

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

*На правах рукописи*

**Брагин Александр Викторович**

**Методы навигации пешехода с использованием  
микромеханических инерциальных датчиков**

1.1.7 Теоретическая механика, динамика машин

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2026

Диссертация подготовлена на кафедре прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

**Научный руководитель** – **Болотин Юрий Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные оппоненты** – **Соколов Сергей Михайлович**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, сектор «Механика и управление движением робототехнических систем», главный научный сотрудник, заведующий сектором

**Меркурьев Игорь Владимирович**, доктор технических наук, профессор, «Национальный исследовательский университет «МЭИ», кафедра робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, заведующий кафедрой

**Фомичев Александр Владимирович**, кандидат физико-математических наук, доцент, «Московский институт электромеханики и автоматики», главный специалист.

Защита диссертации состоится 17 апреля в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.7 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

Email: [dissovet.msu.011.7@math.msu.ru](mailto:dissovet.msu.011.7@math.msu.ru).

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале:

<https://dissovet.msu.ru/dissertation/3771>

Автореферат разослан 16 марта 2026 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, доцент

Ю.Д. Селюцкий

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы.

Системы автономной навигации пешехода востребованы при работе экстренных служб в зданиях или при выполнении задач в зоне боевых действий. Классический подход к автономной навигации – использование инерциальных измерительных блоков (ИИБ) и бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) на их основе.

Актуальность исследований подтверждается тем, что в мире уже существует несколько систем автономной навигации пешехода, построенных на микроэлектромеханических (МЭМС) инерциальных датчиках. Одна из них разработана компанией Forterra в интересах армии США и называется WarLoc. Известно, что она построена по принципу инерциальной навигации с коррекцией по нулевой скорости. Израильская компания Rafael предлагает систему Footprint, которая использует тот же принцип. Немецкая компания iMAR недавно представила свою систему навигации пешехода iTHESEUS, также использующую метод инерциальной навигации.

В России задачей навигации пешехода по инерциальным датчикам занимались коллективы МГТУ им. Н.Э. Баумана, МГУ имени М.В. Ломоносова, КГТУ им. А.Н. Туполева, ОАО «Радиоавионика».

Обзору исследовательских работ в данной области посвящена отдельная глава диссертации. Большинство этих работ носит прикладной характер. При этом некоторые теоретические вопросы, важные для практики, остаются за кадром. Поэтому теоретическое исследование задачи навигации пешехода является актуальной задачей.

**Целями** данной работы являются: во-первых, теоретическое исследование методов коррекции навигационного решения в навигации пешехода, основанных на обобщенном фильтре Калмана (ОФК), во-вторых, разработка нового метода коррекции, учитывающего предшествующий теоретический анализ.

Для достижения указанных целей необходимо решить следующие **задачи**:

- Выяснить свойства состоятельности ОФК для алгоритмов коррекции навигационного решения по информации о нулевой скорости и по информации об ограниченности расстояния между стопами пешехода при использовании различных способов линеаризации задачи.
- Разработать метод коррекции навигационного решения для системы из двух БИНС, закрепленных на разных стопах, по информации о прямолинейности движения, обладающий надежностью метода коррекции по информации об ограниченности расстояния между стопами пешехода.

Используемое определение состоятельности ОФК базируется на определении из книги Бар-Шалом 2001 года и обсуждается ниже.

**Методология и методы исследования.** Задача сформулирована как задача оценивания траектории механической системы и решается с применением методов теории оптимального оценивания, теоретической механики, теории вероятностей.

**Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Введенное условие структурной несостоятельности ОФК является достаточным условием несостоятельности ОФК: если оно выполнено, то расчетные ковариации ошибок оценок ОФК существенно отличаются от реальных средних квадратов ошибок оценок навигационного решения.
2. ОФК в задаче навигации пешехода при коррекции по нулевой скорости и при коррекции по информации об ограниченности расстояния между стопами структурно состоятелен при записи уравнений в отклонениях в динамических ошибках и структурно несостоятелен при записи уравнений в отклонениях в полных ошибках. Таким образом, ОФК в полных ошибках несостоятелен.
3. Статистическое моделирование показывает, что ОФК в динамических ошибках для задачи коррекции по нулевой скорости состоятелен.
4. Предложенный алгоритм коррекции навигационного решения для системы из двух БИНС, использующий информацию об ограниченности расстояния между стопами и информацию о прямолинейности движения пешехода, позволяет достичь более высокой надежности решения задачи по сравнению с существующими методами.

**Достоверность и обоснованность** полученных теоретических результатов обеспечивается применением математических методов теории оценивания, теоретической механики, теории вероятностей и других. Достоверность практических результатов обеспечивается обработкой большого количества экспериментальных данных, собранных в процессе написания работы.

**Научная новизна** исследования заключается в следующем:

- Введено понятие структурной несостоятельности ОФК и на его основе предложен подход к проверке несостоятельности ОФК.
- С использованием введенного понятия исследована состоятельность ОФК в задаче навигации пешехода для задачи коррекции по информации о нулевой скорости и для задачи коррекции по информации об ограниченности расстояния между стопами.
- Предложен адаптивный алгоритм коррекции навигационного решения для системы из двух БИНС в задаче навигации пешехода, использующий информацию об ограниченности расстояния между стопами и информации о прямолинейности движения пешехода.

**Теоретическая ценность** работы состоит во введении понятия структурной несостоятельности и исследовании с его помощью состоятельности ОФК для различной корректирующей информации в задаче навигации пешехода.

**Практическая значимость** работы заключается во-первых, во введении формы ОФК в задаче навигации пешехода, в которой расчетные ковариации ошибок оценок близки к истинным, что позволяет корректно комплексировать навигационное решение с дополнительными измерениями; во-вторых, в разработке и апробации нового алгоритма коррекции по информации об ограниченности расстояния между стопами и о прямолинейности движения пешехода. Результаты обработки большого количества экспериментальных данных показали, что предложенный алгоритм более надежен, чем существующие алгоритмы коррекции по той же информации.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- Bolotin Y., Bragin A., Gartseev I. Covariance Error Analysis for Pedestrian Dead Reckoning with Foot Mounted IMU. International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), Pisa, Italy, 2019.
- Болотин Ю.В., Брагин А.В., Гулевский Д.В. Анализ алгоритмов коррекции в задаче навигации пешехода с БИНС, закрепленными на стопах. XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, Санкт-Петербург, 2020.
- Брагин А.В., Болотин Ю.В. Сравнение точности алгоритмов навигации пешехода, основанных на разных способах коррекции. XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, Санкт-Петербург, 2021.
- Брагин А.В. Алгоритмы коррекции в задаче автономной навигации пешехода с применением микромеханических инерциальных датчиков. Конкурс молодых ученых Института механики МГУ, 2021.
- Брагин А.В., Болотин Ю.В. Автономная навигация пешехода: задачи и методы. VIII международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022.
- Брагин А.В., Болотин Ю.В. Новый алгоритм коррекции в автономной навигации пешехода. Юбилейная XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, Санкт-Петербург, 2023.
- Брагин А.В., Болотин Ю.В. Инерциальная навигация пешехода. Современное состояние вопроса. XIV Всероссийское совещание по проблемам управления, Москва, 2024.

- Брагин А.В., Болотин Ю.В. О необходимых условиях состоятельности обобщенного фильтра Калмана. Международная научная конференция «Математика в созвездии наук» к юбилею академика В.А. Садовниченко, Москва, 2024.
- Брагин А.В., Gyroscope biases estimation using zero-velocity updates in pedestrian navigation. CHINESE-RUSSIAN «NAVIGATION AND MOTION CONTROL» YOUTH FORUM, Nanjing 2024.
- Брагин А.В., О некоторых особенностях комплексирования инерциальной навигационной системы с информацией о магнитном поле Земли в задаче навигации пешехода. Молодежная школа-семинар «Навигация и управление движением», Сколково, 2025.

