась с помощью пакета Echos программного комплекса Paradigm.

Первый (*упрощенный*) подход заключается в усреднении функций автокорреляции по сортировкам ОПВ (общего пункта возбуждения), ОПП (общего пункта приема) и общего удаления, минуя этапы спектрального разложения и декомпозиции. Затем для каждой трассы формируются отдельные АКФ по выбранным компонентам, которые применяются для расчета обратных операторов.

В основе второго (*стандартного*) метода лежит последовательность из трех этапов, описанных в разделе 2.2.3. Стоит отметить, что в процессе декомпозиции решение переопределенной системы определяется путем минимизации по норме L2, то есть по МНК (Newman, 1986).

Третий (*робастный медианный*) метод поверхностно-согласованной деконволюции выделяется среди протестированных подходов как единственная робастная реализация. В данном усовершенствованном методе система линейных уравнений строится на основе логарифмов энергетических спектров, а минимизация невязок решения осуществляется итеративным

---

<sup>1</sup> При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации, выполненные автором лично или в соавторстве, в которых, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования:

11. Королев Д.А., **Матвеев Н.М.**, Королев Е.К., Шевченко. А.А. Исследование робастного подхода к поверхностносогласованной деконволюции // Геофизика. №3. 2023. С. 37–44. EDN: HWDJPQ. (0,92 п.л., вклад автора 30%, Импакт-фактор 0,342 (РИНЦ)).

15. **Матвеев Н.М.**, Чертов В.В., Степанов П.Ю. Сравнение алгоритмов робастной поверхностно-согласованной деконволюции и оценка влияния частотного состава шумовой компоненты на результат процедуры // Геофизика. №1. 2025. С. 65–73. EDN: LTZLAK. (1,04 п.л., вклад автора 60%, Импакт-фактор 0,342 (РИНЦ)).

алгоритмом. Это обеспечивает оптимальную аппроксимацию по норме L1 (аналог метода наименьших модулей) и повышает устойчивость на этапе декомпозиции (Hutchinson, Link, 1984).

Данный алгоритм применяет совместное медианное согласование для выделения уникального спектра каждой компоненты сейсмических данных. Медианный подход обеспечивает высокую устойчивость к шумам и спектральным оценкам низкого качества, а также исключает недостатки, связанные с использованием метода Гаусса-Зейделя для логарифмов амплитудных спектров. Ошибки согласования, вычисляемые для отдельных компонент, позволяют выявлять зоны с потенциальными проблемами деконволюции, вызванными зашумленностью или плохим качеством данных.

Алгоритм работает через спектральное разложение по компонентам: для каждой частоты анализируются все входные спектры трасс из расчетного окна, влияющие на данную компоненту, после чего вычисляются их медианные значения. В этом состоит ключевое преимущество метода.

В отличие от метода наименьших квадратов, который является чувствительным к амплитудным выбросам и усредняет их в решении, медианная оценка устойчива к аномальным значениям, так как автоматически эффективно отсекает их. Тем не менее, если зашумленных трасс в наборе окажется подавляющее количество, то медианный подход станет менее эффективным, в то же время метод наименьших квадратов в такой ситуации просто даст ошибочный результат.

### ***3.1.2. Моделирование данных и описание эксперимента***

Для сравнительного анализа алгоритмов деконволюции была разработана двумерная модель геологической среды, основанная на скважинных данных одного из месторождений Западной Сибири. В модели использовались скорости продольных волн и плотности горных пород, по которым в акустическом приближении были рассчитаны синтетические сейсмограммы с минимально-фазовым источником возбуждения. Результатом моделирования стал суммарный временной разрез, представленный на рис. 2. Все вычисления выполнялись с использованием пакета SeismicUnix – программного обеспечения с открытым исходным кодом для моделирования и обработки сейсмических данных.

Были использованы следующие параметры съемки:

- Центрально-симметричная расстановка.
- Шаг по ПВ и ПП – 50 и 25 м, соответственно.
- Диапазон удалений – от 25 до 6000 м.
- Глубина заложения источников – 10 м ниже дневной поверхности.
- Длина записи – 4 с.
- Шаг дискретизации – 2 мс.

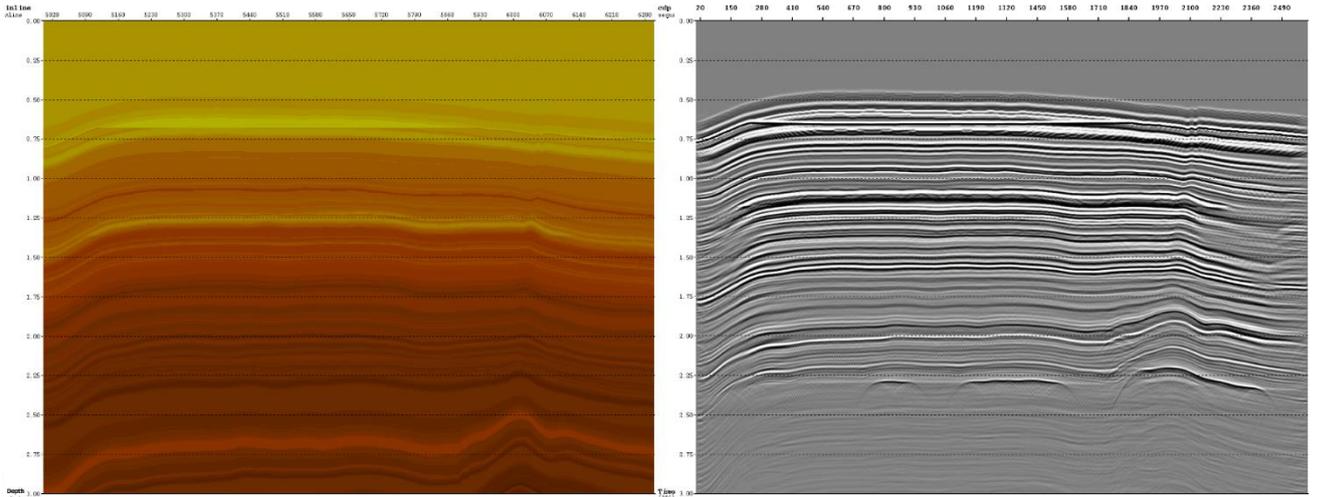


Рисунок 2. Модель интервальных скоростей  $V_p$  (слева) и сходный временной разрез без добавления шума (справа).

На начальной стадии была проведена проверка работоспособности алгоритмов деконволюции на «чистых» данных без искусственного внесения шумов. Оценка эффективности методов выполнялась посредством анализа полученных суммарных временных разрезов и ФХ-спектров (частотно-пространственных характеристик). Результаты первичного тестирования (рис.3, рис.4) подтвердили принципиальную применимость всех исследуемых методов деконволюции.

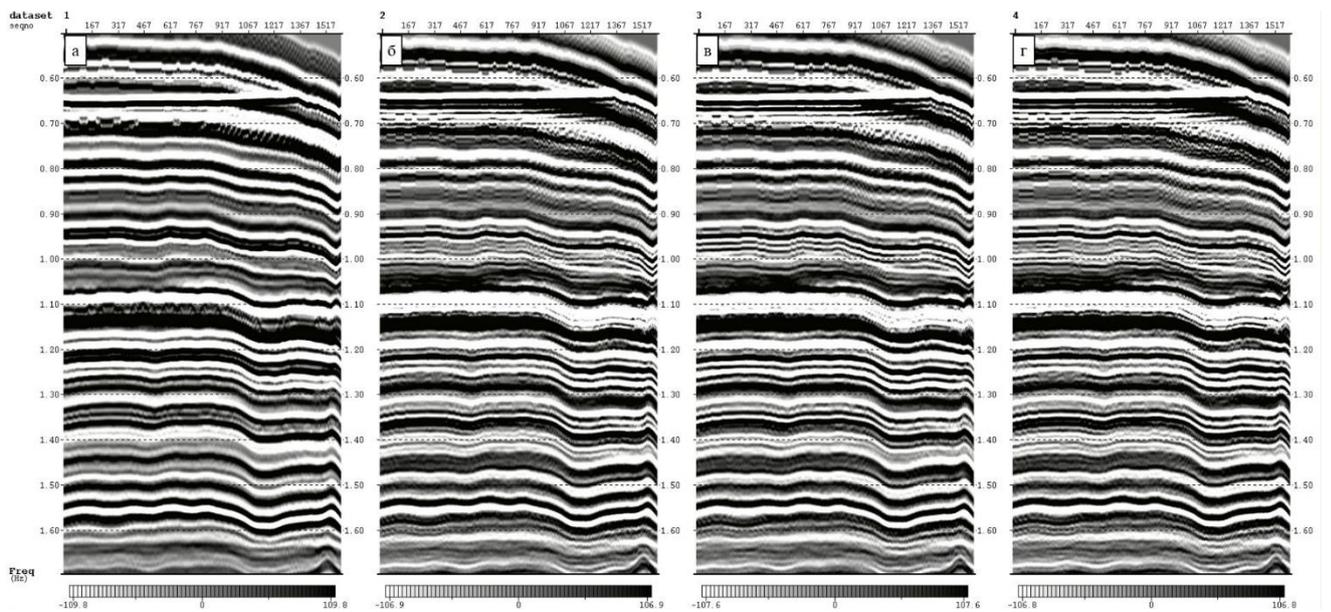
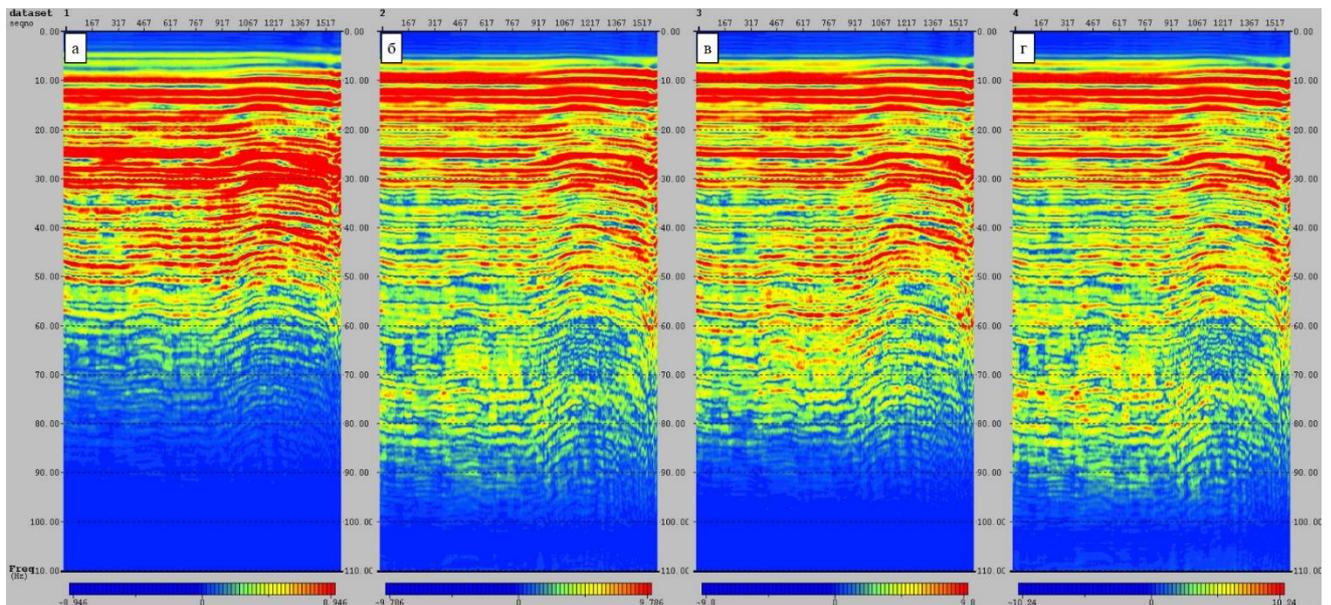


Рисунок 3. Фрагменты временных разрезов без добавления шума: до деконволюции (а), после упрощенного (б), стандартного (в) и робастного (г) методов деконволюции.

На основании этого было принято решение о переходе к следующим этапам эксперимента с использованием единых параметров деконволюции для всех сравниваемых алгоритмов:

1. Форма окна расчета АКФ в зависимости от удаления – 0 м (450–3000 мс) / 6000 м (2750–3750 мс);
2. Длина оператора – 150 мс;
3. Шаг предсказания – 2 мс (деконволюция сжатия);
4. Уровень предварительного отбеливания – 0.%.



*Рисунок 4. FX-секции по временным разрезам без добавления шума: до деконволюции (а), после упрощенного (б), стандартного (в) и робастного (г) методов деконволюции.*

На следующем этапе были получены зашумленные наборы сейсмических данных путем аддитивного наложения белого шума на исходные сигнальные трассы без их замещения. Уровень вносимого случайного шума устанавливался значительно выше (в десятки раз) амплитуды полезного сигнала по среднеквадратичному значению. Формировались наборы, в которых в процент зашумленных трасс варьировался в широком диапазоне от 5% до 90% от общего количества трасс, причем для каждой сейсмограммы набор зашумленных трасс формировался случайным уникальным образом (рис. 5).

После получения зашумленных данных проводился сравнительный анализ различных алгоритмов деконволюции. Сначала для каждого метода вычислялись операторы деконволюции по данным шумом, затем эти операторы применялись к исходным незашумленным данным. Такой подход позволил объективно оценить качество восстановления операторов для каждого из алгоритмов при разных уровнях зашумления (Королев и др., 2023).

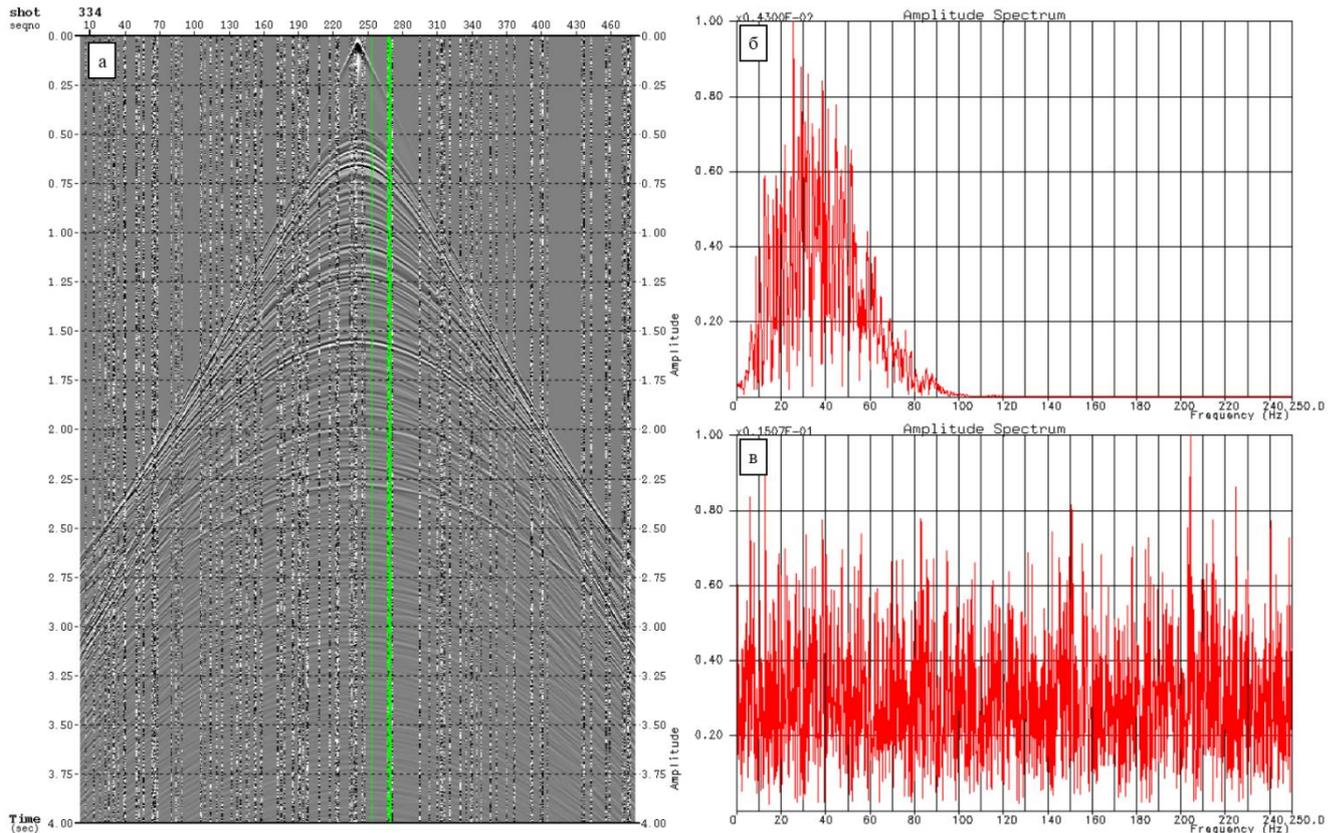


Рисунок 5. Пример исходной сейсмограммы ОПВ с добавлением 20% зашумленных трасс (а). Амплитудные спектры трасс: без шума (б), и с шумом (в). Зелеными линиями показано положение трасс, по которым рассчитывались спектры.

### 3.1.3. Результаты эксперимента на модельных данных

Первый (упрощенный) алгоритм демонстрирует резкое снижение эффективности даже при минимальном уровне зашумления в 5%. Обычный усреднение автокорреляционных функций оказывается неспособным компенсировать влияние шумовых трасс. Этот эффект наглядно проявляется при анализе автокорреляции суммарной трассы по разрезу ОСТ (общей средней точки) после проведения деконволюции: сравнение результатов для 0% и 5% зашумления показывает заметное искажение формы АКФ. Возникновение первых характерных провалов на автокорреляционной функции свидетельствует о существенном изменении спектрального состава сигнала. Это приводит к двум негативным последствиям: ухудшению качества деконволюции и снижению влияния обратного оператора.

Данная тенденция проиллюстрирована на рис. 6, где четко прослеживается деградация результатов обработки даже при незначительном проценте шумящих трасс. Алгоритм, основанный на простом усреднении, не обладает необходимой устойчивостью для работы в условиях шумовых помех.

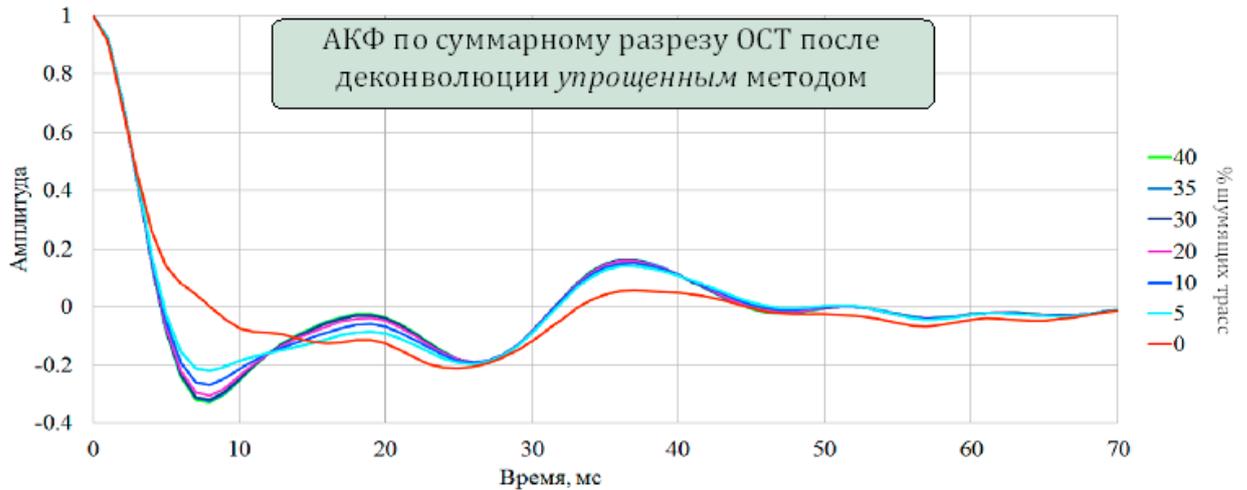


Рисунок 6. Функция автокорреляции по суммарному разрезу ОСТ после деконволюции первым (упрощенным) методом. В легенде справа числами указан процент шумящих трасс в наборе, по которому оценивались компоненты записи.

Во втором тесте исследовалась эффективность *стандартной* поверхностно-согласованной деконволюции. Анализ автокорреляционных функций обработанных данных показывает постепенное изменение характеристик сигнала по мере увеличения доли зашумленных трасс. Наиболее заметные изменения наблюдаются в области первого побочного экстремума и на поздних временах (свыше 30 мс).

Важно отметить, что в отличие от *упрощенного* алгоритма, данный метод обеспечивает плавное изменение результата при росте уровня шума. Даже при 30% зашумленных трасс деконволюция сохраняет способность эффективно сжимать сейсмический импульс, хотя спектральные искажения становятся заметными как в высокочастотной, так и в низкочастотной части спектра. Эти результаты, представленные на рис. 7, свидетельствуют о значительно большей устойчивости *стандартного* подхода к воздействию шумов по сравнению с упрощенным методом.

*Робастный* вариант поверхностно-согласованной деконволюции, рассматриваемый в третьем тесте, демонстрирует повышенную устойчивость при обработке зашумленных данных. Алгоритм сохраняет стабильность расчета обратного оператора при уровне зашумления до 30–35% трасс. При увеличении доли шумящих трасс выше 35% на автокорреляционной функции появляется побочный максимум, однако существенные изменения в частотном составе сигнала наблюдаются только при 40% зашумления (рис. 8).

Характерно, что низкочастотная составляющая спектра, определяющая основную форму импульса, для *робастного* алгоритма начинает изменяться значительно позже по сравнению с другими методами деконволюции. Эта особенность подтверждает повышенную стабильность

сигнатуры при использовании *робастного* подхода и свидетельствует о его преимуществе при обработке данных с высоким уровнем зашумления.

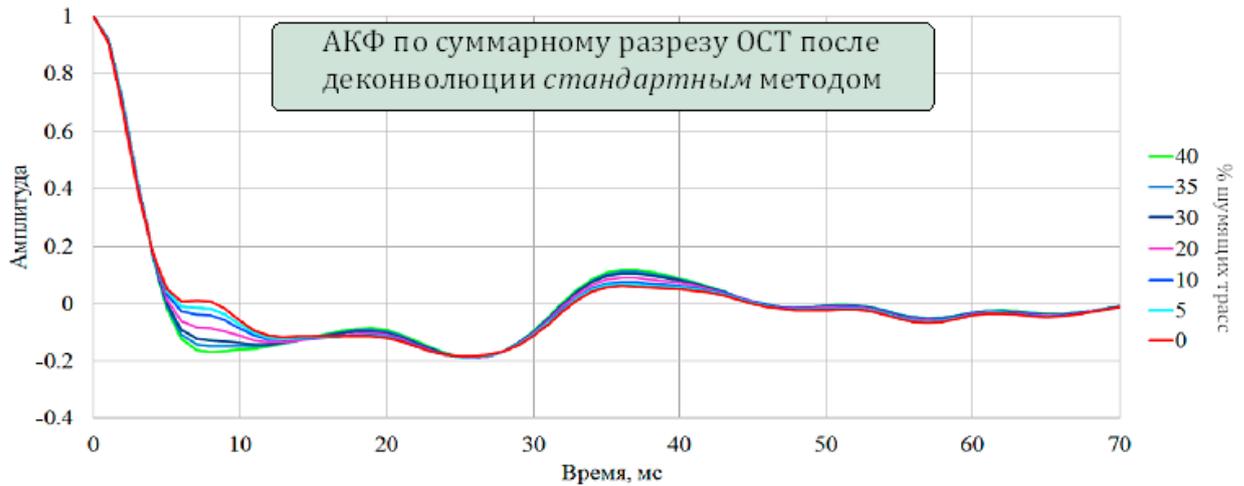


Рисунок 7. Функция автокорреляции по суммарному разрезу ОСТ после деконволюции вторым (стандартным) методом. В легенде справа числами указан процент шумящих трасс в наборе, по которому оценивались компоненты записи.

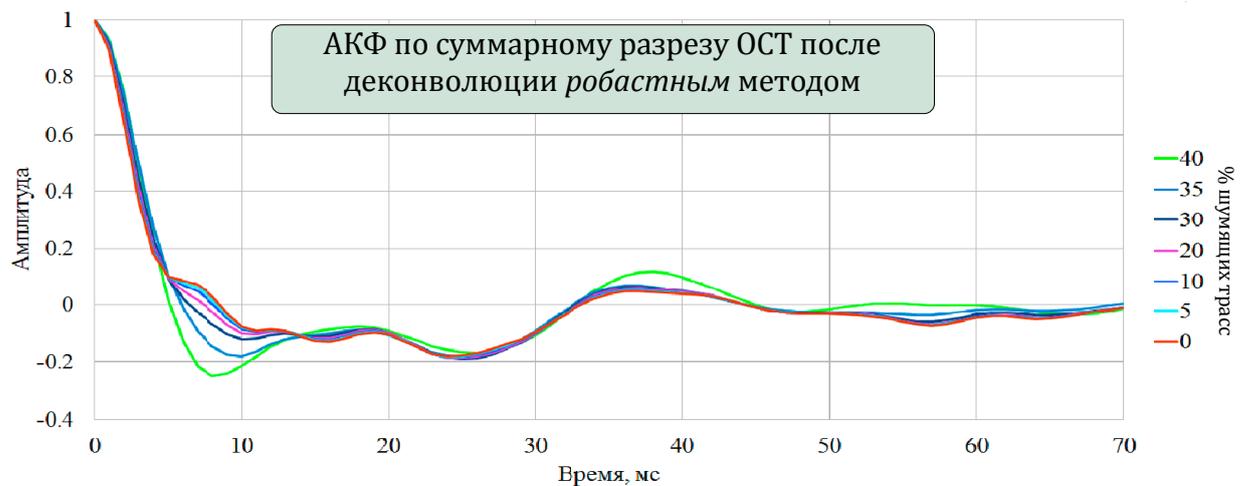


Рисунок 8. Функция автокорреляции по суммарному разрезу ОСТ после деконволюции третьим (робастным) методом. В легенде справа числами указан процент шумящих трасс в наборе, по которому оценивались компоненты записи.

Далее, был рассчитан атрибут «ширина спектра» для суммарных сейсмических разрезов (рис. 9). Графическая зависимость этого параметра от процента шумящих трасс подтвердила ранее выявленные закономерности по автокорреляционным функциям. Упрощенная поверхностно-согласованная деконволюция становится неэффективной уже на 5%, хотя на 0% результат даже лучше, чем во втором тесте (стандартная поверхностно-согласованная деконволюция).

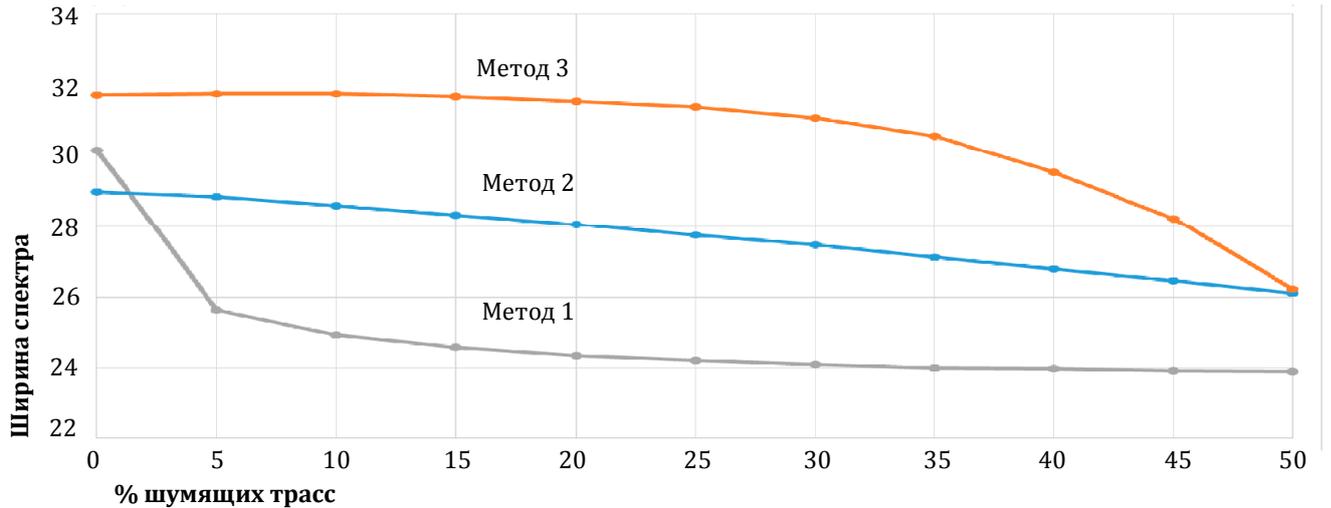


Рисунок 9. График зависимости атрибута "ширина спектра" от количества (процента) зашумленных трасс, присутствующих в наборе при оценке компонент записи, для каждого из трех методов поверхностно-согласованной деконволюции: упрощенного (метод 1), стандартного (метод 2), робастного (метод 3).

Стандартный метод демонстрирует плавное уменьшение «ширины спектра» по мере роста количества шумящих данных. Робастный алгоритм показывает наибольшие значения «ширины спектра» и сохраняет стабильность до 30% шумящих трасс, выше 30% прослеживается стремительное уменьшение значений атрибута, и только результат для 50%-ого зашумления набора ухудшается до результата стандартной поверхностно-согласованной деконволюции.

Также был проанализирован атрибут «преобладающая частота» (рис. 10), который совместно с данными о ширине спектра позволяет сделать вывод об улучшении временного разрешения.

Графики изменения «преобладающей частоты» демонстрируют сходную с «шириной спектра» тенденцию, но с более выраженным снижением значений при увеличении доли зашумленных трасс – отсутствует участок с относительно постоянными частотными характеристиками.

Отдельно для робастного метода можно выделить преобладающее положение графика относительно других зависимостей вдоль всей оси абсцисс, то есть (учитывая атрибут «ширина спектра») робастный алгоритм обеспечивает наибольшее временное разрешение. Только для 40% шума кривая атрибута робастного метода спадает до значения частоты стандартного метода. Стоит отметить, что уровень зашумления, при котором эти методы становятся сопоставимы, для «преобладающей частоты» ниже, чем для «ширины спектра».

