

**ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Иванова Андрея Александровича
на тему: «Ковариантные непрерывные функторы
в категориях $\mathbf{Comp}$ и $\mathcal{P}$ »
по специальности 1.1.3. Геометрия и топология**

Изучение топологических пространств на основе свойств их образов при различных топологических конструкциях является одним из наиболее эффективных и важных методов в топологии. К числу таких конструкций относятся произведения пространств, пространства отображений, обратные спектры и их пределы, гиперпространства и др.

В 1923 году Л. Вьеторис определил и исследовал пространство непустых замкнутых подмножеств топологического пространства X , наделенное топологией, обобщающей метрическую топологию Хаусдорфа на множестве компактных подмножеств метрического пространства. В 1948 году М. Катетов установил фундаментальную метризаторную теорему: *если куб компакта наследственно нормален, то сам компакт является метризуемым*. В дальнейшем были получены многочисленные обобщения этой теоремы как для более широких классов топологических пространств, так и для различных функторов, действующих в соответствующих категориях. Значительный вклад в эту теорию внесли П. Зенор, П. Никош, В. В. Федорчук, А. П. Комбаров и др.

Диссертационная работа А. А. Иванова посвящена дальнейшему развитию данного направления с использованием функторного подхода, ставшего в последние десятилетия одним из важных направлений исследований в общей топологии. Диссертация состоит из введения, двух глав и заключения.

Во введении излагается история вопроса, формулируются основные задачи и результаты диссертации.

В первой главе рассматриваются и исследуются нормальные и полунормальные функторы, действующие в категориях $\mathbf{Comp}$ компактов и их непрерывных отображений и $\mathcal{P}$ паракомпактных p -пространств и совершен-

ных отображений. Кроме того, вводятся и анализируются вспомогательные понятия, необходимые для формулировки и доказательства последующих результатов.

К основным достижениям диссертационной работы, безусловно, относится теорема 1.3.8, утверждающая следующее: *пусть X — паракомпактное r -пространство, а $\mathcal{F}$ — нормальный функтор степени ≥ 3 , действующий в категории $\mathcal{P}$ паракомпактных r -пространств и их совершенных отображений. Тогда если пространство $\mathcal{F}(X)$ наследственно паранормально, то X является метризуемым пространством.*

Дальнейшее развитие идей первой главы связано с введением и исследованием понятия полунормального функтора в категории $\mathcal{P}$. Автор подробно анализирует структуру таких функторов, вводит их степенной спектр $sp(\mathcal{F}) = \{1, m, n, \dots\}$ и формулирует специальное комбинаторное условие (*), которому, в частности, удовлетворяют все нормальные функторы в категории $\mathbf{Comp}$, а также некоторые полунормальные функторы, включая функтор суперрасширения $\lambda(\cdot)$.

Центральным результатом этого раздела является теорема 1.5.1, в которой установлено следующее: *пусть $\mathcal{F}$ — полунормальный функтор в категории $\mathcal{P}$ паракомпактных r -пространств и их совершенных отображений со степенным спектром $sp(\mathcal{F}) = \{1, m, n, \dots\}$ и удовлетворяющий условию (*). Если для паракомпактного r -пространства X пространство $\mathcal{F}_n(X) \setminus X$ наследственно паранормально, то пространство X метризуемо.*

Полученные результаты развивают и обобщают теоремы Комбарова и Добрыниной, существенно расширяя область применения функторных методов в теории метризуемости топологических пространств.

Вторая глава диссертационной работы посвящена изучению размерности квантования — понятия, введенного А. В. Ивановым под названием «порядок метрической аппроксимации». В последующих исследованиях это же понятие встречается под названием «размерность финитной аппроксимации». Известно, что для функтора гиперпространства верхняя и нижняя

размерности квантования совпадают, соответственно, с верхней и нижней емкостными размерностями пространства. При этом для метрического компакта существуют подмножества, реализующие все возможные промежуточные значения верхней емкостной размерности, тогда как для нижней емкостной размерности подобное утверждение неверно.

Автором диссертации доказано, что для любого метрического компакта (X, ρ) и любого неотрицательного числа b , не превосходящего нижнюю емкостную размерность пространства X , существует максимальная сцепленная система $\xi \in \lambda X$ такая, что $\dim_\lambda(\xi) = b$ и $\text{supp}(\xi) = X$ (теорема 2.4.1).

Эта теорема является основным результатом второй главы и представляет собой аналог теоремы А. В. Иванова и О. В. Фомкиной, ранее доказанной для верхней размерности квантования. Следует отметить, что подход, использованный этими авторами, оказался неприменим к доказательству теоремы 2.4.1. Для преодоления возникших трудностей, связанных со спецификой нижней размерности квантования, автором диссертации был разработан и успешно применен новый метод доказательства.

Таким образом, в отличие от нижней емкостной размерности, верхние и нижние размерности квантования максимальных сцепленных систем компакта X полностью покрывают интервалы своих возможных значений.

Работа А. А. Иванова представляет собой завершенное и целостное исследование, посвященное развитию функторных методов в общей топологии. Автору удалось получить новые метризационные критерии для паракомпактных p -пространств, основанные на свойствах нормальных и полунормальных функторов, а также установить важное свойство размерности квантования для функтора суперрасширения. Результаты диссертации носят теоретический характер и могут найти применения в общей топологии и теории категории.

Работа не содержит существенных погрешностей, за исключением незначительных опечаток, характерных для компьютерного набора. Автореферат

полно и корректно отражает основные результаты диссертации.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3. Геометрия и топология (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Иванов Андрей Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Геометрия и топология.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой,
кафедра математического анализа имени П.С. Новикова,
институт математики и информатики,
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет»
Геворкян Павел Самвелович

21.10.2025

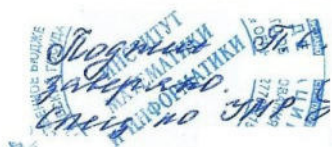
Контактные данные:

тел.: +7 (495) 438-19-21 , e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация: 01.01.04 - «Геометрия и топология»

Адрес места работы: 107140, г. Москва, ул. Краснопрудная, д. 14., ФГБОУ
ВО «Московский педагогический государственный университет», институт
математики и информатики Тел.: +7 (499) 264-38-09; e-mail: matan@mpgu.su

Подпись сотрудника ФГБОУ ВО «Московский педагогический
государственный университет» П.С. Геворкяна удостоверяю:

 Геворкяна
/Дермидова М.А./