**Публикации по теме диссертации.** По материалам диссертации подготовлены **9** публикаций в печатных изданиях, **3** из которых изданы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности и отрасли наук.

**Личный вклад автора.** Все результаты, выносимые на защиту, получены лично автором под руководством научного руководителя Болотина Ю.В.

В работе [1] вклад автора составляет 1/2 и заключается в разработке программ для обработки экспериментальных данных, расчетах и интерпретации полученных результатов, а также в подготовке части текста статьи. В статье [2] вклад диссертанта составляет 1/2 и заключается в разработке одного из теоретических разделов и подготовке текста.

**Объем и структура работы.** Диссертационная работа состоит из трех глав, списка сокращений и аббревиатур, введения, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации **165** страниц текста с **37** рисунками и **4** таблицами. Список литературы содержит **121** наименование.

## Основное содержание работы

В **первой** главе проводится обзор литературы по задаче навигации пешехода при помощи инерциальных датчиков. Рассматриваются два основных подхода: навигация на основе метода счисления пути и инерциальная навигация с коррекцией по нулевой скорости. Везде подразумевается, что используются инерциальные измерительные блоки (ИИБ) на низкоточных микромеханических датчиках и бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) на их основе.

Подход счисления пути подразумевает оценивание траектории пешехода посредством оценки длин и направлений шагов. Преимуществом подхода является высокая надежность детектирования шага и высокая точность вычисления длины шага. Существует огромное количество алгоритмов, использующих показания инерциальных датчиков для решения этих задач. Недостаток

подхода – сложность вычисления направления шага, обусловленная тем, что точностей обычно используемых в этой сфере микромеханических гироскопов недостаточно для автономного решения задачи, а привлечение информации от магнитометров сопряжено с трудностями отделения магнитного поля Земли от искусственно создаваемых различными окружениями магнитных полей.

Подход инерциальной навигации с коррекцией по нулевой скорости заключается в решении задачи инерциальной навигации для инерциального измерительного блока, закрепленного на стопе человека. Крепление на стопе необходимо для коррекции навигационного решения по информации о нулевой скорости стопы. Этот подход описывается подробно: методы прогноза траектории, методы коррекции траектории. Особое внимание уделяется алгоритму коррекции навигационного решения по нулевой скорости, как основополагающему алгоритму в инерциальной навигации пешехода. Также описывается коррекция по информации об ограниченности расстоянии между стопами и по информации о прямолинейном движении.

Во **второй** главе исследуются свойства обобщенного фильтра Калмана (ОФК) сначала в общей форме, а затем в применении к задаче инерциальной навигации пешехода с использованием коррекции по нулевой скорости.

Рассматриваемую в работе задачу оценивания можно представить в виде нелинейной системы со случайными возмущениями, в которую в дискретные моменты времени  $t_k$  поступают измерения  $Z_k$ :

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= f_k(X_k, q_k), \\ Z_k &= h_k(X_k) + r_k, \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь состояние системы  $X_k$  – элемент гладкого  $n$ -мерного многообразия  $M$ , вложенного в евклидово пространство размерности  $N$ ,  $q_k$  – возмущения,  $r_k$  – ошибки измерений. Возмущения и ошибки измерений должны быть некоррелированными случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и заданными матрицами ковариаций  $Q, R$ .

В вычислителе навигационной системы используются модельные (расчетные) уравнения:

$$\begin{aligned} X'_{k+1} &= f_k(X'_k, 0), \\ Z'_k &= h_k(X'_k). \end{aligned} \tag{2}$$

В диссертации рассмотрено два варианта линеаризации задачи (1). Первый вариант – линеаризация в окрестности расчетного значения вектора состояния  $X'$ . Этот вариант приводит к общеизвестным формулам ОФК и применяется на практике. Второй вариант – линеаризация в окрестности истинного значения вектора состояния  $X$ . Этот вариант необходим для теоретического анализа алгоритмов (на практике он нереализуем) и приводит к формулам так называемого идеального ОФК или ИОФК.

Отличия расчетных значений вектора состояния  $X'$  от истинных  $X$  описываются вектором ошибок  $x$ , который можно ввести следующим образом ((3) соответствует ОФК, (4) – ИОФК):

$$X' - X = C(X')x + o(x) \quad (3)$$

$$X' - X = C(X)x + o(x) \quad (4)$$

Здесь  $C(X)$  – матрица размера  $N \times n$ , которая задает отображение из  $\mathbb{R}^n$  в касательное пространство  $TM_X \subset \mathbb{R}^N$  в точке  $X$ . Данная матрица обратима на касательном пространстве в том смысле, что уравнение  $C(X)x = v$  имеет единственное решение  $x$  при  $v \in TM_X$ .

Введем ошибку  $x_k$  в момент  $t_k$  ((5) соответствует ОФК, (6) – ИОФК):

$$X'_k - X_k = C(X'_k)x_k, \quad (5)$$

$$X'_k - X_k = C(X_k)x_k \quad (6)$$

Введем также отклонения модельного измерения от истинного:

$$z_k = Z'_k - Z_k$$

Вычитая из модельных уравнений (2) истинные (1) и подставляя в полученное уравнения выражения для ошибок (5), (6), получим в линейном приближении следующие *уравнения ошибок* (слева уравнения, соответствующие ОФК, а справа – соответствующие ИОФК):

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F_{k+1,k}x_k + G_k q_k & x_{k+1} &= \bar{F}_{k+1,k}x_k + \bar{G}_k q_k \\ z_k &= H_k x_k + r_k & z_k &= \bar{H}_k x_k + r_k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{k+1,k} &= C^{-1}(X'_{k+1}) \frac{\partial f(X'_k, 0)}{\partial X'_k} C(X'_k), & G_k &= C^{-1}(X'_{k+1}) \frac{\partial f(X'_k, 0)}{\partial q_k}, \\ H_k &= \frac{\partial h(X'_k)}{\partial X'_k} C(X'_k) \\ \bar{F}_{k+1,k} &= C^{-1}(X_{k+1}) \frac{\partial f(X_k, q_k)}{\partial X_k} C(X_k), & \bar{G}_k &= C^{-1}(X_{k+1}) \frac{\partial f(X_k, q_k)}{\partial q_k}, \\ \bar{H}_k &= \frac{\partial h(X_k)}{\partial X_k} C(X_k) \end{aligned}$$

Заметим, что если на многообразии введена система координат:  $X = \Phi(\xi)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}^n$ , то в качестве ошибки  $x$  можно взять  $x = \xi' - \xi$ , а матрица  $C$  из (3) примет вид:  $C = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}$ . Именно этот способ чаще всего используется в литературе. В навигации, однако, этот способ не всегда удобен и необходимо рассматривать более общий способ (3).

Важным свойством алгоритма оценивания в динамической системе является свойство состоятельности, введенное в контексте ОФК Бар-Шаломом в книге *Estimation with applications to tracking and navigation* (2001).

Согласно этому определению, ОФК состоятелен, если оценка несмещенная и вычисленные им ковариации ошибок оценок равны или близки к истинным значениям средних квадратов ошибок на траектории. Применение ОФК в нелинейной динамической системе почти всегда приводит к смещенности оценок. Смещенность оценок приводит к тому, что условие равенства вычисленных фильтром ковариаций истинным средним квадратам ошибок не может быть выполнено.

Таким образом, определение Бар-Шалома фактически не применимо для анализа свойств ОФК. Тем не менее, теоретический анализ свойств ОФК возможен, если использовать другое определение состоятельности, развитое в работе.

