

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. Ломоносова  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*

**Гарбуз Михаил Андреевич**

**Динамика механических систем, способных перемещаться  
в произвольном направлении за счёт преобразования  
энергии потока среды**

1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научные руководители:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Самсонов Виталий Александрович,  
кандидат физико-математических наук  
Климина Любовь Александровна

Москва – 2026

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	<b>5</b>
0.1 Использование паруса для движения в потоке ветра . . . . .	16
0.2 Цилиндрический ветродвигатель . . . . .	18
0.3 Прямолинейное движение навстречу ветру за счёт энергии ветра . . . . .	23
0.4 Теория ветромобиля . . . . .	27
0.5 Шагающие аппараты, использующие для движения энергию ветра	29
0.6 Разные устройства. Движение произвольным курсом . . . . .	31
 <b>Глава 1. Движение по воде против ветра за счёт энергии</b>	
<b>ветра. Катамаран с пропеллером и гребным винтом</b> . .	<b>33</b>
1.1 Описание модели и постановка задачи . . . . .	33
1.2 Упрощённое описание воздействия потока на лопасти пропеллера и гребного винта. Численно–аналитическое исследование . . . . .	35
1.2.1 Кинематика вращения пропеллера . . . . .	36
1.2.2 Кинематика вращения гребного винта . . . . .	37
1.2.3 Стационарные движения . . . . .	38
1.3 Обобщение математической модели . . . . .	42
1.3.1 Описание воздействия среды на основе экспериментальных данных . . . . .	42
1.3.2 Стационарные режимы движения и условия их устойчивости . . . . .	48
1.3.3 Построение оценки для оптимального соотношения размеров пропеллера и гребного винта . . . . .	52
1.3.4 Влияние коэффициента передачи на скорость стационарного движения . . . . .	53
1.3.5 Стратегия управление коэффициентом передачи для выхода на режим движения с наивысшей скоростью . . .	54
1.4 Экспериментальное исследование . . . . .	55

1.4.1	Прототип однороторного ветродвигателя . . . . .	55
1.4.2	Прототип двухроторного ветродвигателя . . . . .	57
1.5	Заключение . . . . .	60
<b>Глава 2. Движение по плоскости против ветра. Шагающий аппарат на базе механизма Чебышёва . . . . .</b>		
2.1	Описание механической системы . . . . .	63
2.1.1	Кинематика $\lambda$ -механизма Чебышёва . . . . .	64
2.1.2	Кинетическая и потенциальная энергия . . . . .	69
2.1.3	Неконсервативные внешние силы. Модель аэродинамического воздействия среды . . . . .	72
2.2	Уравнения движения . . . . .	73
2.3	Алгоритм анализа системы . . . . .	75
2.4	Достаточные условия существования периодических движений против ветра . . . . .	76
2.5	Параметрический анализ режимов движения навстречу ветру . . . . .	77
2.6	Обсуждение результатов . . . . .	82
2.7	Экспериментальный прототип и его тестирование . . . . .	83
2.8	Заключение . . . . .	84
<b>Глава 3. Моделирование динамики катамарана, приводимого в движение с помощью ротора Савониуса и гребного винта . . . . .</b>		
3.1	Описание математической модели и постановка задачи . . . . .	87
3.2	Движение против ветра . . . . .	90
3.2.1	Уравнения стационарного движения . . . . .	90
3.2.2	Исследование зависимости скорости катамарана от параметров системы . . . . .	92
3.3	Оптимальный угол курса . . . . .	94
3.4	Заключение . . . . .	95
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>97</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>101</b>

Список рисунков . . . . . 111

Список таблиц . . . . . 113

## Введение

В работе выполнен качественный анализ динамики трёх механических систем, способных совершать движение в горизонтальной плоскости под действием потока ветра. Эти системы объединены наличием ветроприёмного элемента с горизонтальной или вертикальной осью вращения, который связан с основным приводом. Первая система представляет собой катамаран с установленным на него воздушным пропеллером и гребным винтом. Ветроприёмный пропеллер преобразовывает энергию ветра в энергию вращения и передает ее посредством трансмиссии гребному винту. Вторая система — шагающий аппарат, снабжённый ветротурбиной пропеллерного типа. Вращение турбины преобразуется во вращение ведущего вала аппарата. Допускается только прямолинейное движение без проскальзывания и опрокидывания. Третья система — катамаран, силовым приводом которой выступает ротор Савониуса. Ось ротора через редуктор связана с валом гребного винта. Катамаран совершает движение в горизонтальной плоскости вдоль продольной оси, проходящей через вал гребного винта.

**Актуальность темы.** Испокон веков человечество использует энергию ветра для различных прикладных целей. В древности с помощью ветра осуществлялся размол зерна, подъём воды в засушливых районах, приводился в движение парусный флот; современные установки преобразуют ветер в электричество. Центральной задачей, стоящей перед механическими и робототехническими устройствами, является перемещение в горизонтальной плоскости. При этом в качестве источника энергии для такого перемещения представляется актуальным использование энергии ветра. Такие устройства способны длительное время работать в отдаленных районах, обходясь без тяжелых аккумуляторов. Более того, широки перспективы применения таких аппаратов для исследования небесных тел [1]. Если небесное тело обладает атмосферой, то целесообразно использовать энергию ветра, например, для перемещения аппарата в темное время суток.

Исследование аппаратов, движущихся за счёт энергии ветра, естественным образом связано с задачей о движении системы тел в сопротивляющейся среде. За прошедшее столетие сложилось широкое разнообразие подходов к моделированию такого движения. Как известно из механики сплошных сред,

движение тела в вязкой среде следует моделировать с помощью уравнений Навье-Стокса с условием прилипания на границе. Этот подход позволяет получить довольно точные результаты, однако связан с большими трудозатратами. Например, если диапазон исследуемых параметров системы велик, то численный анализ не удаётся провести за разумное время. Требуется следить не только за положением тела в пространстве, но и детально описывать то, как движется среда. С точки зрения современных вычислительных средств эта задача до сих пор не получила исчерпывающего решения. Поэтому для моделирования сложных объектов в потоке используют различные упрощения.

Среди них распространение получил так называемый квазистатический подход, ухватывающий основные особенности поведения тела. Описание воздействия потока строится при помощи информации только о мгновенном состоянии тела. Такой подход существенно упрощает численный анализ и позволяет использовать инструменты теоретической механики и теории дифференциальных уравнений для исследования поведения вращающегося тела в потоке среды. Представляется уместным связать квазистатический подход с результатами экспериментального исследования аэро- и гидродинамики и составить обобщённую феноменологическую модель. Этот способ будет раскрыт в первой главе диссертации и далее с его помощью будет составлено описание систем во второй и третьей главах.

При проектировании мобильного транспортного устройства, перемещающегося за счёт энергии ветра, сложной задачей является достижение следующих нетривиальных свойств: устройство должно напрямую преобразовывать энергию ветра в движение; система должна быть способна поддерживать прямолинейное движение навстречу ветру; транспортное средство должно быть максимально нечувствительным к свойствам опорной поверхности и характеристикам рельефа местности, насколько это возможно.

**Целью** данной работы является качественный анализ динамики механических систем, способных совершать движение в горизонтальной плоскости под действием потока ветра. Каждая из рассматриваемых систем содержит ветроприёмный элемент с горизонтальной или вертикальной осью вращения, который связан с основным приводом.

В первой главе рассмотрен катамаран, на корпус которого установлена ось с воздушным пропеллером и гребным винтом. Пропеллер преобразует энергию

ветра в энергию вращения и передает ее посредством трансмиссии гребному винту.

Во второй главе предложена модель шагающего аппарата, снабжённого ветротурбиной пропеллерного типа. Вращение турбины преобразуется во вращение ведущего вала аппарата. Допускается только прямолинейное движение без проскальзывания и опрокидывания.

Третья глава посвящена исследованию катамарана, приводимого в движение ротором типа Савониуса с вертикальной осью вращения. Ось ротора через редуктор связана с валом гребного винта. Катамаран совершает движение в горизонтальной плоскости вдоль продольной оси, проходящей через вал гребного винта.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**.

1. Смоделировать аэродинамическое воздействие потока воздуха на движущийся ротор. При этом требуется, чтобы подход, во-первых, основывался на информации только о мгновенном состоянии движения ротора, во-вторых, учитывал влияние на аэродинамические характеристики ротора его ориентации в потоке и скорости вращения в каждый момент времени.
2. Построить описание гидродинамического воздействия на лопасти гребного винта. Модель должна учитывать зависимость возникающих реакций от вращения винта, скорости поступательного движения и геометрических характеристик.
3. Создать и проанализировать математическую модель плавательного катамарана с воздушным пропеллером и гребным винтом. Исследовать вопрос существования стационарного режима движения, при котором корпус катамарана движется навстречу ветру. Найти неподвижные точки динамической системы и исследовать их устойчивость. Оценить параметры системы, обеспечивающие наивысшую скорость движения корпуса против ветра. Провести численное моделирование динамики установки.
4. Создать лабораторный макет катамарана с ветроприёмным пропеллером и гребным винтом. Провести серию экспериментов, направленную на определение наилучших с точки зрения максимизации скорости движения корпуса размеров пропеллера и гребного винта.

5. Составить математическую модель шагающего аппарата с пропеллерной ветротурбиной. Исследовать возможность прямолинейного движения такого аппарата навстречу ветру за счёт энергии ветра.
6. Изучить установившиеся режимы движения шагающего аппарата под действием ветра. Провести параметрический анализ таких режимов.
7. Построить прототип шагающего аппарата. Продемонстрировать экспериментально возможность движения шагающего аппарата навстречу ветру.
8. Для катамарана с ротором Савониуса и гребным винтом проанализировать возможность стационарного движения навстречу ветру. Рассмотреть задачу о переводе центра масс катамарана против ветра между двумя прямыми, ортогональными потоку ветра, за наименьшее время.

**Методология и методы исследования.** В работе развивается феноменологический подход для описания аэродинамического воздействия потока на пропеллер, а также гидродинамического воздействия на гребной винт. Он основан на известном квазистатическом подходе с привлечением описанных в научной литературе экспериментальных данных, характеризующих поведение вращающихся тел в потоке среды. Проведен сравнительный анализ с известными ранее экспериментальными и численными результатами исследований с подобными роторами.

Анализ механических систем, содержащих роторы рассматриваемого типа, выполнен с использованием предложенной аэро-гидродинамической модели роторов, известных аналитических и численных методов теоретической механики, теории устойчивости движения и теории дифференциальных уравнений. Проверка аналитических результатов и символьные вычисления выполнялись в системах компьютерной алгебры. Для проведения численных экспериментов использовались методы интегрирования дифференциальных уравнений, выполняемые в программе Wolfram Mathematica.

**Достоверность и обоснованность результатов** обеспечивается экспериментальной проверкой основных гипотез и применяемых математических моделей. Часть результатов диссертационной работы получена аналитически на основании строгих математических методов, в работе приведены их подробные доказательства. Результаты работы были доложены на всероссийских и



международных конференциях, а также подвергнуты рецензированию при публикации в научных журналах.

### **Научная новизна:**

1. Продемонстрированы новые свойства механических систем, содержащих ветроприёмный ротор и использующих его в качестве основного силового привода.
2. Построена математическая модель, описывающая динамику катамарана с ветроприёмным пропеллером и гребным винтом. Продемонстрировано существование двух стационарных режимов движения катамарана, один из которых соответствует движению против ветра. Описаны условия устойчивости этих режимов. В частном случае аналитически доказано отсутствие периодических режимов движения. Проведено численно–аналитическое исследование того, как характеристики установившихся режимов движения зависят от параметров модели. Построены соответствующие бифуркационные диаграммы и элементы фазового портрета системы.
3. Собран действующий макет катамарана с ветродвигателем. Выбраны подходящие значения конструктивных параметров и проведены в лабораторных условиях тестовые испытания, подтверждающие принципиальную возможность движения катамарана за счет ветра против этого ветра. Построена и испытана новая модель двухроторного ветродвигателя, имеющего два соосных противовращающихся пропеллера и гребных винта. Экспериментально продемонстрированы преимущества такого ветродвигателя перед ранее известными. В частности, новая схема имеет большую тягу и позволяет осуществить выход на режим движения против ветра из состояния покоя.
4. Предложена и реализована модернизация схемы стопоходящей машины П.Л. Чебышёва, позволяющая уменьшить количество соединительных звеньев. На базе этого устройства построен шагающий аппарат, приводом которого является горизонтально–осевая ветротурбина пропеллерного типа. Для этого аппарата разработана математическая модель в форме динамической системы второго порядка. Установлены достаточные условия существования притягивающего периодического режима движения навстречу ветру, а также достаточные условия нали-

чия неустойчивого периодического режима, ограничивающего область притяжения первого. Проведён параметрический анализ.

5. Разработан и собран лабораторный макет шагающего аппарата с пропеллерной ветротурбиной. Возможность организации движения шагающего аппарата против ветра за счёт энергии ветра впервые продемонстрирована теоретически и экспериментально.
6. Разработана математическая модель плавательного катамарана, приводом которого является гребной винт и установленный на корпус ротор Савониуса с вертикальной осью вращения. Установлена возможность прямолинейного движения против ветра за счёт энергии ветра. Исследовано поведение катамарана при различном курсе движения относительно потока ветра. Показано, что при движении под боковым ветром проекция скорости корпуса на направление ветра выше, чем скорость корпуса при прямолинейном движении навстречу ветру.

Все основные результаты, полученные в диссертационной работе, и положения, выносимые на защиту, являются новыми.

**Теоретическая и практическая значимость** данной работы обусловлена необходимостью поиска новых сфер применения возобновляемой энергии. Разработанный метод описания динамики ветроприёмных роторов и гребных винтов на основе квазистатического подхода с привлечением экспериментальных данных может быть использован инженерами для проектирования автономных мобильных систем. Показана возможность прямолинейного движения шагающего аппарата навстречу ветру за счёт энергии ветра. Разработка автономных ветроходных устройств открывает перспективы для исследований в экстремальных условиях низких температур, пустынях, а также на планетах с атмосферой. Катамаран с вертикальным ротором и гребным винтом может стать базой для создания автономных судов, способных перемещаться на большие расстояния.

**Личный вклад.** Все результаты, выносимые на защиту, принадлежат лично автору. В работе [2] научные руководители участвовали в постановке задачи, обсуждении методов исследования и интерпритации полученных результатов. Личный вклад автора в работе [2] заключается в проведении параметрического анализа математической модели и организации экспериментальных испытаний, в ходе которых была зарегистрирована возможность движения шагающего аппарата против ветра. В работе [3] автором была

предложена постановка задачи. Личный вклад автора заключается также в построении бифуркционных диаграмм, анализе зависимости скорости движения катамарана от параметров системы и определении оптимального угла курса, обеспечивающего максимальную проекцию скорости катамарана на направление против ветра.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. В стационарном горизонтальном потоке ветра для катамарана с ветроприёмным пропеллером и гребным винтом существует область значений параметров конструкции, при которых реализуются два установившихся режима прямолинейного движения с качественно различной устойчивостью: один режим является притягивающим и соответствует движению корпуса навстречу ветру, а второй — отталкивающим и представляет собой неустойчивое движение.
2. Если гидродинамическое сопротивление корпуса катамарана пренебрежимо мало по сравнению с силой лобового сопротивления пропеллера и отношение угловой скорости пропеллера к угловой скорости гребного винта больше либо равно единице, то для неподвижной точки, соответствующей режиму движения катамарана навстречу ветру, не происходит бифуркации Андронова–Хопфа.
3. Шагающий аппарат с пропеллерной ветротурбиной способен совершать движение навстречу горизонтальному стационарному потоку ветра за счёт энергии этого потока. При увеличении момента инерции ветроприёмного пропеллера расширяется область притяжения этого режима. Установлено существование параметров конструкции, при которых аппарат выходит на режим движения против ветра из состояния покоя. Такой тип движения подтверждён экспериментально."
4. Если ротор Савониуса с вертикальной осью вращения установлен на катамаран таким образом, что его вращение передаётся гребному винту, ротор находится в стационарном горизонтальном потоке ветра, а движение системы ограничено горизонтальной плоскостью и происходит без возможности опрокидывания и крена вдоль оси, проходящей через вал гребного винта, то существует притягивающий режим движения катамарана, при котором ось его ротора движется прямолинейно навстречу ветру.

5. Прямолинейное движение катамарана с ротором Савониуса и гребным винтом навстречу ветру не обеспечивает наивысшую скорость перемещения вверх по потоку между двумя прямыми, ортогональными ветру. За счёт изменения курса можно увеличить проекцию скорости корпуса на направление ветра на 30%.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались автором и обсуждались на следующих конференциях и научных семинарах:

1. Международная конференция International Conference on Mathematical Modelling in Mechanics and Engineering (ICME), Сербия, Белград, Mathematical Institute SANU (2022, 2024).
2. Международная конференция 10th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC), Франция, Лион (2022).
3. Международная конференция 16th International Conference «Dynamical Systems – Theory and Applications »(DSTA), Польша, Лодзь (2022).
4. Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Россия, Москва, ИПУ РАН (2018).
5. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2018, 2020, 2021).
6. Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики (FAPM)», Россия, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана (2021-2022).
7. Международная научная конференция по механике «IX Поляховские чтения», Россия, Санкт-Петербург (2021).
8. Международная научная конференция «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация» (DSSCO'21) памяти профессора Р.Ф. Габасова, Беларусь, Минск, БГУ (2021).
9. Всероссийская Конференция с международным участием «Биомехатронные системы: задачи, теория, технологии», Россия, Махачкала (2021).
10. Всероссийская конференция молодых ученых-механиков, YSM, Россия, Сочи, МГУ имени М.В. Ломоносова (2018, 2020 — 2024).
11. Научная конференция «Ломоносовские чтения», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2023-2024).

12. XIII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Россия, Санкт-Петербург, СПбПУ (2023).
13. Конференция-конкурс молодых ученых НИИ механики МГУ, Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2017-2024)
14. Учебно-научный семинар «Механические задачи с особенностями», Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2021–2023)
15. Семинар имени В.В. Румянцева по аналитической механике и теории устойчивости, Россия, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова (2021, 2022)
16. Семинар «Гамильтоновы системы и статистическая механика», Россия, Москва, МИАН им. В.А. Стеклова (2022)

Работа, основанная на результатах, представленных в диссертации, стала победителем конкурса молодых учёных УМНИК (2018) и в 2023 году была отмечена золотой медалью РАН в конкурсе для студентов (выпускников) ВУЗов России.

**Первая глава** работы посвящена исследованию движения плавающего катамарана с воздушным пропеллером и гребным винтом, связанными трансмиссией с коэффициентом передачи  $n$ .

Описывается математическая модель системы на основе уравнений механики. Представлены схема катамарана с двумя поплавками, вращающимся пропеллером и гребным винтом, обсуждаются силы и моменты, действующие на систему: аэродинамический момент и лобовое сопротивление пропеллера, гидродинамические момент и тяга гребного винта, сопротивление движению корпуса.

Сперва предложено упрощённое описание воздействия потока на лопасти пропеллера и гребного винта: лопасти представляются тонкими прямоугольными пластинами. Показано, что для малых углов атаки можно использовать линейные аппроксимации аэро- и гидродинамических коэффициентов, что значительно упрощает анализ и позволяет получить аналитические результаты. Показано существование стационарного режима движения, при котором корпус катамарана движется прямолинейно навстречу ветру.

Далее проводится обобщение модели с использованием экспериментальных данных для коэффициентов момента и аэро/гидродинамического сопротивления. Вводятся безразмерные переменные и параметры системы. Исследуются стационарные режимы движения и условия их устойчивости. Показано существование параметров, при которых одновременно возможны

несколько стационарных режимов движения, среди которых один режим является отталкивающим. Проводится линеаризация динамической системы в окрестности положений равновесия, выводятся условия асимптотической устойчивости. Доказано, что при отсутствии гидродинамического сопротивления корпуса и коэффициенте передачи  $n \geq 1$  (когда пропеллер вращается быстрее гребного винта) для режима движения против ветра не происходит потери устойчивости через бифуркацию Андронова-Хопфа.

Проводится параметрический анализ для нахождения оптимального соотношения размеров пропеллера и гребного винта  $\sigma_{opt} = r_a/r_w$ , при котором на режиме движения против ветра достигается максимум относительной скорости  $y = u/v$ . Исследуется влияние коэффициента передачи на развиваемую скорость катамарана.

Описываются экспериментальные исследования на двух прототипах (одно- и двухроторная конструкции). Приведены результаты измерений, подтверждающие гипотезы математической модели.

**Вторая глава** посвящена исследованию шагающего аппарата на базе четырёхногого механизма, построенного на основе  $\lambda$ -механизма Чебышёва.

Описывается механическая система: четыре ноги с кривошипно-шатунными механизмами, платформа корпуса, пропеллерная ветротурбина, установленная на корпусе, передающая крутящий момент на ведущий вал.

Проводится кинематический анализ  $\lambda$ -механизма Чебышёва. Выводятся функции, описывающие положение центра масс платформы и её скорость в зависимости от угла поворота кривошипа. Доказывается, что механизм допускает прямолинейное движение без проскальзывания в течение фазы опоры.

Вычисляются кинетическая и потенциальная энергия всех компонент системы (кривошипов, шатунов, бёдер, голеней, платформы, пропеллера). Для описания аэродинамического воздействия среды на механизм используется квазистатический подход в полной аналогии с первой главой.

Уравнения движения составляются с использованием формализма Лагранжа. Механизм описывается системой одной обобщённой координатой — углом поворота кривошипа  $\varphi$ .

Далее применяются методы Андронова-Понтрягина для исследования периодических режимов движения. Выводятся достаточные условия существования самоподдерживающегося движения, при котором механизм движется против ветра.

Проводится параметрический анализ с использованием численного моделирования. Определяются оптимальные значения коэффициента передачи механизма для развития наивысшей скорости и широкой области притяжения траекторий.

Описывается экспериментальный прототип, созданный на основе математической модели. Приведены результаты испытаний в аэродинамической трубе, подтверждающие возможность движения против ветра.

**Третья глава** посвящена исследованию катамарана, приводимого в движение ротором типа Савониуса с вертикальной осью вращения.

Дано описание математической модели. Ротор Савониуса соединён через редуктор с валом гребного винта. Катамаран совершает движение в горизонтальной плоскости вдоль продольной оси, проходящей через вал гребного винта.

Исследуется возможность движения системы строго против ветра. Анализируются стационарные режимы движения в продольном направлении, при которых корпус катамарана имеет положительную скорость относительно потока.

Проводится анализ стационарных режимов в зависимости от параметров системы. Исследуется влияние радиуса ротора, радиуса гребного винта и других конструктивных параметров на достижимую скорость.

Исследуется оптимальный угол курса относительно направления ветра. Показано, что максимум скорости проекции движения на направление ветра достигается при угле, примерно  $43^\circ$ . За счёт изменения курса можно увеличить проекцию скорости корпуса на направление ветра на 30% по сравнению с прямолинейным движением навстречу ветру.

## Обзор литературы.

### 0.1 Использование паруса для движения в потоке ветра

Классический способ преобразования энергии потока в полезную форму — это применение парусов. Судя по сохранившимся рисункам и результатам раскопок, впервые начали применять парус ещё в древнем Египте, 3000 лет до нашей эры [4]. На плоский парус, находящийся в потоке среды, действует сила лобового давления, обеспечивающая движение. В судовой навигации паруса позволяют организовать перемещение в произвольном направлении, в том числе и наименее очевидном: навстречу ветру. Для этого выбирают курс судна под острым углом к потоку ветра, а паруса разворачивают так, чтобы проекция силы давления ветра на его направление была отрицательной. Поперечная составляющая силы давления ветра компенсируется килевой системой судна, которая препятствует сносу в боковом направлении. Такой принцип лежит в основе движения галсами [5] (см. рисунок 0.1).

#### Силы, действующие на парус

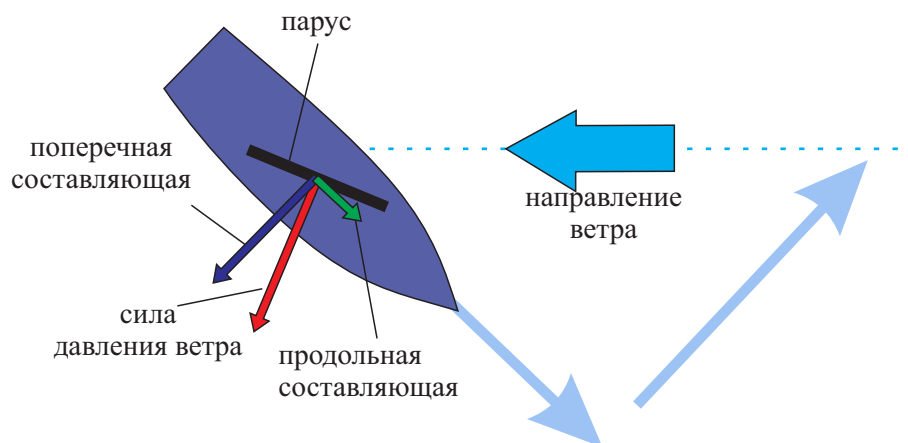


Рисунок 0.1 — Движение парусного судна галсами навстречу ветру

На сегодняшний день математическое моделирование движений парусного судна представляется достаточно сложной задачей. До сих пор ни один существующий подход нельзя назвать разработанным в полной мере для безоговорочного применения на практике при выборе курса движения.



В научной литературе можно встретить ряд работ, посвящённых подробному расчёту гидродинамики компонентов судна (например, [6]), а также описанию аэродинамического воздействия на парус. В статье [7] проведено численное моделирование аэродинамических коэффициентов для паруса треугольной формы, выполнен сравнительный анализ теоретических результатов с экспериментом. Математическая модель лавирования галсами представлена в отчёте [8]. С помощью этой модели был проведён ряд имитационных расчётов, которые были сверены с результатами серии полномасштабных испытаний.

Особенность движения галсами навстречу ветру состоит в том, что корпус транспортного средства всё время смещается в сторону относительно желаемого направления. Поэтому необходимо менять курс движения так, чтобы общее перемещение судна было направлено в сторону ветра. Считается, что минимальный угол между направлением ветра и курсом обычно составляет 45 градусов. Лишь некоторые спортивные суда могут плыть под более острым углом — до 30 градусов [9; 10].

Наряду с водными судами паруса применяются и для сухопутных транспортных средств. Одним из древнейших видов зимнего транспорта считается буер — парусная яхта, установленная на специальные коньковые полозья. С давних времён буеры применялись по большей части в промышленных, а также военных целях. В работе [11] рассмотрено прямолинейное движение буера с плоским парусом ортогонально стационарному горизонтальному потоку ветра. Продемонстрировано влияние угла поворота паруса на скорость установившегося движения. Описаны парадоксальные режимы движения с неограниченно возрастающей скоростью в так называемой «идеализированной» среде без лобового сопротивления паруса. В работе [12] построена математическая модель колёсного буера, движимого энергией ветра. В качестве управления используются два параметра: установочный угол паруса и курс движения буера. Численно решена задача приведения буера из начального положение в заданное конечное за минимальное время. Показано, что при прямолинейном движении с попутным ветром наивысшая скорость достигается в том случае, когда плоскость паруса ортогональна направлению ветра — такой курс движения называется фордевинд. В то же время установлено, что для наискорейшего перемещения между двумя точками вдоль ветра буеру следует двигаться не по прямой, а совершить галс, когда в первые моменты времени он уходит «под ветер» и движется практически ортогонально потоку (соответствующий курс движения —

бакштаг), затем меняет курс симметричным образом для достижения заданной конечной точки. Также приведён пример численного расчёта движения буера при встречном ветре (положение левентик). Показано существование области параметров, при которых буер не может начать движение навстречу ветру. Предельное значение угла для курса движения при встречном ветре составляет около  $26^\circ$ .

## 0.2 Цилиндрический ветродвижитель

В 1921 году возникла идея замены парусов принудительно вращающимися цилиндрами, работающими с подводом энергии. Эта идея принадлежит немецкому инженеру Антону Флеттнеру, который изучал эффективность вращающихся цилиндров при использовании их в качестве двигательной установки судна [13]. Флеттнер сконструировал и испытал модель лодки с бумажным цилиндрическим ротором, установленным на корме вместо классических парусов (см. рисунок 0.2). Вращение цилиндра поддерживалось посредством пружины часового механизма. Было продемонстрировано, что подвод относительно небольшого количества механической энергии, используемой для вращения цилиндра, может существенно увеличить коэффициент силы тяги по сравнению с неподвижным ротором и классическим парусом. В честь изобретателя устройство называют ротором Флеттнера.

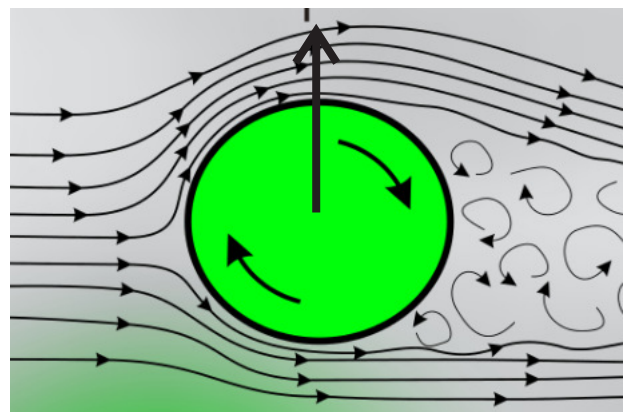
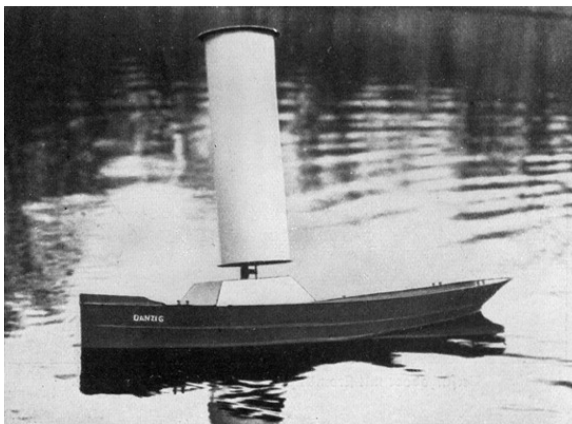


Рисунок 0.2 — Макет судна с цилиндрическим парусом, 1921 г.

Суть идеи состоит в использовании эффекта Магнуса: при обтекании вращающегося тела в потоке жидкости или газа возникает боковая сила, пер-

пендикулярная направлению потока. Дело в том, что вращающийся объект создаёт вокруг себя вихревое движение среды, и с той стороны, где скорость потока совпадает с направлением скорости объекта (сверху на рисунке 0.2), возникает область пониженного давления, в результате чего и появляется боковая сила [14]. С исторической точки зрения стоит отметить, что это явление было открыто Б. Робинсом в 18-м веке [15]. Робинс изучал отклонение вращающихся снарядов от расчётной параболической траектории. Он утверждал, что вращение снаряда вокруг продольной оси создаёт асимметрию потока, которая вызывает боковое смещение снаряда [16]. Спустя сто лет Г. Магнус продемонстрировал смещение цилиндра, вращающегося в горизонтальном потоке в ту сторону, где поток воздуха и вращающаяся поверхность двигались в одном направлении [17]. Боковое отклонение вращающихся тел, движущихся в потоке воздуха, обсуждалось позднее в работах [18; 19]. Оказалось, что боковая сила по величине может значительно превосходить силу давления, действующую на неподвижный ротор эквивалентного размера [20]. В 1922-м году сразу после успешных испытаний макета лодки Флеттнер получил патент на изобретение [21], а спустя два года появилось первое полноразмерное судно с цилиндрическим парусом [22]. Для этого на парусной шхуне «Букау» заменили оригинальную парусную установку двумя металлическими роторами высотой около 12 м и диаметром около 3 м. Их вращение со скоростью до 125 об/мин поддерживалось двумя электродвигателями мощностью по 11 кВт каждый. Использование цилиндрических парусов по сравнению с традиционными влекло ряд преимуществ. Вес роторной силовой установки составлял лишь пятую часть от оригинальных парусов и оснастки. Ротор обладает высоким коэффициентом силы тяги (2,5—10) против парусного (1—1,1) [23]. Новый тип ветроустановки гораздо более прост в управлении (см. рисунок 0.3), по сравнению с парусной установкой экипаж судна удалось сократить с 20 до 10 человек [24]. За счёт смены направления вращения цилиндров можно изменить направление силы тяги, тогда как постановка и переориентация парусов требует большего времени и усилий. Использование роторов уменьшало риск опрокидывания и увеличивало устойчивость судна в штормовую погоду.

В 1925 году с судном «Буккау» в Германии была проведена серия испытаний. Оказалось, что цилиндрический парус позволяет идти под более острым углом к ветру: 20–30 градусов, тогда как при оригинальном парусном снаряжении этот угол для судна «Буккау» не мог быть менее 45 градусов [25].