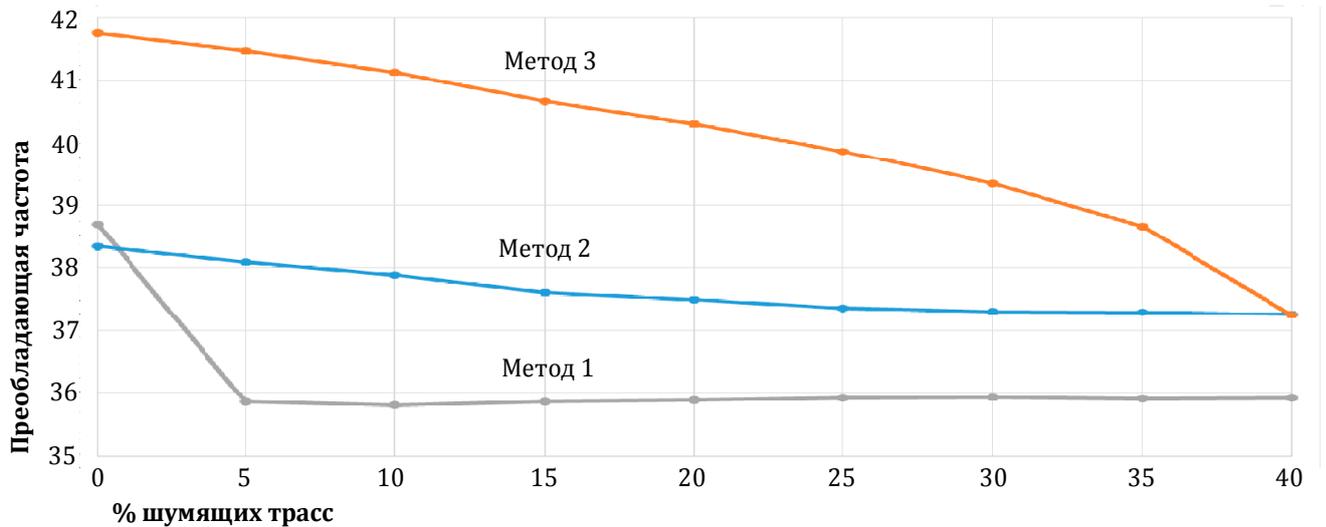


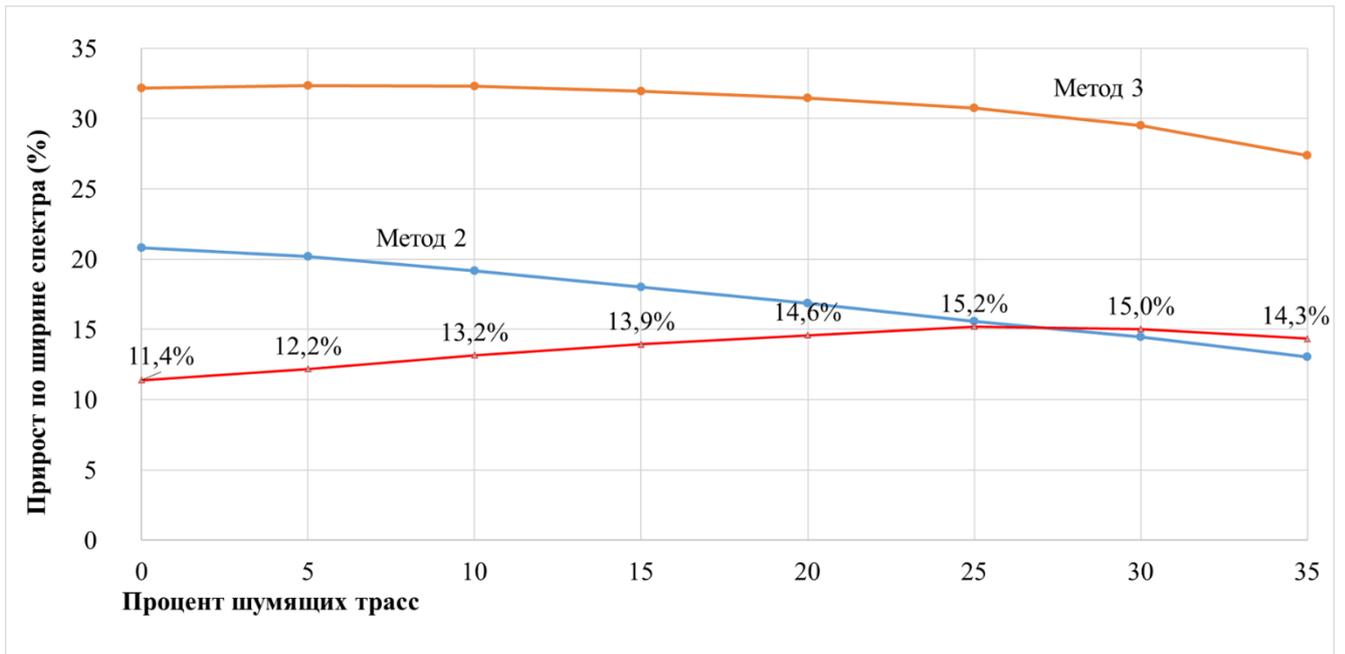
Рисунок 10. График зависимости атрибута "преобладающая частота" от количества (процента) зашумленных трасс, присутствующих в наборе при оценке компонент записи, для каждого из трех методов поверхностно-согласованной деконволюции: упрощенного (метод 1), стандартного (метод 2), робастного (метод 3).

Таким образом, по результатам эксперимента можно сформулировать следующие выводы:

- Графики атрибутов с увеличением процента шумящих трасс имеют убывающий характер и демонстрируют зависимости, которые наблюдались на АКФ для каждого типа деконволюции.
- Упрощенная поверхностно-согласованная деконволюция становится неэффективной уже на 5% шумящих трасс, хотя на 0% результат даже лучше, чем для стандартного алгоритма.
- Стандартный метод характеризуется плавными изменениями для обоих атрибутов.
- Робастный алгоритм обеспечивает наибольшее временное разрешение: графики атрибутов для него имеют преобладающее положение относительно других зависимостей вплоть до 40% по «преобладающей частоте» и 50% по «ширине спектра», где кривые атрибутов робастного метода спадают до значений стандартного (Королев и др., 2023).

Дополнительно для стандартного и робастного методов был рассчитан процентный прирост по ширине спектра и преобладающей частоте относительно эталонных значений атрибутов. В качестве эталона был использован набор до деконволюции без добавления шума, для которого значения атрибутов составили: ширина спектра – 24 Гц, преобладающая частота – 36 Гц. Далее, на отрезке от 0 до 35% зашумления (область преобладания робастного алгоритма по обоим атрибутам) были получены разностные графики процентного прироста по ширине

спектра и преобладающей частоте между робастным и стандартным методами, которые были осреднены в пределах выбранного диапазона значений зашумленных трасс (рис. 11, 12). Средняя разность процентного прироста по ширине спектра между робастным и стандартным методами составила 14%, по преобладающей частоте – 8%; среднее значение по обеим величинам составило 11%. Последний показатель является наиболее важным, поскольку представляет собой интегральный параметр, количественно характеризующий процентное улучшение временного разрешения результата робастного метода по сравнению с результатом стандартного алгоритма.



*Рисунок 11. График процентного прироста ширины спектра относительно эталонного значения атрибута (для набора до деконволюции без добавления шума) для стандартного (метод 2) и робастного (метод 3) методов поверхностно-согласованной деконволюции. Красным цветом показан разностный график между двумя указанными методами.*

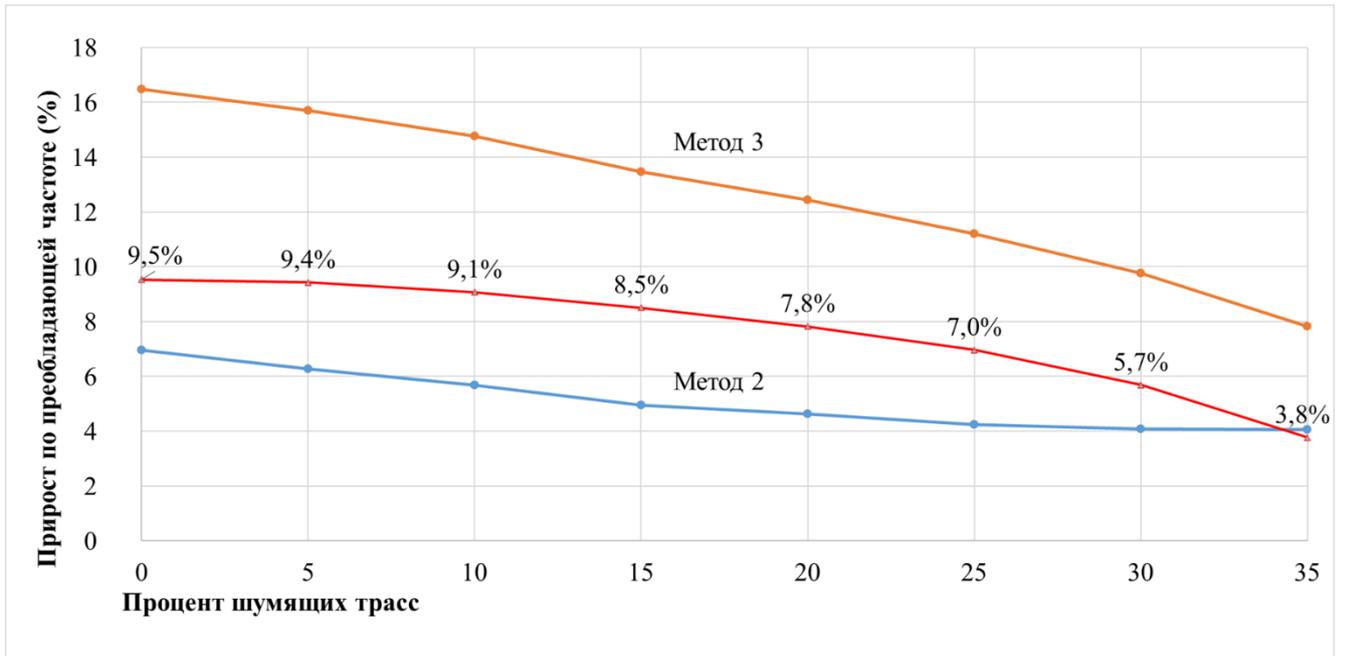


Рисунок 12. График процентного прироста преобладающей частоты относительно эталонного значения атрибута (для набора до деконволюции без добавления шума) для стандартного (метод 2) и робастного (метод 3) методов поверхностно-согласованной деконволюции. Красным цветом показан разностный график между двумя указанными методами.

### 3.1.4. Результаты эксперимента на реальных данных

Исследуемые три подхода к деконволюции также были опробованы в эксперименте с реальными 2D данными, полученными с взрывным типом источника. Рассматривалась архивная съемка с низким соотношением сигнал-шум и небольшой кратностью. Параметры съемки:

- Центрально-симметричная расстановка;
- Шаг по ПВ и ПП – 266 и 67 м, соответственно;
- Диапазон удалений – от 0 до 2400 м;
- Глубина заложения заряда – 60 м ниже дневной поверхности;
- Длина записи – 4 с;
- Шаг дискретизации – 2 мс.

Все методы деконволюции применялись с одинаковыми параметрами. Результаты продемонстрированы на суммарных разрезах: до деконволюции (рис. 13а) и после деконволюции упрощенным, стандартным и робастным методами, соответственно (рис. 13б, в, г). Визуально оценить работу процедуры по суммарным разрезам затруднительно, так как все три метода

справились с поставленной задачей. Для оценки эффективности и различий подходов были рассчитаны частотные секции до деконволюции (рис. 14а) и после деконволюции тремя методами (рис. 14б, в, г). Видно, что результат после *робастного* метода, оказался более разрешенным по сравнению с результатами *упрощенного* и *стандартного* методов (Королев и др., 2023).

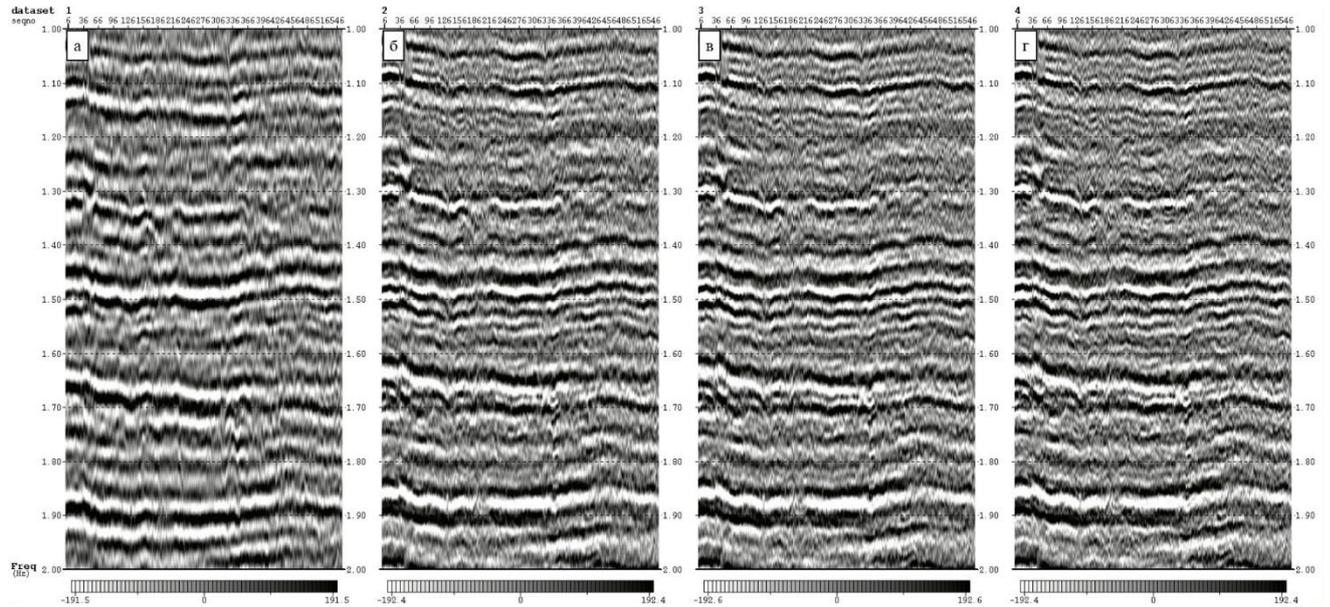


Рисунок 13. Фрагменты временных разрезов по реальным данным: до деконволюции (а), после упрощенного (б), стандартного (в) и робастного (г) методов деконволюции.

Также для полноты анализа были получены АКФ по разрезам (рис. 15). Наблюдается, что для *робастного* метода ширина главного максимума АКФ несколько уже, а величина первого побочного минимума значительно меньше, чем для *упрощенного* и *стандартного* алгоритмов. На основании вышесказанного можно сделать вывод о том, что *робастная* деконволюция обеспечила более разрешенный результат и лучшее решение задачи относительно других тестируемых методов.

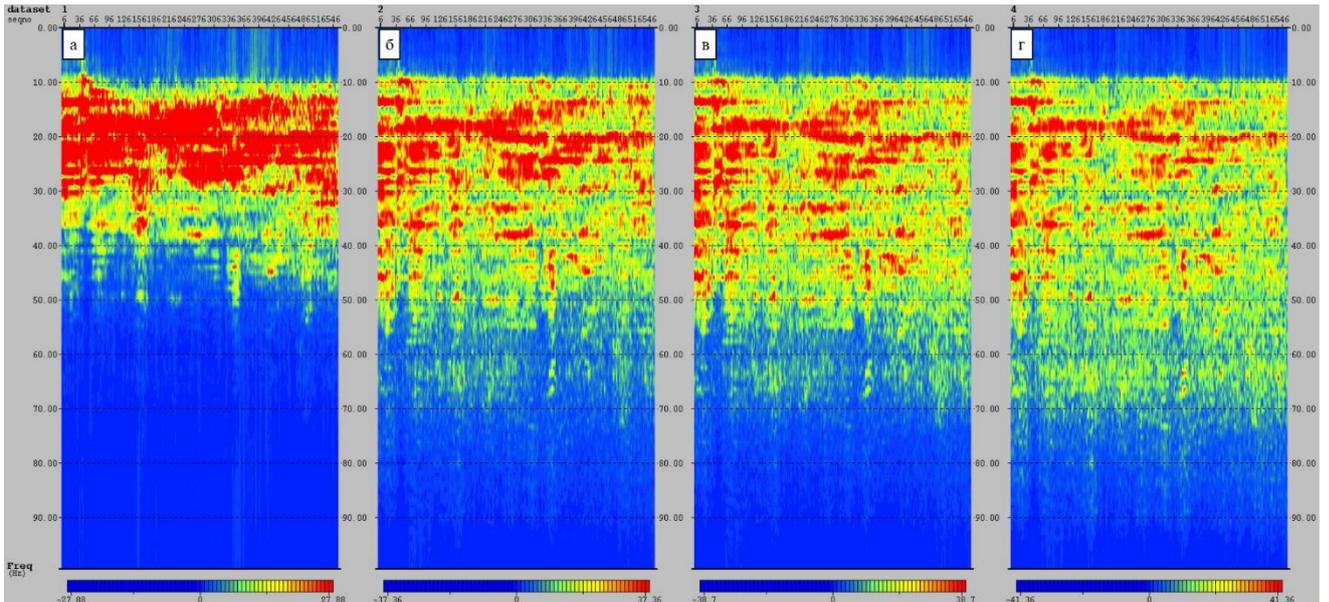


Рисунок 14. FX-секции по временным разрезам (реальные данные): до деконволюции (а), после упрощенного (б), стандартного (в) и робастного (г) методов деконволюции.

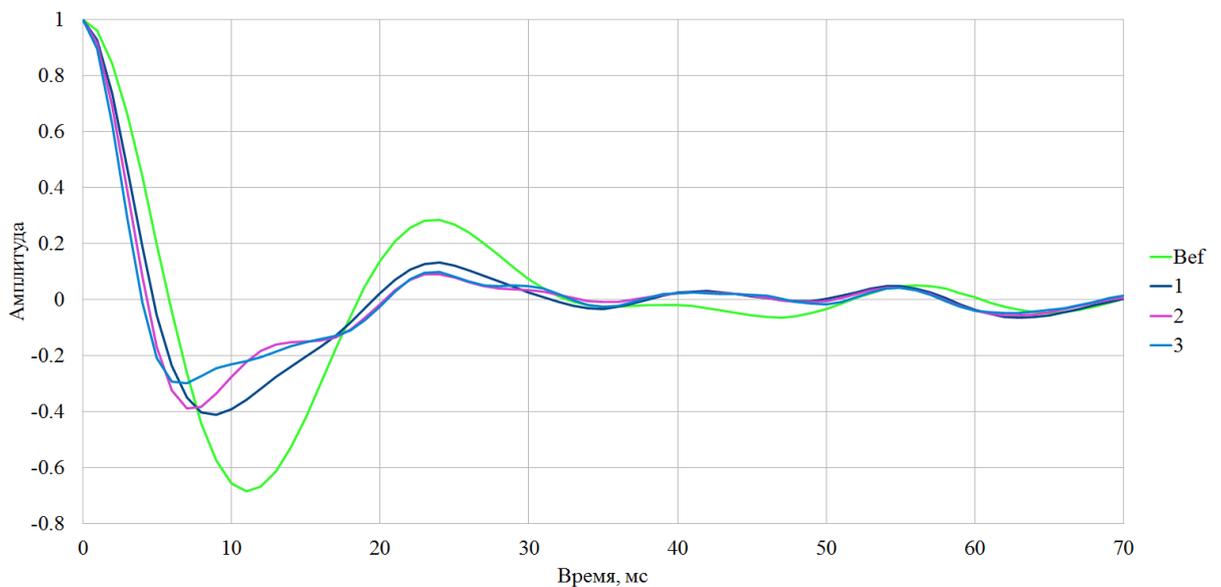


Рисунок 15. Функции автокорреляции по суммарным разрезам ОСТ до и после применения деконволюции к реальным данным. В легенде справа указано: до деконволюции (Bef), после упрощенного (1), стандартного (2) и робастного (3) методов.

### Выводы по разделу 3.1

Проведённый эксперимент позволил, с одной стороны, выявить преимущества робастной реализации поверхностно-согласованной деконволюции, а с другой – детально изучить работу стандартных алгоритмов. Это исследование представляет собой первый шаг в изучении робастных техник деконволюции, так как за его рамками остаются нерассмотренными

несколько важных аспектов, требующих отдельного изучения: сравнительный анализ различных робастных алгоритмов, воздействие окрашенного шума на результаты робастных методов деконволюции, а также различия в решении при достижении устойчивости на этапах декомпозиции, непосредственно деконволюции или их сочетания (Королев и др., 2023).

### **3.2. Сравнение робастных (медианного и гибридного) алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции**

#### **3.2.1. Тестируемые алгоритмы робастной поверхностно-согласованной деконволюции**

В рамках второй части исследования было проведено сравнение алгоритмов робастной поверхностно-согласованной деконволюции с учетом их математических особенностей и технологических различий. В эксперименте было рассмотрено два варианта реализации робастного метода поверхностно-согласованной деконволюции, представленных в различных программных продуктах. Далее для простоты изложения будем называть алгоритмы: *медианный* (ПО Paradigm Echos) и *гибридный* (ПО Schlumberger Omega). Оба алгоритма предусматривают возможность обеспечения робастности как на стадии декомпозиции, так и на этапе непосредственного выполнения деконволюции, при этом в последнем случае опция робастности может быть отключена.

*Медианный* метод изначально предусматривает отбраковку аномальных трасс перед началом декомпозиции. В его основе лежит построение системы линейных уравнений, использующей логарифмы энергетических спектров. Для минимизации ошибок решения применяется итерационный алгоритм, который гарантирует оптимальное приближение по норме  $L_1$  (аналогичное методу наименьших модулей) и обеспечивает устойчивость процесса декомпозиции (Hutchinson, Link, 1984).

Алгоритм использует совместное медианное согласование для выделения уникального спектра каждой компоненты сейсмических данных. Такое медианное решение демонстрирует существенно меньшую чувствительность к амплитудным выбросам и низкокачественным спектральным оценкам в сравнении с методом наименьших квадратов. Это достигается за счет эффективного исключения выбросов, тогда как метод наименьших квадратов включает их в окончательный результат путем усреднения.

Во втором (*гибридном*) методе используется гибридная норма  $L_1/L_2$  при решении системы линейных уравнений декомпозиции. Алгоритм работает итеративно, сравнивая величину невязки между входным и модельным спектрами – при достижении порогового значения невязки происходит перерасчет весовых коэффициентов. В случае, когда стандартное решение методом взвешенных наименьших квадратов (по норме  $L_2$ ) для конкретной компоненты дает

значительную ошибку, веса соответствующих уравнений модифицируются таким образом, что решение будет выполняться по аналогу нормы L1 (Bube, Langan, 1997).

Оба метода предусматривают возможность обеспечения устойчивости как при построении, так и при применении обратных операторов. В *гибридном* алгоритме это реализуется по аналогии с описанным в пункте 2 раздела 2.4 подходом – через создание дополнительных операторов для обработки «шумных» трасс. В *медианном* методе устойчивость достигается за счет активации встроенной опции спектральной балансировки после применения обратных фильтров, которая стабилизирует аномальные трассы в спектральной области на основе заданного референсного частотного диапазона сигнала. В данном исследовании, для обеспечения корректного сравнения методов, **использовалась исключительно робастность на этапе декомпозиции**: дополнительные операторы для «шумных» трасс и опция спектральной балансировки были отключены.

### 3.2.2. Описание и результаты эксперимента на модельных данных

Тестирование алгоритмов робастной поверхностно-согласованной деконволюции осуществлялось с использованием плотностной и скоростной моделей, синтетических данных и зашумленных наборов данных, описанных в разделе 3.1.2. Также для дальнейших стадий эксперимента были выбраны параметры деконволюции, общие для обоих методов (рис. 16).

Параметры деконволюции		Окно расчета АКФ	
Длина оператора, мс	152	Удаление, м	Время, мс
Шаг предсказания, мс	2	0	450 – 3000
Процент белого шума, %	0.1	6000	2750 – 3750

Рисунок 16. Выбранные параметры деконволюции.

Далее, аналогично разделу 3.1.2 по зашумленным наборам данных были вычислены операторы деконволюции с использованием рассмотренных ранее методов. Полученные операторы последовательно применялись к исходным «чистым» данным без шума, что позволило провести сравнительную оценку эффективности каждого алгоритма. Анализ итоговых сейсмограмм, амплитудных спектров и автокорреляционных функций для обоих методов (рис. 17–19) позволил выявить ряд характерных особенностей:

- Даже при отсутствии шумных трасс (0%) в наборе данных для декомпозиции и при одинаковых параметрах деконволюции результаты двух методов демонстрируют заметные различия (рис. 17б, 18б, 19а), что, вероятно, обусловлено особенностями

их математического аппарата. Это обстоятельство указывает на необходимость введения не только абсолютных, но и относительных критериев для оценки качества процедуры.

- Анализ ширины спектра и положения первого минимума АКФ показывает, что при 0–25% шумных трасс *медианный* алгоритм обеспечивает более высокое разрешение по сравнению с *гибридным* методом (рис. 19а, б). Однако при уровне шума 50% и выше наблюдается обратная тенденция (рис. 19в, г). Это указывает на необходимость, во-первых, расчета зависимостей контрольных атрибутов («преобладающая частота», «ширина спектра» и др.) от количества шумных трасс, и во-вторых, построения этих зависимостей с исходным шагом в 5%, достаточно детальным для прослеживания характера изменений графиков.
- Для *медианного* алгоритма при 50% зашумленных трасс наблюдается неравномерное распределение амплитуд по латерали на сейсмограммах (рис. 17г), однако данный эффект исчезает при увеличении доли шума до 75% (рис. 17д). Вероятнее всего, это объясняется нестабильностью работы *медианного* решения и процедуры предварительной отбраковки трасс в условиях примерно равного соотношения «шумовых» и «сигнальных» сигналов. В случае *гибридного* алгоритма подобное явление полностью отсутствует вследствие принципиального отличия методов (рис. 18г, д).

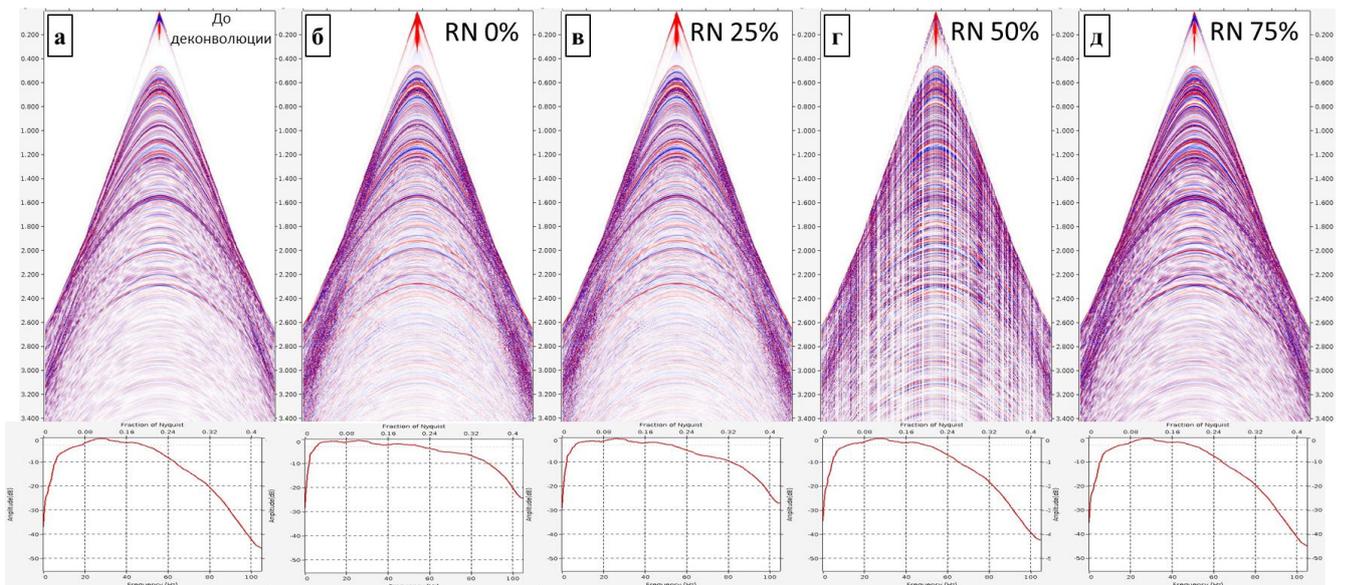


Рисунок 17. Сейсмограммы ОПВ и соответствующие им спектры до (а) и после деконволюции первым (медианным) методом. В верхнем углу для каждого ансамбля указан процент трасс с добавлением белого шума в наборе, по которому оценивались компоненты записи: 0% (б), 25% (в), 50% (г), 75% (д).

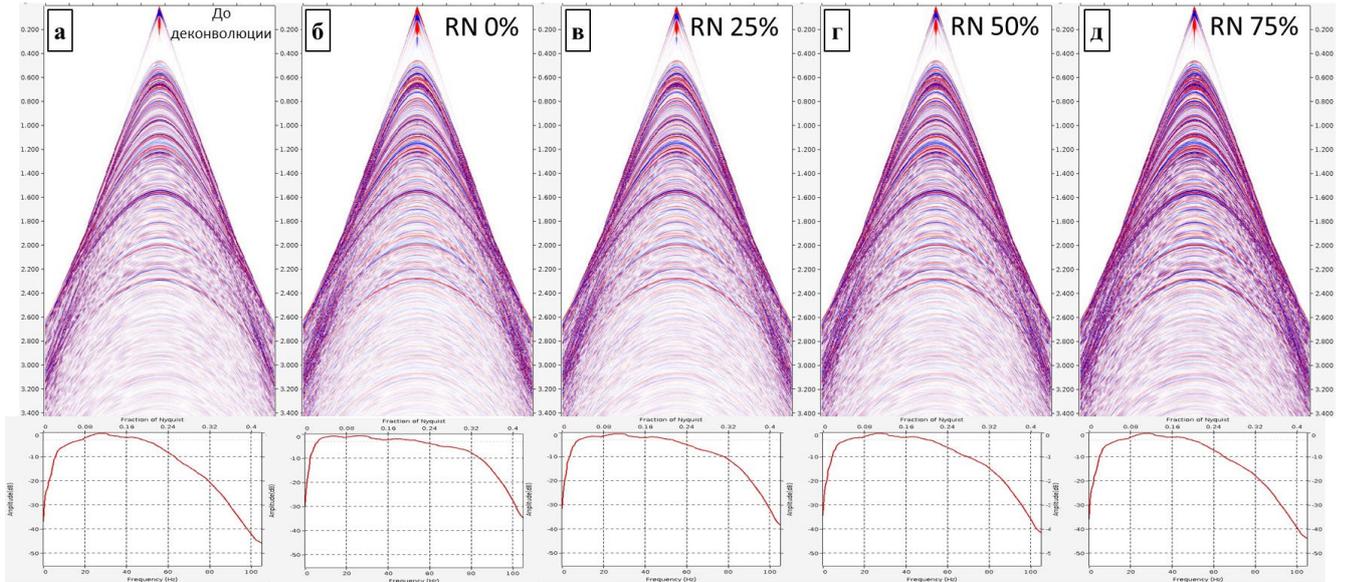


Рисунок 18. Сейсмограммы ОПВ и соответствующие им спектры до (а) и после деконволюции вторым (гибридным) методом. В верхнем углу для каждого ансамбля указан процент трасс с добавлением белого шума в наборе, по которому оценивались компоненты записи: 0% (б), 25% (в), 50% (г), 75% (д).

Дополнительно были рассчитаны атрибуты контроля качества «преобладающая частота» и «ширина спектра» по суммарным сейсмическим разрезам после деконволюции (рис. 20а, б). На графики черным пунктиром нанесены значения этих атрибутов для исходного набора данных до деконволюции и без добавления «шумных» трасс.

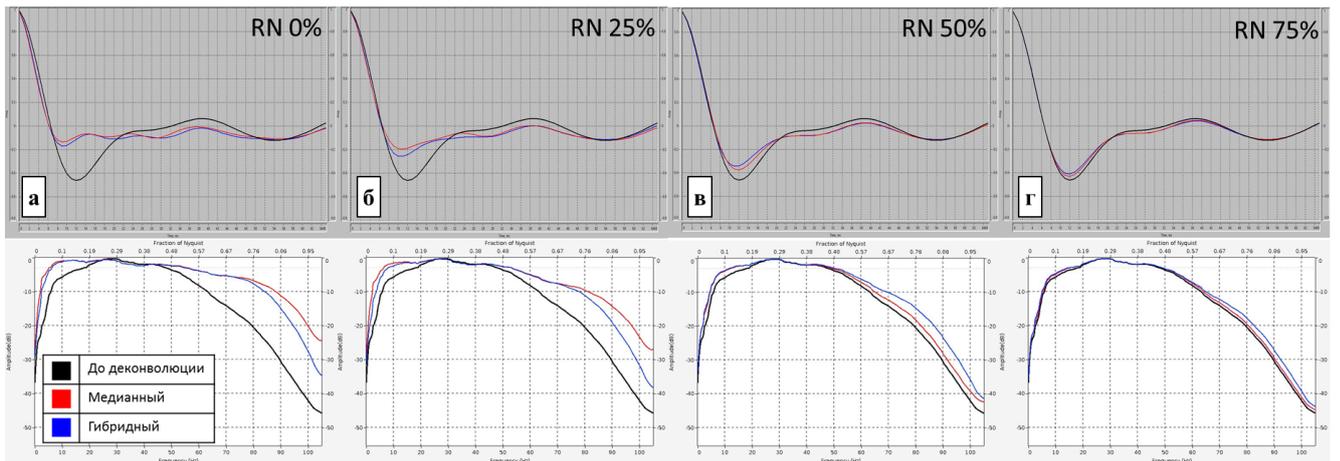


Рисунок 19. АКФ и соответствующие им спектры по суммарным разрезам ОСТ до (черные графики) и после робастной деконволюции медианным (красные графики) и гибридным (синие графики) алгоритмами. В верхнем углу для каждого изображения указан процент трасс с добавлением белого шума в наборе, по которому оценивались компоненты записи: 0% (а), 25% (б), 50% (в), 75% (г).

Изменение атрибутов отражает закономерности, ранее наблюдавшиеся на сейсмограммах, спектрах и автокорреляционных функциях: с ростом процента шумящих трасс значения атрибутов постепенно уменьшаются, приближаясь к показателям исходного набора.

Анализ обоих атрибутов показывает, что кривые *гибридного* алгоритма имеют плавный спад на всей области определения. Результаты *медианного* алгоритма также демонстрируют плавное изменение до уровня 40–45% зашумленных трасс, однако при дальнейшем увеличении шума до 55% на кривых появляется резкий излом с существенным уменьшением значений. Эта особенность связана с фундаментальным различием алгоритмов и нестабильностью *медианного* решения при указанных уровнях зашумления, о чем упоминалось ранее.

Для объективного сравнения эффективности методов с учетом их принципиальных различий (даже при 0% шумных трасс алгоритмы дают неэквивалентные абсолютные значения атрибутов) был введен относительный атрибут – «среднеквадратическое (RMS) отклонение от эталона АКФ» (рис. 20в). В качестве эталона использовались АКФ наборов после деконволюции соответствующим методом при 0% шума. Для каждого набора рассчитывалась разница между главным периодом АКФ эталона и соответствующего набора со случайными помехами, после чего вычислялось нормированное среднеквадратическое значение этой разницы.

