

**ОТЗЫВ официального оппонента на диссертацию
на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
Михайлова Евгения Александровича
на тему «Эволюционные модели промежуточного типа
для магнитного поля в проводящей среде»
по специальности 1.3.3 – «теоретическая физика»**

Диссертация Е.А. Михайлова посвящена исследованию задач магнитогидродинамики в осесимметричных областях: генерации галактического магнитного поля и описания электровихревых течений в жидких металлах. Основная идея подхода диссертанта состоит в построении иерархии модельных задач увеличивающейся сложности (т.н. модели промежуточного типа), для которых удастся построить аналитические решения, или они оказываются существенно упрощены по сравнению с полной постановкой и потому допускают численное решение с использованием минимума вычислительных ресурсов. Автор обосновывает такой подход во Введении, в дальнейшем неоднократно возвращаясь к этому вопросу и противопоставляя этот подход прямому численному решению трехмерных основополагающих уравнений, не подвергнутых существенным упрощениям.

Претензии автора диссертации к чисто вычислительному методу в том, что "степень поучительности полученных результатов не вполне понятна, ... решение полных трехмерных уравнений требует задания параметров течения, которые для большинства небесных тел известны весьма неточно", произвол в их выборе может "обернуться возможностью получить практически любое наперед заданное решение, не очень значительно варьируя те или иные параметры, ... серия численных экспериментов не позволяет оценить, каким образом магнитные поля и характер их роста принципиально зависят от входящих в систему уравнений параметров" (стр. 22).

Автор отзыва полностью согласен с необходимостью разработки и анализа моделей промежуточного типа, за которые ратует диссертант. Тем не менее представляется, что в отрицании им пользы вычислительных экспериментов с использованием полных трехмерных уравнений слишком много полемического задора, и с этим отрицанием хотелось бы поспорить. Да, проводить трехмерные вычисления с достаточным разрешением зачастую трудно и ресурсозатратно. Однако только сравнение с подобными решениями и дает возможность окончательно верифицировать результаты, полученные с применением моделей промежуточного типа! (Строго говоря, теоретически возможны и альтернативные проверки на основе построения математически обоснованных точных оценок - но этот путь едва ли не сложнее прямых вычислений!) Какие-то достаточно реалистические оценки управляющих параметров обычно известны. А чем сильнее в пространстве параметров мы отдаляемся от области появления неустойчивостей и первых бифуркаций, часто тем реже при изменении параметров происходят дальнейшие бифуркации (это верно, например, для конвекции в плоском слое), поэтому "опасность" вычислить "не тот" режим, как правило, не оказывается критически большой (не говоря уж о том, что и "неинтересные" режимы дают представление о геометрии фазового пространства динамической системы при принятых в вычислениях величинах параметров и, - пусть косвенно, - также проливают свет на поведение динамической системы при "правильных" параметрах). Наконец, "поучительность" даже чисто аналитических решений, как правило, невелика, если эти решения описываются сложными выражениями (скажем, включают в себя функции математической физики). Построены ли решения аналитически, получены ли они численно - характер зависимости от параметра или группы параметров можно наглядно представить, только построив графики этих зависимостей (что доказывает и обилие графиков в рассматриваемой диссертационной работе!).

Вместе с тем, отрицательное отношение диссертанта к (часто бездумному) использованию численных результатов, полученных "стандартными" вычислительными пакетами (стр. 235) абсолютно правильно.

Так или иначе, критика "философии", на которой зиждется подход диссертанта, никак не влечет отрицание необходимости и желательности построения и рассмотрения моделей промежуточного типа, что составляет содержание данной работы, и актуальности этого подхода в приложении к решенным в ней задачам.

Согласно жанру отзыва о диссертации, приведем теперь краткий обзор работы и полученных в ней результатов. Глава I носит вводный характер. Исходя из представления о турбулентном течении как о сумме гладкого (усредненного) поля и винеровского случайного процесса, диссертант выводит уравнение магнитной индукции для среднего магнитного поля со ставшим уже классическим добавочным членом, описывающим магнитный α -эффект. Рассмотрены зависимости коэффициента α -эффекта от квадрата величины магнитного поля и от спиральности короткомасштабной составляющей магнитного поля, возникающей при его переносе турбулентной составляющей течения. Материал последующих глав во многом опирается на эти результаты.

В главе II выведены и исследованы уравнения планарного приближения для уравнений магнитного динамо в тонком диске. На их основе построена иерархия модельных задач растущей сложности. Если компоненты магнитного поля ведут себя гладко, для величин параметров задачи, характеризующих галактическое динамо, можно пренебречь диффузионным членом уравнения, а считая поле малым - нелинейностями. Для осесимметричного магнитного поля тогда возникает "локальная" задача, в которой уравнения планарного приближения оказываются линейными обыкновенными дифференциальными уравнениями, допускающими аналитическое решение. Используя его, автор находит условие генерации,

сводящееся к требованиям замедления скорости вращения вещества галактики с ростом расстояния от центра галактики и превышения динамо-числом определенной критической величины. Далее автор постепенно усложняет модельную задачу. Показано, что при наличии кубических слагаемых в формуле для коэффициента α -эффекта с учетом насыщения, но всё ещё в рамках локального приближения, стационарное решение $V_r=V_\phi=0$ - седло, а стационарных решений $V_r \neq 0$, $V_\phi \neq 0$ два, и это либо устойчивые фокусы, либо устойчивые узлы. Следующая по порядку изложения и сложности модельная задача линейна, решение считается функцией радиуса, и в уравнениях планарного приближения восстановлен диффузионный член. Решение тогда выражается через функцию Бесселя J_1 , а уточненная критическая величина динамо-числа - через её минимальный корень. Для случая брандтовской кривой вращения и α -эффекта с учетом насыщения осесимметричное решение найдено численно. Далее в рамках планарного приближения рассмотрен случай неосесимметричного магнитного поля. Решение представлено в виде произведения, аналогичного используемому в методе разделения переменных, однако угловая переменная входит в соответствующий сомножитель не самостоятельно, а в качестве компоненты сложного выражения, включающего также время и радиус. После ряда упрощений (в частности, автор пренебрегает членами вида $\lambda^n r^{-m}$, где λ - малый параметр, $n > 2$, а m положительно, и ему следовало бы пояснить корректность этого упрощения при малых радиусах r) автор находит приближенное решение указанной формы (опять пропорциональное функции Бесселя от растянутого радиуса). Решение для произвольных начальных данных является суммой таких мод. Показано, что неосесимметричные моды затухают быстрее осесимметричных; кроме того, фаза по азимутальной переменной сильно зависит от радиуса. В совокупности, эти две причины вызывают "размывание" магнитного поля и установлению его осевой симметрии (что, в частности, доказывает несостоятельность известной

гипотезы о том, что магнитное поле сильнее в спиральных рукавах галактик). Глава завершается численным рассмотрением выноса спиральности магнитного поля вертикальным потоком вещества, что влияет на величину коэффициента α -эффекта.

К сожалению, автор не дает точное описание использованных методов интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных, параметры пространственного и временного разрешения численного решения и другие подробности вычислений. Также хотелось бы видеть более детальное описание сравнительной оценки точности приближения решения исходной задачи модельными решениями. (Эти же замечания относятся и к расчетам, иллюстрирующим материал последующих глав.)

Использованию планарного приближения для исследования галактического магнитного поля посвящена глава III. При моделировании инверсий магнитных полей (в пространстве - не путать с инверсиями главного магнитного поля Земли, происходящих во времени!) предполагается, что радиальная и азимутальная компоненты поля пропорциональны, и вводится растянутая радиальная переменная с центром в точке перехода поля через 0. После некоторых упрощений удастся построить приближенное аналитическое решение стационарной задачи, а также решение, зависящее от автомодельной переменной, описывающее эволюцию переходного слоя во времени. Также построены численные решения уравнений планарного приближения, в которых пропорциональность радиальной и азимутальной компонент магнитного поля не предполагается. Численным интегрированием модели воспроизведено наблюдаемое контрастное распределение азимутального магнитного поля в Млечном Пути с двукратной резкой сменой знака на определенных радиусах. Отдельно рассмотрена генерация магнитных полей в окраинных областях галактик и во внешних кольцах, где генерации магнитного поля может не быть, но оно распространяется в виде нелинейной волны из внутренней области под действием эффекта Колмогорова-Петровского-Пискунова. Численно

смоделировано подобное "протекание" поля в область внешнего кольца галактики. Задача о генерация поля в галактических объектах с активным звездообразованием, при котором параметры процесса генерации существенно меняются в пространстве и времени случайным образом, решена в рамках модели, описываемой простейшей системой линейных обыкновенных уравнений, где предполагается, что коэффициент магнитной диффузии принимает две величины, случайно переключающиеся во времени (отсутствие учета стохастичности по пространству тем самым не вполне логично, хотя он существенно усложнил бы задачу). Аналитически показано, что эта система характеризуется эффектом перемежаемости, при котором старшие моменты поля растут быстрее младших. Сделан вывод, что "рост магнитного поля возможен только при звездообразовании низкой интенсивности. При наличии существенных процессов, связанных со звездообразованием, рост поля приостанавливается, крупномасштабные структуры поля разрушаются, и поле восстанавливается только после окончания вспышки." Наконец, планарное приближение использовано для объяснения генерации магнитных полей в аккреционных дисках действием аналогичных механизмов динамо, аналогичных галактическим.

В главе IV рассмотрены модели динамо в торах кругового и прямоугольного сечения в предположении о том, что азимутальная компонента поля существенно больше полоидальной, что отвечает результатам наблюдений галактических магнитных полей. Как и для других задач, рассмотрение начинается с вывода системы приближенных упрощенных уравнений эволюции магнитного поля в линейной и нелинейной модификациях. Численно и теоретически исследован вопрос, при каких динамо-числах происходит генерация магнитных полей, симметричных и антисимметричных относительно срединной плоскости.

В главе V модели промежуточного типа использованы для решения задачи о генерации электровихревых течений в сосудах формы толстого полусферического слоя и в цилиндрическом сосуде большого радиуса. Для

полусферической ванны уравнения Навье-Стокса для течения упрощаются до стационарной задачи для оператора Стокса и объемной движущей силы Лоренца. Аналитически построены их точные и приближенные осесимметрические решения в терминах завихренности и векторного потенциала поля скорости, а также вычислены решения для т.н. краевых условий Тома, аппроксимирующих физически реалистические граничные условия. Для задачи в цилиндрическом сосуде выведены модельные уравнения, где учтено влияние нелинейности и нестационарности процесса, и найдена полиномиальная аппроксимация стационарного решения. Эти результаты могут иметь непосредственное практическое применение в металлургии и промышленных технологиях.

В главе VI рассмотрена задача о возникновении затравочного магнитного поля для работы галактического динамо посредством механизма т.н. батареи Бирмана, связанного с различием масс протона и электрона. Процесс описывается интегральным уравнением, которое подвергается существенным упрощениям. Также кратко рассмотрена генерация магнитного поля двумерными конвективными течениями при наличии наложенного поля (в противном случае теорема антидинамо Я.Б. Зельдовича запрещала бы генерацию). Показано возникновение структур типа магнитных жгутов (здесь можно было бы процитировать работу Proctor & Weiss, 1978, где, насколько известно автору отзыва, такие решения были впервые описаны, и работы D. Galloway с соавторами).

Критические замечания по данной работе касаются прежде всего ее изложения. Оно очень подробно, и это весьма помогает знакомиться с работой, однако в отдельных случаях соискатель несколько перегнул палку. Например, уравнения для функций u и z , приведенные в конце стр. 112 и в начале стр.113, соответственно, следуют немедленно из представления поля \mathbf{V} через собственные векторы \mathbf{Q}_1 и \mathbf{Q}_2 на стр. 111, поэтому преобразования, описанные на стр. 112, можно опустить безо всякого ущерба для изложения. Присутствуют опечатки как в тексте (так, на стр. 234 их минимум три), так и

в формулах (например, на стр. 44 и 98) - подчеркну, однако, что это огрехи ввода текста диссертации в компьютер, а не математически содержательные ошибки алгебраических преобразований, и, соответственно, они не приводят к неверным научным выводам. Наконец, в качестве курьеза замечу, что фразы "Роль автора в получении всех основных результатов, вошедших в диссертацию, была определяющей. В работах, опубликованных в соавторстве, вклад автора был основополагающим." повторены на стр. 12 дважды - не иначе, соискатель хотел особо обратить на них внимание читателя!

Указанные досадные недостатки никак не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертационная работа оставляет очень хорошее впечатление. Соискатель показал отличный уровень владения различным аналитическим инструментарием математического анализа (построение асимптотических разложений), уравнений в частных производных и теории вероятностей в применении к решению актуальных задач магнитогидродинамики. Обоснованность научных выводов, сформулированных в диссертации, их достоверность и новизна не вызывают сомнения. Разработанные диссертантом теоретические положения, кратко описанные выше, можно квалифицировать как научное достижение.

Диссертация отвечает всем требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.3.3 – «теоретическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, и оформлена в соответствии с приложениями № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

В силу вышесказанного, соискатель Е.А. Михайлов несомненно заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.3.3 – «теоретическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник Лаборатории геодинамики и математических методов изучения геосистем Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики Российской Академии Наук (ИТПЗ РАН)
Желиговский Владислав Александрович

24 апреля 2023 г.

Контактные данные:

тел.: +7(916)7188453, e-mail: vlad@mitp.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом

защищена диссертация: 25.00.10 –

«Геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых»

Адрес места работы:

117997, г. Москва, Профсоюзная ул., 84/32,

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики Российской Академии Наук, Лаборатория геодинамики и математических методов изучения геосистем,

Тел.: +7(495) 333-45-13; e-mail: vlad@mitp.ru

Подпись сотрудника ИТПЗ РАН Желиговского Владислава Александровича удостоверяю:

Ученый секретарь ИТПЗ РАН

О.В. Селюцкая

24 апреля 2023 г.