

ОТЗЫВ

официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Козловской Татьяны Давидовны
на тему: «О множествах относительной единственности для некоторых
ортогональных систем»
по специальности

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В вопросах разложения функций по ортогональным рядам следует выделить три основных задачи: 1) возможность представления функции рядом, 2) единственность такого представления, 3) точность такого представления.

В диссертации рассмотрена вторая из этих основных задач. *Это говорит об актуальности данного исследования.* Основное внимание уделено методам построения множеств единственности, т.е. таких множеств, из сходимости вне которых ряда к нулю следует, что этот ряд нулевой, или, иными словами, все его коэффициенты равны нулю. Вопросы единственности представления функций рядами являются одними из самых сложных в анализе и зачастую сводятся к алгебраическим и теоретико-числовым задачам. В диссертации достаточно подробно указаны основные результаты этой теории.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

Во введении обсуждается актуальность темы и ее разработанность, кратко сформулированы основные результаты диссертации, указана теоретическая и практическая значимость работы, указаны методы исследования, отмечено соответствие тематики паспорту научной специальности. Указаны предложения, выносимые на защиту. Указан список семинаров и конференций, на которых соискатель выступала с докладами. Приведен обзор результатов, связанных с тематикой диссертации, и изложено краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе приведены определения и основные свойства изучаемых ортогональных систем, которые рассмотрены в диссертации.

Основные результаты работы содержатся в главах 2, 3 и 4. Отметим те, которые представляют наибольший интерес. Во второй главе определяется обобщенное формальное произведение рядов Уолша и доказываются аналоги основных теорем теории Райхмана, известные для обобщенного формального произведения тригонометрических рядов. Для рядов по системе Уолша понятие формального произведения ряда Уолша на многочлен Уолша было введено А.Шнейдером в 1949 году и использовалось им для построения нетривиальных множеств единственности по системе Уолша. В настоящий момент нет других способов получения нетривиальных множеств единственности. В рассматриваемой диссертационной работе соискатель определяет формальное произведение ряда Уолша не на многочлен Уолша, а на другой быстро сходящийся ряд Уолша и доказывает теорему о равносходимости. Есть основания полагать, что введенное обобщенное формальное произведение рядов Уолша поможет в нахождении новых классов множеств единственности для кратных рядов Уолша.

Получены теоремы об объединении относительных множеств единственности как для системы Уолша, так и для системы Виленкина-Джафарли:

1) доказано, что при $2 \leq r < \infty$ объединение счетного числа замкнутых U_r множеств для системы Уолша является U_r множеством для системы Уолша.

2) доказано, что при $r > 2$ объединение счетного числа замкнутых U_r множеств для системы Виленкина-Джафарли тоже является U_r множеством системы Виленкина-Джафарли.

Таким образом, введение и изучение обобщенного формального произведения обосновано потребностью построения новых классов множеств единственности. Изучение объединения множеств единственности также обосновано потребностью построения новых, более широких классов множеств единственности. Например, мы доказали, что множество E есть множество единственности и его сдвиги $E + h$ тоже множества

единственности. Если мы доказали, что объединение множеств единственности снова есть множество единственности, то мы получаем большое семейство множеств единственности.

В последнем параграфе 4-й главы в работе обсуждается вопрос об объединении замкнутых U_r - множеств для тригонометрической системы. Доказывается, что если коэффициенты исходного ряда имеют монотонную мажоранту из l^p , то и для тригонометрической системы справедлива теорема об объединении U_r - множеств.

Все положения, выносимые на защиту, являются новыми, и их достоверность подтверждается строгими доказательствами

Содержание диссертации соответствует научной специальности, по которой работа представлена к защите.

Сделаем несколько замечаний.

1) В главах 3 и 4 далеко не всегда понятно, когда закончено доказательство.

2) В Теореме 4.1.1. наверное лучше записать условие на r в виде $2 < r < +\infty$, так как при $r = 2$ получаем ряд Фурье функции из L_2 . Кацнельсон вводил понятие U_r – множества в 1964 г. еще до появления теоремы Карлесона. И тогда было непонятно, как ведет себя ряд Фурье функции из L_2 с точки зрения поточечной сходимости.

3) На стр.61 автор пишет «Если априори потребовать, чтобы у последовательности c_n существовала монотонная мажоранта из пространства l^p , то и для тригонометрической системы справедлива теорема об объединении U_r множеств». Непонятно, при каких p . И конечно надо было сформулировать точное утверждение.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным п.п. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых

степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Козловская Татьяна Давидовна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,

профессор кафедры математического анализа

факультета механико-математического

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования «Саратовский национальный исследовательский

государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

ЛУКОМСКИЙ Сергей Федорович

13.04.2026

Контактные данные:

тел.: +7(905)3881398, e-mail: LukomskiiSF@info.sgu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.01.01. – Математический анализ

Адрес места работы:

410010, (Субъект) г.Саратов, ул. Астраханская , д.83, корпус 9,

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Саратовский национальный исследовательский

государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», механико-

математический факультет, кафедра математического анализа

Тел.: +7 (8452) 26-15-54; e-mail: : mexmat@sgu.ru