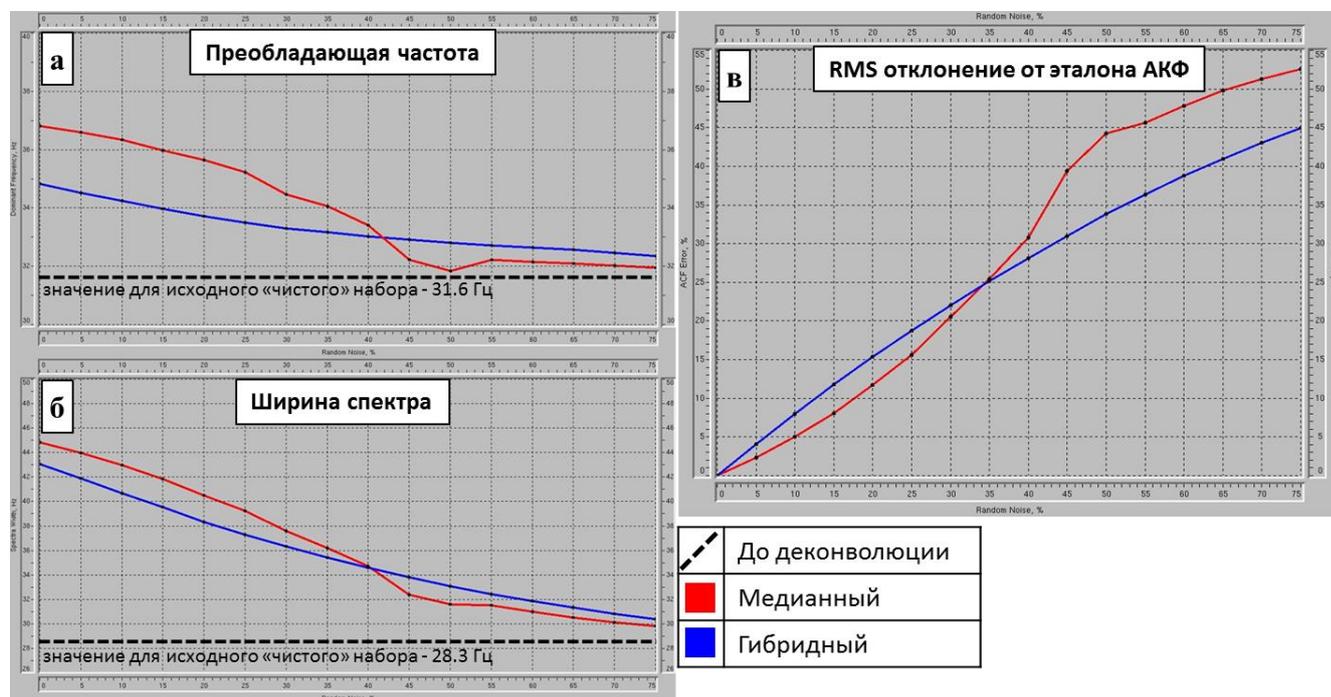


Рисунок 20. Графики зависимостей атрибутов «преобладающая частота», «ширина спектра» и «RMS отклонение от эталона АКФ» от количества (процента) трасс с добавлением белого шума, присутствующих в наборе при оценке компонент записи, для каждого метода.

Очевидно, зависимость данного атрибута от количества «шумных» трасс, в отличие от двух предыдущих атрибутов, прямая, при этом характер поведения кривых сохраняется. Тем не менее, важным преимуществом данного подхода является более точное сопоставление алгоритмов благодаря несмещенности такой оценки. Анализ показывает, что *медианный* вариант робастной поверхностно-согласованной деконволюции демонстрирует несколько лучшие результаты при низком и среднем уровне зашумления (до 35%), однако в диапазоне 40–55% его работа становится нестабильной. От 35% «шумных» трасс и выше *гибридный* метод деконволюции проявляет себя как более эффективный и стабильный (Матвеев и др., 2025).

### **3.3. Оценка влияния частотного состава шумовой компоненты на результат робастной поверхностно-согласованной деконволюции**

#### **3.3.1. Описание и результаты эксперимента на модельных данных**

Белый шум обладает равномерным распределением амплитуд во всем диапазоне частот. При значительном количестве таких помех деконволюция практически не сжимает сигнал, однако в амплитудно-частотных характеристиках (АЧХ) результатов отсутствуют частотные диапазоны с пониженными амплитудами по сравнению с АЧХ исходных данных, что было продемонстрировано выше. Тем не менее, в случае помех, сосредоточенных в узкой полосе частот и имеющих повышенную амплитуду (например, поверхностные волны), результаты деконволюции становятся непредсказуемыми и могут содержать значительные ошибки.

Для проверки данного утверждения был проведен эксперимент, в котором случайный шум был заменен на высокоамплитудные низкочастотные помехи, а в качестве алгоритма деконволюции использовался описанного выше *гибридный* метод. Полученные результаты были проанализированы в сравнении с вариантом обработки данных со случайным шумом тем же алгоритмом деконволюции.

В ходе эксперимента исходные трассы с белым шумом были преобразованы в трассы с низкочастотным (до 14 Гц) высокоамплитудным шумом. Важно отметить, что низкочастотной фильтрации подвергался исключительно белый шум (не сумма сигнала и шума), после чего низкочастотная модель шума прибавлялась к «чистым» данным (рис. 21). При этом распределение зашумленных трасс и их процентное соотношение в различных наборах остались неизменными по сравнению с предыдущим экспериментом (Матвеев и др., 2025).

Анализ итоговых сейсмограмм, амплитудных спектров и контрольных атрибутов качества (рис. 22–23) выявил ряд характерных особенностей по сравнению с результатами, полученными при обработке тех же данных со случайным шумом:

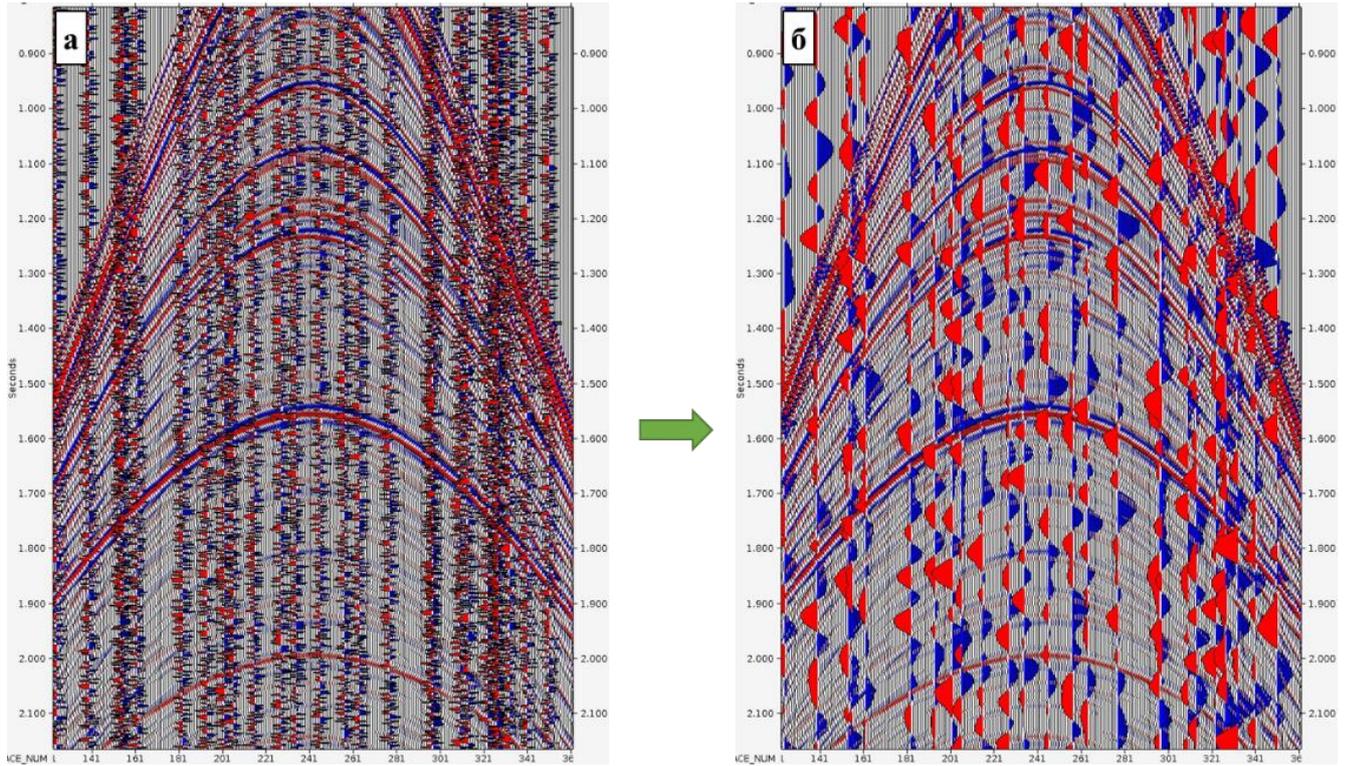


Рисунок 21. Фрагменты сейсмограмм ОПВ с 20% зашумленных трасс: белый шум (а), низкочастотный шум (б).

- По амплитудным спектрам прослеживается нежелательное «перетекание» энергии в область высоких частот и смещение нижней граничной частоты (рис. 22).

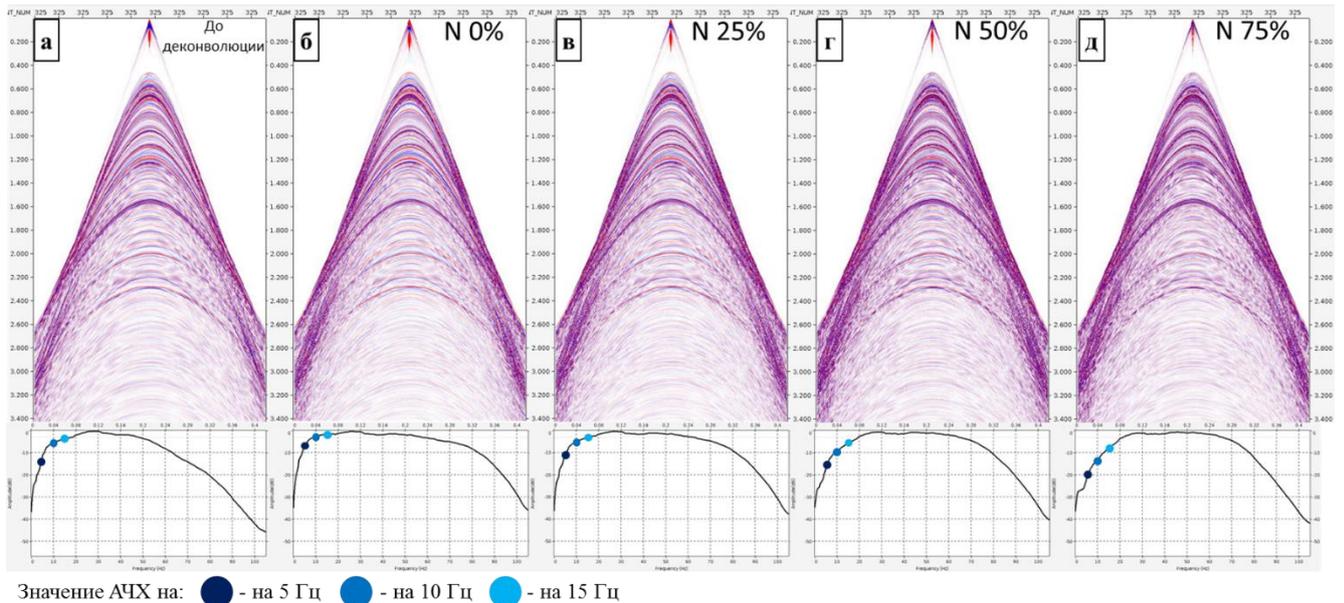


Рисунок 22. Сейсмограммы ОПВ и соответствующие им спектры до (а) и после деконволюции по гибричному алгоритму. В верхнем углу для каждого ансамбля указан процент трасс с добавлением низкочастотного шума в наборе, по которому оценивались компоненты записи: 0% (б), 25% (в), 50% (г), 75% (д).

- Количественная оценка по атрибутам «ширина спектра» и «преобладающая частота» подтверждает данный эффект: в случае низкочастотных помех преобладающая частота демонстрирует монотонный рост, тогда как ширина спектра монотонно убывает до значений 20–25% шума, после чего выходит практически на постоянный уровень. Для эксперимента с белым шумом функции обоих атрибутов являются монотонно убывающими (рис. 23а, б).
- Также среднеквадратическое отклонение от эталона АКФ оказывается гораздо большим для данных с низкочастотными помехами по сравнению с данными, которые содержали белый шум, даже при небольшом проценте шума (рис. 22в).

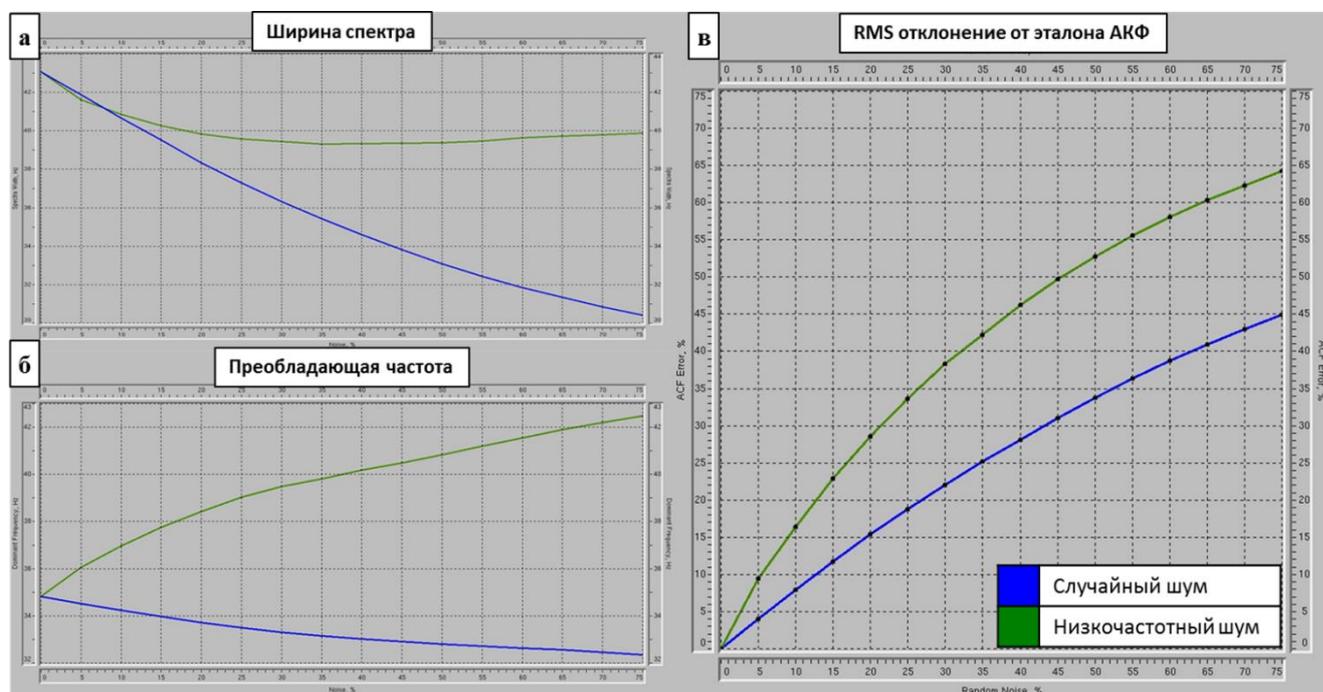


Рисунок 23. Графики зависимостей атрибутов «преобладающая частота», «ширина спектра» и «RMS отклонение от эталона АКФ» от количества (процента) трасс с добавлением белого и низкочастотного шума, присутствующих в наборе при оценке компонент записи, для гибридного алгоритма.

### 3.3.2. Описание и результаты эксперимента на реальных данных. Специальная предобработка данных до деконволюции

Для проверки полученных результатов по синтетическим данным было выполнено похожее тестирование на реальных 3D данных нефтегазовой сейсморазведки. Была использована современная съемка по одному из месторождений Восточной Сибири. Особенностью этого набора данных являлось наличие значительного фона остаточных помех на сейсмограммах после

этапа предварительного шумоподавления до деконволюции. Это объясняется тем, что в процессе шумоподавления сознательно не применялись веерные и другие когерентные фильтры, поскольку их применение на этапе до деконволюции может привести к смещению трасс, полученных в различных поверхностных условиях и имеющих существенные отличия в амплитудно-частотных характеристиках и форме импульса.

Смысл тестирования на реальных данных заключался в специальной предобработке перед расчетом операторов деконволюции, то есть в максимальной очистке сейсмограмм от помех для минимизации шумового смещения спектральной оценки данных и расчета более эффективных операторов деконволюции в области низких частот (рис. 24–25).

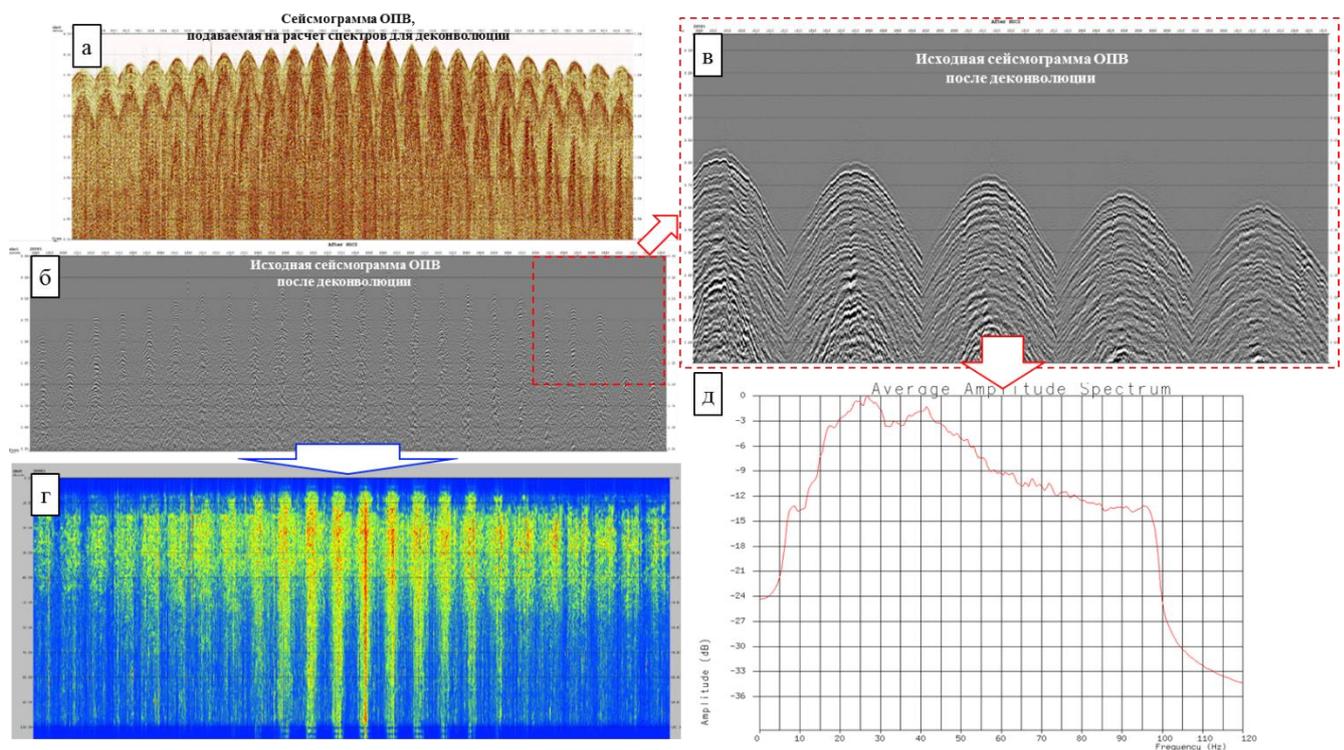


Рисунок 24. Результаты деконволюции по сейсмограммам без применения специальной предобработки данных: сейсмограмма ОПВ до (а) и после (б, в) деконволюции; соответствующие FX-секция (г) и амплитудный спектр (д) после деконволюции.

В рамках эксперимента использовался *медианный* алгоритм деконволюции со следующими выбранными параметрами:

1. Форма окна расчета АКФ в зависимости от удаления – 300–3700 мс.
2. Длина оператора – 200 мс.
3. Шаг предсказания – 2 мс (деконволюция сжатия).
4. Уровень предварительного отбеливания – 0.1%.

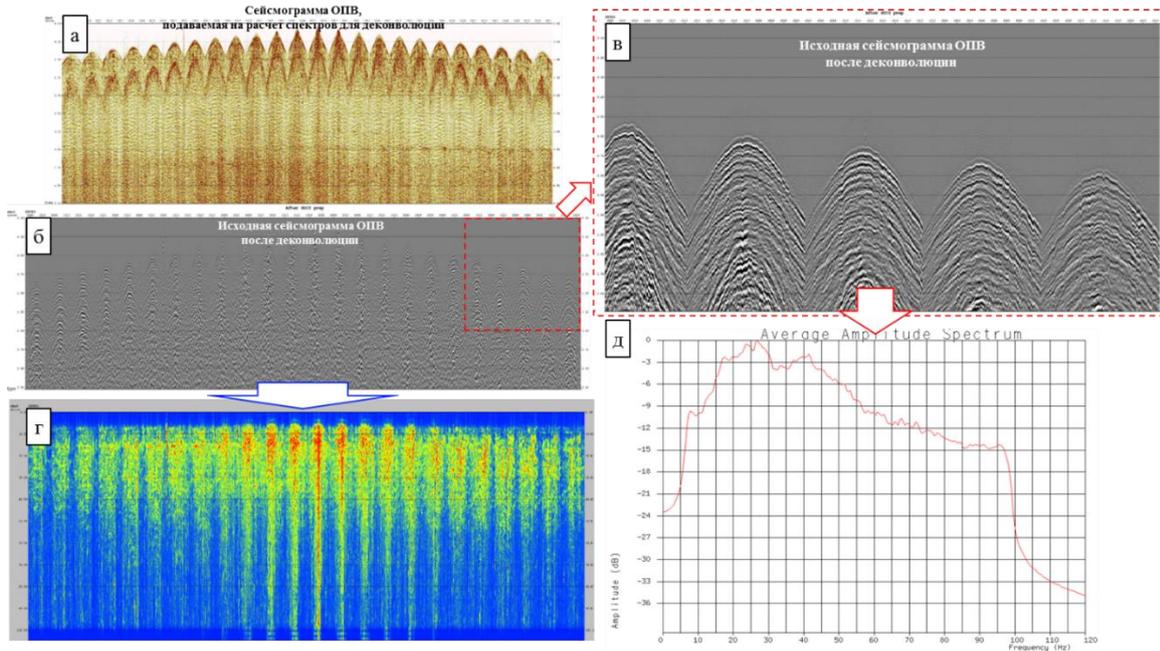


Рисунок 25. Результаты деконволюции по сейсмограммам с применением специальной предобработки данных: сейсмограмма ОПВ до (а) и после (б, в) деконволюции; соответствующие FX-секция (г) и амплитудный спектр (д) после деконволюции.

Применение специальной предобработки перед деконволюцией приводит к заметному усилению низкочастотной составляющей: на частоте 10 Гц наблюдается прирост амплитуд приблизительно на 6 дБ по сравнению с результатами деконволюции без предварительной обработки (рис. 26, 27).

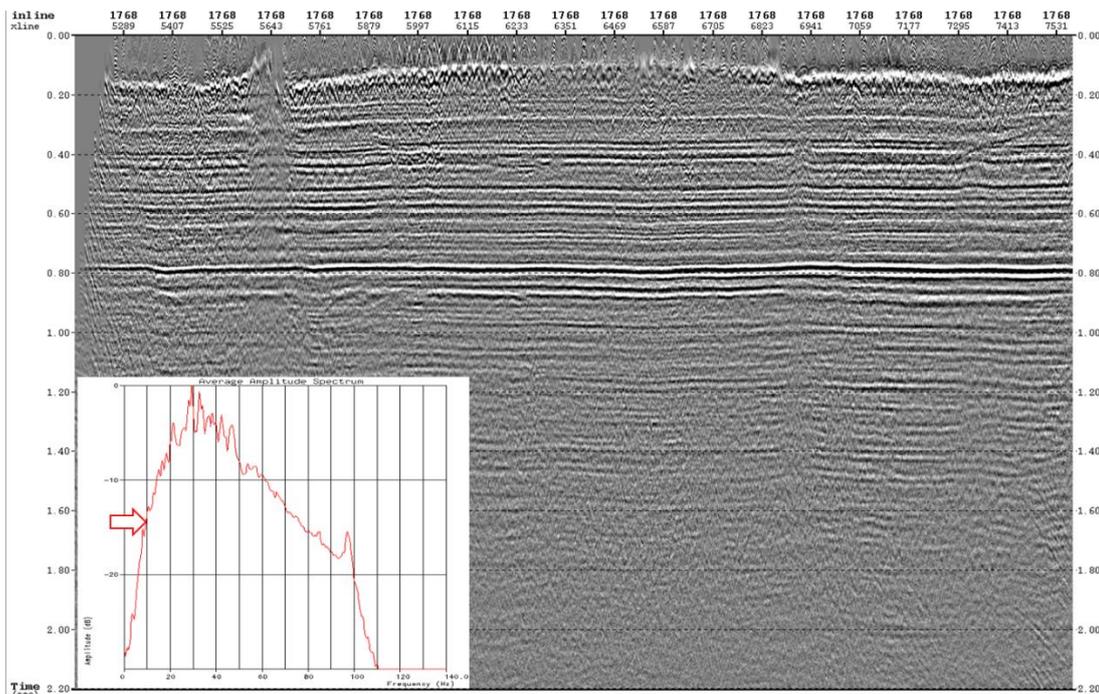


Рисунок 26. Контрольный временной разрез после деконволюции без применения специальной предобработки данных и соответствующий ему амплитудный спектр.

Специальная предобработка позволяет компенсировать различия в низкочастотной части спектра между входными данными и данными после деконволюции (рис. 28, 27).

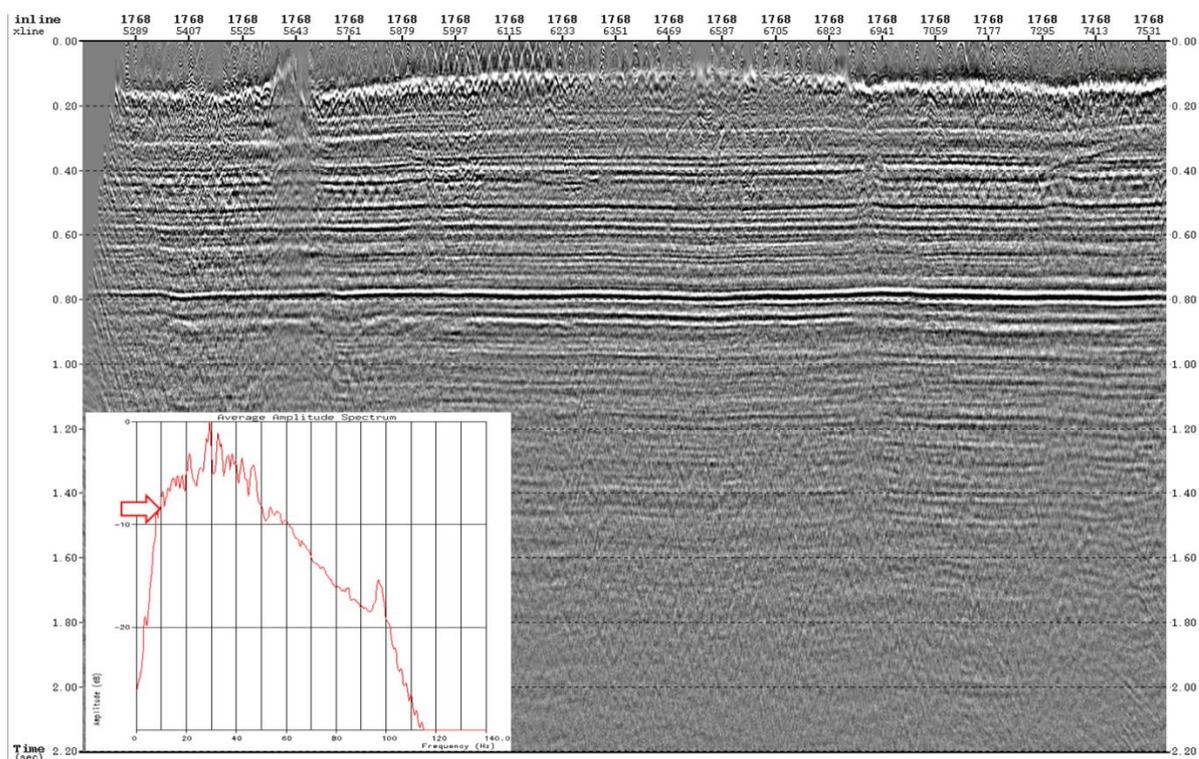


Рисунок 27. Контрольный временной разрез после деконволюции с применением специальной предобработки данных и соответствующий ему амплитудный спектр.

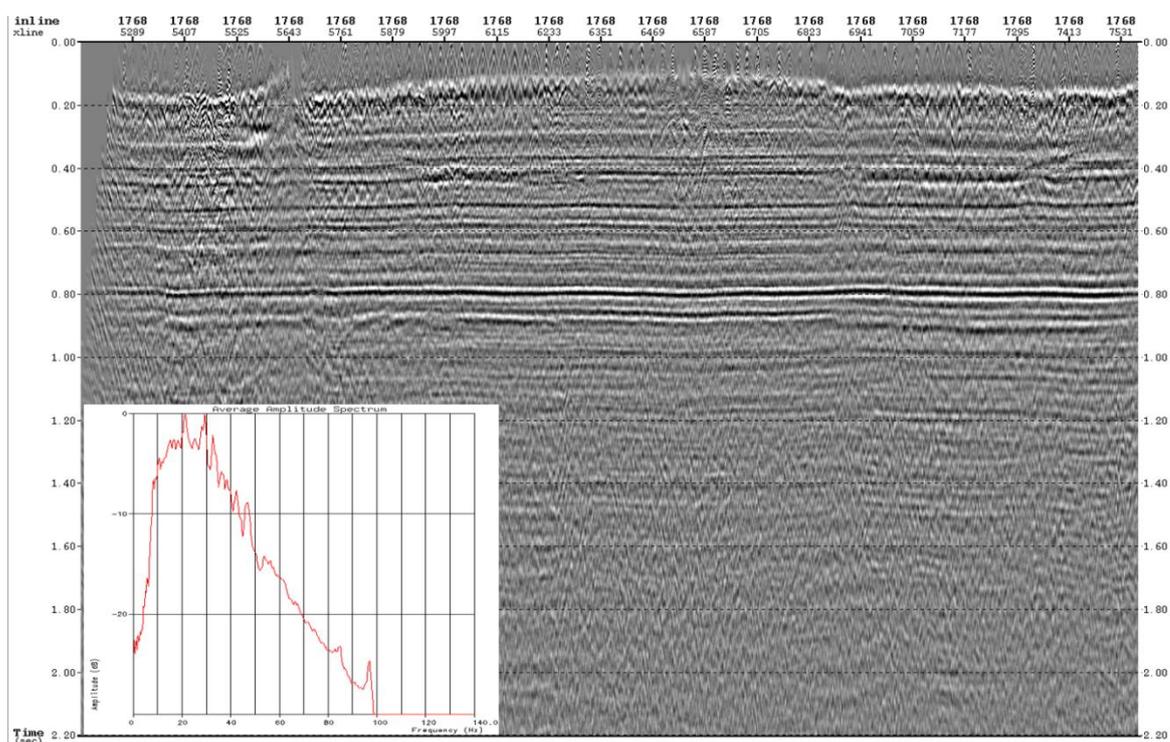


Рисунок 28. Контрольный временной разрез до деконволюции и соответствующий ему амплитудный спектр.

В то же время на контрольных временных разрезах фиксируется увеличение уровня низкочастотных шумов, которые впоследствии могут быть эффективно подавлены на этапе шумоподавления после выполнения деконволюции (Матвеев и др., 2025).