Используемый в диссертации подход к состоятельности предполагает, что система не является полностью наблюдаемой – случай, типичный в инерциальной навигации. Для дальнейшего изложения важны следующие свойства ненаблюдаемых подпространств ОФК и ИОФК (обозначаются  $\mathcal{N}_k$  и  $\bar{\mathcal{N}}_k$  соответственно), которые определяются на основе матриц наблюдаемости ОФК и ИОФК (обозначаются  $O_k$  и  $\bar{O}_k$  соответственно).

$$O_k = \begin{bmatrix} H_1 F_{2,1}^{-1} \cdots F_{k,k-1}^{-1} \\ \cdots \\ H_{k-1} F_{k,k-1}^{-1} \\ H_k \end{bmatrix}, \quad \bar{O}_k = \begin{bmatrix} \bar{H}_1 \bar{F}_{2,1}^{-1} \cdots \bar{F}_{k,k-1}^{-1} \\ \cdots \\ \bar{H}_{k-1} \bar{F}_{k,k-1}^{-1} \\ \bar{H}_k \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{N}_k = \text{Ker } O_k, \quad v_k \in \mathcal{N}_k \Leftrightarrow O_k v_k = 0 \quad \bar{\mathcal{N}}_k = \text{Ker } \bar{O}_k, \quad \bar{v}_k \in \bar{\mathcal{N}}_k \Leftrightarrow \bar{O}_k \bar{v}_k = 0$$

Очевидно, выполнено  $F_{k+1,k}^{-1} \mathcal{N}_{k+1} \subset \mathcal{N}_k$ . Поэтому размерность ненаблюдаемых подпространств может только уменьшаться со временем. Пусть начиная с некоторого шага  $k_0$  размерности  $\mathcal{N}_k, \bar{\mathcal{N}}_k$  не зависят от  $k$  и равны  $l, \bar{l}$  соответственно. Тогда, очевидно, для таких  $k$  выполнено

$$F_{k+1,k} \mathcal{N}_k = \mathcal{N}_{k+1}, \quad H_k \mathcal{N}_k = 0, \quad \bar{F}_{k+1,k} \bar{\mathcal{N}}_k = \bar{\mathcal{N}}_{k+1}, \quad \bar{H}_k \bar{\mathcal{N}}_k = 0$$

Теперь введем новое определение структурной несостоятельности.

**Определение 1.** ОФК структурно несостоятелен на паре траекторий  $X_{0:k}, X'_{0:k}$ , если на них  $\mathcal{N}_k \subset \bar{\mathcal{N}}_k$  при  $k > k_0$ , так что  $l < \bar{l}$ .

Далее для краткости и без существенного ограничения общности считается, что  $\bar{l} - l = 1$ .

Производится декомпозиция уравнений в отклонения ОФК и ИОФК по наблюдаемости:

$$\begin{aligned} \xi_{k+1} &= F_{k+1,k}^\xi \xi_k + G_k^\xi q_k, & \xi_{k+1} &= \bar{F}_{k+1,k}^\xi \xi_k + \bar{G}_k^\xi q_k, \\ \eta_{k+1} &= F_{k+1,k}^{\xi\eta} \xi_k + F_{k+1,k}^\eta \eta_k + G_k^\eta q_k, & \eta_{k+1} &= \bar{F}_{k+1,k}^{\xi\eta} \xi_k + \bar{F}_{k+1,k}^\eta \eta_k + \bar{G}_k^\eta q_k, \\ z_k &= H_k^\xi \xi_k + r_k, & z_k &= \bar{H}_k^\xi \xi_k + r_k \end{aligned}$$

Излагаемые ниже результаты о состоятельности ОФК представляют собой асимптотику при больших  $k$ . Переформулируем условия определения управляемости и наблюдаемости для этого случая.

**Определение 2.** Система уравнений в отклонениях равномерно управляема, если грамммиан управляемости по крайней мере линейно растет со временем:  $v_k^T W_k v_k \geq c_3 k \|v_k\|^2$ , где  $c_3 > 0$  – константа,  $v_k$  – произвольный вектор,  $\|\cdot\|$  – евклидова норма вектора. Система уравнений в отклонениях равномерно наблюдаема, если грамммиан наблюдаемости по крайней мере линейно растет со временем:  $v_k^T V_k v_k \geq c_4 k \|v_k\|^2$ , где  $c_4 > 0$  – константа.

Здесь  $V_k = O_k^T \mathcal{R}^{-1} O_k$ , – грамммиан наблюдаемости,  $\mathcal{R}^{-1} = \text{diag}(R^{-1}, \dots, R^{-1})$  – блочная матрица специального вида, а  $W_k = U_k^T \mathcal{Q} U_k$  – грамммиан управляемости,  $\mathcal{Q} = \text{diag}(Q, \dots, Q)$  – блочная матрица специального вида. Матрица управляемости  $U_k$  имеет следующий вид:

$$U_k = \begin{bmatrix} G_k & F_{k,k-1} G_{k-1} & \cdots & F_{k,k-1} F_{k-1,k-2} \cdots F_{2,1} G_1 \end{bmatrix}$$

Поскольку траектория ОФК является случайным процессом, дисперсии  $P_k$ , вычисляемые ОФК, меняются от реализации к реализации.

**Определение 3.** ОФК состоятелен на траектории  $X_{0:k}$  с вероятностью  $\mathcal{P}$ , если существуют такие  $0 < c_1 < 1 < c_2$ , что с этой вероятностью для всех реализаций ОФК и для всех  $k > k_0$  выполнено  $c_1 D_k < P_k < c_2 D_k$ , где  $D_k$  – теоретически достижимая дисперсия ошибки оценки. ОФК не состоятелен на траектории  $X_{0:k}$  с вероятностью  $\mathcal{Q}$ , если с этой вероятностью указанные условия не выполнены.

Одним из основных результатов работы является следующее утверждение.

**Теорема 1.** Пусть система уравнений в отклонениях ИОФК равномерно управляема на траектории  $X_{0:k}$ , а ОФК структурно несостоятелен, причем наблюдаемая подсистема декомпозированных уравнений в отклонениях ОФК равномерно наблюдаема с вероятностью  $\mathcal{Q}$ . Тогда ОФК не состоятелен с вероятностью  $\mathcal{Q}$ .

Заметим, что как состоятельный, так и несостоятельный варианты ОФК реализуются в задаче навигации пешехода в зависимости от способа введения уравнений в отклонениях.

Далее рассматривается класс систем, имеющих однопараметрические группы симметрий, сохраняющие как уравнения движения, так и уравнения измерений. В этом случае возможно явно вычислить размерность ненаблюдаемого подпространства ИОФК, а также доказать несостоятельность ОФК в смысле Бар-Шалома для случая конечного времени.

Действие однопараметрической группы преобразований  $\Omega \cong \mathbb{R}$  пространства состояний  $M$  определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Omega : X &\rightarrow s \circ X, \\ (\tau + s) \circ X &= \tau \circ (s \circ X), \end{aligned} \quad s, \tau \in \Omega$$

Здесь  $\circ$  обозначает действие группы, а  $s, \tau$  — параметры группы.

**Определение 4.** *Задача оценивания (1) инвариантна относительно  $\Omega$ , если для всех  $k$*

$$\begin{aligned} f_k(s \circ X, q) &= s \circ f_k(X, q), \\ h_k(s \circ X) &= h_k(X). \end{aligned}$$

Связь размерности ненаблюдаемого подпространства ИОФК с количеством однопараметрических групп симметрий дается следующим утверждением.

**Утверждение 1.** *Если в задаче оценивания (1) есть  $J$  однопараметрических групп симметрий, таких, что касательные векторы к их орбитам линейно независимы, то размерность ненаблюдаемого подпространства ИОФК не меньше  $J$ .*

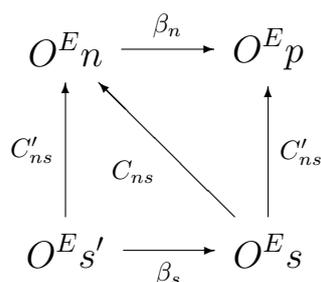
Далее для краткости рассматривается случай, когда в задаче оценивания имеется одна однопараметрическая группа симметрий. Введем специальную систему координат. Рассмотрим подмногообразие  $L^{n-1} \subset M$ , трансверсально пересекающее орбиту группы, и координаты  $\zeta \in \mathbb{R}^{n-1}$  на нем. Орбитой  $\gamma$  называется множество точек  $\{s \circ X, s \in \mathbb{R}\}$  при фиксированном  $X$ . Если точка  $X$  лежит на какой-то орбите  $\gamma$ , то пусть  $\zeta(X)$  — координата точки  $X_0$  пересечения орбиты с  $L^{n-1}$ , а  $s(X)$  — значение  $s$  такое, что  $s(X) \circ X_0 = X$ . Теперь  $s$  фактически является координатой, дополняющей вектор  $\zeta$  до набора, которым можно описать состояние системы.