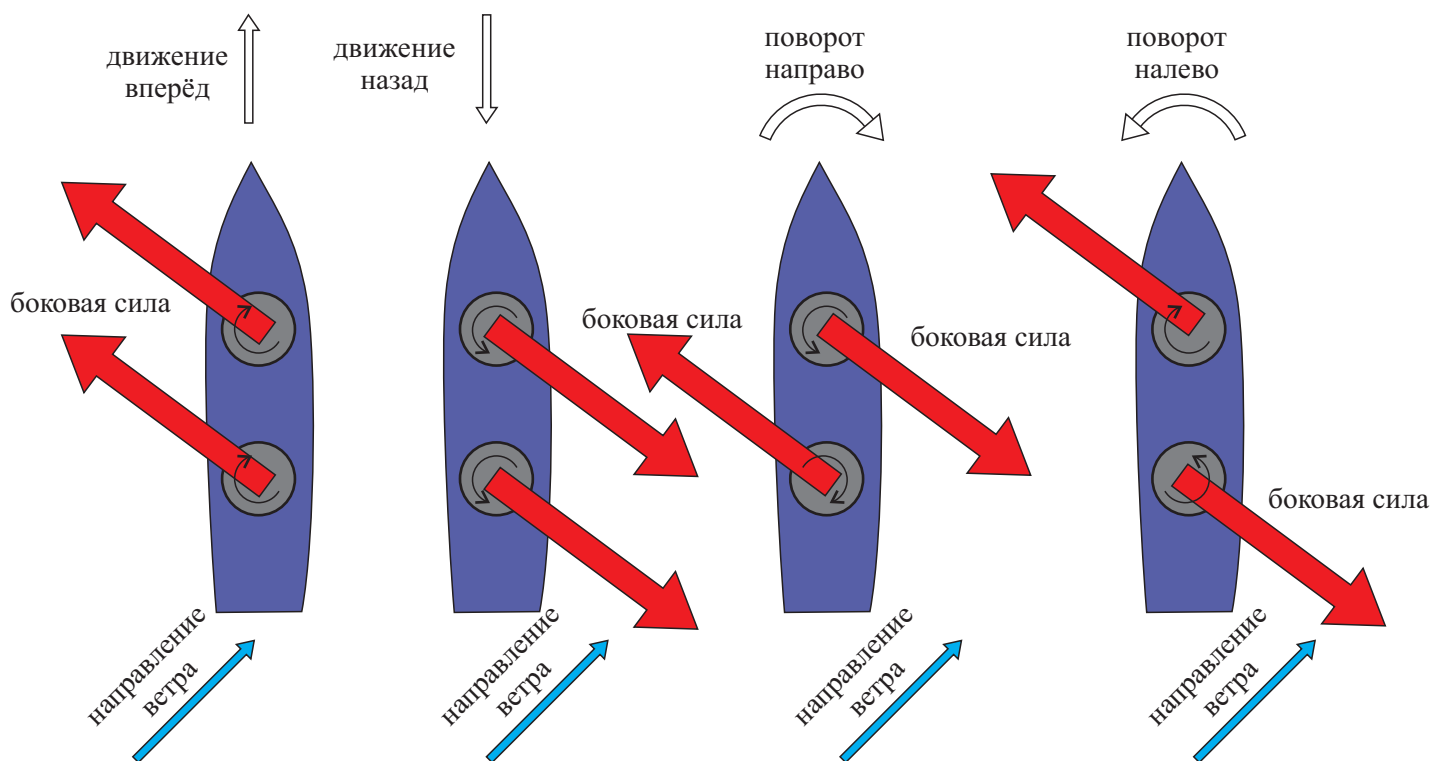


Рисунок 0.3 — Манёвренность судна с двумя цилиндрическими парусами

На рисунке 0.4 сплошными кривыми 1, 2 представлены расчётные кривые, отражающие зависимость общего аэродинамического воздействия и лобового сопротивления на роторы судна «Буккау» при различной скорости ветра. Для сравнения на этом же рисунке пунктиром 3 представлено аэродинамическое сопротивление классических парусов.

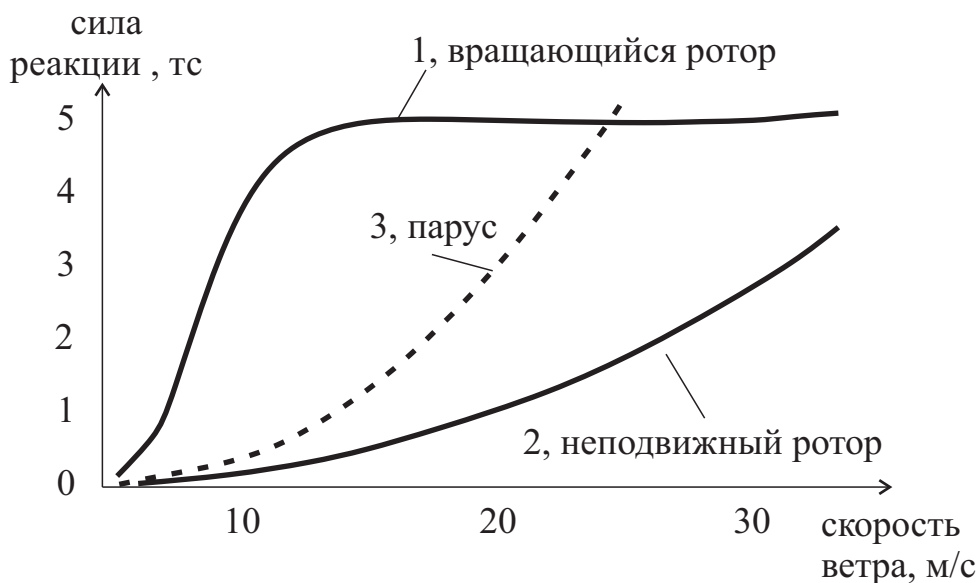


Рисунок 0.4 — Аэродинамическое воздействие в зависимости от скорости ветра

Помимо этого было предложено использовать цилиндрические паруса в дополнение к основному несущему винту, сопряжённому с дизельным мотором

мощностью в 120 кВт [25]. Такое сочетание позволяло уменьшить расход топлива на главный двигатель на 20–40%. В 1926 году гибридный корабль с цилиндрическими парусами совершил рейс из немецкого Баден-Бадена в Нью-Йорк через Южную Америку, преодолев около 10000 км [26]. При этом корабль расходовал всего 12 тонн мазута, по сравнению с 45 тоннами для теплохода того же размера без роторов [27]. В 1926 году на бременской верфи было построено и введено в эксплуатацию более крупное судно «Барбара» с тремя цилиндрическими роторами высотой 17.1 м, диаметром 4.2 м и двумя дизельными двигателями общей мощностью 1100 л.с. [28]. Оно использовалось в качестве обычного грузового судна в Средиземном море. Его скорость под роторными движителями и боковым ветром около 10 м/с достигала 11 км/ч, а при совместной работе с главными дизельными двигателями — до 24 км/ч [28].

Казалось, что роторные суда ожидают успешное развитие. Однако за несколько лет работы судно «Барбара» так и не смогло окупить инвестиционные затраты. Кроме того, начало великой депрессии в 1929 году значительно снизило стоимость дизельного топлива. По этим причинам, эксплуатация судов с цилиндрическими роторами стала нерентабельной ввиду низкой экономии и существенными расходами на техническое обслуживание. В последующие годы судна «Буккау» и «Барбара» были лишены роторов и эксплуатировались в качестве классических теплоходов.

Интерес к роторным кораблям возродился в 1970-х годах в связи с резким ростом цен на нефть. Появился ряд проектов использования таких движителей на различных судах. Д. Ж. Велликам предложил установить на грузовом судне два ротора диаметром 12.5 м и высотой 75 м, а мощность основного двигателя уменьшить до величины, обеспечивающей скорость 16 км/ч. Половина этой мощности использовалась для вращения цилиндрических роторов. Согласно расчётам, при благоприятном боковом ветре судно развивало скорость около 40 км/ч [29]. В 1977 г. С. Бэррон разработал идею установки трёх роторов высотой по 53 м и диаметром 12,5 м на судно для перевозки насыпных грузов. При боковом ветре 8.5 м/с скорость судна с выключенными главными двигателями составляла около 30 км/ч [23]. В советском ЦНИИ морского флота были описаны расчёты по установке трёх цилиндрических роторов на танкер грузоподъёмностью 27 000 т [30].

Коммерческое развитие цилиндрического паруса в качестве судового движителя началось только в XXI веке. В 2008 году компания Enercon, за-

нимающаяся ветроэнергетикой, спустила на воду гибридное роторное судно под названием E-Ship 1 с четырьмя цилиндрическими парусами. Роторы вращаются принудительно посредством дизельных двигателей: как сообщается в техническом отчёте Enercon [31], благодаря цилиндрическому парусу достигается снижение расхода топлива на 30%. Судно способно развивать скорость до 32,4 км/ч [31]. В соответствии с полярными диаграммами, опубликованными компанией ENERCON, наибольшая экономия топлива (40%) достигается при движении ортогонально потоку ветра [31].

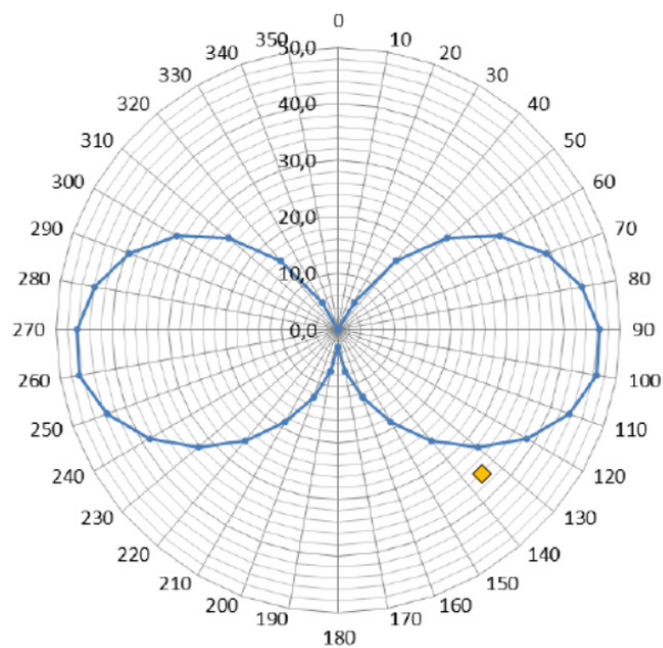


Рисунок 0.5 — Полярная диаграмма, отражающая процент экономии топлива при различном курсе движения, постоянной скорости ветра 44 км/ч и постоянной скорости движения судна в 30 км/ч

Судно E-Ship 1 используется и в настоящее время. На сегодняшний день оно преодолело более 17000 морских миль без упоминания о каких-либо поломках.

Способность вращающихся цилиндров в потоке среды создавать аэродинамические силы была изучена в работе [32]. Было обнаружено, что при определённых условиях вращающиеся цилиндры способны развивать высокие значения коэффициента боковой силы и аэродинамической эффективности (т.е. отношения боковой силы к силе лобового сопротивления). Позднее была представлена экспериментальная работа [33] по исследованию вращающихся цилиндров в потоке среды. Исследовано влияние числа Рейнольдса ( $Re$ ) и со-

отношения геометрических параметров ротора на коэффициенты подъёмной силы, лобового сопротивления и крутящего момента.

Совсем недавно было проведено теоретическое исследование функционирования цилиндрического паруса [34]. В указанной работе представлен численный анализ аэродинамических характеристик роторов Флеттнера при высоком числе Рейнольдса ( $Re = 1,6 \cdot 10^6$ ) в зависимости от изменения скорости вращения ротора и соотношения сторон. Также приведены статистические выражения, описывающие зависимости коэффициентов подъёмной силы и силы лобового сопротивления от скорости вращения.

В работе [35] на основе уравнений Навье-Стокса построена математическая модель судна с турбопарусом, проведён параметрический анализ. Показано, что под действием боковой силы корабль с ротором способен перемещаться под более острым углом к встречному ветру, по сравнению с классическим парусником.

### **0.3 Прямолинейное движение навстречу ветру за счёт энергии ветра**

Известны схемы, реализующие строго прямолинейное движение навстречу потоку за счёт энергии этого потока. Если обратиться к истории, то впервые подобный способ передвижения появился не позднее 15 века. В итальянских гравюрах [36] художника-инженера Мариано Таккола встречается иллюстрация, описывающие движение против течения реки (см. рисунок 0.6). Для этого на лодку устанавливаются гребные винты, выше по течению бросают якорь. Из-за разницы радиусов водного колеса и вала, на который наматывается канат, можно организовать движение против течения за счёт энергии течения и крепления ко дну. Иллюстрация аналогичного механизма представлена в книге Дешале 1677 г.[37].

Прототип водохода в натуральную величину, способного перемещаться вверх по течению реки был создан в России И.П. Кулибиным в XVIII веке [38]. На борту судна располагались два колеса, вращение которых поддерживалось встречным течением реки. Это вращение передавалось посредством зубчатой передачи на вал барабана, наматывающего канат. Свободный конец каната при-





Рисунок 0.6 — Иллюстрация из итальянской книги «Машины», 1449 г.

вязывался к якорю, брошенному выше по течению реки. При вращении колёс канат наматывался на приводящий барабан, в результате чего водоход подтягивался по канату к якорю. В 1782 году прошло первое испытание такого водохода на реке Неве. Баржа, нагруженная 62 тоннами песка уверенно шла против течения реки с такой скоростью, что следовавшая за ней четырёхвёсельная лодка едва могла поспеть [39]. Позднее водоход Кулибина был усовершенствован. В 1804 году на реке Волге вблизи Нижнего Новгорода новая версия водохода с грузом 55 тонн песка смогла развить скорость 10 км/ч. Испытания были признаны успешными, однако практического применения это изобретение так и не получило, в силу надвигающегося развития эры парового флота, и в конечном



итоге водоход был разобран. Современный макет этого устройства по настоящее время находится в Нижегородском музее речного флота 0.7.

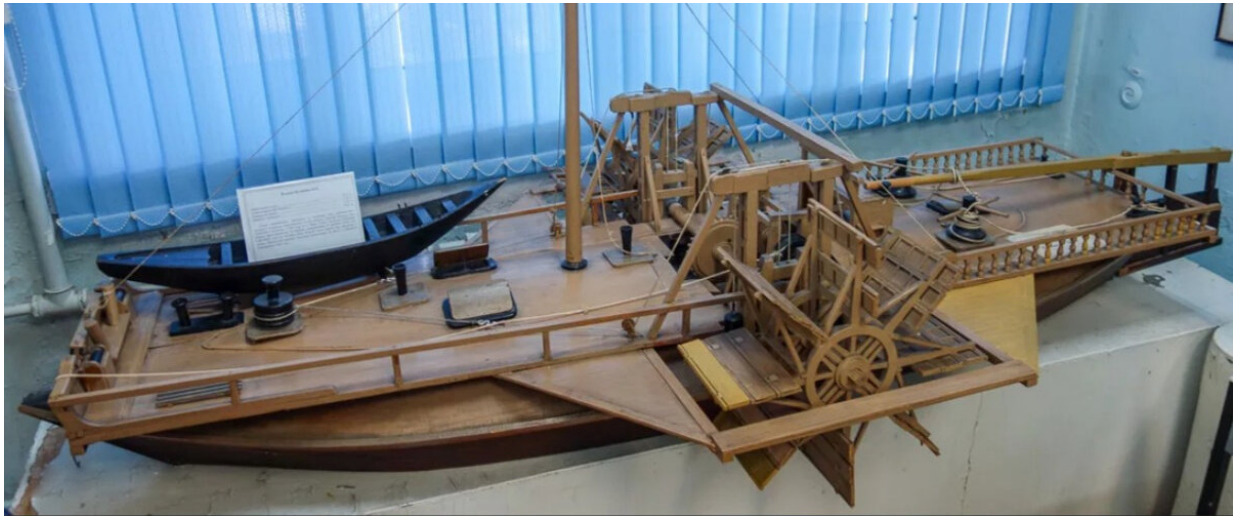


Рисунок 0.7 — Макет водохода Кулибина в Нижегородском музее

В середине XX-го века экологические проблемы, касающиеся загрязнения окружающей среды различными видами топлива породили интерес к возобновляемым источникам энергии и, как следствие, к парусным судам. При этом был поставлен вопрос о возможности замены паруса движителем пропеллерного типа. Идея использовать пропеллер на парусных судах, судя по всему, восходит к концу XIX века. Немецкий инженер Карл Эхтермейер построил судно, гребной винт которого приводился во вращение двумя ветряками пропеллерного типа, установленными на мачтах [40].

В статье [41] описан способ организации движения колёсной капсулы с пропеллерной трубиной в цилиндрической трубе навстречу потоку ветра за счёт энергии ветра. В [40] сказано о более ранней разработке в 1966 году колёсного автомобиля с компенсацией аэродинамических потерь. Для этого часть энергии встречного потока воздуха преобразуется посредством пропеллеров в механическую энергию и передаётся при помощи редукторов на передние колёса. Автор указал о проведении испытаний, подтверждающих возможность прямолинейного движения навстречу ветру за счёт энергии ветра. Немного позднее были опубликованы теоретические статьи И. Вольфа [42; 43], описывающие прямолинейное движения судна навстречу ветру.

Принципиальная возможность движения судна против направления ветра за счёт энергии этого ветра неоднократно подвергалась сомнениям. Так Ю.С. Крючков в работах [44; 45] выполнил расчёты, согласно которым

предельный угол между направлением ветра и курсом движения судна с ветроустановкой пропеллерного типа лежит в диапазоне  $30^\circ - 40^\circ$ . Однако, при составлении исходного уравнения была допущена ошибка, в связи с чем основные выводы Крючкова оказались неверными. На это было указано инженерами Б. Григорьевым и Г. Лысенко [46]. Авторы сообщили о проведении детальных расчётов судна с ветродвигателем, определения скорости движения судна навстречу ветру, а также под различными углами к нему. В 1975 году Б. Григорьев и Г. Лысенко изготовили модель байдарки с подвесным ветродвигателем. Согласно [46], байдарка развивала скорость 5 км/ч относительно воды при скорости встречного потока 18 – 21 км/ч. Результаты указанных испытаний и последующая переписка с Ю.С. Крючковым завершили этот спор [47; 48].

В зарубежной научной литературе схема катамарана с пропеллером и гребным винтом впервые упоминается в 1975 году [49]. Математическая модель такого катамарана описана в [50]. Вывод уравнений движения катамарана построен на основе интеграла Бернулли. При условии отсутствия аэродинамического сопротивления корпуса и гидродинамического сопротивления поплавков катамарана выписано необходимое условие развития положительной тяги для движения навстречу ветру. Это условие имеет следующий вид:  $\rho_w S_w / \rho_a S_a \geq 0.5$ . Здесь  $\rho_{w/a}$  — плотность воды / воздуха, соответственно и  $S_{w/a}$  — площадь гребного винта / пропеллера, соответственно. Для случая идеального пропеллера, который способен забрать всю мощность от набегающего потока ветра указано, что максимальная скорость движения в два раза выше скорости потока. В работе сказано о построении модели катамарана, имеющей пропеллер диаметром 36 см и гребной винт диаметром 10 см. Соединительный вал расположен на корпусе под углом  $22^\circ$  к горизонту. При скорости набегающего потока 5 м/с катамаран развивал силу тяги 1Н. Так же в работе [50] обсуждалась возможность установки на катамаран ветротурбины с вертикальной осью вращения вместо установки пропеллерного типа.

Первые полноразмерные суда, использующие для движения комбинацию пропеллера и гребного винта появились в 1980-х. В 1981 г. Анри Альба построил катамаран «Хоббикэт», который, как утверждалось, развивал скорость 9,2 км/ч против ветра при скорости ветра 36 км/ч [51]. В 1985 году была разработана яхта «Фалкон» с пропеллером, диаметром 2,5 м и гребным винтом диаметром 0,57 м [52]. Было показано, что при увеличении скорости ветра соотношение скорости судна и скорости ветра уменьшается. Максимум этого соотношения был

определён при скорости ветра около 26 км/ч. Также была исследована скорость судна при различном курсе движения, в том числе при попутном ветре и боковом ветре. Максимальная скорость составила 6,5 км/ч против ветра, 9,2 км/ч под боковым ветром и 9,5 км/ч по ветру. К 1986 году 4 патента были зарегистрированы в Англии, и по одному — в Новой Зеландии и США [53]. Среди них можно отметить яхту «Ревелейшен» Д. Уилкинсона, которая могла двигаться навстречу ветру со скоростью 8 км/ч при скорости ветра 36 км/ч. Пропеллер этой яхты имел 6 лопастей и диаметр 7,46 м, он был установлен на вращающейся мачте. Изменение шага лопастей и поворот мачты осуществлялись при помощи специальных гидроприводов. Вращение от пропеллера передавалось четырёхлопастному гребному винту, диаметром 0,9 м посредством понижающего редуктора с коэффициентом 1,6.

На сегодняшний день в промышленной отрасли распространение получили гибридные транспортные суда. Для движения они используют электрическую энергию, вырабатываемую солнечными батареями и ветротурбинами различных типов [54—56].

#### 0.4 Теория ветромобиля

Качественный скачок в развитии механических устройств, использующих энергию ветра для движения произошёл после создания теории ветромобиля [57], когда было доказано, что колёсные аппараты, оснащённые горизонтально-осевыми ветротурбинами, способны (в отличие от парусников) перемещаться строго против ветра, используя только энергию ветра, так что их манёвренность практически не ограничена. Не менее интересным и неочевидным является вопрос о возможности движения по направлению потока со скоростью, превышающей скорость этого потока. Относительно самого устройства такой тип движения можно рассматривать как перемещение против потока среды. Поэтому движение быстрее ветра за счёт энергии ветра представляется вполне возможным.

Считается, что первое транспортное средство, которое, используя только энергию ветра, могло разгоняться в направлении ветра с нулевой скорости до скорости, превышающей скорость ветра было создано и описано Эндрю Бауэ-

ром в 1969 г. В отчёте [57] указано о построении прототипа такого устройства, называемого ветромобилем. Прототип представляет собой колёсную тележку общей массой 122 кг, задняя ось которой связана ремённой передачей с пропеллером диаметром 4,69 м. Согласно результатам эксперимента ветромобиль развивал скорость 8,4 м/с при скорости ветра 7 м/с.

Анализ подобного устройства был проведён Виктором Корепановым [58]. Автор заявил о теоретической возможности разгона до скорости, в 4.2 раза быстрее ветра без предварительного накопления энергии, однако достоверных испытаний не проводилось.

В 2010 г. появилось сообщение о построении и испытаниях болида «Blackbird», приводимого в движение ветром. По результатам задокументированных заездов, устройство развивало скорость в 2.8 раза превышающую скорость ветра. Динамическая модель ветромобиля «Blackbird» представлена в работе [59]. Показано, что за счёт изменения передачи вращения от колёс пропеллеру можно существенно ускорить разгон ветромобиля, а с помощью понижения передаточного числа — немного увеличить скорость на стационарном режиме.

Численный расчёт скорости ветромобиля был выполнен в работе [60]. Для описания аэродинамики пропеллера авторы воспользовались программным обеспечением JavaProp. Показано, что при определённом выборе параметров ветромобиль способен развить скорость в 2,525 раза выше скорости ветра.

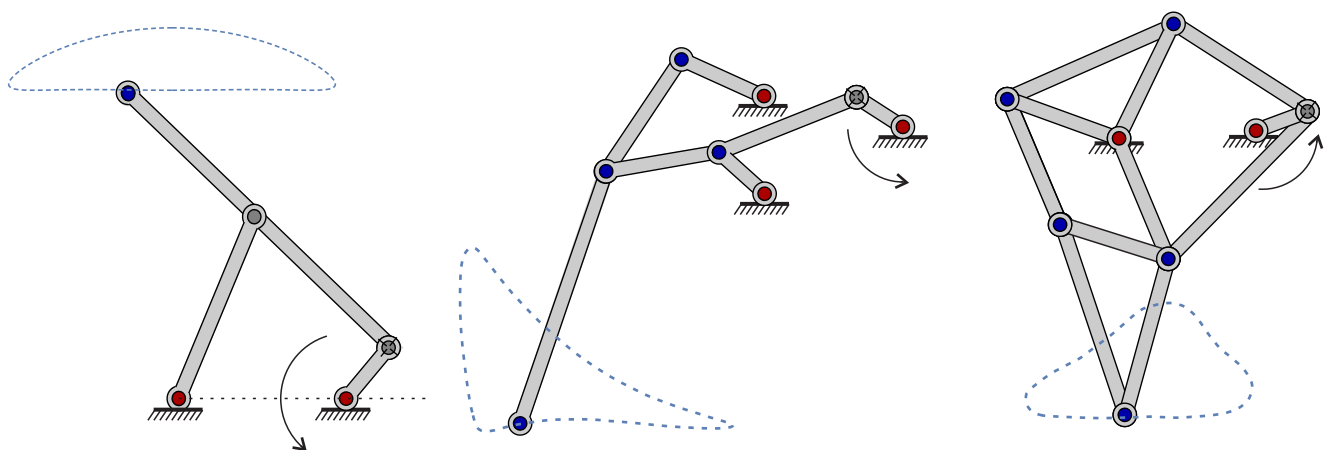
Роль коэффициента передачи при разгоне ветромобиля обсуждалась в работе [61]. В статье [62] введена общая теория движения устройства на границе двух сред, движущихся друг относительно друга. Был представлен метод оптимизации пропеллера для устройств, движущихся за счёт энергии ветра. Приведён пример использования этой теории для описания движения ветромобиля.

В работах [63; 64] разработаны и исследованы ветромобили на базе нетрадиционных ветряных турбин. В статье [63] приводом для ветромобиля выступает ветроустановка колебательного типа. Колебания ветроприёмной пластины инициируют вращение ведущих колёс. В системе был выполнен параметрический анализ, в ходе которого описаны зависимости средней скорости устройства на периодических решениях от параметров модели.

## 0.5 Шагающие аппараты, использующие для движения энергию ветра

Для перемещения по «пересечённой местности» (а также для изучения небесных тел) в некоторых случаях шагающие механизмы могут оказаться предпочтительнее колёсных [65; 66]. Поэтому представляется актуальным для шагающих устройств с ветроприводом «повторить» то, что уже сделано для колёсных: показать, что они могут перемещаться против ветра, а не только по ветру или поперёк потока. Необходимо отметить, что даже задача организации перемещения шагающих машин поперёк потока является достаточно сложной и лишь относительно недавно получила красивое решение [67]. Было бы интересно показать, что шагающие роботы, приводимые в действие ветряными турбинами, могут так же двигаться и прямо против ветра.

Существуют различные схемы шагающих машин. Некоторые из них представлены на рисунке 0.8.



$\lambda$ -механизм Чебышева

механизм Кланна

механизм Янсена

Рисунок 0.8 — Схемы плоских шарнирных механизмов, переводящих движение по окружности в приближённое к прямолинейному

Среди устройств, реализующих движение, приближённое к прямолинейному одним из наиболее распространённых считается так называемый  $\lambda$ -механизм (в частности, некоторые ветроэнергетические машины Янсена используют эту схему) [68]. Это плоский шарнирный механизм с одной степенью свободы, который преобразует движение кривошипа по окружности в движение, приближённое к прямолинейному. Механизм был разработан П.Л. Чебышевым в конце XIX века как часть первой стопходящей машины [69; 70]. Впоследствии

было предложено множество модификаций лямбда-механизма, сохраняющих основные особенности его кинематики, например [71]. Следует отметить, что интерес к этому механизму обусловлен его простотой и тем, что он позволяет организовать практически безударную ходьбу.

Из публикации [72] известен шестизвенный шарнирный механизм Клана, реализующий приближённое к прямолинейному движение, схожее с фазой шага у насекомых. Устройство включает раму с разнесёнными осевыми опорами, стойку, соединённые в осевом направлении верхнее и нижнее коромысла, ограничивающие возвратно-поступательное движение ноги. Нога приводится в движение соединительным рычагом, приводимым, в свою очередь, в действие вращающимся кривошипом. Положение и конфигурация осевых соединительных узлов задают перемещение, которое стопа совершает при каждом обороте кривошипа. Оба коромысла и кривошип закреплены на раме в осевом направлении. Вращение кривошипа передаётся на соединительный рычаг, заставляя ногу двигаться в дугообразном возвратно-поступательном движении по ограниченному дугообразному пути, что имитирует походку животного с ногами. Шагающее устройство может приводиться в действие вручную или быть моторизовано за счёт подачи моторизованной мощности на кривошипные оси. Детальное описание кинематики этого механизма построено в работе [73]. Ключевым недостатком этого механизма является большое горизонтальное ускорение опорного звена на прямолинейном участке, что приводит к резкости при движении шагающего аппарата, а также повышению износа деталей.

Известен также механизм Тео Янсена, состоящий из 11 звеньев и приближающий прямолинейное движение [74]. Основным преимуществом этого механизма является плавность поступательного движения. На базе данного механизма были разработаны шагающие аппараты, которые используют энергию ветра для перемещения. Аппараты Янсена передвигаются в направлении ветра, используя паруса, а также перпендикулярно потоку, посредством использования пропеллера. Главным недостатком представленных аппаратов является высокая сложность изготовления и сборки из-за большого количества элементов. Кроме того, до настоящего времени неизвестны конструкции таких аппаратов, которые были бы способны двигаться прямолинейно против ветра за счёт энергии этого ветра.

Во второй главе диссертационной работы рассматривается конструкция четырёхногого шагающего аппарата, способного двигаться навстречу ветру за

счёт энергии этого ветра. Аппарат построен на базе стопоходящей машины Чебышёва [75]. Машина Чебышёва содержит 4 трёхзвенных лямбда-механизма и имеет два синхронно вращающихся вала, на концах которых закреплены кривошипы лямбда-механизмов. Машина может приводиться в движение с помощью мотора, либо механическим воздействием на корпус. Конструкция стопоходящей машины допускает техническое упрощение, которое сохраняет основные кинематические свойства, но уменьшает общее число звеньев. Реализация этого упрощения была выполнена автором работы и детально раскрыта в патенте [76].

## 0.6 Разные устройства. Движение произвольным курсом

Для транспортных устройств наряду с пропеллерными турбинами представляется уместным использование роторов с вертикальной осью вращения. Примерами таких роторов могут служить турбины Савониуса или Дарье [77–79]. При этом основным преимуществом является отсутствие чувствительности ветроприёмного устройства к направлению ветра. В научной литературе известно множество работ, посвящённых моделированию поведения таких турбин в потоке. Среди них отметим статью [80], в которой проведена экспериментальная идентификация коэффициентов аэродинамического воздействия на ротор Савониуса. Полученные результаты идентификации применены для исследования динамики колёсной тележки, с установленным на неё ротором Савониуса в роли силового привода. Продемонстрирована возможность движения тележки навстречу ветру за счёт энергии ветра.

Конструкция водного судна с ротором Савониуса, который выступает силовым приводом, была предложена в патентах [81] и [82], а также описана в статье [83]. В частности утверждается [83], что конструкция позволяет двигаться прямо против ветра. Однако на данный момент в литературе не рассматривалась математическая модель такого объекта, не было получено оценок для характеристик его движения.

Растущее внимание к сокращению выбросов углекислого газа и возможная острая нехватка нефти в будущем вызывают интерес к использованию альтернативных источников энергии в качестве двигателя транспортных устройств. Описанные в литературном обзоре примеры практической реали-

зации устройств, использующих энергию ветра для движения по суше и воде подтверждают актуальность исследований в данной области. Такие устройства позволяют уменьшить загрязнение окружающей среды различными видами топлива, снизить эффективное аэродинамическое сопротивление, обеспечить надёжную эксплуатацию в экстремальных условиях холода или пустынях. Более того, ветроэнергетические установки могут найти применение при конструировании планетоходов для исследования планет с атмосферой.



## Глава 1. Движение по воде против ветра за счёт энергии ветра. Катамаран с пропеллером и гребным винтом

1

Первая глава диссертационной работы посвящена описанию движения катамарана с пропеллером и гребным винтом строго против направления ветра за счёт энергии этого ветра. Построена математическая модель такой системы. Исследованы стационарные режимы движения, условия их реализации и устойчивости, проанализирована скорость корпуса катамарана в зависимости от параметров модели. В заключении представлены результаты экспериментальной работы с тестовыми прототипами. Результаты, обсуждаемые в первой главе опубликованы в работе [84].

### 1.1 Описание модели и постановка задачи

Рассмотрим механическую систему, состоящую из катамарана, выполненного в виде двух одинаковых и соединённых между собой поплавков, ветроприёмного пропеллера, гребного винта и соединяющей их системы валов. Центры масс пропеллера и винта находятся в местах соединения с валом. Центр масс поплавков — их геометрический центр. Обозначим через  $m$  общую массу системы. Считаем, что катамаран находится в достаточно глубоком водоёме без волн и подводных течений, в стационарном горизонтальном потоке ветра, скорость которого равна  $\vec{v}$ . Механика движения такого катамарана состоит в следующем: под действием набегающего потока ветра пропеллер вращается и передаёт вращение через соединительный вал гребному винту. Гребной винт создаёт тягу, превосходство которой над силами лобового сопротивления может обеспечить движение катамарана навстречу потоку.

Схема механической системы представлена на рисунке 1.1. Обозначим моменты инерции пропеллера и гребного винта относительно их неподвижных

---

<sup>1</sup>При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации, выполненные автором лично или в соавторстве, в которых, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [84]

осей динамической симметрии соответственно  $J_a$  и  $J_w$ . Выберем ось  $Ox$  неподвижной системы координат направленной противоположно скорости ветра. Движение корпуса считается прямолинейным вдоль выбранной оси  $Ox$ .

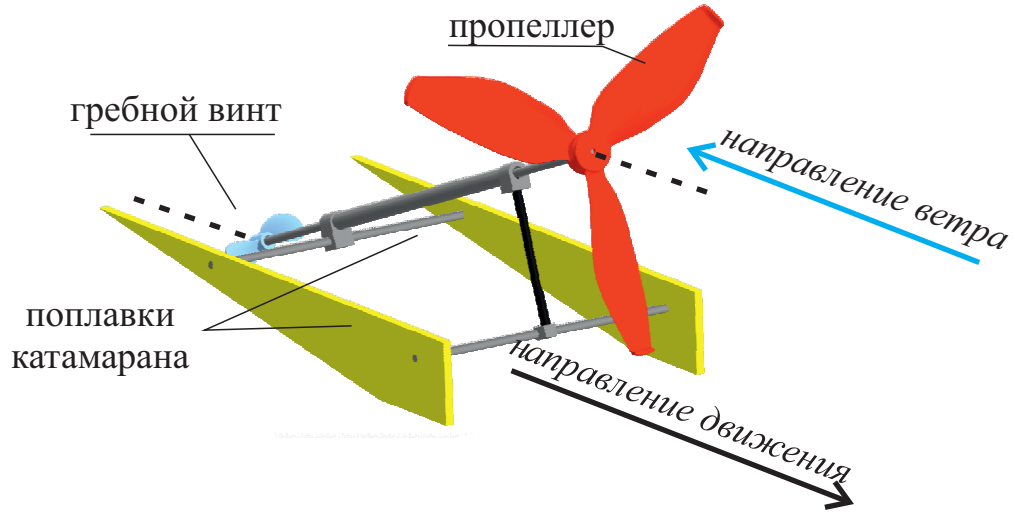


Рисунок 1.1 — Схема катамарана с пропеллером и гребным винтом

Пропеллер и гребной винт могут вращаться без трения вокруг своих осей динамической симметрии, находящихся в горизонтальной плоскости (эти оси указаны пунктиром на 1.1). Система соединительных валов сконструирована с учётом возможности изменения коэффициента передачи вращения так, что  $n$  оборотов пропеллера преобразуются в один оборот гребного винта. Положение механической системы будем описывать обобщёнными координатами:  $\chi$  — горизонтальная координата центра масс системы и  $\varphi$  — угол поворота вала гребного винта.

Рассмотрим заданные силы:  $T_{water}$  — сила тяги гребного винта,  $F_{aero}$  — лобовое сопротивление пропеллера,  $R$  — гидродинамическое сопротивление корпуса. Пропеллер под действием ветра создаёт аэродинамический момент  $M_{aero}$ . При вращении гребного винта на него действует момент гидродинамических сил, который обозначим как  $Q_{water}$ .

Уравнения движения могут быть составлены на основе формализма Лагранжа:

$$\begin{cases} (J_a n^2 + J_w) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_{aero} - Q_{water}, \\ m \frac{d^2 \chi}{dt^2} = T_{water} - F_{aero} - R. \end{cases} \quad (1.1)$$

Описание аэро- гидродинамического воздействия осуществим в рамках квазистатического подхода [11].