Для комплексного и количественного анализа результатов был рассчитан пространственный атрибут «ширина спектра» по всей площади работ. Для наглядности отображения и сравнения атрибут был переведен из герц в октавы, поскольку представление в октавной системе позволяет косвенно оценивать уровень низких частот в сигнале. Таким образом, можно заметить, что карта атрибута и его среднее значение по площади для данных после деконволюции без предобработки (рис. 29) характеризуются меньшими величинами, чем данные до деконволюции (рис. 30). Данный факт объясняется ослаблением низких частот для деконволюции без предобработки. В свою очередь, использование специальной предобработки данных до выполнения поверхностно-согласованной деконволюции обеспечивает наиболее разрешенный и стабильный результат за счет компенсации низкочастотной области спектра и его равномерного расширения в направлении высоких частот (рис. 31); в среднем прирост ширины спектра относительно результата без предобработки достигает порядка 0.5 октавы.

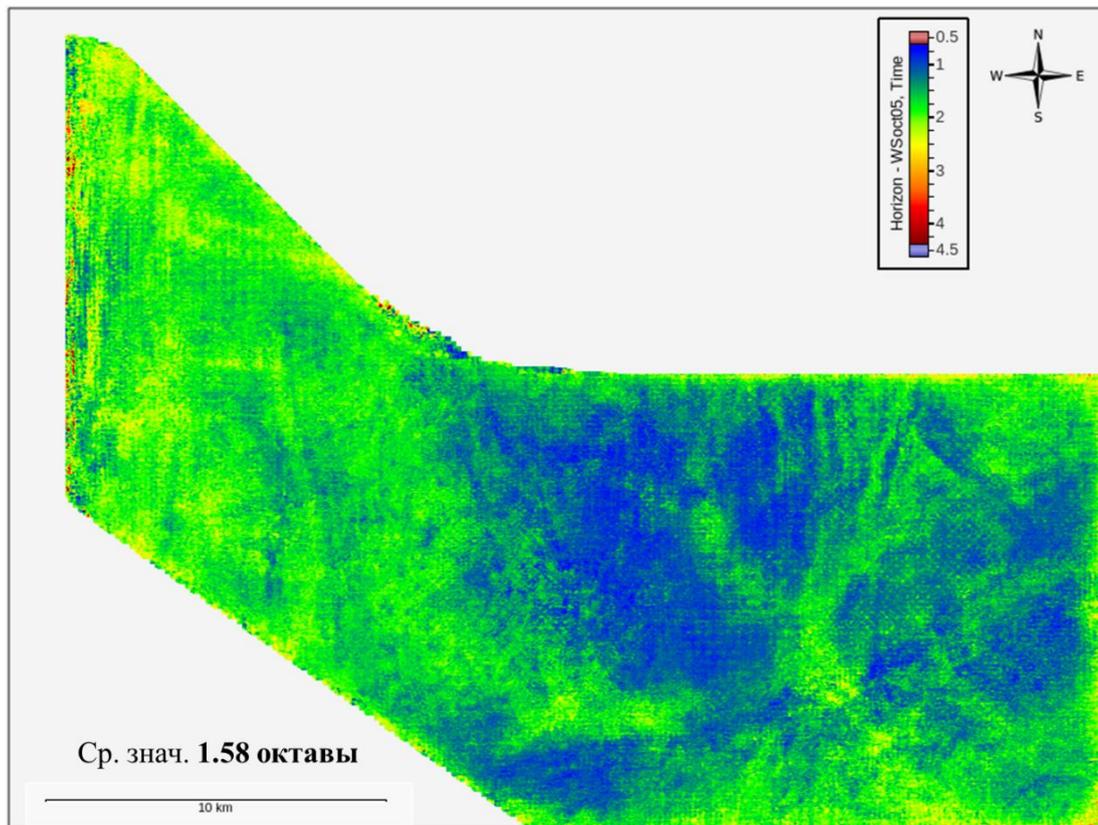


Рисунок 29. Карта атрибута "ширина спектра" (октавы) после деконволюции без применения специальной предобработки.

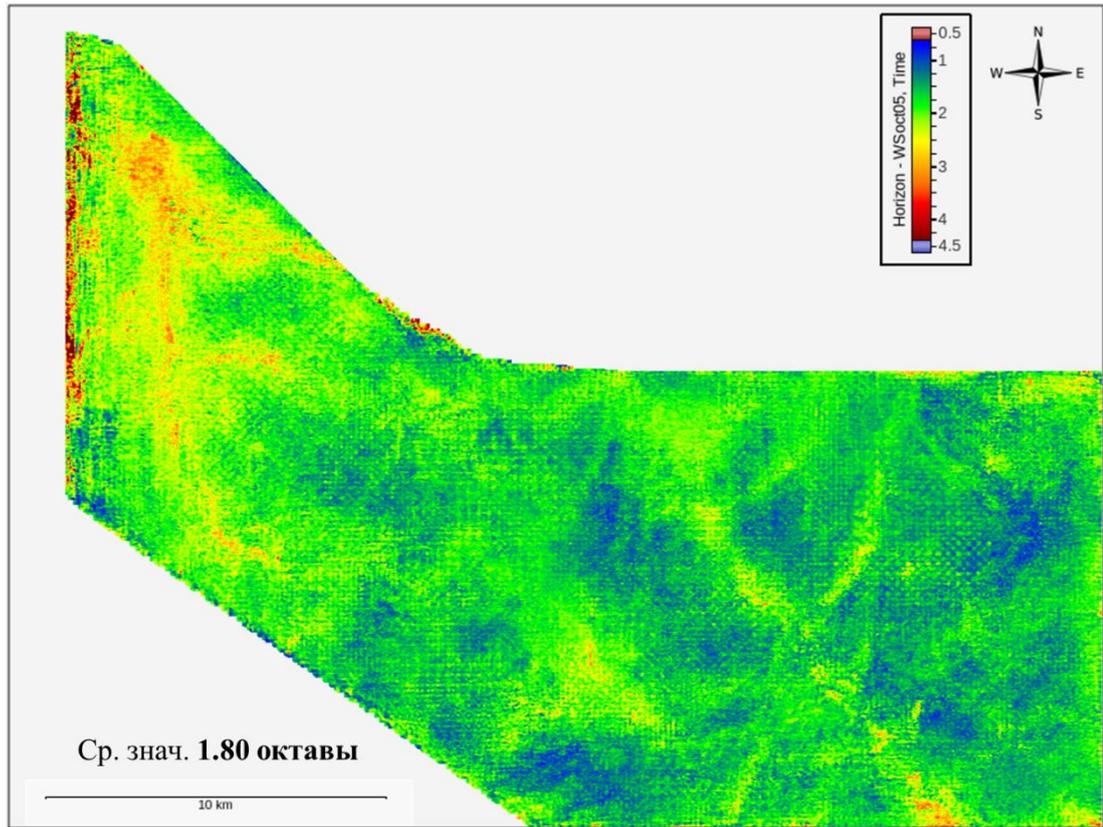


Рисунок 30. Карта атрибута "ширина спектра" (октавы) до деконволюции.

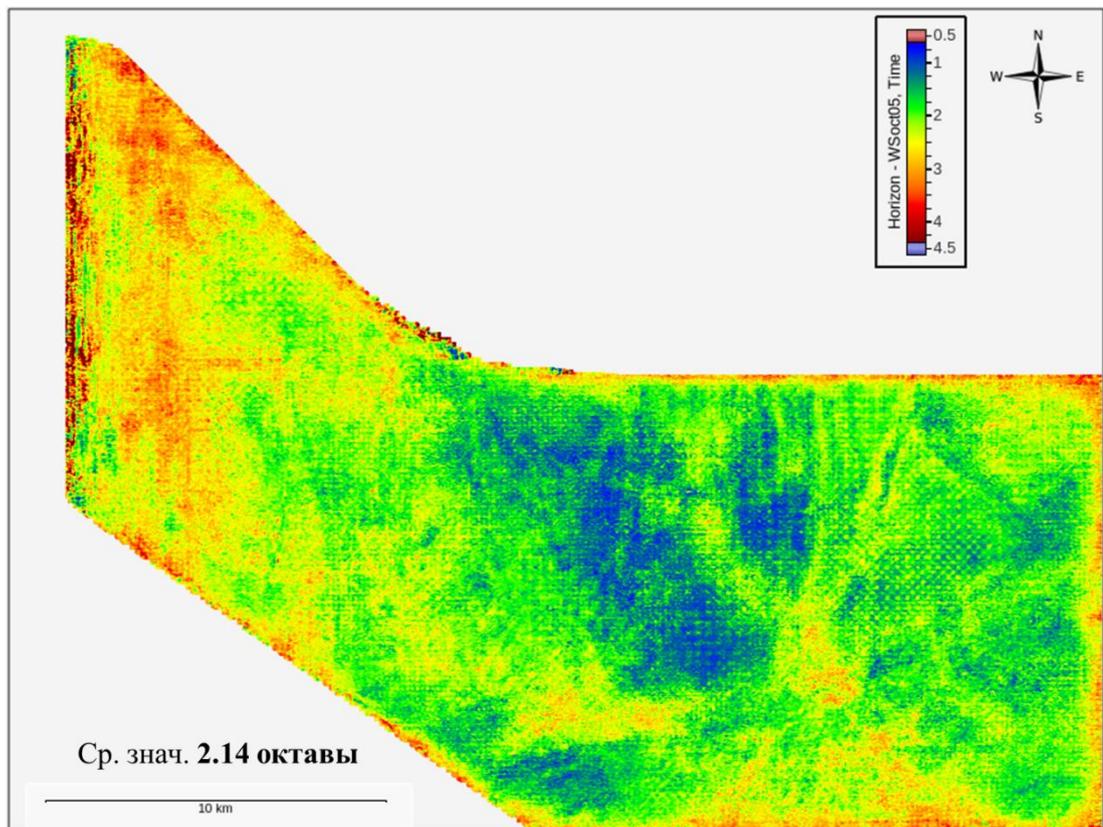


Рисунок 31. Карта атрибута "ширина спектра" (октавы) после деконволюции с применением специальной предобработки.

### **Выводы по разделам 3.2 и 3.3**

*В результате проведенного исследования был выполнен сравнительный анализ двух робастных алгоритмов поверхностно-согласованной деконволюции, оценивающий их устойчивость к случайной шумовой составляющей на этапе декомпозиции, а также изучено влияние спектральных характеристик шума на результат процедуры. На основании этих экспериментов можно сделать следующие основные выводы:*

- *Случайные шумовые помехи с равномерным спектральным распределением энергии по всем частотам при увеличении их количества снижают эффективность деконволюции, что выражается в недостаточном сжатии сигнала, однако при этом не порождают локальных неоднородностей в виде частотных «провалов» на амплитудных спектрах.*
- *Даже небольшое количество низкочастотных помех приводит к искажению результатов деконволюции, проявляющемуся в смещении амплитудных спектров в сторону высоких частот.*
- *Робастная поверхностно-согласованная деконволюция сохраняет работоспособность и эффективность при наличии случайных помех до уровня около 40%. Однако даже незначительное количество узкополосного высокоамплитудного шума вызывает снижение амплитуд в соответствующем частотном диапазоне конечного результата.*
- *Перед проведением деконволюции (включая робастные методы) требуется обязательный этап тщательного шумоподавления и/или специальной предварительной подготовки данных для декомпозиции, с особым вниманием к устранению узкополосных помех, сосредоточенных в определенных частотных диапазонах (Матвеев и др., 2025).*

## 4. Гомоморфные алгоритмы деконволюции: разработка и применение<sup>2</sup>

### 4.1. Кепстральный анализ на примере элементарной 1D модели среды

В данном разделе рассматривается кепстральный анализ элементарной сверточной модели сейсмической трассы для заданного 1D скоростного и плотностного распределения и импульса источника (аддитивная компонента случайного шума предполагается равной нулю). Целесообразность изучения поведения кепстров и тестирования алгоритмов гомоморфной деконволюции на указанном упрощенном примере вытекает из следующих соображений:

- Имеющиеся публикации по теме исследования носят довольно ограниченный практический характер и иллюстративную базу, которые не позволяют получить полноценное визуальное представление о кепстральной области как таковой.
- Оценки алгоритмов гомоморфной деконволюции (любой фильтрации в кепстральной области) в литературе так же имеют сравнительно узкую направленность, то есть не в полной мере описываются результаты и этапы исследований конкретных методов и не приводятся сравнения различных подходов.
- В существующих обрабатывающих комплексах, доступных автору работы, отсутствуют программы реализации гомоморфной деконволюции и модули, предназначенные для анализа кепстров.

Последний пункт обуславливает необходимость самостоятельной разработки автором программ для достижения поставленных задач. В качестве языка программирования был выбран

---

<sup>2</sup> При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации, выполненные автором лично или в соавторстве, в которых, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования:

12. **Матвеев Н.М.**, Степанов П.Ю., Королев Д.А. Применение гомоморфной деконволюции при обработке сейсмических съемок с различными источниками // Геофизика. №1. 2024. С. 15–23. EDN: NFDYLP. (1,04 п.л., вклад автора 50%, Импакт-фактор 0,342 (РИНЦ)).

13. **Матвеев Н.М.**, Степанов П.Ю. Применение кепстрального анализа и гомоморфной деконволюции при обработке нуль-фазовых сейсмических данных // Гелиогеофизические исследования. №43. 2024. С. 46–55. EDN: XGQPWA. (1,16 п.л., вклад автора 80%, Импакт-фактор 0,370 (РИНЦ)).

16. **Матвеев Н.М.**, Степанов П.Ю. Применение гомоморфного алгоритма поверхностно-согласованной деконволюции при обработке сейсморазведочных данных и его сравнение со стандартными методами // Приборы и системы разведочной геофизики. №2 (85). 2025. С. 72–84. EDN: NQELYX. (1,50 п.л., вклад автора 80%, Импакт-фактор 0,056 (РИНЦ)).

высокоуровневый интерпретируемый язык MATLAB как достаточно оперативный и эффективный пакет при решении прикладных технических проблем.

Основные операции в кепстральной области при написании программ были выполнены посредством встроенных функции MATLAB `rspecs` (вычисление действительного кепстра) и `cspecs/icspecs` (вычисление комплексного кепстра и обратное кепстральное преобразование, соответственно). Функция `cspecs` по умолчанию включает в себя процедуры фазовой развертки и добавления в данные нулей; также существуют две опции расчета комплексного кепстра: основанная на преобразовании Фурье и на факторизации z-преобразования. Для осуществления всех алгоритмов применялась первая опция в силу ее универсальности: подходит для любых сигналов. Вторая опция обладает рядом преимуществ (не требуется развертывание фазовой кривой, отсутствие аляйсинга в кепстральной области), однако накладываются дополнительные ограничения на входную последовательность: ее z-преобразование должно иметь только нули, которые при этом не могут лежать на единичной окружности в z-плоскости.

Для целей моделирования был выбран импульс *Берлаге*, задаваемый формулой:

$$w(t) = t^n \exp(-bt) \sin(2\pi f_0 t) \quad (61)$$

Здесь  $f_0$  – несущая частота сигнала,  $n$ ,  $b$  – дополнительные коэффициенты, определяющие вид огибающей импульса и его затухание, соответственно.

Были заданы достаточно характерные для нефтегазовой сейсморазведки основные параметры импульса и шаг дискретизации ( $dt$ ):  $f_0 = 20$  Гц,  $n = 0$ ,  $b = 50 \text{ c}^{-1}$ ,  $dt = 2$  мс. Далее, полученная сигнатура источника была приведена к минимально-фазовому виду посредством преобразования Гильберта для простоты анализа и возможности использования преимуществ кепстров сигналов с минимальной фазой. На рис. 32 представлен результирующий импульс, его амплитудный и фазовый спектры.

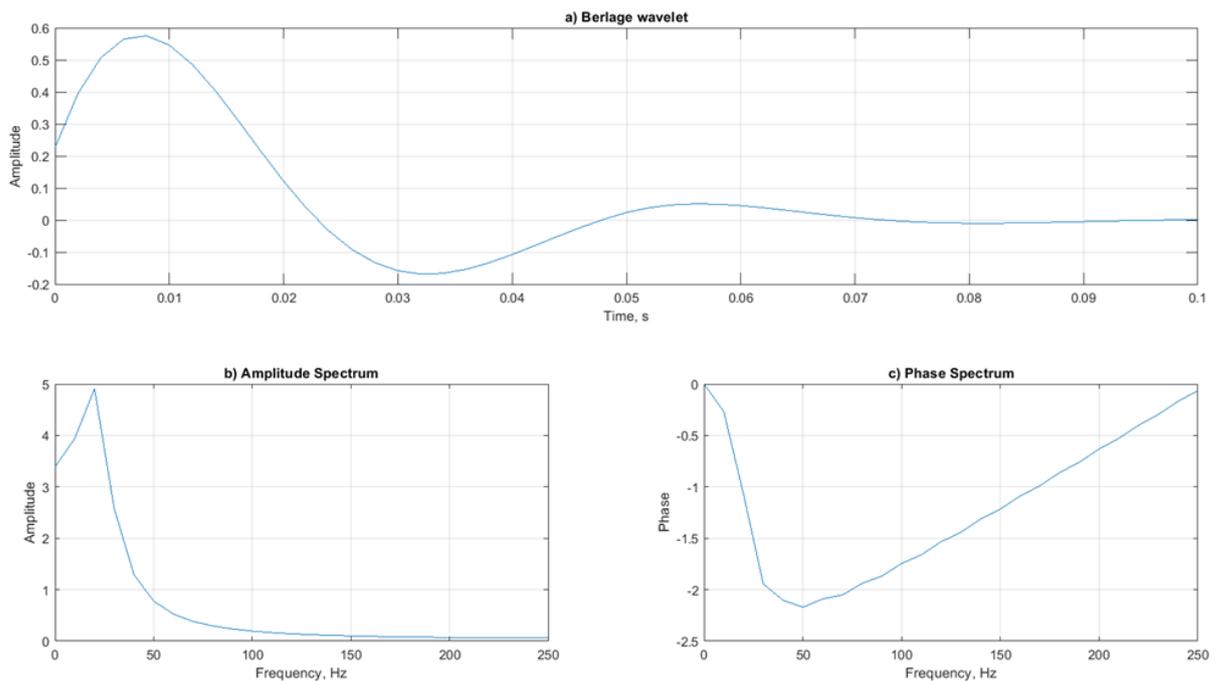


Рисунок 32. Результирующий минимально-фазовый импульс, его амплитудный и фазовый спектры.

Также были рассчитаны комплексный и действительный кепстры сигнатуры источника (рис. 33) и проанализировано их соответствие свойствам, перечисленным в разделе 2.5.4. Из рис. 33а видно, что входная последовательность действительно является минимально-фазовой, так как ее комплексный кепстр существует только для неотрицательных значений кьюфренси и равен нулю для отрицательных (**свойство 3**).

Также на основе действительного кепстра посредством выражения из **свойства 4** для минимально-фазовых сигналов был рассчитан аналог комплексного кепстра (рис. 33с), который, очевидно, совпадает с оригиналом (рис. 33д). Таким образом, данное свойство позволяет строить минимально-фазовый эквивалент сигнатуры с известным действительным кепстром (амплитудным спектром) и, как следствие, проводить оценку импульса (при условии, что он минимально-фазовый) при гомоморфной деконволюции. С другой стороны, возникает перспектива для эксплуатации действительного кепстра сигнала при построении фильтра приведения смешанно- или максимально-фазовых последовательностей к минимально-фазовому виду в кепстральной области.

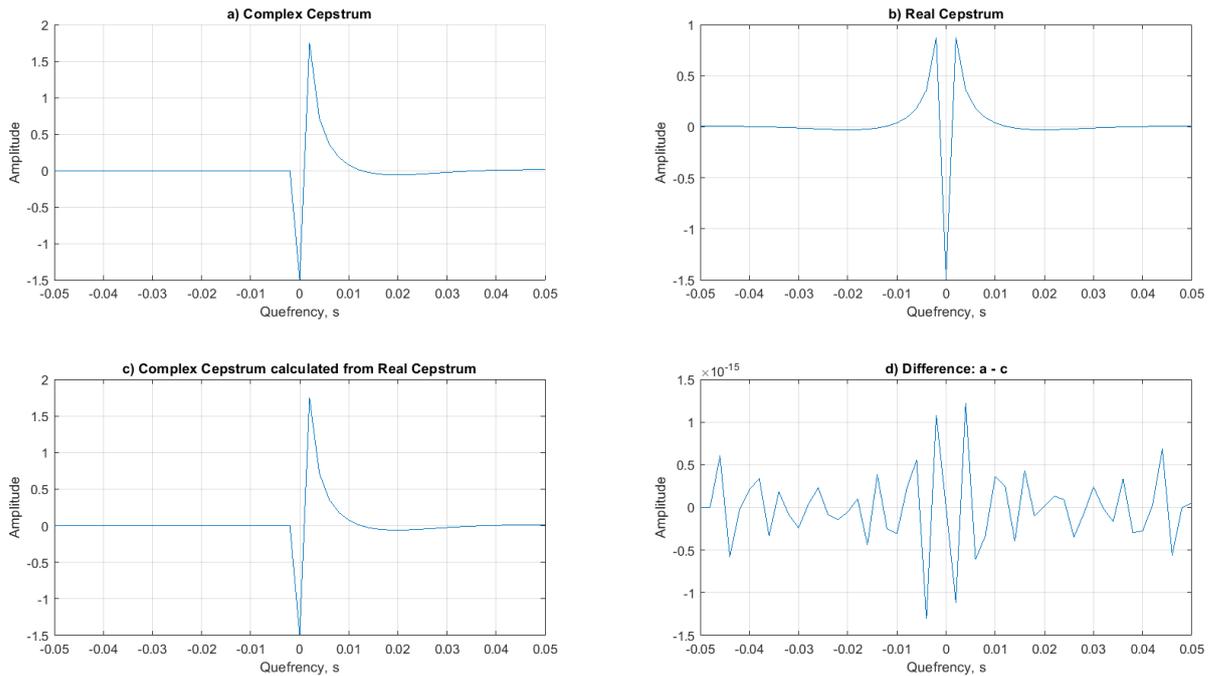


Рисунок 33. Кепстры входного минимально-фазового импульса: комплексный кепстр (а), действительный кепстр (b), комплексный кепстр, вычисленный на основании действительного кепстра (с), разница между а и с (d).

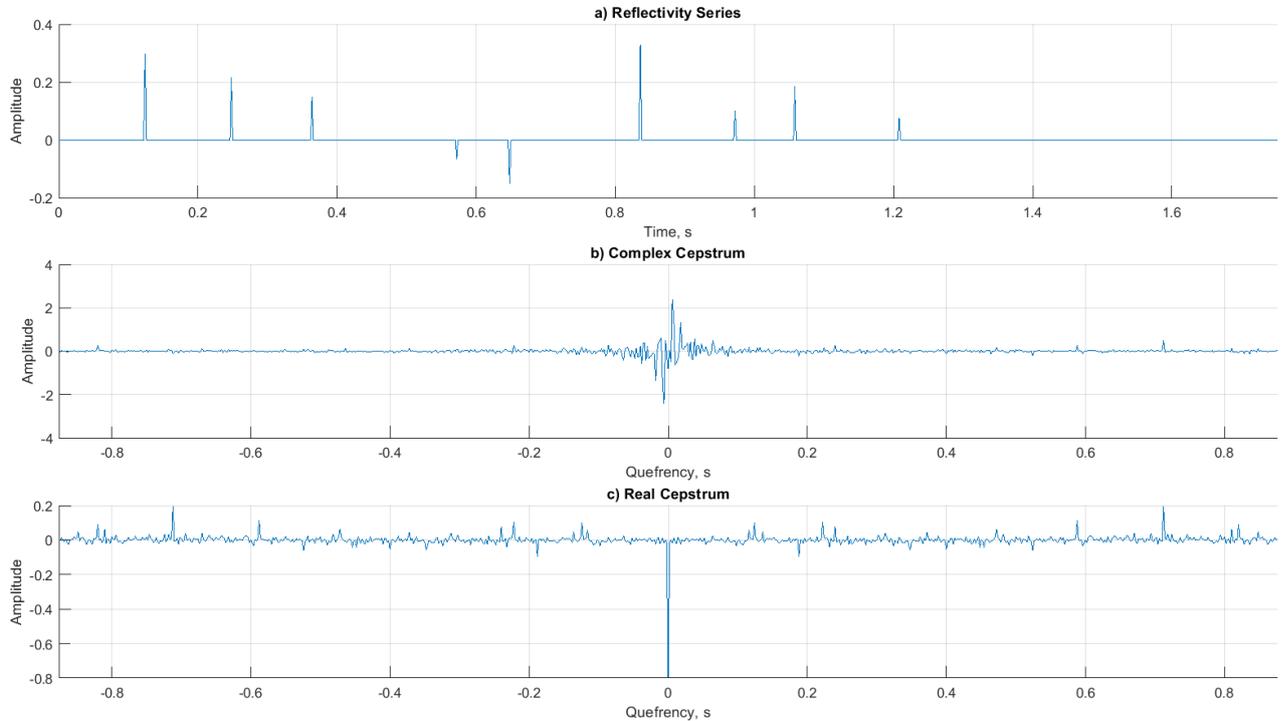
После задания импульса была определена несложная модель среды, состоящая из 10 слоев. На данном этапе изучения модель не была привязана к конкретной реальной геологической обстановке. Были приняты следующие параметры слоев сверху вниз:

- Скорости продольных волн  $V_p$  [ $\frac{м}{с}$ ]: 800, 1200, 1700, 2400, 2100, 1700, 2500, 3000, 4000, 4500.
- Плотности  $\rho$  [ $\frac{кг}{м^3}$ ]: 1700, 2100, 2300, 2200, 2200, 2000, 2700, 2750, 3000, 3100.
- Мощности слоев  $h$  [м]: 50, 75, 100, 250, 80, 160, 170, 130, 300, 1000.

Импульсная характеристика среды была рассчитана для случая нормального падения плоской продольной волны на границу пласта. Трасса коэффициентов отражения, ее комплексный и действительный кепстры продемонстрированы на рис. 34.

Из рис. 34b очевидно, что импульсная характеристика среды является смешанно-фазовой последовательностью, так как ее комплексный кепстр имеет ненулевые отсчеты на всей оси кьюфренси (**свойство 3**). В дополнение, при сравнении комплексных кепстров для сигнатуры источника и последовательности коэффициентов отражения (рис. 33а, 34b) отмечается перекрытие их диапазонов существования, следовательно, невозможность их прямого использования при гомоморфной деконволюции. Другими словами, при вычислении сверточной

модели сейсмической трассы, эквивалентному сложению комплексных кепстров вейвлета и отражательной способности в кепстральной области, тривиальным обнулением части результирующего комплексного кепстра извлечение импульса из данных не реализуемо.



*Рисунок 34. Импульсная характеристика среды (а) и соответствующие ей комплексный (b) и действительный (c) кепстры.*

Тем не менее, обозначается соображение о приведении сейсмической трассы к минимально-фазовому виду и применении **свойства 6** для разделения двух перечисленных откликов, однако ряд тестов показывает, что результаты приведения к минимальной фазе до (сигнатуры источника и импульсной характеристики среды по отдельности) и после (комплексного отклика составляющих) свертки различаются, то есть дальнейшие оценки оказываются некорректными.

Далее, если провести анализ действительных кепстров импульса и трассы коэффициентов отражения (рис. 33b, 34c), то проявляется временная полоса вблизи начала координат, в которой амплитудный вклад сигнатуры будет значительно превалировать над вкладом отражательной способности в действительном кепстре сейсмической трассы, что позволит оценить импульс для деконволюции. На этом участке времен существенно выделяется по амплитуде только нулевой отсчет действительного кепстра импульсной характеристики среды, что, как может показаться, затруднит анализ и приведет к неточным результатам. Однако, значение на нулевой кьюфренси, как в действительном, так и в комплексном кепстре, отвечает среднему арифметическому

натурального логарифма амплитудного спектра исходной временной последовательности (напрямую следует из формул (16) и (17)). Иначе говоря, обнуление нулевого отсчета действительного или комплексного кепстра (так как их амплитуды на нулевой кьюфренси всегда равны) приводит к масштабированию оригинальной временной функции на постоянный коэффициент, для минимально-фазового сигнала равный  $1/\exp[c_{rs}(0)]$  или  $1/\exp[c_{cs}(0)]$ . При рассмотрении произвольных по фазе последовательностей данный коэффициент незначительно отличается (3-4%) от случая минимальной фазы, что, по-видимому, связано с погрешностью вычислений (Матвеев и др., 2024; Матвеев, Степанов, 2024).

Итоговая сейсмическая синтетическая трасса, полученная с помощью свертки описанных выше импульса источника и трассы коэффициентов отражения, изображена на рис. 35, в дальнейшем использовалась для тестирования различных алгоритмов гомоморфной деконволюции. Как и предполагалось ранее, в действительном кепстре трассы (рис. 35с) отчетливо выделяется участок времен вблизи начала координат с преобладающим влиянием импульса. В заключении подраздела можно сделать промежуточный **вывод по разделу 4.1** о том, что *конфигурация действительного кепстра трассы обуславливает большую перспективность его использования для прямой оценки отклика (амплитудного) источника, по сравнению с комплексным кепстром. Вопрос оценки фазовой характеристики сигнатуры остается открытым (поскольку действительный кепстр не содержит информацию о фазе), поэтому требуется делать предположение о фазе импульса и в соответствии с этим рассчитывать его комплексный кепстр на основании действительного.* Напомним, что комплексный кепстр необходим для однозначного восстановления последовательности во временной области.

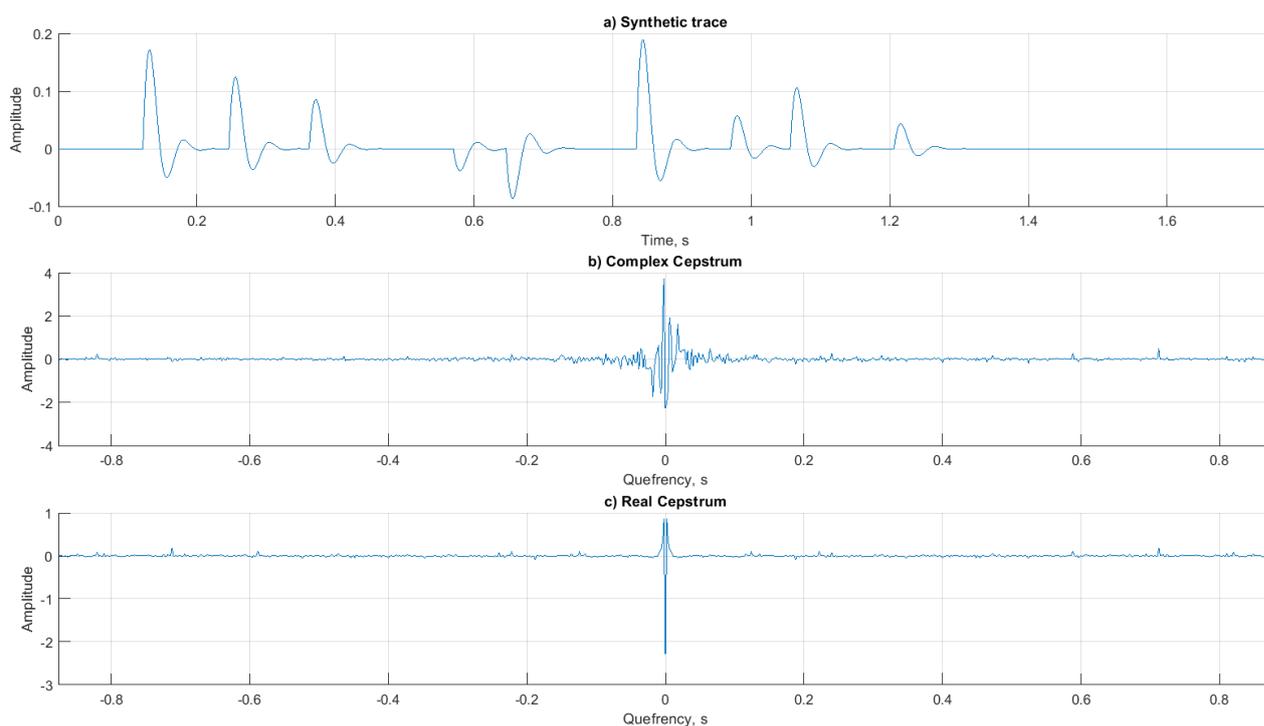


Рисунок 35. Синтетическая сейсмическая трасса (а) и соответствующие ей комплексный (б) и действительный (с) кепстры.

## 4.2. Тестирование алгоритмов гомоморфной деконволюции на синтетических данных

Ввиду разнообразия подходов к выполнению гомоморфной деконволюции и отсутствия стандартизированной оптимальной методики автором работы было принято решение о тестировании различных алгоритмов деконволюции в кепстральной области на синтетических данных с целью выделения наиболее перспективных техник, которые впоследствии могли бы быть адаптированы для реальных данных. Одна часть из запрограммированных алгоритмов имеет описание в литературе, другая – несколько модифицирована, третья – не встречена в публикациях, при этом в работу не были включены методы с низкой эффективностью. В то же время, все они нацелены на ослабление влияния источника, то есть могут быть сопоставлены с общепринятыми типами фильтрации Винера: деконволюцией сжатия и предсказывающей деконволюцией с малым шагом предсказания.