Будем отождествлять  $X$  с парой  $(s, \zeta)$ . Пусть  $\bar{\sigma}_k$  — СКО ошибки оценки переменной  $s$  в момент  $t_k$ , и пусть  $\sigma_k$  — дисперсия  $s_k$ , вычисленная ОФК (вычисленная по ковариационной матрице  $P_k$ ). Как и в предыдущем разделе, предполагается, что начальная ковариация  $P_0$  известна точно, так что в начальный момент  $\bar{\sigma}_0 = \sigma_0$ . Предположим, что начальная оценка  $s_0$  имеет низкую точность, то есть  $\sigma_0 \rightarrow \infty$ . Будем говорить, что ОФК не состоятелен по переменной  $s$  в момент времени  $t_k$ , если при этом  $\sigma_k / \bar{\sigma}_k \rightarrow 0$ .

**Утверждение 2.** *Пусть теоретическая дисперсия  $\sigma_k^2$ , вычисленная ОФК, ограничена при неограниченном росте  $\sigma_0$ . Тогда ОФК не состоятелен по переменной  $s$  в момент времени  $t_k$ .*

Далее во второй главе ставится задача навигации пешехода с БИНС, установленной на стопе. Для этого записываются уравнения инерциальной навигации: уравнения движения чувствительной массы акселерометра – уравнения Ньютона, и уравнения, описывающие изменение ориентации БИНС – уравнения Пуассона. Эти уравнения будут записываться в упрощенном виде, соответствующем гипотезам о плоской невращающейся Земле. Использование этих упрощений вызвано двумя причинами. Во-первых, в диссертации показано, что данное упрощение при использовании микромеханических датчиков приводит к ошибкам на порядок меньшим, чем ошибки навигации. Во-вторых это упрощение целесообразно при теоретическом анализе. Так, например, для точных уравнений, в отличие от упрощенных, угол курса при остановках наблюдаем. Но оцениваемость угла курса слабая и для грубых МЭМС датчиков его наблюдаемость фактически не проявляется.

Введем следующие системы координат: навигационная система координат (с.к.)  $O^E n$ , жестко связанная с Землей, точка  $O^E$  соответствует фиксированной точке на земной поверхности; приборная с.к.  $M s$ , оси которой связаны с осями чувствительности акселерометров и гироскопов ИИБ, а точка  $M$  обозначает приведенную чувствительную массу акселерометров (переход от системы  $M s$  к системе  $O^E n$  происходит с помощью матрицы ориентации  $C_{ns}$ ); модель приборной с.к. или модельная с.к.  $M' s'$ , соответствующая представлению об ориентации ИИБ, используемому в вычислителе (переход от системы  $M' s'$  к системе  $O^E n$  происходит с помощью матрицы ориентации  $C'_{ns}$ ); виртуальная гироплатформа  $M p$ , вводящаяся для преобразований уравнений (переход от системы  $M s$  к системе  $M p$  происходит с помощью матрицы ориентации  $C'_{ns}$ ). Связь этих систем координат приведена на диаграмме ниже. На диаграмме  $\beta_s$  и  $\beta_n$  обозначают углы малого поворота.



Динамической системой в задаче (1) являются упрощенные уравнения движения ИИБ. Они описывают изменения координат  $p_n$ , скоростей  $v_n$  и матрицы ориентации  $C_{sn}$  для известного значения силы тяжести  $g_n$  и измеряемых значений удельной силы  $f_s$  и угловой скорости ИИБ  $\omega_s$ . Ниже приводятся истинные и модельные уравнения. В модельных уравнениях присутствуют модельные навигационные параметры  $p'_n, v'_n, C'_{sn}$ , а также измерения датчиков

$f'_s, \omega'_s$ :

$$\begin{aligned} \dot{p}_n &= v_n & \dot{p}'_n &= v'_n \\ \dot{v}_n &= C_{sn}^T f_s + g_n, & \dot{v}'_n &= C'_{sn}{}^T f'_s + g_n, & \hat{\omega}_s &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \\ \dot{C}_{sn} &= \hat{\omega}_s C_{sn} & \dot{C}'_{sn} &= \hat{\omega}'_s C'_{sn} \end{aligned} \quad (7)$$

В диссертационной работе теоретические результаты получены для системы, в которой модели погрешностей инерциальных датчиков содержат лишь случайные составляющие, считающиеся белым шумом ( $\Delta f_s$  – шумовые составляющие сигнала акселерометров,  $\nu_s$  – шумовые составляющие сигнала гироскопов):

$$\begin{aligned} f'_s &= f_s + \Delta f_s, \\ \omega'_s &= \omega_s - \nu_s. \end{aligned}$$

ОФК подразумевает работу с линеаризацией уравнений (1). Линеаризацию уравнений (7) называют уравнениями ошибок. Эти уравнения описывают отличие модельных значений  $p'_n, v'_n, C'_{sn}$  от истинных  $p_n, v_n, C_{sn}$ , далее называемых ошибками. Ниже приводятся выражения для ошибок координат  $\Delta p_n$ , скоростей  $\Delta v_n$ , ориентации  $\beta_n$ . Ошибки  $\Delta p_n, \Delta v_n$  далее будем называть полными ошибками.

$$\begin{aligned} \Delta p_n &= p'_n - p_n \\ \Delta v_n &= v'_n - v_n \\ C_{ns} C'_{sn} &= \exp(\hat{\beta}_n) \end{aligned}$$

Замена координат в уравнениях ошибок может изменять свойства задачи оценивания, поскольку в силу (3) ошибки зависят от точки, в которой происходит линеаризация. Рассматривается замена координат в уравнениях ошибок, известная в высокоточной навигации под названием динамических ошибок ( $\delta p_n$  – динамические ошибки координат,  $\delta v_n$  – динамические ошибки скоростей).

$$\begin{aligned} \delta p_n &= \Delta p_n - \hat{\beta}_n p_n \\ \delta v_n &= \Delta v_n - \hat{\beta}_n v_n \end{aligned}$$

В диссертации они вводятся в рамках общего подхода  $X' - X = C(X')x$ . Конкретный вид матрицы  $C(X')$  приведен в тексте диссертации.

Рассматривается три формы уравнений ошибок: форма  $FF$ , форма  $FD$ , форма  $DD$ . Первая буква отвечает за тип ошибок координат вторая – за тип ошибок скоростей:  $F$  – полные,  $D$  – динамические.

Форма $FF$	Форма $FD$	Форма $DD$
$\Delta \dot{p}_n = \Delta v_n,$	$\Delta \dot{p}_n = \delta v_n - \hat{v}'_n \beta_n,$	$\delta \dot{p} = \delta v_n + \hat{p}'_n \nu_n,$
$\Delta \dot{v}_n = -\hat{f}'_n \beta_n + \Delta f_n,$	$\delta \dot{v} = \hat{g}_n \beta_n + \Delta f_n + \hat{v}'_n \nu_n,$	$\delta \dot{v} = \hat{g}_n \beta_n + \Delta f_n + \hat{v}'_n \nu_n,$
$\dot{\beta}_n = \nu_n;$	$\dot{\beta}_n = \nu_n;$	$\dot{\beta}_n = \nu_n.$

здесь  $\Delta f_n = C_{sn}^T \Delta f_s$ ,  $\nu_n = C_{sn}^T \nu_s$  – погрешности датчиков в навигационной с.к.

