

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Хилюк

Елена Александровна

ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
КОМПЕТЕНТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 8-9 КЛАССОВ
ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
(НА ПРИМЕРЕ УЧЕБНОГО КУРСА
«МАТЕМАТИКА – ОСНОВА ЦИФРОВОГО МИРА»)

5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания
(математика, математика и механика (основное общее образование))

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Научный руководитель:
доктор педагогических наук,
профессор Деза Е. И.

Москва – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Глава 1. Теоретические основы формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов	22
1.1 Информационно-математическая компетентность школьника как требование информационного общества	22
1.2 Особенности обучения школьной математике в современных условиях	34
1.3 Возможности внеурочной деятельности для формирования информационно-математической компетентности подростков	58
Выводы по главе 1	71
Глава 2. Методика формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности (на примере учебного курса «Математика – основа цифрового мира»)	72
2.1 Модель формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике	72
2.2 Содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»	115
2.3 Многоуровневая веерная система математических задач как основа формирования информационно-математической компетентности школьников	123
2.4 Стратегии обучения курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»	140
2.5 Методические рекомендации по организации занятий курса.....	161
Выводы по главе 2	169
Глава 3. Диагностика результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике	171

3.1 Подходы к диагностике результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике	171
3.2 Анализ результатов педагогического эксперимента	181
Выводы по главе 3	203
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	204
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	207
ПРИЛОЖЕНИЯ	249

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Характерной особенностью современного общества является его цифровой характер. Происходят динамичные изменения, связанные с возрастанием объема информации, стремительным развитием цифровых технологий и средств, влияющих на экономические и социокультурные условия жизни.

Такая тенденция требует от образования усиления акцента на вопросы формирования личности, обладающей необходимыми для успешного функционирования в новом социуме интегративными качествами, знаниями и умениями, востребованными информационным обществом.

Государственной программой Российской Федерации «Развитие образования» в качестве стратегических приоритетов обозначены «цифровая трансформация», а также «возможность для самореализации и развития талантов» – в том числе, за счет «внедрения в общеобразовательных организациях цифровой образовательной среды» [4]. Насущной необходимостью становится владение обновленными способами работы с информацией в цифровом мире.

Для подготовки обучающихся к самореализации особенно важным становится понимание роли математики как основы цифрового социума. В ходе международной онлайн-конференции Artificial Intelligence Journey (3 – 5 декабря 2020 года) по искусственному интеллекту и анализу данных [140], президент Российской Федерации В. В. Путин отметил, что в условиях глобального развития информационных технологий, внедрения цифровой модели обучения, необходимо прививать любовь к точным наукам еще со школы: «Без прочных знаний математики сегодняшним школьникам точно не обойтись, она действительно является настоящей царицей наук... Ее язык, законы – универсальны. И в условиях стремительного развития технологий они понадобятся буквально каждому человеку для решения самых разнообразных задач». В «Концепции развития математического образования в Российской Федерации» подчеркивается, что изучение математики имеет «системообразующую функцию», оказывает

непосредственное влияние на интеллектуальное развитие обучающихся, на содержание и преподавание других дисциплин [7].

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) констатирует необходимость обеспечения гармоничного развития «личности обучающегося, освоение им знаний, компетенций», востребованных для жизни в современном обществе, а также для дальнейшего успешного обучения [13].

Для эффективной самореализации в условиях современного цифрового мира школьникам необходимы особые интегративные качества, не сводящиеся к предметным знаниям, умениям и навыкам. Для описания и представления таких качеств обычно используется компетентностный подход. Следовательно, поставленная задача может быть сформулирована как проблема формирования у школьников компетентности, заключающейся (в широком смысле) в готовности и способности осознанно применять математику в учебно-познавательной деятельности и жизненной практике в условиях информационного общества. Такую компетентность естественно назвать *информационно-математической (ИМ-компетентностью) школьников*.

На сегодняшний день нет единого мнения исследователей в вопросах определения понятийного аппарата, сущности и структуры данной компетентности. Различные аспекты формирования информационной компетентности студентов и школьников отражены в работах исследователей: А. И. Каптерев, О. Е. Королева, С. В. Маклецов, А. С. Нефедова, А. Ю. Петухов и др. Формированию математической компетентности студентов посвящены работы М. С. Аммосовой, И. И. Бондаренко, И. Н. Разливинских, Е. В. Сергеевой и др. Ряд работ посвящен исследованию математической компетентности школьников (И. Н. Аллагулова, И. В. Китаева, Е. Л. Шквыря и др.) или компетентностей школьников, близких с математической: познавательной компетентности (В. Н. Пустовойтов), стохастической компетентности (И. В. Китаева), исследовательской компетентности (М. Н. Соловьева, Л. В. Форкунова). Понятие «информационно-математическая компетентность» рассматривается в работах

О. А. Валихановой, Е. А. Дегтяревой, И. И. Ильиной, А. В. Кузьминой, Т. А. Лавиной, Д. Н. Шеховцовой и др. лишь в контексте обучения студентов. В большинстве работ авторы предлагают подходы к пониманию сущности этой компетентности через описание ее структуры: как правило, выделяются математические знания, умения и навыки в области ИКТ, умения подбора ИКТ- средств для исследования математических моделей задач профессиональной деятельности. Отдельные авторы (Т. А. Лавина, И. И. Ильина) предлагают подходы к определению информационно-математической компетентности студентов как интегративного личностно-профессионального образования, отражающего комплексную направленность обучаемых на использование математических инструментариев и ИКТ- технологий в учебной деятельности.

Таким образом, большинство исследований посвящены вопросам формирования ИМ-компетентности студентов различных направлений подготовки, вопросы формирования рассматриваемой компетентности школьников в современных исследованиях практически не отражены. Следовательно, существует потребность в проведении исследования, направленного на осмысление сущности и структуры ИМ-компетентности школьников, на разработку механизмов ее формирования и диагностику уровней ее сформированности у обучающихся.

Содержательной математической основой для формирования ИМ- компетентности могут быть задачи, имеющие теоретическое и практическое значение, демонстрирующие фундаментальный характер математической науки в эпоху информатизации. С одной стороны, математические знания и умения напрямую требуются для работы с разнообразной информацией цифрового мира, с другой стороны, математика лежит в основе развития цифровых технологий информационного общества. В Федеральной рабочей программе основного общего образования по математике (базовый уровень) в качестве основных видов деятельности обучающихся выделены, в том числе, следующие: «формулировать жизненные ситуации на языке математики», «моделировать с помощью формул, ..., графиков реальные процессы и явления» [21]. Однако для

формирования способностей применять математику в различных ситуациях лишь умений решать задачи на приложения недостаточно. Необходимы умения использовать цифровые образовательные ресурсы (ЦОР) для построения и исследования математических моделей: «использовать цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств», «изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов», «изучать свойства средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов» и пр. [21].

Другими словами, необходимо обучение школьной математике, рассчитанное на активное использование дидактических возможностей специальным образом организованной цифровой образовательной среды (ЦОС). Представляется методически оправданным использование при обучении системы задач, составленной таким образом, чтобы обеспечивалась дидактическая целесообразность использования ЦОС для работы с математическими моделями, рассматриваемыми в задачах, и исследование этих моделей с точки зрения математики.

Таким образом, обоснована необходимость формирования *ИМ - компетентности школьников*, под которой будем понимать (в узком смысле) интегративную характеристику, предполагающую обладание обучающимися рядом общих и специальных математических знаний и умений, инструментальных навыков, личностных качеств, востребованных для самореализации в условиях современного информационного общества, готовность и способность применять их при работе с разнообразной информацией в учебно-познавательной и практической деятельности. Безусловно, такая компетентность у школьников может быть сформирована в условиях комплексного обучения как в рамках систематических курсов математики и информатики, так и во внеурочной деятельности по математике, и в системе дополнительного математического образования.

Отдельные вопросы такой теории в рамках изучения образовательной области «Математика и информатика» в настоящее время отнесены к предмету

«Информатика». Анализ результатов ЕГЭ [116] позволяет констатировать невысокий процент выполнения заданий №№ 5 (35,5%), 8 (30,3%), 9 (21,5%), 12 (43,3%), 14 (46,6%), 15 (51%), 17 (20,5%), 18 (22,9%), 21 (52,1%), 23 (50,5%), 25 (42,5%), 27 (6,9%), для решения которых в первую очередь требуются фундаментальные математические знания по вопросам, связанным с систематическими числами, кодированием информации, элементами математической логики, арифметикой вычетов, теорией графов, теорией рекуррентных соотношений, целочисленным линейным программированием с двумя переменными, описательной статистикой. При этом уже в 8-9 классах у школьников имеется достаточный математический багаж для рассмотрения вопросов, связанных с пониманием математики как основы цифрового мира, и определенные навыки работы с цифровыми средствами.

Таким образом, можно сделать вывод о недостаточной математической подготовке школьников по указанным направлениям, при этом отдельные вопросы в систематическом курсе математики либо не освещаются, либо освещаются в минимальном объеме. В систематическом курсе информатики изучение указанных вопросов носит прикладной характер. Все вышесказанное говорит о необходимости усиления математической подготовки школьников в данных направлениях, в частности, в рамках внеурочной деятельности.

Внеурочная деятельность, как отмечается во ФГОС ООО, направлена на «достижение планируемых результатов освоения программы основного общего образования с учетом выбора участниками образовательных отношений учебных курсов внеурочной деятельности» [13]. Обучение математике во внеурочной деятельности позволяет включать старших подростков в практико-ориентированную деятельность, имеющую личностный смысл, формировать необходимые для цифрового социума личностные качества школьников и специальные математические умения с учетом образовательных потребностей и интересов обучающихся на основе изучения математического содержания, дополняющего и расширяющего знания школьников, полученные на уроках. Вопросам совершенствования образовательного процесса в рамках внеурочной

деятельности посвящены работы О. И. Аладко, А. А. Бурченковой, А. П. Гладковой, Д. В. Григорьева, П. В. Степанова и др. В этих исследованиях рассматривается сущность понятия внеурочной деятельности, механизмы ее организации и проведения, ряд других вопросов. В работах А. Н. Афанасьевой, П. В. Сергеева, Х. С. Юсупова и др. изучены некоторые аспекты совершенствования методики обучения математике в рамках внеурочной деятельности. Однако работы, посвященные формированию информационно-математической компетентности школьников во внеурочной деятельности, отсутствуют.

Таким образом, для решения проблемы формирования ИМ-компетентности школьников необходимо экспериментальное исследование, проводить которое целесообразно, ориентируясь на возможности внеурочной деятельности.

Анализ состояния рассматриваемой проблемы в теории и методике обучения и воспитания, практике работы отечественной школы позволил определить ключевые **противоречия** между:

– ориентацией общества, государства и ФГОС ООО на человека, обладающего интегративными качествами личности, математическими знаниями, умениями, навыками, необходимыми для осознанного использования возможностей работы с информацией, саморазвития и эффективной самореализации в условиях современного цифрового мира и отсутствием у ученых-методистов инструментов для развития подобных качеств личности при обучении как математике, так и информатике на уровне основного общего образования;

– необходимостью обретения школьниками ИМ-компетентности для решения учебно-познавательных задач, саморазвития и самореализации личности в условиях информатизации общества, предполагающей обладание обучающимися рядом общих и специальных математических знаний и умений, инструментальных навыков, личностных качеств, востребованных для самореализации в условиях современного информационного общества, готовность и способность применять их при работе с разнообразной информацией в учебно-познавательной и

практической деятельности, и отсутствием у учителей методики формирования такой компетентности у школьников 8-9 классов при обучении математике;

– широкими возможностями внеурочной деятельности для развития интегративных качеств школьников, в том числе, для формирования ИМ- компетентности на основе решения задач, имеющих важное значение как для математики, так и для информатики, в условиях систематического использования дидактических возможностей ЦОС, и отсутствием конкретных механизмов использования этого потенциала учителями математики современной общеобразовательной школы.

Проблема исследования заключается в перечисленных противоречиях, и ее решение состоит в поиске практических путей формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов при обучении математике во внеурочной деятельности.

Актуальность и недостаточная изученность исследуемой проблемы обусловили выбор темы исследования: «Формирование информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности (на примере учебного курса «Математика – основа цифрового мира»)».

Объект исследования: процесс обучения математике школьников 8- 9 классов во внеурочной деятельности.

Предмет исследования: методика формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов при обучении математике во внеурочной деятельности (на примере учебного курса «Математика – основа цифрового мира»).

Цель исследования: определить содержание понятия «информационно-математическая компетентность школьников 8-9 классов» и разработать методику формирования информационно-математической компетентности школьников 8- 9 классов во внеурочной деятельности (на примере учебного курса «Математика – основа цифрового мира»), выявить результативность формирования указанной компетентности у обучающихся.

Гипотеза исследования на начальном этапе состояла в том, что для формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике обучение необходимо строить на основе специальным образом разработанной системы математических задач, ориентированной на владение обучающимися системой фундаментальных математических знаний и методов, осознанное применение этих знаний и методов для решения широкого круга задач информационного общества с использованием моделирования реальных процессов и явлений, умения рационально использовать цифровые средства при работе с различными видами информации для повышения эффективности исследования построенных моделей. На следующем этапе стало понятно, что использование разработанной системы математических задач без погружения в специальным образом сконструированную ЦОС, опирающуюся на отобранные и взаимосвязанные между собой цифровые устройства, программные и учебно-методические средства, не позволит сформировать ИМ-компетентность в полном объеме, в связи с чем гипотеза подверглась еще одной трансформации. В дальнейшем выяснилось, что эффективность отобранных в ходе исследования методов и форм обучения может быть усилена за счет использования построенных стратегий обучения. Тем самым была предложена, разработана и оптимизирована модель формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике. В ходе разработки и реализации модели стало понятным, в чем состоит суть ИМ-компетентности, и сложилось обоснование методики ее формирования у школьников 8-9 классов.

Таким образом, окончательно **гипотезу исследования** можно сформулировать следующим образом: если обучение математике во внеурочной деятельности строить на основе специальным образом разработанной системы математических задач, содержание которых ориентировано на демонстрацию возможностей работы с информацией в условиях современного информационного общества, саморазвитие и эффективную самореализацию, отобранных цифровых устройств, программных и учебно-методических средств, выделенных методов, форм и стратегий обучения, оптимально сочетать урочную и внеурочную

деятельность, то у школьников 8-9 классов будет в нужном объеме сформирована информационно-математическая компетентность, способствующая решению актуальной задачи подготовки обучающихся к осознанному применению математики в условиях цифрового мира.

Цели, предмет и гипотеза исследования определили следующие **задачи исследования.**

1. На основе анализа нормативных документов сферы образования, психолого-педагогической, философской, учебно-методической, научной литературы и диссертационных исследований выявить актуальность формирования информационно-математической компетентности школьников как требования информационного общества, определить содержание понятия «информационно-математическая компетентность школьников 8-9 классов».

2. На основе анализа особенностей обучения школьной математике в современных условиях выявить возможности внеурочной деятельности для формирования информационно-математической компетентности обучающихся 8-9 классов.

3. Разработать модель формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике.

4. Разработать содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», многоуровневую всеурочную систему математических задач как основу формирования информационно-математической компетентности школьников; предложить стратегии обучения курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира».

5. Разработать механизмы диагностики результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике, провести педагогический эксперимент и проанализировать его результаты.

Теоретико-методологическую основу диссертации составили: *положения нормативных документов в сфере образования и информатизации* (Федеральный

закон «Об образовании в Российской Федерации», «Концепция развития математического образования в Российской Федерации», Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, «Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 – 2030 годы», «Стратегия развития отрасли информационных технологий в Российской Федерации на 2014 - 2020 годы и на перспективу до 2025 года», Федеральный проект «Цифровая образовательная среда» Национального проекта «Образование» и др.); *научные труды по теории системно-деятельностного подхода* (Л. С. Выготский, И. А. Зимняя, А. Н. Леонтьев и др.); *научные труды по теории компетентностного подхода* (И. А. Зимняя, А. В. Хуторской и др.), *научные труды по теории личностно-ориентированного подхода* (В. В. Сериков, И. С. Якиманская и др.), *концепции фундаментализации образования* (Е. И. Дега, Г. И. Саранцев, В. А. Тестов, И. В. Егорченко и др.); *научные труды по проблемам информатизации образования* (С. А. Бешенков, Л. Л. Босова, Е. И. Булин-Соколова, Я. А. Ваграменко, И. Е. Вострокнутов, С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун, Т. Б. Захарова, А. Ю. Кравцова, Е. С. Полат, И. В. Роберт, О. Г. Смолянинова и др.), *научные труды по проблемам обучения математике* (В. А. Гусев, М. В. Егупова, А. Г. Мордкович, Е. И. Смирнов, В. А. Тестов и др.); *научные труды по проблемам применения информационных технологий в процессе обучения математике* (В. П. Джаджа, С. С. Кравцов, Л. П. Мартиросян, М. И. Рагулина и др.), *научные труды по проблемам формирования информационной компетентности обучающихся* (С. В. Маклецов, А. С. Нефедова, С. В. Тришина и др.), *формирования математической компетентности обучающихся* (М. С. Аммосова, И. И. Бондаренко, И. В. Детушев, Д. А. Картежников, И. Н. Разливинских, Е. В. Сергеева, Я. Г. Стельмах, И. В. Тюжина и др.), *формирования информационно-математической компетентности обучающихся* (О. А. Валиханова, Е. А. Дегтяревой, И. И. Ильиной, А. В. Кузьминой, Т. А. Лавиной, Д. Н. Шеховцовой и др.) *научные труды по теории и практике решения задач на приложения в процессе обучения математике* (В. А. Гусев, М. В. Егупова, Ю. М. Колягин,

Г. Л. Луканкин, Н. А. Терешин, Л. Э. Хаймина, И. М. Шапиро и др.); *научные труды по проблемам организации внеурочной деятельности в школе* (Г. А. Тимуршина, В. Н. Пересыпкин, Д. В. Григорьев и др.), *научные труды по дискретной математике* (А. С. Алфимова, Е. И. Деза, В. И. Нечаев, Е. А. Перминов и др.).

При решении поставленных задач использовались следующие **методы исследования**: *эмпирического уровня* – наблюдение за работой педагогов и учебной деятельностью обучающихся, описание, классификация, систематизация, анкетирование, опрос, беседы, тестирование, исследование проверочных, проектных и исследовательских работ школьников; *теоретического уровня* – формализация, математизация; а также *универсальные методы* – анализ, синтез, аналогия, абстрагирование, исследование психолого-педагогической, научно-методической, математической литературы; педагогический эксперимент, качественный и количественный анализ его результатов на базе методов математической статистики.

База исследования: МБОУ ДПО «Учебно-методический центр» г.о. Чехов Московской области, ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109», ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», ГАОУ ВО г. Москвы «Московский городской педагогический университет».

Этапы исследования. Исследование осуществлялось в три этапа в период с 2007 по 2025 годы.

Первый этап (*констатирующий*) проводился с 2007 по 2016 годы. В течение этого периода была проанализирована философская, психолого-педагогическая, методическая литература по вопросам информатизации образования, совершенствования методики обучения математики в этих условиях. Исследованы подходы к определению понятия «информационно-математическая компетентность», пути формирования такой компетентности у школьников. Выявлена необходимость и возможность формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов при решении задач в условиях ЦОС, отобрано математическое содержание учебного курса внеурочной деятельности

«Математика – основа цифрового мира». Проанализировано состояние проблемы в практике работы современной школы. Уточнена тематика исследования, обоснована его актуальность, определены основные противоречия образовательного процесса в условиях информатизации, сформулированы необходимые характеристики диссертационного исследования.

Второй этап (*поисковый*) проводился с 2016 по 2019 годы. В ходе этого этапа была разработана модель формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике. Опираясь на выделенные теоретические основания, построена система целей модели в виде общекультурных (личностных и инструментальных) и математических (общенаучных и специальных) компетенций, на основе которой определено содержание понятие «информационно-математическая компетентность школьников 8-9 классов», разработаны уровни сформированности такой компетентности у обучающихся. С учетом выделенных принципов разработано содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира». Произведен анализ и отбор компонентов ЦОС модели (цифровых устройств, программных и учебно-методических средств), а также актуальных методов, форм, стратегий обучения; на основании выделенных принципов построена многоуровневая веерная система математических задач, являющаяся интегративным элементом модели. Предложена схема диагностики уровней сформированности ИМ-компетентности школьников.

Третий этап (*обучающий и контролирующий*) проводился с 2019 по 2025 годы. В рамках данного этапа была проведена апробация методики формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности на примере учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», проведено уточнение и корректировка ее составляющих. Реализована обработка экспериментальных данных. Проведено оформление диссертационной работы.

Научная новизна исследования заключается в том, что:

– обоснована возможность и целесообразность формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности для их успешной самореализации в современном информационном обществе;

– определено содержание понятия «информационно-математическая компетентность школьников 8-9 классов» в терминах общекультурных (личностных и инструментальных) и математических (общенаучных и специальных) компетентностей;

– создана модель формирования информационно-математической компетентности школьников во внеурочной деятельности по математике, в том числе, выявлены принципы содержательного наполнения модели, разработаны подходы к конструированию многоуровневой веерной системы математических задач, ориентированной на формирование информационно-математической компетентности обучающихся: уровни системы соответствуют уровням формирования информационно-математической компетентности школьников (пропедевтический, начальный, базовый, оптимальный, творческий); веерность обеспечивается рассмотрением чисто математических и задач на приложения с межпредметным и внепредметным содержанием;

– разработаны шкалы диагностики результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике.

Теоретическая значимость исследования состоит в определении содержания понятия «информационно-математическая компетентность школьников 8-9 классов», разработке уровней формирования информационно-математической компетентности школьников; построении системы целей реализации модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике; разработке детализации математических специальных информационно-математических компетенций, формируемых у школьников 8-9 классов при обучении учебному курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира».

Практическая значимость исследования состоит в отборе и систематизации программно-технологического обеспечения методики формирования информационно-математической компетентности школьников во внеурочной деятельности, включающего в себя цифровые устройства, программные и учебно-методические средства, отобранные методы, формы, стратегии обучения; разработке учебно-методических материалов по учебному курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»: программы курса, его математического содержания, в том числе многоуровневой верной системы математических задач, методических рекомендаций по организации и проведению занятий, учебно-методического пособия «Математика – основа цифрового мира», одноименного цифрового образовательного ресурса, реализованного на образовательной платформе «ЯКласс».

Все разработанные материалы внедрены в педагогическую практику. Программа учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» утверждена и рекомендована к реализации школьным методическим объединением ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109».

Предложенные материалы могут быть использованы учителями математики при разработке собственных учебно-методических материалов, проведении внеурочных занятий, организации проектной и исследовательской деятельности школьников, в процессе методической подготовки студентов бакалавриата-будущих учителей математики, обучающихся по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование» и 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», а также при реализации образовательных программ курсов повышения квалификации учителей математики.

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечивается обоснованным выбором методологических, психолого-педагогических и научно-методических подходов, лежащих в основе диссертационной работы и полностью соответствующих ее целям; теоретическим обоснованием и экспериментальным подтверждением всех положений исследования; соответствием используемых методов исследования поставленным

в диссертационной работе задачам; положительными результатами проведенного в ходе исследования педагогического эксперимента, их соответствием современным требованиями ФГОС ООО; возможностью повторения педагогического эксперимента; корреляцией данных, полученных в ходе исследования, с опытом практической работы автора в качестве учителя математики общеобразовательной школы, преподавателя педагогического университета.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Использование модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике позволяет формировать информационно-математическую компетентность обучающихся, способствующую решению задачи подготовки школьников к осознанному применению математики в условиях цифрового социума.

2. Предложенная модель будет результативной, если она содержит следующие блоки: методологический (выделены принципы фундаментальности, интегративности, информатизации и самореализации), целевой (представлен общекультурными личностными и инструментальными, математическими общенаучными и специальными информационно-математическими компетенциями), содержательный (ориентирован на широкий спектр задач, решаемых как с помощью фундаментальных математических методов, так и с помощью цифровых ресурсов), программно-технологический (на базе отобранных цифровых устройств, программных и учебно-методических средств ЦОС и выделенных методов, форм, стратегий обучения), диагностический (на основе разработанных шкал уровней освоения информационно-математических компетенций школьников).

3. Организация обучения математике во внеурочной деятельности на основе разработанной многоуровневой всеерной системы математических задач, отобранных цифровых устройств, программных и учебно-методических средств, выделенных методов, форм, стратегий обучения, способствует эффективному

формированию информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов.

Личный вклад автора в диссертационное исследование определяется теоретическим обоснованием и разработкой методики формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике, в частности, в рамках учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»; экспериментальной проверкой результативности формирования такой компетентности у обучающихся; внедрением полученных результатов в практику работы современной школы. Все основные результаты получены лично автором.

Апробация результатов исследования. Основные положения исследования были апробированы в рамках проведения ряда конференций и семинаров, в том числе: XXV Всероссийский семинар преподавателей математики университетов и педвузов (Киров, 2006), Международная научная конференция «LX Герценовские чтения», посвященную 210-летию РГПУ им. А. И. Герцена (Санкт-Петербург, 2007), III международная научная конференция «Математика. Образование. Культура» (Тольятти, 2007), Международная научно-практическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения З. А. Биишевой (Стерлитамак, 2008), XXI Международная конференции «Применение новых технологий в образовании» (Троицк, 2010), 29-й Всероссийский научный семинар преподавателей математики вузов (Москва, 2010), XXX Всероссийский семинар преподавателей математики высших учебных заведений (Елабуга, 2011), XXVI международная конференция «Применение инновационных технологий в образовании» (Троицк, 2015), III Международная конференция (Воронеж, 2015), III Всероссийская научно-практическая конференция «Информационные и инновационные технологии в образовании» (Таганрог, 2018), IV Международная научная конференция «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе» (Москва, 2018), XVII открытая Всероссийская конференция «Преподавание информационных технологий в Российской Федерации», (Новосибирск, 2019), V Международная заочная научная

конференция «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе» (Москва, 2019), Международная научно-практическая интернет-конференция «Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе» (Москва, 2020), XXXI конференция «Современные информационные технологии в образовании» (Троицк, Москва, 2020), VI международная научная интернет-конференция «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе» (Москва, 2020), V Международная очно-заочная научно-практическая конференция «Проблемы и перспективы современного образования: практика вуза и школы», (Новокузнецк, 2021), Всероссийская научно-практическая конференция «Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе», (Омск, 2021), Международная научно-практическая интернет-конференция «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и в вузе» (Москва, 2021), XXXII, XXXIII, XXXIV, XXXV конференции с международным участием «Современные информационные технологии в образовании», (Троицк, Москва, 2021, 2022, 2023, 2024 г.), Всероссийский съезд учителей и преподавателей математики и информатики (Москва, 2022, 2023), XXII, XXIII, XXIV международные научно-практические конференции «Новые информационные технологии в образовании» (Экосистема 1С для цифровизации экономики, организации учебного процесса и развития профессиональных компетенций) (Москва, 2022, 2023, 2024), III международная научно-практическая конференция «Проблемы теории и практики инновационного развития и интеграции современной науки и образования» (Москва, 2022), Международная научно-практическая интернет-конференция «Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе» (Москва, 2022), VI, VII Всероссийская (с международным участием) научно-практическая конференция «Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве» (Курск, 2022, 2023), Всероссийская научная конференция с международным участием «Открытая наука-2022» (Москва, 2022), 21 Всероссийская конференция «Преподавание

информационных технологий в Российской Федерации» (Нижний Новгород, 2023), Большая конференция МГПУ (Москва, 2023), Межрегиональная научно-практическая конференция с международным участием «Цифровые, компьютерные и информационные технологии в науке и образовании» (Брянск, 2023).

Внедрение результатов исследования проводилось на базе ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109», образовательных организаций и Учебно-методического центра г.о. Чехов Московской области, Института математики и информатики ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», Института цифрового образования ГАОУ ВО г. Москвы «Московский городской педагогический университет».

По теме диссертационного исследования опубликовано 45 научных и учебно-методических работ (объем 32,94 п.л.); среди них 8 статей опубликовано в изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации (объем 5,22 п. л.).

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы (290 источников) и одиннадцати приложений. Общий объем диссертационного исследования составляет 278 страниц. Основной текст – 206 страниц, список литературы – 42 страницы, приложения – 30 страниц.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 8-9 КЛАССОВ

1.1 Информационно-математическая компетентность школьника как требование информационного общества

Характерной чертой развития современного общества является его *информационный характер*. Происходят динамичные изменения в социуме, возрастает объем информации, стремительно развиваются информационные технологии. В «Окинавской хартии Глобального информационного общества» отмечается важность информационных технологий как фактора формирования общества двадцать первого века [46].

Успешность в информационном обществе обеспечивается высоким уровнем образованности людей, наличием у них знаний различного типа – научных, практических (умение успешно решать стандартные и нестандартные задачи), развитием креативных способностей, критического, продуктивного мышления, широким кругозором.

В «Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 - 2030 годы» [2] информационное общество определяется как общество, в котором информация и уровень ее применения и доступности кардинальным образом влияют на экономические и социокультурные условия жизни граждан. Важным понятием является «общество знаний».

Теория постиндустриального (информационного) общества достаточно глубоко разработана западными исследователями: Д. Беллом, М. Кастельсом, Ф. Полаком, О.Тоффлером и др. [101]. Среди отечественных ученых, внесших значительный вклад в развитие этого направления, необходимо отметить

В. М. Глушкова, Н. Н. Моисеева, А. И. Ракитова и др. Процесс перехода к информационному обществу определяется как информатизация общества.

В Указе Президента РФ «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 – 2030 годы» отмечается, что «государством создаются условия для формирования пространства знаний и предоставления доступа к нему, совершенствования механизмов распространения знаний, их применения на практике в интересах личности, общества и государства» [2]. В Указе Президента РФ «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года» среди национальных целей развития Российской Федерации определяется цифровая трансформация, выражающаяся, в том числе, в «достижении «цифровой зрелости» ключевых отраслей экономики и социальной сферы, в том числе, ... образования» [3].

Следует отметить «современный общемировой тренд развития общества, который основан на преобразовании информации в цифровую форму», который «приводит к повышению эффективности экономики и улучшению качества жизни» [210].

Таким образом, настоящий этап развития общества предполагает способность и возможность эффективно работать с различными видами информации, владеть цифровыми технологиями, понимать наукоемкую основу информационного общества; готовность к образованию и самообразованию в разных областях человеческой деятельности, самореализации.

Одним из путей приведения образования в соответствие с требованиями современного общества и одновременно способом достижения оптимального сочетания социального и личностного заказа на образование является *компетентностный подход*, ориентированный на следующие основные направления в образовании: обучаемость, самоопределение, самореализация [86]. Такой подход нацелен на усиление практической стороны процесса обучения, предполагает формирование у обучающихся способностей к устойчивой жизнедеятельности в условиях современного информационно-насыщенного социума [107]. Проанализируем основные понятия компетентностного подхода.

Теория компетентного подхода сформировалась в конце 1960-х – начале 1970-х годов за рубежом, в отечественной литературе нашла свое отражение в 1980-х годах. В отечественной педагогике и психологии осмысление сущности компетенций и компетентностей содержится в работах О. В. Еремкина, И. А. Зимней, А. М. Новикова, А. В. Хуторского, И. С. Якиманской и др. [108, 87, 258, 267]. Можно утверждать, что основные понятия компетентного подхода до сих пор трактуются неоднозначно.

Отождествление понятий «компетенция и компетентность» подчеркивается в исследованиях Л. Н. Болотова, В. С. Леднева [123] и др., ряд авторов, такие как И. А. Зимняя, А. В. Хуторской, В. Д. Шадриков и др. [87, 258] разводят эти понятия.

Так, И. А. Зимняя понимает под компетенцией некоторые внутренние, потенциальные скрытые знания, представления, системы ценностей, которые потом проявляются в компетентности человека [87]. Компетентность – основывающаяся на знаниях, интеллектуально- и личностно-обусловленная социально-профессиональная жизнедеятельность человека [108]. А. А. Вербицкий, М. Д. Ильязова [54] отмечают, что компетенция – система целей, ценностей, мотивов, личностных качеств, знаний, умений, навыков, способностей и опыта человека, обеспечивающая качественное осуществление им той или иной деятельности. Компетентность определяется ими как проявленные и реализованные на практике компетенции человека, характеризующие уровень владения им технологиями практической деятельности и развития социально-нравственных качеств личности. Как образовательный результат, выражающийся в готовности справляться с поставленными задачами, форму сочетания знаний, умений и навыков, которая позволит ставить и достигать цели по преобразованию окружающей среды, рассматривает понятие «компетенция» Г. К. Селевко [179]. Понятие «компетентность» трактуется им как интегральное качество личности, проявляющееся в общей способности и готовности к деятельности, основанной на знаниях и опыте, которые приобретены в процессе обучения и социализации и ориентированы на самостоятельное успешное участие в деятельности.

В. А. Хуторской отмечает, что компетенция – отчужденное, наперед заданное социальное требование (норма) к образовательной подготовке обучающегося, необходимой для его качественной продуктивной деятельности в определенной сфере [258]. Компетентность – владение, обладание обучающимся соответствующей компетенцией, включающее его личностное отношение к ней и предмету деятельности. Компетентность – уже состоявшееся личностное качество (совокупность качеств) обучающегося и минимальный опыт деятельности в заданной сфере.

В настоящее время нет единства в составе и в классификации компетенций и компетентностей. Понятие «ключевые компетентности» было введено в научный обиход в начале 90-х годов XX века Международной организацией труда. Оно трактовалось как общая способность человека мобилизовать в ходе профессиональной деятельности приобретенные знания и умения, а также использовать обобщенные способы выполнения действий. Совет Культурной Кооперации при Совете Европы в 1996 году определил следующие ключевые компетенции для выпускника общеобразовательных учреждений: политические и социальные компетенции; межкультурные компетенции; коммуникативные компетентности; информационные компетентности; компетенции в области самопознания, саморазвития.

Е. О. Иванова, И. М. Осмоловская отмечают, что к ключевым компетенциям целесообразно отнести: общекультурную компетенцию (включает учебно-познавательную и информационную компетенции), социально-трудовую компетенцию, коммуникативную компетенцию, компетенцию в сфере личностного самоопределения [89].

В. А. Хуторской определяет следующий перечень ключевых образовательных компетенций: ценностно-смысловая компетенция, общекультурная компетенция, учебно-познавательная, информационная, коммуникативная, социально-трудовая, компетенция личностного самосовершенствования [258].

И. А. Зимняя выделяет десять основных компетенций, объединенных в три группы: компетенции, относящиеся к самому человеку как личности, субъекту

деятельности, общения; компетенции, относящиеся к социальному взаимодействию человека и социальной сферы; компетенции, относящиеся к деятельности человека (здесь же рассматриваются компетенции в области информационных технологий) [87].

Таким образом, существуют различные трактовки понятий компетентностного подхода, все авторы делают акцент на те или иные компетентности, исходя из необходимости решения практических задач.

Возникает вопрос: какие интегративные качества необходимо формировать у школьников для понимания наукоемкого характера информационного общества?

Все авторы, в том числе и зарубежные исследователи [275, 280, 289], указывают на значимость для современного человека информационной компетенции и компетенции, связанной с процессом познания. В отдельных работах подчеркивается роль математического образования в развитии глобальной компетентности [287]. Необходимость работы с информацией в современном информационном обществе предполагает наличие компетенций, связанных с работой со средствами информатизации, с одной стороны, а также компетенций, связанных с владением определенными математическими методами обработки такой информации. Такие компетентности в современном мире являются взаимообогащающими и дополняющими друг друга, таким образом, можно говорить о необходимости рассмотрения *информационно-математической компетентности*.

Так, в частности, в «Рекомендация Совета Европейского Союза от 22.05.2018 о ключевых компетенциях, необходимых для обучения в течение всей жизни» также отмечается важность такого рода компетенций и их взаимодополнение: кроме компетенций математической и компьютерной грамотности выделяются компетенции освоения навыков обучения, где математическая грамотность и технологии информационного общества рассматриваются воедино [170]. Подчеркивается, что они необходимы для осуществления дальнейшего обучения: основываясь на этих навыках, индивид будет способен получить доступ, приобрести, обработать и усвоить новые знания и навыки. В зарубежных

исследованиях часто встречается использование понятий «цифровая грамотность», «цифровая компетентность», особое внимание уделяется умениям, связанным с работой с цифровой техникой [272, 273, 276, 277, 278, 281, 286, 290].

Какие исследования создают предпосылки для рассмотрения вопроса об актуальности формирования ИМ-компетентности школьников? Проанализируем, как определяют рассматриваемые понятия разные авторы (*Рисунок 1*). Заметим, что исследования связываются как с обучением студентов вузов различных направлений подготовки, так и школьников.

Ряд исследований посвящен формированию информационной компетентности, информационной культуры, математической культуры, математической компетентности *студентов*.

Различные аспекты формирования *информационной компетентности* отражены в работах С. В. Маклецова [130], А. С. Нефедовой [149], Г. К. Селевко [179], Л. Б. Сенкевич [180] и др. Г. К. Селевко рассматривает информационную компетентность как компьютерную грамотность, умение вести поиск информации, владение технологиями компьютерных коммуникаций, умение осваивать и использовать возможности информационных технологий для решения проблем [179]. С. В. Маклецов, изучая вопросы формирования информационной компетентности бакалавров по направлению «Математика и компьютерные науки», выделяет способность оперировать разного рода информацией с применением современных ИТ-средств в процессе профессиональной деятельности, а также готовность к постоянному совершенствованию способов осуществления профессиональной деятельности в соответствии с изменениями, происходящими в сфере информационных технологий [130]. А. С. Нефедова указывает на важность способности к поиску и выбору информации, осуществлению знаково-символической деятельности, формализации и интерпретации информации, принятию эффективных решений в различных ситуациях на основе сложившегося опыта работы с информацией [149].