### 4.2.1. Оценка сигнатуры источника по действительному кепстру и ее извлечение в кепстральной области

Данный алгоритм гомоморфной деконволюции основан на оценке комплексного кепстра сигнатуры источника (и его последующем вычитании из комплексного кепстра трассы) по

действительному кепстру трассы. Как отмечалось выше, для восстановления комплексного кепстра импульса по действительному кепстру требуется сделать предположение о фазе сигнала. Здесь сигнатура была минимально-фазовой, и было задействовано **свойство 4** (аналогичное выражение из указанного свойства существует и для максимально-фазовых последовательностей; для нуль-фазовых последовательностей действительный и комплексный кепстры будут равны). Более подробно, порядок процедур следующий:

1. По действительному кепстру трассы определить диапазон времен, на который основное влияние оказывает сигнатура источника, то есть выбрать временное окно анализа. Логично выбирать симметричное относительно начала координат окно, так как действительный кепстр (действительной последовательности) является четным.
2. Обнулить действительный кепстр за пределами этого окна и считать результирующую последовательность действительным кепстром входного импульса.
3. По **свойству 4** вычислить оценку комплексного кепстра источника по полученному в п.2 действительному кепстру.
4. Рассчитать комплексный кепстр трассы и вычесть из него оценку комплексного кепстра источника.
5. Результат разности из п.4 преобразовать из кепстральной области во временную.

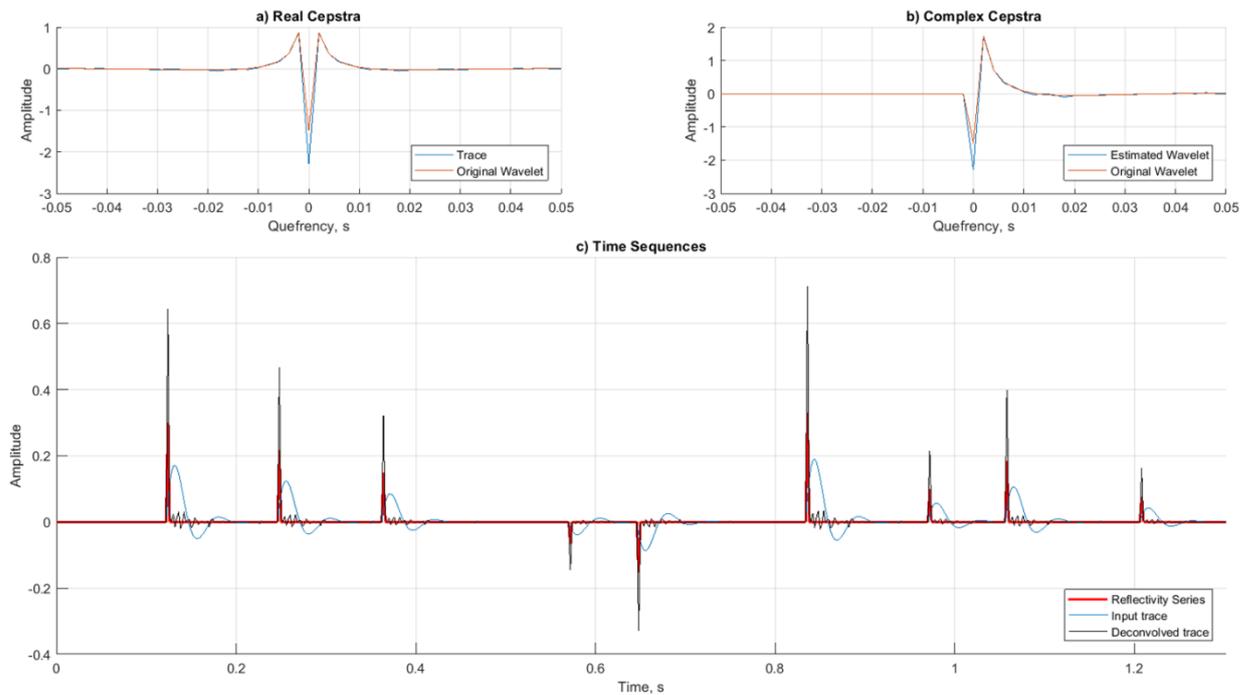
Несомненно, основным параметром алгоритма является *размер окна анализа*, который иначе можно назвать *длиной оператора (фильтра) деконволюции в кепстральной области*. При данных условиях размер окна анализа будет в 2 раза больше длины оператора, поскольку действительный кепстр – четная функция, а комплексный кепстр минимально-фазового сигнала существует только для неотрицательных кьюфренси. Некоторые исследователи, из эмпирических соображений, полагают оптимальной длину фильтра, равной 1/3 от длительности входного импульса (Ulrych, 1971).

По рис. 32а видно, что значимая длина сигнатуры составляет порядка 70 мс, значит, исходя из критерия оптимальности, следует выбирать длину оператора порядка 24 мс. Тем не менее, опробование более длинных фильтров дает лучшие результаты (при этом слабо отличающиеся друг от друга) вплоть до того момента, когда длина оператора будет близка или превысит длину модельного импульса.

В ходе тестирования был выбран фильтр длиной 50 мс, оценка и применение которого представлены на рис. 36. Отмечаются следующие особенности:

- приемлемое сходство оригинальных кепстров и их оценок на качественном и количественном уровнях, обеспечивающее пригодность алгоритма;

- близость итоговой трассы коэффициентов отражения к заложенной в модель;
- неидеальность вычисленного результата, связанная с наличием шумовой компоненты; предположительно, объясняется неточной оценкой вклада сигнатуры;
- эффект масштабирования искомой трассы на постоянный коэффициент, что вызвано обнулением кепстров в начале координат вследствие кепстральной фильтрации.



*Рисунок 36. Оценка действительного кепстра импульса по действительному кепстру трассы и сравнение с оригинальным кепстром (а). Сравнение оригинального комплексного кепстра сигнатуры источника с его оценкой (б). Результат деконволюции; его сопоставление с исходной трассой и желаемым результатом.*

#### **4.2.2. Оценка сигнатуры источника по действительному кепстру и ее извлечение во временной области с помощью обратного фильтра Винера**

Рассматриваемый подход является комбинацией гомоморфной технологии и деконволюцией сжатия. Как и в предыдущем разделе, оценка импульса делается на основании действительного кепстра трассы, то есть пункты 1–3 полностью повторяются. Далее, оцененный комплексный кепстр источника преобразуется во временную область и извлекается с помощью обратного винеровского фильтра. Таким образом, выстраивается следующая последовательность операций:

1. По действительному кепстру трассы определить диапазон времен, на который основное влияние оказывает сигнатура источника, то есть выбрать временное окно анализа.
2. Обнулить действительный кепстр за пределами этого окна и считать результирующую последовательность действительным кепстром входного импульса.
3. По **свойству 4** вычислить оценку комплексного кепстра источника по полученному в п.2 действительному кепстру.
4. Преобразовать оценку комплексного кепстра источника во временную область.
5. Построить обратный фильтр на основании полученного сигнала посредством выражения (6).
6. Извлечь временной аналог импульса посредством обратной фильтрации Винера.

Предполагается, что такой метод может сочетать в себе преимущества обеих техник: более точную оценку импульса в кепстральной области и согласованность с критерием оптимальности по Винеру (построение оператора по принципу наименьших квадратов в смысле невязки энергии между получаемым и желаемым выходом). Важно отметить, что обращение к винеровскому подходу влечет за собой выполнение ряда известных предположений деконволюции, описанных в разделе 2.1.

*Предположение 1.* Среда считается горизонтально-слоистой с постоянными скоростями в пределах слоев.

*Предположение 2.* Источник упругих колебаний генерирует плоскую продольную волну, ее падение на границы раздела нормальное.

*Предположение 3.* Сигнатура источника известна и стационарна.

*Предположение 4.* Компонента случайного шума считается нулевой.

*Предположение 5.* Импульс источника минимально-фазовый.

*Предположение 6.* Серия коэффициентов отражения представляет собой случайный процесс.

Некоторые из выделенных предположений, безусловно, приурочены к допустимости употребления сверточной модели сейсмической трассы как таковой, в следствие чего они должны соблюдаться и при гомоморфной деконволюции; предположения 2, 4 и 5 (более жесткое ограничение на минимальную фазу сигнала) были оговорены выше. Предположение 6 при реализации данной техники не требуется, поскольку сигнатура источника оценивается не косвенно по АКФ сейсмической трассы, а напрямую посредством кепстрального анализа.

Стоит заметить, что подобный совмещенный алгоритм представляет собой нечто среднее между статистическим и детерминистическим подходами к деконволюции, так как, с одной стороны, матрица Тоерлitz в выражении (6) формируется по АКФ рассчитанного в кепстральной области импульса, с другой стороны, указанная оценка носит статистический характер.

Тестирование программы проводилось на тех же синтетических данных; кепстральный анализ сигнатуры был выполнен с применением фильтра длиной 50 мс из предыдущего подраздела (рис. 36а, б); во временной области итоговая длительность оценки импульса составила 100 мс. Дальнейшее построение обратного фильтра Винера проводилось со следующими параметрами: длина оператора ( $n$ ) – 100 мс, окно расчета АКФ ( $W$ ) – 100 мс, уровень белого шума ( $\varepsilon$ ) – 1%.

Результаты работы алгоритма показаны на рис. 37. Наблюдаются:

- хорошая сходимость оригинального импульса и его оценки при их нормировке;
- восстановленная трасса коэффициентов отражения близка к заданной импульсной характеристике среды по расположению границ слоев, однако отличается по амплитудам;
- шумовая составляющая в данных после деконволюции относительно невелика.

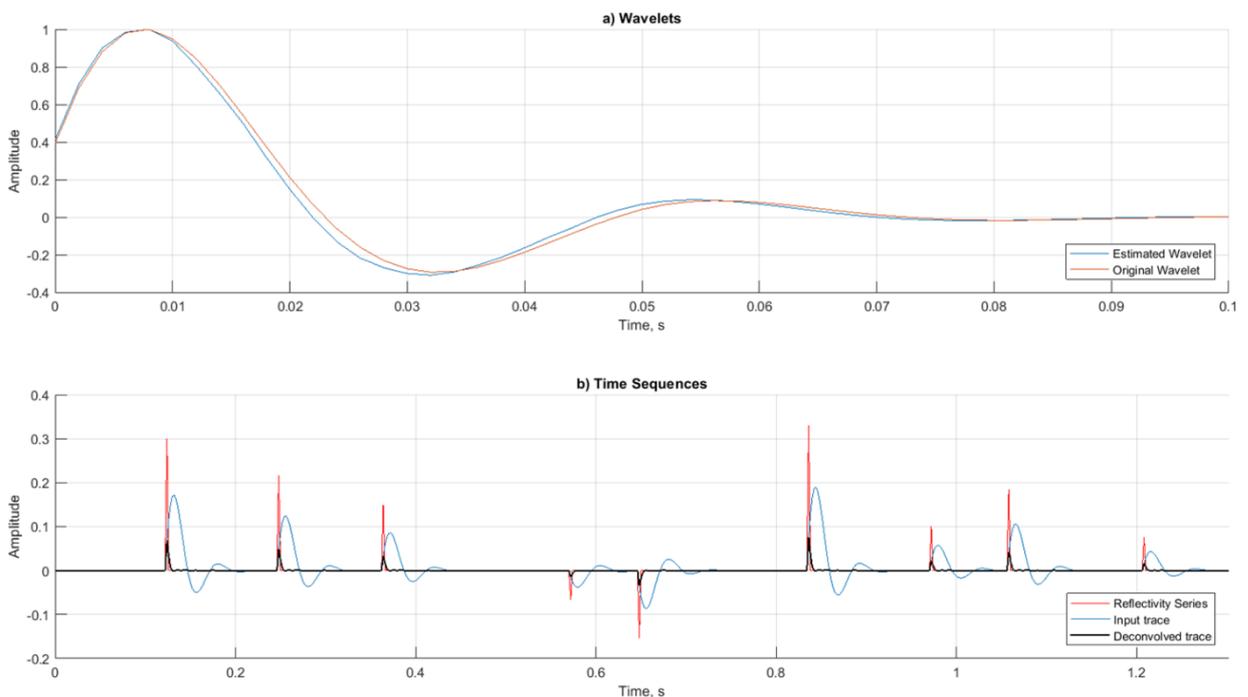


Рисунок 37. Результаты комбинированного подхода (кепстральной оценки сигнатуры и винеровской обратной фильтрации): нормированные входной импульс и его оценка (а); импульсная характеристика среды, трассы до и после деконволюции (б).

### 4.2.3. Многоканальная оценка сигнатуры источника. Кепстральное осреднение

Метод кепстрального осреднения или кепстрального суммирования (краткое его описание дается в главе 1) был впервые рассмотрен Р.М. Отисом и Р.Б. Смитом как технология, не требующая знания фазы сигнатуры источника и импульсной характеристики среды (Oppenheim, Tribolet, 1978; Otis, Smith, 1977; Tribolet, Oppenheim, 1977). Тем не менее, для осуществления данного подхода требуются многоканальные наблюдения со стационарным источником и нестационарным распределением отражающих горизонтов по латерали (изменчивость положения границ пластов по глубине, значений амплитудных и фазовых характеристик).

Авторы предлагают соответствующую последовательность действий:

1. Вычислить комплексные кепстры для некоторого ансамбля (пространственной базы) трасс и просуммировать их.
2. Найти среднее арифметическое получившейся суммы в кепстральной области и полагать его равным комплексному кепстру сигнатуры источника.
3. Трансформировать найденную оценку во временную область, применить полосовой фильтр для удаления высокочастотного шума, сгладить результат с помощью оконной функции, в качестве которой Р.М. Отис и Р.Б. Смит рекомендуют брать половину окна Ханна  $H(n)$ :

$$H(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left[ \frac{\pi(n-1)}{N} \right], & 1 \leq n \leq N \\ 0, & n < 1; n > N \end{cases} \quad (65)$$

Здесь  $n$  – номер отсчета,  $N$  – длина окна, равная оцениваемой продолжительности импульса.

4. Рассчитать и применить обратный фильтр Винера на основании временной последовательности из п.3.

Опробование обозначенного выше алгоритма показало его неустойчивость при оценке импульса, что, вероятно, сопряжено с:

- большой полосой перекрытия комплексных кепстров импульса и серией коэффициентов отражения;
- недостаточной изменчивостью импульсной характеристики среды в кепстральной области;
- отсутствием ограничения на фазу входного сигнала.

Ввиду этих причин алгоритм был изменен, в соответствии с представленными ранее одноканальными подходами и допущением минимальной фазы сигнатуры, следующим образом:

1. Вычислить действительные кепстры для некоторого ансамбля (пространственной базы) трасс и просуммировать их.
2. Найти среднее арифметическое получившейся суммы в кепстральной области, полагать, что преобладающий вклад на временах вблизи начала координат вносит сигнатура источника.
3. Обнулить действительный кепстр за пределами этого диапазона и считать результирующую последовательность действительным кепстром входного импульса.
4. По **свойству 4** вычислить оценку комплексного кепстра источника по полученному в п.2 действительному кепстру.
5. Извлечь аналог импульса в кепстральной области или с помощью винеровского фильтра во временной.

Важно заметить, что при суммировании и осреднении действительных кепстров возможен эффект накопления не только вклада источника, но и импульсной характеристики среды. Это объясняется отсутствием фазовой составляющей сигнала в составе действительного кепстра, то есть сокращение воздействия серии коэффициентов отражения при действительном кепстральном осреднении будет происходить только при условии изменения ее амплитудно-частотной характеристики от трассы к трассе ансамбля. Можно предположить возможность такой ситуации при обработке данных в сортировке ОПВ, когда в пределах одной сейсмограммы используется один источник, при этом серия коэффициентов отражения несколько варьируется. В то же время, вне зависимости от положения о нестационарности последней, п.3 обеспечивает минимизацию ее значения в данных.

Для тестирования различных реализаций кепстрального осреднения была задана двумерная модель среды с конформными границами слоев синусоидальной формы; свойства пластов сохранялись прежними, как и при одномерном моделировании. Далее, был получен фрагмент сейсмического разреза из 41 трассы с шагом между трассами 25 м.

Результаты работы алгоритма Р.М. Отиса и Р.Б. Смита продемонстрированы на рис. 38, 39; выбраны база осреднения – 41 трасса, длина окна Ханна (оценки импульса) – 100 мс, параметры обратного фильтра: длина оператора ( $n$ ) – 100 мс, окно расчета АКФ ( $W$ ) – 100 мс, уровень белого шума ( $\epsilon$ ) – 1%. Также до применения оконной функции Ханна, оценка импульса была приведена к минимально-фазовому виду посредством преобразования Гильберта, так как исходный вариант был сильно искажен по фазе. Более того, указанный метод требует внимательного выбора длины оконной функции, определяющей длительность аналога входного вейвлета.

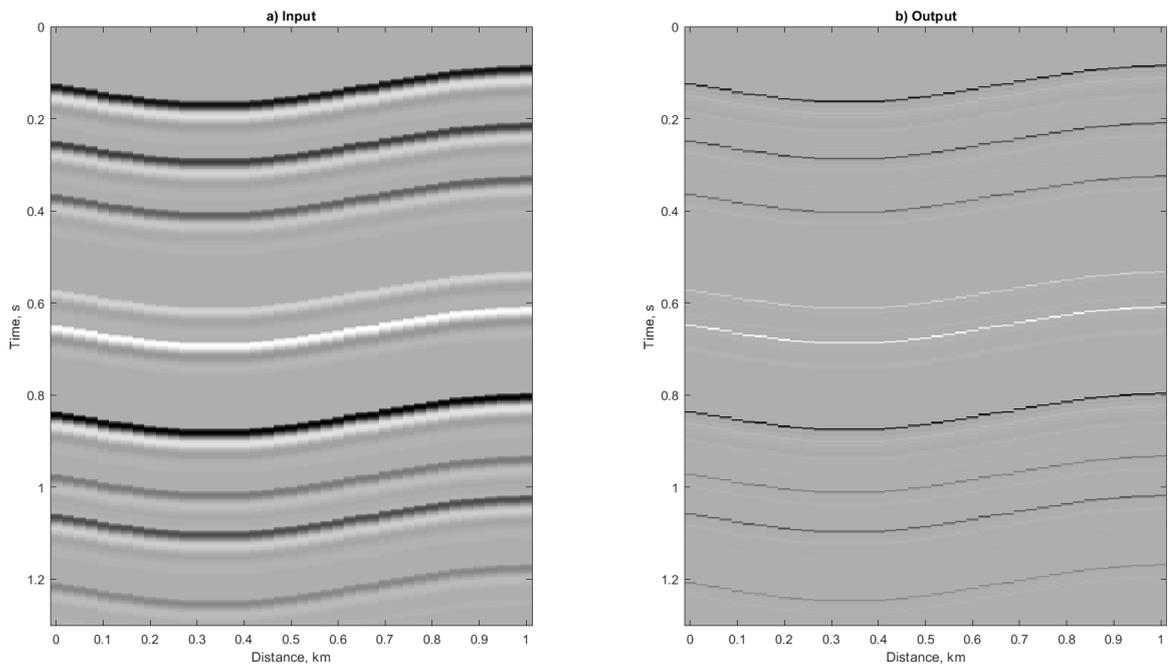


Рисунок 38. Фрагмент синтетического сейсмического разреза до (а) и после (b) деконволюции по алгоритму, предложенному Р.М. Отисом и Р.Б. Смитом.

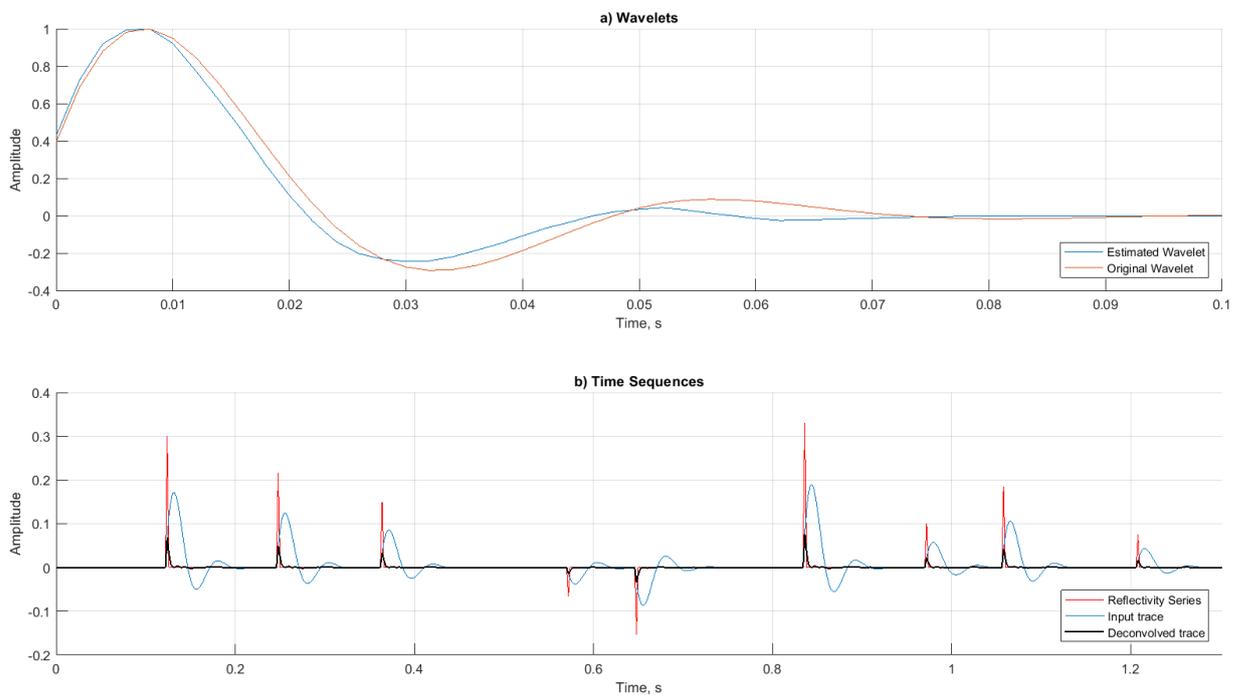


Рисунок 39. Результаты применения подхода кепстрального осреднения Р.М. Отиса и Р.Б. Смита: нормированные входной импульс и его оценка (а); импульсная характеристика среды, трассы до и после деконволюции (b).

Два других подхода кепстрального суммирования, рассмотренных автором, на данном сейсмическом наборе не несут дополнительной информации и полностью совпадают с одноканальными оценками, поскольку амплитудные спектры импульсной характеристики среды и источника остаются неизменными вдоль профиля. Требуется опробование данных алгоритмов на реальных наборах.

#### ***4.2.4. Сравнение различных алгоритмов гомоморфной деконволюции и деконволюции сжатия по Винеру***

Наличие устоявшихся парадигм при анализе сейсмических данных на производстве подразумевает построение графов обработки, создаваемых с учетом стандартных технологий. В случае этапа деконволюции как неотъемлемой части цикла таким общепринятым подходом являются типы деконволюции, которые базируются на оптимальной фильтрации Винера. В этом контексте сопоставление нестандартных методов гомоморфной деконволюции целесообразно проводить, ориентируясь на результаты деконволюции сжатия или предсказывающей деконволюции ввиду общности решаемых задач (извлечение импульса из данных), о чем было сказано в предисловии к разделу 4.2.

Для достижения рационального сравнения различных алгоритмов по исходной синтетической трассе была рассчитана деконволюция сжатия в статистической модификации (матрица Тоерплитц составлена из значений АКФ входной сейсмической трассы). Были приняты следующие параметры процедуры: длина оператора ( $n$ ) – 100 мс, окно расчета АКФ ( $W$ ) – вся длина записи, уровень белого шума ( $\varepsilon$ ) – 1%.

На рис. 40 представлены оценки импульсов и результаты применения описанных выше видов гомоморфной деконволюции и деконволюции сжатия; для деконволюции сжатия минимально-фазовый эквивалент сигнатуры был вычислен по обратному фильтру. Кроме того, для удобства и корректности визуализации проведена нормировка всех последовательностей, и окно вывода трасс ограничено отражением от подошвы первого слоя.

Из рис. 40 видно, что все алгоритмы деконволюции показывают схожие итоги вычислений как для оценок сигнатур, так и для обработанных сейсмических трасс. Наблюдается меньшая зашумленность результатов и временная разрешенность для методов, в которых извлечение импульса происходит посредством фильтрации Винера. Данный факт объясняется заданием белого шума как такового и в конкретном примере на достаточно высоком уровне 1% (Матвеев и др., 2024; Матвеев, Степанов, 2024).

## Выводы по разделу 4.2

В целом изучаемые виды гомоморфной деконволюции обеспечивают близость в функционировании к деконволюции сжатия на примере тестов по модельным данным, а значит, первые вполне могут находить практическое применение в обработке реальных сейсмических датасетов, что требует дальнейшего тестирования.

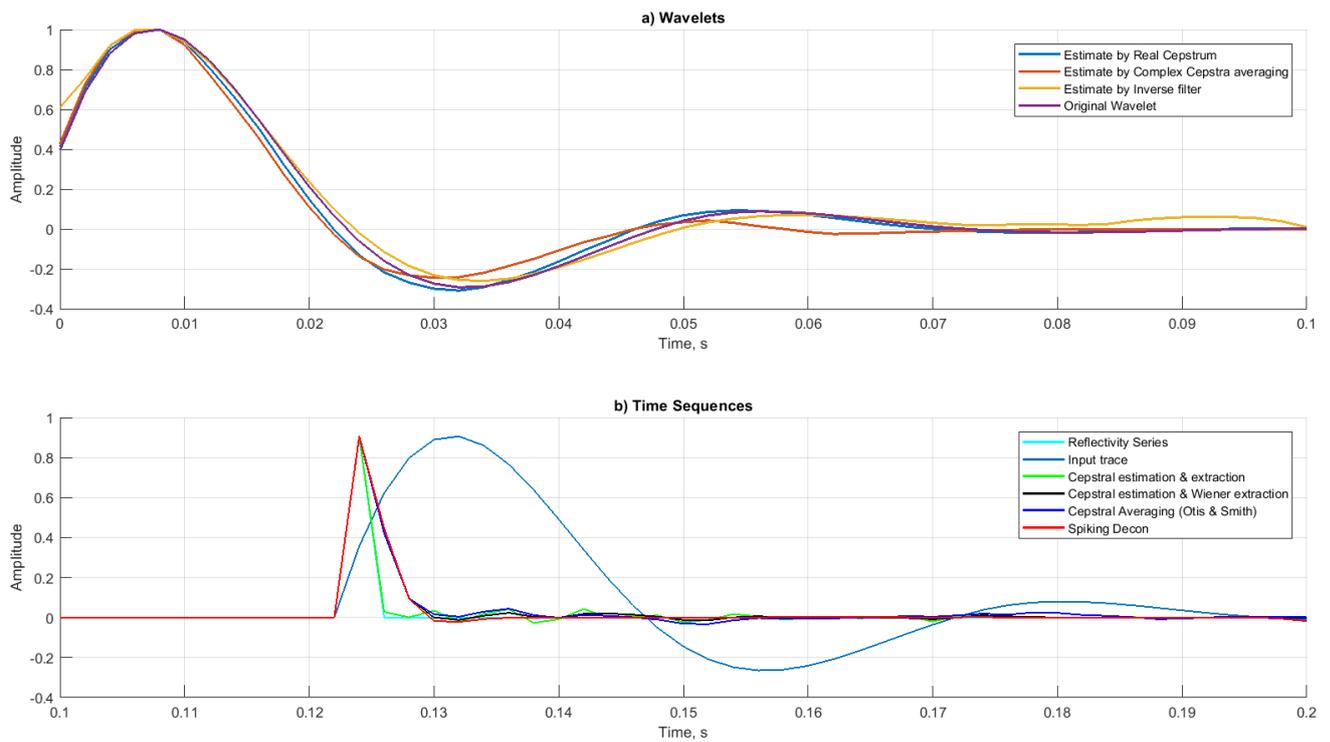


Рисунок 40. Сравнение различных алгоритмов гомоморфной деконволюции и деконволюции сжатия по Винеру (все временные ряды нормированы): оценки импульсов (a); последовательность коэффициентов отражения, исходная трасса и результаты работы алгоритмов деконволюции (b).

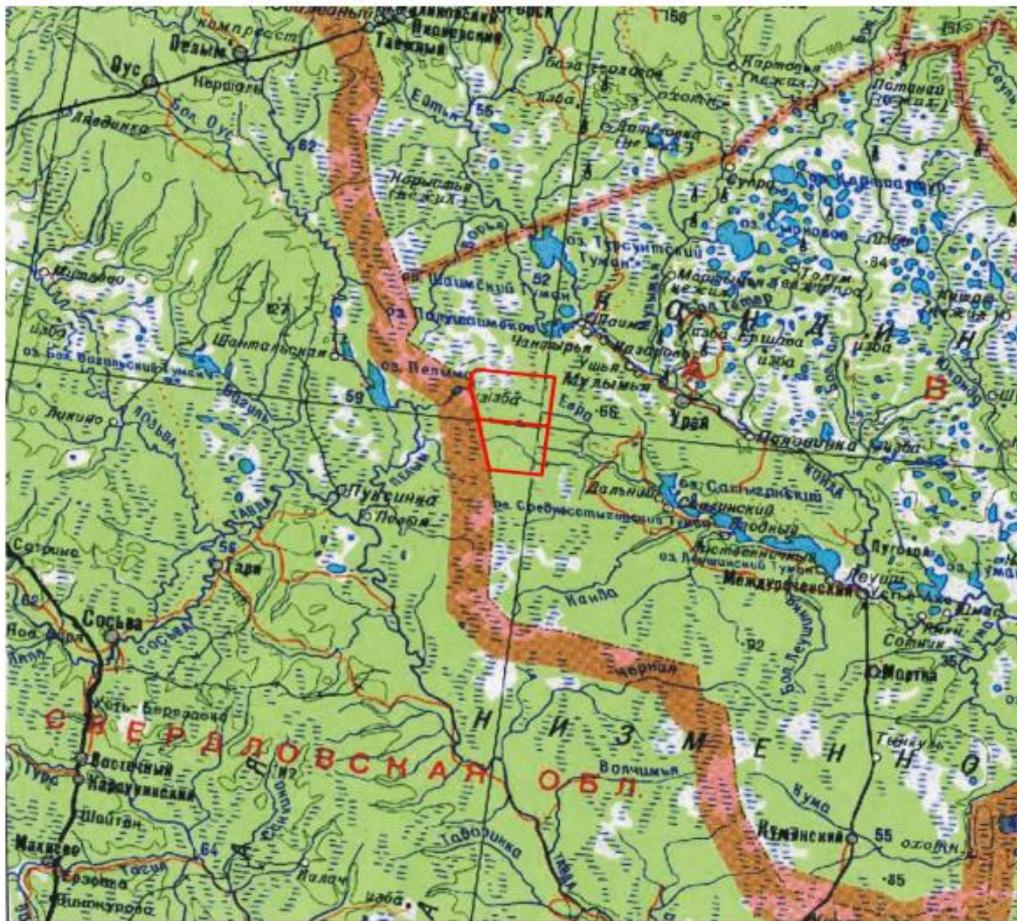
### 4.3. Кепстральный анализ и тестирование алгоритмов гомоморфной деконволюции на реальных сейсмических данных 2D по Западной Сибири

В качестве входных данных для тестирования алгоритмов гомоморфной деконволюции и кепстрального анализа был выбран сейсмический набор, полученный в Западной Сибири взрывным типом источника. К данным применялись указанные выше кепстральные подходы, результаты которых сравнивались между собой и с работой деконволюции сжатия Винера. Также на основе одноканального алгоритма кепстральных оценки и извлечения сигнатуры был разработан поверхностно-согласованный гомоморфный алгоритм деконволюции, который был опробован на указанном наборе. Далее, был выполнен сравнительный анализ результатов его

применения и работы двух других поверхностно-согласованных модификаций (из пакета программ Paradigm Echos, в том числе робастной реализации), описанных в главе 3.

#### 4.3.1. Геолого-геофизическая характеристика района исследований

Сейсмическая съемка была поставлена на территории лицензионного участка, расположенного в пределах Ханты-Мансийского автономного округа (рис. 41). Изучаемая площадь представляет собой низменную озерно-аккумулятивную равнину с плоскими заболоченными речными долинами, перемежающимися с песчаными структурами.



Масштаб 1:2 000 000

Условные обозначения:

	Границы округов		Зимние дороги
	Границы районов		Месторождения нефти и газа
	Железные дороги		Площадь работ
	Автомобильные дороги		

Рисунок 41. Обзорная карта района работ.

Разрез участка представлен породами доюрского фундамента и юрскими, меловыми и палеоген–четвертичными отложениями осадочного чехла.