В системе инерциальной навигации пешехода состояние можно описать вектором состояния и вектором ошибок. Состав вектора состояния неизменен, а состав вектора ошибок может изменяться в зависимости от типа ошибок координат и скоростей. Для системы, состоящей из одной БИНС вид вектора состояния и трех типов вектора ошибок приведены ниже.

$$X = \begin{pmatrix} p_n \\ v_n \\ C_{ns} \end{pmatrix}, \quad x_{FF} = \begin{pmatrix} \Delta p_n \\ \Delta v_n \\ \beta_n \end{pmatrix}, \quad x_{FD} = \begin{pmatrix} \Delta p_n \\ \delta v_n \\ \beta_n \end{pmatrix}, \quad x_{DD} = \begin{pmatrix} \delta p_n \\ \delta v_n \\ \beta_n \end{pmatrix}.$$

Здесь нижний индекс  $FF$ ,  $FD$ ,  $DD$  отражает принадлежность к той или иной форме уравнений ошибок.

Для системы, состоящей из двух БИНС вектор состояния и векторы ошибок составлены из двух векторов, отвечающих левой (верхний индекс  $l$ ) и правой (верхний индекс  $r$ ) стопам:

$$X^{lr} = \begin{pmatrix} X^l \\ X^r \end{pmatrix}, \quad x_{FF}^{lr} = \begin{pmatrix} x_{FF}^l \\ x_{FF}^r \end{pmatrix}, \quad x_{FD}^{lr} = \begin{pmatrix} x_{FD}^l \\ x_{FD}^r \end{pmatrix}, \quad x_{DD}^{lr} = \begin{pmatrix} x_{DD}^l \\ x_{DD}^r \end{pmatrix}.$$

Для системы инерциальной навигации пешехода с разным количеством БИНС возможны различные типы коррекции. Для системы с одной БИНС возможна лишь коррекция по нулевой скорости. Идея коррекции по нулевой скорости или ZUPT (Zero velocity UPdaTe) заключается в обнаружении момента неподвижности стопы по показаниям инерциальных датчиков и учете этой информации в навигационном решении.

Моменты неподвижности стопы обнаруживаются детектором нулевой скорости. В работе применялся детектор GLRT (Skog et. al. Zero-velocity detection – An algorithm evaluation. 2011). В скользящем интервале длины  $W$  на каждом такте вычислялся параметр  $T_n$ :

$$T_n = \frac{1}{W} \left( \sum_{k=n}^{n+W-1} \frac{\|f'_k - \frac{\tilde{f}'}{\|\tilde{f}'\|} g\|^2}{\sigma_f^2} + \sum_{k=n}^{n+W-1} \frac{\|\omega'_k\|^2}{\sigma_\omega^2} \right)$$

$$\tilde{f}' = \frac{1}{W} \sum_{k=n}^{n+W-1} f'_k$$

Если  $T_n < \gamma$ , принимается гипотеза, что стопа неподвижна. Здесь  $f'_k, \omega'_k$  – показания инерциальных датчиков в момент времени  $t_k$ ,  $\sigma_f, \sigma_\omega$  – интенсивности шумов измерений акселерометров и гироскопов. Когда детектором обнаружена неподвижность стопы, формируется псевдоизмерение нулевой скорости. Термин псевдоизмерение означает, что устройства, измеряющего скорость стопы, нет. Измерение нулевой скорости можно сформировать двумя

способами. В навигационной с.к. (форма  $N$ ):

$$Z'_n = v'_n, \quad Z_n = v_n - r_n = 0$$

и в приборной с.к. (форма  $S$ ):

$$Z'_s = v'_{s'}, \quad Z_s = v_s - r_s = 0$$

Здесь  $r_s, r_n$  – ошибки, связанные с отличием истинной скорости стопы от нуля. Они считаются случайными величинами типа белого шума.

В диссертации отмечено, что в литературе по навигации пешехода часто применяется форма  $N$ . В диссертации путем анализа состоятельности ОФК доказано, что целесообразно использовать форму  $S$ .

Для системы с двумя БИНС возможна коррекция по расстоянию между стопами. Идея заключается в использовании информации о том, что стопы не могут удаляться друг от друга на расстояние, большее некой константы  $d$ , имеющей смысл максимальной длины шага.

Чтобы учесть ограничение длины шага вводится псевдоизмерение расстояния между стопами. Расчетное расстояние между стопами есть:

$$D' = \|p_n^l(t_k) - p_n^r(t_k)\|$$

Истинное расстояние между стопами формируется следующим образом:

$$D = \begin{cases} d, & D' > d \\ \emptyset, & D' < d \end{cases}$$

Измерение ОФК формируется в случае, если  $D' > d$ . Предполагается, что нарушение этого условия означает достаточное для проведения коррекции накопление ошибок навигации. Будем обозначать объекты, связанные с коррекцией по расстоянию между стопами верхним индексом  $^{DUPT}$ . Аббревиатура DUPT – Distance UPdaTe вводится для компактности изложения.

$$z^{DUPT} = \begin{cases} D' - D = H^{DUPT} x^{lr} + r_d, & D' > d \\ \emptyset, & D' < d \end{cases}$$

Здесь  $r_d$  обозначает ошибку измерения.

В зависимости от формы уравнений ошибок ( $FF$ ,  $FD$  или  $DD$ ) вид матрицы измерений  $H_k^{DUPT}$  меняется.

Затем на предмет структурной состоятельности исследуются алгоритмы коррекции по нулевой скорости стопы и коррекции по информации об ограниченности расстояния между стопами. Формулируются и доказываются следующие утверждения.

**Утверждение 3.** Форма  $N$  уравнений измерений нулевой скорости при любой форме уравнений ошибок приводит к несостоятельному ОФК.

**Утверждение 4.** Форма  $FF$  уравнений ошибок при любой форме уравнений измерений нулевой скорости приводит к несостоятельному ОФК.

**Утверждение 5.** Форма  $FD$  уравнений ошибок при коррекции по нулевой скорости и по расстоянию между стопами приводит к несостоятельному ОФК.

Таким образом, состоятельный ОФК в задаче навигации пешехода с коррекцией по нулевой скорости и по расстоянию между стопами нельзя построить с применением полных ( $FF$ ) или комбинированных ( $FD$ ) ошибок.

Также при помощи статистического моделирования показывается, что состоятельный ОФК в задаче навигации пешехода с коррекцией по нулевой скорости получается при одновременном использовании динамических ошибок (форма  $DD$ ) и записи измерений нулевой скорости в приборной с.к. (форма  $S$ ).

На рисунке 1 приведены графики СКО ошибок ориентации в зависимости от шумов гироскопов. Видно, что в варианте, названном на рисунке  $DD, S$  (то есть динамические ошибки и измерение в приборной с.к.), истинное и расчетное значения СКО близки. Это и иллюстрирует состоятельность данной формы ОФК.

