

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Тищенко Богдана Викторовича

«Решения с переходными слоями в системе уравнений реакция-диффузия с разрывными источниками различной интенсивности»,
представленную на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа посвящена краевым задачам для систем уравнений типа реакция-диффузия. Важной особенностью рассмотренных задач является большой градиент решения либо в окрестности границы – пограничный слой, либо в окрестности разрыва сред внутри области решения – внутренний переходный слой. В работе рассмотрены сингулярно возмущенные уравнения, и именно такие особенности решений часто возникают в сингулярно возмущенных задачах. Все постановки, рассмотренные в диссертации так или иначе имеют отношения к прикладным задачам. Автором получены условия существования решений и проведены строгие доказательства теорем.

В настоящее время при стремительном развитии нейросетевых методов в научных исследованиях теряется строгая обоснованность решений задач, что приводит к неправильным путям решения и, как следствие, неверным результатам. В случае сингулярно возмущенных задач вероятность ошибочных нейросетевых решений увеличивается, поскольку к таким задачам нужен особый подход, учитывающий наличие нескольких временных и пространственных масштабов, связанных с растяжением координат и времени. Именно поэтому строгие доказательства и четкая формулировка условий существования решений задач с внутренними переходными и пограничными слоями имеют исключительную **актуальность**.

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, вводной первой главы, четырёх глав с результатами автора, заключения и списка литературы – всего 120 стр.

Введение содержит описание работы. В нем отражены актуальность выбранной темы, цели и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая ценность, соответствие паспорту специальности, краткое описание содержания каждой главы, методология, личный вклад автора вместе с апробацией и публикациями. Кроме того во введении сформулированы положения выносимые на защиту.

В обзоре литературы освещены работы, непосредственно примыкающие к работе автора. В этой части литобзора прослеживается хронология исследования задач с внутренними переходными и пограничными слоями школы Тихонова-Васильевой-Бутузова-Нефедова. В конце литобзора приведены ссылки на статьи зарубежных авторов, касающиеся вопросов существования слабых решений уравнений с разрывными коэффициентами.

Первая глава является вводной. Она содержит основные обозначения и понятия, а также утверждения, которые автор использует в своих доказательствах.

Далее результаты распределены по главам по принципу «от простого к сложному».

Вторая глава посвящена решению погранслоного типа в задаче Неймана для системы двух обыкновенных сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений второго порядка с различными степенями малого параметра при второй производной.

Третья глава посвящена решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с различными степенями малого параметра при вторых производных. Особенностью задачи являются разрывные нелинейные неоднородные слагаемые в каждом уравнении. В главе

исследуется гладкое решение задачи, обладающее большим градиентом в окрестности точки разрыва.

Четвертая глава является обобщением третьей главы на двумерный случай. В ней раскрывается прикладной смысл постановок второй и третьей глав.

В пятой главе рассмотрена система обыкновенных дифференциальных уравнений, схожая с системой из третьей главы, но с нелинейными слагаемыми, содержащими разрыв не по координате, а по значению искомой функции. В этой главе также исследовано гладкое решение с большим градиентом в окрестности разрыва.

Результатами глав 2-4 являются

- построенные приближения решений в виде сумм по степеням малого параметра заданного порядка;
- доказанные теоремы о существовании решения, для которых эти приближения являются равномерными асимптотическими приближениями заданного порядка (для доказательства каждый раз используется метод дифференциальных неравенств);
- доказанные теоремы о локальной единственности решения, заключенного между верхним и нижним решениями, а также асимптотической устойчивости этого решения как стационарного решения соответствующей начально-краевой задачи с обоснованной локальной областью притяжения между верхним и нижним решениями, построенными как модификации асимптотических приближений первого порядка точности.

Результатами пятой главы являются

- построенное приближение решения в виде функций, представляющих собой сумму слагаемых по степеням малого параметра с большими градиентами в окрестности точки разрыва;

- построенное приближённое значение координаты точки разрыва;
- построенные верхнее и нижнее решения произвольного порядка;
- доказанная теоремы существования решения, для которого построенное приближение является асимптотическим приближением заданного порядка точности.

В целом работа хорошо структурно организована – раздел с основными понятиями, переход от простого к сложному – прослеживается становление ученого-математика.

Достоверность полученных результатов – доказанных теорем – не вызывает сомнений, поскольку для их получения были использованы классические проверенные методы асимптотического анализа: метод дифференциальных неравенств и принцип сравнения. Все этапы доказательств изложены подробно, четко, со ссылками на источники из литературы и на ранее доказанные в диссертации утверждения.

Обоснованность положений, выносимых на защиту, достаточная, поскольку все положения подкреплены строго доказанными леммами и теоремами.

Новизна результатов сформулирована автором во введении и заключается в следующем:

- 1) строго доказано существования решений с большими градиентами в окрестностях границ и разрывов для краевых задач системами двух дифференциальных уравнений второго порядка; в виде верхнего и нижнего решений, которые также обладают большими градиентами в окрестности границ и разрывов, построены и обоснованы интервалы, внутри которых заключены эти решения;
- 2) для уравнений с разрывными по координате нелинейностями новизна исследования, кроме того, заключается в доказательстве локальной единственности решения в указанном интервале и его

асимптотической устойчивости как стационарного решения начально-краевой задачи.

ЗАМЕЧАНИЯ

1) Конкретным примером постановки задачи и численным расчетом снабжена только одна, четвертая глава. Такие примеры стоило бы привести к каждой из содержательных глав.

2) Раздел актуальности мог бы быть гораздо более развернутым с учетом перспектив применения исследования, например, в обратных задачах.

3) Стоило больше внимания уделить возможности применения результатов в прикладных задачах.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Считаю, что диссертация Тищенко Б.В. «Решения с переходными слоями в системе уравнений реакция-диффузия с разрывными источниками различной интенсивности» отвечает всем требованиям кандидатским диссертациям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова.

Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика (по физико-математическим наукам).

Диссертация отвечает критериям, определенным пп. 2.1-2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», а также оформлена согласно требованиям «Положения о совете по защите диссертация на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, соискатель Тищенко Богдан Викторович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник отдела 71

Федерального государственного учреждения «Федеральный
исследовательский центр «Информатика и управление» Российской
академии наук»

Дмитриев Михаил Геннадьевич

«4» сентября 2026 г.

Контактные данные:

тел.: ; e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена
диссертация: 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения и математическая
физика».

Адрес места работы:

119333, Москва, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»

Российской академии наук, отдел 71

Тел.: +7 (499) 135-51-45; e-mail: contact@rairi.org

*Подпись сотрудника Федерального государственного учреждения «Федеральный
исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук»
Дмитриева М.Г. удостоверяю*