**Доюрский фундамент** в области участка подразделяется на два структурных этажа: нижний – собственно палеозойский складчатый фундамент и верхний, сложенный эффузивно-осадочными породами триасового возраста (рис. 42). Площадь расположена в Шаимской структурно-формационной зоне, сложенной базальтами, туфами и туфопесчаниками нижнего и среднего триаса, карбонатами и аргиллитами девонской системы, зелеными сланцами, филлитами, известняками нижнего и среднего палеозоя, прорванными интрузиями гранитов. В верхней части доюрского основания развита кора выветривания (до 100 м), представленная преимущественно каолинитово-гидрослюдистыми разностями.

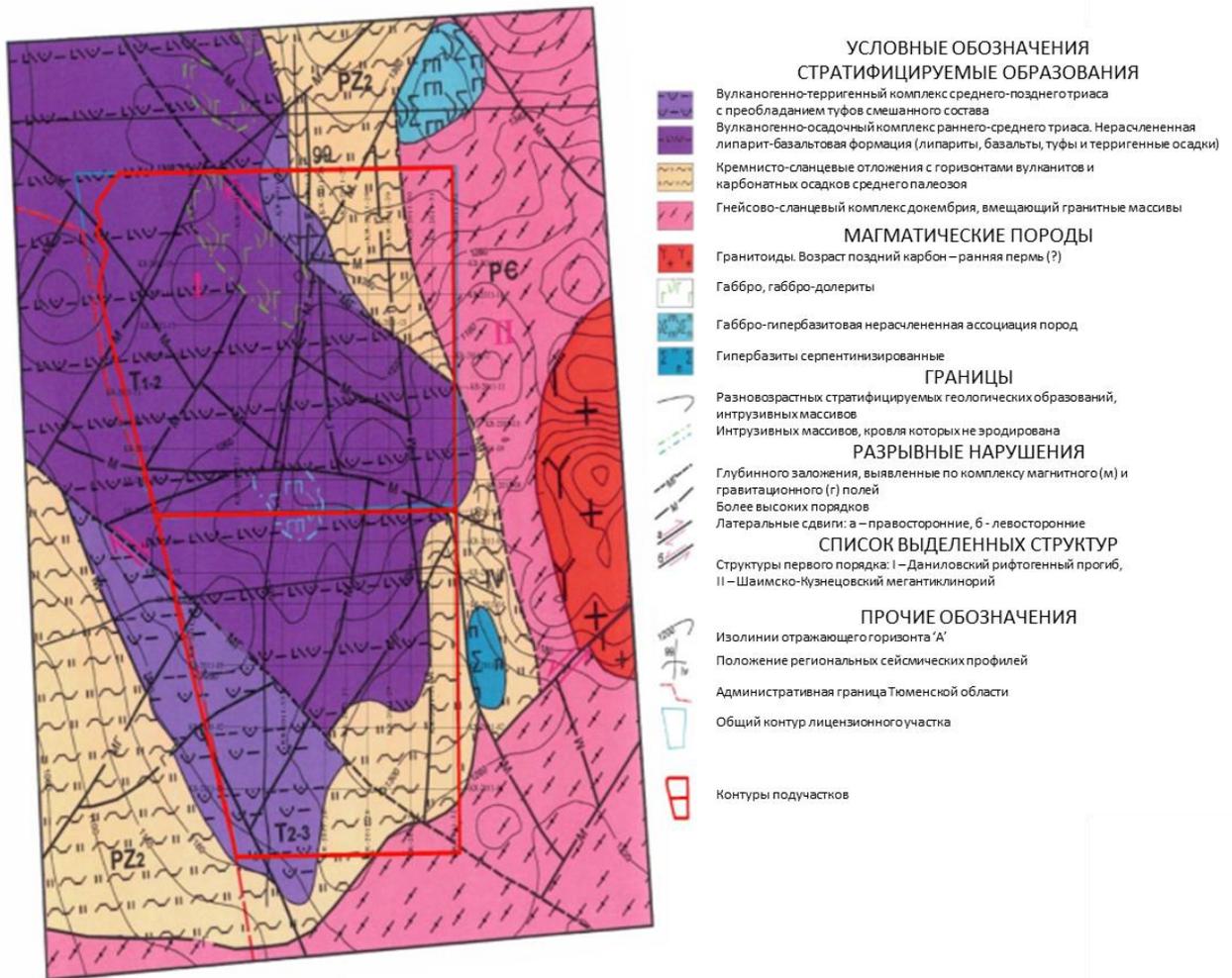


Рисунок 42. Геологическая карта доюрского основания (по В.Н. Воронову, 2008 г.)

В **юрской системе** выделяются среднеюрский и средне-верхнеюрский нефтегазоносные комплексы. Средний отдел представлен неравномерным переслаиванием песчаников и буровато-

серых глин, мощность которых изменяется от 0 до 57 м. К кровле и подошве пласта приурочены отражающие горизонты по сейсмическим данным.

Верхний отдел юры представлен двумя типами разреза: даниловским и мулымьинским. В северо-западной части распространены даниловские морские и прибрежно-морские отложения в виде темно-серых аргиллитов с примесью песчаного материала и прослоями песчаников и алевролитов в подошве пласта. На северо-востоке преобладает мулымьинский тип разреза, в строении которого наблюдаются переслаивание песчаников и алевролитов с включениями глауконита и оолитов, гравелиты и пачки органогенно-обломочных известняков (от 0 до 77 м). Данные породы перекрыты темно-серыми битуминозными аргиллитами, трехозерной толщей (конгломераты, гравелиты, песчаники) с чередованием серых аргиллитоподобных глин, мощность которых достигает 50–70 м.

Отложения *мелового* возраста развиты повсеместно и представлены всеми ярусами нижнего и верхнего отделов. Нижний отдел сложен светло-серыми до темно-серых алевролитами, аргиллитами и глинами. Местами встречаются маломощные прослои алевролитов, сидеритизированных и известковистых разностей с остатками органики, слабобитуминозных аргиллитов. Общая мощность слоев достигает 900 м.

В нижней части верхнего мела развиты серые рыхлые алевролиты и мучнистые слюдистые песчаники с характерной слоистостью. Вверх по разрезу в составе отложений отмечается наличие глауконита и пиритизированных водорослей, появляются серые и зеленовато-серые глины и слабобитуминозные и опоковидные разности. Средняя и верхняя толщи отдела сформированы голубовато-серыми опоками, темно-серыми до черных глинами монтмориллонитового состава и серыми известковыми глинами с прослоями алевролитов. Мощность пластов: до 450 м.

*Кайнозойский* интервал разреза представлен континентальными, прибрежно-морскими и морскими породами палеогеновой, неогеновой и четвертичной систем.

В строении *палеогеновой системы* преобладают глины различного состава: вблизи подошвы – глины темно-серые иногда до черных с содержанием алевролитового материала; в средней части – светло-серые, голубоватые опоковидные и диатомитовые глины; в верхней – зеленовато- и коричневатые-серые алевролитистые глины с желваками и прослоями сидерита и конкрециями марказита. У кровли отмечается присутствие алевролитов и песков разной зернистости с глауконитом. Мощность пород палеогенового возраста составляет порядка 810 м.

Отложения *четвертичной системы* имеют непрерывное распределение на изучаемой территории и представлены песками, супесями, суглинками, глинами ледниково-аллювиального и озерно-аллювиального генезиса мощностью 40–50 м.

Согласно карте нефтегазогеологического районирования территории ХМАО лицензионный участок расположен в Шаимском нефтегазоносном районе.

Юрские нефти Шаимского НГР легкие и средние по плотности, разносернистые, средне- и высокопарафинистые. Основными продуктивными комплексами в пределах этого района являются средне-верхнеюрский (пласты вогулкинской толщи преимущественно морского генезиса и тюменской свиты преимущественно континентального генезиса) и доюрский (коры выветривания и трещиноватые породы фундамента). Открытые залежи этого района структурно-литолого-стратиграфические, реже структурного типа, средне- и высокодебитные, чисто нефтяные, реже газонефтяные и нефтегазовые (Габриэлянц и др., 1991).

#### ***4.3.2. Полевая методика и сейсморазведочная аппаратура***

Полевая съемка была проведена по методике МОВ-ОГТ (метод отраженных волн в модификации общей глубинной точки) с номинальной кратностью 40. Применялась симметричная система наблюдений с расстановкой из 320 каналов; распределение по удалениям от 6 до 1994 м (табл. 1).

В качестве источника сейсмических волн были использованы заряды динамита массой 0.25 кг, которые закладывались в скважины глубиной порядка 18 м, ниже предполагаемой зоны малых скоростей. Шаг по пунктам возбуждения (ПВ) составил 50 м.

Регистрирующая аппаратура представлена электродинамическими сейсмоприемниками с собственной частотой 10 Гц и сейсмической станцией «Sercel-428XL» (Франция). Шаг по пунктам приема (ПП) составил 12.5 м. При проведении съемки приемники группировались по 6 для повышения качества исходных данных.

Так как полевые работы выполнялись для целей нефтегазовой отрасли, длина сейсмической записи составила 4 сек с шагом дискретизации по времени 2 мс. Длина использованного в работе профиля: 38.6 км.

Вся информация о геометрии системы наблюдений и характеристиках записи была получена из полевых рапортов оператора вместе с сейсмическими данными в формате SEG-D и файлами геометрии SPS для корректной обработки.

*Параметры записи и регистрирующей системы*

<b>Система наблюдений:</b>	Симметричная
Шаг по ПП	12.5 м
Шаг по ПВ	50 м
<b>Расстановка:</b>	
Число каналов	320
Ближний офсет	6 м
Дальний офсет	1994 м
Номинальная кратность	40
<b>Параметры записи:</b>	
Сейсмостанция	Sercel-428XL
Число активных каналов на ПВ	320
Длина записи	4 с
Шаг дискретизации	2 мс
Антиаляйсинговый фильтр	0.8 от частоты Найквиста
Формат записи	SEG-D
Кол-во служебных каналов	2
<b>Сейсмоприемники:</b>	
Собственная частота	10 Гц
Коэффициент затухания	70 %
Кол-во геофонов на канал	1 серия из 6 приемников
Чувствительность	27.6 В/м/с
<b>Источник:</b>	
Тип источника	Взрывной
Масса заряда	0.25 кг
Глубина взрывных скважин	(18 – 21) м

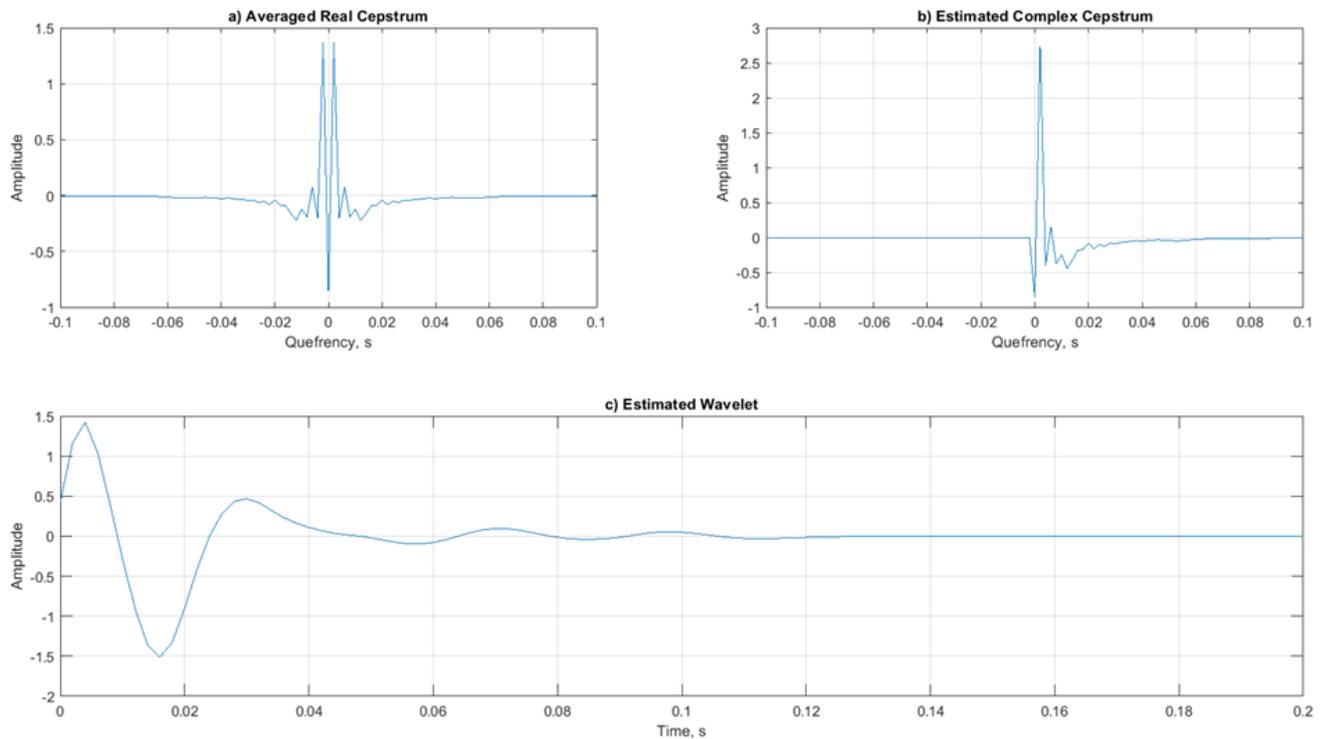
### ***4.3.3. Результаты применения одноканальных и основанных на кепстральном осреднении алгоритмов гомоморфной деконволюции и деконволюции сжатия Винера***

Прежде чем перейти непосредственно к тестированию алгоритмов деконволюции производились предварительная обработка данных и их подготовка к изучаемому этапу в обрабатывающем комплексе Echos программного пакета Paradigm и стороннем приложении Flatirons; также стоит отметить высокое качество и соотношение сигнал/шум даже для «сырых» записей. Были выполнены следующие необходимые этапы:

- Загрузка данных и ввод геометрии;
- Построение модели верхней части разреза и расчет статических поправок по преломленным волнам (Flatirons);
- Пикировка начального скоростного закона с шагом 4 км;
- Первая итерация остаточной статики;
- Первый этап поверхностного согласования;
- Подавление высокоамплитудных помех и низкочастотных низкоскоростных событий, в частности для ослабления конуса поверхностных волн.

Далее, проводился кепстральный анализ по сейсмограммам в сортировке ОПВ для определения длины оператора фильтра и, соответственно, вклада импульса на кепстрах. Предполагается, что задействованный сейсмический набор характеризуется минимально-фазовой сигнатурой ввиду использования взрывов в качестве источника. На рис. 43 проиллюстрированы осредненный по одному ансамблю (320 трасс) действительный кепстр, вычисленные на его основе комплексный кепстр минимально-фазового аналога и соответствующий отклик во временной области. Видно, что можно выбирать длину оператора от 50 мс; по результатам тестов был взят фильтр длительностью 90 мс.

После осуществления оценок для гомоморфных алгоритмов подбирались оптимальные параметры работы деконволюции сжатия. Были приняты следующие параметры: длина оператора ( $n$ ) – 180 мс, окно расчета АКФ ( $W$ ) – от мьютинга первых вступлений до 2000 (на ближних удалениях) – 2200 мс (на дальних удалениях), уровень белого шума ( $\varepsilon$ ) – 0.1%. Винеровская фильтрация в комбинированных подходах была реализована со следующими параметрами: длина оператора ( $n$ ) – 180 мс, окно расчета АКФ ( $W$ ) – 180 мс, уровень белого шума ( $\varepsilon$ ) – 0.1%; пространственная база осреднения в техниках кепстрального суммирования выбиралась по количеству трасс в ансамбле ОПВ (порядка 320), то есть принималась стационарность импульса в пределах одного пункта взрыва. В случае алгоритма Р.М. Отиса и Р.Б. Смита размер окна Ханна: 90 мс.



*Рисунок 43. Осредненный на базе одной сейсмограммы ОПВ действительный кепстр (а), соответствующий ему минимально-фазовый комплексный кепстр (б), преобразованная во временную область оценка сигнатуры источника (с).*

Впоследствии весь комплект данных был обработан с помощью указанных выше методов деконволюции, были проведены их анализ и сравнение на основании сейсмограмм ОПВ, временных разрезов, амплитудных спектров и АКФ (рис. 44–50). После работы процедуры сейсмограммы подвергались полосовой фильтрации (2–10–150–170 Гц) для удаления шумовой составляющей.

В целом все рассмотренные реализации деконволюции обеспечивают кондиционные итоговые результаты и отвечают своей основной функции: наблюдается повышение временного разрешения записей (расширение амплитудных спектров) на сейсмограммах и разрезах, сокращается длительность главного экстремума на АКФ.

Тем не менее, виды деконволюции, в концепцию которых заложено кепстральное осреднение (рис. 44д, 44е, 49, 50) дают более зашумленные результаты, что проявляется как на сейсмограммах (усиливаются события, связанные с остатками поверхностных волн), так и на разрезах; на АКФ образуются побочные высокочастотные экстремумы, неравномерно распределенные вдоль профиля. Обзор амплитудных спектров позволяет проследить их ослабленную низкочастотную часть (по сейсмограммам) и проседание в области 40–100 Гц (по разрезам). Таким образом, группа данных реализаций оказывается недостаточно эффективной по сравнению со стандартной деконволюцией сжатия (рис. 44б, 46); предположительно, это может

быть объяснено неоптимальной базой пространственного суммирования, а именно нестационарностью сигнатуры для диапазона удалений одной расстановки.

Данные, обработанные методом кепстральной оценки сигнатуры источника и ее извлечения с помощью винеровской фильтрации, сопоставимы и схожи с работой деконволюции сжатия (рис. 44б, 44в, 46, 47). Выделяются следующие особенности:

- На сейсмограммах: меньшая зашумленность гомоморфной реализации в зоне первых вступлений и преломленных волн, лучшая прослеживаемость отражений.
- На АЧХ по сейсмограммам: более ровный спектр для кепстрального метода.
- На временных разрезах: более чистая верхняя часть разреза (до 250 мс) в случае гомоморфного алгоритма ввиду первого пункта.
- На АЧХ по разрезам: лучшее выравнивание спектра выше 60 Гц для деконволюции сжатия.

Следовательно, представленный комбинированный подход может обладать перспективой для эксплуатации в производственных целях наряду со общепринятым алгоритмом.

При анализе результатов гомоморфной деконволюции, основанной на кепстральной оценке и извлечении сигнатуры источника (рис. 44г, 48), уместно подчеркнуть соответствующие отличия от деконволюции сжатия (рис. 44б, 46):

- Появление помех в области от 0 до 200 мс и ослабление шумовой составляющей вблизи зоны первых вступлений на сейсмограммах.
- Лучшее выравнивание амплитудных спектров по сейсмограммам, менее действенное – на частотах выше 60 Гц по разрезам.
- Значительное пространственное выравнивание по амплитудам итоговых ансамблей (Матвеев и др., 2024; Матвеев, Степанов, 2024).

### **Выводы по разделу 4.3.3**

*Опробование запрограммированных одноканальных и основанных на кепстральном осреднении алгоритмов гомоморфной деконволюции демонстрирует их работоспособность в целом и эффективность наравне со стандартной деконволюцией сжатия.*

*Исходя из изложенной выше специфики полностью кепстрального алгоритма (метод кепстральной оценки и извлечения сигнатуры источника) и его соотнесения с винеровским подходом, кажется, что дальнейшее более массовое внедрение первого в обработку и его тестирование на других проектах помогут оценить его действительные преимущества. Более того, последний пункт об амплитудной балансировке требует дополнительного упоминания, так как, с одной стороны, может быть сопоставим с процедурой поверхностного согласования (в этом контексте, намечается параллель с поверхностно-согласованной деконволюцией), а с другой стороны, может приводить к динамическому искажению данных.*

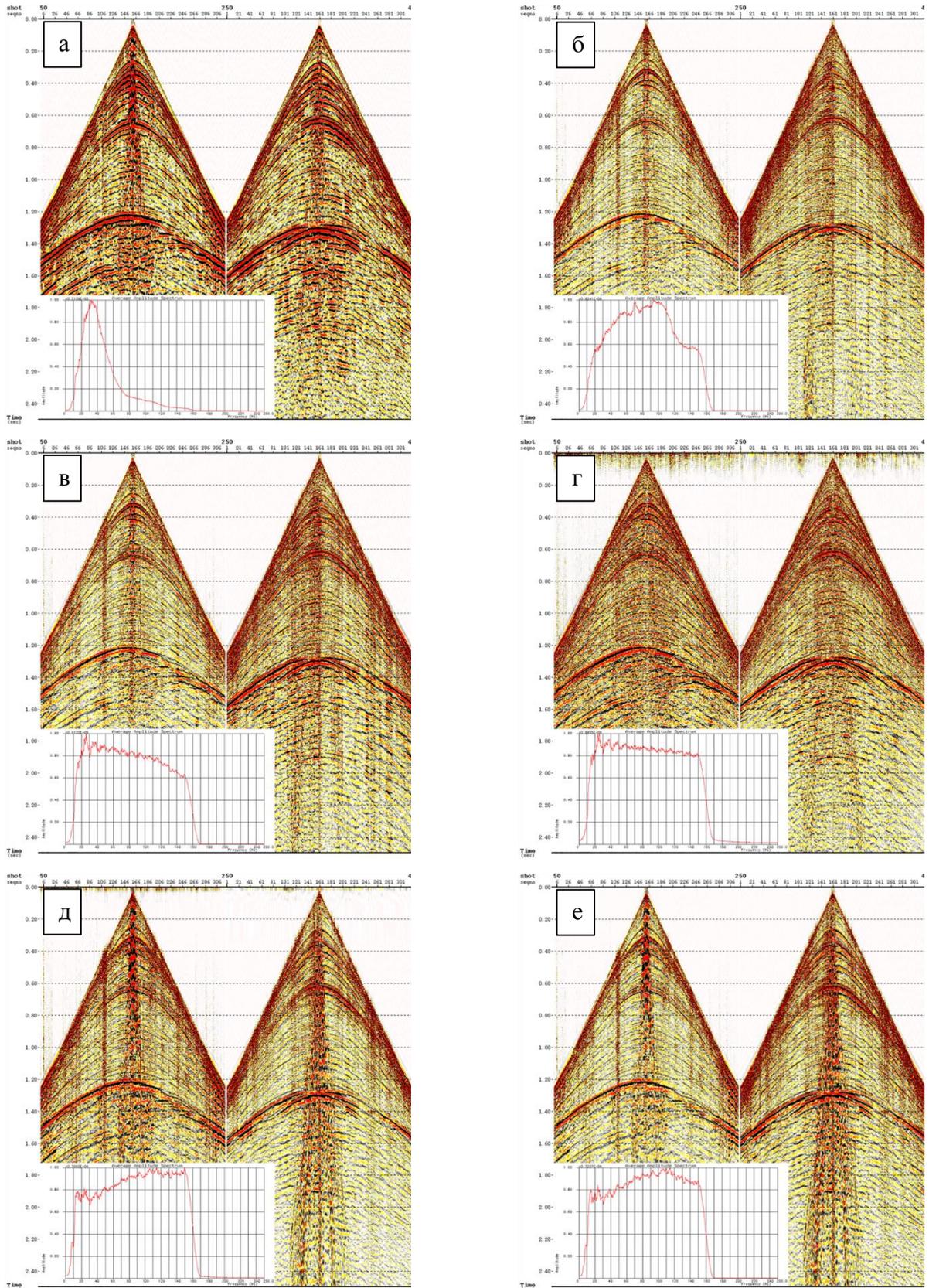


Рисунок 44. Сейсмограммы ОПВ до деконволюции (а), после деконволюции сжатия Винера (б), после гомоморфной деконволюции по методу: кепстральной оценки сигнатуры источника и ее извлечения с помощью винеровской фильтрации (в), кепстральной оценки и извлечения сигнатуры источника (г), действительного кепстрального осреднения и извлечения оценки импульса в кепстральной области (д), комплексного кепстрального осреднения и извлечения оценки импульса с помощью винеровской фильтрации (алгоритм Р.М. Отиса и Р.Б. Смита) (е).

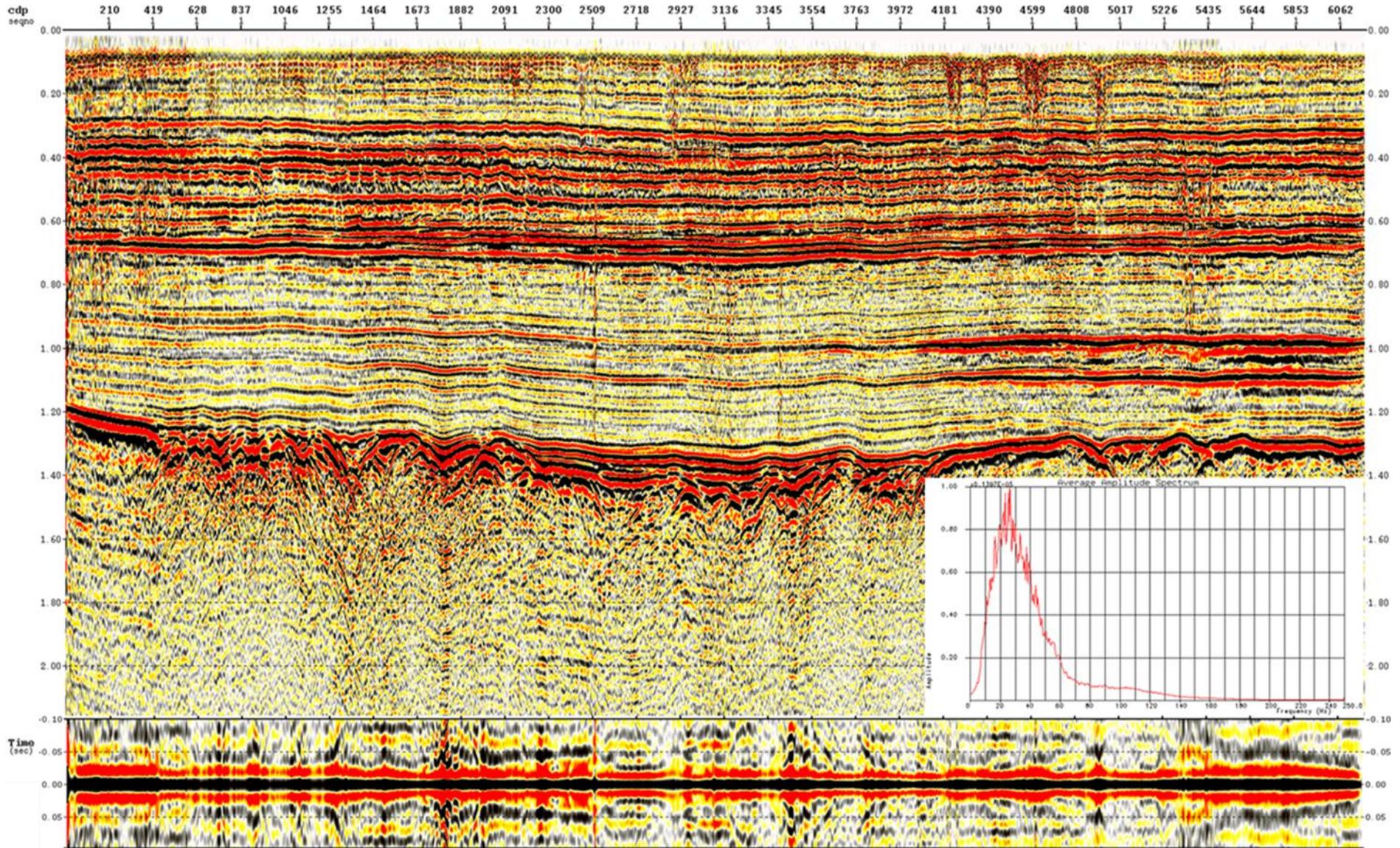


Рисунок 45. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр и АКФ до деконволюции.

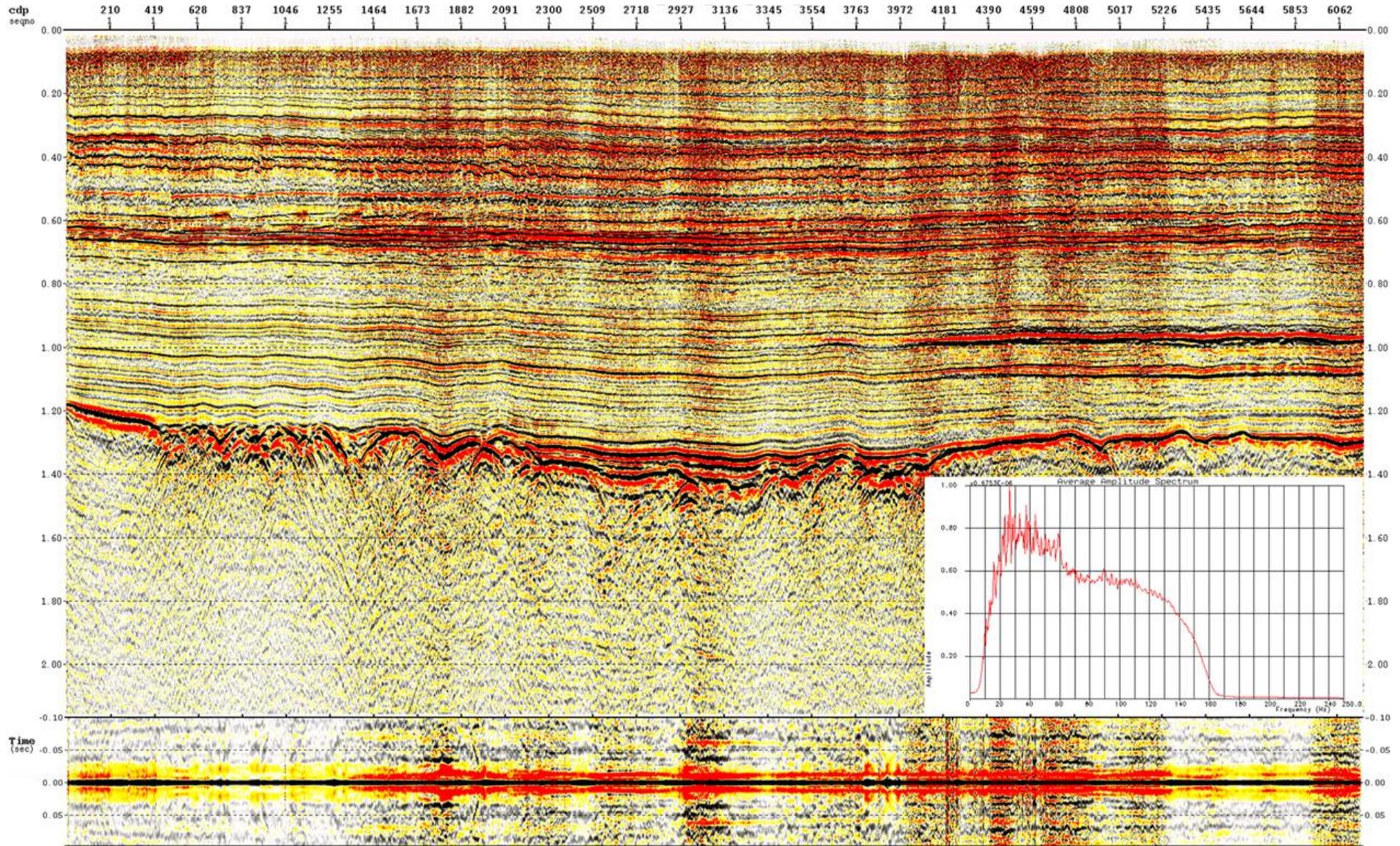


Рисунок 46. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр и АКФ после деконволюции сжатия Винера.