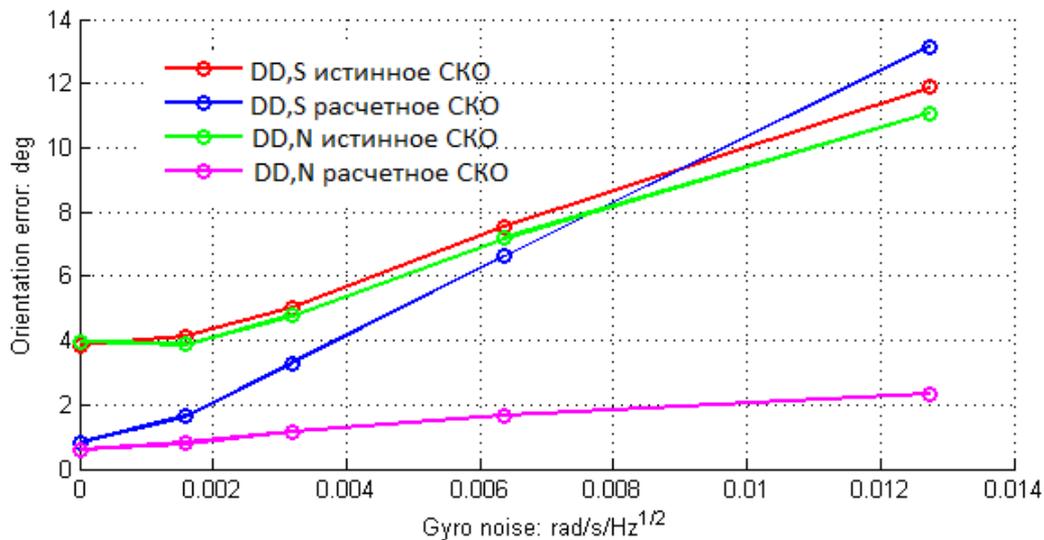


Рис. 1: Истинное и расчетное значения СКО ошибки курса в конце 5-минутного эксперимента в зависимости от интенсивности шума гироскопов

В конце главы рассматриваются технические особенности реализации алгоритмов. Обсуждается калибровка инерциального блока, начальная выставка, возможность оценивания дрейфов в процессе навигации.

В **третьей** главе рассматривается проблема нарастания ошибок навигации из-за ошибок определения угла курса БИНС и практические способы борьбы с этим явлением.

Анализируется подход, основанный на коррекции траектории пешехода по информации о прямолинейности движения. В рамках этого подхода измеряется и корректируется путевой угол. Подразумевается, что угол курса ведет себя так же, как путевой угол. При определенных гипотезах, наложенных на траекторию пешехода, можно компенсировать ошибку навигации, вызванную ошибкой курса. Такие алгоритмы в иностранной литературе обобщенно называются Heuristic Drift Elimination (HDE). Ниже описывается алгоритм, предложенный в работе Abdulrahim et. al. Aiding MEMS IMU with building heading for indoor pedestrian navigation. 2010.

Первый блок алгоритма – анализ траектории пешехода. На основе этого анализа формируется флаг прямолинейного движения  $SLP_k$ . Затем выбирается так называемое выделенное направление (в терминологии авторов – dominant direction)  $\psi_k^{DD}$  – одно из фиксированного множества направлений  $\{\psi^{DD}\}$  в навигационной с.к.

Второй блок алгоритма – формирование измерения в моменты прямолинейного движения, то есть когда  $SLP_k = 1$ . Измерение – это разность путевого угла  $\psi_k^{step}$ , вычисленного на предыдущем шаге, и азимута выбранного на предыдущем шаге выделенного направления  $\psi_k^{DD}$ .

Угол  $\psi_k^{step}$  вычисляется следующим образом:

$$\psi_k^{step} = \arctg \frac{p_{n2,k}^\circ - p_{n2,k-1}^\circ}{p_{n1,k}^\circ - p_{n1,k-1}^\circ}$$

Выражения  $p_{n2,k}^\circ - p_{n2,k-1}^\circ$ ,  $p_{n1,k}^\circ - p_{n1,k-1}^\circ$  описывают приращения координат за шаг вдоль горизонтальных координатных осей навигационной с.к.

В качестве  $\psi_k^{DD}$  выбирается выделенное направление, ближайшее к направлению движения пешехода, которое отождествляется с путевым углом  $\psi_k^{step}$ .

Измерения ОФК формируются следующим образом:

$$z_k^{HDE} = \psi_k^{step} - \psi_k^{DD} + r^{HDE} = H^{HDE}x + r^{HDE}$$

Здесь  $H^{HDE}$  – матрица измерений,  $r^{HDE}$  – ошибка измерений. Вид матрицы  $H^{HDE}$  зависит от процедуры линеаризации параметров ориентации.

Алгоритмы типа HDE могут существенно увеличивать точность в тех случаях, когда гипотезы, лежащие в основе алгоритма, выполняются (много прямолинейных участков, направления которых близки к выделенным направлениям) и почти не влияют на решение в противном случае (прямолинейных участков мало, либо они есть, но их направления далеки от выделенных).

В диссертации предлагается новый алгоритм, который является синтезом алгоритма DUPT-коррекции и модификации алгоритма HDE, описанного выше. Основой является DUPT, поскольку он более надежен. Алгоритм HDE является вспомогательным. Его функционал используется для того,

чтобы придать алгоритму DUPT-коррекции адаптивность. Предложенный алгоритм называется Adaptive DUPT или ADUPT.

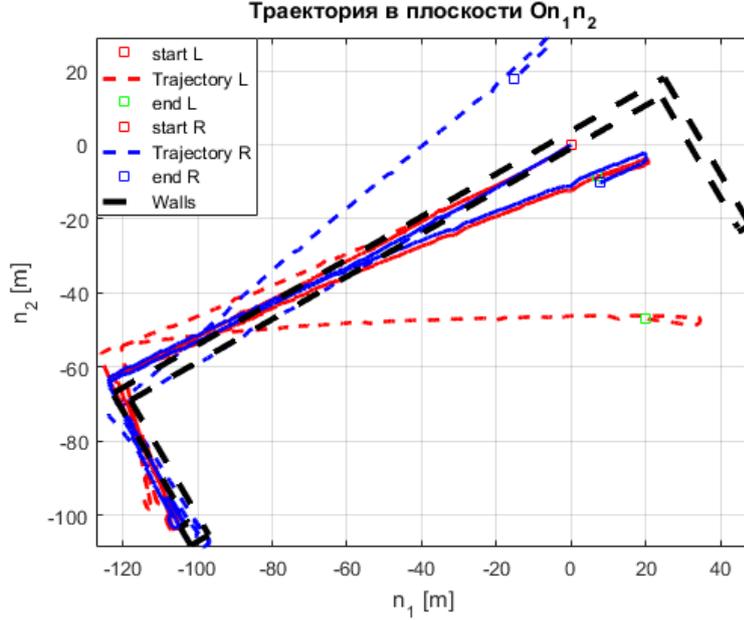


Рис. 2: Траектории левой (красный) и правой (синий) БИНС. Пунктиром обозначены независимые решения. Сплошные линии – траектории после применения DUPT-коррекции.

Точности БИНС, установленных на разных стопах, могут быть различны. В этом случае целесообразно учитывать неодинаковую точность БИНС при проведении DUPT-коррекции. Пример неодинаковой точности БИНС приведен на рисунке 2 – траектория левой БИНС (красный пунктир) отклоняется от начальной точки и от направлений коридоров значительно сильнее, чем правая БИНС (синяя линия), следовательно, точность левой БИНС ниже.

Для учета различной точности БИНС предлагается вычислять «меры ошибок» БИНС по следующим формулам:

$$\alpha_k^l = \sum_{t_i \in T_{SLP}}^{t_i \leq t_k} |\psi_i^{step,l} - \psi_i^{DD}|, \quad \alpha_k^r = \sum_{t_i \in T_{SLP}}^{t_i \leq t_k} |\psi_i^{step,r} - \psi_i^{DD}|$$

Здесь  $\alpha^l$  и  $\alpha^r$  обозначают меры ошибок левой и правой БИНС в момент  $t_k$  соответственно,  $T_{SLP}$  обозначает множество моментов времени, в которые пешеход идет прямо,  $\psi_i^{step,l}$  и  $\psi_i^{step,r}$  обозначают путевые углы левой и правой БИНС в моменты времени  $t_i$  соответственно,  $\psi_i^{DD}$  обозначает азимут выделенного направления в момент времени  $t_i$ .

Для обнаружения моментов прямолинейного движения пешехода  $t_k \in T_{SLP}$  применяется следующий алгоритм.

