

ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Корчагина Никиты Павловича
на тему: «Сложность проблемы сюръективного гомоморфизма для
циклов»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и
дискретная математика

Диссертация Н. П. Корчагина посвящена задаче существования сюръективного гомоморфизма на фиксированный граф, которая относится к областям теории сложности вычислений и теории графов. В ней требуется определить, существует ли отображение из вершин данного графа G на вершины фиксированного графа H , которое сохраняет отношение смежности на вершинах. Рассматривается класс графов H , который содержит неориентированные циклы с петлями и все графы, которые получаются из них ориентацией некоторых рёбер.

Задача о существовании сюръективного гомоморфизма известна с прошлого века и с тех пор сложность задачи была определена для многих графов H . Так, в случае, когда H это неориентированный цикл длины 3 без петель, задача эквивалентна NP-полной задаче о раскраске графа в три цвета. Если H – неориентированный цикл длины 4 с петлями, задача эквивалентна NP-полной массовой задаче поиска несвязного разреза в графе, также известной как *disconnected cut problem*. Несмотря на это, полной классификации сложности задачи не существует до сих пор.

В диссертационной работе задача о существовании сюръективного гомоморфизма рассматривается как частный случай известной массовой сюръективной задачи удовлетворения ограничений, также известной как SCSP. Несмотря на актуальность в области математической кибернетики, на данный момент также не существует полной классификации её сложности. Одним из перспективных направлений исследований является анализ этой

задачи посредством полиморфизмов — функций, которые сохраняют наборы отношений. Долгое время существовала гипотеза, что сложность задачи полностью зависит только от полиморфизмов языка ограничений, но она была опровергнута Д. Н. Жуком в 2021 г. Поэтому важным направлением исследований в данной задаче является построение инструментов анализа сложности SCSP для различных языков ограничений.

В диссертационной работе разбирается сложность задачи о существовании сюръективного гомоморфизма на графы, которые получаются из неориентированных циклов с петлями путем ориентации некоторых рёбер. Ранее из подобных графов была известна сложность задачи циклов с тремя вершинами, неориентированного рефлексивного цикла длины 4 и в случае, когда каждое ребро цикла ориентировано ровно в одну сторону. Ключевым результатом работы является определение сложности задачи для всех циклов с петлями, кроме пяти циклов длины 4, 5 и 6. Помимо этого, большая часть работы посвящена формулировке двух критериев сложности задачи SCSP, которые автор называет «свойство наследования сюръективности» и «свойство сюръективного интерпретирования» и их применению. Таким образом, результаты работы являются актуальными и значимыми.

Объем диссертации составляет 118 страниц. Диссертация состоит из 4 глав, введения, заключения и списка литературы, который содержит 49 наименований.

Во **введении** приводится краткая история задачи, обосновывается актуальность темы, формулируются основные цели и задачи работы, приводятся положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** приводятся основные определения и формулировки, которые используются в работе. Приводятся определения из области теории графов, теории сложности вычислений. Также в этой главе вводится математический аппарат, который используется при доказательстве ключевых результатов работы.

Во **второй главе** автор определяет два критерия сложности задачи SCSP – «свойство сюръективного интерпретирования» и «свойство наследования сюръективности». Первое моделирует поведение отношения с помощью другого отношения. Согласно теореме 2.1, это свойство позволяет проводить полиномиальную сводимость задач SCSP. Свойство наследования сюръективности же позволяет определять сложность SCSP для множества отношений Γ с помощью анализа структуры трёхместных полиморфизмов Γ . Значительная часть работы посвящена применению полученных свойств к отношениям смежности различных циклов с петлями.

В **третьей главе** последовательно рассматриваются отношения смежности неориентированных, строго-ориентированных и смешанно-ориентированных циклов с петлями, их полиморфизмы. Доказывается ряд свойств этих функций. Основной результат главы формулируется в теореме 3.1 и заключается в том, что все сюръективные полиморфизмы циклов с петлями длины $n > 3$ существенно зависят не более чем от одной переменной (существенно унарны). Хотя этот результат уже был доказан Ларивьер и др. в 2023г., автор приводит доказательство этого факта, опирающееся на топологические свойства графов, а не на алгебраические преобразования.

Четвёртая глава посвящена анализу сложности задачи о существовании сюръективного гомоморфизма на циклы с петлями. Основным результатом главы (теорема 4.1) является определение сложности задачи для всех рассматриваемых графов, кроме неориентированных циклов длины 5, 6 и циклов длины 4, 5, 6, содержащих ровно одно ориентированное ребро. При доказательстве этой теоремы автор опирается на результаты, полученные в главах 2 и 3. Результаты, представленные в разделе 4.2, были доказаны ранее в 2018г., но новое доказательство отличается от существующего и служит как для полноты изложения, так и иллюстрацией применимости свойства наследования сюръективности.

В **заключении** подводятся итоги работы.

Диссертационная работа Корчагина Никиты Павловича выполнена на высоком уровне и носит теоретический характер. Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и изложены в 3 статьях, которые были опубликованы в рецензируемых научных журналах. Достоверность результатов подкрепляется строгими математическими доказательствами. Помимо этого, результаты работы получили апробацию на международных конференциях и научных семинарах.

Стоит перечислить некоторые замечания:

1. Часть диссертационной работы (теорема 3.1, раздел 4.2) посвящены доказательству ранее известных результатов. Стоило бы более подробно отметить, чем предлагаемые автором диссертации доказательства отличаются от уже существующих.
2. Поставленные задачи работы не вполне соответствуют положениям, выносимым на защиту.
3. Свойство сюръективного интерпретирования, введенное в разделе 2.1, применяется лишь один раз – в лемме 4.15. Логично было бы уделить больше внимания применимости этого свойства.
4. Есть предложения, опирающиеся на интуитивное понимание («образы Π (пути) принимают значения на диагонали» на стр.39).
5. В тексте присутствуют немногочисленные опечатки (например, ссылка на Следствие 3.4.2 в конце доказательства Леммы 4.2, имеется в виду Следствие 3.4.1, различное написание «существенно унарны»).

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени

М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Корчагин Никита Павлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент:

Кандидат физико-математических наук,
ДОЦЕНТ кафедры ФН-1 «Высшая математика»
ФГБОУ ВО Московский государственный
технический университет имени Н. Э. Баумана

МАСТИХИНА Анна Антоновна

22.05.26.

Контактные данные:

тел.: +7(499)263-63-92, e-mail: anmast@bmstu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.09. Дискретная математика и математическая кибернетика

Адрес места работы:

105005, г. Москва, ул. Рубцовская наб., д. 2/18, эт. 9, ауд. 901-907

ФГБОУ ВО Московский государственный технический университет имени
Н. Э. Баумана, кафедра ФН-1 «Высшая математика»

Тел.: +7(499)263-63-92; e-mail: anmast@bmstu.ru

Подпись доцента кафедры ФН-1 «Высшая математика»
ФГБОУ ВО Московский государственный
технический университет имени Н. Э. Баумана

А.А. Мاستихиной удостоверяю:

Подпись *статусом по персоналу:*
ШАГАБУТДИНОВА И. В.