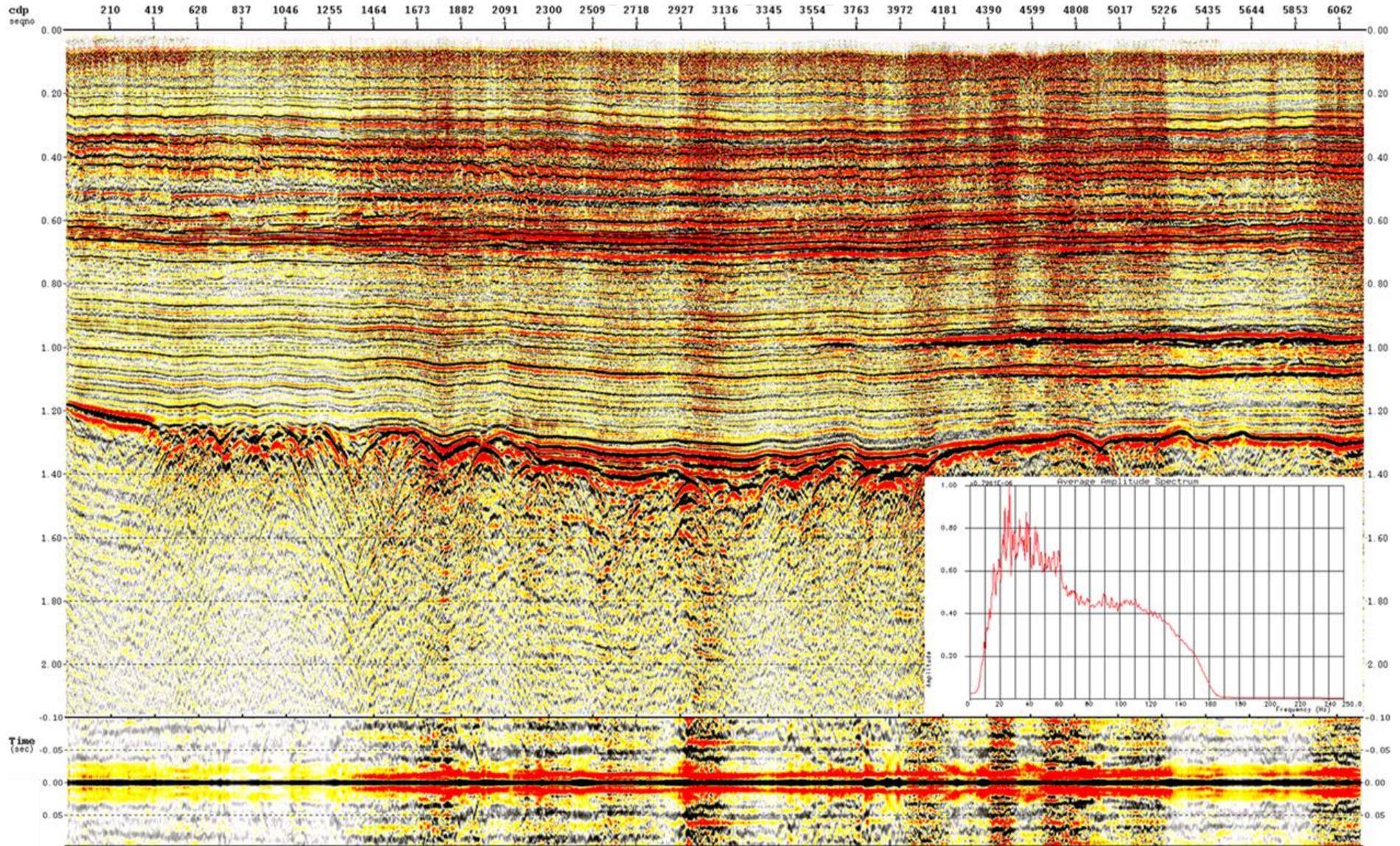


Рисунок 47. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр и АКФ после гомоморфной деконволюции по методу кепстральной оценки сигнатуры источника и ее извлечения с помощью винеровской фильтрации.

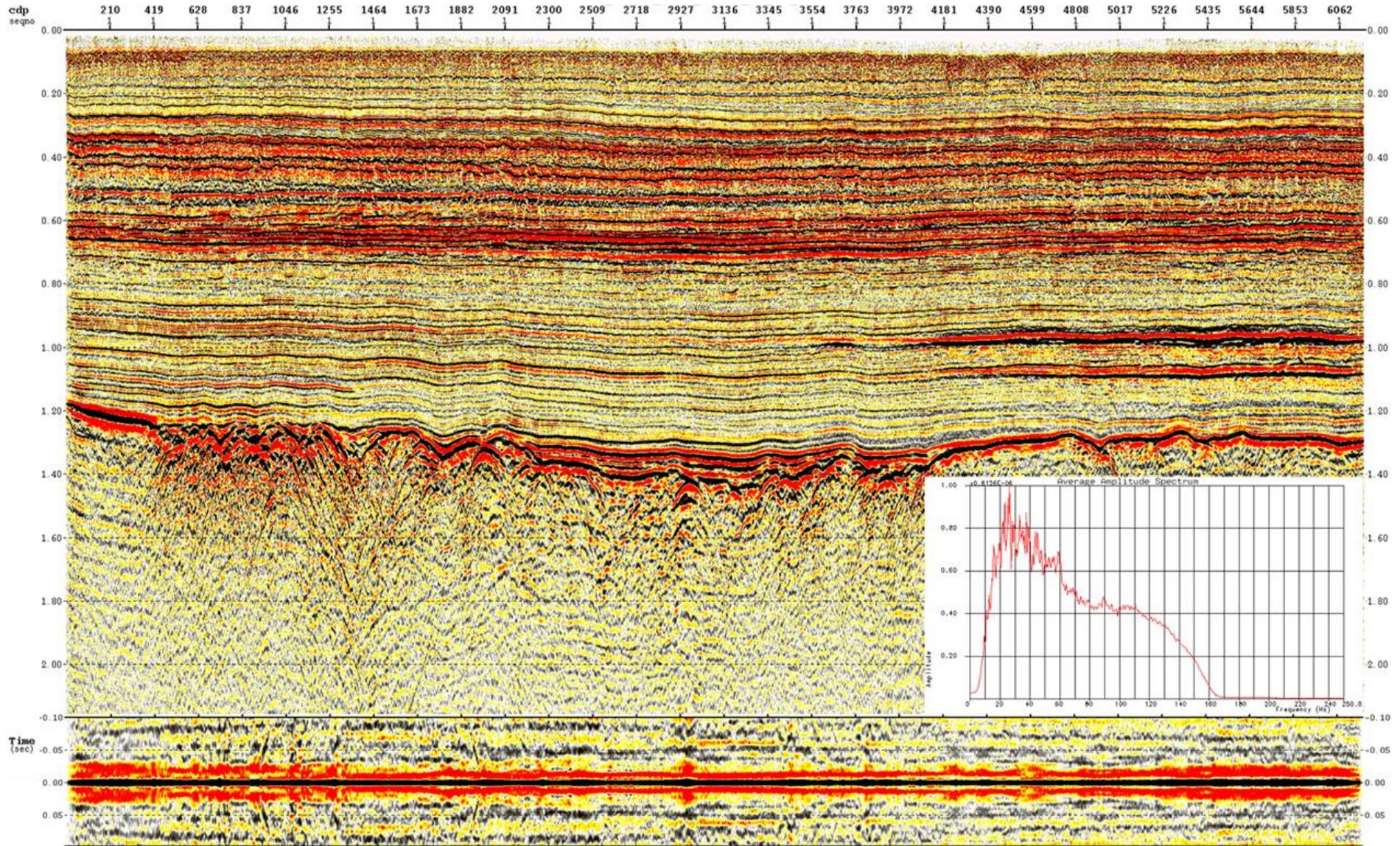


Рисунок 48. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр и АКФ после гомоморфной деконволюции по методу кепстральной оценки и извлечения сигнатуры источника.

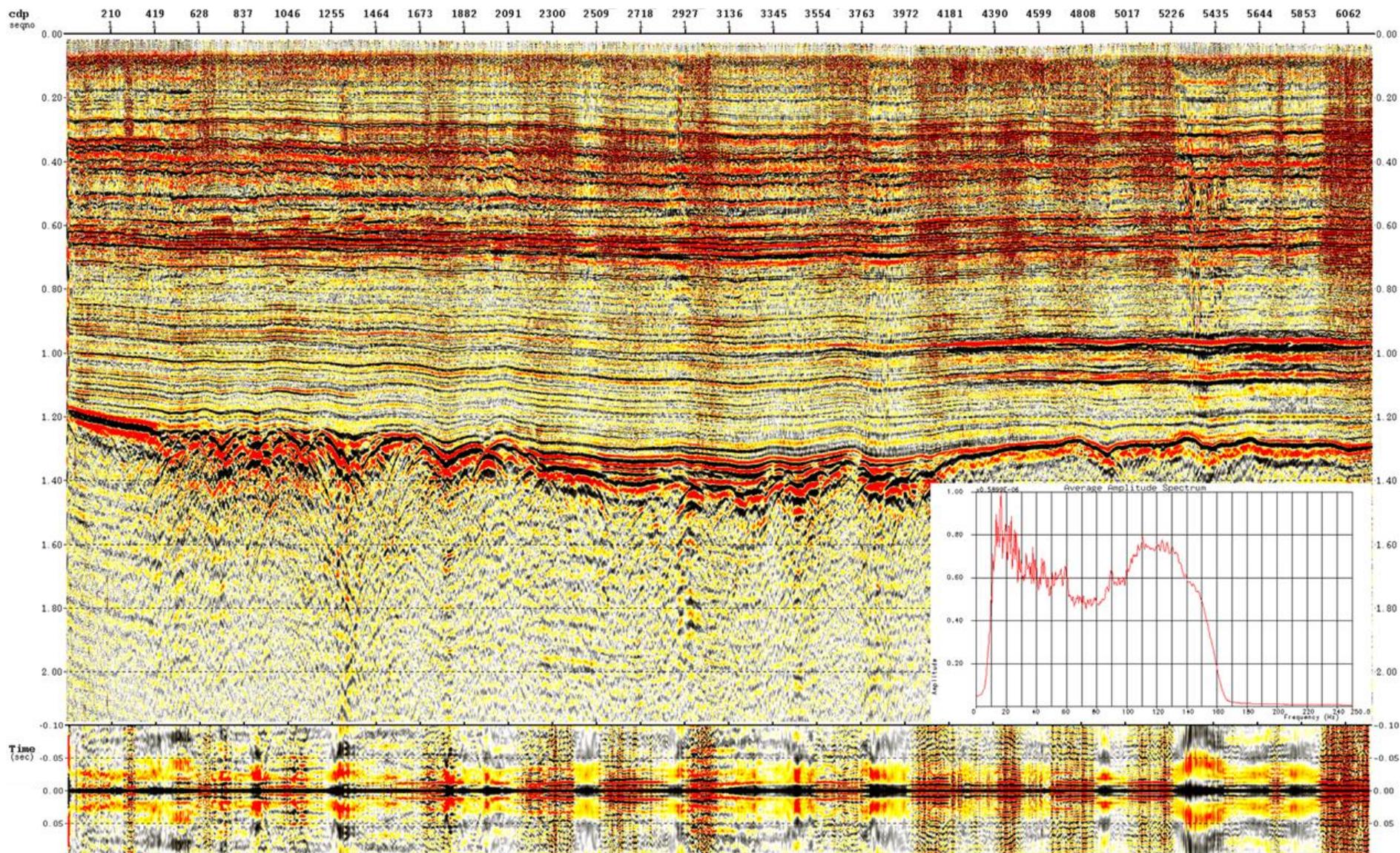


Рисунок 49. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр и АКФ после гомоморфной деконволюции по методу кепстральной оценки и извлечения сигнатуры источника.

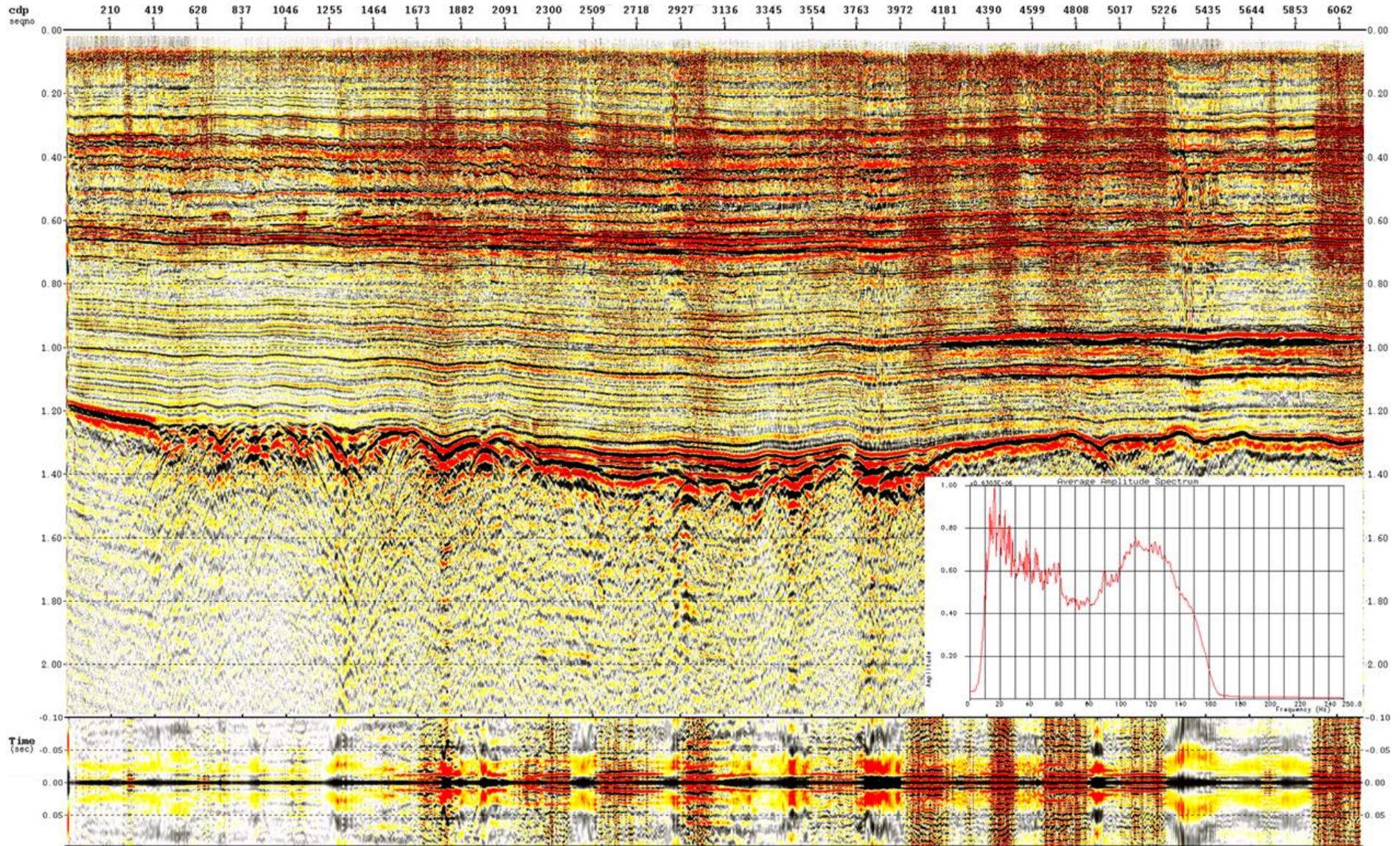


Рисунок 50. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр и АКФ после гомоморфной деконволюции по методу комплексного кепстрального осреднения и извлечения оценки импульса с помощью винеровской фильтрации (алгоритм Р.М. Отуса и Р.Б. Смита).

#### 4.3.4. Сравнение результатов поверхностно-согласованных алгоритмов деконволюции: стандартной, робастной (медианной) и гомоморфной

Одноканальные алгоритмы гомоморфной деконволюции демонстрируют свою эффективность наравне со стандартными методами. Наибольшим потенциалом обладает *метод кепстральной оценки и извлечения сигнатуры источника*. В связи с этим на его базе был разработан *поверхностно-согласованный гомоморфный алгоритм* как метод деконволюции для решения реальных задач наземной сейсморазведки. Далее, были проведены его тестирование на реальных сейсмических данных 2D по Западной Сибири и сравнительный анализ с результатами работы поверхностно-согласованной деконволюции *стандартным* и *робастным (медианным)* методами.

##### Алгоритм поверхностно-согласованной гомоморфной деконволюции:

1. По действительному кепстру трассы определить диапазон кьюфренси, на который основное влияние оказывает сигнатура источника, то есть выбрать временное окно анализа ( $n$  отсчетов). Логично выбирать симметричное относительно начала координат окно, так как действительный кепстр (действительной последовательности) является четным.
2. Сформировать переопределенные СЛАУ относительно действительных кепстров трасс и поверхностно-согласованных компонент (источника, приемника, ОГТ). Количество СЛАУ соответствует  $n/2 + 1$  отсчет для четных  $n$  и  $(n - 1)/2 + 1$  отсчет для нечетных  $n$ .
3. Решить СЛАУ. В данной реализации использован МНК.
4. По **свойству 4** комплексного кепстра из раздела 2.5.4 вычислить оценки комплексных кепстров всех компонент по полученным в п.3 действительным кепстрам.
5. Рассчитать комплексные кепстры трасс и вычесть из них соответствующие оценки комплексных кепстров компонент.
6. Результат разности из п.5 преобразовать из кепстральной области во временную.

Результаты *стандартного* (рис. 51б, 53) и *робастного* (рис. 51в, 54) *поверхностно-согласованных* методов схожи. Однако данные после второго алгоритма имеют более равномерные спектральные характеристики, меньшую зашумленность и лучшее латеральное распределение амплитуд.

В свою очередь, *гомоморфный поверхностно-согласованный метод* (рис. 51г, 55) демонстрирует близость в функционировании с робастным методом. При этом первый обладает рядом преимуществ: не происходит переусиления высоких частот, ослабляются шумы и в значительной степени улучшается пространственное распределение амплитуд.

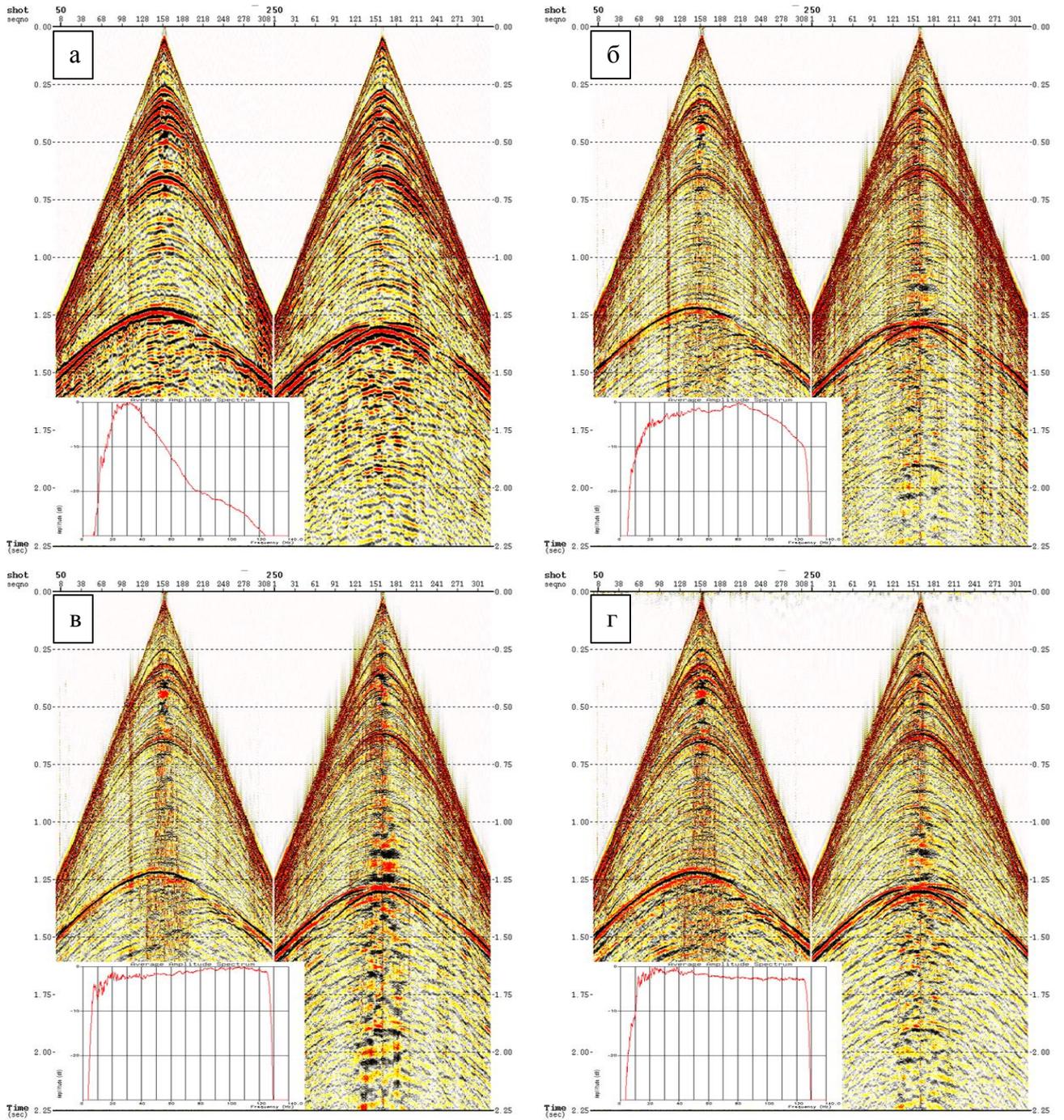


Рисунок 51. Сейсмограммы ОПВ до деконволюции (а), после поверхностно-согласованной деконволюции: стандартным (б), робастным (медианным) (в) и гомоморфным (г) методами.

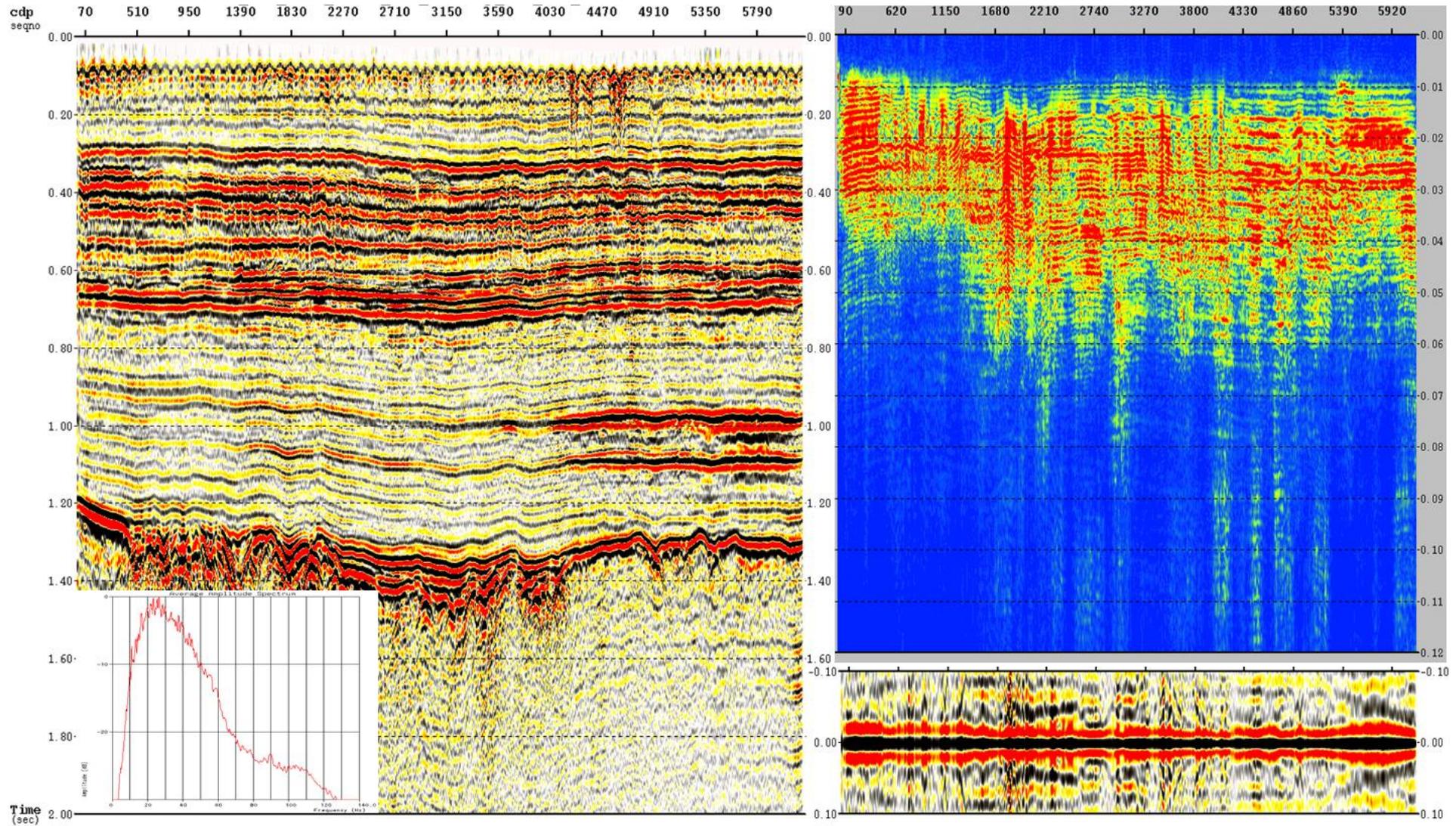


Рисунок 52. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр, FX-секция и АКФ до деконволюции.

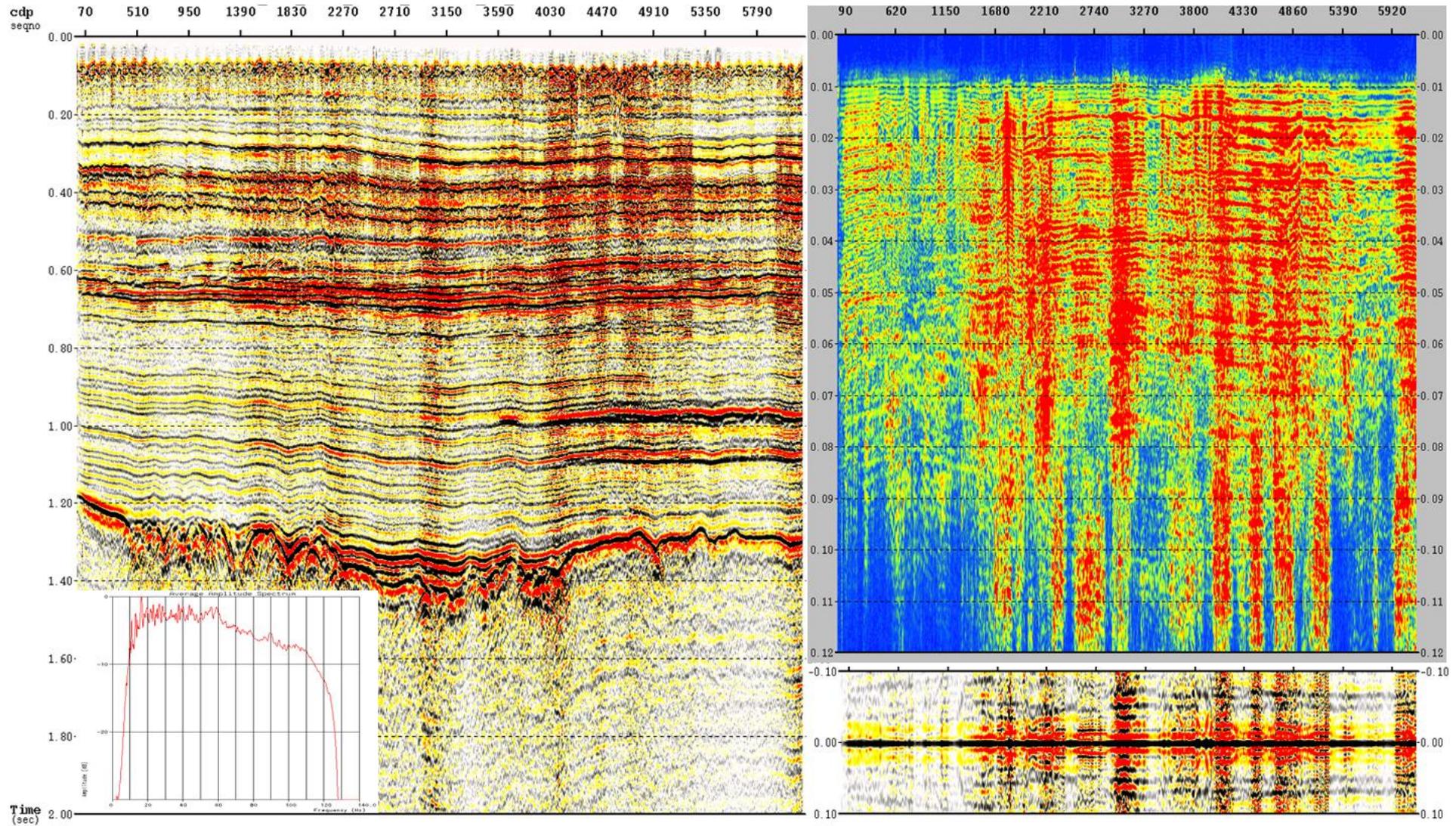


Рисунок 53. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр, Fx-секция и АКФ после поверхностно-согласованной деконволюции стандартным методом.

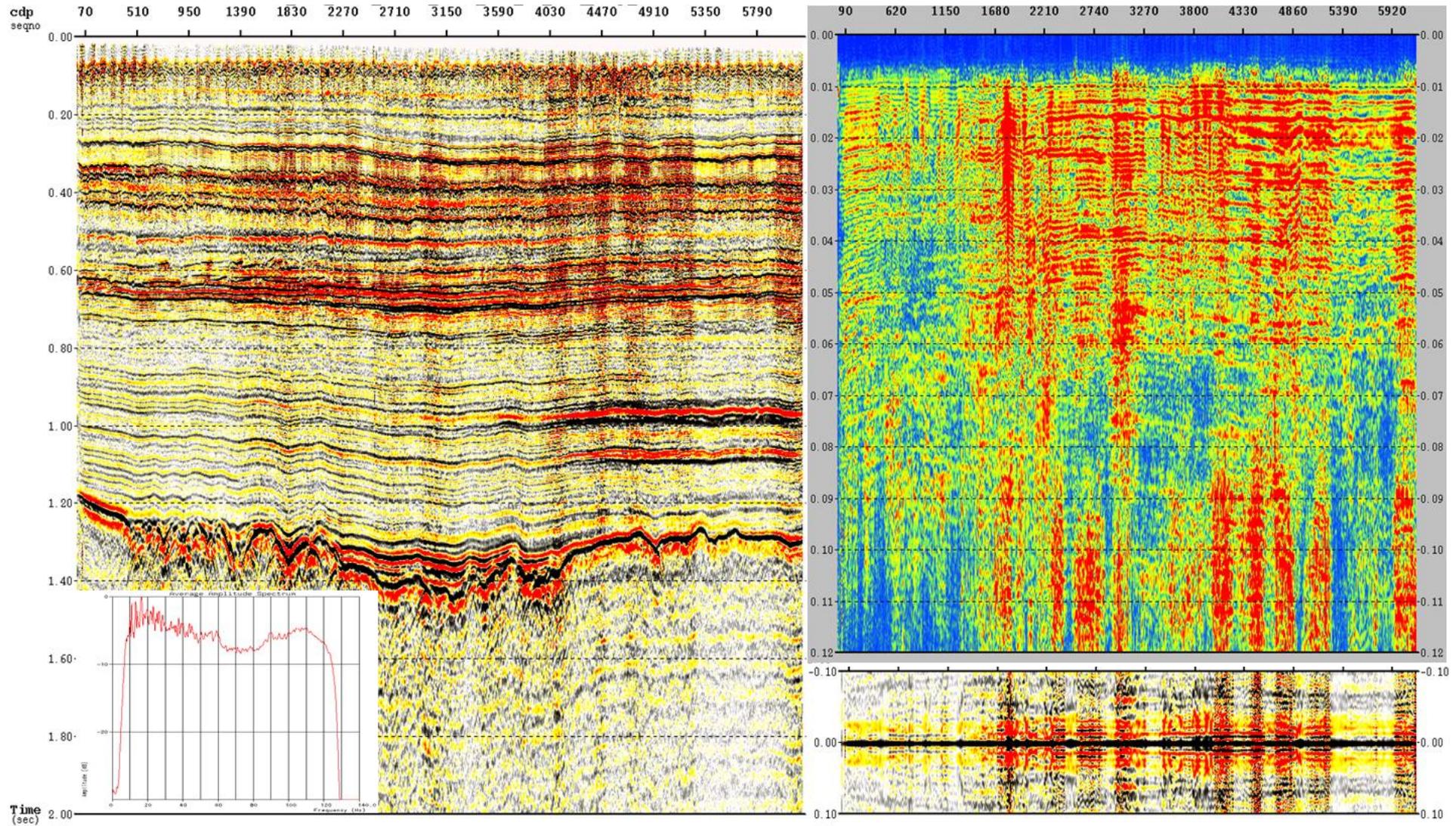


Рисунок 54. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр, Fx-секция и АКФ после поверхностно-согласованной деконволюции робастным (медианным) методом.

