

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Бровкина Вадима Вадимовича
на тему «О разрешимости второй краевой задачи для
 p -лапласиана на римановых многообразиях»
по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и
математическая физика

Диссертационная работа В. В. Бровкина посвящена существованию решений второй краевой задачи (задачи Неймана) для уравнения с оператором p -Лапласа в главной части.

Решения дифференциальных уравнений на гладких римановых многообразиях исследовались многими авторами как у нас в стране, так и за рубежом, что подтверждает актуальность тематики диссертации. Результаты в этой области можно найти в работах А. А. Григорьяна, Н. С. Надирашвили, В. М. Миклюкова, S. Y. Cheng, J. L. Fernandez, I. Holopainen, L. Karp, T. Lyons, D. Sullivan, S. T. Yau и многих других математиков.

Заметим, что краевые задачи на римановых многообразиях естественным образом обобщают краевые задачи в неограниченных областях в $\mathbb{R}^n$ притом, что качественные свойства и поведение решений краевых задач на римановых многообразиях гораздо богаче, т.к. на них влияют метрические характеристики и геометрия многообразий. Например, теорема Лиувилля для гармонических функций в $\mathbb{R}^n$ с ограниченным интегралом Дирихле утверждает, что всякая такая функция является константой. В то же время, на римановых многообразиях существуют гармонические функции с ограниченным интегралом Дирихле отличные от константы. В этой связи уместно упомянуть работу А. А. Григорьяна (Матем. заметки 1990. Т. 48. № 5. С. 55–61), в которой показана зависимость римановом многообразии размерности про-

странства гармонических функций с ограниченным интегралом Дирихле от числа так называемых массивных множеств.

Большое влияние на качественные свойства и поведение решений краевых задач на римановых многообразиях оказывает также тип многообразий — гиперболический или параболический, определяемый в терминах виннеровской емкости. Достоинством диссертации является то, что соискателю удалось увидеть эти различия.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 123 страницы. Во введении дано обоснование актуальности проблематики и приведен краткий обзор результатов, составляющих содержание диссертационной работы.

В первой главе диссертации рассматриваются решения задачи Неймана для уравнений с оператором p -Лапласа в липшицевых областях на произвольном римановом многообразии с краем, удовлетворяющие “условию на бесконечности” в виде ограниченности интеграла Дирихле.

Решения ищутся в пространстве С. Л. Соболева и понимаются в смысле интегрального тождества. При этом правый части уравнения и краевые условия могут быть произвольными распределениями (обобщенными функциями) на гладком римановом многообразии.

Соискатель подробно рассматривает случаи p -параболических и p -гиперболических областей на римановых многообразиях, а также случаи, когда функционалы правых частей и краевых условий имеют компактные носители и когда носители этих функционалов являются произвольными замкнутыми множествами. В этой же главе исследуются свойства неравенств Харди и потенциалов Эванса-Селберга на гладких римановых многообразиях.

Вторая глава посвящена многообразиям с модельными концами. Это достаточно общий тип многообразий, к которому традиционно прикован интерес многих авторов как у нас в стране, так и за ее пределами. В настоящий момент имеется множество статей и монографий, посвященных этим многообразиям.

Для многообразий с модельными концами соискателем получен критерий разрешимости задачи Неймана. Утверждения, доказанные в главе 2, опираются на результаты главы 1.

В главе 3 рассматриваются области вращения в $\mathbb{R}^n$. В этих областях при достаточно общих предположениях соискателем получены необходимые и достаточные условия существования решений задачи Неймана. Как и в случае второй главы, утверждения, доказанные в главе 3, опираются на результаты главы 1.

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть интересны специалистам в области качественной теории дифференциальных уравнений, функционального анализа и дифференциальной геометрии.

Построение диссертации логически стройно. Все ее утверждения изложены понятным языком. Условия этих утверждений легко проверяемы, а применения проиллюстрированы примерами.

Диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержатся новые результаты в актуальной области дифференциальных уравнений.

Существенных замечаний в процессе оппонирования не возникло.

Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем и обоснованы подробными доказательствами. Результаты диссертации опубликованы в 8 печатных работах, из них 4 — в научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ. Автореферат соответствует требованиям и правильно отражает содержание диссертации. Результаты исследований докладывались на международных научных конференциях и научных семинарах.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика (по физико-математическим

наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Таким образом, соискатель Бровкин Вадим Вадимович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

профессор кафедры математики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»

Корпусов Максим Олегович

«23» 03 2026 г.

Контактные данные:

тел.:

e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.01.03 – Математическая физика.

Адрес места работы:

119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова, д. 1, стр. 2, физический факультет, кафедра математики

тел.: +7 (495) 939-10-33, e-mail: math@physics.msu.ru

Подпись сотрудника кафедры математики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» Корпусова М. О. удостоверяю:

Начальник отдела кадров

Физического Факультета МГУ имени М. В. Ломоносова

Сенькина Светлана Станиславовна