Рассмотрим кинематику вращения пропеллера и винта детально.

## 1.2 Упрощённое описание воздействия потока на лопасти пропеллера и гребного винта. Численно–аналитическое исследование

В этой части работы зафиксируем коэффициент передачи  $n = 1$  и сопротивление корпуса  $R = 0$ . Вначале составим грубое, но при этом упрощённое описание воздействия сред на лопасти пропеллера и винта. Следуя работе [11], будем считать, что пропеллер и гребной винт представляют собой вертушку с несколькими одинаковыми лопастями, которая может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, ориентированной вдоль ветра. При этом форма основной части лопасти достаточно близка к тонкой плоской пластине (на практике же лопасти реальных пропеллеров и гребных винтов имеют явно выраженную закрутку, однако на первом этапе описания мы будем пренебрегать этим для упрощения анализа). Каждая лопасть развёрнута относительно плоскости вращения на установочный угол  $\delta$ . Поскольку все лопасти находятся в одинаковых условиях, достаточно рассмотреть воздействие среды только на одну из них, а затем просуммировать.

В рамках квазистатического подхода считаем, что общее воздействие потока среды приложено в некоторой точке лопасти, называемой центром давления. Оно полностью определяется так называемой воздушной скоростью этой точки — скоростью центра давления относительно набегающего потока.

Результирующую силу потока среды на лопасть разложим на две взаимно ортогональные составляющие: сила  $D$  лобового сопротивления, противонаправлена воздушной скорости, подъёмная сила  $L$  ортогональна  $D$ . Для величин подъёмной силы и силы лобового сопротивления используется структурно одинаковая форма представления [11], [85]:

$$L = \frac{\rho S}{2} V^2 C_L(\alpha), \quad D = \frac{\rho S}{2} V^2 C_D(\alpha). \quad (1.2)$$

Здесь  $\rho$  — плотность среды, в которой находится рассматриваемый элемент (в данном случае, воздух или вода),  $S$  — характерная площадь лопасти,  $V$  — скорость центра давления относительно потока,  $C_L(\alpha)$  и  $C_D(\alpha)$  — безразмерные коэффициенты подъёмной силы и силы лобового сопротивления для пропеллера и гребного винта, соответственно. Эти коэффициенты являются функциями

мгновенного угла атаки  $\alpha$  и эталонными характеристиками лопасти (пластины), которые определяются экспериментально.

### 1.2.1 Кинематика вращения пропеллера

Свяжем оси подвижной системы координат  $\xi, \eta, \zeta$  с центром пропеллера следующим образом: ось  $\xi$  направлена вдоль оси  $x$ , ось  $\eta$  вертикальна, а ось  $\zeta$  дополняет систему до правой тройки. Рассмотрим проекцию лопасти пропеллера на плоскость  $\xi, \eta$ . Пусть  $A$  — центр давления рассматриваемой лопасти пропеллера. Обозначим нижним индексом  $a$  все параметры, имеющие отношение к пропеллеру.

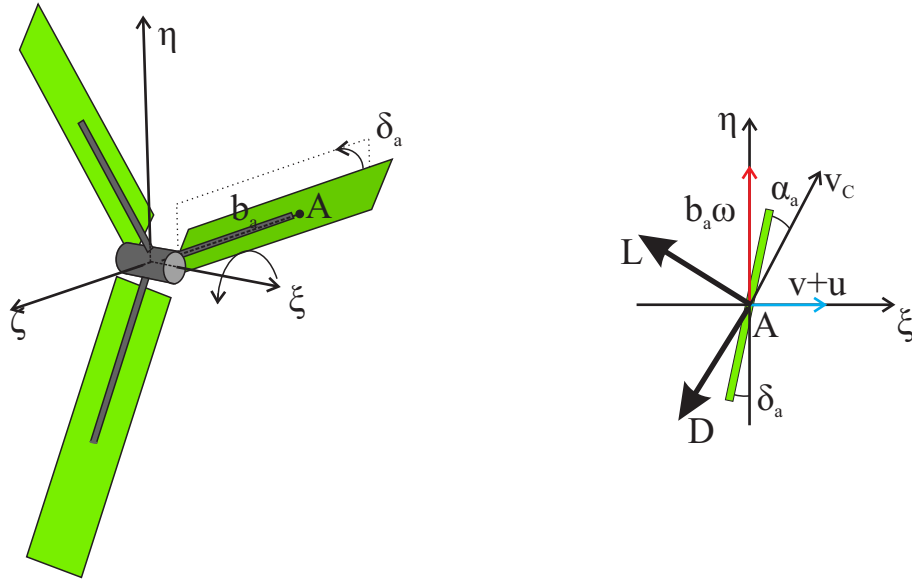


Рисунок 1.2 — Кинематика вращения пропеллера

Пусть  $b_a$  — расстояние от оси вращения пропеллера до центра давления рассматриваемой лопасти. Вектор  $\vec{V}_A$  воздушной скорости центра давления формируется за счёт поступательного движения со скоростью  $(\dot{\chi} + v) \vec{e}_\xi$  лопасти относительно ветра и вращения лопасти со скоростью  $b_a \dot{\phi}$ . Величина  $V_A$ , очевидно, определена соотношением:

$$V_A = \sqrt{b_a^2 \dot{\phi}^2 + (\dot{\chi} + v)^2}.$$

Из геометрических соображений ясно, что выражение для мгновенного угла атаки имеет вид:

$$\alpha_a = \arctan \frac{\dot{\chi} + v}{b_a \dot{\phi}} - \delta_a.$$

Число лопастей пропеллера обозначим как  $N_a$ . Последовательно спроектируем  $\vec{L}$  и  $\vec{D}$  на оси  $\xi, \eta$  и получим выражения для величин аэродинамического сопротивления и момента пропеллера, соответственно:

$$F_{aero} = -N_a \frac{\rho_a S_a}{2} V_A (b_a \dot{\phi} C_L(\alpha_a) + (\dot{\chi} + v) C_D(\alpha_a)). \quad (1.3)$$

$$M_{aero} = N_a b_a \frac{\rho_a S_a}{2} V_A ((\dot{\chi} + v) C_L(\alpha_a) - b_a \dot{\phi} C_D(\alpha_a)). \quad (1.4)$$

### 1.2.2 Кинематика вращения гребного винта

По аналогии с пропеллером, построим описание гребного винта. Перенесём начало подвижной системы координат к центру винта. Как и прежде, будем рассматривать проекцию лопасти на плоскость  $\xi, \eta$ . Установочный угол лопастей гребного винта обозначим через  $\delta_w$ , расстояние до центра давления  $b_w$ .

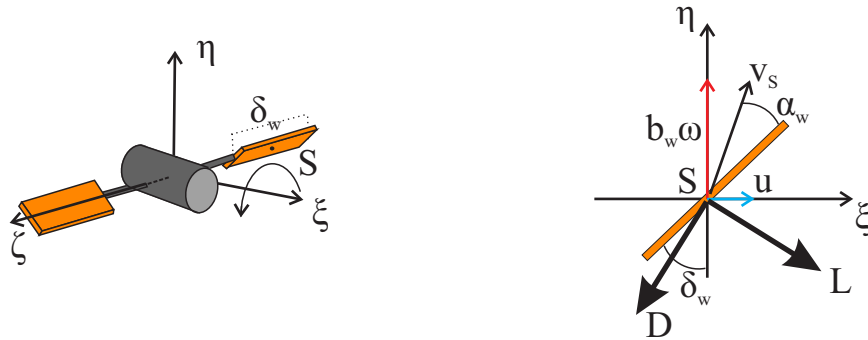


Рисунок 1.3 — Кинематика вращения гребного винта

Выражение мгновенного угла атаки принимает вид

$$\alpha_w = \arctan \frac{\dot{\chi}}{b_w \dot{\phi}} - \delta_w.$$

И наконец, запишем формулы для определения тяги и гидродинамического момента гребного винта:

$$T_{water} = -N_w \frac{\rho_w S_w}{2} V_S (b_w \dot{\phi} C_L(\alpha_w) + u C_D(\alpha_w)), \quad (1.5)$$

$$Q_{water} = N_w b_w \frac{\rho_w S_w}{2} V_S (\dot{\chi} C_L(\alpha_w) - b_w \dot{\phi} C_D(\alpha_w)). \quad (1.6)$$

В этих формулах  $N_w$  — количество лопастей гребного винта. Функции, описывающие аэро/гидродинамику не зависят от положения  $\chi, \phi$  системы и, как видно из уравнений (1.1), введённые обобщённые координаты являются циклическими. Далее будем пользоваться следующими обозначениями:  $\frac{d\chi}{dt} = u$  — обобщённая скорость центра масс,  $\frac{d\phi}{dt} = \omega$  — обобщённая угловая скорость вала гребного винта.

После подстановки выражений (1.3), (1.4), (1.5), (1.6) в (1.1) уравнения движения катамарана с учётом  $n = 1, R = 0$  принимают вид

$$\begin{cases} (J_a + J_w) \frac{d\omega}{dt} = N_a b_a \frac{\rho_a S_a}{2} V_A ((v + u) C_L(\alpha_a) - b_a \omega C_D(\alpha_a)) - \\ \quad - N_w b_w \frac{\rho_w S_w}{2} V_S (u C_L(\alpha_w) - b_w \omega C_D(\alpha_w)), \\ m \frac{du}{dt} = -N_w \frac{\rho_w S_w}{2} V_S (u C_D(\alpha_w) + b_w \omega C_L(\alpha_w)) + \\ \quad + N_a \frac{\rho_a S_a}{2} V_A ((v + u) C_D(\alpha_a) + b_a \omega C_L(\alpha_a)). \end{cases} \quad (1.7)$$

Для численного моделирования будем использовать следующие приближения коэффициента подъёмной силы и лобового сопротивления:

$$C_L(\alpha) = \sin 2\alpha, \quad C_D(\alpha) = \sin^2 \alpha + 0,01. \quad (1.8)$$

При достаточно малых значениях  $\alpha$  обтекание пластин происходит стационарным (или почти стационарным) образом [85].

### 1.2.3 Стационарные движения

Стационарным движениям с постоянными обобщёнными скоростями  $u$  и  $\omega$  соответствуют неподвижные точки системы (1.7). Уравнения стационарных

движений имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} N_a b_a \frac{\rho_a S_a}{2} \sqrt{(u+v)^2 + (b_a \omega)^2} ((v+u)C_L(\alpha_a) - b_a \omega C_D(\alpha_a)) = \\ = N_w b_w \frac{\rho_w S_w}{2} \sqrt{u^2 + (b_w \omega)^2} (uC_L(\alpha_w) - b_w \omega C_D(\alpha_w)), \\ N_w \frac{\rho_w S_w}{2} \sqrt{u^2 + (b_a \omega)^2} (b_w \omega C_L(\alpha_w) + uC_D(\alpha_w)) = \\ = N_a \frac{\rho_a S_a}{2} \sqrt{(u+v)^2 + (b_w \omega)^2} (b_a \omega C_L(\alpha_a) + (v+u)C_D(\alpha_a)). \end{aligned} \right. \quad (1.9)$$

**Утверждение 1.** Система (1.9) имеет неподвижную точку, соответствующую прямолинейному движению катамарана навстречу ветру за счёт энергии ветра.

Доказательство. Перепишем уравнения (1.9) в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{N_a \rho_a S_a}{N_w \rho_w S_w} \frac{b_a^3}{b_w^3} \sqrt{\left(\frac{u+v}{b_a \omega}\right)^2 + 1} \left(\frac{u+v}{b_a \omega} C_L(\alpha_a) - C_D(\alpha_a)\right) = \\ = \sqrt{1 + \left(\frac{u}{b_w \omega}\right)^2} \left(\frac{u}{b_w \omega} C_L(\alpha_w) + C_D(\alpha_w)\right), \\ \frac{N_a \rho_a S_a}{N_w \rho_w S_w} \frac{b_a^2}{b_w^2} \sqrt{\left(\frac{u+v}{b_a \omega}\right)^2 + 1} \left(C_L(\alpha_a) + \frac{u+v}{b_a \omega} C_D(\alpha_a)\right) = \\ = \sqrt{1 + \left(\frac{u}{b_w \omega}\right)^2} \left(C_L(\alpha_w) - \frac{u}{b_w \omega} C_D(\alpha_w)\right). \end{aligned} \right. \quad (1.10)$$

Введём обозначения:  $\mu = \frac{N_a \rho_a}{N_w \rho_w}$ ,  $\sigma = \frac{b_a}{b_w}$ . Будем считать, что лопасти пропеллера и гребного винта имеют одинаковую ширину, т.е.  $S_a/S_w = b_a/b_w$ . Для углов атаки имеем следующие очевидные соотношения:

$$\frac{u+v}{b_a \omega} = \operatorname{tg}(\alpha_a + \delta_a), \quad \frac{u}{b_w \omega} = \operatorname{tg}(\alpha_w + \delta_w).$$

С учётом вышеизложенного, система (1.10) принимает вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\mu \sigma^4}{\cos(\alpha_a + \delta_a)} (\operatorname{tg}(\alpha_a + \delta_a) C_L(\alpha_a) - C_D(\alpha_a)) = \\ = \frac{1}{\cos(\alpha_w + \delta_w)} (\operatorname{tg}(\alpha_w + \delta_w) C_L(\alpha_w) - C_D(\alpha_w)), \\ \frac{\mu \sigma^3}{\cos(\alpha_a + \delta_a)} (\operatorname{tg}(\alpha_a + \delta_a) C_D(\alpha_a) + C_L(\alpha_a)) = \\ = \frac{1}{\cos(\alpha_w + \delta_w)} (\operatorname{tg}(\alpha_w + \delta_w) C_D(\alpha_w) + C_L(\alpha_w)). \end{aligned} \right. \quad (1.11)$$

Нетрудно видеть, что область с положительными  $u, \omega$  задана неравенствами:

$$\begin{cases} \sigma \frac{\operatorname{tg} \alpha_a + \delta_a}{\operatorname{tg} \alpha_w + \delta_w} > 1, \\ \alpha_w + \delta_w > 0. \end{cases} \quad (1.12)$$

В силу малости углов атаки  $\alpha_a, \alpha_w$ , запишем систему (1.11) в первом приближении:

$$\begin{cases} \frac{\mu \sigma^4}{\cos \delta_a - \alpha_a \sin \delta_a} \left( 2\alpha_a \frac{\alpha_a \cos \delta_a + \sin \delta_a}{\cos \delta_a - \alpha_a \sin \delta_a} - \alpha_a^2 - 0.01 \right) = \\ \quad = \frac{1}{\cos \delta_w - \alpha_w \sin \delta_w} \left( 2\alpha_w \frac{\alpha_w \cos \delta_w + \sin \delta_w}{\cos \delta_w - \alpha_w \sin \delta_w} - \alpha_w^2 - 0.01 \right), \\ \frac{\mu \sigma^3}{\cos \delta_a - \alpha_a \sin \delta_a} \left( \frac{\alpha_a \cos \delta_a + \sin \delta_a}{\cos \delta_a - \alpha_a \sin \delta_a} (\alpha_a^2 - 0.01) + 2\alpha_a \right) = \\ \quad = \frac{1}{\cos \delta_w - \alpha_w \sin \delta_w} \left( \frac{\alpha_w \cos \delta_w + \sin \delta_w}{\cos \delta_w - \alpha_w \sin \delta_w} (\alpha_w^2 - 0.01) + 2\alpha_w \right). \end{cases} \quad (1.13)$$

Выполнен численно-аналитический поиск корней уравнений системы (1.13) при  $\alpha_w = -\delta_w$  и  $\alpha_w = \delta_w$ . Установлено, что в рассматриваемой области каждое уравнение имеет единственный корень. Пусть  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  — соответствующие корни (см. рисунок 1.4).

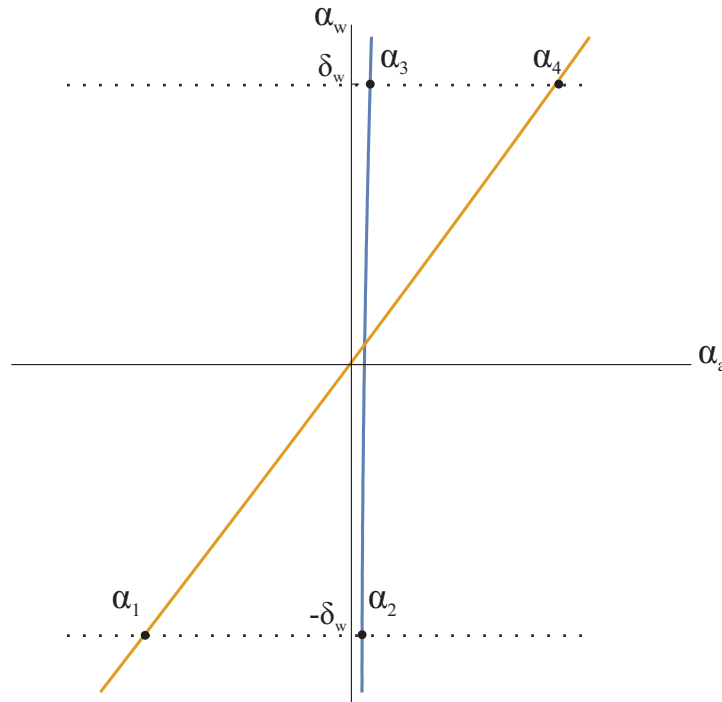


Рисунок 1.4 — Корни уравнений (1.13) при фиксированных  $\alpha_w$

Показано, что при  $\sigma > 3$  верно, что  $\alpha_1 > \alpha_2$ . В то же время для каждого значения параметра  $\sigma$  определены установочные углы  $\delta_a, \delta_w$ , при которых



$\alpha_3 < \alpha_4$ . В силу непрерывности кривых, указанное условие гарантирует существование по крайней мере одного стационарного режима движения, при котором корпус катамарана движется навстречу ветру. ■

При различных значениях  $\sigma$  определены множества установочных углов  $\delta_a, \delta_w$ , выбор которых обеспечивает существование режима движения против ветра. Эти области представлены на рисунке 1.5. Видно, что чем больше отношение  $\sigma$ , тем шире область установочных углов, обеспечивающих прямолинейное движение катамарана навстречу ветру.

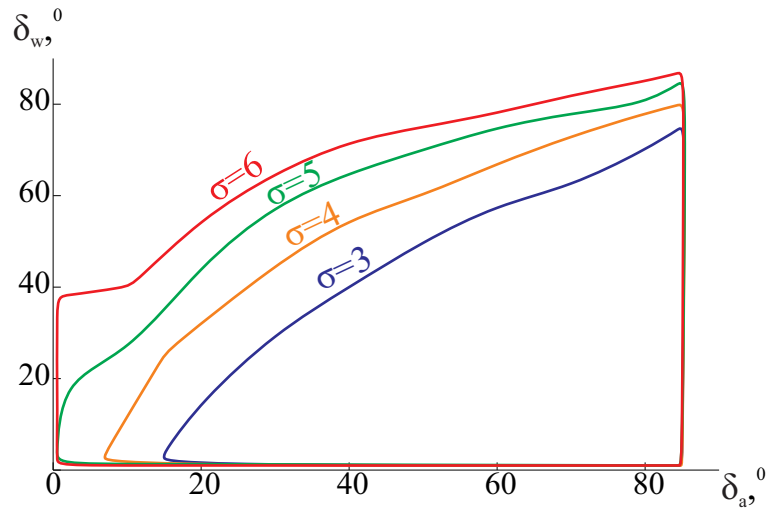


Рисунок 1.5 — Параметры, обеспечивающие режим движения против ветра

Приведём пример численного моделирования системы. Зафиксируем параметры следующим образом:  $\rho_a = 1,225 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $v = 10 \text{ м/с}$ ,  $n_a = 3$ ,  $n_w = 2$ ,  $b_a = 17 \text{ см}$ ,  $b_w = 2.5 \text{ см}$ ,  $\delta_a = 15^\circ$ ,  $\delta_w = 35^\circ$ .

На фазовой плоскости  $u, \omega$  (см. рисунок 1.6) численно построены две кривые, отвечающие уравнениям (1.9). С помощью метода изоклин стрелками указано качественное поведение фазовых траекторий — направление стрелок определено знаками обобщённых ускорений. Стационарным режимам движения соответствуют точки  $A, B, C$  пересечения этих кривых. При изменении параметров  $\delta_a, \delta_w$  происходит эволюция этих кривых и дрейф точек  $A, B, C$ . Для некоторого диапазона  $\delta_w, \delta_a$  эти три точки существуют всегда, причём  $A$  лежит в области  $u < 0$ , а  $C$  в области  $u > 0$ , и все фазовые траектории из начала координат попадают в точку  $C$  с положительной скоростью.

Пунктирными линиями отмечены области, в которых углы атаки для пропеллера и винта  $\alpha_a, \alpha_w$  не превышают  $20^\circ$  — в них корректны приближения (1.8), описывающие функции  $C_L$  и  $C_D$ . Видно, что в указанную область не попадают стационарные режимы  $A, B$ , отвечающие движению катамарана вдоль

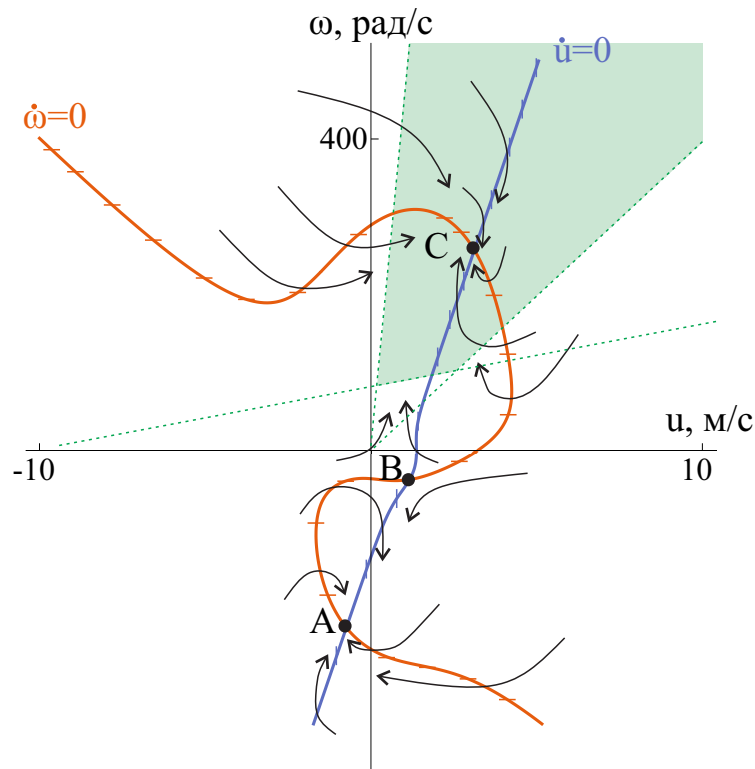


Рисунок 1.6 — Элементы фазового портрета системы

потока. Вопрос существования и положения этих режимов на фазовой плоскости требует более детального анализа: попадание отталкивающего режима  $B$  в полуплоскость  $u > 0$  может привести к тому, что область притяжения режима  $C$  не захватит начало координт, и это разрушит важную для практики возможность разгона катамарана против ветра из состояния покоя.

### 1.3 Обобщение математической модели

#### 1.3.1 Описание воздействия среды на основе экспериментальных данных

Выполним уточнение математической модели. В качестве зависимостей для описания пропеллера будем использовать результаты стационарных экспериментов с пропеллерами ветроэнергетических установок. Эффективность применения такого подхода для ветряных турбин и связанных с ними задач продемонстрирована, например, в [86; 87].

Таблица 1 — Экспериментальные измерения коэффициента мощности и момента при различных значениях быстроходности пропеллера

$\lambda$	$\lambda \cdot C_T$	$\lambda$	$C_D$
0.5779	0.0089	0.5945	0.2704
0.8091	0.0126	0.8256	0.287
1.2219	0.02	1.2054	0.3301
1.6347	0.0375	1.6347	0.3533
2.031	0.0569	2.031	0.4064
2.4604	0.0874	2.4604	0.4528
2.8402	0.1725	2.8897	0.5225
3.253	0.2871	3.3025	0.6154
3.6658	0.3471	3.6493	0.6917
4.0786	0.3776	4.1116	0.7547
4.4914	0.3924	4.5079	0.7912
4.9207	0.4026	4.9042	0.8177
5.317	0.41	5.3336	0.8442
5.7133	0.4146	5.7299	0.8641
6.1427	0.4109	6.1262	0.884
6.5555	0.4044	6.5555	0.9039
6.9518	0.3906	6.9683	0.9172
7.3811	0.3702	7.3646	0.9338
7.7774	0.3471	7.7939	0.9437
8.1902	0.3185	8.1902	0.957
8.5865	0.2834	8.6196	0.957
8.9993	0.2492	8.9993	0.9636
9.4122	0.2076	9.4287	0.9835
9.8085	0.1641	9.825	0.9868
10.2543	0.1115	10.2213	0.9736
10.6506	0.0579	10.6506	0.9736
11.0634	0.007	11.0469	0.9769

Обозначим через  $r_a$  — радиус лопастей пропеллера. Выражения аэродинамического момента и сопротивления для пропеллера могут быть записаны в виде:

$$M_{aero} = \frac{1}{2} \rho_a n S_a (u + v)^2 r_a C_T(\lambda), \quad F_{aero} = \frac{1}{2} \rho_a S_a (u + v)^2 C_D(\lambda). \quad (1.14)$$

Эти выражения отличаются по структуре от (1.3) и (1.4). Здесь  $C_T, C_D$  — безразмерные коэффициенты аэродинамического момента и силы лобового сопротивления для пропеллера соответственно. Коэффициенты являются функциями от быстроходности пропеллера  $\lambda = nr_a \omega / |u + v|$ . Функции  $C_T, C_D$  построены по результатам аппроксимации экспериментальных данных 1, представленных в работе [88]. Качественно эти функции согласуются с экспериментальными данными, известными из других литературных источников. Вид зависимостей  $C_T(\lambda)$  и  $C_D(\lambda)$  указан на рисунке 1.7.

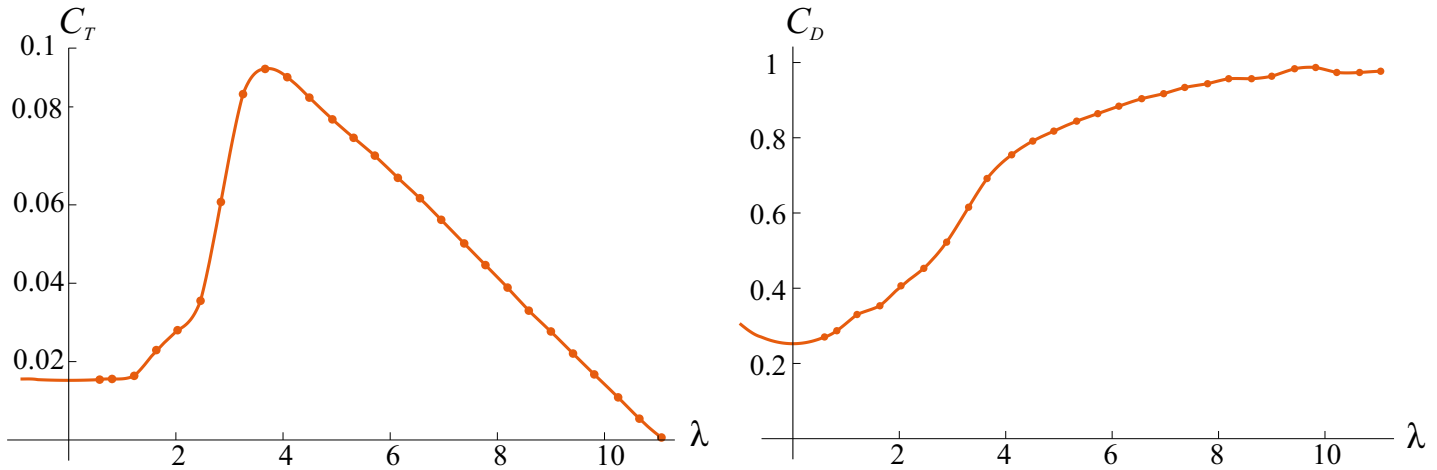


Рисунок 1.7 — Аэродинамические коэффициенты для пропеллера

Аналогичным образом построим описание тяги  $T_{water}$  и момента  $Q_{water}$  гребного винта. При этом будем использовать результаты стационарных измерений этих величин в опытовых бассейнах (подробнее см. [89]). Традиционно принято считать, что указанные выражения имеют следующую структуру:

$$\begin{cases} T_{water} = K_T(j) \rho_w \nu^2 D^4, \\ Q_{water} = K_Q(j) \rho_w \nu^2 D^5. \end{cases}$$

Здесь  $K_T$  и  $K_Q$  — соответственно, безразмерные коэффициенты силы тяги и момента гребного винта в свободной воде.  $\nu = n\omega/2\pi$  — частота вращения гребного винта, вычисленная в оборотах в секунду,  $D$  — диаметр гребного винта.

Аргументом функций  $K_T$  и  $K_Q$  является так называемая «поступь» гребного винта  $j = 2\pi u / (n\omega D)$ . Для определения этих коэффициентов используют следующие выражения:

$$K_T(j) = \sum_{k=0}^{M_1} A_k \left( \frac{A_E}{A_0} \right)^{x_k} \left( \frac{P}{D} \right)^{y_k} (j)^{z_k},$$

$$K_Q(j) = \sum_{k=0}^{M_2} B_k \left( \frac{A_E}{A_0} \right)^{x_k} \left( \frac{P}{D} \right)^{y_k} (j)^{z_k}.$$

$M_1 = 19$ ,  $M_2 = 25$  для трёхлопастного гребного винта и  $M_1 = 17$ ,  $M_2 = 18$  для четырёхлопастного гребного винта.  $A_E$  — общая площадь поверхности лопастей винта,  $A_0$  — площадь диска гребного винта,  $P$  — шаг сечения лопасти.

Лодочные гребные винты имеют серийный номер, по которому их можно идентифицировать. В рамках настоящей работы будем рассматривать гребной винт серии В4-85.

Таблица 2 — Геометрические характеристики гребных винтов

Серия	$z$	$\frac{A_E}{A_0}$	$\bar{r}_H$	$\chi_R^\circ$	$\frac{P}{D}$
В4-55	4	0.55	0.167	15	0.6–1.4
В4-70	4	0.70	0.167	15	0.6–1.4
В4-85	4	0.85	0.167	15	0.6–1.4

В таблице 2 введены следующие обозначения:  $\chi_R^\circ$  — угол наклона осевой линии лопасти (положителен при наклоне лопасти на корму),  $\bar{r}_H$  — радиус ступицы гребного винта. Суть других геометрических характеристик винта представлена на рисунке 1.8

Значения коэффициентов в формулах для  $K_T$ ,  $K_Q$  указаны в таблице 3.