Близким к понятию «информационная компетентность» является понятие «*информационная культура*». Н. А. Лавриненко в качестве важных элементов

информационной культуры отмечает «информационную мотивацию, информационное мировоззрение, информационную активность» [120]. Е. В. Гнатышина, поясняя неустоявшийся характер термина, делает акцент на готовность будущего специалиста к функционированию в информационной среде, обладание им комплексом знаний, умений и навыков информационной деятельности [58].

Исследованию возможностей формирования *математической культуры* студентов посвящены работы З. С. Акмановой, В. С. Ежовой, М. С. Мирзоева, Е. Н. Рассоха, С. А. Розановой, и др. [79, 144]. В структуре математической культуры при подготовке будущих учителей информатики М. С. Мирзоев делает акцент на интеграцию содержательных линий, понятийного аппарата математики и информатики, общность средств прикладного и инструментального программного обеспечения [144]. Определяя понятие «математическая культура студентов педагогических вузов», В. С. Ежова подчеркивает высокий уровень владения математическими знаниями и умениями, ценностным отношением к получаемым знаниям, способностью к рефлексии [79]. Вопросы, посвященные возможностям формирования математической культуры, математической грамотности обучающихся, поднимаются в исследованиях зарубежных авторов [274, 282, 283, 288].

Существует достаточное количество исследований, посвященных формированию *математической компетентности* студентов, это работы М. С. Аммосовой [28], И. И. Бондаренко [39], И. Н. Разливинских [168], Е. В. Сергеевой [181], Я. Г. Стельмах [190], И. В. Тюжиной [201], Л. В. Шкериной [265] и др. В этих работах обосновывается необходимость формирования такого рода компетенции у студентов, а также разрабатывается теория и практика ее формирования у обучающихся.

М. С. Аммосова предлагает свою трактовку понятия как синтез «усвоенных математических знаний и методов математической деятельности, опыта их использования в решении профессионально направленных математических задач и задач, лежащих вне предмета математики, ценностного отношения к полученным

знаниям и опыту, и к себе как носителю этих знаний и опыта» [28]. Д. А. Картежников развитие математической компетентности увязывает с функционированием визуальной учебной среды, вслед за И. Н. Разливинских трактует математическую компетентность как «совокупность системных свойств личности, которые выражаются устойчивыми знаниями по математике и умениями применять их в новой ситуации, способности достигать значимых результатов в математической деятельности» [168].

В ряде работ рассматриваются вопросы, связанные с возможностями формирования математической компетентности *школьников*, или близкие с ними вопросы: изучению математической компетентности школьников посвящены исследования И. Н. Аллагуловой [26], Е. Л. Шквыря [264], Н. Г. Ходыревой [257], познавательной, учебно-познавательной компетентности – В. Н. Пустовойтова [166], И. Б. Шмигириловой, Н. А. Булаковой, стохастической компетентности – И. В. Китаевой [102], исследовательской, учебно-исследовательской компетентности – Л. В. Форкуновой [205], М. Н. Соловьевой, математической культуры – В. Н. Клепикова, А. У. Уртеновой [203]. Понятием «математическая компетентность» также пользуются зарубежные исследователи [271, 279, 284].

В работе Е. Л. Шквыря *математическая компетентность школьников* рассматривается как совокупность компонентов: владение математическими знаниями, умения применять их в разнообразных ситуациях, умения видеть, формулировать и решать проблему, саморефлексия [264]. В. Н. Пустовойтов выделяет *познавательную компетентность* старшеклассников, сущностной характеристикой которой представляет личность и, как интегративное качество, – познавательную самостоятельность [166]. Л. В. Форкунова подчеркивает важность формирования *исследовательской компетентности* школьников в области приложений математики, указывает на то, что такая компетентность формируется на основе исследовательского поведения школьников, при котором происходит использование математических знаний для решения нематематических задач [206].

Ряд исследований посвящен вопросам формирования информационной грамотности, информационной, информационно-сетевой компетентности

(О. Е. Королева, С. Ю. Прохорова, А. И. Каптерев, С. В. Тришина, А. Ю. Петухов и др., исследования ЮНЕСКО [198, 98, 164, 290]), информационной культуры (М. В. Вакуленкова, Е. А. Смагина, М. В. Попова и др. [164]).

С. В. Тришина исследует *информационную компетентность* как результат отражения процессов отбора, усвоения, переработки, трансформации и генерирования информации в особый тип предметно-специфических знаний [198]. В своей монографии А. И. Каптерев, развивая идеи цифровой грамотности, предлагает термин *информационно-сетевой компетентности*, указывая на комплекс способностей личности, «необходимых в процессе использования информационных средств и технологий в сетевой жизнедеятельности» [98]. М. В. Попова подчеркивает важность взаимодействия педагогических и информационных технологий для формирования *информационной культуры* старшеклассников [164].

Формирование *функциональной математической грамотности* отнесено в Федеральной рабочей программе по математике, базовый уровень, к приоритетным целям обучения математике в 5-9 классах. Это умения школьников, связанные с распознаванием, формулированием математических закономерностей в реальной жизни и при изучении других учебных предметов, созданием математических моделей и решением на их основе практико-ориентированных задач [21]. Ряд авторов исследовали подходы к формированию функциональной грамотности школьников в рамках предметной области «Математика и информатика» (М. М. Абдуразаков [111], О. В. Аксенова [24], С. Н. Афолина [34], В. Ю. Бодряков [24], И. И. Валеев [51], Э. Х. Галямова [56], О. Е. Кадеева [159], А. Е. Миронова [24], Е. А. Подложнюк [159], М. В. Рыжаков [111], Е. А. Седова [111], Т. Ф. Сергеева [182] и др.). Исследованию механизмов оценки математической грамотности обучающихся посвящен ряд работ зарубежных авторов [272, 286, 287].

Таким образом, анализ работ позволил сделать вывод о том, что авторы видят взаимосвязь, взаимодополнение и взаимообогащение информационной и математической компетентностей обучающихся.

Понятие «информационно-математическая компетентность» рассматривается в работах О. А. Валихановой [52], Е. А. Дегтяревой [71], И. И. Ильиной [119], А. В. Кузьминой [117], Т. А. Лавиной [119], Д. Н. Шеховцовой [263] и др. В них авторы анализируют состав и структуру этой компетентности, предлагают пути ее формирования у студентов различных направлений подготовки.

В работе О. А. Валихановой установлена структура информационно-математической компетентности студентов инженерного вуза, она рассматривается в рамках математической подготовки обучающихся, выявлены дидактические условия ее формирования. Автор представляет ее структуру в виде образующих, основываясь на возможности математического моделирования: знания, умения, навык, опыт [52].

Е. А. Дегтярева рассматривает информационно-математическую компетентность преподавателя, выделяя его «готовность и способность эффективно осуществлять поиск и обработку информации, и умение продуктивно использовать прикладные математические технологии для решения профессиональных задач» [71]. Д. Н. Шеховцова в своем исследовании [263] подробно анализирует исторический контекст, психолого-педагогические предпосылки рассмотрения, состав и структуру информационно-математической компетентности в работах ряда авторов. А. В. Кузьмина, исследуя возможности формирования информационно-математической компетентности студентов экономического профиля вузов, выделяет в качестве ее компонентов содержание, базовые знания, умения и навыки в области математики, информационно-компьютерных технологий, математического и компьютерного моделирования, а также готовность и способность человека профессионально мотивированного их применения при решении профессиональных задач [117]. В своем исследовании Т. А. Лавина, И. И. Ильина [119] обращаются к изучению вопросов формирования информационно-математической компетентности бакалавра технического направления, определяя такую компетентность как интегративное личностно-профессиональное образование, выделяют в составе данной компетентности математические знания, знания основных типов средств ИКТ для исследования

математических моделей прикладных задач профессиональной деятельности; умения подбора ИКТ и навыки их использования при исследовании профессионально-прикладных решений задач математическими методами.

В работах авторы предлагают подходы к пониманию сущности ИМ-компетентности студентов через описание ее структуры: в большинстве исследований выделяются математические знания, умения и навыки в области информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), умения использования ИКТ-средств для исследования математических моделей задач профессиональной деятельности.



Рисунок 1. Генезис понятия «информационно-математическая компетентность школьников»

Таким образом, обновление содержания общего образования, цифровая трансформация образования, закрепленные в нормативных документах [5, 8, 13, 19, 21], рассмотренные исследования (*Таблица 1*) позволяют говорить о возможности формирования ИМ-компетентности школьников на основе владения ими системой фундаментальных математических знаний и методов, востребованных реалиями информационного общества, осознанного применения этих знаний и методов для решения широкого круга задач с использованием моделирования реальных процессов и явлений, умения рационально использовать цифровые средства при работе с различными видами информации для повышения эффективности исследования построенных моделей. В Распоряжении Правительства РФ «Стратегия развития отрасли информационных технологий в Российской Федерации на 2014 - 2020 годы и на перспективу до 2025 года» [6] указывается, что в части развития школьного образования необходимо дальнейшее совершенствование физико-математического образования и подготовки в сфере информационных технологий. С учетом вышесказанного, *информационно-математическая компетентность школьников (ИМ-компетентность)* в широком смысле понимается нами как *готовность и способность осознанно применять математику в учебно-познавательной деятельности и жизненной практике в условиях информационного общества*. Вопрос о механизмах формирования такой компетентности у школьников в условиях информатизации общества (и связанной с ней информатизацией образования) требует специального рассмотрения.

1.2 Особенности обучения школьной математике в современных условиях

Для понимания возможностей формирования информационно-математической компетентности школьников необходимо ответить на вопрос,

какие современные условия влияют на процесс обучения математике в школе? Какие, в связи с этим, особенности обучения математике необходимо учитывать при разработке методики формирования ИМ-компетентности школьников?

В первую очередь, среди таких условий выделяется *информатизация общества и системы образования*. Проблемам *информатизации образования* посвящены исследования таких отечественных авторов, как С. А. Бешенков [38], М. И. Беляев [193], Л. Л. Босова [43, 44], Е. И. Булин-Соколова [47], Я. А. Ваграменко [50], Н. В. Горбунова [259], З. И. Горбачук [59], С. Г. Григорьев [64], В. В. Гриншкун [64, 65, 66], А. П. Ершов [83], Т. Б. Захарова [153], С. Д. Каракозов [99], И. А. Карлов [29], А. Ю. Кравцова [113], М. П. Лапчик [121, 133], А. В. Осин [154], Е. С. Полат [152], А. Е. Поличка [163], И. В. Роберт [171, 172], О. Г. Смолянинова [189] и др. В работах указанных ученых рассматриваются вопросы теории и практики информатизации образования, создания и применения средств информатизации в учебно-воспитательном процессе.

И. В. Роберт [171, 172] в своем исследовании указывает, что *информатизация образования* – «целенаправленно организованный процесс обеспечения сферы образования методологией, технологией и практикой создания и оптимального использования научно-педагогических, учебно-методических и программно-технологических разработок, ориентированных на реализацию возможностей информационных и коммуникационных технологий, применяемых в комфортных и здоровьесберегающих условиях». По мнению В. В. Гриншкуна информатизация образования направлена на применение методов и средств сбора, хранения, обработки и распространения информации для систематизации имеющихся и формирования новых знаний в рамках достижения психолого-педагогических целей обучения и воспитания [64]. Е.И. Булин-Соколова процесс информатизации образования определяет как «процесс приведения информационно-коммуникационной среды школы в

соответствие с потребностями и возможностями современного общества» [47].

Приведем ряд терминов, относящихся к рассматриваемой проблеме.

Средствами информатизации образования называют компьютерное аппаратное и программное обеспечение, а также их содержательное наполнение, используемые для достижения целей информатизации образования [66]. В Указе Президента РФ от 09.05.2017 г. «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 – 2030 годы» [2] подчеркивается необходимость использования и развития различных образовательных технологий, в том числе *электронного обучения*. Часто обращение к термину «*электронные образовательные ресурсы (ЭОР)*», под которым понимают весь спектр средств обучения, которые разработаны и воспроизводятся на базе компьютерных технологий [154].

В работах ряда авторов определены *технические возможности* средств информатизации образования: организация интерактивного диалога между пользователем и ЭОР; визуализация мультимедийной статичной и динамичной информации; компьютерное моделирование изучаемых объектов, процессов или явлений; хранение больших объемов информации, возможность быстрого доступа к информации, передачи и использования; автоматизация процессов вычислительной, информационно-поисковой деятельности; автоматизация процессов информационно-методического обеспечения, организационного управления учебной деятельностью [80, 81, 171, 172].

Выделяют следующие *дидактические возможности* применения ЭОР при обучении: организация новых форм взаимодействия в процессе обучения и изменение содержания и характера деятельности обучающего и обучаемого; реализация индивидуального подхода, в перспективе – персонализированного обучения; активизация интеллектуальной деятельности обучаемого, развитие его способностей к познанию; сочетание индивидуальной, групповой и коллективной познавательной деятельности; независимый контроль и

коррекция знаний школьников; визуализация учебной информации; усиление мотивации обучения; развитие личности школьников; повышение уровня креативности обучающихся; развитие наглядно-образного мышления школьников, способностей к альтернативному мышлению; формирование у обучающихся культуры учебной деятельности; формирование информационной культуры школьников; формирование умений разрабатывать стратегию поиска решений учебных и практических задач; формирование умений прогнозировать результаты реализации принятых решений на основе моделирования изучаемых объектов, явлений, процессов, взаимосвязей между ними; представлять полученные результаты [65, 66, 151, 171, 172, 261, 271].

Цифровая трансформация образования инициировала расширение понятийного аппарата [211, 202]. *Цифровые технологии* – «технологии, использующие электронно-вычислительную аппаратуру для записи кодовых импульсов в определенной последовательности и с определенной частотой» [186]. *Цифровые устройства (средства)* – устройства (средства), предназначенные для работы с цифровым сигналом данных [186]. Под термином «*цифровые образовательные ресурсы (ЦОР)*» будем понимать различные средства обучения, созданные на базе цифровых технологий и воспроизводимые с помощью цифровых устройств. В зарубежных исследованиях встречается использование термина «цифровое образование» [279].

Отметим, что информатизация имеет и возможные *негативные факторы*, которые необходимо учитывать при проектировании и реализации обучения. Это сокращение или сведение к минимуму «живого диалога» с преподавателем, замена на «цифровое общение», потеря навыка устной речи и «живой» коммуникации; цифровой индивидуализм; перенасыщение учебного контента визуальной информацией; использование большого количества разнородной мультимедийной информации одновременно, что приводит к невозможности обучающихся сконцентрироваться на учебном

материале; технические трудности, связанные с применением ЦОР учителями-предметниками; невозможность критической оценки цифровой распределенной информации; опасность для обучающихся отвлечься от учебной информации при использовании нелинейной подачи учебного материала; несоблюдение санитарно-гигиенических норм работы с ЦОР, возможность ухудшения здоровья, как учителей, так и обучающихся. Соблюдение санитарно-эпидемиологических требований [9] при работе с цифровой техникой позволит частично нивелировать указанные негативные факторы.

Выделим некоторые онлайн-ЦОР, наиболее актуальные для современной российской школы [175]. *Цифровые образовательные платформы*, среди них: «Учи.ру» (<https://uchi.ru/>); «Яндекс.учебник» (<https://education.yandex.ru/>); «ЯКласс» (<https://www.yaklass.ru/>); Российская электронная школа (РЭШ) (<https://resh.edu.ru/>); Московская электронная школа (МЭШ) (<https://school.mos.ru/>); онлайн-школа «Фоксфорд» (<https://foxford.ru/>); библиотека видео-уроков InternetUrok.ru (<https://interneturok.ru/>); «1С: Образование 5 Школа» (<https://obr.1c.ru/educational/prepodavatelyam/1s-obrazovanie-5-shkola/>); «1С:Урок – Библиотека интерактивных материалов» (<https://urok.1c.ru/library/>); «Яндекс-Школа» (<https://school-ya.ru/>); «Skysmart» (<https://skysmart.ru/>), Библиотека цифрового образовательного контента <https://urok.apkpro.ru/>. *Сервисы для онлайн-тестирования*, например: Яндекс формы (<https://forms.yandex.ru/admin/>), Microsoft формы (<https://forms.office.com/>); LearningApps.org (<https://learningapps.org/>). *Сервисы для осуществления совместной работы*, например: Яндекс-документ, Яндекс-таблица, Яндекс-презентация (<https://docs.yandex.ru/docs?type=docx>), интерактивные листы документов Google и Microsoft Office Online; онлайн-доски, например, Miro (<https://miro.com/>), Whiteboard Fox (<https://r7.whiteboardfox.com/>), Web Whiteboard (<https://webwhiteboard.com/>), Conceptboard (<https://conceptboard.com/>) и др. *Сервисы для осуществления проектной и исследовательской деятельности*, среди них: глобальная

школьная лаборатория GlobalLab (<https://globallab.org/ru>), конструкторы сайтов, например, «Бесплатный конструктор сайтов с ИИ для школьного проекта» (<https://mobarise.com/website-builder/ru/school-project.html>), ресурсы для создания цифровой книги, например, Bookcreator (<https://read.bookcreator.com>), вики-среды и др. Кроме этого, в учебном процессе активно используется офисный пакет приложений Microsoft Office и бесплатные приложения Microsoft Office в сети интернет <https://www.microsoft.com/ru-ru/microsoft-365/free-office-online-for-the-web>.

Для осуществления индивидуализированного и персонализированного обучения в настоящее время особую актуальность приобретают *конструкторы курсов*, например, Stepik, ClassCraft и др. К такому типу цифровых ресурсов можно отнести и платформу «ЯКласс» с подпиской Я+, позволяющую учителю не только воспользоваться готовыми цифровыми ресурсами платформы, но и разработать свой учебный курс с теорией, задачами с интерактивной или ручной проверкой педагогом.

Эффективность применения в обучении современных ЦОР связывается с их комплексным использованием в условиях *цифровой образовательной среды*. Целью федерального проекта «Цифровая образовательная среда» является «создание условий для внедрения ... современной и безопасной цифровой образовательной среды, обеспечивающей формирование стремления к саморазвитию и самообразованию у обучающихся образовательных организаций» [17]. Федеральные государственные образовательные стандарты декларирует необходимость обучения в условиях информационно-образовательной среды [13].

Информационно-образовательную среду можно определить как основанную на использовании компьютерной техники программно-телекоммуникационную среду, реализующую едиными технологическими средствами и взаимосвязанным содержательным наполнением качественное информационное обеспечение школьников, педагогов, родителей, администрацию учебного заведения и общественность [66]. Исследованию

понятия и структуры информационной, образовательной, цифровой образовательной среды посвящены работы В. В. Гриншкун [66], В. С. Игнатова [97], О. А. Ильченко [99], Н. К. Конопатовой [116], Д. А. Картежникова [107], В. А. Козырев [111], Г. А. Красновой [66], Е. С. Мироненко [145], А. Ю. Наливалкина [148] и др.

Под *цифровой образовательной средой* будем понимать основанную на использовании информации, представленной в цифровой форме, системно организованную совокупность программного, технического, учебно-методического обеспечения образовательного процесса, неразрывно связанного с человеком как субъектом образования. Представляется, что состав и структура ЦОС может рассматриваться на разных уровнях организации обучения и, таким образом, ее состав и структура может меняться. Современный учитель должен обладать способностью формирования ЦОС учебного курса/учебного занятия для эффективного обучения школьников.

Рассмотрим *возможности обучения математике в условиях ЦОС*. На сегодняшний день накоплен определенный опыт теоретического осмысления и практической реализации процесса обучения школьной математике в условиях информатизации. Под *информатизацией математического образования* понимают «целенаправленно организованный процесс создания и использования научно-педагогических, учебно-методических, программно-технологических разработок, ориентированных на достижение целей обучения математике, в условиях реализации возможностей информационных и коммуникационных технологий, с учетом педагогико-эргономических условий безопасного их применения» [132].

Необходимость использования потенциала информационных технологий при обучении математике отмечается в работах Ю. В. Горошко [60], Т. В. Капустиной, С. А. Кругликов [115], Л. П. Мартиросян [132], Н. В. Никоновой [150], М. И. Рагулиной [167], И. В. Роберт [171], Е.А. Троицкой [199], Л. Л. Якобсон и др. В этих исследованиях акцент

делается на интенсификацию процесса обучения школьной математике за счет применения информационных технологий для автоматизации процессов контроля и коррекции результатов обучения, осуществления сложных вычислительных операций, построение графиков функций, геометрических фигур.

В исследованиях ряда авторов изучаются как теоретико-методологические основы информатизации математического образования, так и отдельные методические аспекты применения информационных технологий на уроках математики. Так, например, Е. А. Троицкая рассматривает методические подходы к автоматизации процесса формирования индивидуальной стратегии обучения решению математических задач обучающихся старших классов [199], С. А. Кругликов предлагает разработанную методику преподавания математики с использованием информационных технологий и компьютерных продуктов учебного назначения [115].

Возможности использования информационных технологий изучаются авторами и во внеурочной деятельности по математике. В. Н. Яхович предлагает методику организации и проведения внеклассных занятий по математике в средней школе с использованием информационных технологий [269]. Ю. А. Митенев рассматривает информационно-коммуникационные технологии как средство развития творческой активности обучающихся на внеурочных занятиях по математике [146].

Отдельные исследования посвящены использованию средств мультимедийных технологий в процессе обучения школьной математике (В. П. Джаджа, С. С. Кравцов и др. [75, 112]). В работах отмечаются специфические особенности применения средств мультимедиа при обучении математике: новые возможности представления учебного материала (динамические иллюстрации, звуковое сопровождение), способы организации учебно-познавательной деятельности обучающихся (компьютерное моделирование и конструирование, поиск и применение мультимедийной

информации для реализации проектной и исследовательской работы, а также представления ее результатов и др.), усиление эмоциональной составляющей [223, 224, 232, 234, 235, 239].

Анализ исследований по проблеме применения информационных (цифровых) технологий при обучении школьной математике позволяет сделать вывод об интенсификации развития познавательных психических процессов школьников при использовании цифровых средств. Основываясь на законе генезиса психических функций ребенка Л. С. Выготского, принципах развивающего обучения, изложенных в работах Л. В. Занкова, В. В. Давыдова, Д. Б. Эльконина, отметим, что при этом необходимо учитывать психологические закономерности развития школьников, опираться не только на уже имеющиеся возможности, способности, умения школьников, но и задавать перспективу их дальнейшего развития.

Познавательный интерес школьников можно рассматривать в качестве самого сильного мотива учения. ЦОР позволяют осуществлять разнообразные формы самостоятельной работы, организовывать творческую и исследовательскую работу школьников: предъявлять задачи, способствующие приобретению умений в определении наиболее целесообразных способов решения; развивать и поддерживать в самостоятельной работе с ЦОР творческое начало, требующее самостоятельности мышления, совершенствования опыта, фантазии, воображения; ставить задачи, требующие исследовательского подхода, проверке опытным путем полученных знаний в процессе компьютерного моделирования.

Существует большое количество ЦОР, позволяющих совершенствовать процесс обучения школьной математике, в частности: автоматизировать вычислительную деятельность; создавать мультимедийные математические модели (графики функций, полуплоскости и их пересечения и объединения, графы, графики и диаграммы и пр.), геометрические динамические фигуры, а также исследовать их; осуществлять информационно-поисковую деятельность.

Современные исследования, а также практический опыт учителей показывают, что использование ЦОР при обучении математике позволяет реализовать следующие *цели*: развитие математического мышления; формирование представлений о функциональной зависимости с помощью применения свойств интерактивности мультимедийного ресурса; развитие познавательного интереса, формирование исследовательского навыка за счет работы с интерактивными моделями изучаемых объектов и явлений; формирование умения конструировать, интерпретировать и использовать математические формулы; формирование навыка решения задач на приложения, привлекая возможность построения и изучения математических моделей с помощью цифровых средств; формирование навыка исследования построенных математических моделей с возможностью изменения исходных параметров цифровыми средствами; формирование навыка контроля и самоконтроля, пошагового контроля с помощью интерактивности используемых средств [250].

Рассмотрим некоторые группы исследований, посвященные тем или иным преимуществам использования ЦОР при изучении школьной математике. В ряде работ (Е. И. Гувженко, Т. В. Капустина, И. В. Роберт, Л. П. Мартиросян и др. [132, 171, 172, 289]) отмечена целесообразность использования при обучении математике *специализированных программных продуктов*. Такие программы позволяют комплексно использовать мультимедийное представление учебной информации с возможностью интерактивного диалога с пользователем, обеспечивая возможность построения, в том числе, в динамике, различных математических объектов для изучения определенных закономерностей (графики функций, диаграммы, геометрические фигуры и пр.). Отметим некоторые из таких ЦОР: интерактивная среда Matlab (<https://www.malavida.com/ru/soft/matlab/>), программа для инженерных расчетов Mathcad (<https://www.malavida.com/ru/soft/mathcad/>), программа для статистического анализа данных Statgraphics (<https://www.malavida.com/ru/soft/statgraphics/>),

платформа для осуществления компьютерных вычислений Mathematica (<https://www.malavida.com/ru/soft/mathematica/>) и др.

Анализ *цифровых онлайн-ресурсов* показал, что существует большой выбор учебных материалов сети интернет, направленных на повышение эффективности школьного обучения математике. Исследования ряда авторов (В. А. Касторнова, Ю. А. Прозорова, И. В. Роберт и др.) показывают, что дидактически оправданное использование потенциала распределенных ЦОР может значительно повысить качество обучения математике за счет применения педагогических технологий, ориентированных на преимущества рассматриваемых ЦОР.

Кроме указанных выше платформ, являющихся контентными проектами по ряду предметов, укажем некоторые актуальные ЦОР, содержащие *теоретический материал по математике, готовые мультимедийные модели, примеры решения математических задач*: Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (<http://school-collection.edu.ru/>); федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) (<http://fcior.edu.ru/>); образовательный портал Math. Ru (<https://math.ru/>); сервис по решению математических задач с пошаговым объяснением Mathway (<https://www.mathway.com/>); ресурс с математическими играми и тематическими упражнениями. MathPlayground (<https://www.mathplayground.com/teachers.html>); копилка задач по курсам математики для 7–11 классов MathProblems (<https://mathproblems.ru/>) и др.

Большим дидактическим потенциалом обладают распределенные *интерактивные динамические системы*. Анализ таких систем позволяет выделить наиболее характерные особенности их использования при обучении школьной математике: активизация мыслительной деятельности в условиях интерактивного диалога; обеспечение наглядности представления изучаемого материала за счет визуализации учебной информации (создания экранных представлений функциональных зависимостей в различных формах; изменения масштаба исследуемого участка графика функции; совмещения

графиков; представления геометрической интерпретации решения уравнений, систем уравнений, неравенств, систем неравенств; наглядного представления целочисленных решений уравнений, систем уравнений, неравенств, систем неравенств); проведение широкого математического исследования построенных интерактивных графических моделей с возможностью изменения входящих параметров (например, динамического представления изменения значений функции в соответствии с изменениями значений аргумента); возможность «открытия нового знания» школьниками самостоятельно при работе с интерактивными моделями; возможность реализации индивидуализации обучения предмету за счет выбора школьниками темпа работы, логики работы с ресурсом; развитие самостоятельности обучающихся. Выделим отдельные ЦОР такого типа: виртуальные лаборатории и коллекция интерактивных моделей 1С: Математический конструктор (<https://obr.1c.ru/mathkit/>); кроссплатформенная динамическая математическая программа GeoGebra (<https://www.malavida.com/ru/soft/geogebra/>); виртуальные лаборатории МЭШ, графический калькулятор Desmos (<https://www.desmos.com>); среда для построения графиков функций (<http://graphfunk.narod.ru/index.htm>); среда для построения графиков функций Matematikam.ru (<http://matematikam.ru/calculate-online/grafik.php>) и др.

Математические среды для вычислений призваны автоматизировать вычислительные процессы, а также могут быть использованы для самоконтроля и самопроверки правильности решения математических задач, связанных с выполнением вычислительных операций: математическая среда Mathematica (<https://www.wolfram.com/mathematica/>); математический калькулятор онлайн (<https://calc-x.ru/>); онлайн-калькулятор по математике (<https://math.semestr.ru/math/index.php>) и др.

Таким образом, анализ исследований, функциональных возможностей ряда ЦОР, сложившаяся образовательная практика позволяют сделать вывод

о большом потенциале применения ЦОР для повышения эффективности обучения школьной математике.

Однако, следует понимать, что без глубоких и прочных математических знаний невозможно достижение актуальных целей обучения предмету. В связи с этим, также к современным условиям, влияющим на процесс обучения математике в школе, можно отнести *усиление значения фундаментальности школьного математического образования* для изучения информатики, в первую очередь, и других школьных предметов. Перейдем к исследованию этого вопроса.

Целью Федерального проекта «Современная школа» Национального проекта «Образование» является вхождение России «в число десяти ведущих стран мира по качеству общего образования» [16]. Принятая Правительством Российской Федерации «Концепция развития математического образования в Российской Федерации» указывает на значимость *фундаментального математического образования*. Отмечается, что «без высокого уровня математического образования невозможны выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики, реализация долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации» [7].

Различным аспектам фундаментализации образования посвящены работы ряда исследователей, таких как И. В. Егорченко [76], Е. И. Деза [72, 73], И. В. Детушев [74], С. И. Калинин [95], Н. В. Садовников [174], Г. И. Саранцев [177, 178], В. А. Тестов [196] и др. Всеми авторами в качестве основополагающей принимается идея единства мира, взаимосвязи естественнонаучного, гуманитарного и технического знания, поднимаются вопросы поиска оснований целостной культуры на современном этапе развития цивилизации.

Однозначных трактовок понятия «фундаментализация» и «фундаментальность» не существует. Обычно эти понятия ассоциируются с качественным, глубоким математическим знанием. Обратимся к пониманию сущности понятия «фундаментализация математического образования»

некоторыми авторами. Н. В. Садовников, рассматривая теоретико-методологические основы методической подготовки учителя математики, отмечает, что «фундаментализация образования – это направленность образования на создание цельного, обобщающего знания, которое являлось бы ядром (основой) всех полученных знаний, которое объединяло бы получаемые в процессе обучения знания в единую мировоззренческую систему» [174]. С. И. Калинин, изучая фундаментализацию математического образования высшей школы, в рассматриваемом понятии отражает «систему мер, направленных на развитие таких компонентов содержания обучения студентов математическим дисциплинам, как предметные математические знания, адекватные этим знаниям и требованиям современного информационного общества к результатам образования учебные действия, эвристические и исследовательские способы математической деятельности» [95]. И.В. Егорченко отмечает, что фундаментализация математического образования предполагает изучение следующих тенденций: интеграции (сближения) науки и образования, универсализации знаний, умений и навыков, а также формирование общекультурных основ в процессе обучения математике [76].

Опираясь на определение, данное в исследовании Е. И. Деза [72] под *фундаментализацией школьного математического образования* будем понимать системное освоение школьниками фундаментальных математических знаний и методов мышления, направленных на интеграцию естественнонаучного и гуманитарного компонентов культуры, построение «фундаментально-знаниевого» каркаса личности для целостного восприятия мира.

Фундаментализация школьного математического образования в первую очередь предполагает *формирование математического мышления обучающихся*. Условиям развития математического мышления посвящены работы А. Н. Леонтьева, С. Л. Рубинштейна, К. Д. Ушинского, Д. Б. Эльконина и др. [124, 173]. Специфике и исследованию основных характеристик

математического мышления посвящены работы исследователей И. Я. Лернер [125, 126], Ж. Пиаже, Л. М. Фридман [209] и др. Ряд исследований посвящен возможностям развития математического мышления в процессе обучения предмету. Это работы Ю. К. Бабанского, А. М. Матюшкина, Ю. М. Колягина, С. И. Шварцбурда и др. [105, 142].

Исследуя психологию мышления, С. Л. Рубинштейн отмечал, что «мышление – это не совокупность реакций, а система сознательных операций, направленных на разрешение задачи посредством раскрытия объективных связей и отношений» [173]. Ю. М. Колягин под математическим мышлением понимает «ту форму, в которой проявляется теоретическое мышление в процессе познания человеком конкретной науки математики»; и «ту специфику, которая обусловлена самой природой математической науки, применяемых ею методов познания явлений реальной действительности, а также теми общими приемами мышления, которые при этом используются» [142]. Е. Н. Барашко в своем исследовании основывается на следующем определении: «*математическое мышление* – составная часть мышления вообще, обусловленная спецификой отражения реальной действительности и методами ее познания с точки зрения математической науки» [37]. Автор определяет значимые характеристики такого мышления: это «способности к восприятию, представлению, воображению; к выявлению связей, количественных величин и соотношений; к оперированию математическими образами, понятиями и суждениями; к рефлексии; к языковому и знаковому закреплению мысли» [37].

Человек, обладающий математическим мышлением, в современном мире: выявляет суть проблемы и взаимосвязи, раскладывает проблему на составные части и предлагает пошаговое решение; осознает причины неудач, справляется с трудностями, рассматривает их как возможность дальнейшего развития, критически оценивает информацию; выстраивает рассуждения в соответствии с законами логики; обладает хорошо развитым воображением;

демонстрирует успехи в учебной и профессиональной деятельности; понимает принципы устройства современного цифрового мира.

В качестве основного дидактического средства развития математического мышления обучающихся многие исследователи отмечают *решение математических задач*. Дальнейший анализ посвящен сущности математических задач и их функций в учебном процессе.

Указанным вопросам посвящены исследования В. А. Гусева [68, 69], В. А. Далингера [70], Ю. М. Колягина [105, 142], Г. И. Саранцева [117, 118], Л. М. Фридмана [208, 209] и др.

Сами термины «задача» и «математическая задача» в исследованиях трактуются по-разному. С. Л. Рубинштейн в своих работах указывал на связь понятия «задача» с понятием действия, увязывая его в общий контекст целеполагания [173]. Согласно А. Н. Леонтьеву задача – это цель, заданная в определенных условиях [124]. Д. Б. Эльконин подчеркивал, что учебная задача отличается от всех других тем, что ее цель и результат заключаются не в изменении предметов, над которыми производится действие, а в изменении субъекта, производящего действие. В общем смысле задача определяется как цель, заданная в определенных условиях. Ряд исследователей увязывает понятие задачи с определенной системой. Такое понимание отражено в работах Г. А. Балла, Ю. М. Колягина и др. [36, 105, 142]. Так, например, Г. А. Балл определяет *задачу* как систему, обязательными компонентами которой являются предмет задачи, находящийся в исходном состоянии (исходный предмет задачи), и модель требуемого состояния предмета задачи (требование задачи) [36]. Д. Г. Бухарова [49], исследуя различные подходы к пониманию сущности понятия «задача» у разных исследователей, отмечает, что заслуга Г. А. Балла в том, что он указывает, что это понятие необходимо раскрывать в объединении трех аспектов, каждый из которых уже принят в науке: как цель деятельности; как ситуацию, требующую от субъекта некоторого действия, направленного на нахождение неизвестного на основе его связей с известным; как ситуацию, требующую от субъекта некоторого

действия, направленного на нахождение неизвестного на основе его связей с известным в условиях, когда субъект не обладает способом этого действия. Г. А. Балл разводит понятия «задача» и «задачная ситуация», под которой понимает «некоторую совокупность объектов, допускающей системное представление в виде задачи, но еще не получившей такого представления» [36]. Также автор отличает от задачи ее знаковую модель, например, это может быть словесное описание задачи (формулировка задачи). Под решением задачи в этом случае понимается «воздействие на предмет задачи, обуславливающее ее переход из исходного состояния в требуемое» [36].

Ю. М. Колягин в своей трактовке отталкивается от понятия «задачная ситуация», под которой он понимает множество P взаимосвязанных через некоторые свойства и отношения элементов. Автор рассматривает систему «человек – задачная ситуация». В зависимости от того, известны ли человеку, вступившему в контакт с множеством P , его элементы, систему называют стационарной (известны все элементы) или проблемной (неизвестен хотя бы один элемент). Потребность в установлении неизвестных элементов, свойств и отношений из множества P , проблемный характер которых зафиксирован, становится задачей для данного субъекта [105, 142].

Задача часто понимается как проблема, и как проблемная ситуация. Л. М. Фридман указывает, что «происхождение задачи...можно рассматривать как моделирование проблемной ситуации, в которую попадает человек в процессе своей деятельности, а саму задачу как знаковую модель проблемной ситуации» [208, 209].

С точки зрения логической структуры рассматривается понятие «задача» А. А. Столяром [192] определяется предметная область, которая характеризуется системой, «состоящей из одного или нескольких множеств с установленными в них предикатами», которые выражают свойства элементов этих множеств или отношений между ними: $(A_1, A_2, \dots, A_k, P_1, P_2, \dots, P_n)$. Тогда, по мнению автора, любая ситуация может быть описана с помощью некоторой формулы, составленной из исходных предикатов P и логических операций

$\varphi(P_1, P_2, \dots, P_n)$. Под задачей в этом случае понимается требование отыскания области истинности

$(x_1, x_2, \dots, x_k) \in A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_k \wedge \varphi(P_1, P_2, \dots, P_n)$.

Опираясь на положения теории учебных задач Г. А. Балла под *математической задачей* в настоящем исследовании понимается объект мыслительной математической деятельности, содержащий требования некоторого преобразования, которое должно осуществляться посредством поиска условий, позволяющих раскрыть связи и отношения между известными и неизвестными элементами.

К основным *функциям задач* при обучении математике, относят следующие [105, 142, 177, 178, 208, 209]: являться средством целенаправленного формирования математических знаний, умений и навыков; служить средством связи теории с практикой; средством обучения моделированию процессов, объектов и явлений окружающего мира; способом организации и управления учебно-познавательной деятельностью обучающихся; средством развития личности школьников; служить средством мотивации учебной деятельности школьников; средством контроля и оценки учебно-познавательной деятельности школьников.

В различных исследованиях отмечается, что ни одна задача, решаемая изолированно, не дает такого дидактического эффекта, как некоторое «объединение» задач, расположенных по какому-то принципу. Г. И. Саранцев [177, 178] подчеркивает, что решение задач вызывает определенную умственную деятельность, которая обусловлена не только их содержанием, но и последовательностью их решения, комбинацией с другими задачами.

