

**ОТЗЫВ научного руководителя
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Трифоновой Екатерины Евгеньевны
на тему: «О свойствах конечно порождающих систем булевых функций
для классов рациональных вероятностей»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра,
теория чисел и дискретная математика**

Вопросы порождения случайных величин с требуемыми распределениями возникли почти одновременно со становлением современной вычислительной техники в 1950-х годах. По-видимому, одна из первых работ в этой области принадлежит Дж. фон Нейману: его алгоритмическая конструкция позволяла получить из произвольных булевых случайных величин равномерно распределенные, однако она могла теоретически потребовать сколь угодно большого времени. В работах Р.Г.Бухараева о вероятностных автоматах была поставлена задача о комбинационной генерации случайных величин с требуемыми распределениями с помощью булевых функций со случайными аргументами, имеющими распределения из некоторого заданного множества. Именно в такой постановке задача в дальнейшем решалась впоследствии Р.Л.Схиртладзе и Ф.И.Салимовым, и была обобщена на случай k -значных логик.

Для булевых случайных величин с рациональными вероятностями одним из центральных вопросов стала конечная порожденность классов вероятностей. Естественными с точки зрения этой задачи представляются классы рациональных вероятностей, у которых в разложении знаменателя на простые множители встречаются только простые числа из некоторого фиксированного множества. Достаточно рано — в работах Р.Л.Схиртладзе в 1960-х годах — была установлена конечная порожденность двоично- и троично-рациональных вероятностей относительно преобразований системой

булевых функций «конъюнкция, дизъюнкция» (или, эквивалентно, параллельно-последовательными контактными схемами). Им же высказана гипотеза о том, что распространить эти результаты на p -ично- и далее p -ично-рациональные вероятности, скорее всего, не удастся. Эта гипотеза, до сих пор не подтвержденная и не опровергнутая, по-видимому, представляет собой труднодоказуемое теоретико-числовое утверждение, связанное с гипотезой Леви. Дальнейшие исследования были направлены на рассмотрение более сильных преобразующих систем булевых функций, а также изучение других классов рациональных вероятностей. В итоге, для всех классов вероятностей, у которых в разложении знаменателя могут встречаться хотя бы два простых множителя, была установлена конечная порожденность относительно преобразований системой «конъюнкция, дизъюнкция». При этом для p -ично-рациональных вероятностей (p — произвольное простое число) в работах Ф.И.Салимова была показана конечная порожденность относительно системы из двух булевых констант и «функции выбора».

Таким образом, для p -ично-рациональных вероятностей возникает ситуация, в которой конечная порожденность не установлена для простой и естественной системы «конъюнкция, дизъюнкция», но доказана для более мощной системы. В этом контексте представляется естественным вопрос о том, какими свойствами должна обладать система булевых функций, чтобы быть конечно порождающей в классе p -ичных вероятностей. Этот вопрос и исследуется в диссертации Е.Е.Трифоновой.

В диссертации получены следующие результаты. Доказано, что p -ично-рациональные вероятности бесконечно порождены относительно преобразований системой из функции голосования (медианы). Этот результат затем обобщается, превращаясь в необходимое условие конечного порождения для систем булевых функций из некоторых введенных в работе специальных классов, называемых p -несократимыми. Эти классы, как

показано в работе, весьма обширны: для каждого фиксированного значения p в них попадает подавляющее большинство булевых функций. В работе установлена асимптотика (при росте количества переменных) числа функций в двух подклассах, на которые разбивается класс p -сократимых функций.

Доказывается, что эти введенные в работе классы булевых функций бесповторно замкнуты, что в свою очередь позволяет продемонстрировать ряд новых и интересных свойств операции бесповторной суперпозиции.

Опыт предыдущих исследований в области выразимости рациональных распределений подсказывает, что с точки зрения задач порождения наиболее ценными представляются как раз функции, не входящие в классы p -несократимых. В частности, ключевая в конструкции Ф.И.Салимова функция выбора, не входит в класс p -несократимых. Тем неожиданнее оказывается результат из последней главы диссертации, где показано, в частности, что класс 5-несократимых функций является конечно порождающим в классе пятеричных дробей. Стоит отметить, что используемая автором техника доказательства данного результата является оригинальной и нетривиальной.

Результаты диссертации представляются несомненно интересными, они неоднократно апробированы на семинарах и конференциях.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Считаю, что диссертационная работа Трифоновой Екатерины Евгеньевны удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова» и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.4 на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры дискретной математики
механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова»

КОЛПАКОВ Роман Максимович

Контактные данные:

тел.: _____, e-mail: roman.kolpakov@math.msu.ru
Специальность, по которой научным руководителем
защищена диссертация:
01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

Адрес места работы:

119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1,
МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет
Тел.: (495) 939-12-44; e-mail: office@mech.math.msu.su

Подпись профессора кафедры дискретной математики
механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский
государственный университет имени М.В. Ломоносова»
Колпакова Р.М. удостоверяю:

Декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова,
член-корреспондент РАН
А.И. Шафаревич