Примем, что гидродинамическое сопротивление корпуса катамарана пропорционально скорости движения  $u$  с коэффициентом  $k$ . Тогда уравнения движения (1.1) принимают вид:

$$\begin{cases} (J_a n^2 + J_w) \frac{d\omega}{dt} = 0.5 n \rho_a \pi r_a^3 (u + v)^2 C_T(\lambda) - 8 \pi^{-2} \rho_w \omega^2 r_w^5 K_Q(j), \\ m \frac{du}{dt} = 4 \pi^{-2} \rho_w \omega^2 r_w^4 K_T(j) - 0.5 \pi \rho_a r_a^3 (u + v)^2 C_D(\lambda) - k u. \end{cases} \quad (1.15)$$

Для удобства дальнейшего анализа выберем в качестве характерного масштаба по времени величину  $\tau = vt / r_a$  и введём безразмерные величины:

Таблица 3 — Коэффициенты полиномов аппроксимаций для описания гребного винта

	$K_T$				$K_Q$			
$k$	$A_k$	$x_k$	$y_k$	$z_k$	$B_k$	$x_k$	$y_k$	$z_k$
0	-0.00719975	0	0	0	0.00964375	0	0	0
1	-0.0790916	1	0	0	-0.0104103	1	0	0
2	-0.179541	0	0	1	0.00512431	2	0	0
3	-0.0625748	1	0	1	0.0109936	3	0	0
4	-0.311639	0	0	2	-0.00453419	0	0	1
5	0.143160	2	0	3	0.0216078	1	0	1
6	0.531326	0	1	0	-0.0507337	0	0	2
7	-0.114389	1	1	1	0.0377970	1	0	2
8	0.0625376	0	1	2	-0.0549486	3	0	3
9	0.125537	0	1	3	-0.0507319	2	1	0
10	-0.0523821	1	1	3	0.0368649	0	1	1
11	-0.207108	0	2	0	-0.106520	1	1	1
12	0.270781	1	2	0	0.0465315	3	1	2
13	0.134182	0	2	1	0.0883010	2	1	3
14	-0.121086	1	2	1	0.0112619	0	2	0
15	-0.0189764	3	2	1	0.104825	1	2	0
16	-0.0439535	3	2	2	-0.0449154	1	2	1
17	-0.0624937	0	2	3	0.0378780	2	2	1
18	-0.00496939	2	6	0	0.0177304	0	2	2
19	0.0115986	2	6	1	-0.0164687	1	2	2
20					-0.0344328	2	2	2
21					-0.0249132	3	2	2
22					-0.0233007	1	2	3
23					-0.00120209	0	6	0
24					-0.00118997	3	6	0
25					0.00458094	1	6	1

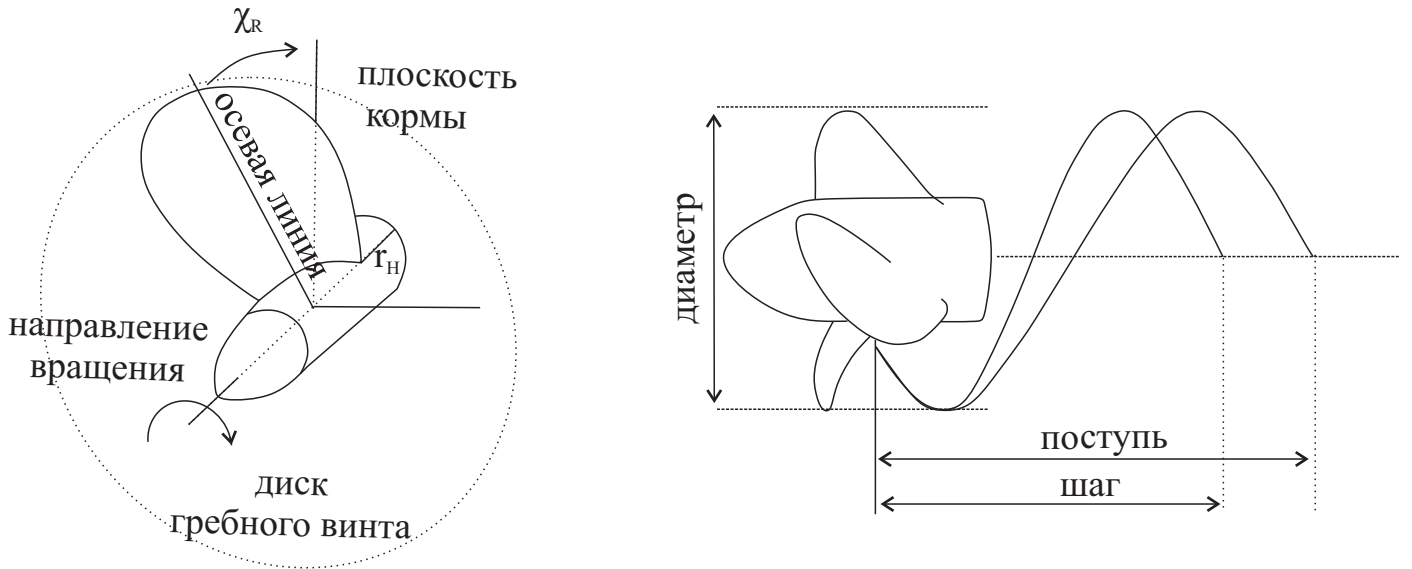


Рисунок 1.8 — Схема гребного винта. Основные обозначения

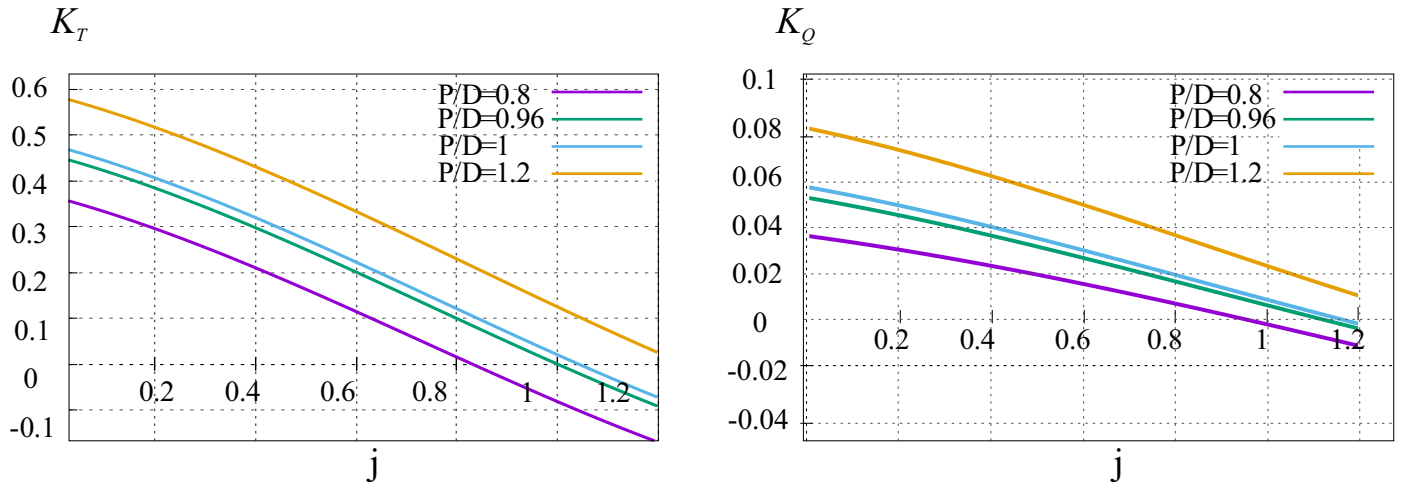


Рисунок 1.9 — Гидродинамические коэффициенты гребного винта

$x = r_a \omega / v$ ,  $y = u / v$ . В безразмерной форме уравнения (1.15) принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = a_1(y+1)^2 C_T(\lambda) - b_1 x^2 K_Q(j), \\ \dot{y} = a_2 x^2 K_T(j) - b_2(y+1)^2 C_D(\lambda) - cy, \end{cases} \quad (1.16)$$

где

$$a_1 = \frac{\rho_a n \pi r_a^5}{2(J_a n^2 + J_w)}, \quad a_2 = \frac{4r_a^3 \rho_w}{\pi^2 m \sigma^4}, \quad b_1 = \frac{8r_a^5 \rho_w}{\pi^2 \sigma^5 (J_a n^2 + J_w)}, \quad b_2 = \frac{r_a^3 \rho_a \pi}{2m}, \quad c = \frac{r_a k}{vm},$$

$$\sigma = \frac{r_a}{r_w}, \quad j = \pi \sigma \cdot \frac{y}{x}, \quad \lambda = n \frac{x}{y+1}.$$

Точкой обозначена производная по безразмерному времени  $\tau$ .

### 1.3.2 Стационарные режимы движения и условия их устойчивости

Стационарным движениям с постоянными обобщёнными скоростями  $u$  и  $\omega$  соответствуют неподвижные точки системы (2). В разделе 1.3 показано существование параметров, при которых в системе одновременно возможны три неподвижные точки, причём по крайней мере одна из них соответствует режиму движения против ветра. Далее была реализована программа для численного поиска положений равновесия  $x = x_*$  и  $y = y_*$  методом Крылова–Ньютона с числом итераций 10000 [90].

Пусть  $x = x_*, y = y_*$  — положение равновесия системы (1.16). Характеристическое уравнение системы, линеаризованной в окрестности положения равновесия имеет вид:

$$\Lambda^2 - A\Lambda + B = 0.$$

Здесь

$$\begin{cases} A = a_1 n(y_* + 1)C'_{T*} + \pi a_2 \sigma x K'_{T*} + b_2(y_* + 1) \left( n \frac{x_*}{y_* + 1} C'_{D*} - 2C_{D*} \right) + \\ + \pi b_1 \sigma y K'_{Q*} - 2b_1 x_* K_{Q*} - c, \\ B = ((1 + y_*)na_1C'_{T*} + b_1(\pi y_* \sigma K'_{Q*} - 2xK_{Q*})) \times \\ \times (x_* n C'_{D*} - 2b_2(1 + y_*)C_{D*} + \pi \sigma a_2 x K'_{T*} - c) - \\ - (2a_1(1 + y_*)C_{T*} - x_*(na_1C'_{T*} + \pi \sigma b_1 K'_{Q*})) \times \\ \times (a_2(2x_* K_{T*} - \pi \sigma K'_{T*}) - (1 + y_*)nb_2 C'_{D*}). \end{cases} \quad (1.17)$$

Штрихом обозначена производная по аргументу соответствующей функции, вычисленная в точке  $x_*, y_*$ .

В принятых обозначениях достаточные условия асимптотической устойчивости неподвижных точек системы (1.16), линеаризованной в окрестности  $(x_*, y_*)$ , имеют вид:

$$\begin{cases} A < 0, \\ B > 0. \end{cases} \quad (1.18)$$

Свойства устойчивости стационарных режимов зависят от значений производных аэро- и гидродинамических функций, описывающих пропеллер и



гребной винт соответственно. Тип особых точек определяется значениями  $A, B$  (см. рисунок 1.10).

При выполнении условий (1.18) вещественные части корней характеристического полинома отрицательны. Соответствующая область указана на рисунке 1.10 зелёным цветом. Области, закрашенные красным цветом отвечают неустойчивости. Парабола  $B = A^2/4$  является граничной для особых точек типа узел и фокус. На ней оба корня характеристического полинома вещественные и их знак определяется знаком выражения  $A$ .

Был проведён анализ условий потери устойчивости неподвижных точек. Как видно из рисунка 1.10, такая потеря возможна в двух случаях. При  $B = 0, A < 0$  происходит седлоузловая бифуркация, при которой седловая особая точка сливается с устойчивым узлом в полуустойчивую особую точку (седлоузел), затем исчезающую. Случай  $A = 0, B > 0$  отвечает бифуркации Андронова–Хопфа и так называемой «мягкой» потери устойчивости, при которой особая точка типа фокус теряет устойчивость и вокруг неё рождается притягивающий предельный цикл. Для случая  $k = 0, n = 1$  аналитически доказано отсутствие колебательной потери устойчивости режима движения навстречу ветру.

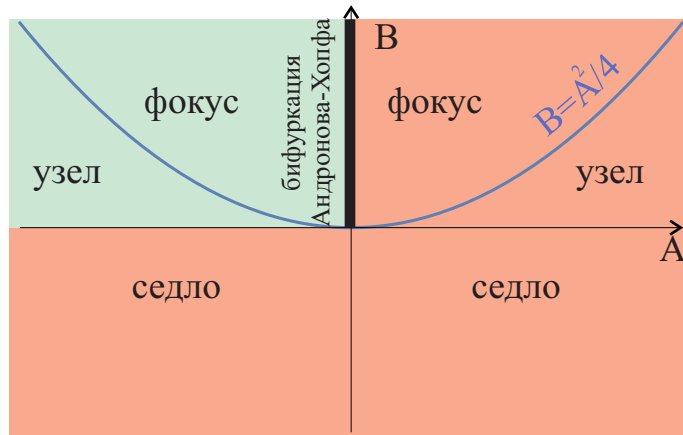


Рисунок 1.10 — Определение типа особой точки, в зависимости от значений  $A, B$

**Утверждение 2.** При  $c = 0$  и  $n \geq 1$  не происходит бифуркации Андронова–Хопфа для режима движения навстречу ветру.

Доказательство. Пусть  $c = 0$  и  $x_* > 0, y_* > 0$  соответствуют стационарному режиму движения катамарана навстречу ветру. Покажем, что если  $A = 0$ , то  $B < 0$ .

В силу вида зависимостей  $C_D(\lambda)$ ,  $K_Q(j)$ ,  $K_T(j)$  верно, что:

$$\lambda C'_D(\lambda) - 2C_D(\lambda) < 0, \quad K'_T(j) < 0, \quad K'_Q(j) < 0. \quad (1.19)$$

Из первого уравнения системы (1.16) при  $\dot{x} = 0$  следует, что

$$b_1 x_* K_{Q_*} = a_1 \frac{(y+1)^2}{x} C_{T_*}. \quad (1.20)$$

Подставим (1.20) в первое равенство (1.17) и преобразуем получившееся выражение:

$$a_1 n(y_* + 1) \left( C'_{T_*} - \frac{2}{\lambda} C_{T_*} \right) = -\pi a_2 \sigma \frac{x_*}{1+y_*} K'_{T_*} + b_2 \left( n \frac{x_*}{y_*+1} C'_{D_*} - 2C_{D_*} \right) - \pi b_1 \sigma \frac{y_*}{1+y_*} K'_{Q_*}. \quad (1.21)$$

Из второго уравнения системы (1.16) при  $\dot{y} = 0$  имеем

$$a_2 x_* K_{T_*} = b_2 \frac{(y+1)^2}{x} C_{D_*}. \quad (1.22)$$

Подставим (1.20), (1.21) и (1.22) во второе равенство (1.17), после чего преобразуем получившееся выражение:

$$B = (1+y)^2 ab \frac{(n-1)}{n} + \pi \sigma a x_* a_2 K'_T - \frac{\pi b_1 \sigma K'_Q (2n + (2n-1)y_*) (\pi a_2 n \sigma x_* y_* K'_T + b(y_*+1)^2)}{n(1+y_*)}. \quad (1.23)$$

Для сокращения записи введены следующие обозначения:

$$a = -b_2 (\lambda C'_D - 2C_D) - \frac{\pi a_2 \sigma x_* K'_T}{y_* + 1} > 0,$$

$$b = b_2 (\lambda C'_D - 2C_D) < 0.$$

Таким образом, все слагаемые в выражении (1.23) отрицательны. ■

Для ряда других случаев ( $k \in (0; 350]$ ,  $n = 1$  и  $k = 0$ ,  $n \in [0, 7; 1, 28]$ ) отсутствие бифуркации Хопфа установлено путём численного определения знаков коэффициентов характеристического полинома.

Таким образом, в системе не обнаружены бифуркации Хопфа, а выявлена только потеря устойчивости при бифуркации типа «седло-узел».

Показана возможность наличия от одного до трёх стационарных режимов, и в случае наличия трёх режимов два из них асимптотически устойчивы,

а один неустойчивый. При численном исследовании зафиксируем следующие параметры:  $m = 50$  кг,  $v = 10$  м/с,  $J_a n^2 + J_w = 0.018$  кг · м<sup>2</sup>,  $r_a = 1,5$  м [84].

На рис. 1.11 представлены элементы фазового портрета системы. Две кривые, соответствующие нулям правых частей в уравнениях (1.16). Точки пересечения этих кривых отвечают стационарным режимам движения. Зелёным цветом отмечена область, для которой определены результаты стационарных экспериментов аэро/гидродинамики. Точки  $B$ ,  $C$  лежат в области  $x > 0$ ,  $y > 0$  и поэтому они отвечают движению навстречу ветру с постоянными  $u, \omega$ . При этом точка  $C$  является притягивающим режимом, а точка  $B$  — отталкивающим. Из физических соображений ясно, что есть и третий режим, отвечающий движению катамарана по ветру, однако он лежит вне диапазона применения математической модели и поэтому здесь не приводится. Жирными стрелками указаны входящие сепаратрисы. Пусть  $(0, x_1)$  и  $(y_1, 0)$  — точки пересечения сепаратрис с осями координат.

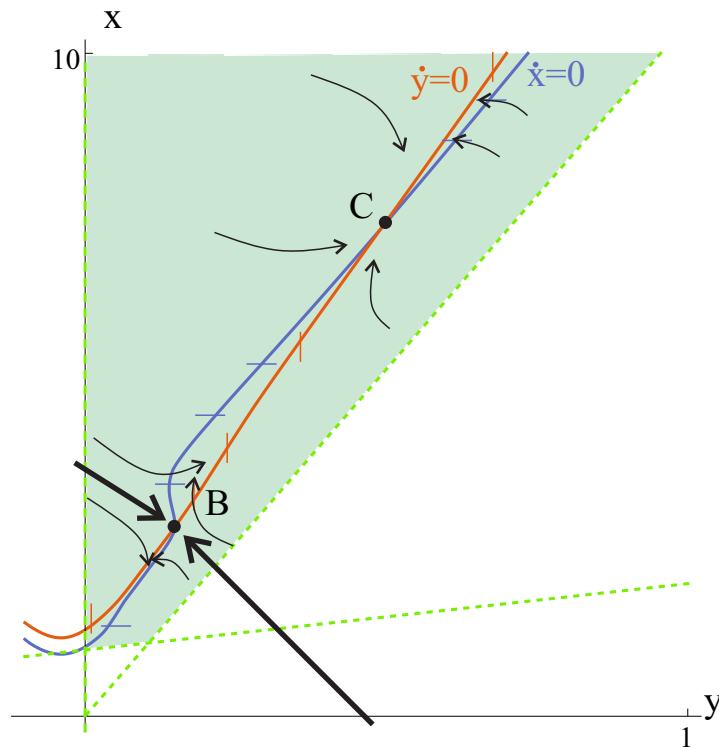


Рисунок 1.11 — Элементы фазового портрета

Оказывается, что область притяжения точки  $C$  отделена от начала координат. В связи с этим, выход катамарана на режим движения против ветра требует правильного выбора начальных условий  $u(0)$ ,  $\omega(0)$ . По рисунку 1.11 видно, что реализация режима движения навстречу ветру может быть обеспечена начальным толчком корпуса против ветра (так, чтобы  $y(0) > y_1$ ), либо начальной раскруткой вала пропеллера до некоторой угловой скорости ( $x(0) > x_1$ ).

### 1.3.3 Построение оценки для оптимального соотношения размеров пропеллера и гребного винта

Актуальной задачей является поиск приведённого радиуса  $\sigma = \sigma_{\text{opt}}$ , при котором достигается максимум установившейся скорости движения против ветра. Соответствующее значение определено путём численного исследования при фиксированном  $n = 1$ .

На рис. 1.12 представлены бифуркационные диаграммы неподвижных точек системы (1.16) в зависимости от параметра  $\sigma$  в диапазоне  $\sigma \in [1,1; 10,8]$ . Для описания режима движения по ветру функции  $K_T, K_Q$  были продлены в область  $j < 0$  с помощью линейной экстраполяции.

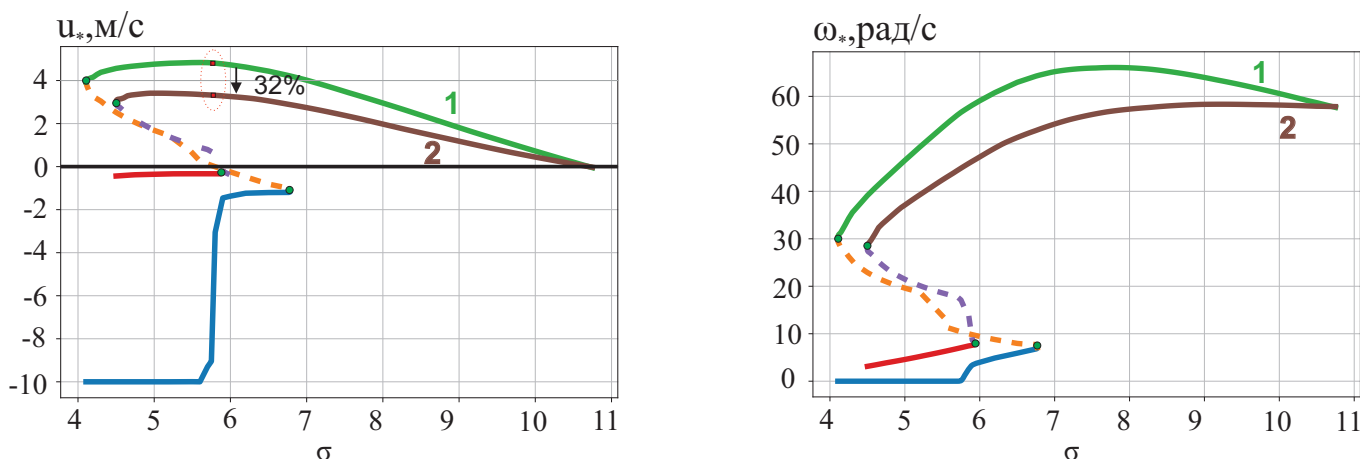


Рисунок 1.12 — Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра  $\sigma$

Для сравнения были рассмотрены два значения коэффициента  $k$  гидродинамического сопротивления корпуса:  $k = 0$  и  $k = 50$  кг/с. В первом случае сопротивление отсутствует, из-за чего скорость корпуса на режиме движения «по ветру» может достигать скорости ветра (рисунок 1.12, кривые в диапазоне  $\sigma \in (1,1; 4)$ ). При  $k = 50$  кг/с значение силы гидродинамического сопротивления корпуса имеет тот же порядок, что и лобовое сопротивление пропеллера со стороны ветра.

При малых  $\sigma$  существует единственное решение, соответствующее режиму движения по ветру. Размер гребного винта слишком большой, валы вращаются с низкой угловой скоростью, так как аэродинамического момента не хватает, чтобы прокрутить гребной винт. С этим связан выбор нижней границы диапазона изменения  $\sigma$  при построении бифуркационных диаграмм на рисунке 1.12.

При  $4,2 \leq \sigma \leq 7,8$  в системе три решения: устойчивые режимы движения по ветру и против ветра, а также неустойчивый режим. Примечательно, что максимальное теоретическое значение скорости движения катамарана против ветра нечувствительно к наличию гидродинамического сопротивления корпуса — оно достигается при  $\sigma_{\text{opt}} \approx 5,64$ :

$$\sigma_{\text{opt}} \Big|_{k=0} \approx \sigma_{\text{opt}} \Big|_{k=50} \approx 5,64.$$

Тем не менее гидродинамическое сопротивление корпуса оказывает существенное влияние на устойчивые режимы движения: характерная скорость на режиме движения против ветра снижается на 30% при изменении  $k$  от 0 до 50 кг/с.

Указанный результат  $\sigma_{\text{opt}}$  близок к значению 5,84, определённого эмпирически в ходе экспериментального цикла с маломерными судами на Рыбинском водохранилище в 2006 г. [91].

#### 1.3.4 Влияние коэффициента передачи на скорость стационарного движения

При отношении радиусов пропеллера и винта  $\sigma = \sigma_{\text{opt}}$  построены бифуркационные диаграммы в зависимости от коэффициента передачи (рисунок 1.13). Интерес для прикладных целей представляют верхние ветви бифуркационных диаграмм. Оказывается, максимальное значение установившейся скорости достигается вблизи слияния устойчивой и неустойчивой ветви. Выбор коэффициента передачи, соответствующего этому значению скорости, грозит срывом на режим с отрицательной скоростью. Поэтому предпочтительным считаем значение  $n = 1$ .

Казалось бы естественным ожидать наличие стационарного режима с отрицательной скоростью при произвольном значении коэффициента передачи  $n$ , ведь на первый взгляд движение против ветра под действием его представляется гораздо более нетривиальным, чем движение по ветру. Однако в ходе численного моделирования было показано, что при  $n \in [1,4; 1,8)$  в системе существует только один притягивающий режим, соответствующий движению

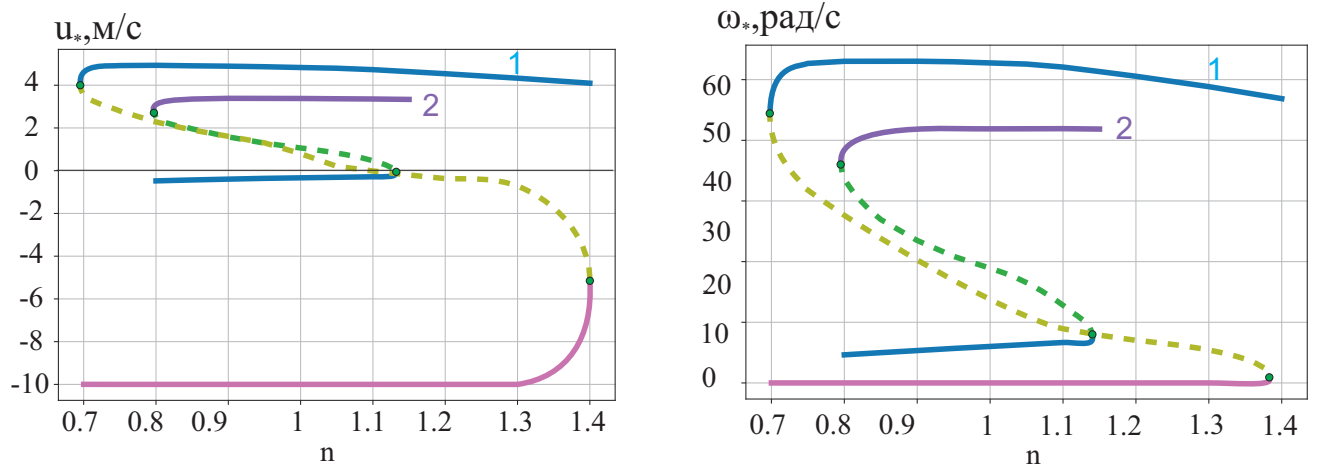


Рисунок 1.13 — Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра  $n$

корпуса против ветра. Выбор таких коэффициентов передачи обеспечивает выход на режим движения против ветра из состояния покоя (при  $v = 0$ ,  $\omega = 0$ ).

### 1.3.5 Стратегия управление коэффициентом передачи для выхода на режим движения с наивысшей скоростью

Рассмотрим 2 коэффициента передачи:  $n = 1,4$  и  $n = 1$ . Особенность первого в том, что при таком коэффициенте на фазовой плоскости существует только один притягивающий режим с положительной скоростью, область притяжения которого содержит начало координат. Однако скорость центра масс на этом режиме не является теоретически максимальной — она на 15% ниже той, которая может быть достигнута при  $n = 1$ .

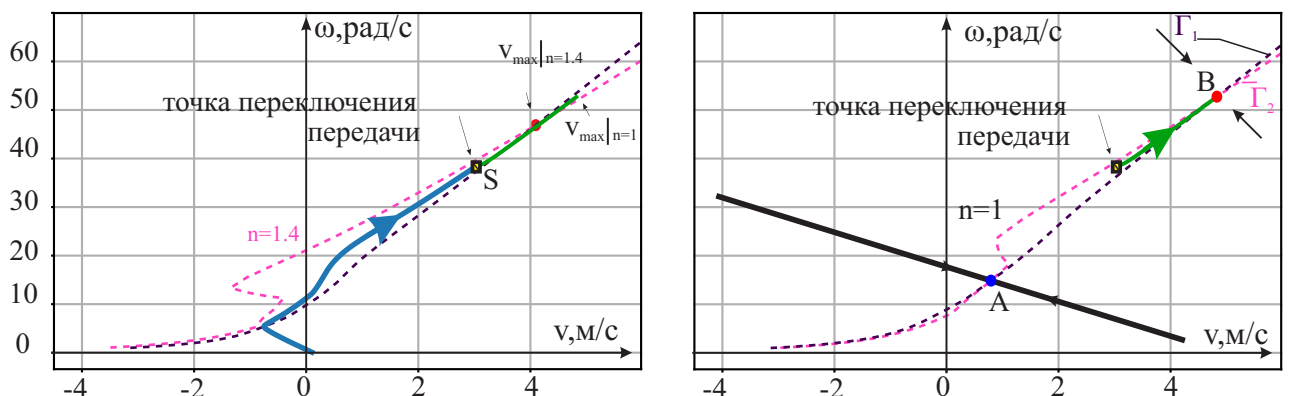


Рисунок 1.14 — Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра  $n$

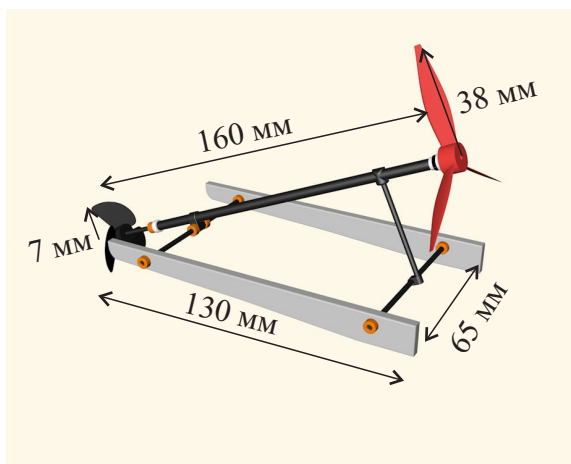
На рисунке 1.14 показана фазовая траектория системы (1) при  $n = 1,4$  с начальными условиями  $(0,0)$ . Жирным выделен участок траектории до точки  $S$ , в которой предполагается выполнить переключение передач от  $n = 1,4$  к  $n = 1$ . Точка  $S$  находится при  $n = 1$  в области притяжения точки  $B$  (рисунок 1.14).

После пересечения сепаратрисы при  $n = 1$  происходит переключение передачи, что позволяет выйти на режим с большей установившейся скоростью (рис 1.14).

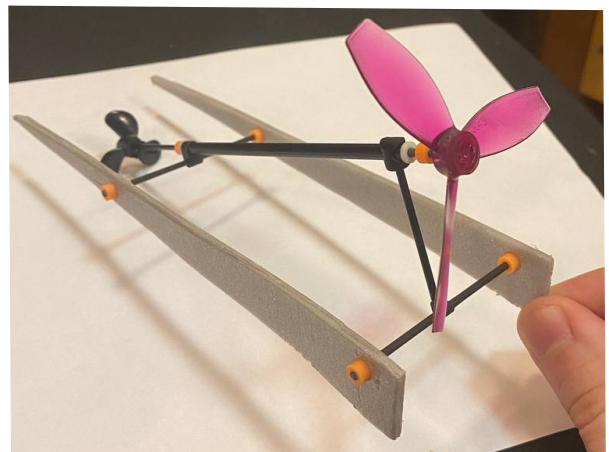
## 1.4 Экспериментальное исследование

### 1.4.1 Прототип однороторного ветродвигателя

В НИИ механики МГУ был изготовлен тестовый прототип катамарана с пропеллером и гребным винтом. Схема и геометрические размеры устройства представлены на рисунке 1.15:



3D модель



Экспериментальный прототип

Рисунок 1.15 — Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра  $n$

Возможность движения такого катамарана навстречу ветру была зафиксирована экспериментально. При скорости встречного ветра 10 м/с катамаран развивал скорость 12 – 15 см/с.

При различных значениях скорости набегающего потока исследована возможность разгона катамарана против ветра из состояния покоя ( $u = 0, \omega = 0$ ). Для различных пар пропеллера и гребного винта показано, что выход на стационарный режим движения против ветра возможен только при достижении пропеллером достаточной угловой скорости. Зафиксировано существование так называемого «парусного» режима движения, при котором катамаран движется с постоянной скоростью по направлению ветра. Этот факт подтверждает возможное существование промежуточного неустойчивого режима, ограничивающего область притяжения режима движения против ветра от начала координат. Ранее указанный результат был спрогнозирован математической моделью.

Для проведения экспериментального исследования модели собран испытательный стенд (см. рисунок 1.16). Перед бассейном с водой с одной стороны стоит устройство, создающее встречный поток ветра на лопасти пропеллера. Скорость этого потока регулируется реостатом, который последовательно подключён к ветроподающему устройству. К противоположному концу бассейна жёстко прикреплён динамометр, определяющий силу тяги катамарана. Двигаясь навстречу ветру, катамаран растягивает пружину динамометра, и это усилие регистрируется при различной скорости набегающего потока. Чем выше усилие, которое катамаран оказывает на пружину динамометра, тем выше потенциальная скорость на стационарном режиме.

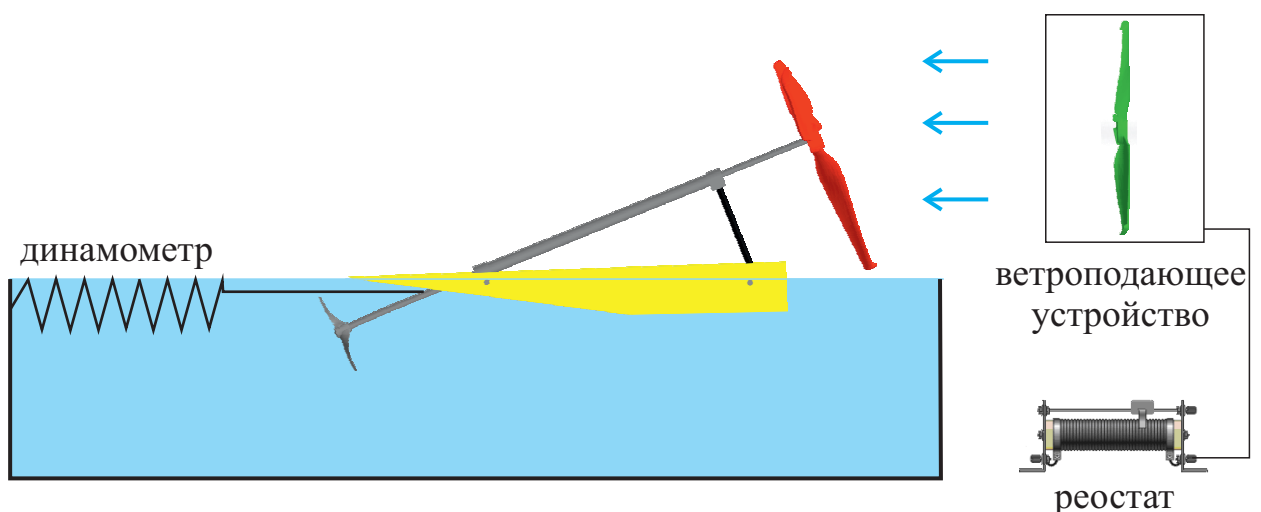


Рисунок 1.16 — Схема экспериментальной установки для определения силы тяги

В ходе экспериментальной работы протестированы 6 различных трёхлопастных пропеллера от радиоуправляемых моделей квадрокоптера, отличаю-



щихся между собой длиной лопастей. Гребной винт при всех экспериментах был один и тот же. Результаты трёх из них представлены на рисунке 1.17.

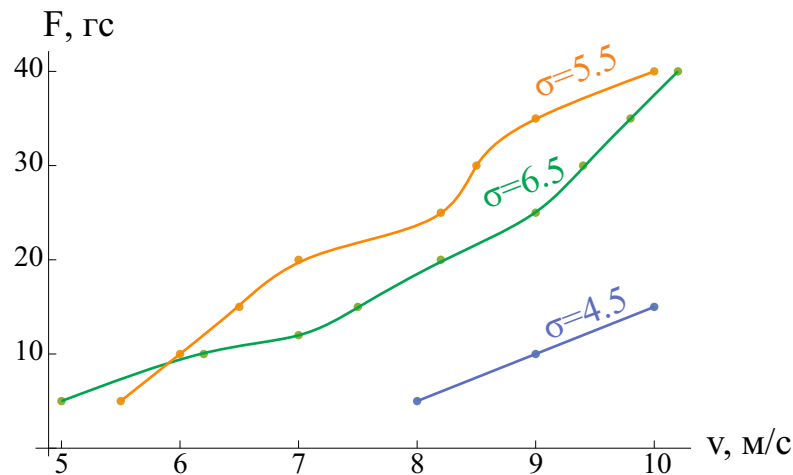


Рисунок 1.17 — Результаты экспериментов с одноосным ветродвигателем

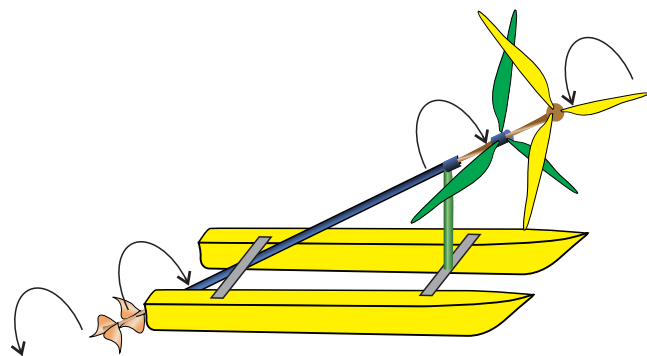
Установлено, что пропеллер наибольшего радиуса не обеспечивает высшую силу тяги. Так при скорости ветра в диапазоне 6 – 10 м/с тяга ветродвигателя с приведённым радиусом  $\sigma = 5,5$  выше, чем тяга ветродвигателя с  $\sigma = 6,5$ . В то же время наименьшую тягу развивает ветродвигатель с меньшим пропеллером, для которого  $\sigma = 4,5$ . Указанный результат хорошо согласован с теоретическим значением  $\sigma_{opt}$ , которое было определено в предыдущем разделе.