В каждой следовой точке проверяется условие на длину шага:

$$SL_k = \begin{cases} 1, & \|p_k^\circ - p_{k-1}^\circ\| < \delta_{SL} \\ 0, & \|p_k^\circ - p_{k-1}^\circ\| > \delta_{SL} \end{cases}$$

Если  $SL_k = 1$ , для определения прямолинейного движения применяется следующий детектор:

$$SLP_k = \begin{cases} 1, & \max_{k \in \Delta_n} (\psi_k^{step} - \bar{\psi}^{step}) < \delta_{SH} \vee \frac{1}{n-1} \sum_{k \in \Delta_n} (\psi_k^{step} - \bar{\psi}^{step})^2 < \delta_{SH}^* \\ 0, & \max_{k \in \Delta_n} (\psi_k^{step} - \bar{\psi}^{step}) > \delta_{SH} \wedge \frac{1}{n-1} \sum_{k \in \Delta_n} (\psi_k^{step} - \bar{\psi}^{step})^2 > \delta_{SH}^* \end{cases}$$

Здесь  $\vee$  – логическое ИЛИ, а  $\wedge$  – логическое И,  $\Delta_n$  – множество моментов времени, образующих скользящий интервал из  $n$  точек, в котором анализируется траектория,  $\bar{\psi}^{step}$  – среднее значение  $\psi_k^{step}$  в скользящем интервале  $\Delta_n$ .

Для каждой из БИНС формируется флаг прямолинейного движения:  $SLP_k^l$ ,  $SLP_k^r$ . Мы считаем движение пешехода прямолинейным, когда для обеих БИНС принята гипотеза о прямолинейности движения. Во всех остальных случаях движение пешехода считается непрямолинейным.

В диссертационной работе в качестве первого выделенного направления  $\psi_I^{DD}$  выбирается направление первого участка прямолинейного движения. Остальные выделенные направления задаются формулой

$$\psi_{II}^{DD} = \psi_I^{DD} + \frac{\pi}{2}, \quad \psi_{III}^{DD} = \psi_I^{DD} + \pi, \quad \psi_{IV}^{DD} = \psi_I^{DD} + \frac{3\pi}{2}$$

Учет мер ошибок при DUPT-коррекции происходит за счет увеличения ковариаций, соответствующих менее точной БИНС. Матрицу ковариаций в системе из двух БИНС  $P^{lr}$  удобно представлять следующим образом:

$$P^{lr} = E[x^{lr} x^{lrT}] = \begin{bmatrix} P^l & P^{l-r} \\ P^{l-rT} & P^r \end{bmatrix}$$

Здесь  $P^l$  и  $P^r$  – блоки матрицы ковариаций, соответствующие левой и правой БИНС, а  $P^{l-r}$  – блок ковариаций, описывающий взаимное влияние двух БИНС.

После выбора выделенного направления вычисляются меры ошибок для каждой БИНС по формуле (). Далее увеличиваются ковариации менее точной БИНС:

$$P^{lr} = \begin{cases} \begin{bmatrix} P^l & P^{l-r} \\ P^{l-r} & P^r + \Delta P \end{bmatrix}, & \alpha_k^l < \alpha_k^r \\ \begin{bmatrix} P^l + \Delta P & P^{l-r} \\ P^{l-r} & P^r \end{bmatrix}, & \alpha_k^l > \alpha_k^r \end{cases}, \quad \Delta P = \begin{bmatrix} P_p & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

Величина  $P_p$  – настроечный параметр алгоритма.

Если в момент времени  $t_k \in \Delta_n$  происходит коррекция по расстоянию между стопами, вычисление мер ошибок прекращается, поскольку изменение координат БИНС из-за DUPT-коррекции может повлиять на вычисление  $\alpha_k^l, \alpha_k^r$ .

Алгоритм ADUPT проверялся на двух наборах реальных данных. Анализировалась точность навигации, вычислявшаяся как ошибка возвращения в точку старта (все эксперименты проводились так, чтобы пешеход всегда возвращался в точку старта). Для экспериментов применялись инерциальные датчики потребительского класса точности MPU9250 (отклонение Аллана для гироскопов, внешний вид и способ крепления на стопе показаны на рисунке 3).

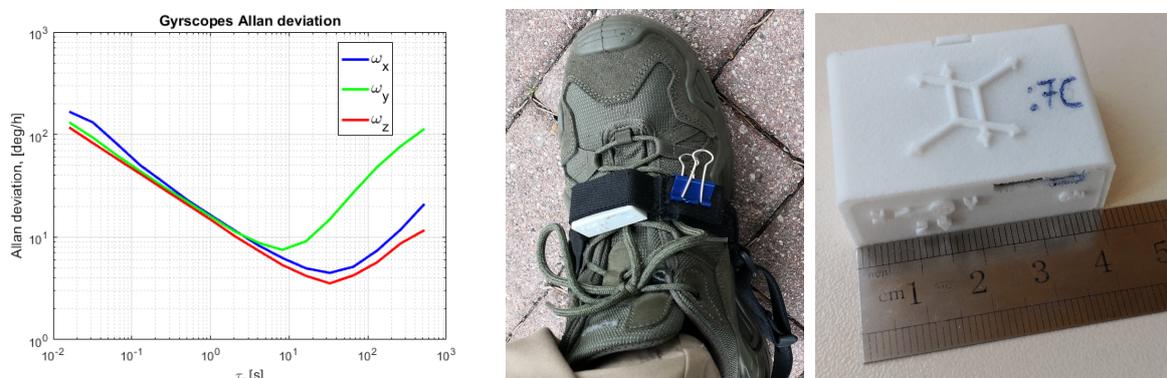


Рис. 3: Слева – отклонение Аллана для гироскопов, по центру – способ крепления ИИБ на стопы, справа – сам ИИБ.

Первый набор данных состоял из 60 экспериментов в помещении. В экспериментах участвовали 15 человек разного пола и возраста. Каждый человек участвовал в четырех типах экспериментов: 1, 3, 5, 10 минутных. Типовая траектория, наложенная на спутниковый снимок здания, приведена на рисунке 4 слева.

Второй набор данных состоял из 9 экспериментов длительностью от 5 до 20 минут. Отличием от первого набора была «сложность» траекторий. Под сложностью понимается малое количество прямолинейных участков, наличие дуг окружностей разных радиусов и прочие особенности, усложняющие работу алгоритмов типа HDE. Главной целью создания второго набора экспериментов была проверка надежности предложенного алгоритма ADUPT и его сравнение с другими алгоритмами. Пример траектории в одном из экспериментов приведен на рисунке 4 справа.

Результаты сравнения разных алгоритмов коррекции приведены в таблице 1. Видно, что для экспериментов в помещении (первая группа экспериментов) лучшие результаты показал алгоритм HDE. Это естественно, учитывая, что все траектории из первого набора представляли из себя наборы прямых отрезков под прямыми углами, то есть коррекция курса происходила

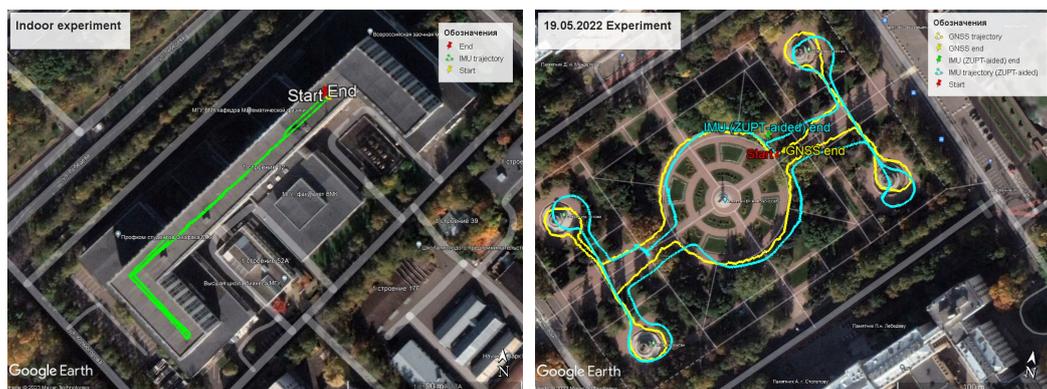


Рис. 4: Слева – типовая траектория в первой группе экспериментов. Справа – одна из траекторий второй группы. Желтым цветом обозначена траектория, полученная с приемника СНС, бирюзовым – траектория, полученная алгоритмом ADUPT

практически непрерывно. Для экспериментов на улице (вторая группа экспериментов) лучшие результаты показал ADUPT. Алгоритм HDE потерял работоспособность из-за сложности траекторий. Средняя ошибка для уличных экспериментов для HDE составила 417 метров. Алгоритмы DUPT и ADUPT не потеряли работоспособность и показали лучший результат, чем базовый алгоритм. DUPT оказался лучше ZUPT на 4%, а ADUPT оказался лучше DUPT на 10%.

