

**ОТЗЫВ официального оппонента  
на диссертацию на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук Штерна Александра Исааковича  
на тему: «Вопросы теории непрерывных представлений  
топологических групп и их обобщений»  
по специальности 1.1.3. Геометрия и топология**

Теория представлений групп — одно из важнейших направлений исследований классической математики, находящее применение не только в самой математике, но и в физике и химии. При исследовании представлений топологических групп возникает естественный вопрос об их непрерывности, поскольку разрывные представления обычно не имеют физического смысла. Для конечномерных представлений проверка непрерывности обычно проста, а для бесконечномерных она сложнее, да и сама непрерывность может пониматься в различных смыслах. Поэтому полезно иметь критерии и достаточные условия, гарантирующие непрерывность представления.

В современной математике, помимо настоящих представлений, важным объектом изучения стали так называемые квазипредставления. Это отображения группы в множество обратимых операторов, переводящее произведение элементов группы в оператор, близкий к произведению соответствующих операторов. Поскольку реальные измерения никогда не могут зафиксировать точное равенство, мы обычно имеем дело именно с такими квазипредставлениями, и важно понимать, является ли такое квазипредставление небольшим возмущением настоящего представления (и тогда оно имеет физический смысл). С другой стороны, ряд конструкций для представлений обобщается на квазипредставления, и это позволяет расширить понятие двойственного объекта для группы за счет квазипредставлений, рядом с которыми не существует настоящих представлений.

Диссертация А.И.Штерна является фундаментальным исследованием этих двух взаимосвязанных вопросов.

Основные результаты диссертации изложены в пяти главах. Глава 1 посвящена описанию двойственного объекта для топологической группы. В частности, описаны условия, при которых двойственный объект состоит из конечномерных представлений.

Глава 2 посвящена финитным условиям слабой и сильной непрерывности локально ограниченных представлений хаусдорфовых топологических групп в сопряженных банаховых пространствах и сопряженных (рефлексивных) пространствах Фреше. Эти условия формулируются в терминах вариации представления в единице группы.

В главе 3 исследуются условия непрерывности локально ограниченных представлений (т.е. представлений, для которых образ некоторой окрестности единичного элемента группы вполне ограничен). Вводится и исследуется понятие группы разрывов представления (и, более общим образом, группы разрывов гомоморфизма групп). Также дан положительный ответ на предположение Мищенко о том, что слабая вариация представления группы в единице принимает лишь три значения: 0, 2 и  $\infty$ .

Глава 4 посвящена исследованию квазипредставлений и их одномерному частному случаю — псевдохарактерам, а глава 5 — конечномерным квазипредставлениям. В частности, для связной полупростой компактной группы Ли дан ответ на вопрос Каждана-Мильмана: показано, что рядом с любым конечномерным квазипредставлением существует настоящее представление. Также описана связь с непрерывными ограниченными когомологиями групп.

В целом диссертация представляет собой разработанную автором теорию непрерывности представлений и квазипредставлений топологических групп. Ряд классических теорем теории представлений (Вейля, Фрейдентала-Вейля) был распространен в диссертации на более общие ситуации.

Среди основных результатов выделю следующие:

- Найдено соотношение между компактными и дискретными объектами в теории представлений топологических групп за пределами двойственности Понтрягина;
- Показано, что структура конечномерных квазипредставлений групп допускает характеристику с помощью обычных представлений, ограниченных квазипредставлений, ограниченных поправок и 2-квазикоцикла;
- Доказано, что локально ограниченный гомоморфизм между группами Ли является непрерывным на коммутанте группы-источника. Условие вполне ограниченности окрестности единицы топологической группы при гомоморфизме ранее не рассматривалось, этим условием заложены основы нового направления в исследовании топологических групп.

В тексте диссертации имеется ряд опечаток, например, в формулировке Теоремы 1.7 (стр. 18) содержатся две опечатки, однако это не умаляет значимости диссертационного исследования. Других недостатков в тексте диссертации мне обнаружить не удалось. Более того, следует отметить, что текст диссертации тщательно продуман и скомпонован. Все доказательства написаны понятно и приведены на достаточном уровне строгости.

Все результаты диссертации были опубликованы в рецензируемых математических журналах и апробированы на многочисленных конференциях и семинарах. Все они были получены автором самостоятельно и были новыми в момент публикации.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3. Геометрия и топология (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание

ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Штерн Александр Исаакович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.3. Геометрия и топология.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры высшей геометрии и топологии  
механико-математического факультета  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Московский государственный университет  
имени М.В.Ломоносова»

Мануйлов Владимир Маркович

20.05.2026

Контактные данные:

тел.: 7 [REDACTED], e-mail: vladimir.manuilov@math.msu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:

01.01.04 – Геометрия и топология

Адрес места работы:

119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1,  
Московский государственный университет  
имени М.В.Ломоносова,

механико-математический факультет

Тел.: 7(495)9393798; e-mail: vladimir.manuilov@math.msu.ru

Подпись сотрудника механико-математического  
факультета Московского государственного  
университета имени М.В.Ломоносова  
В.М.Мануйлова удостоверяю:

декан механико-математического  
факультета МГУ имени М.В.Ломоносова  
Мен-испр. РАН А.И.Маргаревич