#### 1.4.2 Прототип двухроторного ветродвигателя

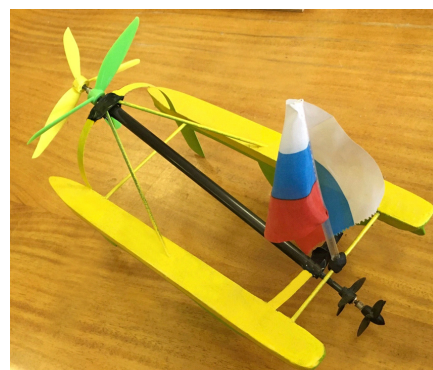
В ходе сборки и отладки прототипов была разработана новая модель ветродвигателя с двумя противовращающимися пропеллерами и винтами на вложенных осях (рисунок 1.18). Суть этой модели детально раскрыта в патенте [92]. За счёт противоположной ориентации лопастей двух пропеллеров под действием набегающего воздушного потока ветра пропеллеры и, соответственно, валы, на которых они установлены, вращаются в противоположных направлениях (дугowymi стрелками на рисунке 1.18 обозначены направления вращения пропеллеров и гребных винтов). Поэтому при одинаковых моментах инерции пропеллеров, валов и гребных винтов относительно осей вращения средний кинетический момент системы остаётся близким к нулю, что способствует зна-

чительному снижению гироскопических нагрузок на конструкцию (например, при повороте катамарана в пространстве для ориентации устройства на ветер).

Эффективность противовращающихся пропеллеров при преобразовании энергии ветра подтверждена многими фундаментальными и экспериментальными работами [93—102]. Эти исследования показали, что турбины с противоположным вращением имеют следующие преимущества по сравнению с традиционными однороторными турбинами: увеличение коэффициента улавливаемой мощности, уменьшение гироскопических нагрузок на конструкцию.



Схема



Экспериментальный  
прототип

Рисунок 1.18 — Схема и собранный прототип катамарана с двухроторным ветродвигателем

Дополнительное увеличение эффективности устройства достигается также за счёт того, что воздушный поток закручивается, проходя через сечение дополнительного пропеллера, что повышает эффективность преобразования энергии этого потока при его взаимодействии со следующим пропеллером, вращающимся в противоположном направлении. Подобный эффект наблюдается для двух гребных винтов устройства и способствует увеличению силы тяги, развиваемой винтом, расположенным в следе первого.

Изготовлен опытный макет устройства (рисунок 1.18). Корпус выполнен из пенопласта (может быть использован любой непромокаемый материал, например, древесина или композитные материалы). Габаритные размеры макета судна составляют: длина 30 см, ширина — 25 см, высота — 25 см. Валовая система состоит из основного вала, представляющего собой пустотелую трубку длиной 45 см с постоянным круговым поперечным сечением, внутренний диаметр которого равен 1 см, и дополнительного вала длиной 50 см, выточенного из графита и установленного в подшипниках качения внутри внешнего вала. Валовая система установлена на корпусе под наклоном  $30^\circ$  так, что при

погружении устройства в воду один её конец расположен под водой, а другой на 20 — 25 см выше уровня воды. Дополнительный и основной пропеллеры выполнены из пластика и закреплены соответственно на дополнительном и основном валах. Каждый из них имеет по три одинаковых лопасти, длиной 15 см, при этом ориентация закрутки пропеллеров противоположна. На подводных концах дополнительного и основного валов закреплены дополнительный и основной гребные винты. Они имеют по две одинаковых лопасти длиной 3 см каждая. Ориентации лопастей дополнительного пропеллера и гребного винта и основных пропеллера и гребного винта попарно одинаковы.

В НИИ механики МГУ проведена серия экспериментов с прототипом при скорости воздушного потока 2 — 10 м/с. Стабильно наблюдался самоподдерживающийся режим движения механизма в потоке. При скоростях потока от 2,7 м/с наблюдалось устойчивое и достаточно быстрое движение против ветра. Таким образом, экспериментально было подтверждено, что предлагаемое устройство работоспособно и при сравнительно небольших габаритах обеспечивает надёжное и эффективное преобразование энергии ветра в механическую энергию движения корпуса. Установлено также, что в рабочем режиме движения угловые скорости основного и дополнительного валов примерно совпадают друг с другом, за счёт чего кинетический момент системы стремится к нулю, и, тем самым, минимизируются гироскопические нагрузки при эксплуатации устройства.

Для катамарана с двуроторным ветродвигателем исследована возможность разгона из состояния покоя. Показано, что в отличие от однороторного ветродвигателя с идентичным пропеллером и гребным винтом, притягивающая область режима движения навстречу ветру содержит начало координат. Первоначально под действием набегающего потока катамаран с двухроторным ветродвигателем начинает двигаться по направлению потока. Валы ветродвигателя начинают разгоняться в нужном направлении и при достижении достаточной угловой скорости корпус катамарана останавливается. После чего катамаран переходит к разгону против ветра.

Было проведено сравнение характеристик силы тяги катамарана с однороторным ветродвигателем и новым двухроторным с идентичными по размерам пропеллерами и гребными винтами. Результаты представлены на рисунке 1.19.

Показано, что при скорости ветра 5,5–10 м/с добавление пропеллера и гребного винта приводит к увеличению развиваемой тяги катамарана в сред-

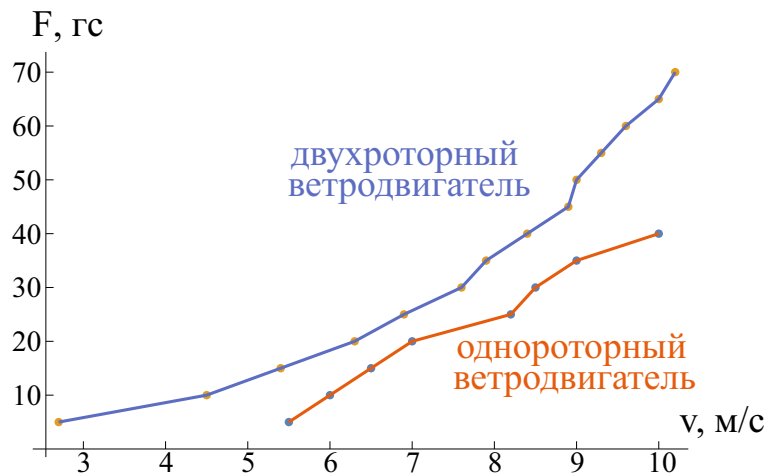


Рисунок 1.19 — Сравнение силы тяги катамаранов с однороторным и двухроторным ветродвигателем

нем на 46%. Более того, катамаран с двухроторным ветродвигателем способен производить силу тяги при более низкой скорости ветра, по сравнению с однороторным.

Таким образом, использование предложенного двухроторного ветродвигателя представляется более целесообразным для практики. Выделим три наиболее важных преимущества:

1. возможность начать движение навстречу ветру при меньшей скорости ветра;
2. снижение гироскопических нагрузок на систему;
3. увеличение производимой силы тяги;
4. исключение парусного режима, при котором катамаран движется по направлению ветра.

## 1.5 Заключение

1. Составлены уравнения движения катамарана с пропеллером и гребным винтом.
2. В упрощённой математической модели продемонстрировано существование установившегося режима движения катамарана против ветра за счёт энергии ветра.

3. Построена обобщённая математическая модель, в которой описание динамики пропеллера и гребного винта выполнено с привлечением экспериментальных данных.
4. Выявлено существование нескольких режимов движения, исследованы условия их устойчивости.
5. Показана невозможность колебательной потери устойчивости неподвижной точки динамической системы, соответствующей движению катамарана навстречу ветру. Показано, что потеря устойчивости происходит только путём перехода через ноль свободного члена (в точках ветвления).
6. Построен фазовый портрет динамической системы.
7. Проанализировано влияние коэффициента гидродинамического сопротивления корпуса, найдено предпочтительное значение коэффициента передачи вращения от пропеллера к винту, при котором катамаран развивает скорость против ветра, близкую к максимальной. Исследованы преимущества разных коэффициентов передачи и проведено численное моделирование выхода катамарана из состояния покоя на режим движения «против ветра» при помощи переключения передач. Найдена возможная стратегия перехода на предпочтительный режим движения.
8. Изготовлен макет катамарана с пропеллером и гребным винтом. Экспериментально найдено отношение размеров пропеллера и гребного винта, обеспечивающее наивысшую силу тяги. Разработана модель катамарана с двумя противовращающимися пропеллерами и винтами на вложенных осях. Продемонстрированы преимущества такой схемы по сравнению с ранее известными.

## Глава 2. Движение по плоскости против ветра. Шагающий аппарат на базе механизма Чебышёва

1

Во второй главе диссертационной работы рассматривается математическая модель шагающего механизма, приводимого в движение ветром. Машина преобразует энергию ветра в реальном времени без предварительной подзарядки и способна двигаться прямолинейно против ветра.

**Структура главы:** Представлена механическая система, состоящая из шагающего аппарата и ветроприёмной установки. Система находится в горизонтальном стационарном потоке ветра на абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости. Построена математическая модель этой системы. Описание аэродинамических нагрузок на систему построено с использованием квазистатического подхода [103] по аналогии с главой 1.3. Сило–моментное воздействие среды описывается функциями, зависящими от обобщённой координаты и обобщённой скорости. Это позволяет построить математическую модель устройства в виде системы нелинейных ОДУ. Параметрический анализ модели проводится с использованием методов, основанных на подходе Андронова–Понтрягина [104; 105]. Получены достаточные условия существования самоподдерживающегося движения, при котором корпус аппарата движется против направления ветра. Найден диапазон параметров, для которых такой режим характеризуется высокой средней скоростью аппарата и широкой областью притяжения. Приведено краткое обсуждение результатов анализа. В частности, сформулирован принцип выбора параметров прототипа. Изготовлен соответствующий прототип, и показано, что он может двигаться против ветра в аэродинамической трубе.

Результаты второй главы изложены в работе [2].

---

<sup>1</sup>При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации, выполненные автором лично или в соавторстве, в которых, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [2]

## 2.1 Описание механической системы

Рассмотрим механическую систему, состоящую из шагающего аппарата и пропеллерной ветротурбины, установленной на её корпусе так, что плоскость пропеллера ортогональна направлению движения. Шагающий аппарат представляет собой плоскую платформу массы  $M$  и четыре идентичные «ноги», соединённые с ней (см. рисунок 2.1). Каждая опора представляет собой плоский шарнирный механизм, все звенья которого расположены в вертикальной плоскости и параллельны друг другу. Вал турбины соединён с механизмами ног машины посредством редуктора с коэффициентом передачи  $n$ . Устройство расположено на абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости. Пропеллер установлен в передней части платформы таким образом, что плоскость его вращения перпендикулярна платформе.

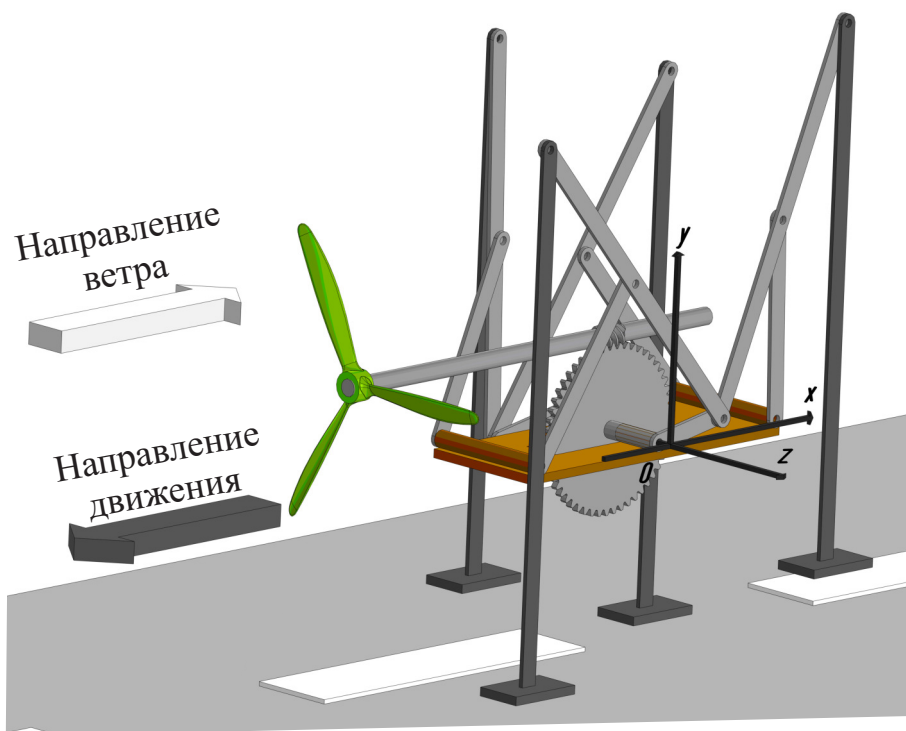


Рисунок 2.1 — Схема шагающего аппарата с пропеллером

### 2.1.1 Кинематика $\lambda$ -механизма Чебышёва

Детально рассмотрим переднюю ногу шагающего аппарата (описание всех остальных ног будет построено аналогичным образом). Нога закреплена на платформе с помощью двух цилиндрических шарниров  $O$  и  $B$ . Она состоит из кривошипа  $OA$ , шатуна  $BC$ , бедра  $AD$  и звена  $DE$ , соответствующего голени с опорной стопой. Центр бедра шарнирно соединён со свободным концом шатуна, а один из концов бедра соединён со свободным концом кривошипа.

Этот плоский шарнирный механизм стал известен как  $\lambda$ -механизм Чебышёва.

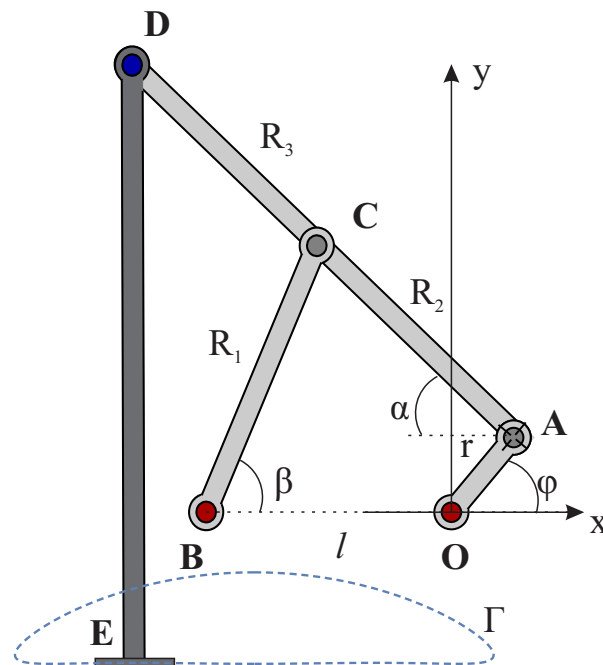


Рисунок 2.2 —  $\lambda$ -механизм Чебышёва

Введём декартову систему координат  $Oxyz$ , жёстко связанную с платформой так, чтобы передняя левая нога полностью лежала в плоскости  $Oxy$ . Ось  $Ox$  направлена вдоль  $BO$ ,  $Oy$  вертикальна. Кривошип  $OA$  ноги может совершать полные обороты вокруг горизонтальной оси  $Oz$ . Обозначим через  $\varphi$  угол между осью  $Ox$  и  $OA$ . Кривошип  $OA$  имеет длину  $r$ , точка  $B$  расположена на расстоянии  $l$  от точки  $O$ . Положим  $OA = r$ ,  $BO = l$ ,  $BC = R_1$ ,  $AC = R_2$  и  $CD = R_3$ . Пусть  $\alpha(\varphi)$  — угол между  $AD$  и направлением, противоположным оси  $Ox$ . Обозначим  $\beta$  — угол поворота шатуна, отсчитываемый от положительного направления оси  $Ox$ . Будем предполагать, что звено  $DE$  остаётся вертикальным во всё время движения.



Для вывода кинематических связей последовательно запишем декартовы координаты точек механизма:

$$A : \begin{cases} x_A = r \cos \varphi, \\ y_A = r \sin \varphi. \end{cases}$$

Для точки  $C$  имеем следующие равенства:

$$\begin{aligned} \vec{r}_C &= \overline{OA} + \overline{AC} = \overline{OB} + \overline{BC} : \\ C : \begin{cases} x_C = r \cos \varphi - R_2 \cos \alpha, \\ y_C = r \sin \varphi + R_2 \sin \alpha. \end{cases} &= \begin{cases} x_C = -l + R_1 \cos \beta, \\ y_C = R_1 \sin \beta. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Координаты точки  $D$  определены следующим образом:

$$D : \begin{cases} x_D = r \cos \varphi - (R_2 + R_3) \cos \alpha, \\ y_D = r \sin \varphi + (R_2 + R_3) \sin \alpha. \end{cases} \quad (2.2)$$

Из двух различных выражений (2.1) определим связь углов  $\beta$  и  $\alpha$  с  $\varphi$ :

$$\begin{cases} r \cos \varphi - R_2 \cos \alpha = -l + R_1 \cos \beta, \\ r \sin \varphi + R_2 \sin \alpha = R_1 \sin \beta. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 \cos \beta = r \cos \varphi - R_2 \cos \alpha + l, \\ R_1 \sin \beta = r \sin \varphi + R_2 \sin \alpha. \end{cases} \quad (2.3)$$

Возведём оба равенства системы (2.3) в квадрат и сложим их. Тогда после приведения подобных придём к тождеству:

$$\frac{r^2 + R_2^2 + l^2 - R_1^2 + 2lr \cos \varphi}{2R_2} = r \cos(\varphi + \alpha) + l \cos \alpha \quad (2.4)$$

Чебышёв подобрал соотношения в  $\lambda$ -механизме  $R_1 = R_2 = R_3 = 2,5r$ ;  $l = 2r$  так, чтобы минимизировать отклонение части траектории точки  $D$  (2.2) от прямой при повороте кривошипа на угол от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$ .

Подстановка указанных значений приводит тождество (2.4) к виду:

$$1 + \frac{4}{5} \cos \varphi - \cos(\varphi + \alpha) - 2 \cos \alpha = 0 \quad (2.5)$$

Отсюда получаем выражение для угла поворота бедра:

$$\alpha = \pm \arccos \left( \frac{4 \cos^2 \varphi + 13 \cos \varphi \pm 2 \sqrt{\sin^2 \varphi (15 \cos \varphi - 2 \cos 2\varphi + 23)} + 10}{5(4 \cos \varphi + 5)} \right) \quad (2.6)$$

Различные значения функции (2.6) указаны в таблице:

Таблица 4 — Ветви корней уравнения (2.6)

Номер корня	Значение
$\alpha(\varphi)[1]$	$-\arccos\left(\frac{4\cos^2(\varphi)+13\cos\varphi-2\sqrt{\sin^2(\varphi)(15\cos\varphi-2\cos(2\varphi)+23)+10}}{5(4\cos\varphi+5)}\right)$
$\alpha(\varphi)[2]$	$\arccos\left(\frac{4\cos^2(\varphi)+13\cos\varphi-2\sqrt{\sin^2(\varphi)(15\cos\varphi-2\cos(2\varphi)+23)+10}}{5(4\cos\varphi+5)}\right)$
$\alpha(\varphi)[3]$	$-\arccos\left(\frac{4\cos^2(\varphi)+13\cos\varphi+2\sqrt{\sin^2(\varphi)(15\cos\varphi-2\cos(2\varphi)+23)+10}}{5(4\cos\varphi+5)}\right)$
$\alpha(\varphi)[4]$	$\arccos\left(\frac{4\cos^2(\varphi)+13\cos\varphi+2\sqrt{\sin^2(\varphi)(15\cos\varphi-2\cos(2\varphi)+23)+10}}{5(4\cos\varphi+5)}\right)$

Для выполнения условий гладкости функции  $\alpha(\varphi)$  определим

$$\alpha(\varphi) = \begin{cases} \alpha(\varphi) = \alpha(\varphi)[4], & \text{при } \varphi \bmod 2\pi < \pi; \\ \alpha(\varphi) = \alpha(\varphi)[2], & \text{при } \varphi \bmod 2\pi \geq \pi. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы (2.3) получаем выражение угла поворота шатуна:

$$\beta(\varphi) = \arccos(0,4\cos\varphi - \cos\alpha + 0,8).$$

Траектория точки  $E$   $\lambda$ -механизма представлена на рисунке 2.2 пунктиром. Она является замкнутой и симметричной относительно оси, параллельной  $\vec{e}_y$ . Часть траектории, соответствующая повороту кривошипа в положительном направлении на половину периода от первоначального положения приближается к прямолинейной, причём отличие от прямой на этом участке составляет сотую долю размера кривошипа.

**Утверждение 3.** *Механизм ноги обладает симметрией. Угол поворота бедра и угол поворота шатуна связаны соотношением:  $\alpha(-\varphi) = \beta(\varphi)$ .*

Доказательство. Рассмотрим два положения механизма, отвечающих повороту кривошипа на угол  $\varphi$  и  $-\varphi$ . Координаты подвижных вершин  $A, C, D$  звеньев в этих положениях обозначим индексами 1 и 2 соответственно (см. рисунок 2.3).

Очевидно, что треугольники  $\triangle OBA_1$  и  $\triangle OBA_2$  равны, т.к. по условию Чебышёва равны их стороны ( $OB$  — общая и  $OA_1 = OA_2$  — длина кривошипа), а так же угол между ними:  $\angle A_1OB = \angle A_2OB$ . Тогда  $\angle OBA_1 = \angle OBA_2$

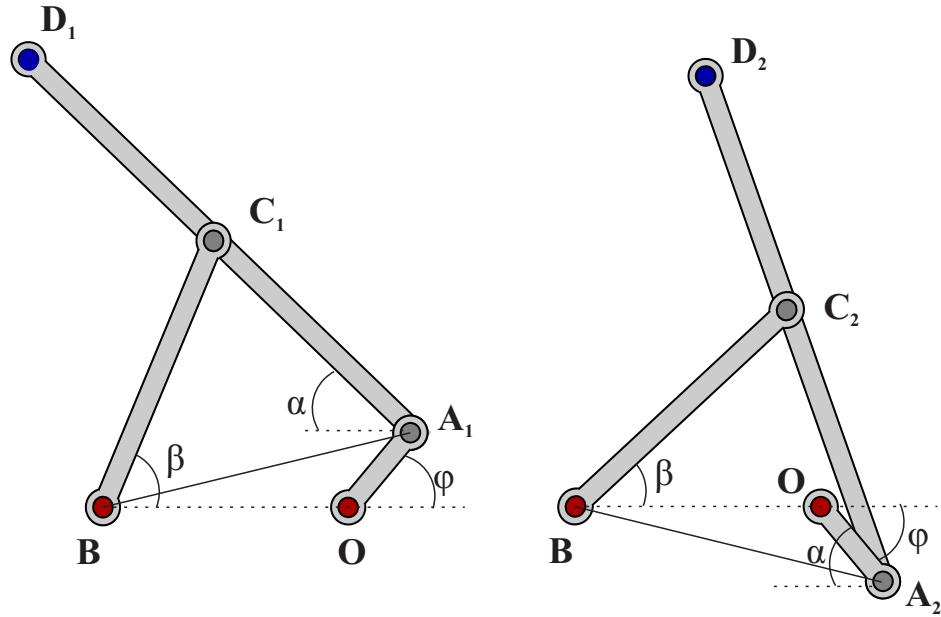


Рисунок 2.3 — Два симметричных положения механизма Чебышёва

и  $BA_1 = BA_2$ . Треугольники  $\triangle A_1BC_1$  и  $\triangle A_2BC_2$  равны, поскольку соответственно равны стороны, образующие эти треугольники. Более того, указанные треугольники являются равнобедренными с основаниями  $BA_i$  ( $i = 1, 2$ ). Тогда имеем следующую цепочку тождеств:

$$\angle A_1BC_1 = \beta(\varphi) - \angle OBA_1 = \angle BA_2C_2 = \alpha(-\varphi) - \angle OBA_2 \quad (2.7)$$

из которой и следует условие утверждения. ■

**Утверждение 4.** *Шагающий аппарат допускает движение без проскальзывания.*

Доказательство. Рассмотрим положение передней левой и задней правой ноги в фазе опоры. Обозначим индексами 1 и 2 узлы звеньев соответствующих ног (см. рисунок 2.4). Покажем, что:

1. Расстояние между верхними узлами  $\lambda$ -механизмов сохраняется;
2. Прямая  $D_1D_2$ , соединяющая верхние узлы  $\lambda$ -механизмов горизонтальна.

Заметим, что  $\triangle OA_1B_1 = \triangle OA_2B_2$ , т.к. соответственно равны 2 стороны ( $OB_1 = OB_2$ ,  $OA_1 = OA_2$ ) и углы  $\angle B_1OA_1 = \angle B_2OA_2$ . Тогда равны треугольники  $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_2B_2C_2$ , по равенству образующих эти треугольники сторон. Аналогично, равны треугольники  $\triangle A_1B_1D_1 = \triangle A_2B_2D_2$ . Так как  $\angle A_1B_1O = \angle A_2B_2O$ , то, очевидно,  $|D_1D_2| = const$  и  $D_1D_2 \parallel B_1B_2$ . ■

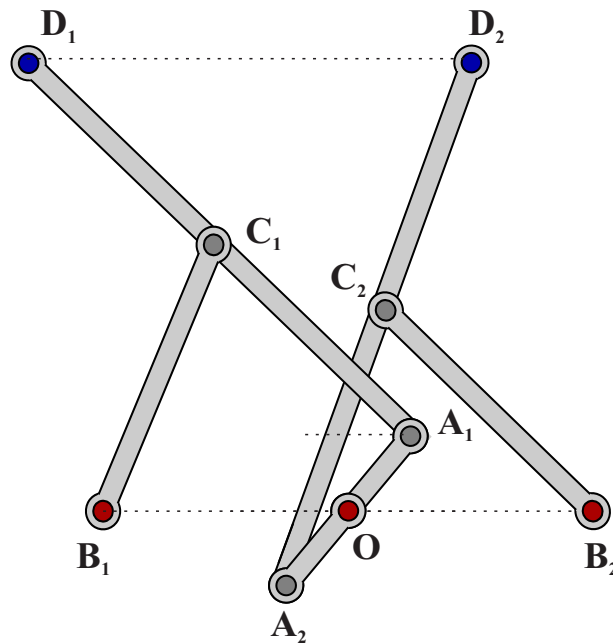


Рисунок 2.4 — Положения передней левой и задней правой ноги в фазе опоры

**Следствие 1.** *Корпус шагающего механизма совершает плоско-параллельное движение в вертикальной плоскости.*

Доказательство. Прямая  $D_1D_2$  (см. рисунок 2.4) горизонтальна, т.к. соответствующие голени находятся в фазе опоры и контактируют с плоскостью. В утверждении 4 показано, что  $D_1D_2 \parallel B_1B_2$ . Поэтому механизм не допускает поворота корпуса вокруг горизонтальной оси, параллельной  $Oz$ . ■

**Утверждение 5.** *В момент смены опорных ног ( $\varphi = \pm\pi/2$ ) скорости всех голеней одинаковы.*

Примем следующие допущения в модели:

1. Считаем, что при движении шагающего аппарата не происходит проскальзывания опорных ног;
2. Пренебрегаем отклонением стоп в фазе переноса от вертикали;
3. Считаем, что корпус машины остаётся горизонтальным;
4. Пренебрегаем трением в шарнирах.

Предположения 1–3 позволяют сделать вывод о том, что в системе 1 степень свободы. Это полностью согласуется с известными ранее исследованиям [68; 71]. Выберем угол поворота кривошипа  $\varphi$  в качестве обобщённой координаты. Предположение 4 сделано для упрощения исследования системы.

### 2.1.2 Кинетическая и потенциальная энергия

Пусть  $\vec{v}$  – абсолютная скорость корпуса относительно земли. Нетрудно видеть, что эта скорость определяется относительной скоростью точки  $D$  бедра в фазе опоры в подвижной системе координат. Более подробно,

$$\vec{v} = -r\dot{\varphi} \left( -\sin \varphi + 5 \frac{d\alpha}{d\varphi} \sin \alpha \right) \vec{e}_x - r\dot{\varphi} \left( \cos \varphi + 5 \frac{d\alpha}{d\varphi} \cos \alpha \right) \vec{e}_y.$$

Введём обозначение:

$$v(\varphi) = \frac{\langle \vec{v}, \vec{e}_x \rangle}{r\dot{\varphi}}$$

Соответствующая формула задаётся кусочным соотношением с переключением в точке смены опорных ног:

$$v(\varphi) = \begin{cases} \sin(\varphi - \pi) - 5 \left( \frac{d\alpha}{d\psi} \sin \alpha(\psi) \right) \Big|_{\psi=\varphi-\pi}, & \text{при } \frac{\pi}{2} < \varphi \bmod 2\pi < \frac{3\pi}{2}, \\ \sin \varphi - 5 \sin \alpha \frac{d\alpha}{d\varphi}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Вспомогательная переменная  $\psi$  введена в этой записи для удобства обозначения.

Зависимость горизонтальной составляющей скорости корпуса от угла поворота кривошипа представлена на рис. 2.5. Численное исследование показывает, что вертикальная составляющая скорости корпуса на 2 порядка ниже, чем горизонтальная. Поэтому при дальнейшем описании системы будем пренебрегать вертикальными смещениями корпуса для сокращения выкладок.

Два кривошипа и вал образуют единое твёрдое тело, движение которого формируется из поступательного со скоростью  $v(\varphi)\dot{\varphi}$  и вращения вокруг оси  $Oz$  с угловой скоростью  $\dot{\varphi}\vec{e}_z$ . Пусть  $J_O$  — момент инерции этого твёрдого тела относительно оси вращения, а  $m$  — его масса. Тогда кинетическая энергия этого тела имеет вид:

$$T_{\text{кривошипов}} = \frac{1}{2}m(v(\varphi)r\dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2}J_O\dot{\varphi}^2.$$

Считаем, что каждый шатун имеет массу  $m_B$  и момент инерции  $J_B$  относительно оси  $Bz$ . Предположим, что центр масс каждого шатуна расположен в

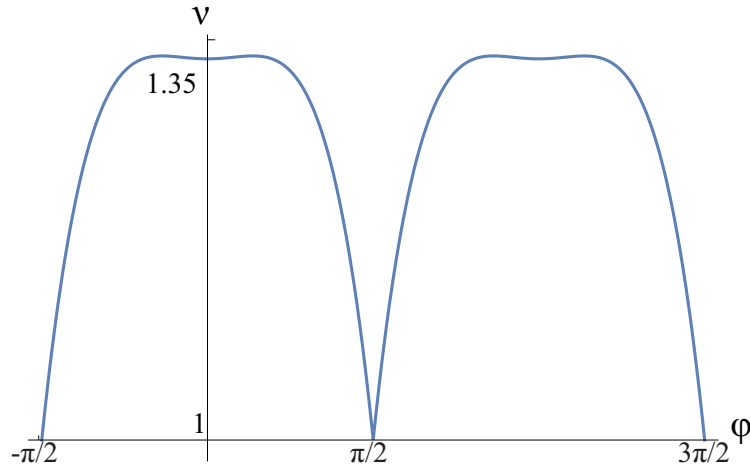


Рисунок 2.5 — Функция, определяющая горизонтальную скорость корпуса

точке его крепления с платформой. Тогда кинетическая энергия шатунов определена следующей суммой:

$$\begin{aligned}
 T_{\text{шатунов}} &= \sum_{i=1}^4 \left( \frac{1}{2} m_B (v(\varphi) r \dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2} J_E \dot{\beta}_i^2 \right) = \\
 &= 4 \cdot \frac{1}{2} m_B (v(\varphi) r \dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2} J_B \underbrace{\left( \dot{\beta}_1^2 + \dot{\beta}_2^2 + \dot{\beta}_3^2 + \dot{\beta}_4^2 \right)}_{= \dot{\varphi}^2 ((\alpha'(\varphi - \pi))^2 + (-\alpha'(-\varphi))^2 + (-\alpha'(-\varphi - \pi))^2 + (\alpha'(\varphi))^2)} = \\
 &= 2m_B (v(\varphi) r \dot{\varphi})^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} J_B \dot{\varphi}^2 \left( (\alpha'(\varphi - \pi))^2 + (\alpha'(-\pi - \varphi))^2 + (\alpha'(\varphi))^2 + (\alpha'(-\varphi))^2 \right).
 \end{aligned}$$

Предположим, что каждое бедро имеет массу  $m_D$  (соответствующая точка  $D$  — центр масс бедра), и момент инерции  $J_D$  относительно оси  $Dz$ . Тогда кинетическая энергия бёдер формируется за счёт их угловой скорости и поступательного движения двух бёдер, находящихся в фазе переноса. Абсолютная скорость бедра состоит из скорости корпуса и скорости переноса бедра относительно платформы:

$$\begin{aligned}
 T_{\text{бёдер}} &= m_D \dot{\varphi}^2 ((r v(\varphi) + u_h(\varphi))^2 + u_v^2(\varphi)) + \\
 &+ \frac{1}{2} J_D \dot{\varphi}^2 \left( (\alpha'(\varphi - \pi))^2 + (\alpha'(-\pi - \varphi))^2 + (\alpha'(\varphi))^2 + (\alpha'(-\varphi))^2 \right).
 \end{aligned}$$

Здесь  $u_h(\varphi), u_v(\varphi)$  — относительная горизонтальная и вертикальная составляющие скорости верхней точки  $D$  бедра в фазе переноса. Они определены выражением:

$$u_h(\varphi) = \begin{cases} -\sin \varphi + 5 \sin \alpha(\varphi) \frac{d\alpha}{d\varphi}, & \text{при } \frac{\pi}{2} < \varphi \bmod 2\pi < \frac{3\pi}{2}, \\ -\sin(\varphi - \pi) + 5 \left( \frac{d\alpha(\psi)}{d\psi} \sin \alpha(\psi) \right) \Big|_{\psi=\varphi-\pi}, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$u_v(\varphi) = \begin{cases} \cos \varphi + 5 \cos \alpha(\varphi) \frac{d\alpha}{d\varphi}, & \text{при } \frac{\pi}{2} < \varphi \bmod 2\pi < \frac{3\pi}{2}, \\ \cos(\varphi - \pi) + 5 \left( \frac{d\alpha(\psi)}{d\psi} \cos \alpha(\psi) \right) \Big|_{\psi=\varphi-\pi}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Вид этих функций представлен на рисунке 2.6.