Основываясь на понимании системы задач в работе А. А. Максютин [131], *система задач* в настоящем исследовании рассматривается как совокупность задач, удовлетворяющая следующим требованиям: целостность (наличие горизонтальных и вертикальных интегрирующих предметно-содержательных и дидактических связей); возрастание трудности на каждом

уровне; дидактическая полнота (возможность реализации стимулирующей, обучающей, развивающей, воспитывающей, прагматической, контролирующей, оценочной, прогностической и коммуникационной функций учебных задач); предметно-содержательная полнота (относительно требований к нормативным уровням обученности по завершению учебного курса, выраженная в наличии задач разных уровней сложности).

Существуют различные классификации математических задач. Остановимся на классификации по характеру объектов предметной области. Так, например, Л. М. Фридман выделяет чисто математические задачи – задачи, в которых все объекты математические, и задачи, некоторые объекты которых не математические (представляют собой реальный объект) [209].

В Федеральной рабочей программе основного общего образования по математике отмечается, что «в эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без базовой математической подготовки», «математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин», «растет число профессий, связанных с непосредственным применением математики» [21]. Актуальной необходимостью становится знакомство школьников с практическими приложениями математики.

Проблеме включения в обучение математике *прикладных и практических задач* посвящены работы ряда исследователей: В. А. Гусева [68, 79], М. В. Егуповой [77, 78], И. И. Зубова [88], Ю. М. Колягина [105, 142], Н. А. Терешина [194], И. М. Шапиро [262] и др. В разные годы так или иначе ставились вопросы, связанные с прикладной и практической направленностью в обучении математике: (политехническая, прикладная направленность), усиление практико-ориентированного обучения предмету; использовались различные подходы при определении таких задач. Приведем наиболее известные. Под *математической задачей с практическим содержанием (задачей прикладного характера)* (по И. М. Шапиро, [262]) понимается «задача, фабула которой раскрывает приложения математики в смежных

учебных дисциплинах, знакомит с ее использованием в организации, технологии и экономике современного производства в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций». Согласно Н. А. Терешину, под *прикладной задачей* понимается задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами [194]. Многоаспектное исследование, посвященное практико-ориентированному обучению математике, выполнено в работах М. В. Егуповой, автором вводится понятие *задачи, направленной на обучение практическим приложениям математики (задача на приложения)* – это «задача, основанная на содержательной модели реального объекта, математическая модель которого может быть построена средствами школьного курса математики» [77, 78], это определение в настоящем исследовании взято за основу. В работах М. В. Егуповой подчеркивается бинарная роль практических приложений математики в школе: быть и целью, и средством обучения.

Современные исследования в области применения таких задач при обучении математике, в том числе, посвящены возможностям включения практико-ориентированных задач в отдельные разделы школьного курса математики (Е. М. Ложкина, Л. Э. Хаймина и др.) [127, 210], а также реализации межпредметных связей математики с другими дисциплинами (И. И. Зубова, Е. В. Иващенко и др.). Идея реализации межпредметных связей в процессе школьного обучения математике отражает комплексный подход к обучению, позволяют вычленивать как главные элементы содержания обучения и их взаимосвязи, так и взаимосвязи между предметами и предметными областями. Межпредметные связи формируют конкретные знания школьников, раскрывают гносеологические проблемы, без которых невозможно системное усвоение основ наук, включают обучающихся в оперирование познавательными методами, имеющими общенаучный характер. Исследованию проблемы реализации межпредметных связей посвящены работы С. В. Арановой [161], И. Д. Зверев [85], Е. В. Иващенко [90], Е. П. Коляда [106], Ю. А. Коновалова [109], В. Н. Максимовой [85],

Н. С. Подходовой [160, 161], А. В. Усовой [200] и др. Методические аспекты реализации межпредметных связей в процессе обучения математике отражены в работах исследователей: Н. Я. Виленкина, В. А. Гусева [69], Ю. М. Колягина [142], В. М. Монахова, В. С. Самойлова [176], Н. А. Терешина [194], Л. М. Фридмана [208, 209], Ю. В. Шапиро [262] и др.

Межпредметные связи математики и других дисциплин демонстрируются при решении *межпредметных задач* (задач с межпредметным содержанием) [195]. Определения понятия «межпредметная задача» также разнятся у ряда исследователей. В качестве основного в настоящем исследовании используется определение С. В. Арановой и Н. С. Подходовой: «Межпредметная задача – это задача, конструирование, решение и (или) обоснование которой предполагает использование знаний и умений не менее, чем двух и более учебных предметов. При этом материал разных предметных областей может быть представлен как в требовании, так и в условии задачи» [161].

В современном прочтении идея интеграции межпредметных связей рассматривается в контексте подхода STEAM-образования, который с успехом применяется в европейской системе образования, а в последнее время становится актуальным и для российских реалий. Такие дисциплины, как S – science, T – technology, E – engineering, A – art и M – mathematics, т.е. естественные науки, технологии, инженерное искусство, творчество и математика рассматриваются воедино. STEAM-образование подразумевает создание образовательной среды, в которой школьники обучаются применять научные методы на практике [241].

На основе анализа исследований [68, 69, 77, 78, 97, 105, 142, 194, 208, 209, 262] выделим следующие *функции задач на приложения при обучении математике*: показывают школьникам, как изучаемые математические методы применяются в различных областях науки и практики; способствуют усвоению математических понятий и отношений между ними; способствуют овладению общими приемами и способами решения задач; развивают

математическое мышление школьников; развивают познавательные способности школьников через усвоение способов решения задач; учат школьников математическому моделированию как средству познания объектов реальной действительности; демонстрируют возможности реализации межпредметных связей между математикой и другими дисциплинами, языка математики для развития других наук; формируют интерес к практическому изучению профессий современного общества; развивают познавательный интерес школьников к математике; формируют стремление к познанию реальной и цифровой действительности; фабула (сюжет) задач способствует развитию личностных качеств школьников: осознание российской гражданской идентичности, необходимости соблюдения закона, ориентации на моральные ценности, ценностное отношение к эстетической красоте математики, осознанное отношение к здоровому образу жизни; формируют исследовательские умения школьников.

Решение таких задач связывается с возможностями математического моделирования, далее проанализируем связанные с ним понятия.

Понятие *модели* широко используется в различных областях науки, искусства, техники, в различных жизненных ситуациях, и в зависимости от сферы использования акцент делается на той или иной стороне понятия. В общем виде можно определить, что *модель* – новый объект, который отражает некоторые параметры изучаемого объекта, существенные с точки зрения цели создания, т.е. это представление объекта с помощью другого объекта на некотором языке описания. *Моделирование* – метод научного познания окружающего мира, процесс изучения объектов на их моделях. Суть моделирования – построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя.

Модели можно классифицировать по разным признакам, например, по цели моделирования, способу представления, по степени формализации, по зависимости от времени, по назначению моделей и пр. На основе анализа

литературы (Л. Л. Босова [30, 40, 41, 42], А. Я. Фридланд [207], Н. С. Подходова, Е. М. Ложкина [160] и др.) была выделена следующая классификация моделей по способу представления: натурные и абстрактные модели. Абстрактные модели представлены информационными и воображаемыми. Информационная модель – описание моделируемого объекта на одном из языков кодирования информации. Информационные модели можно подразделить на знаковые (информационные модели, выраженные специальными знаками), наглядно-знаковые (информационные модели, в которых для наглядного отображения объектов используются условные графические изображения, часто дополняемые знаковыми элементами), наглядные (зрительные образы объектов, зафиксированные на каком-либо носителе информации). Знаковые словесные модели – описательные, выраженные на естественном языке в виде текста, знаковые математические – приближенные описания какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженные с помощью математической символики, знаковые информатические – знаковые модели, описывающие информатические процессы и системы, и знаковые специальные – модели, выраженные специальными профессиональными знаками, например, нотами. Наглядно-знаковые: структурные (отражающие строение объектов и связи их параметров (таблица, граф, схема, диаграмма) и графические (отображающие внешний вид оригинала (рисунок, пиктограмма, чертеж, план, карта, объемное изображение)).

Под *математическими моделями* в общем виде понимают модели объектов, процессов или явлений, представляющие собой математические закономерности, с помощью которых описаны основные характеристики моделируемых объектов, процессов или явлений.

Вопросам математического моделирования посвящено большое количество исследований, среди них работы таких ученых как Н. Я. Виленкин, Б. В. Гнеденко, М. В. Егупова, Е. М. Ложкина, В. М. Монахов,

Н. С. Подходова, Е. И. Смирнов, Н. А. Терешин, И. М. Шапиро и др. [77, 78, 160, 187, 194, 262].

М. В. Егупова отмечает, что обучение школьников использованию математического аппарата при решении задач на приложения «почти тождественно обучению методу математического моделирования» [77]. Н. С. Подходова, Е. М. Ложкина рассматривают математическую модель как связующее звено различных отраслей естествознания [160].

В процессе математического моделирования выделяются следующие этапы: формализация, решение задачи внутри модели, интерпретация. В школьном курсе алгебры – (по А.Г. Мордковичу [147]): составление математической модели, работа с составленной моделью, ответ на вопрос задачи. Л. М. Фридман выделяет следующие этапы: анализ условия задачи; построение модели задачи; поиск способа решения задачи; осуществление решения задачи; проверка решения задачи; исследование задачи; формулирование ответа задачи; анализ решения задачи [208, 209]. Умения решать задачи на приложения на основе математического моделирования «из математики, смежных предметов и реальной жизни» выделены в Федеральной рабочей программе основного общего образования по математике [21].

С учетом необходимости и возможности обучения решению математических задач в условиях ЦОС было введено следующее определение. Информационные модели, в основе которых лежит математический объект – абстрактный объект, определяемый и изучаемый в математике, и для исследования, которых в той или иной степени необходимо использование возможностей цифровых средств, называются *информационно-математическими моделями (ИМ-моделями)*.

Таким образом, на процесс обучения математике в школе влияют следующие современные тенденции: информатизация общества и системы образования, усиление значения фундаментальности школьного математического образования, ориентация содержания математического образования на социальную практику. В этой связи при разработке методики

формирования ИМ-компетентности школьников необходимо основываться на:

- системном освоении школьниками фундаментальных математических знаний и методов мышления, построении «фундаментально-знаниевого» каркаса личности для целостного восприятия цифрового мира,

- возможности применения полученных математических знаний в процессе математического моделирования для решения задач на приложения и междисциплинарных задач информационного общества;

- необходимости и возможности исследовании построенных математических моделей в условиях специальным образом построенной цифровой образовательной среды.

В соответствии с действующими нормативными документами [1], [13] основная образовательная программа реализуется образовательной организацией через урочную и внеурочную деятельность, которая имеет большой потенциал для формирования ИМ-компетентности школьников.

1.3 Возможности внеурочной деятельности для формирования информационно-математической компетентности подростков

Каковы особенности внеурочной деятельности, позволяющие говорить об особом потенциале для формирования ИМ-компетентности школьников?

В общем смысле под *внеурочной деятельностью* понимают образовательную деятельность, осуществляемую в формах, отличных от классно-урочной, и направленную на достижение планируемых результатов освоения основной образовательной программы. Таким образом, формы организации такой деятельности обладают более гибкими возможностями для реализации выбора направлений и траекторий обучения, исходя из интересов и потребностей школьников и их законных представителей. При этом школьники должны не только приобрести определенные знания, но и

научиться действовать в определенных ситуациях, принимать решения, нести ответственность за собственный выбор.

Следует отметить, что методической наукой накоплен достаточный опыт в направлении организации внеклассной работы школьников по математике, которая «передала эстафету» внеурочной работе по предмету, отличающейся, тем не менее, от вышеназванной, своими целями.

Под *внеклассной работой по математике* исследователи понимали необязательные систематические занятия обучающихся с преподавателем во внеурочное время [142]. В качестве целей такой работы выделялись следующие: развитие познавательного интереса обучающихся к математике и ее приложениям; расширение и углубление знаний школьников по программному материалу; развитие математических способностей, привитие навыков научно-исследовательского характера; воспитание высокой культуры математического мышления; развитие у школьников умения самостоятельно и творчески работать с учебной и научно-популярной литературой; расширение и углубление представлений обучающихся о практическом значении математики и техники; расширение и углубление представлений школьников о культурно-исторической ценности математики; воспитание у школьников умений сочетать индивидуальную работу с коллективной.

Теоретические и практические вопросы методики внеклассной работы по математике были заложены в 30-х годах XX в. П. С. Александровым, А. Н. Колмогоровым, Л. А. Люстерником и др. В это время наметились основные направления развития внеклассной работы по математике и ее цели. Были изучены соответствующие виды, формы, методы и средства обучения. С течением времени в методическую практику школ стали включаться такие формы внеклассной работы, как математические кружки, олимпиады, а впоследствии – математическая печать, математические соревнования, конкурсы и викторины, математические вечера, экскурсии, факультативные занятия, школы юных математиков и пр. Важную роль в развитии внеклассной работы по математике играла широко востребованная школами популярная

математическая литература. Отметим среди таких изданий серии «Библиотека математического кружка», «Популярные лекции по математике», «Занимательная математика» Я. И. Перельмана [157] и др.

Теоретические вопросы отбора и конструирования содержания обучения рассматривались в работах многих отечественных и зарубежных ученых: В. В. Краевского [114], В. С. Леднева [123], И. Я. Лернера [125, 126], М. Н. Скаткина [125, 184], Г. Л. Луканкина, А. Г. Мордковича [147], И. М. Смирновой [188] и др. Ряд исследований посвящен изучению вопросов отбора математического содержания и разработке внеклассных занятий для школьников (М. Б. Балк, В. Г. Болтянский, В. А. Гусев, Ю. М. Колягин, Б. А. Кордемский, В. М. Монахов, Я. И. Перельман, С. И. Шварцбурд и др. [68, 69, 105, 142, 157]).

Различные аспекты организации внеурочной деятельности в школе рассмотрены в работах ряда исследователей: О. И. Аладко [25], А. А. Бурченковой [48], А. П. Гладковой [57], Д. В. Григорьева [62, 63] Г. А. Тимуршиной [197], и др. В этих исследованиях рассматривается сущность внеурочной деятельности, а также отдельные механизмы ее организации и проведения.

Приведем примеры подходов к определению рассматриваемого понятия некоторыми авторами. А. П. Гладкова определяет внеурочную деятельность как «особый вид совместной деятельности ребенка и педагога, обеспечивающей возможность выбора обучающимся направления деятельности, активного самостоятельного поиска новых способов действия, форм представления результатов, построения учителем индивидуальной познавательной траектории ребенка с опорой на его личностный опыт» [57]. А. А. Бурченкова предлагает следующее определение: «это организация педагогом различных видов деятельности учащихся во внеучебное время, обеспечивающих необходимые условия для социализации личности ребенка: содействие более разностороннему раскрытию индивидуальных способностей школьника; обогащение его личного опыта, знаний о разнообразии

человеческой деятельности; содействие развитию у детей интереса к различным видам деятельности, желания активно участвовать в продуктивной, одобряемой обществом деятельности; воспитания у ребенка умения жить в коллективе, сотрудничать друг с другом» [48].

Согласно Письму Министерства образования и науки Российской Федерации от 14.12.2015 № 09-3564 [31], Письму Минпросвещения России от 05.07.2022 № ТВ-1290/03 [23] образовательная организация может предложить следующие виды внеурочной деятельности: познавательная; игровая; трудовая, производственная деятельность; досугово-развлекательная деятельность; спортивно-оздоровительная деятельность; туристско-краеведческая деятельность; социальная деятельность. Образовательная организация самостоятельно выбирает количество часов, отводимое на реализацию внеурочной деятельности, выбирает модель реализации внеурочной деятельности.

ФГОС ООО [13] указывает, что внеурочная деятельность организуется «с учетом выбора участниками образовательных отношений учебных курсов внеурочной деятельности из перечня, предлагаемого Организацией». Такие учебные курсы могут предусматривать, в том числе, углубленное изучение предметов с целью расширения и практического использования некоторых аспектов содержания программ учебных предметов, удовлетворения интересов обучающихся, потребностей в саморазвитии и совершенствовании, а также с учетом запросов современного социума.

Воспитательными результатами внеурочной деятельности школьников являются: приобретение обучающимися социальных знаний; получение школьниками опыта позитивного отношения к базовым ценностям общества (человек, Родина, мир, знания, труд, культура), ценностного отношения к социальной реальности; получение опыта самостоятельного общественного действия.

Учебные курсы внеурочной деятельности могут быть разработаны учителями образовательной организации самостоятельно. Кроме этого,

учителя могут воспользоваться комплексными учебно-методическими материалами, разработанными отдельными авторами или авторскими коллективами.

Организация таких учебных курсов может осуществляться для одного класса, группы школьников одной параллели в рамках расписания учебных занятий. Занятия должны иметь практико-ориентированную основу, создавать условия для самореализации школьников в тех или иных видах образовательной деятельности.

Большим образовательным потенциалом обладают учебные курсы познавательного направления. Такие занятия предполагают формирование у школьников целостного, осознанного отношения к знаниям, самому процессу познания, опыта самостоятельного приобретения нового знания или нового алгоритма приобретения знания в условиях современного социума.

Указанные особенности учебных курсов познавательного направления по математике позволяют предоставить возможность школьникам для самореализации в деятельности, имеющей личностный смысл; рассматривать вопросы математической науки, не включенные в школьный курс математики, углубляющие и расширяющие математические представления обучающихся, в том числе, элементы «компьютерной» математики; продемонстрировать интегративный характер предлагаемого математического материала, а также дать возможность школьникам приобрести навыки практической работы с цифровыми средствами для изучения математических моделей. Таким образом, такие учебные курсы предоставляют широкое поле для формирования информационно-математической компетентности школьников.

Понимание важности роли математических методов в современном мире, приобретение социально-значимого опыта использования математических методов и цифровых средств в комплексе необходимо закладывать уже у обучающихся 8-9 классов. В этом возрасте у школьников имеется достаточный математический фундамент и определенные навыки работы с цифровой техникой.

С учетом возрастной периодизации Д. Б. Эльконина, школьники 8-9 классов – это *старшие подростки* [266]. Наиболее важным отличительным признаком этого периода являются фундаментальные изменения, происходящие в сфере самосознания подростка, которые имеют кардинальное значение для всего последующего развития и становления подростка как личности. В подростковом возрасте у молодых людей активно формируется самосознание, вырабатывается собственная независимая система эталонов самооценивания и самоотношения. Постепенно у подростка формируется своя Я-концепция. Основное новообразование этого возраста лежит в сфере самосознания. Мышление старшего школьника приобретает личностный, эмоциональный характер. Интеллектуальная деятельность здесь приобретает особую окраску, связанную с самоопределением старших подростков и их стремлением к выработке своего мировоззрения.

Потребность старших подростков в самоопределении и самоутверждении требует особого подхода к выбору форм обучения в рамках внеурочных математических занятий. Важно выбирать такие, которые позволят высказать свою точку зрения на проблему, предложить свое решение, проявить самостоятельность суждений. В старшем подростковом возрасте потребность в самоопределении требует самореализации личности школьника – реализации потенциала личности, осуществление своего человеческого назначения, призвания. Особенно важным становится необходимость в самореализации личности в практической деятельности.

Авторы И. А. Баева, Л. А. Регуш, А. В. Орлова [156] отмечают, что в этом возрасте изменяется отношение старшеклассников к учебе, ее целям и содержанию. Ведущей деятельностью данного возраста является учебная. У школьников 8-9 классов возникает интерес к содержанию предмета, необходимость оценки его важности для себя с точки зрения социальных критериев, а также возникает интерес к самому процессу познавательной деятельности. Поэтому на внеурочных занятиях по математике важно демонстрировать красоту и изящность решений [32], поощрять школьников к

поиску оптимального решения задач на приложения, значимых в различных науках и профессиональных областях, показывать связь математики с широким социальным контекстом, демонстрировать важность изучения математической науки для развития цифрового общества.

В качестве *принципов построения* учебных курсов внеурочной деятельности по математике для формирования ИМ-компетентности старших подростков (с учетом психологических особенностей возраста) были выделены следующие: отдельные вопросы изучаемых тем могут быть осмыслены школьниками самостоятельно; использование методов и форм обучения, позволяющих проявлять активность позиции обучающегося, необходимость определения собственной точки зрения; выделение межпредметного и внепредметного математического содержания; использование широкого спектра средств обучения, ориентированных на индивидуальные познавательные потребности школьников; содержание курса должно включать информацию, к которой у обучающихся проявляется личностное отношение; центрация на школьнике, его интересах, потребности в самоопределении.

В связи с особой функцией учебных курсов внеурочной деятельности по математике необходимо выяснить вопрос об использовании особых методов и форм обучения. Современная теория и практика обучения математике позволяет сделать вывод о необходимости применения *отобранных методов и форм обучения старших подростков на внеурочных занятиях по математике* с целью формирования ИМ-компетентности. Так, в частности, большим потенциалом для самореализации старших подростков в процессе обучения математике обладают *активные методы обучения* – методы, характеризующиеся высокой степенью вовлеченности обучающихся в учебно-познавательный процесс, активизирующие их познавательную и творческую деятельность при решении учебных задач. Отличительными чертами таких методов являются: целенаправленная активизация математического мышления обучающихся; устойчивая познавательная активность школьников;

повышенная степень мотивации к обучению предмету; большая доля самостоятельной творческой работы школьников; непрерывное взаимодействие системы «учитель-ученик-учебный контент» и ее подсистем для свободного обмена мнениями о путях решения учебной проблемы [84].

Среди активных методов обучения отдельно выделим *игровой метод (геймификация)*. Возможности учебных курсов внеурочной деятельности позволяют включать школьников в процесс деловой игры, особенностью которой является моделирование социально-экономических процессов и профессиональной деятельности людей в условных ситуациях. При проведении деловой игры обучающиеся могут научиться практическому применению математических методов в ходе имитации реального процесса с помощью модели, проявлять личностные качества при решении общей игровой задачи, научиться эффективной коммуникации в группе сверстников.

Большие возможности для самореализации школьников предоставляет использование в процессе обучения математике *креативных методов* обучения. Это группа методов, нацеленных на творческое развитие обучающихся посредством математики. Применение таких методов при обучении предмету позволяет развить у обучающихся умения решать нестандартные задачи, способность логически мыслить, анализировать ситуацию, критически осмысливать проблему и вырабатывать собственный взгляд на ее решение, обдуманно и взвешенно подходить к отбору и анализу поступающей информации, развивать творчество и воображение посредством математики. Можно выделить такие актуальные методы обучения, как эвристическая беседа, кейс-стади, мозговой штурм и кооперативное обучение.

Тесным образом с креативными методами связаны методы *проблемного обучения*, подразумевающие обучение с помощью создания проблемной ситуации, активной самостоятельной деятельности обучающихся по ее разрешению. Практика использования методов проблемного изложения, частично-поискового, исследовательского методов позволяют сформировать у школьников интегративный, многогранный взгляд на постановку или решение

проблемы, формировать глубокие и прочные математические знания, метапредметные умения.

В настоящее время широко используемым является термин «интерактивные методы обучения», подразумевающий более активное взаимодействие между учителем и обучающимся, а также интеракции школьников между собой и учебным контентом при доминирующей роли самих обучающихся [162]. В эпоху цифровой трансформации образования можно говорить об *интерактивных методах обучения* в контексте системы «учитель-обучающиеся-цифровой образовательный контент». В этой связи рассмотренные методы обучения можно отнести к интерактивным, так как их реализация во внеурочной деятельности по математике предполагается в условиях ЦОС.

На основе анализа исследований, опыта работы школ отметим основные *формы внеурочной работы по математике* для старших подростков, которые могут использоваться как отдельно, так и быть частью друг друга: постоянные формы (математические кружки, учебные курсы); соревновательные формы (математические викторины, конкурсы, олимпиады, математический КВН, математический бой, математическая регата); развлекательно-познавательная деятельность (математические вечера, математические экскурсии); информационно-просветительская деятельность (издание школьной математической печати, подготовка рефератов, стенгазет, оформление математических уголков); научные математические объединения школьников (творческая группа, научное математическое общество, математическая лаборатория); учебно-исследовательская деятельность (математическая конференция, математическая олимпиада и др.).

Заметим, что информатизация образования позволила модифицировать зарекомендовавшие себя формы внеурочной деятельности по математике с учетом возможностей используемых цифровых средств. Так, например, широким образовательным потенциалом обладают такие формы организации и проведения внеурочной деятельности, в которых привлекаются

возможности дистанционных технологий: образовательные веб-квесты, дистанционные конкурсы, олимпиады, интернет-карусель, чат-занятия, различные веб-занятия, вебинары, онлайн-лекции, онлайн-интенсивы, разнообразные формы дистанционной учебно-исследовательской деятельности. Дистанционные формы внеурочной деятельности обладают, кроме указанных выше, следующими преимуществами: открытость системы образования; возможность привлечения широкого круга участников разных регионов проживания; возможность одновременной работы с большим количеством обучающихся; создания и использования качественного мультимедийного интерактивного контента, незамедлительного привлечения для решения учебно-исследовательских задач необходимых онлайн-ресурсов. Такие формы работы наиболее близки современным школьникам, так как позволяют использовать привычные им среды для предметного обучения и саморазвития [255].

Методы и формы внеурочной деятельности по математике, опирающиеся на использование цифровых технологий, таким образом, являются фундаментом для формирования ИМ-компетентности школьников. Большим потенциалом обладает *организация самостоятельной учебно-исследовательской математической деятельности* обучающихся в условиях информатизации.

Самостоятельная учебно-исследовательская деятельность школьников предоставляет возможность обучающимся: *самостоятельно приобретать предметные знания*, осмысливать их, овладевать математическими понятиями и представлениями, реализовывать их в своей практической деятельности; *самостоятельно определять проблемные ситуации*, искать пути для их разрешения; *развивать математическое мышление* в направлении точного описания фактов, явлений с применением общепризнанной терминологии, умений сопоставлять факты, точки зрения, ясно и точно излагать свои мысли; *получать опыт работы с различными видами информации*, ориентироваться в потоке информации, критически ее оценивать; *развивать умения*

целеполагания, планирования деятельности, принятия решений, обработки и представления полученных результатов; обретать опыт эффективной коммуникации и пр.

Идея организации такого вида деятельности школьников не является новой в педагогической науке и практике. С начала 20-х годов XX века был известен исследовательский метод обучения, при котором обучающийся рассматривается в качестве исследователя. Метод заключается в постановке педагогом познавательных и практических задач, требующих от обучающихся самостоятельного творческого решения.

Учебно-исследовательская деятельность школьников подразумевает овладение ими общей универсальной стратегией научного познания, приобретение опыта творческого поиска и применения знаний; является средством формирования познавательного интереса, творческого личностного развития школьников, формирования интегративных умений для достижения лично значимого результата [82, 268]. Такая деятельность является эффективным средством *самореализации* школьников, саморазвития и самообразования обучающихся. Учебно-исследовательская деятельность, главным образом, реализуется при выполнении обучающимися проектных и исследовательских работ, которые выполняются в рамках внеурочной деятельности. Вне зависимости от области исследования в процессе такой деятельности реализуются следующие этапы: *подготовительный* (осуществляется мотивация, целеполагание, осознание проблемной ситуации, выбор темы, постановка цели проекта); *проектировочный* (общее планирование, построение конкретного плана деятельности, распределение заданий в работе с учетом выбранной позиции); *практический* (исследование проблемы, темы, сбор и обработка данных, получение нового продукта, результата проектной или исследовательской деятельности за счет выполнения определенных действий, интерпретации результатов, оформление документации); *аналитический* (сравнение планируемых и реальных результатов, осуществление обобщений, выводов); *контрольно-*

корректировочный (анализ успехов и ошибок, поиск способов коррекции ошибок, исправление проекта в соответствии с реальным состоянием дел); *заключительный* (представление содержания работы, обоснование выводов, защита работы) [222].

Учебно-исследовательская деятельность школьников по математике имеет свои особенности. Возможностям применения элементов исследовательского метода при обучении математике посвящены работы А. Д. Александрова, А. Н. Колмогорова, Ю. М. Колягина и др. В работе И. В. Клещевой [103] выделяются действия, характерные для каждого этапа учебно-исследовательской деятельности по математике. Так, например, этап, связанный со сбором и анализом информации, подразумевает работу с числовыми данными, сведениями о взаимном расположении математических объектов и их элементов, установление различного рода соответствий. Практическая деятельность школьников на этом этапе может быть реализована в виде опытов с математическими объектами, направленными на обнаружение школьниками математических закономерностей, в цифровых виртуальных лабораториях. Теоретическая деятельность основана на приемах логического мышления, требует умений выполнять различные преобразования информации из одной формы в другую.

Этапы, связанные с анализом и представлением полученных результатов, требуют особых умений работы с цифровой информацией, связанных с возможностями наглядного представления соотношений различных величин. Такая работа поддерживает курс вероятности и статистики, демонстрирует связи математики и информатики. Большими дидактическими возможностями обладает учебно-исследовательская деятельность, организованная на основе цифровой телекоммуникации.

Внеурочная деятельность по математике позволяет школьникам предлагать в качестве направлений тем проектов и исследований как моно-математические, так и межпредметные направления, обеспечивая интегрированное содержание таких работ. Это могут быть проекты и

исследования для решения научной, лично и (или) социально-значимой проблемы, где математика выступает в качестве средства решения задачи на стыке различных наук, с одной стороны, или работы, в которой другие науки предоставляют контекстный материал для решения математической проблемы.

Таким образом, внеурочная деятельность по математике обладает следующими возможностями для формирования ИМ-компетентности школьников на таких занятиях:

- расширения и углубления математического содержания, связанного с демонстрацией применения математических методов в цифровом мире;

- организации самостоятельной учебно-исследовательской математической деятельности школьников на базе использования широкого спектра различных программных средств для исследования построенных математических моделей в рамках учебных курсов;

- привлечения отобранных активных и интерактивных методов обучения математике в контексте системы «учитель-обучающиеся-цифровой образовательный контент»; использования возможностей дистанционных технологий для организации актуальных форм обучения старших подростков на внеурочных занятиях по математике, способствующих формированию ИМ-компетентности школьников.

Формирование ИМ-компетентности школьников во внеурочной деятельности невозможно без опоры на теоретически обоснованную методическую систему, включающую методологические основания, цели обучения, выделенное математическое содержание, средства, формы, методы обучения. Таким образом, далее представлена модель формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике.

Выводы по главе 1

В главе 1 проведен анализ нормативных документов по ключевым проблемам модернизации российской образовательной системы в условиях цифровой трансформации общества, специальной философской, психолого-педагогической, научно-методической, учебно-методической литературы по проблеме исследования. Выявлены особенности информатизации как одного из направлений модернизации системы образования. Проанализированы психолого-педагогические основания обучения школьной математике в современных условиях. Проанализированы научно-методические подходы к использованию задач при обучении математике. Обоснована роль информационно-математической компетентности как требования современного общества. Выявлены возможности внеурочной деятельности для формирования ИМ-компетентности подростков.

На основе анализа нормативных документов, философской, психолого-педагогической, научно-методической, учебно-методической литературы по проблеме исследования:

- исследовано понятие «информационно-математическая компетентность школьников»;
- доказана необходимость формирования ИМ-компетентности у школьников 8-9 классов;
- обоснована методическая целесообразность формирования ИМ-компетентности обучающихся 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике в условиях информатизации.

**ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
КОМПЕТЕНТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 8 - 9 КЛАССОВ
ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ (НА ПРИМЕРЕ УЧЕБНОГО
КУРСА «МАТЕМАТИКА – ОСНОВА ЦИФРОВОГО МИРА»)**

2.1 Модель формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

Основываясь на материалах первой главы исследования, разработана модель формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике (МФИМК), содержащая пять блоков: методологический, целевой, содержательный, программно-технологический и диагностический (*Рисунок 2*).

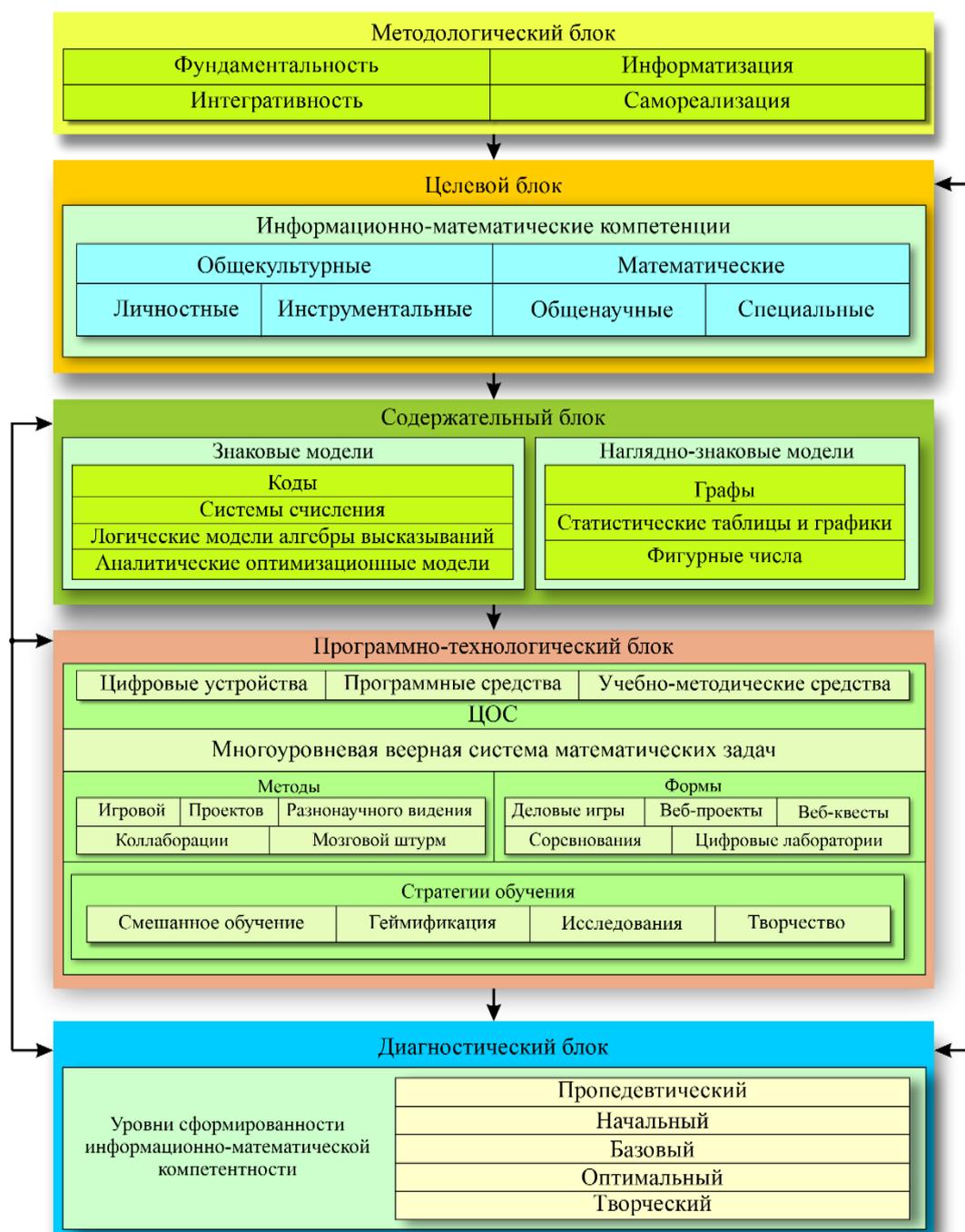


Рисунок 2. Модель формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

Теоретические основания разработки МФИМК представлены в методологическом блоке (Рисунок 3). Они представляет собой иерархическую систему подходов, которые легли в основу разработки модели. Основания

философского, общенаучного и конкретно-научного уровня учитываются и отбираются из существующих.



Рисунок 3. Методологический блок модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

1. Методологические подходы *философского уровня* выявляют общие принципы познания и категориальный строй науки в целом [185]. Выделим *диалектический подход*, при котором личность признается объектом и субъектом общественных отношений (К. Маркс, Ф. Энгельс, А. Ф. Лосев, Э. В. Ильенков [260] и др.)

2. Методологические подходы *общенаучного уровня* представляют собой теоретические концепции, применяемые к большинству научных дисциплин. Выделим системный и синергетический подходы.

Системный подход подразумевает рассмотрение объекта как системы: целостного комплекса взаимосвязанных элементов, совокупности взаимодействующих объектов (А. А. Богданов, Л. Г. Сидоров [128, 183] и др.). *Синергетический подход* – совокупность принципов, основой которой является рассмотрение объектов как открытых неравновесных и нелинейных систем с целью изучения процессов самоорганизации и саморазвития явлений (А. А. Самарский, С.П. Курдюмов, В. М. Курейчик [118] и др.)

3. *Конкретно-научный уровень* представляет собой совокупность методов, принципов исследования и процедур, применяемых в педагогике. Выделяемые подходы этого уровня: целостный, личностно-ориентированный, системно-деятельностный, компетентностный. *Целостный подход* (как развитие системного подхода) предполагает ориентацию на выделение в педагогической системе и личности обучаемого интегративных инвариантных системообразующих связей и отношений (А. С. Макаренко, В. А. Сухомлинский и др.) [67]. *Личностно-ориентированный подход* предполагает последовательное отношение педагога к обучающемуся как к личности, как к самосознательному ответственному субъекту собственного развития и как к субъекту воспитательного взаимодействия (Ш. А. Амонашвили, И. А. Зимняя, К. Роджерс, И. С. Якиманская и др. [87, 267]). В основе *системно-деятельностного подхода* лежит принцип организации учебного процесса, в котором главное место отводится активной и разносторонней, в максимальной степени самостоятельной познавательной деятельности школьника (работы В. В. Давыдова, Л. С. Выготского, А. Н. Леонтьева, С. Л. Рубинштейна и др. [55, 124, 173]).

4. Основания *технологического уровня* (принципы отбора/конструирования конкретных методик учебного курса) формулируем, исходя из направлений, заданных на вышележащих уровнях. Принимая во внимание в качестве основных направлений при формировании ИМ-компетентности важность фундаментальных математических знаний, ориентацию на междисциплинарные связи математики и информатики, возможность и методическую необходимость осуществления обучения в условиях ЦОС, а также необходимость раскрытия личностного потенциала школьника, были выделены соответствующие принципы: *фундаментальность, интегративность, информатизация, самореализация.*

Фундаментальность призвана обеспечить формирование фундаментально-знаниевого каркаса личности, позволяет в рамках разработанной модели обеспечить глубину и прочность знаний, взаимосвязь

теоретической и прикладной математической подготовки обучающихся. *Интегративность* – демонстрация в рамках разработанной модели связей между математикой и другими науками, практикой, ориентация на формирование целостной картины мира, создаваемой комплексом наук на основе взаимодополняемости, взаимообогащения содержания и единства цели и требований. Принцип *информатизации* подразумевает, во-первых, ориентацию процесса обучения математике в рамках реализации модели с опорой на комплексное использование возможностей построенной ЦОС; во-вторых, позволяет при обучении математике демонстрировать приложения математической науки в цифровом мире. *Самореализация* – процесс выявления и осуществления личностью своих возможностей, достижения намеченных целей в решении проблем, позволяющих наиболее полно реализовать потенциал личности.

Цели реализации МФИМК приведены в целевом блоке (*Рисунок 4*). На основе требований ФГОС ООО, Федеральных рабочих программ основного общего образования по математике и информатике [13, 19, 20, 21, 22] к личностным, метапредметным и предметным результатам обучения, в первую очередь, математике, а также информатике (и в целом, других учебных предметов), основных принципов компетентностного подхода, учитывая конкретные образовательные условия, были выделены два вида компетенций, формируемых при реализации МФИМК. Это *общекультурные компетенции (личностные и инструментальные)*, и *математические компетенции (общенаучные и специальные)* [256].

Общекультурные личностные компетенции были определены как сочетание знаний, умений, навыков, мотивов, ценностей, качеств школьников, обеспечивающих реализацию их личностного потенциала при успешном решении широкого круга жизненных и учебно-познавательных задач. *Общекультурные инструментальные компетенции* включают, на наш взгляд, когнитивные способности, навыки социального взаимодействия, исследовательские навыки, информационные знания, умения, навыки для

решения большого спектра жизненных и учебно-познавательных задач. *Математические общенаучные компетенции* – способность осознанного понимания важности математического образования, места математики в современной картине мира. *Математические специальные компетенции* – знание ключевых математических теорий и методов, предметные математические умения и навыки, их осознанное применение для решения широкого круга математических задач на основе моделирования реальных процессов и явлений.

Общекультурные и математические компетенции, востребованные для самореализации индивида в цифровом мире, были отнесены к *информационно-математическим компетенциям (ИМ-компетенциям)*. *Информационно-математическая компетентность (ИМ-компетентность)* определена в настоящем исследовании как обладание этими компетенциями, осознанная способность их использования в цифровом социуме (*Рисунок 4*). Таким образом, в узком смысле *ИМ-компетентность школьников 8-9 классов* определяется нами как интегративная характеристика, предполагающая обладание обучающимися рядом общих и специальных математических знаний и умений, инструментальных навыков, личностных качеств, востребованных для самореализации в условиях современного информационного общества, готовность и способность применять их при работе с разнообразной информацией в учебно-познавательной и практической деятельности.

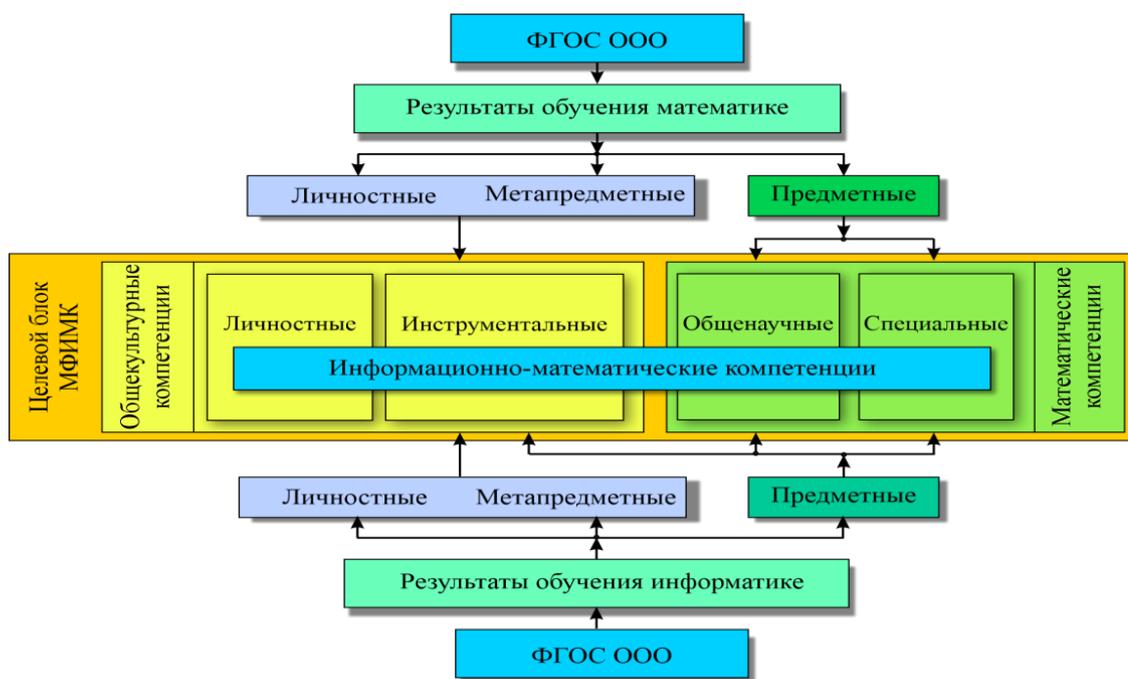


Рисунок 4. Целевой блок модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

При выделении и формулировании ИМ-компетенции были учтены следующие *положения*: необходимость демонстрации возможностей математики для самореализации личности в современном мире; развития навыков учебно-познавательной деятельности посредством математики в условиях цифрового мира; обладания фундаментальными математическими знаниями как базы для осуществления учебно-познавательной и, в дальнейшем, профессиональной деятельности в цифровом мире; понимания роли математической теории и математических методов для создания и развития информационного социума; демонстрации возможностей применения ЦОР для решения математических задач.

Для выделения ИМ-компетенций были проанализированы ФГОС ООО [13], Федеральные рабочие программы основного общего образования по математике и информатике (5-9 классы, базовый уровень) [19, 21], Федеральные рабочие программы основного общего образования по математике и информатике (5-9 классы, углубленный уровень) [20, 22]. В

основу систематизации положены планируемые результаты (личностные, метапредметные, предметные) освоения учебных предметов «математика» и «информатика» на уровне основного общего образования, в том числе, представленные в Федеральных рабочих программах основного общего образования. Однако выделенные ИМ-компетенции имеют более общий, интегративный характер по сравнению с указанными планируемыми результатами, отражают комплексную направленность школьников на использование математических методов и цифровых средств для самореализации в цифровом мире. Личностные результаты в направлении патриотического и гражданского воспитания сформулированы в виде *общекультурных личностных ИМ-компетенций в области гражданско-общественных отношений*, трудового воспитания – *общекультурных личностных ИМ-компетенций в области социально-трудовых сфер жизни*, духовно-нравственного воспитания – *общекультурных личностных ИМ-компетенций в области культурно-нравственных сфер жизни, формирования культуры здоровья*, экологического воспитания – *общекультурных личностных ИМ-компетенций в сфере экологических и валеологических представлений*, ценности научного познания и адаптации к изменяющимся условиям социальной среды – *общекультурных личностных ИМ-компетенций в области ценностного отношения к современному научному познанию*. Метапредметные результаты освоения предметов «математика» и «информатика», характеризующиеся овладением универсальными познавательными базовыми логическими действиями, сформулированы в виде *общекультурных инструментальных когнитивных ИМ-компетенций*; универсальными познавательными базовыми исследовательскими действиями – в виде *общекультурных инструментальных исследовательских ИМ-компетенций*; универсальными познавательными действиями при работе с информацией – в виде *общекультурных инструментальных ИМ-компетенций, связанные с работой с мультимедийной информацией*, универсальными коммуникативными действиями общения и сотрудничества

– в виде *общекультурных инструментальных ИМ-компетенций социального взаимодействия*, универсальными регулятивными действиями самоорганизации и самоконтроля – в виде *общекультурных инструментальных ИМ-компетенций личностного самосовершенствования*. Отдельные личностные результаты ценности научного познания, а также ориентация на планируемые предметные результаты освоения Федеральной рабочей программы основного общего образования по математике позволили сформулировать *математические общенаучные ИМ-компетенции: связанные с обретением представлений о математике как универсальном языке науки и техники, в направлении понимания векторов развития математической науки, связанные с пониманием возможностей применения методов математики в различных областях наук и в практике, связанные с опытом популяризации математической науки, связанные с пониманием важности математического мышления*. Ориентация на планируемые предметные результаты освоения Федеральной рабочей программы основного общего образования по математике позволила сформулировать *математические специальные ИМ-компетенции, связанные с представлениями о различных видах ИМ-моделей; с овладением специальными математическими знаниями, умениями, навыками, способами деятельности, необходимыми для исследования ИМ-моделей; с опытом использования ИМ-моделей при решении задач на приложения*.

Каждая ИМ-компетенция подразумевает понимание школьниками потенциала математической теории, рассматриваемой в рамках МФИМК, умения использовать ее методы, с одной стороны и понимания возможностей современных цифровых средств, умения их применять, для овладения этими заранее заданными нормами, с другой. Математические специальные ИМ-компетенции МФИМК формулируются для конкретного учебного курса отдельно. Были сформулированы ИМ-компетенции, формируемые у школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике в рамках МФИМК (Таблица 1)

Таблица 1. ИМ-компетенции, формируемые у школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике в рамках МФИМК

Наименование ИМ-компетенций	Направления	Обозначение	Содержание ИМ-компетенций <i>Математико-ориентированные знания, умения, навыки, качества, необходимые для самореализации в цифровой реальности:</i>
общекультурные личностные (ОЛ)	в области гражданско-общественных отношений (ОЛ1)	ОЛ11	осознание российской гражданской идентичности, понимание вклада нашей страны в развитие мировой науки, ценностное отношение к научным достижениям России в области математики, информатики и технических наук
		ОЛ12	овладение представлениями о математических основах функционирования различных структур цифрового общества
		ОЛ13	соблюдение норм современного законодательства при использовании информации сети интернет, предоставлении публичного доступа к информации, связанной с вопросами популяризации математической науки и ее приложений
	в области социально-трудовых сфер жизни (ОЛ2)	ОЛ21	понимание важности и ценности труда в сфере математических исследований для современного цифрового общества
		ОЛ22	интерес к практическому изучению профессий, связанных с применением математических методов для функционирования цифрового социума
		ОЛ23	обретение представлений о возможности построения жизненных планов с учетом востребованности специалистов в сфере прикладной математики, в частности, обработки цифровой информации с помощью математических методов
	в области культурно-нравственных сфер жизни (ОЛ3)	ОЛ31	ориентация на моральные ценности и нормы в ситуации нравственного выбора в процессе математической деятельности и в быту, в том числе, в виртуальном пространстве
		ОЛ32	понимание возможностей возникновения этических проблем, связанных с границами познания цифрового мира с помощью математики
		ОЛ33	неприятие асоциальных поступков, в том числе, в математической деятельности в открытом информационном пространстве
		ОЛ34	возможность заметить и оценить красоту окружающего мира, связанную с математической гармонией

	в сфере экологических и валеологических представлений (ОЛ4)	ОЛ41	соблюдение норм и правил безопасности в процессе математической деятельности, в частности, в открытом информационном пространстве
		ОЛ42	осознанное отношение к выбору здорового образа жизни, в том числе при работе с цифровой математической информацией
		ОЛ43	осознание важности экологических проблем, в том числе, с помощью цифровых методов исследования математических моделей цифрового мира
	в области ценностного отношения к современному научному познанию (ОЛ5)	ОЛ51	обретение опыта осознанного выбора и построения индивидуальной образовательной траектории с учетом личных возможностей и общественной необходимости, в том числе, с помощью цифровых средств
		ОЛ52	обретение мировоззренческих представлений об информации, в частности, базовой роли математической информации
		ОЛ53	осознание ценности научного математического знания в современном мире
		ОЛ54	обретение интереса к обучению и познанию математической теории с привлечением цифровых средств
общекультурные инструментальные(ОИ)	когнитивные (ОИ1)	ОИ11	обретение умения ясно, точно, аргументированно, последовательно излагать свои мысли в устной и письменной форме, выстраивать причинно-следственные связи, аргументации, делать выводы с использованием законов логики, приводить примеры и контрпримеры, в том числе, с использованием цифровых средств
		ОИ12	обретение опыта выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, в том числе, с помощью цифровых средств; формулировать определения математических понятий
		ОИ13	обретение умения выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях цифрового мира
		ОИ14	обретение умения разбирать и проводить самостоятельно доказательства математических утверждений, в том числе, с привлечением цифровых средств
		ОИ15	обретение опыта сравнения способов решения математической задачи, в том числе, с помощью цифровых средств, выбора наилучшего способа решения среди возможных
	исследовательские (ОИ2)	ОИ21	обретение опыта самостоятельной фиксации противоречия, постановки проблемы, формировании гипотезы для осуществления учебно-исследовательской математической деятельности в цифровой среде

		ОИ22	обретения опыта самостоятельной постановки цели и задач учебно-исследовательской математической деятельности в цифровой среде
		ОИ23	обретения опыта реализации учебно-исследовательской математической деятельности в цифровой среде с учетом самостоятельно построенного плана
		ОИ24	обретения опыта самостоятельного обобщения, выводов, оценки проведенной учебно-исследовательской математической деятельности в цифровой среде
		ОИ25	обретение опыта публичной защиты результата учебно-исследовательской математической деятельности с использованием самостоятельно выполненного с помощью цифровых средств иллюстративного мультимедийного материала
	связанные с работой с мультимедийной информацией (ОИ3)	ОИ31	обретение опыта выявления дефицита информации, необходимой для решения задачи
		ОИ32	обретение опыта поиска, отбора с помощью самостоятельно выбранных цифровых средств, информации различных видов и форм представления
		ОИ33	обретение опыта анализа, систематизации и интерпретации необходимой для решения задачи мультимедийной информации
		ОИ34	обретение опыта выбора оптимальной формы представления необходимой для иллюстрации решения задачи информации (график, диаграмма, схема, граф и пр.), в том числе, с учетом возможностей цифровых средств
		ОИ35	получение опыта критического отношения к предъявляемой учебной информации, полученной из различных источников, в том числе, интернет-среды
	социального взаимодействия (ОИ4)	ОИ41	обретение способности планирования, распределения ролей, обсуждение хода и результата совместной учебно-познавательной математической деятельности в цифровой среде,
		ОИ42	обретение опыта реализации командной учебно-познавательной математической и практической деятельности, в том числе, посредством дистанционных технологий
		ОИ43	сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций;
		ОИ44	осознание личной ответственности и объективной оценки личного вклада в решение командной задачи
		ОИ45	обретение способности устного и письменного комментирования в процессе решения задачи, в том числе, в цифровой среде

		ОИ46	обретение умений высказывать свою точку зрения и учитывать другие в ходе совместной учебно-познавательной математической деятельности в цифровой среде	
		ОИ47	самостоятельно выбирать формат и требуемые для этого цифровые средства для защиты продукта коллективной или индивидуальной учебно-познавательной математической деятельности с учетом особенностей аудитории	
	личностного самосовершенствования (ОИ5)	ОИ51	обретение опыта выявления в жизненных и учебных ситуациях цифрового мира проблем, допускающих решения с точки зрения математики	
		ОИ52	обретения способности к самообразованию и саморазвитию в процессе самостоятельной учебно-познавательной математической деятельности	
		ОИ53	развитие мотивации учебно-познавательной математической деятельности с использованием цифровых средств	
		ОИ54	получение опыта самоконтроля и рефлексии процесса и итогов учебно-познавательной математической деятельности, пошагового контроля решения поставленной задачи с использованием цифрового ресурса, корректировки решения на основе установленных ошибок	
		ОИ55	обретение опыта оценки соответствия полученного с помощью цифрового ресурса результата цели и условиям задачи	
	математические общенаучные (МО)	связанные с обретением представлений о математике как универсальном языке науки и техники (МО1)	МО11	овладение представлениями о математике как о средстве моделирования объектов, процессов и явлений других наук и повседневности
			МО12	понимание возможностей использования математических знаний в других науках и практике современного цифрового социума
в направлении понимания векторов развития математической науки (МО2)		МО21	знание основных этапов истории развития математики во взаимосвязи с историей развития других наук (в частности, информатики) и общества	
		МО22	знание перспективных направлений развития математической науки и понимание необходимости их развития для описания цифрового мира	
связанные с пониманием возможностей применения методов математики в различных областях наук и в практике (МО3)		МО31	обретение опыта выявления реальных жизненных ситуации и проблем на стыке двух и более учебных предметов, формулирования их на языке математики, умений находить пути решения, ориентируясь на возможности математического аппарата и цифровых средств	

	связанные с опытом популяризации математической науки (МО4)	МО41	понимание важности и обретение опыта популяризации математической науки, в том числе, в условиях интернет-среды
	связанные с пониманием важности математического мышления (МО5)	МО51	понимание важности математического мышления в цифровом мире
		МО52	владение логикой математических рассуждений
математические специальные (МС)	связанные с представлениями о различных видах ИМ-моделей (МС1)	МС11	понимание возможностей применения ИМ-моделей, рассматриваемых при обучении в рамках реализации МФИМК, для познания цифрового мира
		МС12	знание этапов ИМ-моделирования при решении математических задач в учебно-познавательной и практической деятельности цифрового мира
	связанные с овладением специальными математическими знаниями, умениями, навыками, способами деятельности, необходимыми для исследования ИМ-моделей (МС2)	МС21	обретение опыта оперирования понятиями специальной математической теории, рассматриваемой при обучении в рамках реализации МФИМК
		МС22	знание математических методов, рассматриваемых при обучении в рамках реализации МФИМК, обретение опыта исследования ИМ-моделей с их помощью
	связанные с опытом использования ИМ-моделей при решении задач на приложения (МС3)	МС31	обретение опыта ИМ-моделирования при решении задач, связанных с различными областями наук и реальной практикой цифрового мира, с использованием математических методов, рассматриваемых при обучении в рамках реализации МФИМК, и с помощью цифровых средств

При реализации МФИМК в рамках учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» ИМ-компетенции формулируются следующим образом: общекультурные (личностные и инструментальные), математические общенаучные остаются сформулированными в МФИМК, математические специальные уточняются. Представим математические специальные ИМ-компетенции, формируемые у школьников в рамках учебного курса «Математика – основа цифрового мира» (Таблица 2).

Таблица 2. Математические специальные ИМ-компетенции, формируемые у школьников 8-9 классов при обучении учебному курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»

Наименование ИМ-компетенций	Направления	Обозначение	Содержание ИМ-компетенций <i>Математико-ориентированные знания, умения, навыки, качества, необходимые для самореализации в цифровой реальности:</i>	Детализация ИМ-компетенций		
				Знать	Уметь	Владеть
математические специальные (МС)	связанные с представлениями о различных видах ИМ-моделей (МС1)	МС11	понимание возможностей применения знаковых (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковых (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа) ИМ-моделей для познания цифрового мира	возможности применения знаковых (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковых (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа) ИМ-моделей для познания цифрового мира (МС11-3)	устанавливать взаимосвязи между различными видами ИМ-моделей (МС11-У)	теоретическим аппаратом ИМ-моделирования на примере знаковых (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковых (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа) ИМ-моделей (МС11-В)
		МС12	знание этапов ИМ-моделирования и умение их выделять при решении математических задач учебного курса в учебно-познавательной и практической деятельности	понятие ИМ-моделирования, этапы ИМ-моделирования (МС12-3)	выделять этапы ИМ-моделирования для решения математических задач учебного курса в учебно-познавательной и практической деятельности (МС12-У)	способностью планировать деятельность в рамках этапов ИМ-моделирования для решения математических задач учебного курса в учебно-познавательной и практической деятельности (МС12-В)
	МС21	обретение опыта оперирования понятиями, фактами, теоремами теории кодирования, теории систематических чисел, алгебры высказываний, теории целочисленного программирования, теории графов, описательной статистики, теории фигурных чисел в рамках учебного курса	понятия, факты, теоремы теории кодирования, теории систематических чисел, алгебры высказываний, теории целочисленного программирования, теории графов, описательной статистики, теории фигурных чисел в рамках учебного курса (МС21-3)	устанавливать взаимосвязи между понятиями, фактами, теоремами теории кодирования, теории систематических чисел, алгебры высказываний, теории целочисленного программирования, теории графов, описательной статистики, теории фигурных чисел в рамках учебного курса (МС21-У)	оперированием понятиями, фактами, теоремами теории кодирования, теории систематических чисел, алгебры высказываний, теории целочисленного программирования, теории графов, описательной статистики, теории фигурных чисел в рамках учебного курса (МС21-В)	

		МС22	знание математических методов, обретение опыта исследования знаковых (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковых (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа) ИМ-моделей с их помощью	математических методов исследования знаковых (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковых (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа) ИМ-моделей с их помощью (МС22-3)	конструировать алгоритм решения математических задач учебного курса на основе методов исследования знаковых (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковых (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа) ИМ-моделей (МС22-У)	математическими методами решения типовых математических задач, составляющих фундаментальное ядро учебного курса (МС22-В)
связанные с опытом использования ИМ-моделей при решении задач на приложения (МС3)	МС31		обретение опыта ИМ-моделирования при решении задач теории кодирования, теории систематических чисел, алгебры высказываний, теории целочисленного программирования, теории графов, описательной статистики, теории фигурных чисел в рамках учебного курса, связанных с различными областями наук и реальной практикой цифрового мира, с помощью математических методов и с использованием цифровых средств	возможности использования ИМ-моделирования для решения задач на приложения в рамках учебного курса (МС31-31)	конструировать ИМ-модель, отражающую особенности описанной в задаче, связанной с различными областями наук и реальной практикой цифрового мира, ситуации, для дальнейшего исследования модели с помощью математических методов и с использованием цифровых средств (МС31-У)	способностью применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для получения решения чисто математической задачи в ходе исследования предложенной ИМ-модели, способность воспользоваться при этом указанными цифровыми средствами (МС31-В1)
				возможности цифровых средств для решения математических задач теории кодирования, теории систематических чисел, алгебры высказываний, теории целочисленного программирования, теории графов, описательной статистики, теории фигурных чисел в рамках учебного курса, связанных с различными областями наук и реальной практикой цифрового мира (МС31-32)		способностью применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для анализа самостоятельно построенной модели, привлекая для решения или проверки решения указанные цифровые средства (МС31-В2)
						способностью применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для исследования построенной модели с помощью указанных цифровых средств (МС31-В3)
						способностью анализировать полученный в ходе решения задачи результат, интерпретировать и оценивать его в контексте реальной проблемы, привлекая для решения или проверки решения выбранные или созданные цифровые средства (МС31-В4)

						способностью к осуществлению всех этапов самостоятельной учебно-исследовательской математической деятельности, связанной с рассматриваемым в рамках реализации МФИМК содержанием, с привлечением необходимых для этого самостоятельно отобранных или созданных цифровых средств (МС31-В5)
--	--	--	--	--	--	--

В каждом разделе и подразделе учебного курса «Математика – основа цифрового мира» математические специальные ИМ-компетенции детализируются и уточняются.

Продемонстрируем примеры *математических специальных ИМ-компетенций* школьников, формирующихся в рамках подраздела «Наглядно-знаковые модели. Графы» учебного курса «Математика – основа цифрового мира» (*Таблица 3*).

Таблица 3. Математические специальные ИМ-компетенции подраздела «Наглядно-знаковые модели. Графы»

Обозначение	Детализация математических специальных ИМ-компетенций (Графы)		
	Знать	Уметь	Владеть
МСГ11	возможности применения графов как наглядно-знаковых ИМ-моделей для познания цифрового мира (МСГ11-3)	устанавливать взаимосвязи между различными видами ИМ-моделей (способов задания графов): аналитическое представление, графическое изображение, матрицы. (МСГ11-У)	теоретическим аппаратом теории графов как ИМ-моделей (МСГ11-В)
МСГ12	понятие ИМ-моделирования, этапы ИМ-моделирования (МСГ12-3)	выделять этапы ИМ-моделирования для решения математических задач теории графов в рамках учебного курса (МСГ12-У)	способностью планировать деятельность в рамках этапов ИМ-моделирования для решения математических задач по теории графов в рамках учебного курса (МСГ12-В)
МСГ21	<p><i>понятия:</i> граф, ребра, дуги, вершины, мультиграф, петля, граф с петлей, псевдограф, дополнение к графу, смежные вершины, степень вершины графа, висячая вершина, четная (нечетная) вершина, изоморфные графы, подграф, остовный подграф, нуль-граф, полный граф, маршрут, цикл, длина цикла, путь, связанные вершины, связный граф, связные компоненты, мост; изоморфные графы, дерево, каркас, остов, корень, листья, лес, бинарное дерево, глубина вершины, k-уровень бинарного дерева, полное бинарное дерево, код Прюфера, ориентированный, неориентированный, смешанный графы, полный ориентированный граф, полустепень захода вершины, полустепень исхода вершины, степень вершины, взвешенный граф, вес ребра, матрица смежности, матрица инцидентности, весовая матрица, матрица расстояний, матрица достижимости, плоский граф, грань, граница плоского графа, степень грани, соседние грани, перегородка, регулярный граф, k-регулярный граф, двудольный граф, полный двудольный граф, эйлеров цикл, эйлеров граф, эйлеров путь, полужэйлеров граф, гамильтонов цикл, гамильтонов граф, двудольности графа, раскраска плоского графа;</p> <p><i>теоремы:</i> лемма о рукопожатиях; теорема о количестве вершин нечетной степени любого графа; о существовании по крайней мере двух вершин, имеющих одинаковую степень в любом графе на n вершинах ($n \geq 2$); о существовании одной вершины степени 0, или ровно одной вершины степени n-1 в графе на n вершинах ($n \geq 3$), если ровно две вершины графа имеют одинаковую степень; о связности графа либо его дополнения; о количестве вершин и ребер в дереве; о сумме полустепеней захода всех вершин орграфа; о наличии хотя бы двух вершин с одинаковыми полустепенями исхода в полном</p>	устанавливать взаимосвязи между понятиями, фактами, теоремами теории графов в рамках учебного курса, формулировать свойства графов различных видов (орграф, дерево, эйлеров граф, полужэйлеров граф, двудольный граф, гамильтонов граф, плоский граф) (МСГ21-У)	способностью представлять граф различными способами, в том числе, с помощью цифровых средств, строить матрицы смежности, инцидентности, весовые матрицы, матрицы расстояний и достижимости по заданному графу и граф по заданным матрицам, устанавливать отношение изоморфизма графов, применять критерий двудольности графа, критерий эйлеровости графа, полужэйлеровости графа, условие гамильтоновости графов, строить код Прюфера по заданному дереву и восстанавливать дерево по коду Прюфера, вычислять количество вершин, ребер, граней в связном плоском графе без перегородок; доказывать утверждения, применяя теоретический аппарат теории графов в рамках учебного курса (МСГ21-В)

	ориентированном графе с n вершинами и существовании в этом графе трех таких вершин, что ребра, соединяющие их, образуют ориентированный цикл; осуществлении простого ориентированного пути, проходящего через все вершины полного ориентированного графа с n вершинами; формула Эйлера; о сумме степеней всех граней плоского представления связного плоского графа без перегородок; о количестве ребер связного плоского графа без перегородок; о минимальной из степеней вершин связного плоского графа без перегородок; о существовании k -регулярного графа на n вершинах; критерий двудольности графа; критерий эйлеровости графа; критерий полужейлеровости графа; о полном графе K_n ; теорема Дирака (МСГ21-3)		
МСГ22	математических методов исследования различных видов графов как наглядно-знаковых ИМ-моделей (МСГ22-3)	конструировать алгоритм решения задач теории графов в рамках учебного курса на основе изученных методов исследования таких моделей (МСГ22-У)	математическими методами решения типовых математических задач теории графов, составляющих фундаментальное ядро учебного курса (МСГ22-В)
МСГ31	возможности использования графа как наглядно-знаковой ИМ-модели для решения задач на приложения в рамках учебного курса (МСГ31-31)	формализовать задачу в виде графа как наглядно-знаковой ИМ-модели, отражающей особенности описанной в задаче ситуации, связанной с различными областями наук и реальной практикой цифрового мира, для дальнейшего исследования модели помощью математических методов и с использованием цифровых средств (МСГ31-У)	способностью применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для получения решения чисто математической задачи в ходе исследования графа как наглядно-знаковой ИМ-модели, способность воспользоваться при этом указанными цифровыми средствами (МСГ31-В1)
	возможности математических цифровых средств образовательного назначения для решения математических задач теории графов в рамках учебного курса, связанных с различными областями наук и реальной практикой цифрового мира (математические интерактивные системы: виртуальные лаборатории 1С, GeoGebra, Desmos, Графоанализатор, GraphOnline, Интерактивный конструктор деревьев и др., прикладные программные комплексы; сервисы для осуществления проектной и исследовательской деятельности) (МСГ31-32)		способностью применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для исследования построенной ИМ-модели в виде графа при решении чисто математической задачи и задачи на приложения с помощью указанных цифровых средств (МСГ31-В2)
			способностью применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для построения, анализа и исследования ИМ-модели чисто математической задачи и задачи на приложения в виде графа, привлекая для решения или проверки решения указанные цифровые средства (МСГ31-В3)
			способностью применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для построения, анализа и исследования ИМ-модели чисто математической задачи и задачи на приложения в виде графа, привлекая для решения или проверки решения самостоятельно выбранные или созданные цифровые средства, интерпретировать и оценивать полученный результат в контексте реальной проблемы, привлекая для решения или проверки решения выбранные или созданные цифровые средства (МСГ31-В4)

			способностью к осуществлению всех этапов самостоятельной учебно-исследовательской математической деятельности, связанной с задачами теории графов в рамках учебного курса, связанных с различными областями наук и реальной практикой цифрового мира с привлечением необходимых для этого самостоятельно отобранных или созданных цифровых средств (МСГ31-В5).
--	--	--	--

Формирование ИМ-компетентности происходит поэтапно. На основе анализа международных исследований PISA, связанных с оценкой уровней математической грамотности обучающихся, логики построения предлагаемого исследования, опытной работы со школьниками в направлении формирования ИМ-компетентности обучающихся, выделены пять уровней сформированности ИМ-компетентности школьников.

Пропедевтический: частичное владение теоретическими математическими знаниями, умения решать типовые математические задачи, составляющие фундаментальное ядро учебного курса (МС1-МС3); фрагментарное овладение математическими общенаучными представлениями (МО1-МС05); обретение фрагментарных общекультурных личностных математико-ориентированных качеств (ОЛ1-ОЛ5) и общекультурных инструментальных математико-ориентированных качеств (ОИ1-ОИ5), необходимых для самореализации в цифровой реальности.

Начальный: владение теоретическими математическими знаниями, умения решать чисто математические задачи на исследование построенной ИМ-модели, рассматриваемые в учебном курсе, с опорой на поддержку предлагаемого ЦОР (МС1-МС3); фрагментарное овладение математическими общенаучными представлениями (МО1-МО5); обретение фрагментарных общекультурных личностных математико-ориентированных качеств (ОЛ1-ОЛ5) и общекультурных инструментальных математико-ориентированных качеств (ОИ1-ОИ5), необходимых для самореализации в цифровом мире.

Базовый: владение теоретическими математическими знаниями, частичное понимание возможностей применения математики для познания цифрового мира, умения решать чисто математические задачи, задачи на приложения на построение и анализ ИМ-модели с помощью указанного цифрового средства (МС1-МС3); умение продемонстрировать овладение математическими общенаучными представлениями (МО1-МО5); умение продемонстрировать общекультурные личностные математико-

ориентированные качества (ОЛ1-ОЛ5) и общекультурные инструментальные математико-ориентированные качества (ОИ1-ОИ5), необходимые для самореализации в цифровом мире.

Оптимальный: свободное владение теоретическими математическими знаниями, понимание возможностей применения математики для познания цифрового мира, умения решать чисто математические задачи, задачи на приложения на построение и исследование ИМ-модели с помощью самостоятельно подобранного или реализованного цифрового ресурса наиболее эффективными средствами (МС1-МС3), свободное овладение математическими общенаучными представлениями (МО1-МО5), свободное овладение общекультурными личностными математико-ориентированными качествами (ОЛ1-ОЛ5) и общекультурными инструментальными математико-ориентированными качествами (ОИ1-ОИ5), необходимыми для самореализации в цифровом мире.

Творческий: свободное владение теоретическими математическими знаниями, способность к осуществлению самостоятельной учебно-исследовательской математической деятельности, связанной с рассматриваемыми в рамках реализации МФИМК темами, с привлечением необходимых для этого цифровых средств (МС1-МС3); свободное овладение математическими общенаучными представлениями (МО1-МО5), свободное владение общекультурными личностными математико-ориентированными качествами (ОЛ1-ОЛ5) и общекультурными инструментальными математико-ориентированными качествами (ОИ1-ОИ5), необходимыми для самореализации в цифровом мире.

Следует отметить, что на стихийное формирование ИМ-компетентности учащихся 8-9 классов влияет обучение школьников в рамках многих разделов учебных предметов «Математика» и «Информатика», а также других учебных предметов. Однако, в рамках предлагаемой модели речь идет о

целенаправленном формировании ИМ-компетентности школьников при освоении ими учебных курсов внеурочной деятельности.

Построенная МФИМК требует углубленного знакомства обучающихся с вопросами формализации задач, имеющих важное значение как для математики, так и для информатики [212, 213, 214, 215, 216, 219, 225, 226].

Были выделены *принципы отбора содержательного наполнения МФИМК*:

- соответствие возрастным особенностям школьников;
- опора на фундаментальность математических знаний;
- целостность содержания;
- преемственность содержания основного курса математики и содержательного наполнения МФИМК деятельности;
- необходимость и возможность привлечения потенциала цифровых средств для эффективного решения математических задач;
- возможность демонстрации межпредметных связей между математикой и различными дисциплинами; привлечения соответствующих умений, полученных при изучении различных предметных областей;
- возможность демонстрации применения математических знаний в реальных ситуациях цифрового мира;
- возможность использования практической информации, понятной и лично значимой для обучающихся в силу их опыта и возраста;
- возможность формирования актуальных для цифрового общества личностных качеств школьников.

Так как в качестве базы для формирования ИМ-компетентности требуется не только математическая подготовка, но и подготовка в области информатики и информационных технологий, для отбора содержательного наполнения МФИМК были проанализированы также результаты выполнения ЕГЭ по информатике [116] (*Таблица 4*). На основе выделенных принципов отобрано

математическое содержание, необходимое для выполнения заданий указанного экзамена.

Таблица 4. Соответствие математического содержания учебного курса внеурочной деятельности, необходимого для успешной сдачи ЕГЭ по информатике (2022/2023 учебный год)

<i>№ задания</i>	<i>Элементы содержания курса информатики</i>	<i>Средний процент выполнения</i>	<i>Элементы математического содержания учебного курса внеурочной деятельности</i>
1	Информационные модели	91,3	Графы (степень вершины, кратчайший путь, дерево, гамильтонов граф)
2	Составление таблицы истинности	81,5	Логика (таблицы истинности)
3	Базы данных	77,7	Статистические таблицы; логика (логические функции)
4	Кодирование и декодирование данных	77	Коды; графы (дерево, кратчайший путь)
5	Алгоритмы	35,5	Систематические числа и операции над ними
8	Кодирование, комбинаторика	30,3	Рекуррентные соотношения (факториал); систематические числа (представления чисел в различных системах счисления, сортировка)
9	Электронные таблицы	21,5	Описательная статистика (средние величины, показатели вариации для дискретного ряда), графические методы в статистике (структурные диаграммы и диаграммы сравнения)
12	Алгоритмы для исполнителя	43,3	Логика (логические выражения)
13	IP-адреса и маски	66,5	Систематические числа и операции над ними
14	Позиционные системы счисления	46,6	Арифметика вычетов; систематические числа (признаки делимости в различных системах счисления, перевод чисел в различные системы счисления)
15	Истинность логических выражений	51	Целочисленное линейное программирование с двумя переменными; логика (логические операции)
16	Рекурсивные алгоритмы	59,4	Рекуррентные соотношения

17	Обработка последовательности чисел	20,5	Систематические числа (признаки делимости в различных системах счисления)
18	Динамическое программирование	22,9	Оптимизационные задачи; логика (логические функции), арифметика вычетов
19	Теория игр	76,6	Графы (деревья); рекуррентные соотношения
20		63,3	
21		52,1	
22	Параллельные процессы	60,7	Графы; графические методы в статистике (диаграмма Ганта)
23	Перебор вариантов, динамическое программирование	50,5	Рекуррентные соотношения
25	Обработка целых чисел, делимость	42,5	Систематические числа (признаки делимости в различных системах счисления)
27	Обработка последовательностей	6,9	Рекуррентные соотношения

Анализ показал необходимость усиления математической подготовки школьников в рамках выделенных разделов, обладающих, кроме насыщенного математического наполнения, фундаментальности изучаемого математического аппарата, интеграцией с вопросами информатики и цифровой техники. В рамках курса будут рассмотрены отдельные вопросы теории кодирования, теории систематических чисел, логики алгебры высказываний, целочисленного программирования, теории графов и математической статистики. В качестве дополнительного вариативного подраздела выбрано изучение элементов теории фигурных чисел (рекуррентные соотношения).

Изучение школьниками отдельных аспектов *теории кодирования* закладывает знания свойств кодов и их применения. Кодирование рассматривается как процесс преобразования данных из формы, удобной для непосредственного использования, в форму, удобную для передачи, хранения, автоматической обработки и сохранения от несанкционированного доступа. С кодами школьники встречаются и в повседневной жизни: в виде дорожных знаков, кодировки символов при использовании компьютера, штрих-кодов и

прочее. Актуальность использования кодирования информации связывается с развитием техники связи, в частности, мобильной связи и сети интернет. Особую важность приобретает необходимость преобразования данных для обеспечения конфиденциальности и целостности информации, проверки некоторых свойств объекта, например, проверки подлинности авторства, обнаружения и исправления ошибок при записи и воспроизведении информации или при ее передаче.

Значение владения *основами логики* в современном мире трудно переоценить. Основы математической логики закладываются, частично, на уроках учебного курса «Вероятность и статистика» и на уроках информатики, однако, расширенное рассмотрение этих тем «с точки зрения математики», акцент на использование в самых разнообразных областях человеческой деятельности делает возможным рассмотрение элементов этого раздела математики на внеурочных занятиях. Логика позволяет школьникам правильно выстраивать свои мысли, верно их выражать, отстаивать свою точку зрения в дискуссиях, избегать ошибок в рассуждениях и доказательствах. Знание основ математической логики позволяет обучающимся получить начальные представления о булевой алгебре как основы для разработки программного обеспечения компьютера, фундаментальных понятиях и представлениях для компьютерных наук (семантика языков программирования), логики знаний для функционирования искусственного интеллекта и пр.

Задачи *целочисленного программирования* относятся к задачам математической оптимизации, в которой некоторые или все переменные – целые числа. В школе в рамках курса внеурочной деятельности такие задачи могут быть рассмотрены на примере задач целочисленного линейного программирования, в котором целевая функция и ограничения (за исключением, возможно, требования целочисленности) линейны. Заметим, что при решении широкого круга задач оптимизации школьники видят их

применимость к исследованию различных проблем экономики, технических вопросов, при управлении различными процессами, описании некоторых законов природы; учатся добиваться решения жизненных задач так, чтобы получающиеся результаты были лучшими. Целочисленное программирование востребовано в производственном планировании, планировании транспортной сети, построение сети передачи данных, создании сотовой сети и в других областях.

Методически целесообразно включение в рассмотрение содержания курса *элементов теории графов*. Отдельные элементы этой теории рассматриваются в курсе «Вероятность и статистика», однако, в рамках учебного курса внеурочной деятельности по математике возможно расширение и углубление соответствующих математических знаний. С особенностями теории графов связывают: простоту и доступность первичных терминов, формулировок и доказательств основных теорем; многоуровневость решаемых проблем и изящество получаемых утверждений; связь с современными фундаментальными исследованиями и возможность достаточно быстрого выхода на уровень, допускающий получение самостоятельных результатов; востребованность языка графов при решении множества задач из различных областей, связь с вычислительной математикой и информатикой; наглядность представления информации. Теория графов широко применяется в современном мире: в области компьютерной химии, информатики и программировании, в коммуникационных и транспортных системах, например, для маршрутизации данных в интернете, в экономике и логистике и пр.

Рассмотрение в учебном курсе внеурочной деятельности *систем счисления* как символического метода записи чисел расширяет и углубляет знания, полученные школьниками на уроках информатики. Изучение тем этого раздела расширяет представления школьников о числе как фундаментальном понятии математики и информатики, связи систем

счисления с теорией делимости, а также элементной базой современных компьютеров. Так, в частности, признаки делимости могут помочь в нахождении ошибок при выполнении умножения больших чисел, а необходимость совершенствования представлений о системах счисления и методах вычислений связано с выделением «машинной» группы систем счисления и способов преобразования чисел этой группы.

Одной из областей знания, роль которой в современном обществе постоянно возрастает, является *математическая статистика*. Сегодня интерес к статистике определяется не только ее научным потенциалом, но и, прежде всего, широким спектром практических применений статистических методов. Статистика осуществляет сбор, обработку и анализ информации обо всех значимых процессах жизни общества. Результаты статистического анализа позволяют получать адекватное представление о текущем состоянии дел в экономике, социологии, политике, прогнозировать тенденции их развития, предпринимать необходимые шаги для оптимизации этого процесса. Отдельные элементы математической статистики изучаются школьниками в рамках курса «Вероятность и статистика», поэтому необходимость изучения темы в рамках учебного курса внеурочной деятельности для расширения и дополнения математических знаний обучающихся определяется учителем для конкретного класса.

Являясь разделом элементарной математики, *фигурные числа* (пример рекуррентных соотношений) позволяют продемонстрировать строгий математический аппарат, новые математические методы решения задач, с одной стороны, и широкую применимость в окружающей действительности геометрических образов фигурных чисел в виде правильного многоугольника (на плоскости) или многогранника (в пространстве) с помощью точек или шаров одинакового размера, с другой.

В состав *программно-технологического блока МФИМК* входит ЦОС, методы, формы, стратегии обучения, а также многоуровневая верная система математических задач как интегративное образование МФИМК (Рисунок 5).



Рисунок 5. Программно-технологический блок модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

Под *цифровой образовательной средой МФИМК (ЦОС)* будем понимать системно организованную совокупность программного, технического, учебно-методического обеспечения внеурочной деятельности по математике, нацеленную на формирование ИМ-компетентности школьников и связанную с учителем и обучающимся как субъектами образовательного процесса. Она состоит из цифровых устройств, цифровых и учебно-методических средств.

В состав *цифровых устройств ЦОС* программно-технологического блока МФИМК входят следующие: программно-аппаратный комплекс педагога (персональный компьютер, планшет учителя), интерактивное оборудование

(интерактивная панель); программно-аппаратный комплекс обучающихся (персональный компьютер, ноутбук, планшет или смартфон); коммуникационное оборудование; прочее оборудование.

Программные средства ЦОС программно-технологического блока МФИМК представлены системным и инструментальным программным обеспечением (не рассматривается в рамках данного исследования), и прикладными цифровыми средствами (*Приложение А*).

В числе прикладных цифровых средств МФИМК рассматриваются средства общего и образовательного назначения. В число *цифровых средств общего назначения МФИМК* были отобраны те из них, которые необходимы для реализации целей МФИМК: текстовые редакторы (например, Microsoft Word), редакторы электронных таблиц (например, Microsoft Excel), графические редакторы (например, Paint, AdobePhotoshop, Gimp), мультимедийные редакторы (например, аудиоредактор AdobeAudition, видеоредакторы AdobePremierPro, ВидеоМОНТАЖ), веб-браузеры (например, Opera, MozillaFirefox, Yandex, Internet Explorer), редакторы и конструкторы для создания сайтов (например, конструктор Jimdo, редакторы WordPress, FrontPage), а также необходимое обеспечение для организации видеоконференцсвязи (например, Microsoft Teams, VK Teams и пр.). *Цифровые средства образовательного назначения МФИМК* представлены общепредметными, математическими и специальными цифровыми средствами. В качестве *общепредметных цифровых средств образовательного назначения МФИМК* отобраны следующие: цифровая образовательная платформа «ЯКласс», сервисы для онлайн-тестирования (Яндекс-формы, Microsoft-формы, LearningApps.org), сервисы для осуществления совместной учебно-познавательной деятельности (Яндекс-документы, интерактивные листы документов Microsoft Office Online, онлайн-доски, например, Miro), сервисы для осуществления проектной и исследовательской деятельности (GlobalLab, конструкторы сайтов, Яндекс-

документы), игровые образовательные сервисы (веб-квесты Learnis, интерактивный математический лабиринт Wordwallи др). Заметим, что на сегодняшний день актуальным становится применение свободного программного обеспечения [227].

В качестве основной *цифровой образовательной платформы* программно-технологического блока МФИМК была выбрана платформа «ЯКласс». Это образовательный интернет-ресурс для школьников, учителей и родителей, начавший работу в 2013 году (<https://www.yaklass.ru>), являющийся платформой для создания и использования образовательного контента. В расширенном пакете Я+ имеется возможность создания собственных курсов педагогами. Система обеспечивает возможность размещения на ее платформе ЦОР, управления обучением, кроме того, часть задач может автоматически проверяться системой. Также существует возможность получения сводного отчета об уровне обученности слушателей.

Полезным сервисом для *онлайн-тестирования* является бесплатный сервис LearningApps <https://learningapps.org/createApp.php>. Ресурс позволяет реализовать интерактивный контроль знаний по предмету с использованием разнообразных приложений в игровом формате (21 вид). Готовый продукт может быть сохранен в формате SCORM, или на него может быть отправлена ссылка школьникам для выполнения на платформе.

Игровые образовательные сервисы представлены сервисом для веб-квестов Learnis – <https://www.learnis.ru/>, интерактивным математическим лабиринтом Wordwall – <https://wrdwall.net/ru/create/picktemplate> и др.). Сервисы предоставляют возможности реализации процесса обучения в индивидуальной игровой форме.

Среди *сервисов для осуществления совместной учебно-познавательной деятельности* следует выделить онлайн-платформу для создания записей в среде интерактивной доски Miro <https://miro.com>. Платформа позволяет организовывать совместную дистанционную работу в команде большого

количества обучающихся: рисовать, печатать текст, вставлять рисунки, стикеры, создавать интеллектуальные карты самостоятельно или по шаблону.

В качестве одного из *сервисов для осуществления проектной и исследовательской деятельности* МФИМК была выбрана платформа GlobalLab (GL) «Глобальная школьная лаборатория». Концепция GL как международной сетевой среды исследователей впервые предложена российскими и американскими учеными в 1991 г. В 2011 г. компания GlobalLab стала резидентом инновационного центра «Сколково». Проекты, выполненные в GL, характеризует совместный характер исследований, при котором ожидаемый результат формируется из экспериментов и наблюдений, сделанных всеми участниками проекта, которые находятся, возможно, в разных точках земного шара [222].

Математические и специальные цифровые средства образовательного назначения МФИМК представлены следующими средствами: математические (математические интерактивные системы, математические среды для преобразования мультимедийной информации, математические среды для вычислений), специальные (сервисы официальных и научно-популярных ресурсов сети интернет, прикладные программные комплексы). К таким средствам отнесены следующие (Таблица 5)

Таблица 5. Математические и специальные цифровые средства образовательного назначения программно-технологического блока модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

Виды средств	Типы средств	Примеры средств
математические	математические интерактивные системы	виртуальные лаборатории 1С, GeoGebra, Desmos, Графоанализатор, GraphOnline, Интерактивный конструктор деревьев и др.
	математические среды для преобразования мультимедийной информации	онлайн-калькуляторы Progr@m4you, Переводчик азбуки Морзе онлайн и др.

	математические среды для вычислений	онлайн-калькуляторы Сложение чисел онлайн, Planetcalc и др.
специальные	сервисы официальных и научно-популярных ресурсов сети интернет	сайт мэра Москвы, сайт Федеральной службы государственной статистики, Словари. Ру и др.
	прикладные программные комплексы	Начала электроники, конструктор логических схем MultimediaLogic, графический редактор построения химических формул Acetyl, Анаграммы онлайн, Дерево жизни и др.

Математические интерактивные системы рассматриваются как универсальные системы, обладающие фундаментальным набором методов для решения широкого круга математических задач. Среди них отобраны следующие: программу с открытым исходным кодом для визуализации и исследования графов (графоанализатор) GraphOnline (<https://graphonline.ru/>), графический калькулятор Desmos, который реализован как приложение для браузера и мобильное приложение на языке JavaScript (<https://www.desmos.com/?lang=ru>), виртуальные лаборатории «1С» https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii_po_matematike_7_11_kl/, программа «Графоанализатор 1.3» <http://grafoanalizator.unick-soft.ru>, программа GeoGebra – бесплатное онлайн геометрическое приложение <https://www.math10.com/ru/geometria/geogebra/geogebra.html> GeoGebra, ресурс «Интерактивный конструктор деревьев» http://primat.org/news/interaktivnoe_derevo/2016-03-11-1145 и др.)

Математические среды для преобразования мультимедийной информации призваны представлять математическую информацию в разных формах; например, ресурс Progr@m4you <https://programforyou.ru/calculators/number-systems>, позволяет строить таблицы истинности по введенной логической формуле, строить ее СКНФ и СДНФ; ресурс «Переводчик азбуки Морзе онлайн» <https://calcsbox.com/post/perevodcik-azbuki-morze-onlajn.html> – получать закодированное представление фразы, записанное на русском языке.

Математические среды для вычислений представлены онлайн-калькуляторами (например, «Сложение чисел онлайн» <http://сложение-чисел.рф/>, Planetcalc<https://planetcalc.ru/> и др.).

Также к цифровым средствам образовательного назначения курса отнесены *специальные* средства, которые имеют широкий функционал для решения различных информационных, просветительских, прикладных задач, но которые в рамках учебного курса используются как средства обучения. Это сервисы официальных и научно-популярных ресурсов сети интернет и прикладные программные комплексы. Ко вторым, например, отнесены программный комплекс «Начала Электроники» https://cxem.net/software/beginnings_electronics.php, конструктор логических схем MultimediaLogic (MMLogic) <https://i5t.ru/skachatpo/97-konstruktor-logicheskikh-skhem>, графический редактор для рисования формул органических веществ Acetyl (автор – В.А. Абрамов) <https://acetyl.ru/o/a32r1a1.php>, ресурс «Анаграммы: помощник, составление слов из букв, составление анаграмм Online» https://anagram.poncy.ru/?inword=строка&answer_type=1 и др. Онлайн-программный комплекс «Начала Электроники» создан с целью имитирования на компьютере процесса сборки электрических схем. Конструктор логических схем MultimediaLogic (MMLogic) – это бесплатная программа, с помощью которой можно моделировать логические схемы любой сложности; на сайте фирмы Softronix автором GeorgeMills размещены исполняемый файл программы и ее исходные тексты.

Учебно-методические средства ЦОС программно-технологического блока МФИМК – организационно-методические средства и учебные средства. *Организационно-методические средства* содержат необходимые методические материалы для учителя, а также материалы для организации процесса обучения в рамках реализации МФИМК: рабочая программа, календарно-тематическое планирование (КТП), учебный журнал,

методические рекомендации, журнал и инструктаж по ТБ, технологические карты занятий и дорожные карты проектных и исследовательских работ. В качестве *учебных средств* для ЦОС МФИМК выделены учебные пособия, прочие дидактические материалы – карты, словари, дополнительная литература, листы рефлексии, рабочая тетрадь и ЦОР.

Цифровые образовательные ресурсы ЦОС программно-технологического блока МФИМК – большой спектр ЦОР следующих видов: информационные, демонстрационные, контролирующие, исследовательские, расчетные, которые также может подобрать учитель самостоятельно, ориентируясь на отобранные цифровые образовательные средства МФИМК.

Не отказываясь от всего арсенала накопленного методической наукой средств, в качестве третьей составляющей программно-технологического блока МФИМК предлагается *многоуровневая веерная система математических задач*, предъявляемых таким образом, чтобы системное использование ЦОС являлось необходимым и достаточным условием их решения [233].

Разделяя точку зрения, высказанную в работах Н. Н. Тулькибаевой [200], в которых задачи рассматриваются как средство формирования компетентностей, подчеркнем, что у задачи и ее решения в условиях информатизации появляется новая функция – информационно-коммуникативная: задача и ее решение становятся средством информации.

Учитывая выделенные теоретические основания разработки МФИМК, были определены следующие *принципы построения системы математических задач МФИМК* (Таблица 6).

Таблица 6. Принципы построения системы математических задач модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

Наименование принципа	Содержание принципа
-----------------------	---------------------

фундаментализации	глубина и прочность усвоения фундаментальных математических знаний
информатизация	необходимость и возможность обучения в условиях ЦОС
интегативности	демонстрация связей между математикой и другими дисциплинами, рассмотрение задач на приложения, ориентация на формирование целостной картины мира
самореализации	развитие и реализация способностей школьников, их самостоятельной мыслительной и творческой деятельности
соответствия функциям задач	задача отражает действия, адекватные тем ИМ-компетенциям, которыми овладевают школьники в процессе обучения
соответствия уровням сложности задач	подбор задач, исходя из сложности соответствующего уровня

Система математических задач построена таким образом, чтобы обеспечивались, с одной стороны, методическая оправданность полного погружения в ЦОС, а с другой – рассмотрение содержания на уровне классических математических методов. При этом выделенная дуальность дополняется акцентом на демонстрацию межпредметных связей, ориентацией на формирование естественно-научной картины мира, создание условий для самореализации школьников в процессе решения математических задач. В основе формирования системы математических задач – дидактическая возможность и целесообразность использование ЦОС для работы с ИМ-моделями, рассматриваемыми в задачах, и исследование этих моделей с точки зрения математики.

Уровни предлагаемой системы математических задач выстроены с учетом возможности формирования соответствующих уровней ИМ-компетентности школьников. Основываясь на выделенных уровнях формирования ИМ-компетентности, были выделены следующие пять уровней *многоуровневой веерной системы математических задач (МВСМЗ)*: пропедевтический, начальный, базовый, оптимальный, творческий [233].

Опишем уровни построенной МВСМЗ.

1. *Пропедевтический. Задачи на восприятие и усвоение информации, представленной с помощью цифровых средств ЦОС.* Безусловно, цифровые ресурсы ЦОС можно использовать для предъявления учебной информации на

всех уровнях, но так как умение добывать информацию, представленную в различных формах, является важным умением человека в условиях цифрового мира, то задачи такого типа были отнесены к первому уровню формирования ИМ-компетентности. То есть речь идет о восприятии и усвоении математической информации, представленной одним из видов ИМ-моделей, – учим искать и анализировать мультимедийную, в том числе, распределенную, информацию. *Возможные варианты формулировок задач:* найти информацию в сети интернет, проанализировать информацию, представленную в текстовом фрагменте, изображении, видео, аудио-фрагменте; используя информацию, представленную на диаграмме, выявить; воспользовавшись таблицей, узнать; с помощью интерактива расставить в правильном порядке и пр.

2. *Начальный. Задачи, в которых ИМ-модель выделена явно, ее представление и анализ производится указанными цифровыми средствами ЦОС.* Здесь необходимо перейти от модели, в явном виде указанной в задаче, к представлению другими видами ИМ-моделей, используя указанные цифровые средства ЦОС. *Возможные варианты формулировок задач:* изобразить в тетради и с помощью цифрового ресурса; заполнить таблицу в текстовом редакторе; изобразить в графическом редакторе дерево введенных в теме понятий; найти решение задачи, построив график функции/систему линейных уравнений/неравенств с помощью виртуальной лаборатории и пр.

3. *Базовый. Задачи, в которых ИМ-модель не выделена явно, ее построение и анализ производится указанными цифровыми средствами ЦОС.* Предполагается, что в условии задачи ИМ-модель выделена на уровне словесного описания, школьникам необходимо ее перевести в другой вид, необходимый для представления в указанной цифровой среде для ее анализа. *Возможные формулировки:* с помощью программы Графоанализатор найдите решение задачи; найдите решение задачи, используя табличный процессор MS Excel; найдите решение задачи, построив диаграмму в среде табличного процессора MS Excel; решите задачу графическим способом и проверьте

правильность своего решения, используя возможности виртуальной лаборатории Desmos и пр.

4. *Оптимальный. Задачи, в которых ИМ-модель не выделена явно, ее построение, анализ и исследование производится самостоятельно выбранными цифровыми средствами ЦОС.* В задании не указывается, какими точно цифровыми средствами необходимо воспользоваться для решения задачи. Школьники переходят от словесного описания, данного в условии задачи, к составлению ИМ-модели, при этом выбирая из нескольких возможных вариантов с учетом дальнейшего использования оптимальных цифровых средств. *Возможные варианты формулировок задач:* исследуйте построенную по условию задачи математическую модель с помощью цифровых средств и найдите решение задачи; сравните варианты, решив задачу несколькими способами с помощью специальных приложений; найдите оптимальный способ решения задачи с помощью специальных приложений и пр.

5. *Творческий. Задачи (в том числе задания проектных и исследовательских работ), постановка которых, построение ИМ-модели и ее исследование, а также представление результатов производится обучающимися с помощью самостоятельно выбранных цифровых средств ЦОС.* На основе выявленной необходимости школьники самостоятельно формулируют проблему, строят и исследуют модель цифровыми средствами, наиболее оптимальными для данного исследования, выявляют ответ в процессе решения и представляют его в выбранных программных средах. *Возможные варианты формулировок заданий:* на основе изученного материала с помощью цифровых средств создайте авторский информационный продукт по истории изучаемого вопроса, на основе всестороннего изучения вопроса с помощью доступных цифровых ресурсов предложите собственный вариант решения проблемы и пр.

Каждый уровень представлен *веером* рассматриваемых задач: чисто математические и задачи на приложения. В качестве задач второго типа мы рассматриваем задачи межпредметного содержания (задачи с содержанием, связанным с естественными дисциплинами, с техническими и точными дисциплинами, с социально-гуманитарными дисциплинами) и внепредметного содержания (задачи с социально-бытовым содержанием, поставленные общественной практикой).

Отбор методов, форм и способов обучения математике в рамках рассматриваемого учебного курса происходит с учетом возможностей достижения поставленных целей обучения и с учетом возможностей, предоставляемых форматом проведения внеурочной деятельности в школе.

В качестве *интерактивных методов обучения* математике в рамках реализации МФИМК были отобраны следующие: игровой метод, метод разнонаучного видения, метод проектов, метод коллаборативного обучения, мозговой штурм.

Игровой метод при обучении математике в рамках МФИМК применяется в ходе моделирования социально-экономических ситуаций, приближенных к реальным, в рамках совместной деловой игры, а также при включении школьников в индивидуальную учебно-познавательную деятельность в рамках ролевой игровой стратегии. Этот метод также используется в ходе реализации педагогических игровых упражнений (математические конкурсы, состязания и пр.).

Метод разнонаучного видения используется в МФИМК для изучения проблемы с позиций разных наук и социальных практик: области применения изучаемых объектов и явлений, исследование их способами, характерными для разных наук и пр.

Метод проектов позволяет включать школьников в учебно-исследовательскую работу над индивидуальным или групповым проектом по выбранной теме, в процессе которого обучающиеся самостоятельно отбирают,

анализируют и используют необходимую информацию, учатся взаимодействовать в учебных группах, развивают исследовательские навыки, навыки презентации разработанного продукта, системное мышление. Близким к методу проектов является *метод изобретений*, позволяющий школьникам с новых точек зрения посмотреть на известные факты, придумать собственные законы, устройства, социальные, экологические и др. практики.

Метод коллаборативного обучения в МФИМК предполагает использование механизмов организации совместной групповой работы обучающихся по решению проблемы в условиях ЦОС.

Мозговой штурм направлен на генерирование идей обучающимися по решению проблемной задачи в ходе свободного обмена мнениями. Этот метод обучения также построен на идее совместного обучения, его использование активизирует дух соревновательности, снимает страхи ошибочного суждения у школьников, активизирует мыслительную деятельность. Полем для фиксации предлагаемых решений может служить сервисы создания интеллектуальных карт.

В качестве актуальных *форм обучения математике* в состав МФИМК отобраны следующие: деловые игры, веб-квесты, выполнение веб-проектов, математические конкурсы и соревнования, цифровые лабораторные работы, ученические научно-практические конференции.

Имитационные *деловые игры* организуются в рамках МФИМК с привлечением онлайн-платформ для совместной учебно-познавательной деятельности (например, используется онлайн-платформа Miro <https://miro.com>), индивидуальные *ролевые игры* школьников организуются с применением следующих онлайн-сервисов: *веб-квесты* Learnis – <https://www.learnis.ru/>, *интерактивный математический лабиринт* Wordwall – <https://wordwall.net/ru/create/picktemplate>, *интерактивные рабочие листы* Interacty – <https://interacty.me/projects/604b68deee84a01f> и пр.).

Образовательный веб-квест – ролевая игра-путешествие персонажей к определенной цели через преодоление трудностей, содержащая набор учебных заданий и реализованная на онлайн-платформе. При конструировании веб-квеста Learnis учитель может выбрать его тематику и локацию, наполнить квест математическим образовательным контентом. Задача школьника – «выбраться из комнаты», решив предлагаемые задачи. В ходе участия в квесте обучающиеся включаются в индивидуальную самостоятельную учебно-познавательную деятельность, учатся находить несколько способов решения проблемной ситуации, определять наиболее рациональный вариант.

Интерактивный математический лабиринт можно рассматривать как определенную разновидность веб-квестов, для персонажа в данном случае важно достичь цели, верно выбирая траектории движения. Решая математические задачи при работе с сервисом Wordwall, школьники должны выбрать правильный ответ на предлагаемый вопрос, при этом проявить сообразительность, определенную ловкость и креативность, чтобы не встретиться с негативными персонажами лабиринта.

Под *лабораторными работами* будем понимать один из видов самостоятельной практической и исследовательской работы школьников по предмету с целью углубления и закрепления теоретических знаний, развития навыков самостоятельного экспериментирования [242]. Такие работы в рамках МФИМК могут быть организованы с помощью рассмотренных ранее математических интерактивных систем или электронных таблиц. Перед началом работы школьники должны пройти инструктаж по технике безопасности и функциональным возможностям цифрового сервиса. Учитель заранее подготавливает алгоритм действий школьников и таблицы для занесения результатов работы с ЦОР, сопровождает и консультирует обучающихся в ходе выполнения заданий. В конце работы общий итог обсуждается и выводы записываются в тетрадь.

Обучение, полностью организованное в рамках ЦОС, предоставляет возможность использовать различные способы обучения – как индивидуальное, так и групповой и коллективный способ (в зависимости от способа использования цифровых устройств).

Под *стратегией обучения*, вслед за И. Ю. Тархановой, в настоящем исследовании понимается качественно определенное содержание процесса взаимодействия обучающего и обучаемых, касающееся правил, средств, форм деятельности, а также позиций участников взаимодействия. Стратегия обучения МФИМК определяет некоторые рамки, в которых будет выстроен процесс обучения, является более широким понятием, чем «образовательная технология».

Следует отметить, что все выделенные стратегии (*Рисунок 2, Рисунок 5*) реализуются в рамках ЦОС на базе МВСМЗ. Эти два компонента программно-технологического блока МФИМК являются инвариантными, а методы и формы обучения – вариативными, их комплексное применение обеспечивает спектр рассматриваемых стратегий обучения [230, 213, 221, 222, 231, 240, 241, 244].

Диагностический блок МФИМК (*Рисунок 6*) рассмотрен в главе 3.

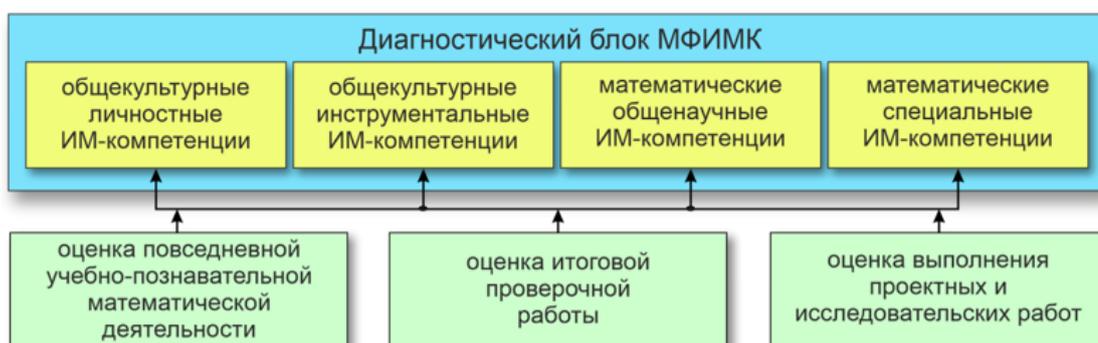


Рисунок 6. Диагностический блок модель формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

Представленная МФИМК была реализована в рамках учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира».

2.2 Содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»

Для выяснения актуальности разработки программы курса, отвечающих целям МФИМК, были проанализированы Федеральные рабочие программы по математике и информатике для 7-9 классов [19, 20, 21, 22], статистику результатов сдачи ЕГЭ обучающимися по математике и информатике [116, 270]. Анализ показал востребованность изучения школьниками отобранного математического содержания.

Были рассмотрены имеющиеся на сегодняшний день учебные курсы внеурочной деятельности предлагаемого математического содержания. Так как ряд рассматриваемых вопросов имеет тематическое пересечение с математическими основами информатики, то были проанализированы соответствующие учебные курсы внеурочной деятельности по математике и информатике для 7-9 классов. Анализ показал, что существуют разработанные практикующими учителями математики и информатики программы курсов внеурочной деятельности, в которых рассматриваются вопросы, посвященные лишь отдельным аспектам рассматриваемой математической теории, вопросам приложений математики для расширения и углубления математических знаний школьников, а также отдельные вопросы математических основ информатики, практического использования цифровых средств, ориентированные на углубленное изучение информатики. Также существует ряд учебных и учебно-методических пособий, в которых рассматриваются отдельные вопросы, связанные с темой исследования [68, 96, 122, 129, 134, 141, 158, 205 и др.]

Заметим, что для обучающихся 10-11 классов существуют разработанные элективные курсы, рассматривающие углубленные вопросы математических основ информатики. Так, например одноименный курс Е. В. Андреевой, Л. Л. Босовой, И. Н. Фалиной [30] предлагает к изучению, в том числе следующие разделы тем: «Системы счисления», «Введение в алгебру логики». Однако указанные вопросы, во-первых, рассчитаны на подготовку обучающихся 10-11 классов, а во-вторых, не рассматриваются в курсе с точки зрения математики. Также были проанализированы программы учебных курсов внеурочной деятельности по информатике, которые в основном, нацелены на приобретение специальных знаний и умений в области владения цифровыми ресурсами [94]. Таким образом, программа курса, отвечающая целям МФИМК, отсутствует

Содержание курса отражено в программе курса «Математика – основа цифрового мира», тематическом планировании курса в двух вариантах (36 часов и 72 часа в год), представлено теоретическими материалами и системой математических задач, предложенных в разработанном учебном пособии [228].

В рамках курса рассматриваются следующие ИМ-модели: знаковые (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковые (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа). Предлагаемые в курсе математические задачи предполагают исследование указанных ИМ-моделей. Представим содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» для школьников 8-9 классов (*Таблица 7*).

Таблица 7. Содержание учебного курса внеурочной деятельности
«Математика – основа цифрового мира» для школьников 8-9 классов

Разделы	Подразделы	Темы	Рассматриваемые вопросы
Вопросы ИМ-моделирования			Виды ИМ-моделей. Применения математики в цифровом мире: в науке, технике, повседневной жизни
Знаковые модели	Понятие знаковых моделей		Примеры знаковых моделей в литературе, биологии, химии, музыке, математике и пр.
	Коды	Код как знаковая модель	Способы кодирования информации: графический, числовой, символьный. Примеры. Шифрование и кодирование. Шифры подстановки и шифры перестановки.
		Исторические шифры	а) Простейшие подстановочные шифры (шифры простой замены): диск Энея, квадрат Полибия, шифр Атбаш, шифр Цезаря, тарабарская грамота. Решение задач. б) Полиалфавитные подстановочные шифры. Шифр Тритемиуса, таблица Виженера. Решение задач. с) Простейшие шифры перестановки. Скитала (шифр Древней Спарты). Шифрующие таблицы, маршрутная транспозиция, постолбцовая транспозиция, решетка Кардано, магические квадраты. Решение задач.
		Математические аспекты теории защиты информации.	а) Открытый текст, шифротекст, шифрование, дешифрование. Шифрующее преобразование, дешифрующее преобразование. Сравнение по модулю m . Определение. Свойства сравнений. Методы решения сравнений. Примеры. Решение задач. б) Аффинные криптосистемы. Аффинное преобразование с ключами a и b . Линейное преобразование $f(x) \equiv ax \pmod{N}$. Теорема о линейных сравнениях. Условие существования дешифрующего преобразования. Теорема Эйлера. Неподвижные элементы при данном шифрующем преобразовании. Решение задач.
	Выполнение проектных и исследовательских работ подраздела «Коды».		
Системы счисления	Общие сведения о системах счисления	Виды систем счисления (унарные, позиционные, непозиционные). Представление числа в различных системах счисления как знаковая модель. Примеры (позиционные: двоичная – в дискретной математике, информатике, программировании, троичная, восьмеричная, десятичная – используется повсеместно, двенадцатеричная – счет дюжинами, шестнадцатеричная – в программировании, информатике, шестидесятеричная – при определении времени и пр.;	

			непозиционные: биномиальная система счисления, <i>римская система счисления</i> и пр.; смешанные: факториальная система счисления и пр.).
		Исторические сведения о системах счисления	a) Египетская непозиционная иероглифическая нумерация. b) Римская система счисления. c) Шестидесятеричная система счисления Вавилона. d) Индийское, а затем арабское происхождение современной десятичной системы счисления. e) Двенадцатеричная система счисления в России и в Англии. f) Пятеричная система счисления во Франции и ряде скандинавских стран. g) «Арифметика, сиречь наука числительная» Л.Ф. Магницкого. h) Двоичная система счисления в информатике
		Представление целых чисел в произвольной системе счисления	Основные определения, решение задач. Единственность представления натурального числа в g -ичной системе счисления
		Арифметические операции с целыми систематическими числами	<i>Алгоритмы сложения, вычитания, умножения, деления; таблицы сложения, умножения.</i> Решение задач
		Способы перевода чисел из одной системы счисления в другую	<i>Способ перевода чисел через десятичную систему счисления, способ умножения, способ деления, способ перевода чисел из системы с основанием g в систему с основанием g^k.</i> Решение задач
		Признаки делимости	Три группы признаков делимости (если $d \mid g^k$, если $d \mid g^k - 1$, если $d \mid g^k + 1$). Примеры. Решение задач
		Выполнение проектных и исследовательских работ подраздела «Системы счисления».	
	Логические модели алгебры высказываний	Логические модели. Формулы алгебры высказываний	Примеры из различных областей знаний. <i>Логика высказываний. Логические операции над высказываниями: отрицание (унарная операция), конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность (бинарные операции).</i> Пропозициональные (высказывательные) переменные. Решение задач. Тавтология, противоречие. Выполнимые, опровержимые формулы. Равносильные формулы. <i>Основные эквивалентные соотношения (законы).</i> Эквивалентные преобразования формул. Примеры. Решение задач
Совершенные нормальные формы		Формулы, обладающие свойствами совершенства. Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ). Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ). Конъюнктивная нормальная форма	

			(КНФ). Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ). Алгоритмы построения СДНФ и СКНФ по таблице истинности. Алгоритмы получения СДНФ и СКНФ формул с помощью равносильных преобразований. Проблема разрешимости. Критерий истинности формулы алгебры логики. Критерий ложности формулы алгебры логики. Примеры. Решение задач
		Различные приложения алгебры высказываний	Приложения алгебры высказываний к логико-математической практике, упрощение систем высказываний, физический смысл логических действий, элементы схемотехники. Решение задач.
		Выполнение проектных и исследовательских работ подраздела «Логические модели алгебры высказываний»	
	Аналитические оптимизационные модели	Моделирование в задачах на оптимизацию	Примеры аналитических моделей в математике, химии, биологии, физики. Этапы ИМ-моделирования на примере работы с аналитическими моделями.
		Системы линейных неравенств с двумя переменными как аналитическая модель	Графический способ решения системы линейных неравенств с двумя переменными. Примеры. Решение задач
		Понятие о задаче линейного программирования, целочисленного линейного программирования	Графический способ решения задач целочисленного линейного программирования с двумя переменными. Примеры. Решение задач. Решение задач на оптимизацию с помощью электронных таблиц (настройка «Поиск решения»/ «Решатель»)
		Выполнение проектных и исследовательских работ подраздела «Аналитические оптимизационные модели»	
Наглядно-знаковые модели	Наглядно-знаковые модели		Понятие наглядно-знаковой модели. Примеры моделей из различных областей науки и повседневной жизни
	Графы	Понятие графа. Граф как наглядно-знаковая модель	<i>Элементы графа.</i> Примеры из различных областей наук и повседневной жизни. Свойства графов (лемма о рукопожатиях, о количестве вершин нечетной степени любого графа, о существовании по крайней мере двух вершин, имеющих одинаковую степень в любом графе на n вершинах). Основные операции над графами (взятие подграфа, взятие дополнения, уничтожение ребра, уничтожение вершины). Изоморфные графы. Решение задач. Нуль-граф. Полный граф. Число ребер нуль-графа и полного графа на n вершинах. <i>Маршрут, путь, цикл в графе. Связанные вершины, связный граф, связные компоненты, мост</i>

		Деревья	<i>Понятие дерева. Элементы дерева. Остов. Бинарное дерево. Код Прюфера. Примеры деревьев из различных областей наук. Построение генеалогического древа</i>
		Ориентированные, неориентированные, смешанные графы	<i>Примеры их различных областей наук и повседневной жизни. Полустепень захода вершины, полустепень исхода вершины, степень вершины. Теорема о сумме полустепеней захода всех вершин орграфа. Теорема об образовании ориентированного цикла. Теорема о существовании простого ориентированного пути, проходящего через все вершины графа. Взвешенный граф. Вес ребра. Матрица смежности. Матрица инцидентности. Матрица расстояний. Матрица достижимости. Матрица весов. Способы представления графа. Решение задач</i>
		Плоские графы	<i>Грань, граница, степень грани, соседние грани, перегородка плоского графа. Формула Эйлера для плоского представления связного плоского графа без перегородок. Теорема о количестве ребер связного плоского графа без перегородок, имеющего не менее трех вершин. Теорема о минимальной из степеней вершин графа. Примеры. Решение задач</i>
		Регулярный граф	<i>Необходимые и достаточные условия существования k-регулярного графа на n вершинах. Примеры. Решение задач</i>
		Двудольный граф	<i>Полный двудольный граф. Критерий двудольности графа. Примеры. Решение задач</i>
		Эйлеров граф	<i>Эйлеров цикл в графе. Эйлеров граф. Критерий эйлеровости графа. Эйлеров путь. Полуэйлеров граф. Критерий полуэйлеровости графа. Примеры. Решение задач.</i>
		Гамильтонов граф	<i>Гамильтонов цикл в графе. Гамильтонов граф. Теорема о полном графе K_n. Достаточное условие гамильтоновости графа. Гамильтонова цепь. Примеры. Решение задач</i>
		Раскраска графа	<i>Раскраска вершин графа</i>
		<i>Выполнение проектных и исследовательских работ подраздела «Графы»</i>	
Статистические таблицы и графики (*)	Таблицы, графики, диаграммы как наглядно-знаковые модели	<i>Использование таблиц, графиков и диаграмм при обработке статистических данных. Понятие о математической статистике. Основные элементы статистических таблиц. Виды статистических таблиц (простые, сложные, групповые, комбинационные), их значение и использование в экономических исследованиях. Требования, предъявляемые к составлению и оформлению таблиц. Построение статистических таблиц с помощью цифровых средств. Примеры. Решение задач.</i>	
	Генеральная совокупность и выборка	<i>Объем выборки. Репрезентативная и нерепрезентативная выборка. Статистическая совокупность. Единица совокупности, признак, варианта. Объем совокупности. Группировка. Примеры. Решение задач</i>	

		Ряд распределения. Вариационный ряд	Ранжированный вариационный ряд. <i>Частоты, относительные частоты (частости)</i> . Кумулятивный вариационный ряд. Дискретный и интервальный (с равными и неравными интервалами) вариационные ряды. Примеры. Решение задач
		Описательная статистика	Сущность, значение и условия применения средних величин. Виды средних величин: простая средняя, взвешенная средняя, средняя гармоническая, <i>средняя геометрическая, средняя арифметическая</i> , средняя квадратическая. Структурные средние: <i>медиана, мода</i> для дискретного и интервального рядов с равными и неравными интервалами. Показатели вариации: <i>наименьшее и наибольшее значения, размах, полуразмах</i> , середина интервала значений, среднее линейное отклонение, <i>дисперсия, среднеквадратическое отклонение</i> . Примеры. Решение задач.
		Графические методы в статистике	Статистический график, его элементы. Виды статистических графиков: графики показательного типа и аналитические графики в статистике. Диаграммы сравнения: <i>столбиковые диаграммы, ленточные (полосовые), диаграммы-линии (графики), направленные диаграммы, диаграммы числовых отклонений, диаграммы-области, фигуры-знаки</i> . Структурные диаграммы: <i>секторная диаграмма</i> . Диаграммы динамики: <i>радиальные диаграммы</i> . Построение статистических графиков с помощью электронных таблиц. Примеры. Решение задач
		Графическое представление рядов распределения	Полигон, <i>гистограмма</i> , кумулята, огива, график эмпирической функции распределения, <i>диаграмма рассеяния</i> . Примеры. Решение задач.
		Выполнение проектных и исследовательских работ подраздела «Статистические таблицы и графики»	
Фигурные числа (*)	Определение и простейшие свойства	Определение фигурных чисел. Примеры. Фигурные числа как знаковая модель. Геометрическая интерпретация. Простейшие свойства. Примеры. Решение задач. Фигурные числа в нашей жизни.	
	Теоремы, связанные с фигурными числами	Формула Теона, формула Диофанта и др. Таблица Пифагора. Треугольник Пифагора. Соотношения между треугольными и квадратными числами. Примеры. Решение задач.	
	Центральные многоугольные числа	Понятие центральных чисел. Теорема о центральном треугольном числе, равном сумме трех последовательных треугольных чисел. Теорема о центральном квадратном числе, равном сумме двух последовательных квадратных чисел. Теорема о центральном шестиугольном числе, равном разности двух последовательных кубических чисел. Геометрическая интерпретация центральных многоугольных чисел. Примеры. Решение задач.	

		Пространственные фигурные числа.	<p>Понятие о пространственных фигурных числах. Теорема о n-м квадратном пирамидальном числе.</p> <p>Теорема о представлении любого квадратно-пирамидального числа в виде суммы двух последовательных тетраэдральных чисел. Составление таблицы пирамидальных чисел.</p> <p>Геометрическая интерпретация пространственных фигурных чисел. Примеры. Решение задач.</p>
Выполнение проектных и исследовательских работ подраздела «Фигурные числа».			
<p><i>(*) Разделы «Статистические таблицы и графики» и «Фигурные числа» являются вариативными, включение того или иного из указанных подразделов в содержание учебного курса относится к компетенции учителя</i></p>			

Выделенное содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» позволяет на основе выделенных в МФИМК принципов сформулировать задачи МВСМЗ.

2.3 Многоуровневая верная система математических задач как основа формирования информационно-математической компетентности школьников

В программно-технологическом блоке МФИМК определена структура многоуровневой верной системы математических задач (МВСМЗ). Всего разработана 231 задача. Уровни МВСМЗ соответствуют уровням формирования ИМ-компетентности школьников, верность обеспечивается рассмотрением различных типов задач. Представим *типы* математических задач МВСМЗ (Таблица 8).

Таблица 8. Типы математических задач многоуровневой верной системы математических задач модели формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике

Типы задач по характеру объектов предметной области	Типы задач по характеру связей с другими дисциплинами и практикой	Особенность сюжетного содержания	Связи математики с другими дисциплинами и практикой
Чисто математические задачи (ММ)			
Задачи на приложения	Межпредметного содержания	задачи с содержанием, связанным с естественными дисциплинами (МЕ)	физика (МЕФ)
			астрономия (МЕА)
			химия (МЕХ)
			биология (МЕБ)
			география (МЕГ)
			основы медицинских знаний и валеология (МЕМ)
		задачи с содержанием, связанным с техническими и точными дисциплинами (МТ)	информатика (МТИ)
			схемотехника (МТС)
			технология (МТТ)
			экономика (МГЭ)

		задачи с содержанием, связанным с социально-гуманитарными дисциплинами (МГ)	управление (МГУ)
			юриспруденция (МГЮ)
			лингвистика (МГЛГ)
			литература (МГЛТ)
			история (МГИ)
культурология (МГКИ)			
	Внепредметного содержания	задачи с социально-бытовым содержанием, поставленные общественной практикой (МБ)	

Представим примеры веера задач МВСМЗ оптимального уровня подраздела «Наглядно-знаковые модели. Графы» учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира».

А. Представим *чисто математическую задачу*.

Задача 1 (МВМ). Постройте в тетради 2 графа по заданной самостоятельно матрице смежности, следующие 2 графа – по заданной самостоятельно матрице инцидентности. Проверьте свое решение с помощью известного вам цифрового средства для работы с графами. Выявите свойства построенных графов. Объедините первые два построенных графа G_1 и G_2 , получите граф G . Докажите, что пустой граф, построенный на вершинах графа G , является объединением пустого графа, построенного на вершинах графа G_1 и пустого графа, построенного на вершинах графа G_2 . Приведите другие примеры объединения графов.

В. Представим *задачи на приложения*.

1. *Задачи межпредметного содержания*.

1.1 *Пример задачи с содержанием, связанным с естественными дисциплинами*.

Задача 2 (МЕХ). Структурная химия – область химии, изучающая связь различных физических и физико-химических свойств веществ с их химическим строением и реакционной способностью. Для ученых этой области, например, несомненный интерес представляет возможность применения теории графов к изображению структур насыщенных (предельных) углеводородов. Углеродный скелет (углеродная цепь) – это последовательность всех химически связанных между собой атомов углерода.

Если в качестве вершин графа отобразить атомы углеродных скелетов без атомов водорода, то полученный граф можно назвать молекулярным графом (вершины – атомы молекулы, ребра – химические связи между атомами).

Подберите цифровое средство-графический редактор для изображения формул органических веществ и удобную для вас программу-графоанализатор. Изобразите в «химическом» редакторе формулы бутана, изобутана, циклобутана, выясните химические свойства и способы получения этих веществ. В программе-графоанализаторе изобразите схемы этих веществ в виде графов. Выясните свойства построенных графов, постройте графы дополнения, определите виды построенных графов. Установите, изоморфны ли эти графы. С помощью возможностей программы-графоанализатора проверьте свой ответ. Узнайте, как называется в химии явление существования веществ с одинаковым составом, но различным строением.

1.2 Пример задачи с содержанием, связанным с техническими и точными дисциплинами.

Задача 3 (МТИ). Для обмена данными в компьютерной сети существуют линии связи. Известны три основные структуры (топологии) компьютерных сетей, которые представляют собой разные схемы соединений между компьютерами: общая шина, звезда, кольцо. Из дополнительной литературы выясните, как выглядят такие схемы, представьте их в виде графов, используя выбранное программное обеспечение. Придумайте математические задачи для исследования полученных графов, решите задачи.

1.3 Примеры задач с содержанием, связанным с социально-гуманитарными дисциплинами.

Задача 4 (МГЛГ). Составьте всевозможные осмысленные перестановки из букв слова "строка". Выберите цифровое средство, позволяющее изобразить дерево решения. По определению докажите, что построенный граф – дерево. В построенном дереве укажите корень, листья. Найдите количество вершин и ребер, проверьте справедливость соответствующей теоремы,

проверьте свое решение с помощью выбранной программы – графоанализатора. Найдите код Прюфера для дерева.

Выясните, как называется литературный прием, состоящий в перестановке букв или звуков определенного слова (или словосочетания), в результате чего получается другое слово или словосочетание. Выберите цифровое средство, позволяющее автоматически получать осмысленные перестановки из букв слова (имена существительные: собственные и нарицательные). Проверьте, все ли слова вы составили. Узнайте значения незнакомых вам слов.

Задача 5 (МГИ, МГКИ, МЭЭ). Задача коммивояжера (разъездной посредник, разъездной торговый агент какой-либо фирмы, предлагающий покупателям товары по образцам из каталога) или задача странствующего торговца. Это одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации, заключающаяся в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города по одному разу с последующим возвратом в исходный город. В условиях задачи указывается критерий выгодности маршрута (кратчайший, самый дешевый, совокупный критерий и т.п.) и соответствующие матрицы расстояний, стоимости.

Предложите условие и решите задачу коммивояжера для взвешенного графа G , изображенного на рисунке (Рисунок 7). Постройте матрицы смежности, инцидентности, расстояний, весовую матрицу. Выясните, к какому виду относится построенный граф, докажите. Укажите свойства построенного графа, вычислите степени вершин. Исследуйте граф на наличие циклов. Проверьте свое решение с помощью выбранных цифровых средств.

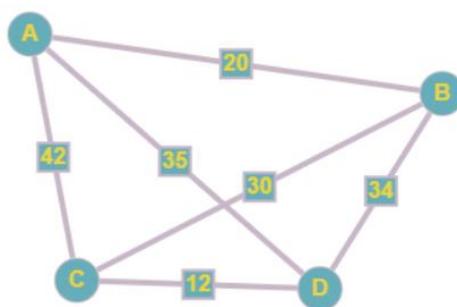


Рисунок 7. Граф G , предложенный в условии задачи 5

Найдите в свободных источниках историю постановки и способы решения задачи, возможности применения алгоритмов ее решения в сегодняшней жизни. Выясните отражение понятия «коммивояжер» в искусстве. Выберите одно из направлений, сделайте сообщение о связи математики и искусства.

2. Представим задачу *внепредметного содержания*.

Задача 6 (МБ). Как вы знаете, в нашей школе был объявлен конкурс на самое интересное решение оформления школьного фойе. Победил проект, использующий узоры, которые можно с точки зрения математической теории рассматривать как графы. В настоящее время решается вопрос о подборе цветового решения оформления узоров. Один из вариантов решения – раскрасить таким образом, чтобы не нашлось двух смежных вершин одного цвета. Сколько красок потребуется, чтобы правильно раскрасить вершины узора в виде: а) полных графов K_4 , K_5 , K_6 ; б) произвольного дерева; в) графа, являющегося циклом, C_n ; г) графа $K_{n,n}$? Проверьте свое решение с помощью выбранного цифрового ресурса. Предложите получившееся цветовое решение для оформления.

Далее представлены задачи отдельных тем курса, относящиеся к различным уровням МВСМЗ.

Задачи пропедевтического уровня МВСМЗ учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» ориентированы на проверку уровня восприятия и усвоения специальной математической информации курса, предполагают наличие простейших навыков школьников в направлении использования указанных ЦОР.

Раздел «Знаковые модели. Системы счисления» (тема «Признаки делимости»).

Задача 8 (ММ1). Изучите материалы по теме «Признаки делимости» для чисел, представленных в различных системах счисления, и определите, в соответствии с каким признаком одно число делится на другое, выполнив задания ресурса <https://learningapps.org/display?v=pkxy30rmj21>

Предложенная задача нацелена на проверку понимания школьниками признаков делимости чисел, умения выбирать необходимый признак для доказательства делимости конкретных чисел. В окне программы – три поля, в которых можно увидеть формулировку признаков делимости чисел. Выпадающие в произвольном порядке задания необходимо классифицировать в соответствии с принадлежностью тому или иному признаку делимости. Для решения задачи необходимы простейшие навыки работы с ЦОР.

Задачи начального уровня МВСМЗ учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» предполагают работу с представленной в условии ИМ-моделью. Школьникам необходимо, используя специальные математические знания и умения, решить задачу в рамках предлагаемой модели, а затем проверить правильность полученного ответа, воспользовавшись возможностями указанного в задаче цифрового ресурса. Это могут быть ресурсы, созданные учителем в среде графического редактора Paint, текстового процессора MS Word, в среде табличного процессора MS Excel или цифровые ресурсы сети интернет специального математического назначения (онлайн калькулятор Progr@m4you, онлайн калькулятор Calculatori.ru, графический редактор Desmos, графоанализатор GraphOnline, программа Графоанализатор 1.3). Необходимые цифровые умения школьников: простейшие умения работы с готовым цифровым ресурсом в указанных программах. Также требуются умения анализировать и использовать распределенную мультимедийную информацию, представленную в различных формах.

Подраздел «Знаковые модели. Коды» (тема «Сравнения по модулю m »).

Задача 9 (ММ2). Решите сравнение $5x \equiv 3 \pmod{11}$ двумя способами: с использованием теоремы Эйлера и с помощью свойств сравнений. Проверьте ответ, используя прилагаемую программу «Решение сравнений первой степени», выполненную в среде табличного процессора MS Excel (*Рисунок 8*).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Решение сравнений вида $ax \equiv b \pmod{N}$, если $(a,N)=1$								
2	a	5							
3	b	3							
4	N	11							
5									
6	Введите значение функции Эйлера $\phi(N)$:				10	https://umath.ru/calc/euler-function/			
7									
8	x	5							

Рисунок 8. Пример разработанного ЦОР для решения задачи 9

Задача предполагает наличие знаний и умений школьников по теории сравнений, умений решать сравнения с помощью теоремы Эйлера, и с помощью свойств сравнений. После выполнения решения в тетради предполагается работа обучающихся с разработанным учителем в среде табличного процессора MS Excel цифровым ресурсом: в выделенные ячейки необходимо записать значения параметров $a=5$, $b=3$, $N=11$, заданные в условии. Для того чтобы воспользоваться способом решения сравнений с помощью теоремы Эйлера, необходимо вычислить функцию Эйлера $\phi(11)$, такая возможность в разработанном ресурсе предоставляется автоматически.

Задачи базового уровня МВСМЗ учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» предполагают самостоятельное построение ИМ-модели школьниками и ее исследование с помощью указанных в условии цифровых ресурсов. Задачи имеют прикладную и практическую направленность, их фабула охватывает разнообразные сферы современной науки и практики. Ряд задач имеет в условии указание на математические ЦОР, необходимые для исследования ИМ-модели (ресурс [Calculatori.ru](http://calculatori.ru), ресурс Progr@m4you, программа Geogebra, графический редактор Desmos, графоанализатор GraphOnline, программа Графоанализатор 1.3 и др.), специальные цифровые ресурсы (программы Живая родословная, Древо жизни, ресурс Интерактивный конструктор деревьев, ЭтоМесто и др.). В других задачах для исследования ИМ-моделей требуется самостоятельное конструирование школьниками цифровых ресурсов, указанными в условии задачи цифровыми средствами (например, текстовый процессор MS Word,

графический редактор Paint, табличный процессор MS Excel). Все задачи этого уровня предполагают способность решения на уровне аналогии и частичного обобщения. Требуется наличие достаточного навыка в направлении анализа и использования цифровой информации, представленной в различных формах, базовый уровень владения цифровыми средствами.

Подраздел «Знаковые модели. Коды» (тема «Простейшие симметричные криптосистемы»).

Задача 10 (ММЗ, МГЛГЗ). Для перехода на следующий уровень квеста необходимо ввести кодовое слово в поле для пароля. Кодовое слово получается путем шифрования сообщения "helpme", используя 27-буквенный алфавит $a=0, \dots, z=25$, пробел=26 и аффинное шифрующее преобразование с ключом (a, b) , если 1) $a=7, b=1$; 2) $a=5, b=12$; 3) $a=17, b=2$; 4) $a=19, b=5$; 5) $a=0, b=4$. Узнайте кодовое слово, решив задачу в тетради. Изучите возможности создания цифрового ресурса в табличном процессоре MS Excel для проведения исследования ИМ-модели. Сделайте вывод об алгоритме создания такого ресурса. Создайте необходимый ресурс, проверьте результат шифрования, выполненного в тетради.

Задача предполагает владение представлениями о понятиях: шифрующее преобразование, симметричная криптосистема, аффинное преобразование с ключами a и b , а также знание алгоритма применения аффинного преобразования с ключами a и b для шифрования сообщения, умение применять его в процессе математической деятельности. После построения ИМ-модели и решения задачи внутри модели математическими методами, школьники переходят к построению ИМ-модели цифровыми средствами.

В условии задачи указано необходимое средство – табличный процессор MS Excel. С помощью него школьники разрабатывают ресурс, позволяющий для каждой буквы английского алфавита и символа «пробел» получить соответствующий зашифрованный с помощью данного аффинного преобразования символ. Школьники могут воспользоваться функцией подсчета остатка, записав в ячейку для подсчета формулу

=ОСТАТ(\$A\$2*B4+\$B\$2;27), то есть остаток от деления выражения $ax+b$ на 27. Разработанный школьниками ресурс может применяться при проверке решения широкого класса задач такого вида при изменении значений a и b в соответствующих ячейках.

Подраздел «Знаковые модели. Системы счисления» (тема «Арифметические операции с целыми систематическими числами»)

Задача 11 (ММЗ, МЕАЗ, МГИЗ). Выполнив арифметические действия в указанных системах счисления (Таблица 9) и представив ответ в десятичной системе счисления, вы получите числа, являющиеся координатами точек. Проверьте свое решение с помощью онлайн калькулятора Planetcalc <https://planetcalc.ru/>. Изобразите в программе Geogebra (<https://www.math10.com/ru/geometria/geogebra/geogebra.html>) эти точки на координатной плоскости, соединив их указанными отрезками, и получите изображение одного из зодиакальных созвездий.

Таблица 9. Арифметические действия, которые необходимо выполнить по условию задачи 11

Наименование точки	Координата x	Координата y
A	$11111_3:1011_2$	$416_8:24_7$
B	110_2+2_4	110211012_3-2478_{16}
C	$11_2 \cdot 2_3$	13244_5-4532_6
D	$24130_6:1276_8$	1001010_2-333_4
E	$33_8:1001_2$	11_5+11_3
F	2_3+2_4	$13440_5:187_9$
G	$11_4 \cdot 2_8$	1315_7-756_8
H	21_4+10_3	111101_2-65_8
I	$102C_{16}:714_8$	$1BC_{16}-670_8$
J	$2_8 \cdot 101_2$	210020_3-2351_6

Отрезки: AB, BC, CD, DE, EF, FC, BG, GH, GI, IJ.

Найдите в свободных источниках информацию о построенном зодиакальном созвездии: наименование, краткое описание, время наблюдения созвездия, история и вид представления этого созвездия древними греками.

Задача предполагает демонстрацию межпредметных связей математика-информатика-астрономия-история. Среди математических специальных

ИМ- компетенций – умения выполнять арифметические операции с целыми систематическими числами. Также для решения задачи необходим опыт использования оптимальных цифровых ресурсов для автоматизации математических вычислений при выполнении арифметических операций с систематическими числами и поиск распределенной информации по указанному в задаче дополнительному вопросу.

После выполнения арифметических действий необходимо построить точки с координатами: A(11;15), B(8;11), C(6;10), D(5;11), E(3;10), F(4;7), G(10;8), H(12;8), I(9;4), J(10;2). Это можно сделать в программе Geogebra. Получившееся изображение является изображением зодиакального созвездия Стрелец (Рисунок 9).

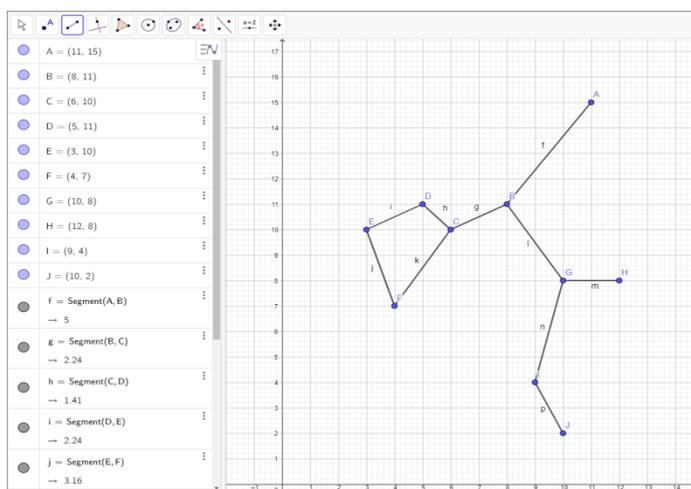


Рисунок 9. Представление решения задачи 11 в цифровом образовательном ресурсе

Для демонстрации внутрипредметных связей между подразделами курса методически целесообразно вернуться к решению этой задачи в теме «Наглядно-знаковые модели. Графы», так как построенную графическую модель можно рассматривать как граф.

Пример. *Задача 12 (МЕА2, МГЛТ2)*. В программе – графоанализаторе GraphOnline <https://graphonline.ru/> схематично изобразите созвездие в виде графа, воспользовавшись данными задачи 7 темы «Знаковые модели. Системы счисления». Найдите степень каждой вершины, максимальную степень

вершин графа. Является ли построенный граф эйлеровым, гамильтоновым? Проверьте свой результат с помощью возможностей программы GraphOnline. Какие стихотворения классической литературы о звездах и созвездиях вы знаете? Найдите информацию, пользуясь свободными ресурсами.

Подраздел «Наглядно-знаковые модели. Графы» (тема «Виды графов: деревья»)

Задача 13 (МЕГЗ, МБЗ). Теория графов может применяться для моделирования маршрутов авиаперелетов. В программе «ЭтоМесто» <http://www.etomesto.ru/createtrack.php> постройте желаемый маршрут движения самолета. С помощью ресурса найдите расстояние между городами движения по маршруту. Создайте в текстовом процессоре таблицу полученных расстояний. Постройте матрицу весов, матрицу инцидентности полученного взвешенного графа. Проверьте граф на связность, наличие циклов, является ли граф деревом, является ли граф двудольным, регулярным. Проверьте свое решение с помощью программы «Графоанализатор» 1.3 <http://grafoanalizator.unick-soft.ru/>.

Задача нацелена на формирование таких математических понятий, как взвешенный граф, матрица весов и матрица инцидентности, связность в графе, цикл, дерево; умений в направлении построения взвешенного графа и матрицы весов и матрицы инцидентности полученного графа, проверки графа на связность, наличие циклов, является ли граф деревом, является ли граф двудольным, регулярным. В задаче сделан акцент на демонстрацию междисциплинарных связей математики, информатики, географии, создание целостной картины мира.

Здесь школьникам нужно продемонстрировать умения работы с предложенным программным обеспечением, новым для них, самостоятельно разобраться с его возможностями, построить в программе модель авиаперелетов, найти расстояния между городами. Для построения произвольного маршрута авиаперелетов в программе «ЭтоМесто» <http://www.etomesto.ru/createtrack.php> необходимо выбрать функцию

«Проложить маршрут». Построенная схема авиаперелетов – граф (Рисунок 10).



Рисунок 10. Полученная при решении задачи 13 схема авиаперелетов

Измерив расстояния между городами с помощью инструмента «Линейка – измерение расстояний на карте» – и поставив в соответствие каждому ребру графа соответствующее число, можно получить взвешенный граф (Таблица 10).

Таблица 10. Пример измеренных по карте расстояний между городами в задаче 13

Город 1	Город 2	Расстояние, км
Москва	Рига	845
Рига	Вильнюс	250
Вильнюс	Минск	167

После построения матрицы весов и матрицы инцидентности полученного взвешенного графа на бумаге, проверке всех требований задачи предполагается исследование такого графа с помощью указанной программы «Графоанализатор 1.3». Программа позволяет построить взвешенный граф и в автоматическом режиме проверить правильность построения школьниками матрицы весов. Проверка графа на связность, содержит ли он циклы, является ли деревом, также выполняется автоматически.

В задачах оптимального уровня МВСМЗ учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» требуется установить более сложные, по сравнению с предыдущим уровнем, связи между

различными науками и практикой, самостоятельно построить ИМ-модель и исследовать ее самостоятельно выбранными цифровыми средствами. В процессе ИМ-моделирования часто бывает необходимо использовать не только дополнительные математические знания, но и специальные знания из различных отраслей наук, которые необходимо «добыть» школьниками самостоятельно. Перечислим специальные ресурсы, на которые можно ориентироваться при решении задач этого уровня: конструктор логических схем MultimediaLogic (MMLogic), графический редактор для рисования формул органических веществ Acetyl, ресурс «Анаграммы: помощник, составление слов из букв, составление анаграмм Online», ресурс «Интерактивный конструктор деревьев», программа GraphOnline и др. Другие задачи требуют навыки в области разработки и конструирования таких средств (например, в среде табличного процессора). Здесь школьники расширяют свои познания в вопросах ввода и редактирования данных, форматирования таблиц, автоматизации вычислений, представления результатов в виде диаграмм и графиков, моделирования процессов влияния одних параметров на другие.

Подраздел «Знаковые модели. Коды» (тема «Простейшие симметричные криптосистемы»)

Задача 14 (МЕХ4). В современном цифровом мире высока вероятность того, что переданная информация попадет в чужие руки. Для большей защиты применяются различные методы шифрования. Зашифруйте сообщения, представляющие собой химические формулы органических веществ: “СНЗСООН”, “СООСНЗ”, “СНЗ(СН₂)ЗСООН” используя 38-буквенный алфавит “А”=0, ..., “Z”=25, “0”=26, ..., “9”=35, “(“=36, “)”=37 и аффинное шифрующее преобразование с ключом (a, b), если a=7, b=1; a=5, b=12; a=17, b=2; a=19, b=5; a=0, b=4. Решите поставленную задачу, а затем проведите исследование при разных ключах шифрования в самостоятельно созданном цифровом ресурсе выбранного программного обеспечения. Выясните, используя информацию сети интернет, названия этих веществ.

Для решения задачи школьникам необходимы специальные математические знания в области аффинных криптосистем [226]. В задаче предполагается использование функций электронных таблиц, например, MS Excel. Так, для получения результата шифрующего преобразования с ключами a и b (см. рисунок), возможно использование функции $=\text{ОСТАТ}(\$A\$2*\text{B}4+\text{B}\$2;38)$, а для получения зашифрованного символа – функции $=\text{ИНДЕКС}(\$A\$4:\$A\$41;\text{C}4+1)$. Выбор функций для использования зависит от того, насколько понятно решение задачи школьникам с точки зрения математики.

Так как условие задачи не ограничивает школьников в форме представления ответа, то интересным является вариант ввода исходного сообщения строкой и получение также в виде строки зашифрованного сообщения. Такой вариант решения могут предложить школьники, обладающие мотивацией углубленного изучения курса (Рисунок 11).

A		B		C		D		E		F		G		H		I	
1	a	b								Задача							
2	7	1						Исходное сообщение									Зашифрованное сообщение
3	символ	номер символа	результат шифрующего преобразования с ключами a и b	зашифрованный символ	C(Н)ЗСООН												PZM6OPXXM
4	A	0	1	B					C	2							P
5	B	1	8	I					(36							Z
6	C	2	15	P					H	7							M
7	D	3	22	W)	37							6
8	E	4	29	3					3	29							O
9	F	5	36	(C	2							P
10	G	6	5	F					O	14							X
11	H	7	12	M					O	14							X
12	I	8	19	T					H	7							M

Рисунок 11. Вариант ЦОР для проверки решения задачи 14

Фабула задачи, методы математического решения, а также методы и средства цифрового решения позволяют установить тесные междисциплинарные связи между математикой, информатикой и химией.

Подраздел «Знаковые модели. Логические модели алгебры высказываний»
(тема «Различные приложения алгебры высказываний»)

Задача 15 (МТС4). Выберите необходимые цифровые средства и сконструируйте в выбранной программе наиболее простую электронную логическую схему с четырьмя переключателями, которая должна проводить электрический ток тогда и только тогда, когда выполнено по меньшей мере

одно из следующих трех условий: а) переключатель x замкнут и замкнут только один из переключателей y или z ; б) t разомкнут и только два из остальных переключателей разомкнуты; в) только два переключателя, но не переключатели y и t , замкнуты. Смоделируйте в программе различные варианты работы схемы при включении/выключении каждого тумблера, проверьте результат работы схемы для заданных начальных условий задачи.

Решение данной задачи требует от обучающихся обладания достаточным математическим багажом и умений работы с прикладными программными продуктами. Исходя из условий задачи, школьники сначала составляют таблицу значений функции F , а затем записывают ее СКНФ.

$$F(x,y,z,t)=(x\vee y\vee z\vee t)\&(x\vee y\vee z\vee \bar{t})\&(x\vee \bar{y}\vee \bar{z}\vee \bar{t})\&(\bar{x}\vee \bar{y}\vee \bar{z}\vee t)\&(\bar{x}\vee \bar{y}\vee \bar{z}\vee \bar{t})$$

После упрощения (используя знания об основных логических законах) получают функцию следующего вида: $F(x,y,z,t)=(x\vee z)\&\bar{y}\vee \bar{x}\&y\&\bar{t}\vee x\&\bar{z}$

Ресурс «Конструктор логических схем MultimediaLogic» позволяет в интерактивном режиме собрать схему из встроенных логических элементов и соединений для проверки решения задачи. Для того чтобы проверить результат (проводит схема электрический ток или нет), на выходе необходимо, например, расположить лампочку. После того, как, опираясь на полученную функцию, схема собрана, школьники нажимают кнопку «Запуск моделирования». В этом режиме можно включать и выключать тумблеры для входящих переменных и наблюдать за тем, загорается лампочка или нет.

На рисунке (Рисунок 12) справа продемонстрировано выполнение первого условия: переключатель x замкнут и замкнут только один из переключателей y или z (в нашем случае z).

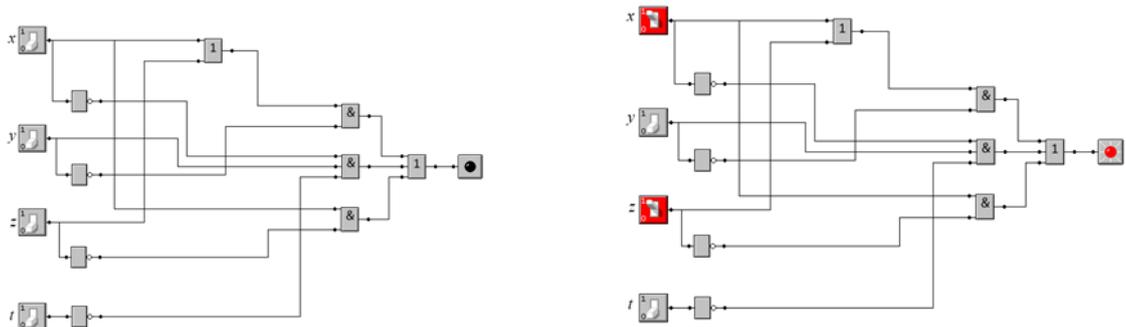


Рисунок 12. Проверка правильности решения задачи 15 с помощью ЦОР

Аналогично можно проверить выполнение всех остальных пунктов условия, а также убедиться, что только при выполнении этих условий лампочка загорается, а при всех прочих вариантах – нет. Задача в явном виде демонстрирует междисциплинарные связи математика-информатика-схемотехника.

Подраздел «Наглядно-знаковые модели. Статистические таблицы и графики» (тема «Графическое представление рядов распределения»)

Задача 16 (ММ4, МБ4). Воспользуйтесь открытыми данными и найдите информацию о результатах измерений роста женщин от 20 до 30 лет в г. Москве. Постройте для этих значений гистограмму распределения частот (количество человек – 30).

В среде электронных таблиц сгенерируйте подобную выборку объемом 50, 100, 400. Для каждой выборки постройте с помощью графических возможностей электронных таблиц гистограмму частот. Сравните результаты. Выдвиньте предположения о связи вида гистограмм с увеличением объема выборки. Измените тип диаграмм на точечную. Проверьте свою гипотезу. Узнайте из специальной литературы, как называется кривая, к которой плавно переходит гистограмма при больших выборках.

Задача подводит школьников к пониманию определения понятия «нормальное распределение». Решение с помощью цифровых средств может основываться на возможностях табличного процессора MS Excel, надстройка «Анализ данных». Эта функция не изучается в школьном курсе информатики на основной ступени общего образования, поэтому требует изучения школьниками самостоятельно или с помощью учителя [217].

Построенная гистограмма частот для $n = 400$ (*Рисунок 13*).



Рисунок 13. Гистограмма выборочного распределения частот в задаче 16

Школьниками выдвигается предположение, что форма гистограммы при увеличении значения выборки приближается к некоторой колоколообразной кривой, так как средние значения встречаются чаще, далекие от среднего – реже. Проверить предположение можно, построив линию тренда.

Задачи творческого уровня МВСМЗ учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» предлагаются в виде списка направлений для проектной или исследовательской работы. Общее условие выглядит следующим образом.

Задача. Выберите интересующее вас направление для исследования, представьте его результаты на ученической конференции.

Выполнением таких работ школьники занимаются в течение некоторого заранее оговоренного временного отрезка, объединяясь в творческие группы. Работа над исследованием расширяет и углубляет математические знания школьников, позволяет приобрести цифровые навыки не только исследования, но и навыки представления полученных результатов с помощью различных программных продуктов. Выполнение задач творческого уровня – основа для овладения простейшими способами сбора, представления и анализа статистических данных, умения выбирать и использовать возможности наглядного представления о соотношении величин с помощью различных

типов диаграмм, навыков работы с диаграммами различных типов с использованием цифровых средств.

Продемонстрируем задачу творческого уровня подраздела «*Знаковые модели. Логические модели алгебры высказываний*».

Задача 17. Изучите различные способы решения и составьте сборник логических задач. Привлеките к его созданию широкую аудиторию школьников разных городов нашей страны. Выявите наиболее предпочтительные для участников проекта способы решения логических задач. Разместите проект в сети интернет. Подготовьте выступление для участия в научно-практической конференции школьников.

Для работы возможно привлечение цифровой платформы GlobalLab. Работа выполняется школьниками инициативной группы (создают вопросы проекта на цифровой платформе) и группы респондентов (отвечают на вопросы анкеты) в соответствии с дорожной картой проекта. В результате школьники создают сборник логических задач, решаемых различными методами. На странице <https://globallab.org/ru/project/cover/93aa1f1c-7386-4e68-9942-97938210ce9f.html#.YEPDILBxeUk> приведен пример разработанного обучающимся проекта «Математическая шкатулка. Способы решения логических задач» (материалы проекта представлены в *Приложении Б*).

Опишем применение стратегий формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов при обучении курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира».

2.4 Стратегии формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов при обучении курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»

Стратегия 1: смешанное обучение сочетает лучшие практики очного и онлайн-обучения [247].

Используемые *методы обучения*: разнонаучного видения, коллаборации, мозговой штурм; все *формы обучения*, предусмотренные МФИМК.

Программные средства: база – ЦОР «Математика – основа цифрового мира», представленный на платформе «ЯКласс», а также все средства, необходимые для решения задач МВСМЗ.

Здесь возможность формирования ИМ-компетентности школьников основана на применении таких моделей смешанного обучения, как «Перевернутый класс» и «Смена рабочих зон». В соответствии с моделью «Перевернутый класс» школьники заранее знакомятся с новым теоретическим материалом, представленным в онлайн-среде платформы «ЯКласс» в текстовом и графическом формате. Здесь приведены необходимые определения, теоремы, рассмотрены примеры решения задач, отдельно выделен дополнительный материал. Предварительное ознакомление обучающихся с учебным контентом позволяет минимизировать фронтальную работу на занятии и уделить внимание интерактивным формам обучения. Такие формы могут быть реализованы в процессе использования модели «Смена рабочих зон». В соответствии с выделенными уровнями формирования ИМ-компетентности в разных частях класса создаются пять учебных зон. В начале занятия обсуждается его цель и теоретический материал, необходимый для решения задач. Далее школьники самостоятельно или при поддержке учителя делятся на группы:

- пропедевтическая: работа с цифровым ресурсом на восприятие и усвоение знаний при поддержке учителя;
- начальная: решение задач, в которых явно выделена ИМ-модель, указаны или непосредственно прикреплены к заданию цифровые средства для его выполнения;
- базовая: решение задач, в которых ИМ-модель не выделена явно, указаны цифровые средства для его выполнения;
- оптимальная: решение задач, требующее составления ИМ-модели, а также подбор цифровых средств для ее решения;

– творческая: проектная и исследовательская работа школьников.

Для каждой группы (или при необходимости для каждого обучающегося индивидуально) учитель может составить работы, куда включаются задачи соответствующего уровня многоуровневой веерной системы.

Учитель имеет возможность проанализировать наиболее часто встречающиеся ошибки в решении заданий, используя сводную таблицу по результатам проверочной работы на «ЯКласс», где отражаются процент выполнения школьниками работы, время, затраченное на решение заданий, а также просматривая решения каждого задания работы каждым обучающимся.

Школьник может в удобное для него время вернуться к рассмотрению теории, решать задания на опережение, углублять знания, обращаясь к заданиям повышенного уровня сложности, развивать творческие способности, используя материалы курса для создания проектных и исследовательских работ по математике.

В рамках стратегии 2: геймификация предлагаются к рассмотрению особенности организации и проведения командной деловой игры модели 1 «Управление предприятием», индивидуальной онлайн-игры модели 2 «Приключенческая игра», командной математической игры модели 3 «Математическое соревнование».

Модель 1 деловой игры «Управление предприятием».

Используемые *методы обучения*: игровой, разнонаучного видения, коллаборации, мозговой штурм; *формы обучения* – деловые игры.

Программные средства: ресурс «Математика – основа цифрового мира» на платформе «ЯКласс», общепредметные, математические, специальные ЦОР для решения задач МВСМЗ, а также прикладные средства общего назначения.

Имитационная модель: в новом районе города планируется создание большого предприятия. Необходимо рассчитать оптимальную модель функционирования предприятия по указанным направлениям. Поставленная задача решается усилиями комплекса структур предприятия, формирующихся

исходя из поставленных проблем, отдела информации, исследовательской лаборатории и экспертного бюро.

Модель 1 предлагается при проведении обобщающей деловой игры по темам «Аналитические оптимизационные модели», «Графы», и «Таблицы и графики».

Игровая модель. В данной игре необходимо построить план запуска предприятия с учетом рационального использования материальных ресурсов и своевременного материально-технического обеспечения, рассчитать оптимальный состав инвестиций, а также решить задачу оптимального снабжения предприятия газом, водой и электричеством. Для выполнения задания школьники делятся на шесть групп: *управленческий отдел* решает задачу плана запуска предприятия, *финансовый отдел* – задачу оптимального состава инвестиций, *инженерно-технический отдел* решает задачу технической возможности оптимального подключения предприятия к централизованным системам водоснабжения, газоснабжения и электроснабжения, *отдел информации* по запросу сотрудников отделов предоставляет необходимую теоретическую информацию по проблеме, *исследовательская лаборатория* ищет альтернативные пути решения проблемы, *экспертное бюро* проверяет работу всех структур и принимает окончательное решение о возможности функционирования предприятия по указанным направлениям. В общей модели такие рабочие группы могут меняться в зависимости от поставленных задач.

Дидактическая цель игры: обобщить знания обучающихся по курсу в процессе игровой математической деятельности.

Разработка и проведение игры включают следующие *этапы*: этап подготовки (разработка игры, ввод в игру), этап проведения (работа по группам по проблеме, межгрупповая дискуссия, защита результатов, работа экспертов), этап анализа и обобщения (анализ полученных результатов, самооценка).

В начале игры ставится общая задача в виде имитационной и игровой моделей. Объясняются условия игры, школьники делятся на указанные группы. Предлагается использование задач оптимального уровня МВСМЗ (сложность – сложное, количество начисляемых баллов – 4).

Управленческому отделу можно предложить следующую *Задачу 18* (МГУ4).

Разработайте план запуска предприятия с учетом оптимального использования материальных ресурсов и материально-технического обеспечения в виде сетевой модели. Для наглядности воспользуйтесь программными средствами представления информации. Каким событиям нужно уделить особое внимание при реализации проекта? Каково время критического пути? Прилагается перечень работ (*Приложение В*).

Школьники этой группы получают свое задание с помощью разработанного ресурса на платформе «ЯКласс». Для получения информации об алгоритме поиска критического пути они могут обратиться в отдел информации. В ходе мозгового штурма приходят к решению задачи с помощью построения плана запуска предприятия в виде ориентированного взвешенного графа с учетом взаимосвязей, указанных в таблице «Перечень работ». Для визуального представления решения школьники могут воспользоваться возможностями программы-графопостроителя, например, GraphOnline (*Рисунок 14*)

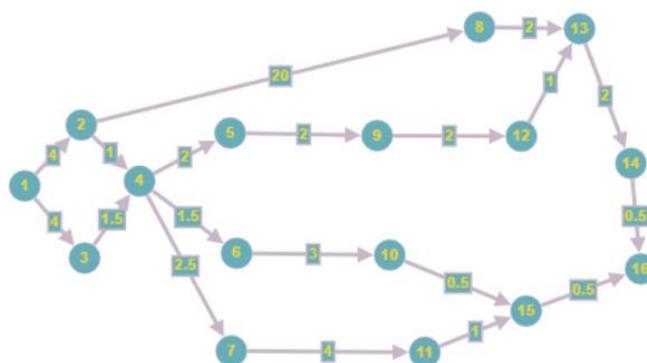


Рисунок 14. Граф - план запуска предприятия в задаче 18

В основе метода критического пути – определение наиболее длительной последовательности задач от начала проекта до его окончания с учетом их взаимосвязи. Школьники решают задачу поиска простого пути максимальной длины в заданном графе. Обучающиеся составляют дерево возможных путей из вершины 1 в вершину 16 и находят длину каждого пути, после чего отбирают тот из них, который будет обладать наибольшей длиной. Итак, наибольшая длина – 18,5. Это путь 1-2-8-13-14-16. Таким образом, время критического пути составляет 18,5. Необходимо уделить особое внимание событиям: №1 – начало работ; №2 – анализ положения предприятия; №8 – ремонт помещений; №13 – монтаж оборудования; №14 – запуск оборудования; №16 – запуск предприятия.

Решение задачи эта группа школьников отправляет в экспертное бюро на проверку и в исследовательский отдел для разработки им иного решения. В среде онлайн-интерактивной доски составляют схему, отображающую основные этапы решения и полученный ответ. Ответ также заносят в соответствующее поле ресурса на платформе «ЯКласс».

Финансовому отделу можно предложить Задачу 19 (МГЭА).

Средства предприятия в сумме с депозитами составляют 100 млн руб. Эти средства предприятие может разместить в кредиты по ставке 16% годовых и в государственные ценные бумаги по ставке 12% годовых. При этом должны выполняться следующие условия.

1. Не менее 35% всех имеющихся средств необходимо разместить в кредитах.
2. Ценные бумаги должны составлять не менее 30% средств, размещенных в кредитах и ценных бумагах.

Определите такое размещение средств в кредиты и ценные бумаги, при котором прибыль предприятия будет наибольшей и найдите значение такой прибыли. Проверьте свое решение с помощью выбранных программных средств.

Задача назначается этой группе школьников в разработанном ресурсе «ЯКласс». В ходе коллективного обсуждения часть школьников группы решают задачу самостоятельно без использования компьютера, другая часть школьников обращается к использованию виртуальной лаборатории, например, Desmos. При необходимости эта группа имеет возможность обратиться за консультацией к отделу информации.

Поставленную задачу школьники могут решить, например, с помощью графического метода решения задачи целочисленного линейного программирования [253]. При введенных обозначениях x — средства, размещенные в кредитах, млн руб., y — средства, размещенные в ценных бумагах, млн руб., школьники составляют математическую модель задачи. Целевая функция будет иметь вид: $L = 0,16x + 0,12y \rightarrow \max$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x + y \leq 100, \\ x \geq 35, \\ -3x + 7y \geq 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Далее находят общую область решений всех неравенств системы ограничений – пересечение всех полуплоскостей Q . Среди всех точек множества Q школьники находят одну точку, для которой величина L принимает наибольшее значение. При некотором наибольшем значении L прямая семейства $y = \frac{-0,16}{0,12}x + \frac{L}{0,12}$ пройдет через угловую точку, принадлежащую области Q . Находят координаты этой точки (см. *Рисунок 15*):

$$\begin{cases} y = \frac{3x}{7}, \\ y = 100 - x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 70, \\ y = 30 \end{cases}$$

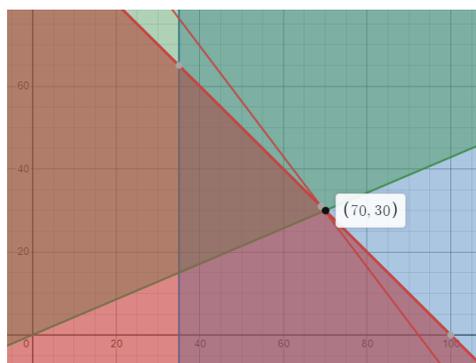


Рисунок 15. Графическое решение задачи 19

Находят значение функции L в этой точке: $L(A) = 0,16 \cdot 70 + 0,12 \cdot 30 = 14,8$ (млн руб.). Следовательно, $L_{\max} = 14,8$ (млн руб.). Таким образом, максимальный годовой доход предприятия составит 14,8 млн рублей при условии размещения 70 млн руб. в кредитах и 30 млн руб. в ценных бумагах.

Решение этой задачи также отправляется в экспертное бюро на проверку, в исследовательский отдел, в среде онлайн-интерактивной доски школьники составляют схему, отображающую решение и ответ. Ответ также отмечают в ресурсе на платформе «ЯКласс».

Задача 20 (МТТ4), поставленная перед инженерно-техническим отделом, может быть следующей.

Предприятие располагается в трех зданиях, каждый из которых необходимо подключить к компаниям водоснабжения, газа и электроэнергии. Можно ли подключить каждое здание к каждой инженерной сети без пересечения линий связи? Выясните с помощью открытых источников, как называется полученный в качестве модели граф, а также историю проблемы трех инженерных сетей.

Решение этой задачи сводится к тому, чтобы определить, является ли граф, вершинами которого являются здания предприятия и компании, а ребрами – сети, плоским. Таким образом, нужно выяснить, является ли плоским полный двудольный граф $K_{3,3}$.

Используя формулу Эйлера, $V - P + \Gamma = 2$, школьники доказывают, что такой граф не является плоским и, следовательно, такое подключение организовать нельзя.

Полученное решение и ответ также отправляют в экспертное бюро, в исследовательский отдел и на доску для совместной работы.

Как уже отмечалось, *отдел информации* сначала самостоятельно изучает, анализирует, классифицирует теоретическую информацию и дополнительные материалы по проблеме и предоставляет ее по запросу других отделов. Для этого используются материалы разработанного ресурса на платформе «ЯКласс», а также рекомендованные источники из свободного доступа.

Исследовательская лаборатория изучает решения, предложенные соответствующими отделами, и разрабатывает альтернативные решения, дополнения и уточнения полученного решения. Так, например, иллюстрация плана приобретения предприятия, представленного в решении *задачи 18* управленческого отдела, может быть выполнена с помощью электронных таблиц (в частности, используя диаграмму Ганта) (*Рисунок 16*). Такое решение может быть принято в результате мозгового штурма участников исследовательской лаборатории после представлений рассмотренных возможностей для решения задачи, сделанных отделом информации.

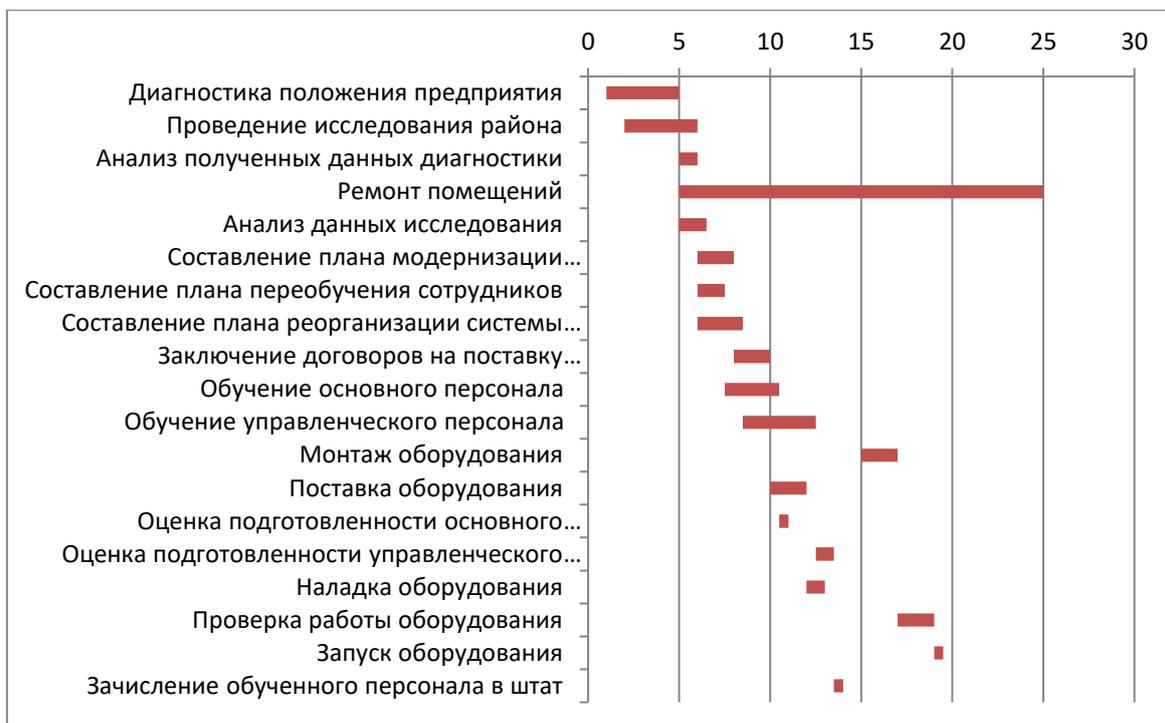


Рисунок 16. Диаграмма Ганта для иллюстрации плана запуска предприятия в задаче 18

К задаче 19 финансового отдела исследовательской лабораторией может быть предложено альтернативное решение на основе использования надстройки «Поиск решения» электронных таблиц. Школьники создают таблицу на рабочем листе для ввода условий задачи и исходных данных, целевой функции и ограничений. Для формирования формул целевой функции и ограничения по ресурсам можно воспользоваться функцией =СУММПРОИЗВ (Рисунок 17). Далее выполняют команду Данные – Анализ – Поиск решения и указывают необходимые параметра поиска.

E6 fx =СУММПРОИЗВ(C5:D5;C6:D6)					
	A	B	C	D	E
1					
2		Состав инвестиций			
3			Кредиты	Ценные бумаги	
4		Обозначение	x	y	
5		Размещенные средства (млн руб.)	70	30	Наибольшая прибыль (млн руб.)
6		Коэффициент годовых	0,16	0,12	14,8
7					

Рисунок 17. Решение задачи 19 в среде электронных таблиц

Кроме полученных цифр для размещения вариантов размещения средств банка в кредитах и ценных бумагах (соответственно, 70 млн руб. и 30 млн руб.), в ячейке для целевой функции автоматически отображается максимальный доход предприятия – 14,8 млн руб. При обсуждении представленных решений школьники сравнивают полученные результаты, выделяют плюсы и минусы каждого способа решений, находят наиболее оптимальный.

Задача 20 инженерно-технического отдела исследовательской лабораторией также может быть решена альтернативным способом, например, с помощью моделирования в среде графопостроителя.

Школьники с помощью интерактивных возможностей ресурса изображают граф, в котором присутствует цикл $C = (1,4,2,5,3,6,1)$, делящий плоскость на две части: внутри и вне цикла, далее изображают ребра $(3,4)$, $(1,5)$, $(6,2)$. Для изображения ребра $(3,4)$ есть две возможности: внутри цикла и вне цикла (рис.41). Тогда ребро $(1,5)$ в первом случае можно нарисовать только вне цикла, а во втором – только внутри. Последнее ребро $(6,2)$ невозможно нарисовать так, чтобы оно не имело общих точек с ранее нарисованными ребрами ни в одном из этих случаев. Следовательно, граф не является плоским, а, значит, подключить каждое здание к каждой инженерной сети без пересечения линий связи невозможно (*Рисунок 18*).

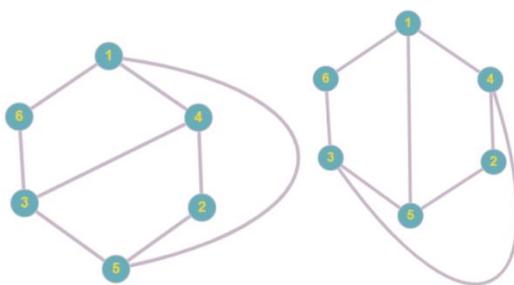


Рисунок 18. Решение задачи 20 в среде графопостроителя

С помощью отдела информации школьники выясняют, что граф $K_{3,3}$ называют графом полезности, изучают его свойства.

Все альтернативные решения также предоставляются в экспертное бюро и выносятся на онлайн-доску. Экспертное бюро проверяет все представленные решения, используя материалы разработанного ресурса на платформе «ЯКласс». Далее с помощью привлечения возможностей онлайн-доски для совместной работы происходит защита командами своего видения решения проблемы. В ходе общей дискуссии анализируются полученные результаты, выявляются наиболее оптимальные решения. Формулируется общий итог игры.

Модель 2 индивидуальной онлайн-игры «Приключенческая игра».

Используемые *методы обучения*: игровой, разнонаучного видения;
формы обучения: веб-квесты.

Используемое *программное средство*: образовательная игра «Квест» сервиса Joyteka (<https://joyteka.com>)

Представим этапы создания индивидуального образовательного веб-квеста сервиса Joyteka учителем: поиск темы квеста, отбор квест-комнаты из предложенных сервисом, подбор математических задач и адаптация их условия под тему квеста, ввод названия квеста и его описание в шаблоне квест-комнаты, загрузка заданий в шаблон квест-комнаты (выбор типа вопроса – открытый вопрос, множественный выбор, одиночный выбор; размещение задания; формирование вариантов ответа с указанием на верный ответ); формирование сообщения при верно выполненных заданиях для выхода из комнаты.

Ролевая модель: ученый лаборатории. В химической лаборатории проводятся опыты по получению новейших лекарств. Компания-конкурент пытается завладеть результатами, полученными в лаборатории, поэтому для допуска к реактивам используются шифры. Задача ученого, находящегося в лаборатории – используя правильное кодовое слово, покинуть комнату с полученными разработками.

Разработанный квест «Лаборатория инноваций» расположен на странице <https://joyteka.com/100165761>. При интерактивном взаимодействии с

предметами комнаты школьники получают математические задачи для выполнения, при этом должны проявить смекалку и креативность.

Ответ на предлагаемые задачи квеста школьники должны вписать в требуемое интерактивное поле, а решение (по предварительной договоренности с учителем) – в тетрадь. Кроме этого, в задачах присутствуют дополнительные задания, требующие работы с указанными ресурсами. Если школьник не может самостоятельно выполнить задачу, ему учителем назначается для повторения теории соответствующий материал учебного курса на платформе «ЯКласс».

Дидактическая цель: совершенствовать навыки решения задач по теме «Знаковые модели. Коды».

Рассмотрим примеры заданий.

Задача 21 (МГКИЗ). Используя шифр Цезаря, расшифруйте сообщение «ыотоемонувемонувыотое» при сдвиге $k=6$. Зашифрованное сообщение запишите в виде предложения, используя, где это необходимо, два знака тире и одну запятую. В конце предложения поставьте точку. Дополнительное задание: найдите в свободных источниках информацию об авторе изречения; изложите основную информацию в виде краткого сообщения в текстовом файле. *Ответ:* «Химия – это жизнь, а жизнь – химия.», автор М.И. Бармин.

Наиболее мотивированным школьникам учитель может предложить дополнительное исследовательское задание: создание собственного ресурса для дешифрования сообщения в среде электронных таблиц. Представлено частичное решение задачи (*Рисунок 19*).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1					Принятое обобщение:					Дешифрованное сообщение:
2					ыотоемонувемонувыотое					химияжизньжизньхимия
3	а	1	7	ё		ы	29	23	х	
4	б	2	8	ж		о	16	10	и	
5	в	3	9	з		т	20	14	м	

Рисунок 19. Разработанный ресурс для решения задачи 21 в среде электронных таблиц

Задача 22 (МГЛГЗ). Вспомните, каким термином обозначается количество химических связей, которое образует один атом. Используя таблицу Виженера и ключевое слово-термин зашифруйте текст "Количество химических связей, которое образует один атом». *Ответ:* «мочнечябубскмфътдшчждюбзро, шбазвббрбъехетбацепаюуъ». Ключевое слово – валентность.

Если n – количество символов в алфавите, m_i – номер символа открытого текста, k_i – номер символа ключа в алфавите, то шифрование Виженера можно записать как $c_i \equiv m_i + k_i \pmod{n}$.

Для проверки решения задачи учителем может быть предложен ресурс Planetcalc (<https://planetcalc.ru/2468/>).

Задача 23 (МЕХЗ, МЕХ4). Зашифруйте название одного из химических элементов (какого?) "охугениум", используя 27-буквенный алфавит $a=0, \dots, z=25$, пробел=26 и аффинное шифрующее преобразование с ключами a, b , если $a=7, b=12$. *Ответ:* «clsanworр», кислород.

Решение основывается на применении определения: отображение $f: X \rightarrow Y$, осуществляемое по закону $f(x) \equiv ax + b \pmod{n}$, называется аффинным преобразованием с ключами a и b .

Дополнительное задание для мотивированных школьников: в среде электронных таблиц разработайте ресурс, позволяющий осуществлять аффинное шифрующее преобразование с ключами a, b , и проверьте свое решение с его помощью. Представлено частичное решение задачи (*Рисунок 20*).

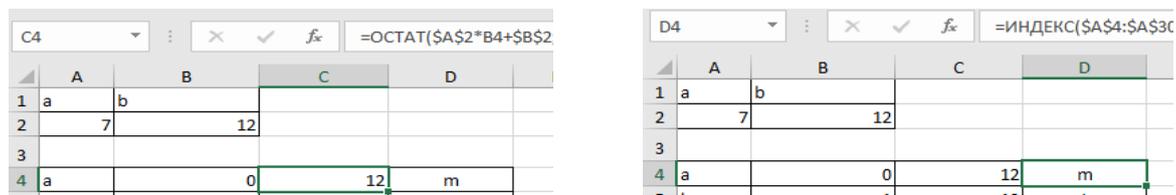


Рисунок 20. Разработанный ресурс для решения задачи 23 в среде электронных таблиц

Четвертая задача – рассмотренная ранее *задача 14* (МЕХ4) для вещества “СНЗ(СН₂)ЗСООН” и ключей a=7, b=1. *Ответ: PZM6OPXXM.*

Здесь также школьникам может быть предложено дополнительное задание по разработке ресурса в среде электронных таблиц. Представлено частичное решение задачи (*Рисунок 21*).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a	b				Задача			
2	7	1			Исходное сообщение				Зашифрованное сообщение
3	символ	номер символа	результат шифрующего преобразования с ключами a и b	зашифрованный символ	С(Н)ЗСООН				PZM6OPXXM
4	A	0	1	B		С	2	P	
5	B	1	8	I		(36	Z	
6	C	2	15	P		Н	7	M	
7	D	3	22	W)	37	6	
8	E	4	29	З		з	29	O	
9	F	5	36	(С	2	P	
10	G	6	5	F		O	14	X	
11	H	7	12	M		O	14	X	
12	I	8	19	T		Н	7	M	

Рисунок 21. Часть разработанного ресурса для решения задачи 14 в среде электронных таблиц

После прохождения квеста школьники отправляют решения задач на проверку учителю (это можно организовать с помощью прикрепления файлов в разработанном ресурсе на платформе «ЯКласс»). Статистика прохождения квеста каждым обучающимся отображается на сайте сервиса Joyteka и доступна для учителя.

Модель 3 командной игры «Математическое соревнование».

Используемые *методы обучения*: игровой, разноразумного видения, коллаборации; *формы обучения*: соревнования.

Программные средства: сервисы Wordwall (<https://wordwall.net/ru>), интеллектуальная игра «Викторина» сервиса Joyteka (<https://joyteka.com>).

Этапы подготовки математического соревнования: продумывание игрового замысла, правил проведения соревнования, возможных игровых действий, отбор математического содержания, отбор цифровых сервисов как площадки для организации соревнования, механизм начисления баллов и выявления победителей.

Игровой замысел: командное соревнование для обобщения полученных знаний по курсу "Математика - основа цифрового мира".

Правила проведения соревнования: командам необходимо случайным образом получить наименование темы, по которой самостоятельно выбрать номер задачи, оцененной в 100, 200, 300, 400 или 500 баллов в зависимости от уровня сложности. При верном решении задачи эти баллы начисляются команде, при неверном – забираются из общего счета команды. Игра проходит в несколько раундов. Побеждает команда, набравшая максимальное количество баллов.

Возможные игровые действия: каждая команда по высланной учителем ссылке регистрируется на цифровом ресурсе, при переходе хода «крутят» виртуальное колесо для случайного выбора темы, по которой далее участники команды могут выбрать задачи в зависимости от уровня сложности. Команда экспертов осуществляет проверку правильности решения задач.

Отбор математического содержания: в итоговом соревновании задействованы все изучаемые темы курса. Задачи распределены следующим образом: в качестве задач за 100 баллов предложены задачи пропедевтического уровня МВСМЗ, за 200 баллов – задачи начального уровня, за 300 баллов – базового, за 400 баллов – оптимального, за 500 баллов – творческого.

Отбор цифровых сервисов как площадки для организации соревнования: используются сервисы Wordwall и Joyteka.

Механизм начисления баллов и выявления победителей: баллы, назначенные за задачу, либо прибавляются к счету команды при верном решении, либо отнимаются из счета при неверном решении. Правильность решения задачи проверяется командой экспертов с консультирующей ролью учителя. Команда-победитель определяется по количеству набранных баллов. Результаты отображаются в «Таблице результатов».

Этапы создания учителем ЦОР в качестве платформы для проведения математического соревнования в среде сервисов Wordwall и Joyteka: выбрать из предложенных шаблонов необходимый, предназначенный для реализации командной игры; отобрать темы, по которым будут отобраны задачи; записать

темы на сервисе Wordwall «Случайное колесо», на сервисе интеллектуальной игры «Викторина» Joyteka задать тему соревнования и его описание; заполнить темы задач; по каждой теме загрузить задачи в соответствии с уровнем сложности и назначаемыми баллами.

Ход соревнования. В начале соревнования школьники делятся на играющие команды (не более пяти) и на команду экспертов. Учителем озвучиваются правила соревнований. Играющие команды регистрируются на предложенном сервисе. Для выбора темы задач каждая команда по очереди крутит виртуальное колесо, используя сервис Wordwall <https://wordwall.net/ru/resource/39275898/выберите-тему>.

После выбора темы каждая команда по очереди выбирает задачи (*Рисунок 22*). Математическое соревнование в рассматриваемом случае содержит задания открытого типа, поэтому правильность выполнения задач оценивается экспертной группой и учителем. Далее экспертная группа начисляет или убавляет баллы команды.

The screenshot shows the Joyteka website interface for a math competition. The main part of the page is a grid with topics in rows and difficulty levels (100, 200, 300, 400, 500) in columns. The topics are: Системы счисления, Логические модели алгебры высказываний, Аналитические оптимизационные модели, Графы, and Статистические таблицы и графики. To the right, there is a 'Таблица результатов' (Results Table) with columns for 'ИГРОК' (Player) and 'ОЧКИ' (Points). The results are: 1. Группа 3 (1300), 2. Группа 2 (800), and 3. Группа 1 (-200). There is also a button 'ПОДКЛЮЧЕНИЕ ИГРОКОВ И РЕЗУЛЬТАТЫ' and a link 'СМОТРЕТЬ ВСЮ ТАБЛИЦУ В МЕНЮ'.

Коды	100	200	300	400	500
Системы счисления	100	200	300	400	500
Логические модели алгебры высказываний	100	200	300	400	
Аналитические оптимизационные модели	100		300		500
Графы	100			400	
Статистические таблицы и графики	100	200	300	400	500

ИГРОК	ОЧКИ
1. Группа 3	1300
2. Группа 2	800
3. Группа 1	-200

Рисунок 22. Пример таблицы математического соревнования и таблицы результатов

Если школьники затрудняются с решением задачи, учитель может назначить им повторение теории и изучение примеров решения задач на разработанном ресурсе платформы «ЯКласс».

Рассмотрим *стратегию 3: исследования*.

Модель 1 «Исследования в рамках лабораторной работы».

Используемые *методы обучения*: разнонаучного видения, мозговой штурм; *формы обучения*: цифровые лаборатории.

Программные средства: в качестве базы – ресурс «Математика – основа цифрового мира» на платформе «ЯКласс», математические программные средства, специальные средства образовательного назначения, электронные таблицы.

Структура лабораторной работы:

- изучение (повторение) теории школьниками дома (назначается учителем заранее на ресурсе в «ЯКлассе»);
- мотивация учебной деятельности за счет введения проблемной ситуации;
- определение цели и задач лабораторной работы;
- актуализация знаний и умений школьников;
- выдача задачи базового или оптимального уровня МВСМЗ;
- ознакомление с указанными цифровыми средствами МФИМК для задач базового уровня или отбор необходимых цифровых средств для задач оптимального уровня МВСМЗ;
- предъявление школьникам инструкционной карты;
- выполнение работы;
- получение выводов, сопоставление результатов с теорией, обсуждение результатов.

Инструкционная карта содержит пошаговый алгоритм действий обучающихся с указанием возможности применения цифровых средств для выявления гипотезы, ее подтверждения или опровержения [244].

Рассмотрим пример задачи для лабораторной работы.

Дидактическая цель: обучить школьников самостоятельному открытию взаимосвязи графика функции накопленных относительных частот (интегральный процент) и графика эмпирической функции распределения

(приближение к графику теоретической функции распределения непрерывной случайной величины).

Задача 24 (ММЗ). Для условия задачи 16 постройте график эмпирической функции распределения и кумулятивную кривую (объем выборки – 20). Сравните вид построенных кривых и сделайте предположение о характере поведения графика функции. В выбранной среде электронных таблиц сгенерируйте выборки и постройте с помощью цифровых средств указанные кривые для выборки, равной 50, 100, 400. Проверьте решение, полученное «вручную». Сделайте вывод о характере поведения графика функции при возрастании объема выборки (*Приложение Г*).

Сравнивая полученные графики, школьники приходят к выводу, что при увеличении размера выборки график эмпирической функции все больше приближается по очертанию к кривой интегрального процента, почти теряя свою ступенчатость (*Рисунок 23* и *Рисунок 24*).

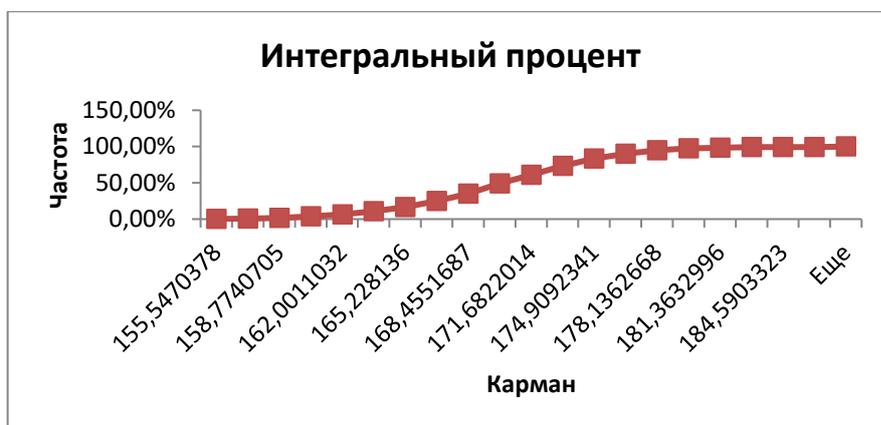


Рисунок 23. График интегрального процента задачи 24



Рисунок 24. График эмпирической функции распределения задачи 24

Следует обсудить со школьниками, что при увеличении до бесконечности размера выборки график функции накопленных относительных частот (интегральный процент) и график эмпирической функции распределения $F^*(x)$ приближаются к графику теоретической функции распределения непрерывной случайной величины $F(x)$. Согласно теореме Бернулли, при больших значениях n функции $F^*(x)$ и $F(x)$ мало отличаются друг от друга. Отсюда следует целесообразность использования эмпирической функции распределения выборки для приближенного представления теоретической (интегральной) функции распределения.

Модель 2 «Исследования в рамках проектных и исследовательских работ» (входит как часть в стратегию «Творчество»).

Рассмотрим стратегию 4: творчество.

Модель «Проектные и исследовательские работы в условиях STEAM-образования». Задания подбираются из списка задач творческого уровня МВСМЗ. Акцент – на рассмотрение задач, имеющих широкое применение в современном социуме, демонстрация взаимосвязей и взаимопроникновения математики и других дисциплин, единой картины мира [222, 246].

Используемые *методы обучения*: проектов, разнонаучного видения, коллаборации; *формы обучения*: веб-проекты.

Школьники имеют возможность выполнять работу как на занятиях, так и в свободное время. Результаты предлагаются вниманию всей группы на секциях научно-практической конференции.

Используемые программные средства: ресурс «Математика – основа цифрового мира» на платформе «ЯКласс», офисный пакет, программы создания статичных и динамичных изображений; сервисы научных и популярных ресурсов сети интернет, сервисы для осуществления проектной и исследовательской деятельности.

Этапы создания проектов подробно рассмотрены в *Приложении Ж*. Продемонстрируем особенности проекта «Фигурные числа»

(<https://infomat2109.jimdofree.com/>). Хотя эти объекты относят к числовой линии, многие из них имеют естественные связи и с дискретной математикой. Можно утверждать, что исследования специальных чисел, как правило, находятся на границе этих предметных областей, на практике реализуя принцип межпредметных связей и иллюстрируя тот факт, что математика сама по себе едина.

Дидактическая цель: обобщить знания школьников по теме «Наглядно-знаковые модели. Фигурные числа».

Используемые программные средства для реализации указанного проекта: офисный пакет, сервисы научных и популярных ресурсов сети интернет, приложения CorelDraw и Photoshop (статичные изображения) и 3D Studio MAX (анимированные изображения); конструктор сайтов Jimdo.

Творческая составляющая реализуется в подборе математического содержания проекта, решении нестандартных исследовательских задач и изящество получаемых результатов, структурировании информации, форме представления полученных результатов (возможность представления информации в разных формах на самостоятельно созданном сайте: текст, графика, таблица, звук, анимация), демонстрации межпредметных связей и наличие эстетической компоненты. Продуктом проекта является созданный школьниками сайт «Фигурные числа» (Рисунок 25).

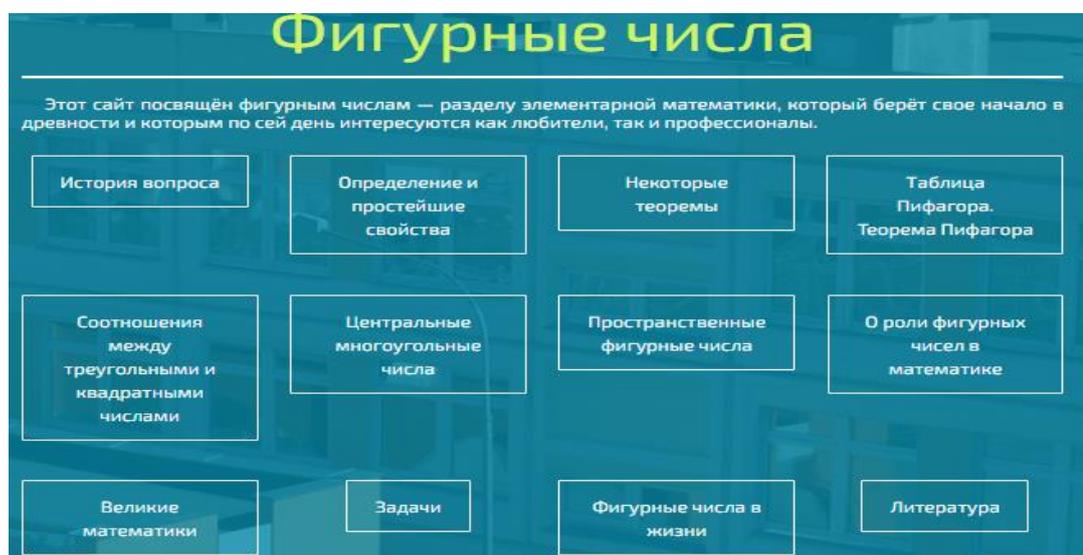


Рисунок 25. Заглавная страница сайта «Фигурные числа»

Сконструированный сайт содержит анимированные изображения построения центральных многоугольных чисел, а также пространственных фигурных чисел (Рисунок 26), включает рассмотрение истории вопроса, вклада великих математиков в развитие теории фигурных чисел, обсуждение роли фигурных чисел в математике и в жизни. Здесь также предложено достаточное количество математических задач с возможностью автоматической проверки решения и, при необходимости, просмотра верного варианта решения.

Таблица пирамидальных чисел

d	Числа						Общий член
	1	2	3	4	5	...	
1	1	4	10	20	35	...	$S_3^3(n) = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
2	1	5	14	30	55	...	$S_3^2(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3	1	6	18	40	75	...	$S_3^1(n) = \frac{n^2(n+1)}{2}$
...
d	1	$3+d$	$6+4d$	$10+10d$	$15+20d$...	$S_3^d(n) = \frac{n(n+1)(dn-d+3)}{6}$

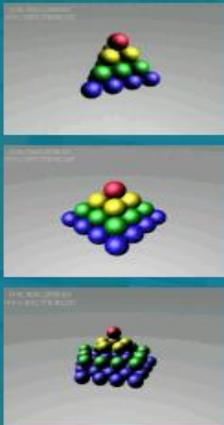


Рисунок 26. Геометрическая интерпретация пирамидальных чисел проекта «Фигурные числа»

Для практического применения разработанных материалов были созданы методические рекомендации по организации занятий учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира».

2.5 Методические рекомендации по организации занятий учебного курса «Математика – основа цифрового мира»

Учебный курс внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» предназначен для школьников 8-9 классов, может изучаться 36 учебных часов или 72 учебных часа.

Отобранное содержание учебного курса «Математика – основа цифрового мира» может излагаться вариативно, исходя из уровня математической подготовки школьников, направления дальнейшего обучения. Для того чтобы составить рекомендации по вариантам изучения указанного курса, были проанализированы нормативные документы [9, 10, 11, 12, 13, 19, 20, 21, 22], УМК по математике и информатике для 7-9 классов, учебные, учебно-методические пособия [40, 41, 42, 134, 135, 136, 137, 138, 139 и др.]. Кроме этого, была изучена практика организации и обучения учебным предметам предметной области «Математика и информатика» на разных уровнях преподавания в г. Москве.