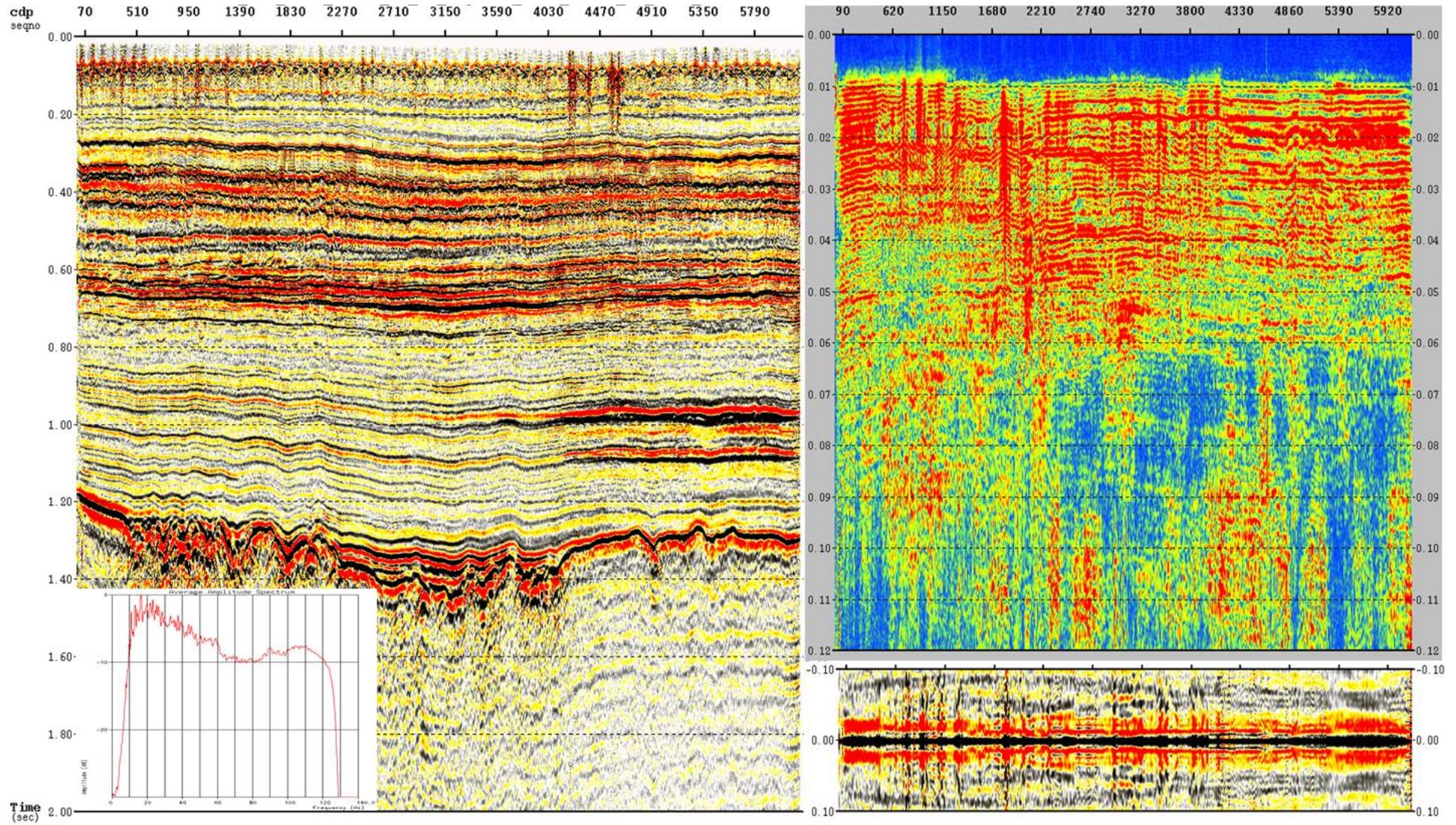


Рисунок 55. Временной разрез, соответствующие ему амплитудный спектр, FX-секция и АКФ после поверхностно-согласованной деконволюции гомоморфным методом.

Для количественного анализа результатов трех различных алгоритмов деконволюции был рассчитан коэффициент корреляции Пирсона (линейный коэффициент корреляции) между абсолютными амплитудами, снятыми вдоль двух горизонтов. Оценка амплитуд проводилась в небольшом окне, включающем только соответствующую фазу сигнала (отвечающую конкретному горизонту), по экстремальным значениям для получения наиболее точных показателей. Выбор горизонтов осуществлялся в различных временных интервалах сейсмического разреза, значительно отличающихся по глубине и волновой картине, для минимизации влияния геологического фактора (общность условий формирования геологических слоев) на коэффициенты отражения и, соответственно, на сходство в амплитудах. При отсутствии влияния приповерхностных условий и в предположении о случайном распределении импульсной характеристики среды корреляция амплитуд вдоль таких горизонтов должна быть минимальна.

Следовательно, в реальных условиях наземной сейсморазведки вычисленный таким образом коэффициент корреляции Пирсона между двумя горизонтами будет характеризовать величину линейной зависимости амплитуд, которая в первую очередь будет определяться степенью влияния (компенсации) факторов, связанных со свободной поверхностью (неидентичностью условий возбуждения и приема), в том числе равномерностью их (амплитуд) латерального распределения. На основании этого можно сформулировать следующий критерий: чем меньше описанный линейный коэффициент корреляции, тем выше качество результата поверхностно-согласованной деконволюции.

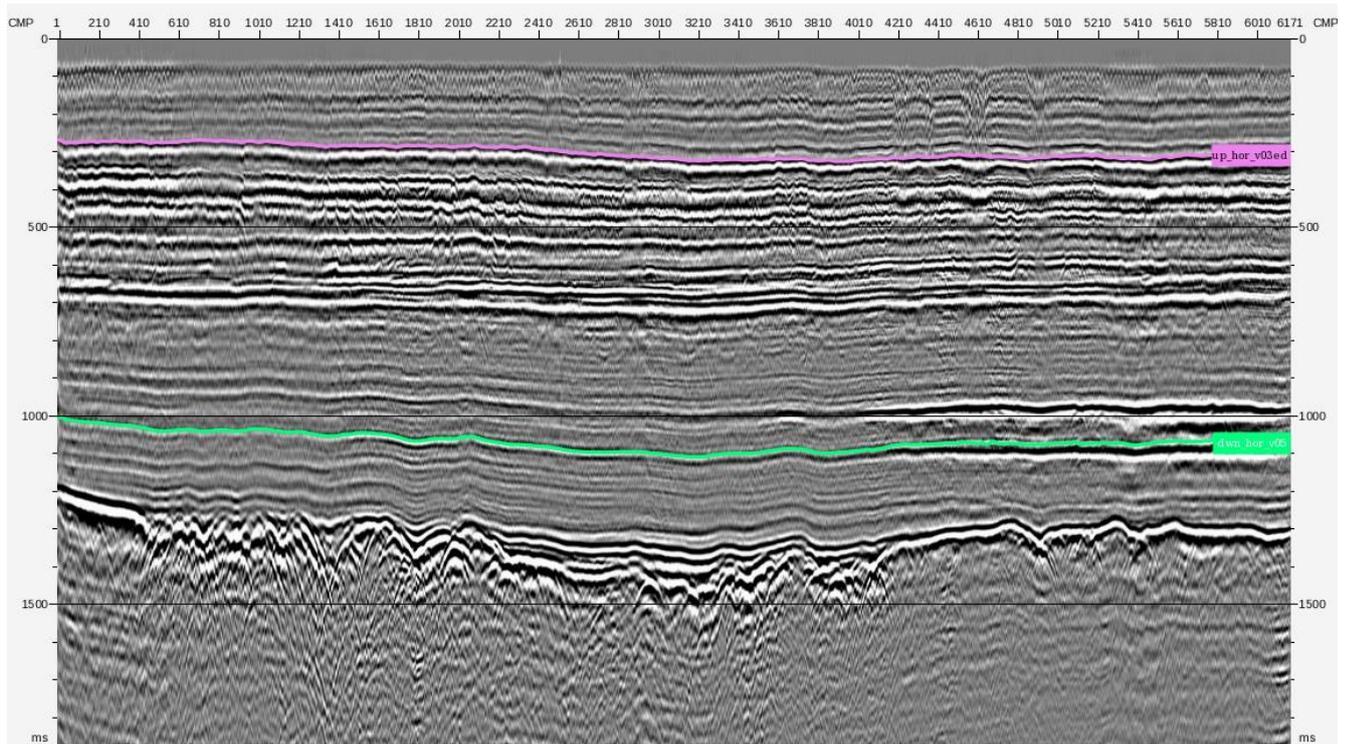


Рисунок 56. Положение горизонтов оценки линейного коэффициента корреляции амплитуд.

На рис. 56 представлены выбранные горизонты, вдоль которых проводились оценки. В результате анализа были получены следующие значения коэффициентов корреляции: 0.43 – для данных до деконволюции; 0.68 – для стандартного метода; 0.58 – для робастного метода; 0.30 – для гомоморфного метода. Как видим, гомоморфная поверхностно-согласованная деконволюция демонстрирует наименьший коэффициент корреляции Пирсона, что соответствует наилучшему результату среди рассматриваемых алгоритмов.

#### **Выводы по разделу 4.3.4.**

*Исходя из вышеизложенного, можно сформулировать следующий вывод: представленный в диссертации результат опробования оригинального метода поверхностно-согласованной кепстральной деконволюции сопоставим по эффективности с традиционными подходами и способствует лучшему выравниванию амплитуд по латерали и более эффективной компенсации различий в условиях возбуждения и приема.*

## Заключение

К нынешнему моменту развития обработки сейсмических данных появилось и существует большое количество различных алгоритмов деконволюции, сильно отличающихся как концептуально, так и с точки зрения математических особенностей. При этом в широком смысле понимания термина «деконволюция», помимо подходов, направленных на повышение временного разрешения, отмечается значительный класс методов, имеющий несколько иное назначение (подавление кратных волн и волн-спутников, компенсация затухания, формирующая фильтрация и т.д.). В настоящей работе был рассмотрен первый класс методов в одноканальной и поверхностно-согласованной формах.

В то же время применительно к этапу деконволюции в производстве действуют определенные общепринятые стандарты, которые обычно ложатся в основу распространенных программных комплексов обработки. В рамках данного исследования автор подразумевает следующее: преобладание программных решений, основанных на оптимальной фильтрации Винера, использование простой минимизации по норме  $L_2$  для поверхностно-согласованных модификаций. По этим причинам данная диссертация посвящена анализу возможностей повышения устойчивости целевой процедуры и разработке нестандартных методов деконволюции.

Все представленные в работе алгоритмы деконволюции были опробованы на модельных и реальных данных наземной сейсморазведки 2D и 3D, соответствующих различным геологическим обстановкам, с целью оценки их универсальности, оптимальности и эффективности.

Первая часть исследования, направленная на сравнение стандартных и робастных алгоритмов в условиях зашумленных данных с преобладанием случайного шума, наглядно демонстрирует преобладание вторых на модельных и реальных наборах в качественных и количественных атрибутах контроля качества. Более того, было показано, как отличаются два различных робастных метода: медианный и гибридный.

Во втором эксперименте одним из ключевых выводов является деструктивный характер влияния низкочастотных (узкополосных) высокоамплитудных помех на результат деконволюции. В ходе его выполнения предложена специальная методика предобработки данных до декомпозиции для нивелирования указанных отрицательных эффектов, связанных с искажением спектральных характеристик в области частот концентрации шума.

Нестандартные гомоморфные методы деконволюции были изучены в третьей части работы. Автором были самостоятельно разработаны и запрограммированы все представленные кепстральные реализации, в том числе поверхностно-согласованная. Несмотря на вычислительные особенности кепстральных преобразований, предложенные гомоморфные алгоритмы оказались сопоставимы со стандартными подходами, при этом для первых выделяется ряд преимуществ.

В дальнейшем предполагается разработка оригинальных робастных алгоритмов, изучение вопросов устойчивости непосредственно на этапе деконволюции, оценка влияния различных поверхностных условий на стабильность поверхностно-согласованных реализаций, более широкое тестирование гомоморфных алгоритмов в производственных масштабах, внедрение робастности в кепстральные подходы.

## Список литературы

1. Боганик Г.Н., Гурвич И.И. Сейсморазведка // Учебник для вузов. Тверь: Издательство АИС, 2006. 744 с.
2. Бондарев В.И. Сейсморазведка // Екатеринбург: Уральский государственный горный университет, 2007. 703 с.
3. Борисенко Ю.Д., Калайдина Г.В. Обратная фильтрация исходных сейсмических записей на основе кепстрального анализа // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. № 6. 2010. С. 106–110.
4. Габриэлянц Г.А., Дикенштейн Г.Х., Капустин И.Н. и др. Региональная геология нефтегазоносных территорий СССР // Под ред. Г. А. Габриэлянца; Всесоюз. н.-и. геол.-развед. нефт. ин-т. – М.: Недра, 1991. 281 с.
5. Гольдин С.В., Митрофанов Г.М. Восстановление формы сигнала при наличии поверхностных неоднородностей // Сейсмические методы поиска и разведки полезных ископаемых. – Киев: Знание, 1973. С. 6–8.
6. Гольдин С.В., Митрофанов Г.М. Спектрально-статистический метод учета поверхностных неоднородностей в системах многократного прослеживания отраженных волн // Геология и геофизика. № 6. 1975. С. 103–152.
7. Гурвич И.И. О теоретических основах динамических измерений в сейсморазведке // Изв. вузов., Геология и разведка. № 6. 1970. С. 108–113.
8. Гурвич И.И., Чыонг Минь. Опыт применения сейсмических ансамблей для определения свойств областей очага, приема и отражения по данным МОВ // Изв. вузов., Геология и разведка. № 7. 1971. С. 99–104.
9. Журавко Н.С., Адамович О.О., Лаптев Я.В., Тинакин А.О. Устойчивая поверхностно-согласованная деконволюция и ее применение при обработке данных наземной 3D сейсморазведки // EAGE, «Геомодель – 2015». 2015. С. 1–5.
10. Ковалев А.Г., **Матвеев Н.М.**, Сайфутдинов Р.Ш., Шевченко А.А. Применение количественных оценок для контроля качества процедур повышающих разрешающую способность // В книге: Санкт-Петербург 2024. Геонауки: современные вызовы и пути решений. Сборник материалов 11-й международной геолого-геофизической конференции. Москва, 2024. С. 99–102.
11. Королев Д.А., **Матвеев Н.М.**, Королев Е.К., Шевченко. А.А. Исследование робастного подхода к поверхностносогласованной деконволюции // Геофизика. №3. 2023. С. 37–44. EDN: HWDJQP. (0,92 п.л., вклад автора 30%, Импакт-фактор 0,342 (РИНЦ)).

12. **Матвеев Н.М.**, Степанов П.Ю., Королев Д.А. Применение гомоморфной деконволюции при обработке сейсмических съемок с различными источниками // Геофизика. №1. 2024. С. 15–23. EDN: NFDYLP. (1,04 п.л., вклад автора 50%, Импакт-фактор 0,342 (РИНЦ)).
13. **Матвеев Н.М.**, Степанов П.Ю. Применение кепстрального анализа и гомоморфной деконволюции при обработке нуль-фазовых сейсмических данных // Гелиогеофизические исследования. №43. 2024. С. 46–55. EDN: XGQPWA. (1,16 п.л., вклад автора 80%, Импакт-фактор 0,370 (РИНЦ)).
14. **Матвеев Н.М.** Исследование робастного подхода к поверхностно-согласованной деконволюции // В книге: Научная конференция молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН. Тезисы докладов. Москва, 2024. С. 50.
15. **Матвеев Н.М.**, Чертов В.В., Степанов П.Ю. Сравнение алгоритмов робастной поверхностно-согласованной деконволюции и оценка влияния частотного состава шумовой компоненты на результат процедуры // Геофизика. №1. 2025. С. 65–73. EDN: LTZLAK. (1,04 п.л., вклад автора 60%, Импакт-фактор 0,342 (РИНЦ)).
16. **Матвеев Н.М.**, Степанов П.Ю. Применение гомоморфного алгоритма поверхностно-согласованной деконволюции при обработке сейсморазведочных данных и его сравнение со стандартными методами // Приборы и системы разведочной геофизики. №2 (85). 2025. С. 72–84. EDN: NQELYX. (1,50 п.л., вклад автора 80%, Импакт-фактор 0,056 (РИНЦ)).
17. Митрофанов Г.М. Гомоморфная фильтрация и слепая деконволюция // Технологии сейсморазведки. №1. 2015. С. 46–56.
18. Митрофанов Г.М. Нелинейные преобразования сигналов с применением спектральных и факторных разложений (приложение к сейсморазведке) // Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. 444 с.
19. Рабинович Е.В. и др. Модель сейсмического импульса, возникающего при гидравлическом разрыве пласта // Математические структуры и моделирование. №. 4 (32). 2014. С. 105–111.
20. Сильвия М.Т., Робинсон Э.А. Обратная фильтрация геофизических временных рядов при разведке на нефть и газ // М., Недра, 1983. 447 с.
21. Akay M. Biomedical Signal Processing // Academic Press. 2012. P. 113–121.
22. Bode H.W. Feedback amplifier design // Bell System Technical Journal. 17(1). 1938. P. 55–90.
23. Bogert B.P., Healy M.J.R., Tukey J.W. The Quefreny Alanysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, Pseudo-Autocovariance, Cross-Cepstrum and Saphe Cracking // In Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis. John Wiley & Sons. 1963. P. 209–243.

24. Bube K., Langan R. Hybrid L1/L2 minimization with applications to tomography // *GEOPHYSICS*. V. 62. №4. 1997. P. 2370–2373.
25. Buhl P., Stoffa P.L., Bryan G.M. The application of homomorphic deconvolution to shallow-water marine seismology. Part II: Real data // *Geophysics*. V. 39. № 4. 1974. P. 417–426.
26. Burg J.P. Maximum entropy spectral analysis // Presented at the 37th Annual SEG Meeting., Oklahoma City, Oklahoma. 1967.
27. Burg J.P. Maximum entropy spectral analysis // Ph.D. Thesis, Stanford University. 1975. 123 p.
28. Buttkus B. Homomorphic filtering – theory and practice // *Geophysical Prospecting*. 23(4). 1975. P. 712–748.
29. Cambois G. Surface-consistent deconvolution // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 1989.
30. Cambois G., Stoffa P.L. Surface-consistent deconvolution in the log/Fourier domain // *GEOPHYSICS*. 57. June 1992. P. 823–840.
31. Cambois G., Stoffa P.L. Surface-consistent phase decomposition in the log/Fourier domain // *GEOPHYSICS*. 58. August 1993. P. 1099–1111.
32. Cary P.W., Lorentz G.A. Four-component surface-consistent deconvolution // *GEOPHYSICS*. 58. March 1993. P. 383–392.
33. Chen D., Gao J., Hou Y., Gao Z. High resolution inversion of seismic wavelet and reflectivity using iterative deep neural networks // 89th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts. 2019. P. 2538–2542.
34. Childers D.G., Skinner D.P., Kemerait R.C. The Cepstrum: A Guide to Processing // *Proceedings of the IEEE*. V. 65. № 10. 1977. P. 1428–1443.
35. Clayton R.W., Wiggins R.A. Source shape estimation and deconvolution of teleseismic bodywaves // *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*. 47(1). 1976. P. 151–177.
36. Debeye H.W.J., Van Riel P. Lp-norm deconvolution // *Geophysical Prospecting*. 38(4). 1990. P. 381–403.
37. Deeming T.J. Deconvolution and inversion. Bandlimited minimum phase // Rome: Blackwell Scientific Publications. 1987.
38. Dondurur D. Acquisition and Processing of Marine Seismic Data // Elsevier. 2018. 606 p.
39. Fomel S. Shaping regularization in geophysical data analysis // *GEOPHYSICS*. 72(2). 2007. R29–R36.

40. Gallemore J.B. A Comparative Evaluation of Two Acoustic Signal Dereverberation Techniques // S.M. and E.E. Thesis, Mass. Inst. Of Tech., Dept. of Elec. Eng. And Comp. Sci. June 1976.
41. Griffiths L.J., Smolka F.R., Trembly L.D. Adaptive deconvolution: A new technique for processing time-varying seismic data // *Geophysics*. 42(5). 1977. P. 1077–1084.
42. Grossmann A., Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape // *SIAM Journal on Mathematical Analysis*. 15(4). 1984. P. 723–736.
43. Hart D.I. Enhancing wavelet stability with surface-consistent deconvolution // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 1997. P. 1047–1050.
44. Hatton L., Worthington M.H., Makin J. *Seismic Data Processing* // Wiley. 1991. 192 p.
45. Hennenfent G., Herrmann F.J., Neelamani R. Sparseness-constrained seismic deconvolution with Curvelets // Presented at the CSEG National Convention, Calgary, Alberta, Canada. 2005.
46. Hutchinson D., Link B. Surface Consistency: A Solution to the Problem of Deconvolving Noisy Seismic Data // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 1984. P. 515–518.
47. Jain Gwo-hann. Digital signal processing of multi-echo interference for angle modulated signal // A Thesis in Electrical Engineering. Texas Tech University. 1982. 75 p.
48. Kaaresen K.F., Taxt T. Multichannel blind deconvolution of seismic signals // *GEOPHYSICS*. 63(6). 1998. P. 2093–2107.
49. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // *Journal of Basic Engineering*. 82(1). 1960. P. 35–45.
50. Kalman R.E., Bucy R.S. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory // *Journal of Basic Engineering*. 83(1). 1961. P. 95–108.
51. Kanasewich E.R. *Time Sequence Analysis in Geophysics: Third Edition* // University of Alberta. 1981. 480 p.
52. Kazemi N., Bongajum E., Sacchi M.D. Non-minimum phase surface consistent sparsity constrained blind deconvolution // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2014. P. 3200–3204.
53. Kirchheimer F., Ferber R. Robust surface consistent deconvolution with noise suppression // 71th Ann. Meetg. SEG, San Antonio. 2001. P. 1831–1834.
54. Levin S.A. Lessons in surface-consistent deconvolution // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 1988. P. 718–722.

55. Levin S.A. Surface- consistent deconvolution // *GEOPHYSICS*. 54(9). 1989. P. 1123–1133.
56. Levinson N. The Wiener RMS error criterion in filter design and prediction // *Journal of Mathematics and Physics*. 25(4). 1947. P. 261–278.
57. Levy S., Fullagar P.K. Reconstruction of a sparse spike train from a portion of its spectrum and application to high-resolution deconvolution // *GEOPHYSICS*. 46(9). 1981. P. 1235–1243.
58. Lindseth R.O. Deconvolution. *Digital Processing of Geophysical Data – A Review* // *Society of Exploration Geophysicists*. 1968. P. 6.1–6.30.
59. Lines L.R. *Deconvolution and wavelet estimation in exploration seismology* // *University of British Columbia*. 1976. 177 p.
60. Lu D., Gao J., Chen D., Chen H., Wang Q. Extraction of the seismic wavelet based on deep neural networks // *81st Annual International Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts*. 2019.
61. Mallat S., Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 14(7). 1992. P. 710–732.
62. Margrave G.F., Lamoureux M.P. Gabor deconvolution // *CREWES Research Report*. 13. 2001. P. 241–276.
63. Margrave G.F., Henley D.C., Lamoureux M.P., Iliescu V., Grossman J.P. Gabor deconvolution revisited // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2003.
64. Margrave G.F., Lamoureux M.P., Henley D.C. Gabor deconvolution: Estimating reflectivity by nonstationary deconvolution of seismic data // *GEOPHYSICS*. 76(3). 2011. W15–W30.
65. Martin R.M.V., Burley C.L. *Power Cepstrum Technique with Application to Model Helicopter Acoustic Data* // *National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Branch*. 1986. 69 p.
66. Mi Y., Margrave G.F. Application of homomorphic theory in nonstationary deconvolution // *CREWES Research Report*. V. 11. 1999. 12 p.
67. Mirel M., Cohen I. Multichannel Semi-blind Deconvolution (MSBD) of seismic signals // *Signal Processing*. 135. 2017. P. 253–262.
68. Montana C.A., Margrave G.F., Henley D.C. Surface- consistent Gabor deconvolution // *CREWES Research Report*. V. 18. 2006. 18p.

69. Morley L., Claerbout J.F. Predictive deconvolution in shot-receiver space // Society of Exploration Geophysicists. May 1983. P. 515–531.
70. Newman B.J. Deconvolution of noisy seismic data—A method for prestack wavelet extraction // GEOPHYSICS. 51. January 1986. P. 34–44.
71. Nicolas P. Deconvolution by Homomorphic and Wiener filtering // SACLANT UNDERSEA RESEARCH CENTRE LA SPEZIA (ITALY). 1988. 127 p.
72. Nyquist H. Certain topics in telegraph transmission theory // Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. 47(2). 1928. P. 617–644.
73. Oldenburg D.W., Levy S., Whittall K.P. Wavelet estimation and deconvolution // GEOPHYSICS. 46(11). 1981. P. 1528–1542.
74. Oppenheim A.V. Superposition in a class of nonlinear systems // Research Laboratory of Electronics, MIT. Technical Report 432. 1965.
75. Oppenheim A.V. Generalized superposition // Inf. Control., 11(5/6). 1967. 528–536 p.
76. Oppenheim A.V., Schafer R.W., Stockham T.G. Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals // Proceedings of the IEEE. 56(8). 1968. P. 1264–1291.
77. Oppenheim A.V., Schafer R.W. Digital Signal Processing // Prentice-Hall. 1975.
78. Oppenheim A.V., Kopec G.E., Tribolet J.M. Signal Analysis by Homomorphic Prediction // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. V. 24. № 4. 1976. P. 327–332.
79. Oppenheim A.V., Tribolet J.M. Application of homomorphic filtering to seismic data processing // Applied Time Series Analysis I. Academic Press. 1978. P. 261–286.
80. Oppenheim A.V., Schafer R.W., Buck J.R. Discrete-Time Signal Processing (2nd Ed.) // Prentice-Hall. Inc. 1999. 870 p.
81. Oppenheim A.V., Schafer R.W. From Frequency to Quefrequency: A History of the Cepstrum // IEEE Signal Processing Magazine. V. 21. № 5. 2004. P. 95–106.
82. Otis R.M., Smith R.B. Homomorphic deconvolution by log spectral averaging // Geophysics. 42 (6). 1977. P. 1146–1157.
83. Peacock K.L., Treitel S. PREDICTIVE DECONVOLUTION: THEORY AND PRACTICE // GEOPHYSICS. 34. 1969. P. 155–169.
84. Peardon L.G., Evans R.H. Homomorphic Deconvolution Applied to VSP Data // SEG Technical Program Expanded Abstracts. Society of Exploration Geophysicists. 1991. P. 1331–1334.

85. Pei Soo-Chang, Lin Huei-Shan. Minimum-phase FIR filter design using real cepstrum // 2005 13th European Signal Processing Conference. 2005. P. 1–4.
86. Pollet A., Lowrie L., Matthews J. Vibroseis deconvolution: A surface consistent method // SEG Technical Program Expanded Abstracts. 1982.
87. Randall R.B. Cepstrum Analysis and Gearbox Fault Diagnosis // Technical Report 13-150. Brüel & Kjær Technical Review. 1981. 21 p.
88. Randall R.B. A history of cepstrum analysis and its application to mechanical problems // Mechanical Systems and Signal Processing. V. 97. 2017. P. 3–19.
89. Randall R.B., Antoni J., Smith W.A. A survey of the application of the cepstrum to structural modal analysis // Mechanical Systems and Signal Processing. V. 118. 2019. P. 716–741.
90. Ricker N. The form and nature of seismic waves and the structure of seismograms // Geophysics. 5(4). 1940. P. 348–366.
91. Robinson E.A. Predictive Decomposition of Time Series with Applications to Seismic Exploration // Ph.D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology. 1954.
92. Robinson E.A., Treitel S. Principles of digital Wiener filtering // Geophys. Prosp. 15. 1967. P. 311–333.
93. Robinson E.A., Treitel S. Optimum Digital Filters for Signal to Noise Ratio ENHANCEMENT // Geophysical Prospecting. V. 17. Issue 3. 1969. P. 248–293.
94. Robinson E.A., Treitel S. Geophysical Signal Analysis // Society of Exploration Geophysics, Tulsa, Oklahoma, USA. 2000.
95. Sacchi M.D., Ulrych T.J. High-resolution velocity gathers and offset space reconstruction // GEOPHYSICS. 60(4). 1995. P. 1169–1177.
96. Sacchi M.D., Ulrych T.J. Estimation of the discrete Fourier transform, a linear inversion approach // GEOPHYSICS. 61(4). 1996. P. 1128–1136.
97. Sacchi M.D., Ulrych T.J., Walker C.J. Interpolation and extrapolation using a high-resolution discrete Fourier transform // IEEE Transactions on Signal Processing. V. 46. Issue 1. 1998. P. 31–38.
98. Shensa M.J. Complex Exponential Weighting Applied to Homomorphic Deconvolution // Geophysical Journal International. V. 44. Issue 2. February 1976. P. 379–387.

99. Sheriff R.E. Encyclopedic Dictionary of Applied Geophysics // SEG. Geophysical References. Series 13. 2002.
100. Smith A.D., Ferguson R.J. Minimum-phase signal calculation using the real cepstrum // CREWES Res. Report. V. 26. 2014. P. 1–23.
101. Stakenborg M.J.L. On the use of cepstrum analysis in gearbox monitoring // Afstudeerverslag ter afronding van de studie tot werktuigbouwkundig ingenieur. 1984. 100 p.
102. Steiglitz K., Dickinson B. Computation of the Complex Cepstrum by Factorization of the z-Transform // Acoustics, Speech, and Signal Processing. IEEE International Conference on ICASSP'77. V. 2. 1977. P. 723–726.
103. Stoffa P.L., Buhl P., Bryan G.M. The application of homomorphic deconvolution to shallow-water marine seismology. Part I: Models // Geophysics. V. 39. № 4. 1974. P. 401–416.
104. Taner M.T., Coburn K.W. Surface consistent Estimation of source and receiver response functions // Presented at the 50<sup>th</sup> Annual International SEG Meeting. Houston. 1980.
105. Taner M.T., Koehler F. Surface consistent corrections // GEOPHYSICS. 46(1). 1981. P. 17–22.
106. Taylor H.L., Banks S.C., McCoy J.F. Deconvolution with the L1 norm // GEOPHYSICS. 44(1). 1979. P. 39–52.
107. Tribolet J.M., Oppenheim A.V. Deconvolution of Seismic Data using Homomorphic Filtering // Massachusetts Inst. of Tech. Cambridge Research Lab. of Electronics. 1977. P. 68–74.
108. Ulrych T.J. Application of homomorphic deconvolution to seismology // Geophysics. V. 36. № 4. 1971. P. 650–660.
109. Ulrych T.J., Jensen O.G., Ellis R.M., Somerville P. Homomorphic deconvolution of some teleseismic events // Bulletin of the Seismological Society of America. 62(5). 1972. P. 1269–1281.
110. Van der Baan M., Pham D.T. (2008). Robust wavelet estimation and blind deconvolution of noisy surface seismics // Geophysics. 73(5). 2008. V37–V46.
111. Van Vossen R., Trampert J., Curtis A., Laake A. Source and receiver amplitude equalization using reciprocity – Application to land seismic data // SEG Annual Meeting. 2005.
112. Van Vossen R., Curtis A., Laake A., Trampert J. Surface-consistent deconvolution using reciprocity and waveform inversion // GEOPHYSICS. 71(2). 2006. V19–V30.

113. Velis D.R. Stochastic sparse-spike deconvolution // *GEOPHYSICS*. 73(1). 2008. R1–R9.
114. Verschuur D.J. Seismic Multiple Removal Techniques: Past, present and future // Houten. The Netherlands: EAGE. 2006. 191 p.
115. Wang Y. A stable and efficient approach of inverse Q filtering // *GEOPHYSICS*. 67(2). 2002. P. 657–663.
116. Wang Y. Inverse Q-filter for seismic resolution enhancement // *GEOPHYSICS*. 71(3). 2006. P. V51–V60.
117. Wang Y. *Seismic Inverse Q Filtering* // Blackwell Publishing. 2008.
118. Widrow B., Hoff M.E. Adaptive switching circuits // 1960 IRE WESCON Convention Record. Part 4. 1960. P. 96–104.
119. Widrow B., Mantey P.E., Griffiths L.J., Goode B.B., Lehr F., Brant H., Spilman R. Adaptive antenna systems // *Proceedings of the IEEE*. 55(12). 1967. P. 2143–2159.
120. Wiener N. *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series* // Cambridge, MA: The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology; New York: John Wiley & Sons, Inc. 1949.
121. Wiggins R.A. Minimum entropy deconvolution // *Geoplot*. 16(1–2). 1978. P. 21–35.
122. Xiao C., Heemink A.W., Lin H.X., Leeuwenburgh O. Deep-learning inversion to efficiently handle big-data assimilation: Application to seismic history matching // *EAGE*. 2020.
123. Yilmaz O. *Seismic data analysis* // V. 1. SEG. 2001.
124. Zhang C., Ulrych T.J. Seismic absorption compensation: A least squares inverse scheme // *GEOPHYSICS*. 72(6). 2007. R109–R114.
125. Zhang J., Klemm C., Michell S., Gangopadhyay A., Mei J., Connor J., Ahmed S. Quality control of surface-consistent deconvolution on land dynamite data // *The Leading Edge*. 34(4). 2015. P. 430–436.
126. Zhang Yuan, Mo Yangang. Robust deconvolution to improve resolution of foothill seismic data // *SEG Global Meeting Abstracts*. 2019. P. 68–71.
127. Zhang D., Almubarak M., Tsingas C. A new perspective of surface consistent deconvolution // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2024. P. 2464–2468.