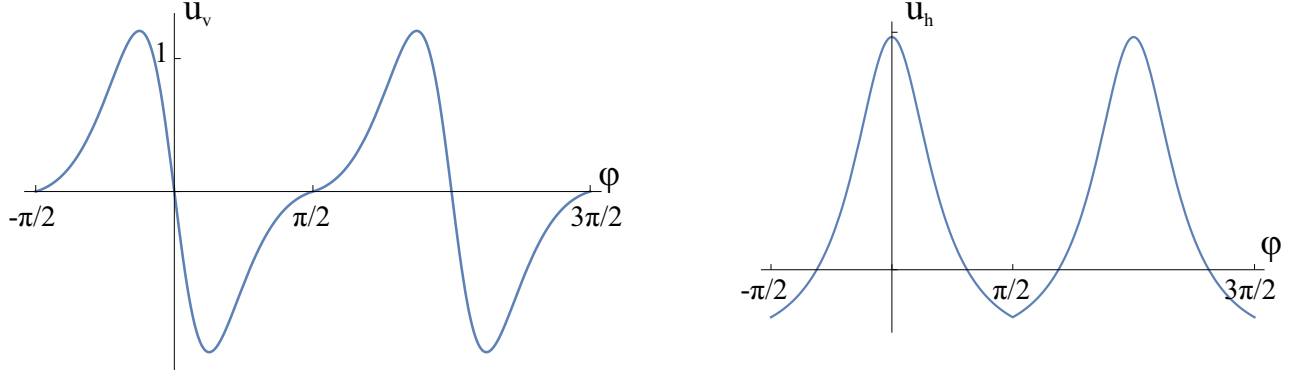


Рисунок 2.6 — Функция, определяющая горизонтальную и вертикальную составляющую скорости центра масс бедра в фазе переноса

Для корпуса имеем:

$$T_{\text{корп}} = \frac{1}{2} M \mathbf{v}^2 = \frac{1}{2} M (r\mathbf{v}(\varphi)\dot{\varphi})^2.$$

Обозначим массу голени  $m_E$ . Кинетическая энергия двух голеней, находящихся в фазе опоры равна нулю, поскольку имеет место шаг без проскальзывания. Голени в фазе переноса движутся поступательно со скоростью  $\vec{u}$ . Тогда

$$T_{\text{переноса}} = 2 \cdot \frac{1}{2} m_E (r\mathbf{v}(\varphi)\dot{\varphi} + \vec{u})^2 = m_E \dot{\varphi}^2 ((r\mathbf{v}(\varphi) + u_h(\varphi))^2 + u_v^2(\varphi)).$$

Пропеллер совершает поступательное движение со скоростью  $\vec{v}$  и вращение с угловой скоростью  $n\dot{\varphi}$ , вокруг его оси динамической симметрии. Пусть  $J_a$  — момент инерции пропеллера относительно его оси вращения и  $m_a$  — масса пропеллера. Тогда его кинетическая энергия вычисляется следующим образом:

$$T_{\text{пропеллера}} = \frac{1}{2} m_a \mathbf{v}^2 + \frac{1}{2} \langle J_a \dot{\varphi} \vec{e}_x, n\dot{\varphi} \vec{e}_x \rangle = \frac{1}{2} m_a (r\mathbf{v}(\varphi)\dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2} J_a n^2 \dot{\varphi}^2.$$

Наконец, общая кинетическая энергия системы есть сумма соответствующих слагаемых:

$$T = T_{\text{кривошипов}} + T_{\text{шатунов}} + T_{\text{бёдер}} + T_{\text{корп}} + T_{\text{переноса}} + T_{\text{пропеллера}}.$$

Запишем это выражение в следующей форме:

$$K(\varphi, \dot{\varphi}) = \frac{1}{2} J_a k(\varphi) \dot{\varphi}^2, \quad (2.8)$$

где  $k(\varphi)$  — суть следующая безразмерная функция:

$$k(\varphi) = v^2(\varphi) \frac{(m + M + m_a + 4m_B)r^2}{J_a} + \\ + 2 \left( (v(\varphi) + u_h(\varphi))^2 + u_v^2(\varphi) \right) \frac{(m_D + m_E)r^2}{J_a} + \frac{J_B + J_D}{J_a} f(\varphi) + \frac{J_O}{J_a} + n^2, \quad (2.9)$$

Третье слагаемое в (2.9) содержит вспомогательную функцию  $f(\varphi)$ , которая представляет собой сумму угловых скоростей четырёх бёдер (AD) и четырёх шатунов BC, делённую на  $\dot{\varphi}$ :

$$f(\varphi) = \left( \frac{d\alpha(\varphi)}{d\varphi} \right)^2 + \left( \frac{d\alpha(\psi)}{d\psi} \Big|_{\psi=-\varphi} \right)^2 + \left( \frac{d\alpha(\psi)}{d\psi} \Big|_{\psi=\varphi-\pi} \right)^2 + \left( \frac{d\alpha(\psi)}{d\psi} \Big|_{\psi=-\varphi-\pi} \right)^2 \quad (2.10)$$

Будем пренебрегать вертикальным смещением платформы. Тогда потенциальную энергию системы формируют только голени, находящиеся в фазе переноса. Вертикальная координата этих голеней определяется функцией:

$$p(\varphi) = \begin{cases} \sin \varphi + 5 \sin \alpha(\varphi), & \text{при } \frac{\pi}{2} < \varphi \bmod 2\pi < \frac{3\pi}{2}, \\ \sin(\varphi - \pi) + 5 \sin \alpha(\varphi - \pi), & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2.11)$$

Тогда потенциальная энергия системы записывается в виде:

$$P(\varphi) = 2gr(m_D + m_E)p(\varphi). \quad (2.12)$$

Здесь  $g$  — ускорение свободного падения. Центры тяжести бёдер и голеней совпадают с точкой D, а центры тяжести других элементов не перемещаются по вертикали. Можно отметить, что  $u_v(\varphi)$  — это производная от функции  $p(\varphi)$  по отношению к  $\varphi$ .

### 2.1.3 Неконсервативные внешние силы. Модель аэродинамического воздействия среды

Предположим, что в области, где перемещается аппарат, существует горизонтальный стационарный поток ветра скорости  $\vec{v}$  (см. рисунок 2.1). Вектор  $\vec{v}$  направлен вдоль оси  $Ox$ ; в частности, когда аппарат движется вперёд, скорость ветра направлена против скорости платформы.



Предположим, что аэродинамическое воздействие на систему представлено крутящим моментом  $\vec{M}_{aero}$ , действующим на пропеллер, и силой сопротивления  $\vec{F}_{aero}$ , приложенной к пропеллеру, а также силой сопротивления  $\vec{R}$ , приложенной к платформе. Обе силы сопротивления направлены вдоль воздушной скорости (т.е. скорости потока относительно платформы):  $\vec{v}_{отн} = \vec{v} + r\dot{\varphi}\mathbf{v}(\varphi)\vec{e}_x$ . Пренебрегаем аэродинамической нагрузкой на голени аппарата. Для описания аэродинамической нагрузки на пропеллер используется квазистационарный подход [88; 103], в полной аналогии с разделом 1.3. В соответствии с ним величины  $M_{aero}$  и  $F_{aero}$  пропорциональны квадрату  $\vec{v}_{отн}$ :

$$M_{aero} = \frac{1}{2}\rho S r_a (v + r\dot{\varphi}\mathbf{v}(\varphi))^2 C_T(\lambda); \quad (2.13)$$

$$F_{aero} = \frac{1}{2}\rho S r_a (v + r\dot{\varphi}\mathbf{v}(\varphi))^2 C_D(\lambda); \quad (2.14)$$

$$\lambda = \frac{n r_a \dot{\varphi}}{v + r\dot{\varphi}\mathbf{v}(\varphi)}; \quad (2.15)$$

Здесь  $\lambda$  — так называемая быстроходность пропеллера,  $\rho$  обозначает плотность воздуха,  $S$  — характерную площадь пропеллера. Коэффициенты аэродинамического момента и силы лобового сопротивления являются непрерывными функциями, аппроксимируемыми на основе экспериментальных данных [88] (рисунок 1.7).

Предполагается, что сила сопротивления  $\vec{R}$ , действующая на платформу машины, является линейной функцией скорости корпуса относительно потока:

$$R = \frac{1}{2}\rho k_b (v + r\dot{\varphi}\mathbf{v}(\varphi)), \quad (2.16)$$

где  $k_b$  — постоянный коэффициент.

## 2.2 Уравнения движения

Для записи уравнений движения используем формализм Лагранжа. Кинетическая и потенциальная энергия системы рассчитываются с использованием выражений (2.8), (2.9), (2.12), (2.11). Неконсервативные обобщённые силы, соответствующие аэродинамической нагрузке, рассчитываются на основе соотношений (2.13), (2.14), (2.16). Для удобства последующего анализа система

приведена к безразмерному виду. С этой целью введено безразмерное время  $\tau = t\sqrt{g/r}$ , безразмерная угловая скорость  $\omega = \dot{\varphi}\sqrt{r/g}$ , безразмерная импульсная переменная  $z = k(\varphi)\omega$  и следующие параметры:

$$\varepsilon = \rho S r^3 J_a^{-1}, \quad \nu_0 = v/\sqrt{gr}, \quad b = r/r_a, \quad \kappa = k_b/(2g^{1/2}r_a^{5/2}), \quad j = J_a^{-1}(m_D + m_E)r^2.$$

Здесь  $\varepsilon$  — безразмерный параметр, отвечающий за интенсивность неконсервативных слагаемых системы (2.17) по сравнению с консервативными слагаемыми. При дальнейшем изложении роль параметра  $\varepsilon$  будет раскрыта более подробно. Параметр  $\nu_0$  — это безразмерная скорость ветра,  $b$  — это соотношение между радиусом кривошипа и радиусом пропеллера,  $\kappa$  — безразмерный коэффициент силы сопротивления для платформы,  $j$  — безразмерный параметр, отвечающий за меру инертности каждой опоры.

Уравнения движения в безразмерном виде имеют вид:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial z} = \omega, \quad \frac{dz}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} + \varepsilon Q(\varphi, z). \quad (2.17)$$

Здесь  $H(\varphi, z) = \frac{z^2}{2k(\varphi)} + jp(\varphi)$  — функция Гамильтона,  $Q(\varphi, z)$  — безразмерная обобщённая сила:

$$Q(\varphi, z) = \frac{b^2}{2}(\omega\nu(\varphi) + \nu_0)^2 (nC_T(\lambda) - b\nu(\varphi)C_D(\lambda)) - \frac{b^{5/2}}{\pi}\nu(\varphi)\kappa(\omega\nu(\varphi) + \nu_0).$$

Все функции, стоящие в правой части системы (2.17)  $\pi$ -периодические. Поэтому фазовое пространство системы представляет собой цилиндр  $(\varphi \bmod \pi, \omega)$ . Положения кривошипа  $\varphi = \pm\pi/2$  соответствуют смене опорных ног. Таким образом, при указанных значениях фазовые траектории теряют гладкость (но при этом остаются непрерывными).

Предпочтительным движением аппарата считаем периодическое движение против ветра. Такому движению отвечает притягивающий предельный цикл (2.17), охватывающей верхнюю часть фазового цилиндра.

Дальнейшими задачами данной работы являются: формулировка достаточных условий существования предельного цикла системы (2.17), охватывающего верхнюю половину фазового цилиндра; параметрический анализ характеристик соответствующего движения против ветра (в частности, поиск параметров, обеспечивающих высокую среднюю скорость ходьбы и широкую область притяжения предпочтительного режима); экспериментальная проверка существования режимов ходьбы против ветра.

### 2.3 Алгоритм анализа системы

Система (2.17) существенно нелинейна. Поиск её предельных циклов является довольно трудоёмкой процедурой. Чтобы систематизировать этот поиск, применим следующий алгоритм:

1. Сначала рассмотрим случай малых  $\varepsilon$ . Физический смысл этого заключается в том, что аэродинамическая нагрузка намного меньше сил тяжести и инерции. Величину аэродинамического воздействия можно уменьшить, увеличив момент инерции пропеллера.
  - а) Используем подход Андронова–Понтрягина, чтобы получить достаточные условия существования предельного цикла системы (2.17) для случая  $\varepsilon \ll 1$ . Он основан на рассмотрении порождающей гамильтоновой системы с гамильтоновой функцией  $H(\varphi, z)$ . Каждая невырожденная траектория этой системы является периодической и задаётся явным выражением  $z_h(\varphi)$ . Подход Андронова–Понтрягина даёт условие существования предельного цикла системы (2.17) в малой окрестности траектории порождающей гамильтоновой системы. Строгие формулировки приведены в следующем разделе. Примечательно, что этот подход применим как для притягивающих предельных циклов, так и для отталкивающих.
  - б) Затем используем эти достаточные условия, предоставляемые критерием Андронова–Понтрягина, для нахождения и описания предельных циклов в зависимости от параметров системы. В ходе анализа один параметр системы (2.17) изменяется, в то время как другие параметры остаются постоянными. Рассчитываем среднюю скорость машины на траектории  $z_h(\varphi)$ , удовлетворяющей критерию Андронова–Понтрягина. Таким образом, проводится параметрический анализ предельных циклов для случая  $\varepsilon \ll 1$ .
2. После этого рассматриваем случай  $\varepsilon \sim 1$ . Для некоторого конечного значения  $\varepsilon$  и заданного набора других параметров выполняем прямое численное интегрирование (используя метод Рунге–Кутты) системы (2.17) с начальными условиями, взятыми вблизи предельных циклов,

полученных на первом этапе (эти циклы уже найдены для того же набора параметров, но для случая  $\varepsilon \ll 1$ ). Строим (численно) траекторию системы (2.17) с такими начальными условиями, и она стремится к некоторой притягивающей траектории. Таким образом, находим притягивающую траекторию системы (2.17), в частности, предельный цикл. Чтобы найти отталкивающие предельные циклы, выполняем интегрирование в обратном времени. Средние значения переменных (например, средняя скорость) по предельным циклам вычисляются численно. Таким образом, проведём параметрический анализ предельных циклов для случая  $\varepsilon \sim 1$  и сравним его результаты с порождающим случаем  $\varepsilon \ll 1$ .

## 2.4 Достаточные условия существования периодических движений против ветра

Периодическое движение может существовать, если подвод энергии, обеспечиваемый аэродинамическим моментом  $M_{aero}$ , компенсирует потери энергии, обусловленные аэродинамическими силами лобового сопротивления  $F_{aero}$  и  $R$ . Сформулируем соответствующее условие в строгой и конструктивной форме для случая малых значений параметра  $\varepsilon$ .

Нулевое значение параметра  $\varepsilon$  в уравнениях (2.17) соответствует случаю гамильтоновой системы с функцией гамильтона  $H(\varphi, z)$ . Обозначим траекторию этой системы, соответствующую гамильтонову уровню  $H(\varphi, z) = h$  и расположенную в области  $z > 0$  как  $z_h(\varphi)$ :

$$z_h(\varphi) = \sqrt{2k(\varphi)(h - jp(\varphi))}, \quad h > h_s, \quad h_s = jp(0).$$

Уровень гамильтониана  $h_s$  соответствует сепаратрисе гамильтоновой системы.

Применим подход Андронова–Понтрягина [104; 105] в форме, адаптированной для негладких систем [106], и получим условия, при которых предельный цикл системы (2.17) начинается с траектории  $z_h(\varphi)$  гамильтоновой системы. Для этого введём функцию Понтрягина, соответствующую среднему

значению работы неконсервативных сил, рассчитанной вдоль траектории  $z_h(\varphi)$ :

$$I(h) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q\left(\varphi, \sqrt{2k(\varphi)(h - jp(\varphi))}\right) d\varphi.$$

Общая идея подхода заключается в поиске нулей функции Понтрягина.

Согласно [104—106], для системы (2.17) выполняются следующие **достаточные условия существования предельного цикла**: Если для уровня гамильтониана  $h = h_0 > h_s$  функция Понтрягина  $I(h)$  равна нулю, а её производная относительно  $h$  отрицательна (положительна):

$$I(h_0) = 0, \quad \left. \frac{dI}{dh} \right|_{h=h_0} \neq 0, \quad (2.18)$$

тогда при достаточно малых значениях  $\varepsilon$  система (2.17) имеет притягивающий (отталкивающий) предельный цикл, расположенный в малой окрестности кривой  $z_{h_0}(\varphi)$ . При стремлении  $\varepsilon$  к нулю этот предельный цикл системы (2.17) стремится к кривой  $z_{h_0}(\varphi)$ .

Указанный подход оказался эффективным для различных систем, взаимодействующих с потоком сплошной среды, например, [63; 107—109].

Далее, используя условия (2.18), находим предельные циклы системы (2.17), соответствующие периодическим режимам движения шагающего аппарата против ветра, и проводим их параметрический анализ.

## 2.5 Параметрический анализ режимов движения навстречу ветру

Используя достаточные условия (2.18), построим асимптотическую бифуркационную диаграмму ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) для предельных циклов системы (2.17), расположенных в области  $\omega > 0$  (т.е. циклов, охватывающих верхнюю половину фазового цилиндра). Диаграмма (рис. 2.8) показывает, как средняя по времени скорость машины, нормированная по скорости ветра  $v$ , зависит от передаточного числа  $n$ . Она построена для следующего фиксированного набора безразмерных параметров:

$$v_0 = 4,76, \kappa = 8,82, j = 1,89, b = 0,225, \quad (2.19)$$

и безразмерных комбинаций, которые включены в функцию  $k(\varphi)$  :

$$\begin{cases} J_a^{-1}((m + M + m_a) + 4m_B)r^2 = 190,57, J_a^{-1}(m_D + m_E)r^2 = 2,4, \\ J_a^{-1}(J_B + J_D) = 1,38, J_a^{-1}J_O = 0,015. \end{cases} \quad (2.20)$$

Эти значения выбраны на основе характеристик пластикового прототипа, изготовленного в Институте механики МГУ. Массовые характеристики элементов определены с помощью 3D-моделирования прототипа в программе 3D-CAD Autodesk Inventor; соответствующая 3D-модель представлена на рисунке 2.7. Предполагается, что параметр  $\varepsilon$  должен быть мал. Перечисленный набор параметров полностью определяет систему (2.17).



Рисунок 2.7 — Трёхмерная модель изготовленного прототипа

На рисунке 2.8 сплошная линия (“a”) соответствует притягивающим предельным циклам, которые существуют при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Каждый из таких предельных циклов соответствует периодическому режиму движения машины против ветра. Пунктирная линия (“b”) соответствует отталкивающим предельным циклам, которые существуют при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Каждый из таких предельных циклов соответствует отталкивающему периодическому режиму, который ограничивает область притяжения желаемого движения. Крестик (“c”) соответствует передаточному числу  $n = n_s$ , при котором отталкивающий предельный цикл исчезает, сливаясь с сепаратрисой седла. Точки и квадраты (“d” и “e”) представляют собой предельные циклы, найденные путём прямого численного интегрирования системы (2.17) с различными начальными условиями для  $\varepsilon = 7,62$  и для  $\varepsilon = 0,762$ , соответственно. Значение  $\varepsilon = 7,62$  соответствует

характеристикам пластикового прототипа машины. Для сравнения выбирается значение параметра, уменьшенное в 10 раз.

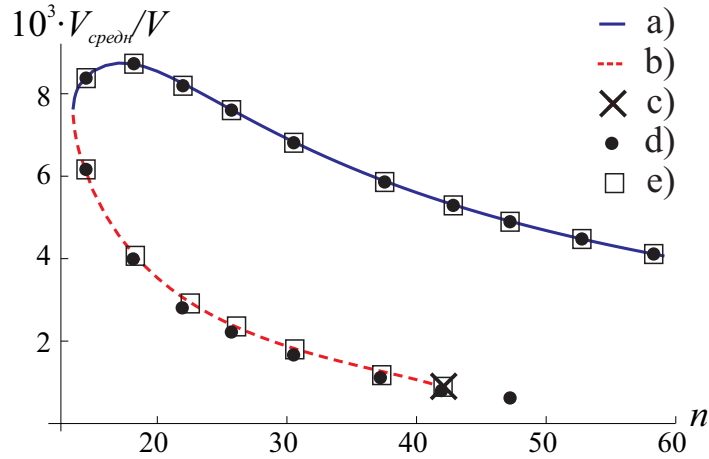


Рисунок 2.8 — Зависимость средней скорости на периоде от передаточного числа

На рисунке 2.8 показано, что даже при достаточно больших значениях  $\varepsilon$ , алгоритм Андронова–Понтрягина очень хорошо описывает циклы притяжения системы (2.17): все точки верхней ветви диаграммы, рассчитанные с помощью численного интегрирования системы, близки к кривой, построенной на основе критерия Андронова–Понтрягина. Однако заметны существенные отклонения точек, рассчитанных для нижней асимптотической ветви.

На рисунке 2.9 показаны элементы фазового портрета системы (2.17) на развёртке цилиндра для случая  $n = 30$  (остальные параметры приведены в (2.19), (2.20)). Жирными линиями обозначены предельные циклы (верхняя — притягивающий цикл, нижняя — отталкивающий цикл). Пунктирными линиями обозначены две траектории гамильтоновой системы, которые аппроксимируют эти предельные циклы полной системы (2.17), когда  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Эти траектории выбираются из всех траекторий гамильтоновой системы с использованием условия Андронова–Понтрягина, описанного выше. Тонкие сплошные линии — это элементы траекторий системы (2.17), расположенные в разных областях относительно предельных циклов. Они представлены для того, чтобы показать качественное поведение траекторий в трёх областях, на которые циклы разделяют фазовое пространство.

Разница между точными и приближёнными (асимптотическими) периодическими траекториями уменьшается с уменьшением  $\varepsilon$ . Таким образом, для аппроксимации Андронова–Понтрягина значение  $n_s$  (передаточное число, при котором отталкивающая траектория исчезает) отличается от точного значения

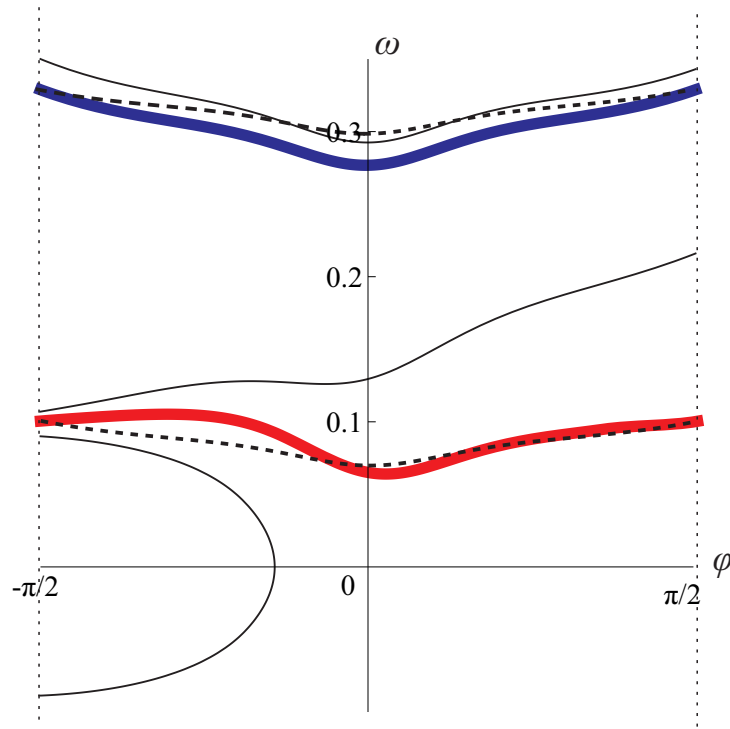


Рисунок 2.9 — Элементы фазового портрета системы для набора параметров (2.19), (2.20) при  $\varepsilon = 7,62$ ,  $n = 30$

$n_s$  всего на 0,3%. Значение  $n_s$  важно для практики: при  $n > n_s$  область притяжения верхнего предельного цикла содержит часть линии  $\dot{\phi} = 0$ . Другими словами, при  $n > n_s$  существует диапазон значений угла  $\phi$ , при котором машина с нулевой начальной скоростью способна самостоятельно переходить к движению навстречу ветру.

На рисунке 2.10 показано, как значение  $n_s$  зависит от параметра  $\varepsilon$  (эта кривая была построена с использованием прямого численного интегрирования системы (2.17) с параметрами (2.19), (2.20) для различных  $\varepsilon$  и различных начальных условий). Если пара  $(\varepsilon, n)$  выбрана из области, которая находится выше представленной кривой, то машина может самостоятельно перейти в режим движения против ветра.

На рисунке 2.10 показано, что при увеличении  $\varepsilon$ , значение передаточного числа  $n$ , необходимое для самостоятельного разгона против ветра, также увеличивается.

На рисунке 2.11 представлена асимптотическая бифуркационная диаграмма предельных циклов системы (2.17), расположенных в области  $\omega > 0$  в зависимости от соотношения  $b$  между радиусом  $r$  кривошипа и радиусом  $r_a$  пропеллера. Для этой диаграммы  $n = 16$ , а значения других безразмерных параметров (кроме  $b$ ) такие же, как указано в (2.19), (2.20). Обозначения ана-



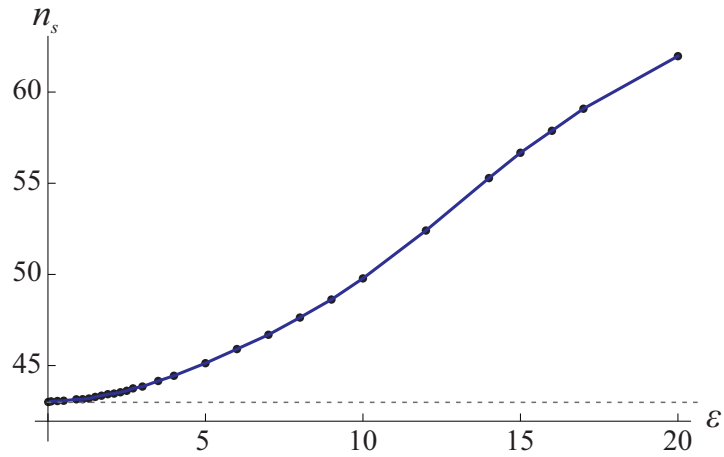


Рисунок 2.10 — Значение  $n_s$  передаточного числа, при котором разрушается отталкивающий периодический режим

логичны указанным на рисунке 2.8. Точки соответствуют предельным циклам, определённым путём численного интегрирования системы (2.17) для  $\varepsilon = 7,62$ .

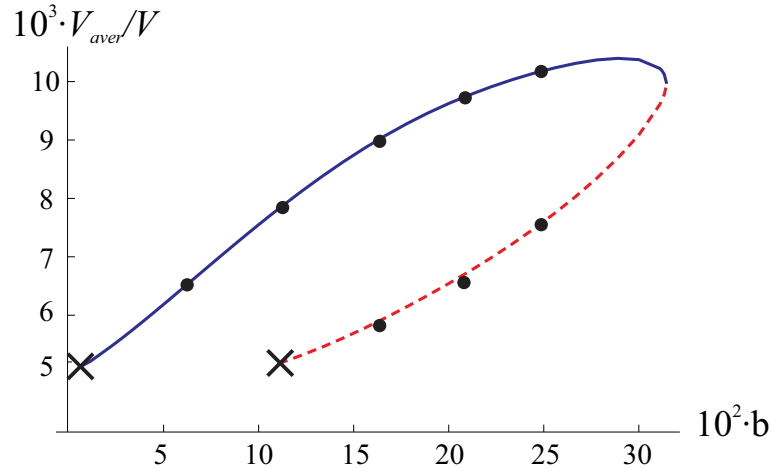


Рисунок 2.11 — Бифуркационная диаграмма безразмерной средней скорости на периодических траекториях в зависимости от соотношения  $b$  между радиусом  $r$  кривошипа и радиусом  $r_a$  пропеллера

Для существования режима движения навстречу ветру значение  $b$  должно лежать в определённом интервале. Максимальная средняя скорость движения против ветра достигается достаточно близко к правой границе этого интервала. Она достигается при  $b = 0,295$  и составляет около 1% от скорости ветра. Отметим, что отталкивающий цикл, ограничивающий область притяжения искомого режима движения разрушается из-за слияния с сепаратрисой при уменьшении  $b$ .

## 2.6 Обсуждение результатов

Обсудим основные особенности системы (2.17), которые раскрываются на бифуркационных диаграммах, построенных выше. Во-первых, обнаружены два периодических режима движения механизма, при которых корпус перемещается навстречу ветру: притягивающий с «высокой» скоростью движения и отталкивающий с «низкой» скоростью движения. Естественно ожидать и третий периодический режим, который представляет собой движение по ветру. Однако для описания таких режимов недостаточно экспериментальных данных об аэродинамических характеристиках пропеллера с отрицательной скоростью вращения. Это обстоятельство не позволяет корректно описать движение машины по ветру в рамках предложенной здесь математической модели.

Во-вторых, для возможности периодического движения навстречу ветру передаточное число  $n$  должно быть достаточно большим (см. рисунок 2.8), соотношение  $b$  между радиусом  $r$  кривошипа и радиусом  $r_a$  пропеллера не должно быть ни слишком маленьким, ни слишком большим (см. рисунок 2.11). Для реализации большого числа  $n$  в прототипе была использована червячная передача, которая хорошо подходит для больших передаточных чисел.

В-третьих, максимальная средняя скорость притягивающего периодического движения достигается при значениях параметров, достаточно близких к точке слияния притягивающего и отталкивающего режимов. Для изготовления прототипа можно было бы рекомендовать использовать набор параметров, которые не обеспечивают максимальную скорость, но создают достаточно широкую область притяжения желаемого режима.

Отметим, что передаточное число  $n$  допускает довольно простое с технической точки зрения изменение. Таким образом, может быть собран прототип с изменяемым  $n$ . Изменение этого параметра можно использовать в качестве элемента управления. Например, система может быть переведена в область притяжения периодического движения против ветра путём увеличения  $n$ ; после самостоятельного перехода к движению против ветра отношение  $n$  может быть уменьшено для увеличения средней скорости движения. Такой вид параметрического управления обсуждался в разделе 1.3.5 настоящей диссертации, а так же для других ветроэнергетических систем в работе [109].

Обратим внимание на один специфический факт, отмеченный в описании к рисункам 2.8 и 2.10. Для самостоятельного перехода машины в режим движения против ветра предпочтительнее использовать относительно малый  $\varepsilon$ . Этот параметр можно уменьшить, увеличив момент инерции пропеллера. На первый взгляд, этот факт выглядит парадоксальным: *более инертный механизм в большей степени способен к самозапуску*. Грубо говоря, объяснение заключается в следующем: при некотором диапазоне начальных углов  $\varphi$  механизм обладает довольно большим запасом потенциальной энергии; если механизм достаточно инертен, то эта энергия будет преобразована в кинетическую энергию с относительно небольшими потерями. Таким образом, будет достигнута довольно высокая угловая скорость вращения пропеллера. При высокой угловой скорости пропеллера аэродинамический момент достаточно высок, чтобы поддерживать дальнейшее ускорение системы при периодическом движении навстречу ветру. Если механизм недостаточно инертен, сила аэродинамического сопротивления может привести к большим потерям энергии. Начальная потенциальная энергия будет «производить» довольно низкую кинетическую энергию из-за этих потерь. Скорость вращения пропеллера не достигнет значений, при которых аэродинамический момент будет достаточно высок для дальнейшего разгона системы против ветра. В результате машина будет «пятиться» назад под напором ветра. Таким образом, для того чтобы машина была способна самостоятельно переходить на режим движения против ветра, её пропеллер следует сделать более инертным.

Среди направлений дальнейших исследований можно выделить следующие задачи: изучение колебательных циклов и соответствующих бифуркаций (в частности, бифуркации Андронова–Хопфа). Также интересно описать эволюцию бифуркационных диаграмм с увеличением  $\varepsilon$ , что можно сделать, например, с помощью подхода [109].

## 2.7 Экспериментальный прототип и его тестирование

Прототип шагающего аппарата был собран в Институте механики МГУ. Его инерционные параметры приведены в (2.19), (2.20),  $\varepsilon \approx 7,62$ . Передаточное число  $n = 52$ . Корпус, составляющие  $\lambda$ -механизмов, передняя и задняя

стойки выполнены из PLA-пластика (может быть использован другой материал, например, древесина или композитные материалы). Длина корпуса 82 мм, ширина — 30 мм, высота (с учётом стоек) — 35 мм. Валы и сочленения звеньев лямбда-механизмов выполнены из карбоновых трубок внешним диаметром 4 мм и внутренним 2 мм. Длина приводного вала — 44 мм, вала пропеллера — 160 мм. Расстояние между посадочными отверстиями составляет, соответственно, 18 мм у кривошипов, 45 мм у шатунов и рычагов. Расстояние между осью приводного вала и центрами крепления шатунов на корпусе равно 36 мм. Голени устройства выполнены из углеродных трубок с внешним диаметром 5 мм, внутренним диаметром 3 мм и длиной 145 мм. Пропеллер изготовлен из пластика, и имеет три лопасти длиной 78 мм. Червячное колесо и трапецеидальный винт изготовлены из пластика и составляют червячную пару с передаточным числом 52.

Эксперименты проводились в НИИ механики МГУ при скорости потока воздуха 10–15 м/с. Стабильно наблюдался самоподдерживающийся режим движения механизма в потоке против ветра со скоростью 2–5 см/с.

Таким образом, экспериментально было подтверждено, что предлагаемое устройство работоспособно и при сравнительно небольших габаритах обеспечивает надёжное и эффективное преобразование энергии ветра в механическую энергию движения корпуса при встречном движении воздушного потока.

На рисунке 2.12 представлен экспериментальный прототип. По ссылке [110] можно загрузить 3D-модель прототипа и посмотреть видеозапись одного из лабораторных испытаний при движении навстречу ветру.

## 2.8 Заключение

Построена и исследована математическая модель шагающей машины, приводимой в действие пропеллерной ветротурбиной. Модель представлена в виде автономной динамической системы второго порядка с цилиндрическим фазовым пространством. Притягивающий предельный цикл, охватывающий верхнюю половину фазового цилиндра, соответствует предпочтительному режиму движения машины: движению против ветра за счёт энергии ветра. Получены достаточные условия существования таких предельных циклов. Про-

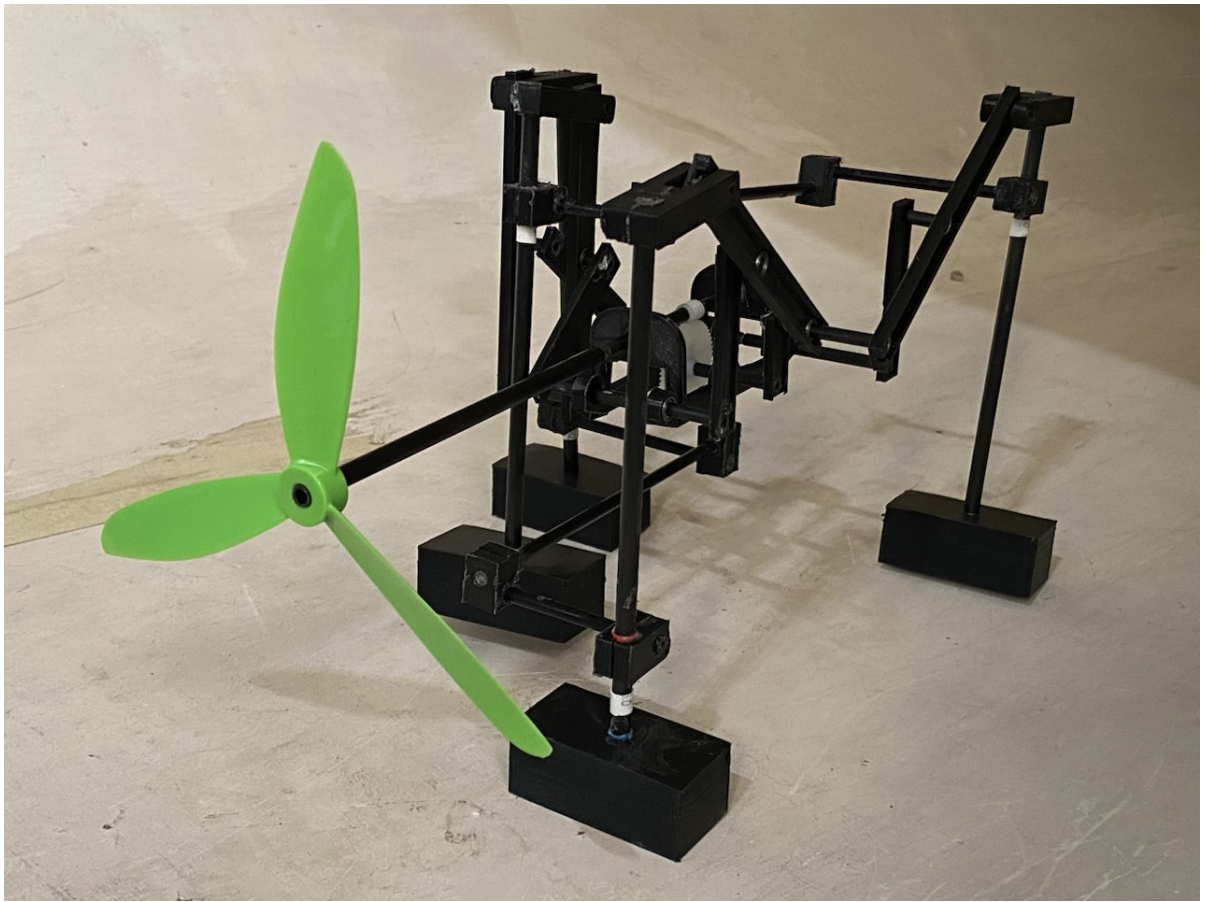


Рисунок 2.12 — Фотография экспериментального прототипа

ведён параметрический анализ циклов. В частности, показано, что область притяжения цикла может быть ограничена отталкивающим предельным циклом в зависимости от параметров. Оценена средняя скорость машины при периодическом движении против ветра. Построен экспериментальный прототип. Возможность движения против ветра зарегистрирована экспериментально. Таким образом, была спроектирована, смоделирована, сконструирована и испытана ветроэнергетическая шагающая машина, способная передвигаться навстречу ветру за счёт энергии этого ветра.

### **Глава 3. Моделирование динамики катамарана, приводимого в движение с помощью ротора Савониуса и гребного винта**

<sup>1</sup> В третьей главе диссертационной работы рассматривается динамика катамарана, приводом которого является гребной винт и установленный на корпус ротор Савониуса с вертикальной осью вращения. Система находится в горизонтальном стационарном потоке ветра. Под действием набегающего потока ротор вращается и приводит во вращение гребной винт, в результате чего создается сила тяги, обеспечивающая движение заданным курсом. Аэродинамическое воздействие на ротор и гидродинамическое воздействие на гребной винт описано на основе квазистатической модели с привлечением экспериментальных данных. Найден диапазон параметров, при которых возможна реализация режима прямолинейного движения против ветра за счёт энергии ветра. Построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость скорости на режимах движения против ветра от радиуса гребного винта и радиуса ротора Савониуса. Исследовано поведение катамарана при различном угле курса. Детально описано влияние боковой силы, действующей на вращающийся ротор. Установлено, что прямолинейное движение против ветра не обеспечивает наивысшую скорость перемещения между двумя прямыми, ортогональными направлению ветра. Найдено оптимальное значение курса с точки зрения максимизации проекции скорости корпуса на направление, противоположное скорости ветра. Показано, что скорость перемещения при выборе соответствующего курса может быть на 30% выше, чем при прямолинейном движении навстречу ветру. Несмотря на то, что движение по прямой строго против ветра происходит по кратчайшему пути, время перемещения до заданной прямой, расположенной строго выше по направлению ветра, будет минимально при движении под некоторыми углами к ветру. Это объясняется влиянием боковой силы, действующей на ротор.

---

<sup>1</sup>При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации, выполненные автором лично или в соавторстве, в которых, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [3]

### 3.1 Описание математической модели и постановка задачи

Рассмотрим прямолинейное движение плавательного катамарана, снабжённого ротором Савониуса [77], в горизонтальном стационарном потоке ветра. Механическая система состоит из двух поплавков, образующих корпус, установленного на него ротора Савониуса и гребного винта. Гребной винт и ротор Савониуса связаны между собой прямой передачей, т.е. один оборот ротора преобразуется в один оборот гребного винта. Система находится в стационарном горизонтальном потоке воздуха, скорость которого равна  $\vec{v}$ . Под действием потока ротор Савониуса начинает вращаться, передавая это вращение на гребной винт. Гребной винт создаёт толкающую силу, которая используется для движения катамарана.

Введём неподвижную систему координат  $Oxyz$  так, что ось  $Ox$  направлена противоположно скорости ветра, ось  $Oz$  вертикальна, а ось  $Oy$  дополняет систему до правой тройки. Схема катамарана представлена на рис. 3.1 а).

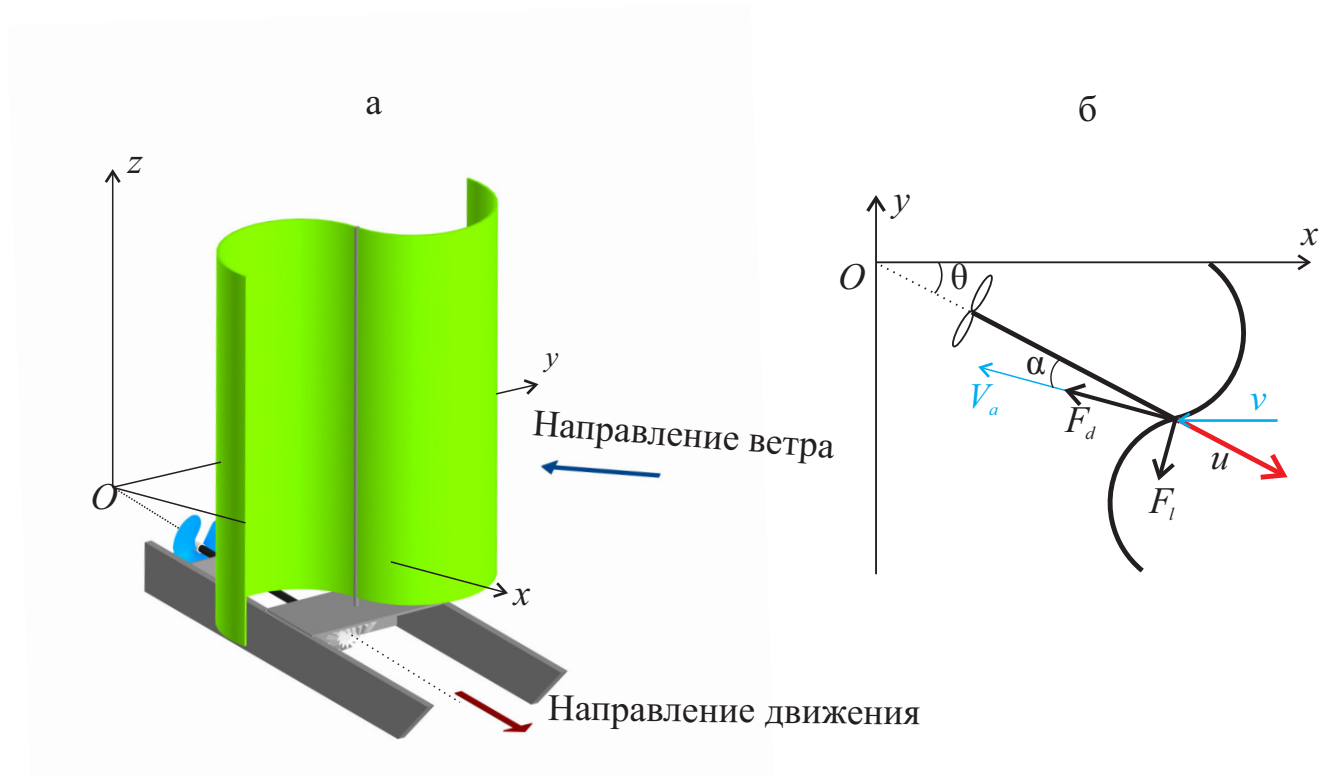


Рисунок 3.1 — Катамаран с ротором Савониуса

Воздействие потока среды на ротор Савониуса может привести к отклонению его оси от вертикали. Будем считать, что это отклонение мало и

пренебрегать им, в силу того, что поплавки катамарана разнесены между собой на достаточное расстояние. Это обеспечивает устойчивость, а также препятствует опрокидыванию корпуса. Таким образом считаем, что ось ротора вертикальна, и поэтому катамаран совершает плоско-параллельное движение в горизонтальной плоскости (рис. 3.1, б). При этом среди класса всевозможных движений ограничимся рассмотрением лишь тех, в которых корпус движется вдоль своей продольной оси под заданным углом курса  $\theta$  к оси  $Ox$ . Для реальных судов это условие можно обеспечить добавлением к поплавкам килевой системы, которая исключает их смещение в боковом направлении.

Положение системы можно описать следующими обобщёнными координатами:  $x, y$  — горизонтальные координаты центра масс и  $\varphi$  — угол поворота ротора Савониуса.

Пусть центры масс ротора и гребного винта расположены на их осях вращения. Запишем выражение для кинетической энергии системы:

$$T = \frac{1}{2} (mu^2 + (J_a + J_w)\omega^2). \quad (3.1)$$

Здесь  $m$  — масса всей системы,  $J_a$  — момент инерции ротора Савониуса относительно его оси вращения,  $J_w$  — момент инерции гребного винта относительно его оси вращения,  $u = (\dot{x})^2 + (\dot{y})^2$  — скорость корпуса,  $\omega = \dot{\varphi}$  — угловая скорость ротора Савониуса и гребного винта.

Опишем силы, действующие на систему. На корпус катамарана со стороны жидкости при движении действует сила вязкого трения  $-ku^2$ . На лопасти ротора действуют аэродинамические силы со стороны потока среды. По аналогии с работой [80], будем считать, что это воздействие сводится к силе  $\vec{F}_d$  лобового сопротивления, боковой силе  $\vec{F}_l$  и моменту  $\vec{M}_a$  относительно оси ротора, причём сила  $\vec{F}_d$  направлена против воздушной скорости ротора (т.е. скорости оси ротора относительно набегающего потока), а сила  $\vec{F}_l$  — перпендикулярно ей. Гребной винт создаёт толкающую силу  $\vec{T}_w$ , направленную вдоль продольной оси корпуса, и момент  $\vec{Q}_w$  относительно оси винта. Вышеуказанные силы и моменты имеют следующую структуру [89], [111]:

$$F_d = \frac{\rho_a S_a}{2} V_a^2 C_d(\lambda); \quad F_l = \frac{\rho_a S_a}{2} V_a^2 C_l(\lambda); \quad M_a = \frac{\rho_a S_a}{2} R V_a^2 C_m(\lambda); \quad (3.2)$$

$$T_w = \rho_w v^2 D^4 K_T(j); \quad Q_w = \rho_w v^2 D^5 K_Q(j). \quad (3.3)$$

Здесь  $\rho_a$  — плотность воздуха,  $\rho_w$  — плотность воды,  $R$  — радиус ротора,  $S_a = 2hR$  — характерная площадь поперечного сечения ротора,  $V_a =$



$\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv \cos \theta}$  — воздушная скорость ротора,  $D$  — диаметр гребного винта,  $\nu = \omega/2\pi$  — угловая скорость гребного винта, вычисленная в оборотах в секунду.

Функции  $C_d, C_l, C_m$  — безразмерные коэффициенты лобового сопротивления, боковой силы и момента ротора, соответственно. Аргументом этих функций выступает быстроходность ротора  $\lambda = \frac{R\omega}{V_a}$ . Эти функции аппроксимированы в [63] многочленами на основе экспериментальных данных для ротора, приведённых в [111], и имеют следующее представление (см. рис. 3.2):

$$C_d(\lambda) = -0.118\lambda^5 + 0.48\lambda^4 - 0.5\lambda^3 + 0.25\lambda + 0.26;$$

$$C_l(\lambda) = 1;$$

$$C_m(\lambda) = 1.71\lambda - 0.35;$$

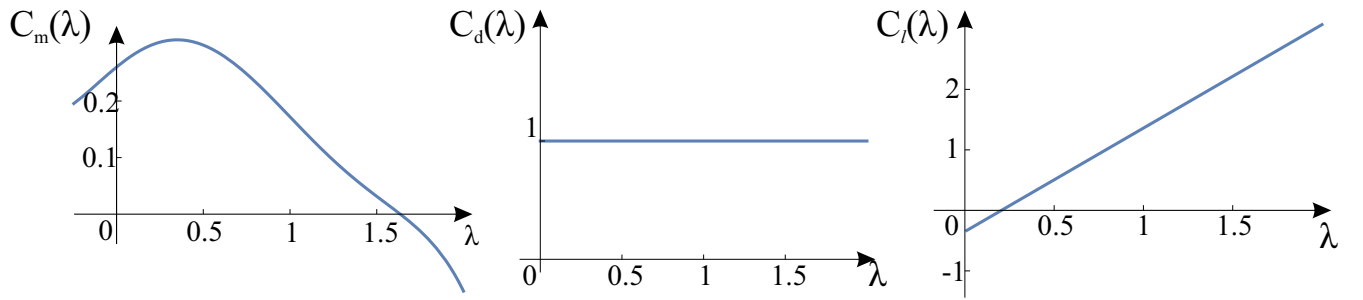


Рисунок 3.2 — Графики аэродинамических коэффициентов для ротора Савониуса

В полной аналогии с разделом 1.3 настоящей диссертации,  $K_T, K_Q$  — безразмерные коэффициенты тяги и момента гребного винта, которые аппроксимируются по результатам серийных экспериментов в опытовых бассейнах [89]. Аргументом этих функций выступает относительная поступь  $j = \frac{\pi u}{\omega r}$ . Поведение функций указано на рисунке 1.9.

В рамках настоящей работы ограничим область исследования значением  $0 < \nu < 600$  об/мин, поскольку формулы (3.3) справедливы только в этом интервале. Тогда, пренебрегая потерями в редукторе и соединительных узлах, можно записать уравнения движения в следующем виде:

$$\begin{cases} m\dot{u} = T_w - F_d \cos \alpha + F_l \sin \alpha - ku^2, \\ (J_a + J_w)\dot{\omega} = M_a - Q_w. \end{cases} \quad (3.4)$$

Здесь

$$\sin \alpha = \frac{v \sin \theta}{V_a}, \quad \cos \alpha = \frac{v \cos \theta + u}{V_a}$$

Как видно из системы 3.4 и выражений 3.3, введённые обобщённые координаты являются циклическими. Поэтому при дальнейшем изложении будем пользоваться обобщёнными скоростями  $u, \omega$ . Запишем (3.4) более подробно:

$$\begin{cases} m\dot{u} = \frac{4}{\pi^2} \rho_w \omega^2 \cdot r_w^4 K_T(j) - \frac{\rho_a R h}{2} V_a^2 \left( C_d(\lambda) \frac{v \cos \theta + u}{V_a} - C_l(\lambda) \frac{v \sin \theta}{V_a} \right) - k u^2, \\ (J_a + J_w) \dot{\omega} = \frac{\rho_a R^2 h}{2} V_a^2 C_m(\lambda) - \frac{8}{\pi^2} \rho_w \omega^2 \cdot r_w^5 K_Q(j). \end{cases} \quad (3.5)$$

Рассмотрим задачу перемещения центра масс корпуса по прямолинейной траектории между двумя прямыми, ортогональными оси  $Ox$ . Задача такого перемещения состоит в переводе корпуса из начального положения в другое, более удалённое относительно потока ветра. При этом будем считать управлением угол курса  $\theta$ .

## 3.2 Движение против ветра

В рамках поставленной задачи отдельно рассмотрим возможность перемещения корпуса между заданными прямыми по ортогональному направлению.

### 3.2.1 Уравнения стационарного движения

Найдём неподвижные точки системы (3.5) в случае  $\theta = 0$ . Уравнения принимают вид:

$$\begin{cases} \frac{\rho_a \pi^2}{8 \rho_w r_w^4} \left( \frac{R h (u+v)^2}{\omega^2} + \frac{2 k u^2}{\omega^2} \right) = \frac{K_T(j)}{C_d(\lambda)}, \\ \frac{\rho_a \pi^2 R^2 h}{16 \rho_w r_w^5} \frac{(u+v)^2}{\omega^2} = \frac{K_Q(j)}{C_m(\lambda)}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Зададим параметры системы следующим образом:  $\rho_a = 1 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $r_w = 0,07 \text{ м}$ ,  $R = 0,5h = 0,195 \text{ м}$ ,  $k = 0$ ,  $v = 5 \text{ м/с}$ . (Выбор геометрических

размеров ротора и гребного винта обусловлен дальнейшим численным моделированием). На рисунке 3.3 изображена плоскость  $u, \omega$ , на которой численно построены две кривые, соответствующие уравнениям (3.6). Точка пересечения этих кривых отвечает стационарному режиму движения. Стрелками указано качественное поведение фазовых траекторий: на кривой, соответствующей уравнению  $\dot{u} = 0$  ( $\dot{\omega} = 0$ ) стрелки вертикальны (горизонтальны). Достаточно определить знаки  $\dot{u}$ ,  $\dot{\omega}$  в каждой из четырёх областей, ограниченных построенными кривыми, чтобы установить, что найденный стационарный режим является притягивающим.

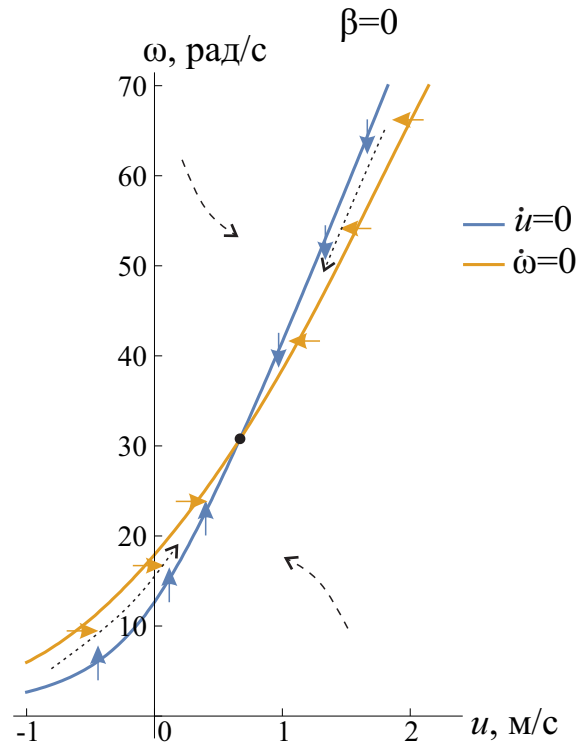


Рисунок 3.3 — Кривые, отвечающие стационарным решениям  $\dot{u} = 0$ ,  $\dot{\omega} = 0$  на фазовой плоскости

В данном случае параметры системы подобраны так, что точка пересечения кривых лежит в области  $u > 0$ . Таким образом, режим движения катамарана в направлении, противоположном скорости ветра может быть реализован.

Отметим, что при старте из состояния покоя ( $u = 0$ ,  $\omega = 0$ ) катамаран начинает смещаться в «отрицательном» направлении (влево на рисунке 3.1, б). При этом угловая скорость ротора монотонно возрастает, за счёт чего увеличивается тяга гребного винта. Как только достигается баланс силы тяги  $T_w$  и силы лобового сопротивления  $F_d$ , ускорение катамарана становится нулевым, после чего скорость  $u$  начинает возрастать. Дальнейшее движение приводит к

выходу на установившийся режим с положительными  $u$  и  $\omega$ . Соответствующее изменение  $u$  и  $\omega$  показано на рис. 3.4. Отметим, что подобный тип движения был ранее зарегистрирован для катамарана с двухроторным судовым ветродвигателем, обсуждение которого приведено в разделе 1.4.2.

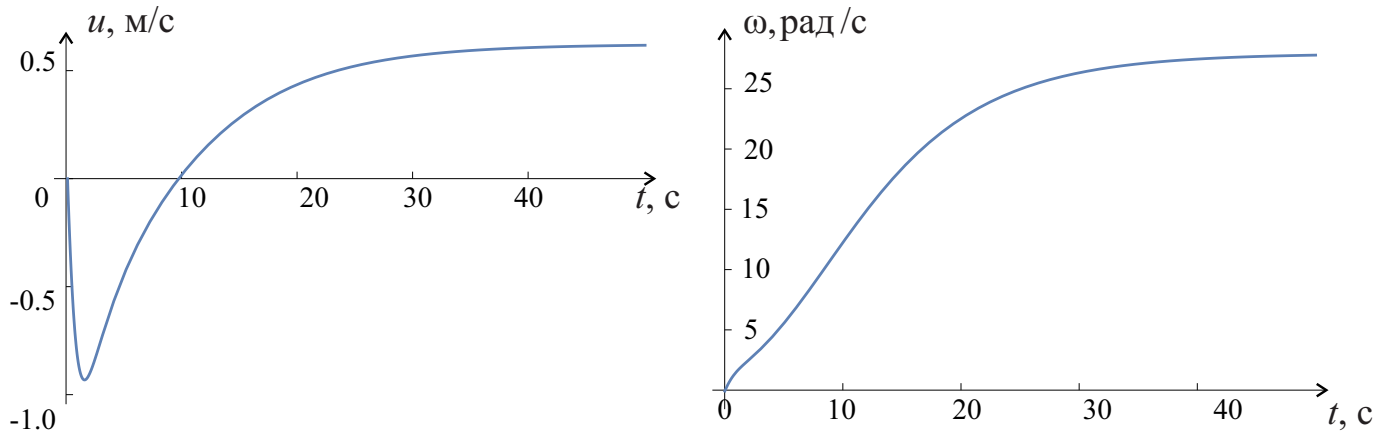


Рисунок 3.4 — Зависимость скорости корпуса и угловой скорости ротора Савониуса от времени

### 3.2.2 Исследование зависимости скорости катамарана от параметров системы

Зафиксируем параметры, указанные в п.3.2.1 и определим оптимальные значения размеров гребного винта  $r_w$  и ротора Савониуса  $R$  с точки зрения достижения наивысшей скорости движения.

На рис. 3.5 построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость приведённой скорости корпуса ( $u/v$ ) и угловой скорости вала на установившемся режиме от радиуса гребного винта  $r_w$ .

Численно было определено, что движение против ветра осуществимо при  $0,04\text{ м} < r_w < 0,15\text{ м}$ . В указанном диапазоне существует только один режим (устойчивый), на котором катамаран плывёт против ветра. Если радиус гребного винта слишком мал, то развиваемая им толкающая сила не превосходит силы встречного сопротивления со стороны ветра, поэтому катамаран движется по направлению потока. При  $r_w = 0,045\text{ м}$  результирующая сила, действующая на систему, равна нулю, вследствие чего разгона катамарана не происходит. Увеличение  $r_w$  приводит к росту скорости корпуса и угловой скорости вала.

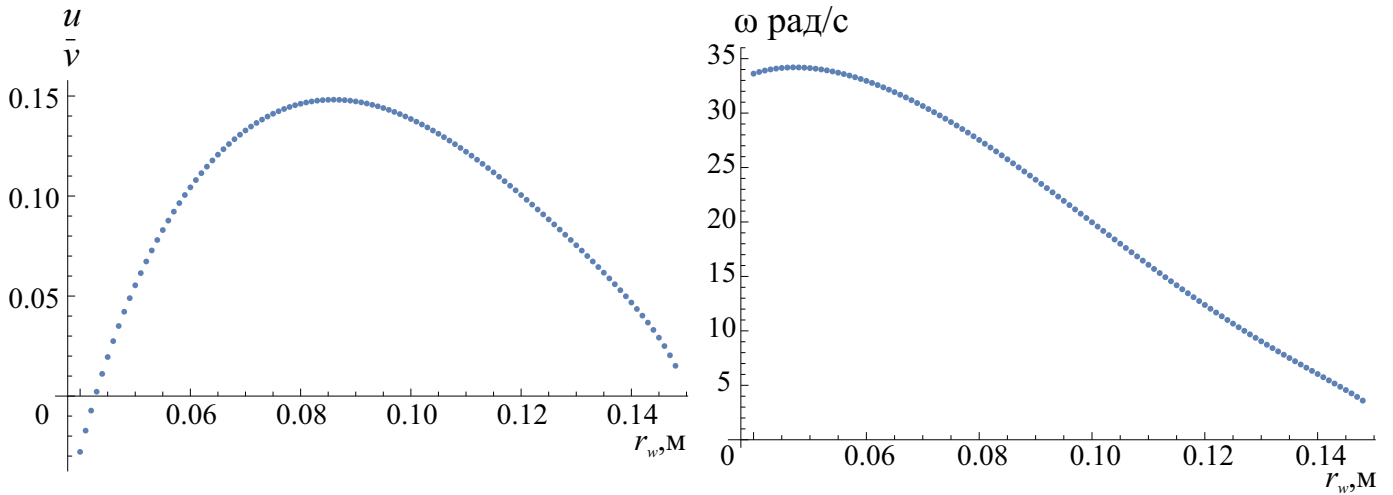


Рисунок 3.5 — Зависимость  $u/v$  от  $r_w$ ; Зависимость  $\omega$  от  $r_w$

Наибольшее значение приведённой скорости корпуса  $u/v$  при движении против ветра составляет 0,147 и достигается при  $r_w = 0,087$  м.

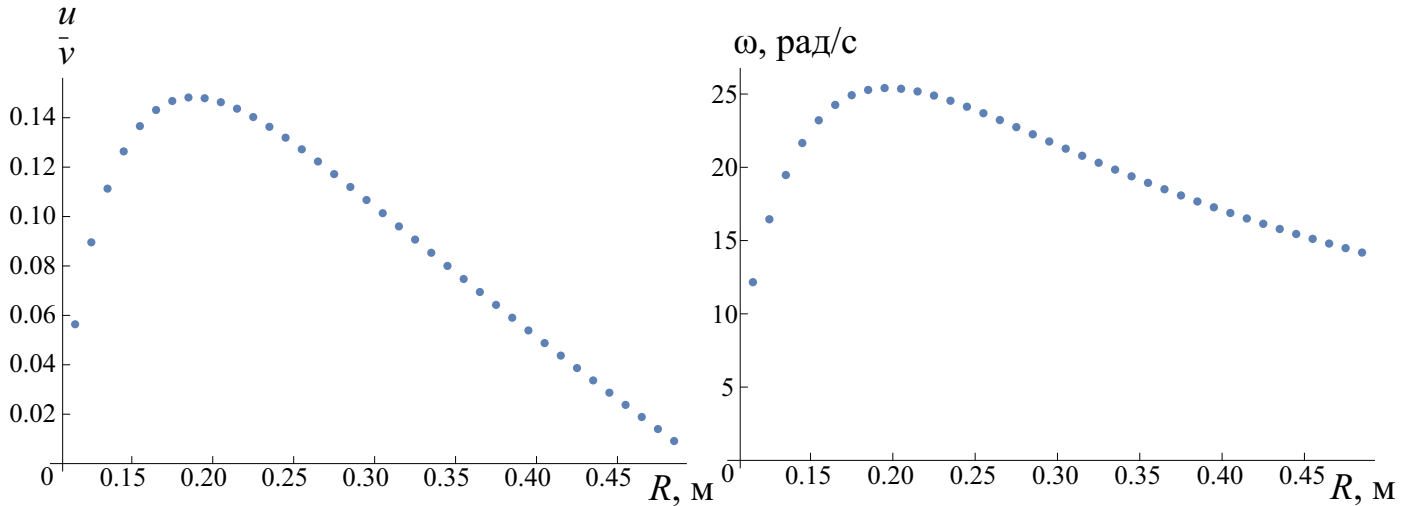


Рисунок 3.6 — Зависимость  $u/v$  от  $R$ ; Зависимость  $\omega$  от  $R$

На рисунке 3.6 при фиксированном  $r_w$  построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость приведённой скорости корпуса ( $u/v$ ) и угловой скорости вала от радиуса ротора Савониуса  $R$ . При дальнейшем изложении в целях упрощения обусловимся, что  $R$  зафиксировано и равно 0,195 м.

Получившаяся скорость движения против ветра почти в 3 раза ниже, чем при использовании схемы катамарана, в которой приводом выступает горизонтально-осевая турбина пропеллерного типа [84].

Однако, для катамарана с ротором Савониуса режим движения против ветра является единственным и притягивающим, т.е. выход на него обеспечен при задании нулевых начальных условий (из состояния покоя). В то же время катамаран с пропеллерной ветротурбиной хотя и способен потенциально

развить существенно более высокую скорость, но для этого ему необходим некоторый начальный разгон, т.к. область притяжения соответствующего режима отделена от нуля. Помимо этого недостатком схемы с пропеллерным ветродвигателем является необходимость поддержания курса движения строго против потока. Поэтому, исходя из практических соображений, использование схемы катамарана с ротором Савониуса может быть более предпочтительным.

### 3.3 Оптимальный угол курса

Рассмотрим задачу о выборе курса движения  $\theta$ , при котором достигается максимальная проекция скорости корпуса на стационарном режиме движения на направление против ветра. Для этого зафиксируем размеры ротора Савониуса  $R$  и гребного винта  $r_w$ , которые обеспечивают наибольшее значение  $u/v$  приведённой скорости на направление противоположное направлению ветра при  $\theta = 0$ . Далее, при каждом значении  $\theta$  в диапазоне  $\theta \in [0, \pi/2)$  вычислим значение проекции приведённой скорости на ось  $Ox$ . Результаты численного моделирования представлены на рисунке 3.7, а.

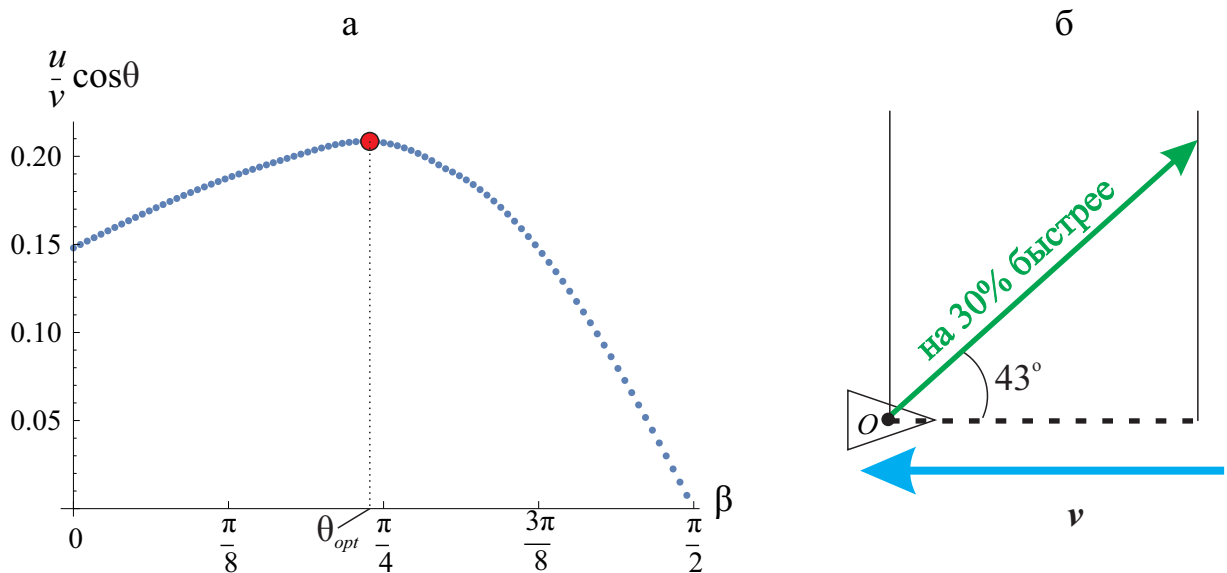


Рисунок 3.7 — Зависимость проекции скорости корпуса на ось  $Ox$  от курса

Оказывается, прямолинейное движение против ветра не обеспечивает наивысшую скорость перемещения. Оптимальное с точки зрения максимизации проекции скорости корпуса значение составляет  $\theta_{opt} = 43^\circ$  к направлению ветра (выделено на рисунке 3.7, а). Соответствующая проекция скорости на 30%

выше, чем при прямолинейном курсе  $\theta = 0$ . Всё дело в том, что при движении вдоль  $Ox$  боковая сила, действующая на ротор Савониуса, перпендикулярна скорости корпуса и поэтому не влияет на скорость перемещения. Ситуация меняется при значениях  $\theta \neq 0$ . Когда корпус движется под углом к ветру, проекция боковой силы на направление ветра отлична от нуля. И хотя отклонение курса увеличивает общий путь, скорость перемещения при этом может быть заметно выше по сравнению с движением против вектора скорости ветра. Итак, для перемещения между заданными прямыми, расположенными ортогонально оси  $Ox$ , целесообразно двигаться под углом  $43^\circ$  к направлению ветра.

Был выполнен расчёт скорости катамарана относительно воды при различном курсе движения в диапазоне от  $-90^\circ$  до  $90^\circ$ , соответствующая полярная диаграмма представлена на рисунке 3.8. Наивысшую скорость катамаран развивает при движении ортогонально потоку, когда проекция боковой силы на направление движения положительна. Проведён численный анализ наискорейшего перемещения катамарана между двумя точками в потоке ветра. Оказывается, что если конечная точка расположена выше начальной по потоку, то в большинстве случаев целесообразно двигаться по прямой (примеры указаны на рисунке 3.8 сплошными линиями). Исключение составляют лишь те случаи, когда боковая сила препятствует движению к конечной точке по прямой (курс движения  $-90^\circ, 0^\circ$ ). В этой ситуации выгоднее сделать галс под ветер, а затем двигаться практически ортогонально потоку до достижения конечной точки (соответствующая траектория представлена на рисунке 3.8 пунктиром).

