

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Бровкина Вадима Вадимовича
на тему «О разрешимости второй краевой задачи для
 p -лапласиана на римановых многообразиях»
по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и
математическая физика

Диссертационная работа Бровкина В.В. посвящена изучению второй краевой задаче для p -лапласиана в областях на римановых многообразиях. Целью работы является получение необходимых и достаточных условий существования решений рассматриваемой задачи.

Краевые задачи для дифференциальных уравнений на римановых многообразиях традиционно привлекают внимание математиков и, в частности, исследовались такими авторами как M.T. Anderson, S.Y. Cheng, L. Karp, T. Lyons, D. Sullivan, S.T. Yau, A.A. Григорьян, С.А. Корольков, А.Г. Лосев и многими другими. Интерес исследователей к этой тематике не убывает, о чем можно судить по количеству публикаций разных авторов, а истоки ее восходят к работам, посвященным классификации некомпактных римановых многообразий в зависимости от их геометрических характеристик. Одним из основных вопросов данного направления является выделение многообразий гиперболического и параболического типа, для которых поведение решений эллиптических уравнений имеют существенное различие. Эта тема нашла широкое развитие в работах А.А. Григорьяна, С.А. Королькова, А.Г. Лосева, посвященных исследованию существования решений краевых задач на некомпактных римановых многообразиях, а также вопросам об оценке размерности пространств решений. Таким образом, тема диссертационной работы является актуальной и представляет несомненный интерес.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации составляет 123 страницы.

Во введении автором дан краткий обзор работ, посвященных исследованиям краевых задач на римановых многообразиях, приведены основные определения и обозначения, обоснована актуальность темы и перечислены положения, выносимые на защиту.

В первой главе изучаются необходимые и достаточные условия существования решений второй краевой задачи для p -лапласиана в областях на римановых многообразиях общего вида. В первом параграфе приводятся необходимые обозначения, а также получен общий критерий разрешимости рассматриваемой задачи. Во втором параграфе введено понятие гиперболических и параболических областей, доказаны некоторые вспомогательные утверждения. В третьем параграфе рассмотрен случай, когда функционал правой части имеет компактный носитель. В четвертом параграфе получены основные результаты диссертации, которые используются в последующих главах, а именно, доказаны необходимые и достаточные условия существования решений в случае функционала правой части общего вида. Подробно рассмотрен случай гиперболических и параболических областей. Исследование вопроса существования решений сведено к исследованию сходимости рядов. Доказательства основных результатов опираются на неравенство Харди, достаточные условия выполнения которого также приведены в этом параграфе.

Во второй главе рассматривается случай многообразий, имеющих модельные концы. В первом параграфе дано определение модельного конца многообразия, приведен критерий его параболичности и гиперболичности в терминах сходимости интегралов. Во втором параграфе доказаны необходимые и достаточные условия существования решений рассматриваемой задачи на многообразиях с модельными концами. Приведены примеры применения основных результатов параграфа к краевым задачам на плоскости Лобачевского.

В третьей главе исследуется задача Неймана в областях вращения в n -мерном евклидовом пространстве. Получены необходимые и достаточные условия существования решений. В качестве примера рассмотрена задача Неймана в области, образованной вращением графика степенной функции.

Результаты диссертации являются новыми, имеют теоретический характер с возможными практическими приложениями и вносят существенный вклад в качественную теорию дифференциальных уравнений и теорию римановых многообразий.

Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем и обоснованы подробными доказательствами. Результаты диссертации опубликованы в 8 печатных работах, из них 4 – в научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ. Автореферат соответствует требованиям и правильно отражает содержание диссертации. Результаты исследований докладывались на международных научных конференциях и научных семинарах.

Замечания

1. Нет обоснования поиска решения, зависящего только от g (с.34).
2. В доказательстве утверждения 2.1 (с. 61) следует пояснить выбор функция $\varphi = u_1 - u_2$, где u_i – обобщенные решения, тогда как φ должна быть бесконечно дифференцируемой.
3. Опечатка в [14] списка литературы.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требова-

ниям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Бровкин Вадим Вадимович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

профессор кафедры дифференциальных уравнений и теории управления механико-математического факультета ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва»

Пулькина Людмила Степановна

«30» марта 2026 г.

Контактные данные:

тел.: e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.01.02 – Дифференциальные уравнения.

Адрес места работы:

443086 Самара, Московское шоссе 34,

ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва», механико-математический факультет, кафедра дифференциальных уравнений и теории управления

Тел.: 8 (846) 334-54-38; e-mail: pulkina.ls@ssau.ru

Подпись сотрудника ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва»
Пулькиной Л.С. удостоверяю: