

**ОТЗЫВ официального оппонента**  
**на диссертацию на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Моисеева Георгия Николаевича**  
**на тему: «Динамика и управление мобильным омни–экипажем»**  
**по специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин**

Диссертационная работа Г.Н. Моисеева посвящена изучению динамики трехколесных омни – платформ. Роботехнические системы с омни – колесами представляют собой высокоманевренные устройства, которые способны достаточно свободно перемещаться в ограниченном пространстве. Такие устройства могут применяться для автоматизации складских помещений, в качестве носителей подкатных домкратов, в спортивной робототехнике, для создания нестандартных транспортных средств передвижения человека. Создание омни – колесных платформ является междисциплинарной задачей, предполагающей разработку конструкции, технологических процессов, выбор материалов и комплектующих, реализацию алгоритмов управления на микроконтроллерах и многое другое. В частности, управление движением омни-колесных платформ представляет собой нетривиальную задачу, решение которой требует построения адекватной математической модели и изучения на ее основе динамики. Вопросы, связанные с данной задачей, затронуты в представленном диссертационном исследовании, что определяют его актуальность.

Целью диссертации является исследование влияния инерционных свойств роликов на движение омни – колесного экипажа. Цель работы включает построение математической модели, учитывающей вращение опорных роликов, исследование устойчивости частных решений и решение задачи управления.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Следует отметить, что структура диссертации выглядит логичной и последовательной.

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели и задачи, описана научная новизна исследования, теоретическая и практическая значимость, применяемые в работе методы, основные положения, выносимые на защиту, выполнен обзор литературы по теме исследования.

В **главе 1** описан подход к построению уравнений движения со связями в лаконичной форме, восходящий к работам Я.В. Татарина, построены уравне-

ния движения произвольного трехколесного омни – экипажа по абсолютно шероховатой плоскости. Следует отметить, что использованное соискателем допущение об абсолютно шероховатой опорной плоскости запрещает проскальзывание, которое может возникать на практике. Тем не менее, указанное допущение является вполне оправданным, так как позволяет получить замкнутую систему уравнений, которая поддается достаточно полному исследованию на основе аналитических и численных методов. Материал первой главы выступает основой для диссертационного исследования, изложенного в главах 2, 3 и 4.

В **главе 2** базовая математическая модель усложняется за счет учета вращения опорного ролика омниколеса. На основе построенной модели исследуются стационарные прямолинейные движения экипажа с двумя параллельными колесами. Соискатель показывает, что данное семейство движений является однопараметрическим, его параметром выступает скорость продольного движения экипажа. Это отличает модель, учитывающую инерционные свойства ролика, от безынерционной модели, для которой аналогичное семейство стационарных движений является двухпараметрическим (в качестве второго параметра выступает скорость поперечного движения платформы). С помощью численных расчетов, выполненных на основе двух упомянутых выше моделей, показано, что одно и то же возмущенное движение с течением времени асимптотически стремится к разным стационарным прямолинейным движениям. Проведенные расчеты демонстрируют возникновение поперечной составляющей скорости в стационарном движении для безынерционной модели, и ее отсутствие в модели, учитывающей инерционные свойства роликов.

В **главе 3** рассматривается задача управления трехколесных омни – экипажем. Начальные и финальные координаты и скорости считаются заданными, что приводит к граничной задаче. Для решения задачи управления соискатель рассматривает изменение управляющих напряжений по кусочно-постоянному закону с одним переключением. Выбранная форма управляющих воздействий хотя и является весьма идеализированной, однако позволяет аналитически проинтегрировать уравнения движения и существенно упростить решение задачи управления. Рассмотрен вопрос минимизации энергозатрат на перемещение из начальной точки в конечную за счет выбора параметров управлений и выбора стратегии управления. Основное внимание в главе 3 уделено симметричному экипажу, так как эта система допускает явное интегрирование уравнений движения. Тем не ме-

нее, задача управления движением экипажа с двумя параллельными колесами также была затронута. Уравнения движения такой системы не удастся проинтегрировать аналитически, для их решения требуется привлечение численных методов. Соискатель показывает, что решение задачи управления для экипажа с параллельными колесами можно построить с помощью метода продолжения по параметру, отталкиваясь от решения аналогичной краевой задачи для симметричного экипажа. Этот пример демонстрирует ценность аналитических решений, построенных в главе 3.

В главе 4 соискатель изучает нормальные реакции опорной плоскости. Данный вопрос непосредственно связан с границами применимости математической модели. В проведенном анализе построены ограничения на управляющие напряжения для произвольного невырожденного трехколесного экипажа, при выполнении которых не возникает отрыв колес от опорной плоскости. Выполнен подробный анализ безотрывности движения для симметричного омни-экипажа, приведены два примера управляемых движений, для которых возникает обнуление одной из нормальных реакций и отрыв от опорной плоскости.

В конце текста диссертации имеется **заключение**, в котором излагаются основные результаты работы и описаны возможные направления дальнейших исследований.

Построенные в диссертации математические модели и их анализ опираются на строгие методы аналитической механики, математического и численного анализа. Таким образом, выводы, полученные при изучении математических моделей, обоснованы и достоверны. Результаты диссертационного исследования являются новыми.

По тексту диссертации имеется ряд замечаний редакционного и дискуссионного характера.

1. Список литературы оформлен не единообразно.

2. Ряд формул содержат опечатки:

- Средняя часть (1.9) должна иметь вид  $L(\mathbf{v}(\boldsymbol{\nu}, \mathbf{q}, t), \mathbf{q}, t)$ , а не  $L(\mathbf{v}(\boldsymbol{\nu}, \mathbf{q}, t))$ . В формулах (1.9) и (1.10) вместо дифференцирования по  $q_i$  должно быть дифференцирование по  $\dot{q}_i$ .
- В уравнении (2.6) в правой части выражение в скобках должно иметь вид  $C - \nu_3$ , а не  $C - \nu_2$ .
- На странице 40 в уравнении, определяющем геометрию ролика, в правой

части должна быть величина  $r^2$ , а не  $r$ .

Обнаруженные опечатки не повлияли на корректность дальнейших рассуждений.

3. В главе 2 диссертации на странице 54 соискатель пишет, что учет инерционных свойств ролика ведет к качественным отличиям в финальных прямолинейных движениях. Данный эффект продемонстрирован также в численном эксперименте. На мой взгляд, трактовка указанного динамического эффекта может быть расширена. Так, учет инерционных свойств ролика привел к возникновению дополнительной неголономной связи, запрещающей проскальзывание точки контакта. Наложение дополнительной связи не просто изменило вид уравнений движения, но также уменьшило размерность касательного пространства и изменило структуру фазового пространства системы. Именно наличие дополнительной неголономной связи представляется ключевым фактором, повлиявшим на качественное изменение финальных движений.
4. Интересным является вопрос о форме предельного перехода в уравнениях (2.47) — (2.49). Соискатель показал, что при  $\lambda_r = 0$  данные уравнения переходят в уравнения безынерционной модели. Но безынерционность можно рассматривать по-разному, например, ролик имеет конечные размеры, а масса сосредоточена на оси вращения, или же ролик является бесконечно тонким. Можно ожидать, что в указанных случаях будут возникать различные предельные переходы в уравнениях (2.47) — (2.49). Рассмотрение данного вопроса представляет интерес для более глубокого понимания свойств предложенной модели.
5. В главе 4 диссертации рассматривается вопрос об ограничениях мощности управляющих напряжений, обеспечивающих безотрывное движение. Под мощностью управляющих напряжений понимается величина  $\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2}$ . С инженерной точки зрения понятие выбрано неудачно, так как указанная величина имеет размерность «В», а не «Вт». Уместнее было говорить об ограничениях не мощности, а величин управляющих напряжений.
6. В главе 4 условия безотрывного движения были рассмотрены для симметричного омни-экипажа достаточно полно. Однако осталась без внимания аналогичная задача для экипажа с параллельными колесами, для которой в случае отрыва переднего колеса возникает уже система двухколесного гироскутера с омни-колесами. Хотя анализ этой системы выходит за рамки представлен-

ного исследования, она представляет интерес для дальнейшего изучения как с точки зрения динамики, так и построения алгоритмов управления.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования.

Диссертация соответствует специальности 1.1.7 Теоретическая механика, динамика машин (по физико-математическим наукам), а именно — следующим ее направлениям:

- «1. Классическая механика и аналитическая динамика». В основе построения уравнений движения лежат уравнения Маджи, записанные в лаконичной форме с помощью подхода Я. В. Татарина. Данный подход является одним из классических при построении уравнений движения неголономных систем.
- «2. Теория устойчивости движения. Прикладные проблемы устойчивости равновесия и движения механических систем». В работе затрагиваются вопросы устойчивости стационарных прямолинейных движений трехколесных омни – экипажей.
- «5. Управление движением, наблюдаемость и идентификация механических систем». В диссертации большое внимание уделено решению задачи управления, которая заключается в нахождении управляющих напряжений, обеспечивающих перемещение системы из одной точки фазового пространства в некоторую конечную за заданное время.
- «12. Механика робототехнических и мехатронных систем». Математические модели, рассмотренные соискателем, описывают движение омни – колесных платформ, которые по своей сути являются мехатронными системами, так как их практическая реализация включает точную механику, электронику, сенсорiku и программное управление.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени

доктора наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Моисеев Георгий Николаевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
заведующий кафедрой теоретической и экспериментальной физики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Удмуртский государственный университет»

Ветчанин Евгений Владимирович

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:

01.02.01 Теоретическая механика

Адрес места работ:

426034, Удмуртская Республика, г. Ижевск, ул. Университетская, 1

Удмуртский государственный университет,

кафедра теоретической и экспериментальной физики

Тел.: 8(3412)26-36-30; e-mail: teph@udsu.ru

Контактные данные:

тел.: \_\_\_\_\_, e-mail: \_\_\_\_\_