### 3.4 Заключение

Рассмотрена динамика катамарана, приводом которого является ротор Савониуса, в стационарном горизонтальном потоке ветра. Аэродинамическое воздействие на ротор и гидродинамическое воздействие на гребной винт описано на основе квазистатической модели с привлечением экспериментальных данных. Найден диапазон параметров, при которых возможен режим движения катамарана против ветра за счёт энергии ветра. Построены бифуркационные диаграммы, отражающие зависимость скорости на таких режимах от радиуса гребного винта и радиуса ротора. Исследовано поведение катамарана при

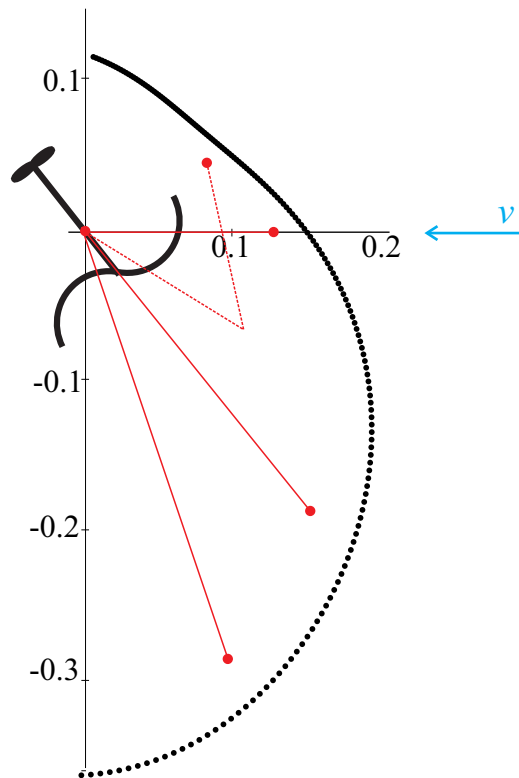


Рисунок 3.8 — Скорость катамарана при различном курсе движения

различном угле курса. Построена оценка для выбора угла курса, при котором проекция приведённой скорости катамарана на направление, противоположное направлению ветра максимальна.



## Заключение

В диссертационной работе проводится математическое моделирование на основе квазистатического подхода трёх механических систем, движимых энергией ветра. Составлена упрощённая модель движения катамарана по воде в потоке ветра за счёт энергии этого ветра. Катамаран снабжён ветроприёмным пропеллером и гребным винтом. С помощью этой модели продемонстрировано существование установившегося режима прямолинейного движения навстречу ветру за счёт энергии ветра. Описаны характеристики катамарана, необходимые для реализации движения навстречу ветру. Показано, что такой режим движения является притягивающим, однако область притяжения этого режима может быть ограничена. Для анализа дополнительных режимов движения выполнено уточнение математической модели, в которой характеристики пропеллера и гребного винта описываются на основе известных в литературе экспериментальных данных. В уточнённой математической модели было определено оптимальное с точки зрения максимизации скорости катамарана соотношение размеров пропеллера и гребного винта. Это соотношение сопоставимо с геометрическими характеристиками ветродвигателей, известных в литературе. Найден дополнительный неустойчивый режим движения, соответствующий движению катамарана навстречу ветру. Этот режим ограничивает область притяжения первого режима движения навстречу ветру, который может наблюдаться на практике. Исследованы условия устойчивости стационарных движений. Доказано, что потеря устойчивости притягивающего режима движения навстречу ветру возможна только при бифуркации типа «седло–узел». Отмечена необходимость учета гидродинамического сопротивления корпуса при выборе коэффициента передачи вращения между пропеллером и гребным винтом. Разработаны возможные стратегии разгона катамарана против ветра при помощи нескольких передач.

Изготовлен макет катамарана с пропеллером и гребным винтом. Параметры этого макета определялись на основе проведённого ранее численного моделирования. С помощью технической базы НИИ механики МГУ была проведена серия экспериментов. В результате обработки данных экспериментов установлено, что в системе существует оптимальное значение соотношения радиусов пропеллера и гребного винта с точки зрения развиваемой силы тяги.

Это значение близко к теоретическому, которое было определено на основе численного моделирования.

Разработан макет катамарана с двумя противовращающимися пропеллерами и гребными винтами. Детально описаны преимущества такого ветродвигателя перед ранее известными.

Предложенная модель аэро/гидродинамического воздействия потока среды на пропеллер и гребной винт применена для анализа динамики систем, движимых энергией ветра: шагающего аппарата с приводом от пропеллерной ветротурбины и катамарана с вертикально-осевой ветротурбиной и гребным винтом в качестве двигателя.

Разработана модель шагающего аппарата с пропеллерной ветротурбиной, способного совершать самоподдерживающиеся периодические движения навстречу потоку ветра за счёт энергии этого потока. Прообразом аппарата является стопоходящая машина Чебышёва. Показано, что оригинальная конструкция машины Чебышёва допускает упрощение, которое уменьшает общее количество звеньев. В качестве привода для ведущего вала аппарата предложено использовать горизонтально-осевую турбину пропеллерного типа и угловой редуктор. Детально исследована кинематика построенного механизма. Описание аэродинамики пропеллера составлено на основе экспериментальных данных по аналогии с описанием пропеллера для катамарана. Доказано, что построенный аппарат допускает самоподдерживающиеся режимы движения навстречу ветру за счёт энергии ветра. Продемонстрировано, что для реализации таких режимов необходимо выбирать большие значения передачи вращения между пропеллером и ведущим валом аппарата. Проведено моделирование динамики порождающей и полной системы. На основе метода Андронова–Понтрягина составлены достаточные условия существования притягивающих периодических режимов, отвечающих движению аппарата навстречу ветру. Описаны конструктивные значения параметров, обеспечивающих наивысшую скорость движения аппарата, а также возможность разгона из состояния покоя. Изготовлен и собран лабораторный макет, возможность движения шагающего аппарата навстречу ветру впервые в научной литературе продемонстрирована теоретически и экспериментально.

Рассмотрена динамика плавательного катамарана с ротором Савониуса, используемого в качестве механического привода, и гребным винтом. Катамаран осуществляет движение вдоль неподвижной горизонтальной прямой без

возможности бокового смещения и опрокидывания. Вся система находится под действием горизонтального стационарного потока ветра. Скорость ветра составляет некоторый фиксированный угол с прямой, вдоль которой происходит движение катамарана. Исследованы установившиеся движения системы в зависимости от геометрических параметров и направления скорости ветра. В частности, найдены диапазоны значений параметров системы, при которых существует притягивающий установившийся режим, соответствующий движению катамарана навстречу ветру за счёт энергии ветра. Выполнен анализ влияния боковой силы на характеристики движения. Математическое моделирование показало, что наивысшее значение проекции скорости корпуса катамарана на направление ветра достигается при движении под углом к ветру. Исследована задача наискорейшего перемещения системы между двумя точками на плоскости в тех случаях, когда конечная точка расположена выше начальной относительно потока.

Среди приоритетных направлений дальнейшего исследования можно выделить изучение периодических режимов движения автоколебательного типа для шагающего аппарата. Им отвечают замкнутые фазовые траектории, целиком расположенные на развертке фазового цилиндра, период которых заранее неизвестен. Представляет интерес проследить эволюцию таких режимов движения при изменении параметров в системе.

Квазистатический подход имеет серьёзные ограничения. При движении шагающего аппарата вдоль потока (например, на режимах движения автоколебательного типа) пропеллер будет вращаться в нестандартном направлении. В первой главе диссертационной работы обсуждались возможные режимы движения катамарана вдоль потока ветра. В этой ситуации поток воды будет подходить к гребному винту с противоположной стороны. Для указанных ситуаций до сих пор не проведено математическое моделирование. Поэтому представляется уместным разработать модификацию приведённого квазистатического подхода, либо разработать новый подход феноменологического типа. Для этого потребуются проведение дополнительных экспериментов или гидродинамического моделирования.

Достаточно актуальными можно считать вопросы о движении вдоль потока ветра со скоростью, превышающей скорость этого потока. Такие системы известны на практике, однако до настоящего времени качественный анализ

таких систем практически не проводился. В частности, следует провести исследование возможных режимов движения ветромобиля.

Также видится содержательной задача построения управления и выбора оптимальных траекторий для движения в потоке ветра систем, содержащих вертикально–осевую ветротурбину. Исходя из результатов известных работ, указанные системы способны совершать движение произвольным курсом. Тем не менее выбор курса для наискорейшего перемещения между заданными точками может быть весьма нетривиальным.

Автор выражает признательность своим научным руководителям за непрерывную и всестороннюю поддержку на протяжении многих лет научной работы. Также автор благодарит Николая Николаевича Андреева за помощь в оформлении работы и ценные замечания.

## Список литературы

1. Using Wind Driven Tumbleweed Rovers to Explore Martian Gulley Features / J. Antol [et al.] // 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. — 2005. — P. 245.
2. *Garbuz, M. A.* Wind driven plantigrade machine capable of moving against the flow / M. A. Garbuz, L. A. Klimina, V. A. Samsonov // Applied Mathematical Modelling. — 2022. — Vol. 110. — P. 17—27.
3. *Гарбуз, М. А.* Моделирование динамики катамарана, приводимого в движение с помощью ротора Савониуса и гребного винта / М. А. Гарбуз, Л. А. Климина, В. А. Самсонов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2024. — Т. 1, № 1. — С. 131—138.
4. *Bowen, R.* Egypt's Earliest Sailing Ships / R. Bowen // Antiquity. — 1960. — Vol. 34, № 134. — P. 117—131.
5. *Акмайкин, Д.* Математическая модель траектории движения яхты против ветра и вероятного его изменения / Д. Акмайкин, В. Ярощук, М. Русанов // Наука и техника транспорта. — 2013. — № 1. — С. 14—19.
6. *Newman, J.* Marine Hydrodynamics. / J. Newman. — US:Cambridge : MIT Press, 9th ed., 1977. — 402 p.
7. Mathematical modeling of the aerodynamic coefficients of a sail blade / A. Tleubergenova [et al.] // Advances in Aerodynamics. — 2023. — Vol. 5. — P. 1—15.
8. *De Ridder, E.* A Mathematical Model for the Tacking Maneuver of a Sailing Yacht / E. De Ridder, J. Keuning, K. Vermeulen // Proceedings of the International HISWA Symposium on Yacht Design and Yacht Construction. / ed. by P. de Heer. — Netherlands, 2004. — P. 5—34.
9. *Леонтьев, Е.* Школа яхтенного капитана. / Е. Леонтьев. — М.:Физкультура и спорт, 1983. — 245 с.
10. *Мархай, Ч.* Теория плавания под парусами. / Ч. Мархай. — М.:Физкультура и спорт, 1970. — 204 с.

11. *Локшин, Б. Я.* Задача о движении тела в сопротивляющейся среде. / Б. Я. Локшин, В. А. Самсонов. — М. : Изд-во МГУ, 2012. — 237 с.
12. *Глазкова, Л.* Динамика, моделирование и управление колесным роботом / Л. Глазкова, В. Павловский, А. Панченко // Нелинейная динамика. — 2012. — Т. 8, № 4. — С. 679—687.
13. *Nuttall, P.* The magnus effect and the flettner rotor: Potential application for future oceanic Shipping / P. Nuttall, J. Kaitu // The Journal of Pacific Studies. — 2016. — Vol. 36, № 2. — P. 161—182.
14. *Прандтль, Л.* Эффект Магнуса и ветряной корабль / Л. Прандтль // УФН. — 1925. — Т. 5, № 1. — С. 1—27.
15. *Robins, B.* Traité de mathématiques de Monsieur Benjamin Robins: contenant ses nouveaux principes d'artillerie, suivis de plusieurs discours qui leur servent de supplément, & que M. Wilson son editeur a inféré dans cet Ouvrage. Traduit de l'anglois par M. Dupuy fils...[etc.]. / B. Robins, M. Dupuy, J. Wilson. — Grenoble : Chez Joseph-Sulpice Grabit, 1771. — 575 p.
16. *Johnson, W.* Benjamin Robins (18th century founder of scientific ballistics): some European dimensions and past and future perceptions / W. Johnson // International journal of impact engineering. — 1992. — Vol. 12, № 2. — P. 293—323.
17. *Magnus, G. P.* Uber die Abweichung der Geschosse, Und: Ueber eine Auffallende Erscheinung bei Rotiren—den Korpern / G. P. Magnus // Annalen der Physik und Chemie. — 1853. — Vol. 88, № 1. — P. 1—29.
18. *Rayleigh, L.* On the irregular flight of a tennis ball / L. Rayleigh // Messenger of Mathematics. — 1877. — Vol. 7. — P. 14—16.
19. *Lafay, A.* Prévision de l'action d'un vent dont la direction varie rapidement application a l'effet Katzmayer et a l'autorotation: obtention des aérogrammes par réfringence: modification du sillage des corps (première partie) / A. Lafay // La Technique Aéronautique. — 1933.
20. *Magnus, G.* Von Peter Pringsheim / G. Magnus // Die Naturwissenschaften. — 1925. — Vol. 13, № 3. — P. 49—52.
21. *Flettner, A.* Die Anwendung der Erkenntnisse der Aerodynamik zum Windantrieb von Schiffen / A. Flettner. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1925. — С. 222—251.

22. *Tradt, M.* Der Umbau des Motorseglers «Buckau» zum Tittner-Rotorschiff und seine Erprobungen / M. Tradt // Werft Reederei Hafen. — 1925. — Vol. 6, № 25. — P. 160—167.
23. *Кудреватый, Г.* Ветроходы становятся реальностью / Г. Кудреватый // Катера и яхты. — 1983. — № 4. — С. 16—23.
24. *Maruccia, A.* Optimisation model for a ship's hybrid energy system with a Flettner rotor / A. Maruccia. — 2019. — 78 p.
25. *Seufert, W.* Critics in a spin over Flettner's ships / W. Seufert, U. Seufert // New Scientist. — 1983. — Vol. 97, № 1348. — P. 653—659.
26. *Marsh, P. J.* The Flettner Rotor Makes a Comeback / P. J. Marsh. — URL: <https://libertyshipfactory.com/the-flettner-rotor-makes-a-comeback/> (visited on 03/12/2025).
27. *Dodds, K.* The scramble for the poles: The geopolitics of the Arctic and Antarctic / K. Dodds, M. Nuttall. — John Wiley & Sons, 2016. — 240 p.
28. *Walker, F. M.* Ships and shipbuilders: Pioneers of design and construction / F. M. Walker. — Seaforth Publishing, 2010. — 256 p.
29. *Крючков, Ю.* Крылья океана. Современные парусные суда. / Ю. Крючков, И. Перестюк. — Л. : Судостроение, 1983. — 256 с.
30. *Александров, М.* Исследование проектирование и постройка парусных судов / М. Александров. — 1982. — 101 с.
31. *Enercon.* Enercon E-ship 1: a wind-hybrid commercial cargo ship / Enercon // Proceedings of the 4th Conference on Ship Efficiency / ed. by P. de Heer. — Hamburg, Germany, 2013. — P. 5—34.
32. *Reid, E.* Tests of rotating cylinders / E. Reid // Technical Notes NACA. — 1924. — P. 1—34.
33. *Thom, A.* Effects of discs on the air forces on a rotating cylinder / A. Thom // Reports and Memoranda 1623, Aerospace Research Council. — 1934. — P. 1—34.
34. *Li, D.-Q.* Performance and vortex formation of Flettner Rotors at high Reynoldsnumbers / D.-Q. Li, M. Leer-Andersen, B. Allenström // 29th Symposium on Naval Hydrodynamic. Gothenburg. — 2012.

35. *De Marco, A.* Flettner Rotor Concept for Marine Applications: A Systematic Study / A. De Marco, S. Mancini // Intern. J. Rotating Machinery. — 2016. — Vol. 2016, № 10. — P. 1—12.
36. *Taccola, M.* De ingeneis. / M. Taccola. — Colonial Press Inc, US:MIT Press, 1972. — 256 p.
37. *Dechales, C.* L'Art de naviguer. / C. Dechales. — France : Estienne, 1677. — 350 p.
38. *Бубнова, В.* Водоход механика Кулибина / В. Бубнова // Катера и яхты. — 1983. — № 1. — С. 78—84.
39. *Щебуняев, И.* Опыты по изысканию более совершенных судовых двигателей: Водоход Кулибина / И. Щебуняев // Транспорт Российской Федерации. — 2009. — Т. 24, № 5. — С. 68—69.
40. *Низовкин, В.* Обратная связь / В. Низовкин // Изобретатель и рационализатор. — 1978. — № 8. — С. 41.
41. *Виноградова, Н.* Подземный парусник / Н. Виноградова // Изобретатель и рационализатор. — 1977. — № 10. — С. 10—11.
42. *Wolf, J.* The basic Mechanics of sailing surface skimmers and future prospects / J. Wolf // Hovering Craft and hydrofoil. — 1972. — Т. 6, № 6. — С. 14—21.
43. *Wolf, J.* Energy consideration of the sailing skimmers propelled by wind and engine / J. Wolf // Hovering Craft and hydrofoil. — 1973. — Т. 6, № 6. — С. 14—21.
44. *Крючков, Ю.* Предельные скоростные характеристики судов с ветродвигателями. / Ю. Крючков // Труды НКИ. Т. 117. — НКИ. Николаев : Николаев, 1976. — С. 79—85.
45. *Крючков, Ю.* Об эффективности использования ветродвигателей на судах / Ю. Крючков // Труды НКИ. Т. 117. — НКИ. Николаев : Николаев, 1977. — С. 120—125.
46. *Григорьев, Б.* Обратная связь / Б. Григорьев, Г. Лысенко // Изобретатель и рационализатор. — 1979. — № 11. — С. 30.



47. *Крючков, Ю.* К вопросу о движении судов с ветродвигателями. / Ю. Крючков // Труды НКИ. Т. 155. — НКИ. Николаев : Николаев, 1979. — С. 75—80.
48. *Григорьев, Б.* Динамические характеристики судов с ветродвигателями / Б. Григорьев, Г. Лысенко // Сб. тезисов докладов Всесоюзного научно-технического симпозиума Исследование, проектирование и постройка современных парусных судов. — НКИ. Николаев : Николаев, 1980.
49. *Martin, S.* Energy consideration of the sailing skimmers propelled by wind and engine / S. Martin // Scientific American. — 1975. — Vol. 233, № 12. — P. 14—21.
50. *Blakcford, B.* The physics of a push-me pull-you boat / B. Blakcford // American jornal of physics. — 1978. — Vol. 46, № 10. — P. 1004—1006.
51. *Кузьменко, А.* Три варианта использования энергии ветра / А. Кузьменко // Катера и яхты. — 1981. — № 1. — С. 25.
52. *Bose, N.* Wind turbine drives—Test results from the ‘falcon’ / N. Bose, G. H. Small // Journal of wind engineering and industrial aerodynamics. — 1985. — Vol. 20, № 1—3. — P. 283—295.
53. *Кузьменко, А.* С ветродвигателем против ветра / А. Кузьменко // Катера и яхты. — 1986. — № 4. — С. 36.
54. *Juliangga, R.* Design of Prototype Hybrid Solar and Wind Power Electric Boat / R. Juliangga // Journal of electrical and system control engineering. — 2024. — Vol. 8, № 1. — P. 181—188.
55. *Gursu, H.* Solar and wind powered concept boats: The example of Volitan / H. Gursu. — 2014.
56. *Kahar, B.* A Review of Solar-Powered Boat Development / B. Kahar, R. Hantoro // IPTEK The Journal for Technology and Science. — 2016. — Vol. 27, № 1. — P. 9.
57. *Bauer, A.* Faster than the Wind / A. Bauer // First AIAA Symposium on Sailing. Marina del Rey. — 1969. — Vol. 2820717. — P. 1—20.
58. *Korepanov, V.* Four times faster than the wind / V. Korepanov // Catal. J. AYRS. — 2004. — Vol. 18. — P. 21—27.

59. Modeling of the Blackbird Wind-Powered Ground Vehicle / M. Nahon [et al.] // AIAA SCITECH 2023 Forum. — 2023. — P. 0910.
60. Analysis of down-wind propeller vehicle / S. A. Khan [et al.] // International Journal of Scientific and Research Publications. — 2013. — Vol. 3, № 4. — P. 3—6.
61. *Wilson, J. C.* Speed downwind vs. gear ratio in a Bauer vehicle / J. C. Wilson // Catal. J. AYRS. — 2007. — Vol. 28. — P. 18—19.
62. *Gaunaa, M.* Theory and design of flow driven vehicles using rotors for energy conversion / M. Gaunaa, S. Øye, R. Mikkelsen // 2009 European Wind Energy Conference and Exhibition, EWEC. — 2009. — P. 4693—4702.
63. *Klimina, L.* Asymptotic analysis of the mathematical model of a wind-powered vehicle / L. Klimina, M. Dosaev, Y. Selyutskiy // Applied Mathematical Modelling. — 2017. — Vol. 46. — P. 691—697.
64. *Kassem, Y.* Computational study on vertical axis wind turbine car: static study / Y. Kassem // Model. Earth Syst. Environ. — 2018. — Vol. 4. — P. 1041—1057.
65. Motion control for the 6-legged robot in extreme conditions / Y. Golubev [et al.] // Nature-Inspired Mobile Robotics. — 2013. — Vol. 4. — P. 427—434.
66. *Grzelczyk, D.* Modeling and control of an eight-legged walking robot driven by different gait generators / D. Grzelczyk, J. Awrejcewicz // International Journal of Structural Stability and Dynamics. — 2019. — Vol. 19(05). — P. 1—23.
67. *Jansen, T.* Strandbeests / T. Jansen // Architectural Design. — 2019. — Vol. 78(4). — P. 22—27.
68. *Gomes, M.* Walking model with no energy cost / M. Gomes, A. Ruina // Physical Review E. — 2011. — Vol. 83, № 3. — P. 1—5.
69. *Чебышёв, П.* Избранные труды / П. Чебышёв. — М. : Издательство АН СССР, 1955. — 929 с.
70. Mathematical Etudes: A Russian Tradition in New Form / N. Andreev [et al.] // The Mathematical Intelligencer. — 2014. — Vol. 36, № 3. — P. 47—52.

71. *Liang, C.* Operation analysis of a Chebyshev-Pantograph leg mechanism for a single DOF biped robot / C. Liang, M. Ceccarelli, Y. Takeda // *Frontiers of Mechanical Engineering*. — 2012. — Vol. 7, № 4. — P. 357—370.
72. Walking Device : 6, 260, 862 / J. C. Klann. — 07/2001. — URL: <https://patents.google.com/patent/US6260862B1/en> ; U.S. Patent and Trademark Office.
73. *Gallardo-Alvarado, J.* The Klann mechanism: kinematic analysis and force balancing / J. Gallardo-Alvarado // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. — 2024. — Vol. 46, № 5. — P. 293.
74. *Jansen, T.* Strandbeasts / T. Jansen. — URL: <https://www.strandbeest.com/> (visited on 04/05/2025).
75. *Gonne, Г.* Всемирная Иллюстрация / Г. Гоппе. — С.-Петербург : С.-Петербург, 1886. — 100 с.
76. Шагающий аппарат на основе преобразования возобновляемой энергии в энергию движения / М. А. Гарбуз [и др.] (Российская Федерация) ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (МГУ) ; патент. поверенный Егорова Г. Б. — № 2800033 ; Бюл. № 20 (russia). — 11 с. : ил.
77. Rotor Adapted to be Driven by Wind or Flowing Water : Patent 1, 697, 574 / S. J. Savonius. — 01/1929. — URL: <https://patents.google.com/patent/US1697574A/en> ; United States Patent Office.
78. *Savonius, S. J.* The S-rotor and its applications / S. J. Savonius // *Mechanical engineering*. — 1931. — Vol. 53, № 5.
79. Turbine Having its Rotating Shaft Transverse to the Flow of the Current : Patent 1, 835, 018 / G. J. M. Darrieus. — 12/1931. — URL: <https://patents.google.com/patent/US1835018A/en> ; United States Patent Office.
80. Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса / А. Голуб [и др.] // *Мехатроника, автоматизация, управление*. — 2021. — Т. 22, № 5. — С. 254—261.
81. Savonius Rotor with Spillover : Patent B1 7, 766, 600 / R. A. Vanderhye [et al.]. — 08/2010. — URL: <https://patents.google.com/patent/US7766600B1/en>.

82. Судно : Патент С1 2030323 / В. Керов. — Заявл. 1995 ; опубл. 20.03.1995. — URL: <https://allpatents.ru/patent/2031053.html>.
83. Чумаков, С. Парус-двигатель / С. Чумаков // Юный техник. — 1972. — № 10. — С. 84.
84. Гарбуз, М. А. Динамическая модель судового ветродвигателя с трансмиссией / М. А. Гарбуз // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2022. — Т. 1, № 1. — С. 68—71.
85. Конструктивная теория МВЭУ. Часть I. Учебное пособие. / М. Досаев [и др.]. — М. : Изд-во МГУ, 2007. — 76 с.
86. Selyutskiy, Y. Elastically mounted double aerodynamic pendulum / Y. Selyutskiy, A. Holub, M. Dosaev // International Journal of Structural Stability and Dynamics. — 2019. — Vol. 19, № 5. — P. 1941007.
87. Dosaev, M. Interaction between internal and external friction in rotation of vane with viscous filling / M. Dosaev // Applied Mathematical Modelling. — 2019. — Vol. 68. — P. 21—28.
88. Adaramola, M. Experimental investigation of wake effects on wind turbine performance. / M. Adaramola, P. Krogstad // Renewable Energy. — 2011. — 36(8). — P. 2078—2086.
89. Войткунский, Я. Справочник по теории корабля. Т.1 / Я. Войткунский. — Л.: Судостроение, 1986. — 768 с.
90. Zingg, D. Computational fluid dynamics / D. Zingg, T. Chisholm // Proc. 4th Int. Conf. on Computational Fluid Dynamics, ICCFD4. / ed. by Springer-Verlag. — Berlin Heidelberg, Ghent, Belgium, 2006. — P. 237—242.
91. Григорьев, Б. В. Характеристики судов с ветродвигателями / Б. В. Григорьев, Г. П. Лысенко // Тр. Николаев. кораблестроител. ин. — 1979. — Июль. — Т. 1, № 155. — С. 80—85. — An optional note.
92. Устройство для преобразования возобновляемой энергии в энергию движения судна. Полезная модель. Полезная модель U1 11 205 263 / М. А. Гарбуз [и др.] (Российская Федерация). — Заявл. 07.2021. — ФИПС (Федеральная служба по интеллектуальной собственности).

93. Wind Turbine : Patent Application A1 WO1992012343 / A. F. Stobart. — Заявл. 1992. — URL: <https://patentscope.wipo.int/search/en/WO1992012343> ; International application PCT/GB1991/000034.
94. Analysis of counter-rotating wind turbines / W. Z. Shen [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. Vol. 75. — IOP Publishing. 2007. — P. 1—9.
95. *Farthing, S.* Robustly optimal contra-rotating Hawt / S. Farthing // Wind engineering. — 2010. — Vol. 34, № 6. — P. 733—742.
96. Effects of design parameters on aerodynamic performance of a counter-rotating wind turbine / S. Lee [et al.] // Renewable Energy. — 2012. — Vol. 42. — P. 140—144.
97. *Lee, S.* Velocity interference in the rear rotor of a counter-rotating wind turbine / S. Lee, E. Son, S. Lee // Renewable energy. — 2013. — Vol. 54. — P. 235—240.
98. *Huang, B.* Design and performance enhancement of a bi-directional counter-rotating type horizontal axis tidal turbine / B. Huang, G. Zhu, T. Kanemoto // Ocean Engineering. — 2016. — Vol. 128. — P. 116—123.
99. *Ozbay, A.* Experimental investigation on the wake characteristics and aeromechanics of dual-rotor wind turbines / A. Ozbay, W. Tian, H. Hu // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. — 2016. — Vol. 138, № 4. — P. 15.
100. Development and experimental verification of counter-rotating dual rotor/-dual generator wind turbine: Generating, yawing and furling / W. Cho [et al.] // Renewable Energy. — 2017. — Vol. 114. — P. 644—654.
101. *Shalimova, E.* On behavior of a double rotor HAWT with a differential planet gear / E. Shalimova, L. Klimina, K.-H. Lin // Technische Mechanik-European Journal of Engineering Mechanics. — 2017. — Vol. 37, № 2—5. — P. 394—399.
102. Closed dynamical model of a double propeller HAWT / L. Klimina [et al.] // Procedia engineering. — 2017. — Vol. 199. — P. 577—582.
103. *Samsonov, V.* Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium / V. Samsonov, M. Dosaev, Y. Selyutskiy // International journal of bifurcation and chaos. — 2011. — Vol. 21, № 10. — P. 2955—2961.

104. *Pontryagin, L.* On dynamical systems close to Hamiltonian systems / L. Pontryagin // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1934. — Vol. 4, № 9. — P. 883—885.
105. *Андронов, А.* Теория бифуркаций динамических систем на плоскости / А. Андронов, Е. Леонтович, И. Гордон. — М. : Наука, 1967. — 488 с.
106. *Bautin, N.* Methods and Techniques for Qualitative Analysis of Dynamical Systems on the Plane / N. Bautin, E. Leontovich. — Moscow:Nauka, 1990. — 488 с.
107. *Morozov, A.* Transitory shift in the flutter problem / A. Morozov, K. Morozov // Rus. J. Nonlin. Dyn. — 2015. — Vol. 11(3), № 3. — P. 447—457.
108. *Klimina, L.* Rotational modes of motion for an aerodynamic pendulum with a vertical rotation axis / L. Klimina // Moscow University Mechanics Bulletin. — 2009. — Vol. 64, № 5. — P. 126—129.
109. *Klimina, L.* Method for constructing periodic solutions of a controlled dynamic system with a cylindrical phase space / L. Klimina // Journal of Computer and Systems Sciences International. — 2020. — Vol. 59, № 2. — P. 139—150.
110. *Гарбуз, М. А.* Шагающий аппарат с ветроприводом. 3D модель [Электронный ресурс] / М. А. Гарбуз. — URL: <https://mgarbuz.github.io/plantigrade-site/> (дата обр. 12.03.2025).
111. *Bach, V.* Untersuchungen uber Savonius-Rotoren und Verwandte Stromungsmaschinen / V. Bach // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. — 1931. — Vol. 2, № 6. — P. 218—231.

## Список рисунков

0.1	Движение парусного судна галсами навстречу ветру . . . . .	16
0.2	Макет судна с цилиндрическим парусом, 1921 г. . . . .	18
0.3	Манёвренность судна с двумя цилиндрическими парусами . . . . .	20
0.4	Аэродинамическое воздействие в зависимости от скорости ветра . . .	20
0.5	Полярная диаграмма, отражающая процент экономии топлива при различном курсе движения, постоянной скорости ветра 44 км/ч и постоянной скорости движения судна в 30 км/ч . . . . .	22
0.6	Иллюстрация из итальянской книги «Машины», 1449 г. . . . .	24
0.7	Макет водохода Кулибина в Нижегородском музее . . . . .	25
0.8	Схемы плоских шарнирных механизмов, переводящих движение по окружности в приближённое к прямолинейному . . . . .	29
1.1	Схема катамарана с пропеллером и гребным винтом . . . . .	34
1.2	Кинематика вращения пропеллера . . . . .	36
1.3	Кинематика вращения гребного винта . . . . .	37
1.4	Корни уравнений (1.13) при фиксированных $\alpha_w$ . . . . .	40
1.5	Параметры, обеспечивающие режим движения против ветра . . . . .	41
1.6	Элементы фазового портрета системы . . . . .	42
1.7	Аэродинамические коэффициенты для пропеллера . . . . .	44
1.8	Схема гребного винта. Основные обозначения . . . . .	47
1.9	Гидродинамические коэффициенты гребного винта . . . . .	47
1.10	Определение типа особой точки, в зависимости от значений $A, B$ . .	49
1.11	Элементы фазового портрета . . . . .	51
1.12	Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра $\sigma$ . . . . .	52
1.13	Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра $n$ . . . . .	54
1.14	Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра $n$ . . . . .	54
1.15	Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости скорости на стационарном режиме от параметра $n$ . . . . .	55
1.16	Схема экспериментальной установки для определения силы тяги . .	56

1.17	Результаты экспериментов с одноосным ветродвигателем . . . . .	57
1.18	Схема и собранный прототип катамарана с двухроторным ветродвигателем . . . . .	58
1.19	Сравнение силы тяги катамаранов с однороторным и двухроторным ветродвигателем . . . . .	60
2.1	Схема шагающего аппарата с пропеллером . . . . .	63
2.2	$\lambda$ -механизм Чебышёва . . . . .	64
2.3	Два симметричных положения механизма Чебышёва . . . . .	67
2.4	Положения передней левой и задней правой ноги в фазе опоры . . .	68
2.5	Функция, определяющая горизонтальную скорость корпуса . . . . .	70
2.6	Функция, определяющая горизонтальную и вертикальную составляющую скорости центра масс бедра в фазе переноса . . . . .	71
2.7	Трёхмерная модель изготовленного прототипа . . . . .	78
2.8	Зависимость средней скорости на периоде от передаточного числа .	79
2.9	Элементы фазового портрета системы для набора параметров (2.19), (2.20) при $\varepsilon = 7,62$ , $n = 30$ . . . . .	80
2.10	Значение $n_s$ передаточного числа, при котором разрушается отталкивающий периодический режим . . . . .	81
2.11	Бифуркационная диаграмма безразмерной средней скорости на периодических траекториях в зависимости от соотношения $b$ между радиусом $r$ кривошипа и радиусом $r_a$ пропеллера . . . . .	81
2.12	Фотография экспериментального прототипа . . . . .	85
3.1	Катамаран с ротором Савониуса . . . . .	87
3.2	Графики аэродинамических коэффициентов для ротора Савониуса .	89
3.3	Кривые, отвечающие стационарным решениям $\dot{u} = 0$ , $\dot{\omega} = 0$ на фазовой плоскости . . . . .	91
3.4	Зависимость скорости корпуса и угловой скорости ротора Савониуса от времени . . . . .	92
3.5	Зависимость $u/v$ от $r_w$ ; Зависимость $\omega$ от $r_w$ . . . . .	93
3.6	Зависимость $u/v$ от $R$ ; Зависимость $\omega$ от $R$ . . . . .	93
3.7	Зависимость проекции скорости корпуса на ось $Ox$ от курса . . . . .	94
3.8	Скорость катамарана при различном курсе движения . . . . .	96



## Список таблиц

1	Экспериментальные измерения коэффициента мощности и момента при различных значениях быстроходности пропеллера . . . . .	43
2	Геометрические характеристики гребных винтов . . . . .	45
3	Коэффициенты полиномов аппроксимаций для описания гребного винта . . . . .	46
4	Ветви корней уравнения (2.6) . . . . .	66