Таблица 1 – Средняя ошибка навигации в горизонтальной плоскости в метрах для разных алгоритмов коррекции

Тип алгоритма	Эксперименты в здании				Эксперименты на улице
	1 мин	3 мин	5 мин	10 мин	
ZUPT	1.3	6.9	21.6	23.2	24.6
ZUPT+DUPT	1.17	5.11	19.48	15.6	23.6
ZUPT+ADUPT	1.14	5.10	18.42	13.44	<b>21.2</b>
ZUPT+HDE	<b>0.7</b>	<b>1.7</b>	<b>3.3</b>	<b>4.6</b>	-

## Заключение

В заключении к диссертации приводятся основные выводы и результаты работы, а также их значимость.

1. Теоретически исследованы различные формы записи уравнений ошибок и уравнений измерений, возникающих в задаче навигации пешехода при помощи МЭМС датчиков, прикрепленных к стопам. Изучено влияние этих форм на свойства обобщенного фильтра Калмана (ОФК),

являющегося традиционным методом решения задачи навигации. Важное требование к ОФК – состоятельность, то есть соответствие истинных средних квадратов ошибок ковариациям, вычисляемым фильтром. Для аналитического исследования состоятельности ОФК было введено понятие структурной несостоятельности, основанное на сравнении свойств ОФК и его идеализированной версии – ИОФК. ИОФК использует уравнения движения и уравнения измерений, линеаризованные в окрестности истинной траектории. Доказано, что из структурной несостоятельности фильтра следует несостоятельность. Этот факт может использоваться для простой теоретической проверки состоятельности алгоритмов.

2. С помощью введенного понятия исследованы два алгоритма коррекции в навигации пешехода: коррекция по нулевой скорости, или ZURТ-коррекция, и коррекция по расстоянию между стопами, или DURТ-коррекция. Для ZURТ-коррекции показано, что запись уравнений ошибок в динамических ошибках скорости и одновременно запись уравнений нулевой скорости в приборной системе координат позволяют получить структурно состоятельный ОФК. Статистическим моделированием доказана состоятельность соответствующего варианта ОФК. Для DURТ-коррекции показано, что при записи уравнений ошибок в полных ошибках координат ОФК структурно несостоятелен, а при записи уравнений ошибок в динамических ошибках координат структурно состоятелен (уравнения измерений в случае DURТ-коррекции меняются вместе с уравнениями ошибок при переходе от одних типов ошибок к другим).
3. Предложен алгоритм адаптивной коррекции по расстоянию между стопами для системы с двумя БИНС, названный в диссертации ADURТ. Адаптивность заключается в увеличении ковариаций БИНС, которая по результатам анализа траектории признана менее точной. Эта эвристическая процедура позволяет увеличивать точность навигации по сравнению с алгоритмом DURТ-коррекции. На большом наборе экспериментальных данных показано, что ADURТ превосходит DURТ по точности в любых условиях, а для «сложных» траекторий превосходит алгоритмы типа HDE в надежности.

**Публикации автора по теме диссертации.** По материалам диссертации опубликованы следующие статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности и отрасли наук:

1. Болотин Ю.В., Брагин А.В., Гулевский Д.В. Исследование состоятельности расширенного фильтра Калмана в задаче навигации пешехода

- с БИНС, закрепленными на стопах // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29, № 2. С. 59–77 (Импакт фактор 1,221 (РИНЦ), EDN: DXDIXB, 1,01 п.л / авторский вклад определен). = Bolotin Y. V., Bragin A. V., Gulevskii D. V. Studying the Consistency of extended kalman filter in pedestrian navigation with foot-mounted sins // Gyroscopy and Navigation. 2021. Т. 12, № 2. С. 155–165 (Импакт фактор 0,970 (РИНЦ), EDN: NNQARM, 1,01 п.л).
2. Болотин Ю.В., Брагин А.В. О некоторых свойствах фильтра Калмана в задаче навигации пешехода // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2023. № 3. С. 56–61 (Импакт фактор 0,211 (РИНЦ), EDN: FRGYXS, 0,57 п.л. / авторский вклад определен). = Bolotin Yu.V., Bragin A.V. On Some Properties of the Kalman Filter in the Pedestrian Navigation Problem // Moscow University Mechanics Bulletin. 2023. Т. 78. № 3. С. 80-85 (Импакт фактор 0,612 (РИНЦ), EDN: OYLDEP, 0,57 п.л.).
  3. Брагин А.В. Адаптивный алгоритм коррекции по расстоянию между стопами в навигации пешехода // Проблемы управления. 2023. № 3. С. 77-87 (Импакт фактор 1,172 (РИНЦ), EDN: PEZUIT, 1,16 п.л.). = Bragin, A. V. An adaptive aiding algorithm for pedestrian navigation / A. V. Bragin // Control Sciences. 2023. №. 3. P. 65-74 (Импакт фактор 0,812 (РИНЦ), EDN: NOXIFE, 1,01 п.л.).

Иные публикации:

4. Bolotin Y., Bragin A., Gartsev I. Covariance Error Analysis for Pedestrian Dead Reckoning with Foot Mounted IMU // CEUR Workshop Proceedings. 2019. Vol. 2498. P. 243–250. (вклад 1/2, объем 0,92 п.л.)
5. Болотин Ю.В., Брагин А.В., Гулевский Д.В. Анализ алгоритмов коррекции в задаче навигации пешехода с БИНС, закрепленными на стопах // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. Санкт-Петербург: Концерн Центральный научно-исследовательский институт Электроприбор, 2020. С. 41–50. (вклад 1/3, объем 1,16 п.л., EDN: QMIIT)
6. Болотин Ю.В., Брагин А.В. Сравнение точности алгоритмов навигации пешехода, основанных на разных способах коррекции // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. Санкт-Петербург: Концерн Центральный научно-исследовательский институт Электроприбор, 2021. С. 61–64. (вклад 1/2, объем 0,46 п.л., EDN: BLKNJM)
7. Брагин А.В., Болотин Ю.В. Автономная навигация пешехода: задачи и методы // Международная научная конференция «Фундаментальные

- и прикладные задачи механики». Москва, 6–9 декабря 2022 г.: материалы конференции: в 2 ч. Часть 1.[сост. П. М. Шкапов, А. И. Игнатов]. Москва: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2023. С. 24–30. (вклад 1/2, объем 0,81 п.л., EDN: DMFSZB)
8. Брагин А.В., Болотин Ю.В. Новый алгоритм коррекции в автономной навигации пешехода // XXX юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. Санкт-Петербург: Концерн Центральный научно-исследовательский институт Электроприбор, 2023. С. 69–78. (вклад 1/2, объем 1,16 п.л., EDN: LSQNRG)
9. Болотин Ю.В., Брагин А.В. Инерциальная навигация пешехода. Современное состояние вопроса // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2024): сборник научных трудов, 17-20 июня 2024 г. Москва: ИПУ РАН, 2024. С. 1723–1727. (вклад 1/2, объем 0,58 п.л., EDN: QJTEGE)