

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации на соискание учёной степени

доктора физико-математических наук

Иванова-Погодаева Ильи Анатольевича на тему

“Построение бесконечной конечно определённой нильполугруппы”

по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел
и дискретная математика».

Проблемы бернсайдовского типа и близкие к ним возникали в теории групп, полугрупп, колец, алгебр Ли и других алгебраических системах. Решение любой из этих проблем, положительное или отрицательное, как правило, производило существенный сдвиг в развитии теории. Диссертация Иванова-Погодаева И.А. как раз посвящена этим проблемам, поэтому в актуальности темы диссертации сомневаться не приходится.

В диссертации И.А.Иванова-Погодаева центральное место занимает решение проблемы, поставленной Л.Н.Шевриным и М.В.Сапиром в третьем выпуске Свердловской тетради (1989 г.) о существовании бесконечной конечно определённой нильполугруппы. В диссертации

- (1) Доказано, что существует бесконечная конечно определённая нильполугруппа, причём индексы нильпотентности элементов полугруппы ограничены в совокупности.

Пример такой полугруппы автор получает, сочетая алгебраические методы с геометрическими, предварительно изучив свойства построенной им бесконечной серии комплексов, состоящих из четырёхугольников. Ограниченность индексов нильпотентности следует из того, что в построенная автором диссертации полугруппе любой элемент в девятой степени равен 0.

Кроме упомянутого вопроса Ивановым-Погодаевым сделано следующее:

- (2) Построена алгебра с конечным базисом Грёбнера с алгоритмически неразрешимой проблемой делителей нуля.

(3) Построена алгебра с конечным базисом Грёбнера с алгоритмически неразрешимой проблемой нильпотентности элемента.

(4) Построена конечно определённая полугруппа с размерностью Гельфанда–Кириллова 10,5.

Для решения задач об алгоритмической неразрешимости автор использует технику автоматов и машин Тьюринга, сведя вопрос о делителе нуля, нильпотентности и др. к вопросу об остановке машины Тьюринга.

Несравненно более сложная техника используется для решения проблемы Шеврина–Сапира. Автор строит последовательность вложенных друг в друга комплексов уровней $n=1,2,3,\dots$, начиная с комплекса уровня 1 – обычного квадрата, причём комплекс уровня n получен разбиением определённым образом каждого четырёхугольника, из которых состоит комплекс уровня $n-1$, на шесть четырёхугольников. Однако, этого недостаточно, для усиления «мобильности» путей графа к клеткам графов (называемым автором плитками) производятся подклейки плиток, не лежащих в этой плоскости. Автор перед изложением материала, содержащего решение проблемы Шеврина–Сапира, объясняет на простых примерах, для чего нужны подклейки, раскрашивания, как следует поступать, чтобы количество образующих элементов (букв) и количество определяющих соотношений (пар эквивалентных слов) были конечными, а элементы полугруппы (пути в графе) были нильпотентными.

После завершения доказательства основной теоремы (решающей проблеме Шеврина–Сапира) автор переходит к теории групп и излагает свою интерпретацию теории малых сокращений и теории канонических форм Рипса, позволяющих в некоторых случаях доказать бесконечность бернсайдовской группы. Однако, эта часть диссертации, по признанию самого автора, в основном нацелена на просмотр перспективы будущих применений рассматриваемого метода.

Достоинством данной диссертационной работы считаю краткий, но достаточно обстоятельный помещённый во Введение исторический обзор результатов, касающихся бернсайдовских проблем и алгоритмической неразрешимости.

Утверждения диссертационной работы снабжены доказательствами или ссылками на результаты других работ. Данная диссертация является цельным законченным научным трудом, в котором решены трудные задачи теории полугрупп и колец.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно, в работах с соавторами Иванову-Погодаеву И.А. принадлежит существенная часть. Результаты диссертации могут быть использованы в спецкурсах по алгебре, читаемых в МГУ, НГУ, СПбГУ, Казанском и Уральском федеральных университетах. Они могут быть полезны специалистам научно-исследовательских математических институтов и несомненно будут являться основой для дальнейших исследований в общей алгебре.

Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание.

Среди недостатков работы отмечу имеющиеся в небольшом количестве опечатки, непонятные фразы, непереведённые с английского языка на русский некоторые слова (например, на с. 27), словосочетание «нулевой делитель» вместо «делитель нуля», стилистические ошибки. Иногда употребление какого-либо понятия предшествует его расшифровке (скажем, CUL, CUR, CDR, CDL, с. 39 и 40). В диссертации есть имеющие порядковый номер пустые листы.

Вместе с тем указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная мате-

матика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определённым пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Иванов-Погодаев Илья Анатольевич заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, профессор,

Профессор кафедры ВМ-1 НИУ МИЭТ

 Кожухов Игорь Борисович

09.06.2026

Контактные данные: тел.: +, e-mail: 

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Адрес места работы: г. Москва, г. Зеленоград, площадь Шокина, дом 1

Тел.: +7 (499) 720-87-38 E-mail : hm1@miee.ru

Подпись профессора МИЭТ Кожухова И.Б. удостоверяю

Учёный секретарь НИУ МИЭТ, к.т.н., доцент  А.В.Козлов