Анализ УМК по математике позволил выделить следующие группы. К первой группе (Б) отнесены УМК базового уровня изучения учебных курсов «алгебра» и «вероятность и статистика». Ко второй группе (У) – УМК углубленного уровня. К третьей группе (В) – учебные пособия для обучения математике в рамках проекта «Математическая вертикаль» – московского городского образовательного проекта для широкой предпрофильной подготовки школьников по математике и смежным областям.

Анализ Федеральных рабочих программ по информатике (базовый, профильный уровень) [29, 20], УМК по информатике показал, что в курсе информатики рассматриваются отдельные элементы отобранных тем, однако, это содержание нацелено на решение задач обучения информатике, при этом не является целью и не рассматривается указанное содержание с точки зрения фундаментальных подходов математики.

Каждой выделенной группе соответствует вариант компоновки тем разделов курса: первый вариант (Б), второй вариант (У), третий вариант (МВ). Учитель может основываться на предлагаемых траекториях обучения, выбирая соответствующие линии (Б, У или МВ), или подобрать собственную траекторию изучения курса, учитывая подготовку школьников, их предпочтения и особенности, а также количество часов, выделяемых на изучение курса (*Таблица 11*).

Таблица 11. Возможные варианты изучения учебного курса «Математика – основа цифрового мира»

Обозначение	Наименование разделов, подразделов и тем
Б, У, МВ	Моделирование как способ исследования объектов, процессов, явлений
Раздел 1. Знаковые модели	
Б	Подраздел 1.1. Кодирование. Код как знаковая информационная модель.
Б	Сравнение по модулю m . Свойства сравнений.
Б, У, МВ	Подстановочные шифры.
Б, У, МВ	Простейшие шифры перестановки.
Б, У, МВ	Аффинные криптосистемы.
Б, У, МВ	Подраздел 1.2. Системы счисления. Целые систематические числа. Единственность представления натурального числа в g -ичной системе счисления
Б, У, МВ	Арифметические операции с целыми систематическими числами.
Б, У, МВ	Способы перевода целых чисел из одной g -ичной системы счисления в другую. Способ умножения. Способ деления.
Б, У, МВ	Способы перевода целых чисел из одной g -ичной системы счисления в другую. Перевод числа из системы с основанием g в систему с основанием g^k и обратно.
Б, У, МВ	Признаки делимости
Б	Подраздел 1.4. Логические модели. Логика высказываний. Высказывания и логические операции над ними
Б	Формулы алгебры высказываний. Равносильные формулы алгебры высказываний
Б, У, МВ	Функции алгебры высказываний
Б, У, МВ	Совершенные нормальные формы
Б, У, МВ	Приложения алгебры высказываний к логико-математической практике
Б	Подраздел 1.5. Аналитические модели. Работа с аналитической моделью на примере решения задач на нахождение наибольших и наименьших значений.
Б	Система линейных неравенств с двумя переменными как аналитическая модель. Графический способ решения системы линейных неравенств с двумя переменными.
Б, У, МВ	Понятие о задаче линейного программирования. Графический способ решения задач линейного программирования с двумя переменными.
Б, У, МВ	Решение задач линейного программирования с двумя переменными.
Б, У, МВ	Решение задач линейного программирования с помощью электронных таблиц.
Раздел 2. Наглядно-знаковые модели	
Б	Подраздел 2.1. Граф как структурная модель. Основные понятия и операции на графах
Б, У	Виды графов: деревья
Б	Виды графов: ориентированный, неориентированный, взвешенный
Б, У, МВ	Виды графов: эйлеровы графы, регулярные графы, гамильтоновы графы

Б, У	Плоские графы. Формула Эйлера
Б, У, МВ	Раскраска плоских графов.
Б	Подраздел 2.2. Статистические таблицы и графики. Таблицы и статистика
Б, У	Числовые характеристики числового набора
Б, У	Графические методы в статистике
Б, У	Графическое представление рядов распределения
Б, У	Применение статистических таблиц и графиков в цифровом социуме
МВ	Подраздел 2.3 Фигурные числа. Определение и простейшие свойства
МВ	Некоторые теоремы, связанные с фигурными числами
МВ	Центральные многоугольные числа
МВ	Пространственные фигурные числа

Тема «Арифметические операции с целыми систематическими числами» в курсе информатики изучается фрагментарно, в основном для двоичной системы счисления, поэтому в курсе «Математика – основа цифрового мира» предлагается к изучению в общем виде для любой выбранной траектории. При изучении способов перевода целых чисел из одной системы счисления в другую предлагается изучить способы, отличные от предлагаемых в учебниках по информатике: способ умножения, способ деления, а также способ перевода числа из системы с основанием g в систему с основанием g^k и обратно.

Основы логики высказываний изучаются в курсе информатики на основной ступени общего образования, однако было бы целесообразно выделить часы в рамках курса внеурочной деятельности для обобщения знаний школьников по этим темам, а также для углубления и расширения знаний (например, с помощью изучения темы «Совершенные нормальные формы»), а также демонстрации разнообразных приложений.

Некоторые аспекты теории графов изучаются в курсе математики (в курсе «Вероятность и статистика») и информатики, однако содержание курса внеурочной деятельности предлагает к изучению материал в контексте строгой математической теории, а также тем, расширяющих математические представления школьников («Код Прюфера», «Плоские графы», «Раскраска

плоских графов», «Гамильтоновы графы», «Двудольные графы», «Регулярные графы» и пр.).

Элементы математической статистики рассматриваются на базовом и углубленном уровне обучения математике в разном объеме. Поэтому желательно в первом подразделе обобщить знания основных сведений курса школьного алгебры, а затем переходить к изучению основного содержания подраздела. Так как школьники в рамках «Математической вертикали» подробно изучают вопросы данной теории, то в рамках учебного курса внеурочной деятельности вместо подраздела «Статистические таблицы и графики» рекомендуется изучения подраздела «Фигурные числа».

Приведем пример возможного тематического планирования курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», рассчитанного на 1 час в неделю для первого варианта компоновки тем (Б) (Таблица 12).

Таблица 12. Пример тематического планирования учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», рассчитанного на 1 или 2 часа в неделю для варианта Б

№	Тема	Количество часов	
		1 час	2 часа
1.	Математическое моделирование в задачах цифрового мира	1	1
Раздел 1. Знаковые модели			
2.	Код как знаковая информационная модель. Сравнение по модулю m . Свойства сравнений.	1	2
3.	Подстановочные шифры.	2	2
4.	Простейшие шифры перестановки.	2	2
5.	Аффинные криптосистемы.	2	3
6.	Защита проектных и исследовательских работ по теме «Наглядно-знаковые модели. Коды»	1	2
7.	Системы счисления. Целые систематические числа. Единственность представления натурального числа в g -ичной системе счисления	1	1
8.	Арифметические операции с целыми систематическими числами.	1	2
9.	Способы перевода целых чисел из одной g -ичной системы счисления в другую. Способ умножения.	1	2
10.	Способ деления. Перевод числа из системы с основанием g в систему с основанием g^k и обратно.	1	2

11.	Признаки делимости	1	3
12.	Защита проектных и исследовательских работ по теме «Системы счисления»	1	2
13.	Логические модели. Логика высказываний. Высказывания и логические операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Равносильные формулы алгебры высказываний	1	2
14.	Функции алгебры высказываний	1	2
15.	Совершенные нормальные формы	2	3
16.	Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике	1	3
17.	Защита проектных и исследовательских работ по теме «Логические модели»	1	2
18.	Аналитические модели. Моделирование в задачах на оптимизацию	0	1
19.	Понятие о задаче целочисленного линейного программирования. Графический способ решения.	2	2
20.	Решение задач оптимизации с помощью электронных таблиц	0	3
21.	Защита проектных и исследовательских работ по теме «Аналитические модели»	1	2
Раздел 2. Наглядно-знаковые модели			
22.	Граф как структурная модель. Основные понятия и операции на графах	1	1
23.	Виды графов: деревья	1	2
24.	Виды графов: ориентированный, неориентированный, взвешенный	1	1
25.	Виды графов: эйлеров, гамильтонов	1	3
26.	Виды графов: плоский, двудольный, регулярный	1	3
27.	Защита проектных и исследовательских работ по теме «Графы»	1	2
28.	Статистические таблицы и графики. Таблицы и статистика. Числовые характеристики числового набора	1	1
29.	Графические методы в статистике	1	2
30.	Графическое представление рядов распределения	1	3
31.	Защита проектных и исследовательских работ по теме «Таблицы, графики, диаграммы в статистике»	1	2
32.	Обобщение и систематизация знаний по курсу	1	2
33.	Итоговая проверочная работа	1	2
34.	Итоговая научно-практическая конференция	1	4

Разработанные методические материалы для преподавания курса представлены в *Приложении Г*. Основным учебно-методическим средством при обучении курсу является авторское пособие «Математика – основа цифрового мира» [229]. Пособие содержит методические рекомендации для учителя по использованию разработанных материалов в процессе обучения математике в рамках курса, а также теоретический материал, список задач

МВСМЗ, ответы к ним по каждому разделу и подразделу курса. К каждому подразделу рассматриваемых разделов содержания курса выделена специальная литература, которая распределяется на основную и дополнительную [27, 35, 53, 73, 92, 129, 158, 191, 205, 228, 236 и др.].

Пособие может быть использовано совместно с разработанным ЦОР «Курс внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», реализованной на платформе «ЯКласс» <https://www.yaklass.ru/ts/subj-68832> (Рисунок 27, Приложение Д)

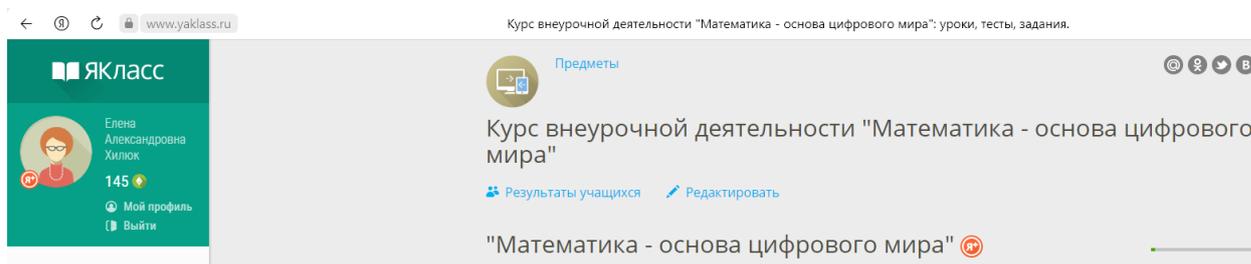


Рисунок 27. Цифровой образовательный ресурс «Курс внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» на платформе «ЯКласс»

Контент курса представлен технологической картой для учителя, теоретическим материалом и практическими заданиями. Технологическая карта предоставляет интерактивный доступ к информации по теории и по каждой задаче темы (формулировка, сложность, количество начисляемых баллов школьнику при ее правильном решении). В разделе «Теория» приводятся теоретические сведения по теме, примеры решения задач, занимательные материалы и пр. Задачи предполагают как автоматическую проверку, так и ручную проверку педагогом. Задания курса могут быть текстовыми (ответ в виде текста), числовыми (ответ – число с определенной степенью точности), тестовыми (предлагается выбрать один или несколько правильных вариантов из нескольких предложенных). Ручная проверка педагогов допускает прикрепление файла выполненной работы школьниками. К ряду задач прикреплены дополнительные материалы, которые призваны помочь обучающимся в процессе самостоятельной учебно-исследовательской деятельности.

Все задачи распределены по уровням сложности, соответствующим уровням формирования ИМ-компетентности, каждому заданию назначено определенное количество баллов, которые получает школьник при верном решении: задачи пропедевтического уровня (сложность – легкое, количество баллов – 1); задачи начального уровня (сложность – легкое, количество баллов – 2); задачи базового уровня (сложность – среднее, количество баллов – 3); задачи оптимального уровня (сложность – сложное, количество баллов – 4); задачи творческого уровня (сложность – сложное, количество баллов – 5).

Разработанные материалы требуют проверки результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности. Для этого необходимо разработать диагностический инструментарий, провести педагогический эксперимент и проанализировать его результаты. Эти вопросы рассмотрены в третьей главе диссертационного исследования.

Выводы по главе 2

В главе 2 представлена методика формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности (на примере учебного курса «Математика – основа цифрового мира»).

Построена модель формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике.

Методологический блок модели разработан на основе базовых положений системно-деятельностного, компетентностного, личностно-ориентированного подходов, принципов фундаментальности, интегративности, информатизации и самореализации при обучении математике.

Целевой блок модели представлен общекультурными (личностными и инструментальными) и математическими (общенаучными и специальными) компетенциями. Общекультурные и математические компетенции, востребованные для самореализации индивида в цифровом мире, отнесены к ИМ-компетенциям, что позволило рассматривать *ИМ-компетентность школьников 8-9 классов в узком смысле как интегративную характеристику, предполагающую обладание обучающимися рядом общих и специальных математических знаний и умений, инструментальных навыков, личностных качеств, востребованных для самореализации в условиях современного информационного общества, готовность и способность применять их в учебно-познавательной и практической деятельности.* Таким образом, определено содержание понятия «информационно-математическая компетентность школьников 8-9 классов»; выделены пять уровней ее формирования: пропедевтический, начальный, базовый, оптимальный, творческий.

Содержательный блок модели направлен на осознание школьниками фундаментального характера математической науки, значения математики как

инструмента для понимания сущности объектов, процессов и явлений цифрового мира; ориентирован на решение широкого спектра задач как с помощью фундаментальных математических методов, так и с помощью цифровых ресурсов. Выделены принципы отбора математического содержания МФИМК, на их основе отобрано *математическое содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»*: знаковые модели (коды, системы счисления, логические модели алгебры высказываний, аналитические оптимизационные модели) и наглядно-знаковые модели (графы, статистические таблицы и графики, фигурные числа).

Программно-технологический блок модели сформирован на базе отобранных цифровых устройств, программных и учебно-методических средств ЦОС и выделенных методов, форм, стратегий обучения с опорой на разработанную многоуровневую веерную систему математических задач, рассматриваемую в качестве интегративной составляющей модели. Уровни системы задач соответствуют уровням формирования ИМ-компетентности школьников (пропедевтический, начальный, базовый, оптимальный, творческий). Веерность системы задач обеспечивается за счет рассмотрения чисто математических задач и задач на приложения межпредметного содержания, а также внепредметного содержания (задачи с социально-бытовым содержанием, поставленные общественной практикой). Многоуровневая веерная система математических задач учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» полностью обеспечивает освоение содержания курса, приведены примеры задач каждого из пяти уровней указанной системы.

Даны *методические рекомендации* по организации и проведению занятий курса. Предложены рекомендованные стратегии обучения в рамках реализации МФИМК (на примере учебного курса «Математика – основа цифрового мира»).

ГЛАВА 3. ДИАГНОСТИКА РЕЗУЛЬТАТИВНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 8-9 КЛАССОВ ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

3.1. Подходы к диагностике результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности

Были проанализированы исследования по диагностике сформированности ИКТ-компетенций (информационно-коммуникационных компетенций, ИКТ-грамотности) школьников, математической грамотности; изучены методики оценки достижения личностных и метапредметных результатов обучающихся 8-9 классов, разработана собственная схема диагностики уровней сформированности ИМ-компетентности школьников.

В Приказе Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки, Министерства Просвещения Российской Федерации «Об утверждении Методологии и критериев оценки качества общего образования в общеобразовательных организациях на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся» констатируется «наличие проблем с математическим образованием, ключевой из которых является снижение уровня математической подготовки в основной школе». Подчеркивается, что «система образования должна помогать обучающимся найти себя, реализоваться, быть успешными» [14].

В этой связи в документе указываются механизмы, которые могут демонстрировать результативность решения проблем, связанных с качеством образования, в частности, на уровне основного общего образования. Это результаты мониторинговых исследований качества образования и ГИА, в том числе: исследования на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся (TIMSS, PIRLS, PISA); национальные

исследования функциональной грамотности обучающихся; всероссийские проверочные работы (ВПР); основной государственный экзамен (ОГЭ); региональные мониторинговые исследования и пр.

В Федеральной рабочей программе основного общего образования по математике, базовый уровень [21], формирование функциональной математической грамотности отнесено к приоритетным целям обучения математики в 5-9 классах. Под функциональной математической грамотностью в документе понимаются «умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты» [21]. Ряд исследователей (С. Г. Афанасьева, Т. Ф. Сергеева [33, 182]) отмечает, что эта способность помогает людям понять роль математики в современном мире, а также принимать решения мыслящими гражданами информационного общества. Исследования математической грамотности PISA включает три компонента: контекст проблемы, содержание математического образования задачи, мыслительная деятельность для связи контекста с математическим содержанием, необходимым для решения задачи. В исследованиях PISA выделяется шесть уровней функциональной грамотности [165].

Авторами С. М. Авдеевой, М. Г. Рудневым, Г. М. Васиным, К. В. Тарасовой, Д. М. Пановой указывается, что существует большой спектр методик оценки сформированности *ИКТ-компетенций* у школьников [155]. Авторы предлагают собственный инструмент для оценки сформированности ИКТ-компетенции в цифровой среде, в основу которой положены следующие составляющие: определение информации, доступ к информации, управление информацией, оценка информации, интеграция информации, создание информации, коммуникация (передача) информации.

В работе Н. В. Фирюлиной, Г. Ф. Полушкиной [204] отмечается, что «программы тестирования ECDL и Microsoft по определению уровня ИКТ-грамотности позволяют говорить об оценке только технологических навыков владения компьютерными технологиями и знании конкретных программных продуктов». Поэтому авторы предлагают собственное понимание структуры ИКТ-компетентности, соответствующие им когнитивные действия обучающихся, а также задания, нацеленные на выявление ИКТ-навыков.

Интересной является методика оценивания сформированности ИКТ-компетентности обучающихся С. Т. Бочаровой [45], которая позволяет выявлять «способность использовать цифровые технологии, инструменты коммуникации и/или сети для получения доступа, управления, интеграции, оценивания, создания и передачи информации для того, чтобы функционировать в обществе, основанном на знании». На основании исследования возможностей оценки ИКТ-компетентности С. М. Авдеева С. Т. Бочарова выделяет семь составляющих такой компетентности: определение информации, доступ к ней, управление информацией, интеграция, оценка, создание и передача информации [45]. Кроме этого, методика С. Т. Бочаровой предполагает возможность диагностики уровня самооценки школьников «Укрощение компьютера» [45], позволяющая оценить уровень самооценки школьниками своих навыков работы с цифровыми ресурсами по следующей шкале: «очень уверенно»; «уверенно»; «довольно уверенно»; «неуверенно»; «необходимо научиться».

Для диагностики *психоэмоциональной, коммуникативной, мотивационной сферы* школьников 8-9-х классов мы остановились на использовании методики «Социальный интеллект» Н. Холла в модификации Г. В. Резапкиной [169]. Школьникам предлагаются 30 утверждений, с которыми обучающиеся могут согласиться (+) или не согласиться (-). Авторы отмечают, что «методика позволяет выявить слагаемые социального интеллекта, который является важнейшим условием полноценного профессионального и личностного развития человека» (самосознание,

саморегуляция, коммуникабельность, самомотивация). По окончании тестирования можно определить уровни составляющих социального интеллекта по шкале «высокий», «средний», «низкий».

Кроме рассматриваемых параметров, актуальным вопросом стал вопрос диагностики изменений личностной сферы школьников. Для определения этих показателей авторами Д. В. Григорьев, И. В. Кулешова, П. В. Степанов предлагается проведение тестирования по модифицированной методике [63]. *Личностный рост* авторами определяется как «развитие ценностного отношения личности к тем объектам действительности, которые признаны ценностью в рамках той цивилизации, с которой отождествляет себя сама личность» [63]. Школьникам предлагаются 35 утверждений, с которыми они могут согласиться или нет. Результаты интерпретируются по нескольким направлениям: отношение к семье, к Отечеству, к природе, к своему здоровью и отношение к культуре. По итогам тестирования каждое из этих направлений также оценивается по шкале «высокий», «средний», «низкий».

На основе изученных методик и с учетом поставленных целей курса была разработана *схема диагностики уровней сформированности ИМ-компетентности школьников в рамках реализации МФИМК*. Опишем ее.

Диагностика уровней сформированности ИМ-компетентности определяется на основании учета диагностик уровней освоения общекультурных личностных (ОЛ), общекультурных инструментальных (ОИ), математических общенаучных (МО), математических специальных (МС) ИМ-компетентностей (*Таблица 2.5.2.6*).

Для диагностики уровней сформированности ОЛ ИМ-компетентностей школьников предлагается использовать следующую шкалу (*Таблица 13*).

Таблица 13. Шкала уровней освоения ОЛ ИМ-компетенций школьников

<i>Обозначение</i>	<i>Наименование уровня</i>	<i>Составляющие характеристики</i>
ОЛ ₀	нулевой	отсутствие личностных качеств ОЛ1-ОЛ5, проявляющихся в процессе успешного решения широкого круга жизненных и учебно-познавательных задач в условиях цифровизации

ОЛ ₁	низкий	наличие отдельных личностных качеств ОЛ1-ОЛ5, частично проявляющихся в процессе успешного решения широкого круга жизненных и учебно-познавательных задач в условиях цифровизации
ОЛ ₂	средний	наличие отдельных личностных качеств ОЛ1-ОЛ5, проявляющихся в полном объеме в процессе успешного решения широкого круга жизненных и учебно-познавательных задач в условиях цифровизации
ОЛ ₃	высокий	сформированность системы личностно-значимых качеств ОЛ1-ОЛ5, проявляющихся в процессе успешного решения широкого круга жизненных и учебно-познавательных задач в условиях цифровизации

Диагностика уровней сформированности ОЛ ИМ-компетентностей школьников осуществляется посредством педагогического наблюдения, опроса, беседы, метода анализа процесса деятельности, метода экспертных оценок, а также с привлечением вспомогательных методов диагностики – тестирования по методике «Социальный интеллект» и методике диагностики личностного роста обучающихся.

Диагностика уровней сформированности ОИ ИМ-компетентностей школьников основана на применении следующей шкалы (Таблица 14).

Таблица 14. Шкала уровней освоения ОИ ИМ-компетенций школьников

<i>Обозначение уровня</i>	<i>Наименование уровня</i>	<i>Составляющие характеристики</i>
ОИ ₀	нулевой	не обретены общекультурные инструментальные математико-ориентированные интегральные качества (ОИ1-ОИ5) для успешного решения широкого круга жизненных и учебно-познавательных задач в условиях цифровизации
ОИ ₁	низкий	обретение отдельных общекультурных инструментальных математико-ориентированных интегративных качеств (ОИ1-ОИ5) для решения выборочных учебно-познавательных задач с привлечением цифровых средств
ОИ ₂	средний	обретение отдельных общекультурных инструментальных математико-ориентированных интегративных качеств (ОИ1-ОИ5) для решения спектра учебно-познавательных задач с привлечением цифровых средств
ОИ ₃	высокий	овладение системой общекультурных инструментальных математико-ориентированных интегративных качеств (ОИ1-ОИ5)

		для решения учебно-познавательных задач с привлечением цифровых средств
--	--	---

Диагностика уровней достижения ОИ ИМ-компетентностей осуществляется посредством педагогического наблюдения, опроса, беседы, метода анализа процесса деятельности, метода экспертных оценок, а также с привлечением вспомогательных методов диагностики – тестирование по методике «Социальный интеллект», методики определения сформированности ИКТ-компетентности обучающихся.

Для диагностики уровней достижения МО ИМ-компетентностей школьников предлагается использовать следующую шкалу (Таблица 15).

Таблица 15. Шкала уровней освоения МО ИМ-компетенций школьников

<i>Обозначение уровня</i>	<i>Наименование уровня</i>	<i>Составляющие характеристики</i>
МО ₀	нулевой	отсутствие понимания важности математического образования, места математики в современной картине цифрового мира МО1-МО5
МО ₁	низкий	частичное обретение понимания важности математического образования или места математики в современной картине цифрового мира МО1-МО5
МО ₂	средний	обретение отдельных качеств осознанного понимания важности математического образования и места математики в современной картине цифрового мира МО1-МО5
МО ₃	высокий	овладение системой качеств осознанного понимания важности математического образования и места математики в современной картине цифрового мира МО1-МО5

Диагностика уровней сформированности МО ИМ-компетентностей осуществляется посредством педагогического наблюдения, опроса, беседы, метода анализа процесса деятельности, метода экспертных оценок, оценивания процесса выполнения и защиты проектных и исследовательских работ, а также с привлечением вспомогательных методов диагностики – тестирования по методике Г. В. Резапкиной, по методике определения сформированности ИКТ-компетентности обучающихся С. Т. Бочаровой.

В общем виде диагностика уровней достижения МО ИМ-компетенностей школьников основывается на следующей шкале (Таблица 16).

Таблица 16. Шкала уровней освоения МС ИМ-компетенций школьников

Обозначение уровня	Наименование уровня	Составляющие характеристики
МС ₀	нулевой	отсутствие теоретических знаний и умений решать типовые математические задачи фундаментального ядра курса МС1-МС3
МС ₁	пропедевтический	частичное владение теоретическими математическими знаниями, умения решать типовые математические задачи, составляющие фундаментальное ядро учебного курса, привлекая указанные цифровые средства для поддержки решения МС1-МС3
МС ₂	начальный	владение теоретическими математическими знаниями, способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для получения решения чисто математической задачи в ходе исследования предложенной ИМ-модели, способность воспользоваться при этом указанными цифровыми средствами МС1-МС3
МС ₃	базовый	владение теоретическими математическими знаниями, частичное понимание возможностей применения математики для познания цифрового мира, способность создавать ИМ-модель, отражающую особенности описанной в задаче ситуации, применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для анализа построенной модели, привлекая для решения или проверки решения указанные цифровые средства МС1-МС3
МС ₄	оптимальный	свободное владение теоретическими математическими знаниями, понимание возможностей применения математики для познания цифрового мира, способность создавать ИМ-модель, отражающую особенности описанной в задаче ситуации, применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения для исследования построенной модели, анализировать полученный результат, интерпретировать и оценивать его в контексте реальной проблемы, привлекая для решения или проверки решения выбранные или созданные цифровые средства МС1-МС3
МС ₅	творческий	свободное владение теоретическими математическими знаниями, понимание возможностей применения математики для познания цифрового мира, способность к осуществлению всех этапов самостоятельной учебно-исследовательской математической деятельности, связанной с рассматриваемым содержанием, с привлечением необходимых для этого самостоятельно отобранных или созданных цифровых средств МС1-МС3

С учетом детализации математических специальных ИМ-компетенций (на уровне «знать-уметь-владеть»), формируемые у школьников 8-9 классов при обучении учебному курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» (Таблица 17) были разработаны дескрипторы уровней сформированности математических специальных ИМ-компетентностей школьников в рамках указанного учебного курса (Таблица 2).

Таблица 17. Дескрипторы уровней освоения математических специальных ИМ-компетенций

Обозначение уровня	Наименование уровня	Дескрипторы уровней математических специальных ИМ-компетенций					
		знать					
МС ₀	нулевой						
МС ₁	пропедевтический	МС11-3	МС12-3				
МС ₂	начальный	МС11-3	МС12-3	МС21-3	МС22-3		
МС ₃	базовый	МС11-3	МС12-3	МС21-3	МС22-3	МС31-31	МС31-32
МС ₄	оптимальный	МС11-3	МС12-3	МС21-3	МС22-3	МС31-31	МС31-32
МС ₅	творческий	МС11-3	МС12-3	МС21-3	МС22-3	МС31-31	МС31-32

Обозначение уровня	Наименование уровня	Дескрипторы уровней математических специальных ИМ-компетенций					
		уметь					
МС ₀	нулевой						
МС ₁	пропедевтический	МС11-У	МС12-У	МС21-У	МС22-У		
МС ₂	начальный	МС11-У	МС12-У	МС21-У	МС22-У		
МС ₃	базовый	МС11-У	МС12-У	МС21-У	МС22-У		МС31-У
МС ₄	оптимальный	МС11-У	МС12-У	МС21-У	МС22-У		МС31-У
МС ₅	творческий	МС11-У	МС12-У	МС21-У	МС22-У		МС31-У

Обозначение уровня	Наименование уровня	Дескрипторы уровней математических специальных ИМ-компетенций								
		владеть								
МС ₀	нулевой									
МС ₁	пропедевтический	МС11-В	МС12-В	МС21-В	МС22-В					
МС ₂	начальный	МС11-В	МС12-В	МС21-В	МС22-В	МС31-В1	МС31-В2			
МС ₃	базовый	МС11-В	МС12-В	МС21-В	МС22-В	МС31-В1	МС31-В2	МС31-В3		
МС ₄	оптимальный	МС11-В	МС12-В	МС21-В	МС22-В	МС31-В1	МС31-В2	МС31-В3	МС31-В4	
МС ₅	творческий	МС11-В	МС12-В	МС21-В	МС22-В	МС31-В1	МС31-В2	МС31-В3	МС31-В4	МС31-В5

Диагностика уровней освоения МС ИМ-компетенций может быть осуществлена на основе оценки выполнения проверочных работ, а также в ходе выполнения и защиты проектных и исследовательских работ (Таблица 18).

Таблица 18. Определение уровней достижения МС ИМ-компетенций по итогам оценивания проверочной работы

<i>Уровни</i>	<i>Процент выполнения работы</i>
нулевой	меньше 10%
пропедевтический	от 10% до 29%
начальный	от 30% до 49%
базовый	от 50% до 69%
оптимальный	от 69% до 89%
творческий	больше 90%

Для оценки выполнения и защиты работ творческого уровня были разработаны критерии с учетом критериев оценивания работ Московского городского конкурса исследовательских и проектных работ обучающихся https://konkurs.sochisirius.ru/pr_img/1918100371/20211110/36972474/Критерии_оценки_работ.pdf (Приложение Ж).

Общий уровень сформированности ИМ-компетентности школьников может быть диагностирован на основе свертки всех перечисленных выше показателей (Таблица 19).

Таблица 19. Общий уровень сформированности ИМ-компетентности школьников

Уровень сформированности ИМ-компетентности	Составляющие
пропедевтический	ОЛ ₁ , ОИ ₁ , МО ₁ , МС ₁
начальный	ОЛ ₁ , ОИ ₁ , МО ₁ , МС ₂
базовый	ОЛ ₂ , ОИ ₂ , МО ₂ , МС ₃
оптимальный	ОЛ ₃ , ОИ ₃ , МО ₃ , МС ₄
творческий	ОЛ ₃ , ОИ ₃ , МО ₃ , МС ₅

Опишем результаты педагогического эксперимента с использованием предложенного диагностического инструментария.

3.2. Анализ результатов педагогического эксперимента

Педагогический эксперимент проводился с 2007 по 2025 годы: с 2007 по 2011 годы на базе ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», с 2008 по 2013 годы – в общеобразовательных организациях и на базе МБОУ ДПО «Учебно-методический центр» г.о. Чехов Московской области, с 2013 по 2021 годы – в 8-9-х классах ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109», в 2014, с 2021 по 2025 годы – на базе ГАОУ ВО г. Москвы «Московский городской педагогический университет». Педагогический эксперимент проводился в три этапа: констатирующий, поисковый, обучающий.

Первый этап (констатирующий) проводился в 2007 – 2016 годы.

Цель данного этапа эксперимента – разработка теоретических основ исследования и анализ состояния проблемы в практике работы современной школы.

Теоретическое осмысление проанализированной философской, психолого-педагогической, методической литературы по проблеме формирования ИМ-компетентности школьников, анализ нормативных документов, практики работы современной школы, анализ результатов анкетирования школьников и учителей, результатов самостоятельных и контрольных работ школьников, а также контрольных и итоговых работ (проектов) учителей, выполненных в рамках курсов повышения квалификации, позволили сделать вывод об актуальности рассматриваемой проблемы, а также выделить необходимые подходы и принципы формирования ИМ-компетентности школьников, сформулировать собственное определение ИМ-компетентности обучающихся, установить возможность формирования такой компетентности в процессе решения математических задач, а также выявить необходимость привлечения дидактического потенциала цифровых средств для формирования указанной компетентности.

Анализ специальной литературы показал широкий спектр определений, связанных с понятиями ИМ-компетенции, ИМ-компетентности, что, в свою очередь, привело к необходимости собственного осмысления понятия, выделения его структуры и места в системе компетенций школьников, а также разработки критериев диагностики уровней сформированности ИМ-компетентности обучающихся при решении математических задач.

Для выяснения актуальности для школьников освоения ими ИМ-компетенции были разработаны анкеты и проведено анкетирование обучающихся 8-9 классов (2013-2014 учебный год – МБОУ СОШ № 9, МБОУ Лицей № 4 г.о. Чехов Московской области, 2014-2015, 2015-2016 учебные годы – ГБОУ «Школа № 2109» г. Москвы). В анкетировании приняли участие в общей сложности 96 школьников. Вопросы анкеты приведены в *Приложении Ж*.

Анализ анкет позволил сделать следующие выводы. Две трети опрошенных школьников понимают важность изучения математики для продолжения дальнейшего образования и для профессиональной реализации, однако, отмечают, что такие занятия в рамках школьных уроков не всегда построены интересно. В различных формах внеурочной деятельности по математике заняты 47% процентов респондентов. Большинство обучающихся констатируют, что наиболее прочные математические знания были бы получены при посещении систематических курсов. Анкетирование показало, что подавляющее большинство школьников полагают, что математические знания и умения требуются в профессиональной деятельности, связанной с математикой и информатикой (87%), что говорит о том, что при изучении учебных предметов области «Математика и информатика» межпредметные связи с другими предметными областями демонстрируются обучающимся недостаточно.

Уровень владения информационными технологиями респондентами отмечен как низкий (34%), средний (47%), высокий (19%). Однако спектр указанных программных средств не является широким: в основном, это

социальные сети, компьютерные игры (применение компьютера для отдыха и развлечений), а также офисные приложения, графические редакторы, специальные среды для программирования (в учебных целях).

Достаточное количество респондентов ответило утвердительно на вопрос, был бы им интересен курс внеурочной деятельности, позволяющий научиться решать математические задачи на приложения, востребованные в цифровом социуме (66%). Также был отмечен интерес к изучению неизвестных ранее программных продуктов при решении таких задач (81%) (Рисунок 28).

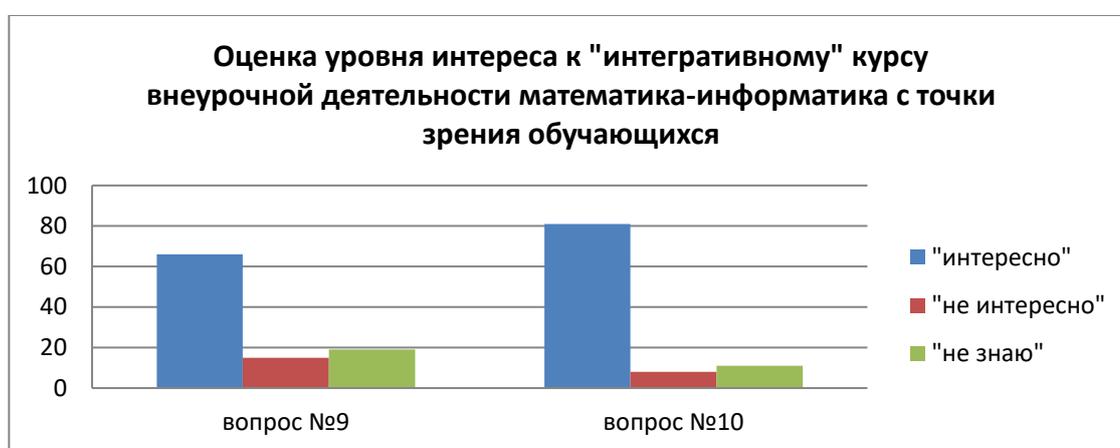


Рисунок 28. Оценка уровня интереса школьников к «интегративному» курсу внеурочной деятельности

Таким образом, можно сделать вывод о заинтересованности школьников в изучении курсов внеурочной деятельности, ориентированных на математическое содержание, имеющее важное значение для понимания цифрового характера современного общества, и на овладение навыками работы с программными средствами для решения поставленных математических задач.

Анкеты учителей математики и информатики (Приложение 3) были разработаны с целью выяснения востребованности создания курсов внеурочной деятельности по математике, рассматривающих вопросы применения математических знаний в современном цифровом мире и ориентированных на использование информационных технологий при

обучении. В анкетировании принимали участие учителя математики и информатики ряда общеобразовательных организаций г.о. Чехов и ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109» (2013-2014 учебный год – МБОУ СОШ № 9, МБОУ Лицей № 4 г.о. Чехов, 2014-2015, 2015-2016 учебные годы – ГБОУ г. Москвы «Школа №2109»), всего 126 человек.

Беседы с учителями, анализ результатов анкетирования учителей математики и информатики позволили сделать следующие выводы. Учителя занимаются с обучающимися внеурочной деятельностью, однако, выбор тем курсов внеурочной деятельности зачастую производится формально, в связи с чем отмечается низкая посещаемость школьниками таких занятий. Наиболее востребованными, по мнению учителей, являются математические научные общества, математические игры, учебно-исследовательская деятельность. Учителями отмечается потребность в разработанном программно-технологическом обеспечении курсов внеурочной деятельности, что, наряду с востребованностью тематики школьниками, выделяется учителями как приоритетный фактор при выборе курса для проведения. Подавляющее большинство учителей (более двух третей респондентов) отмечают, что современное обучение математике в недостаточной степени демонстрирует школьникам универсальный характер математических знаний, широкий спектр применимости в жизни, важность математики как базовой составляющей развития общества будущего. Также анкетирование показывает, что учителя осознают высокий дидактический потенциал интегративных занятий «математика-информатика», однако не все из них обладают достаточной для этого подготовкой в области владения информационными технологиями. Уровень образовательного потенциала такого рода курсов внеурочной деятельности в большей степени учителями отмечается как «высокий» (Рисунок 29).

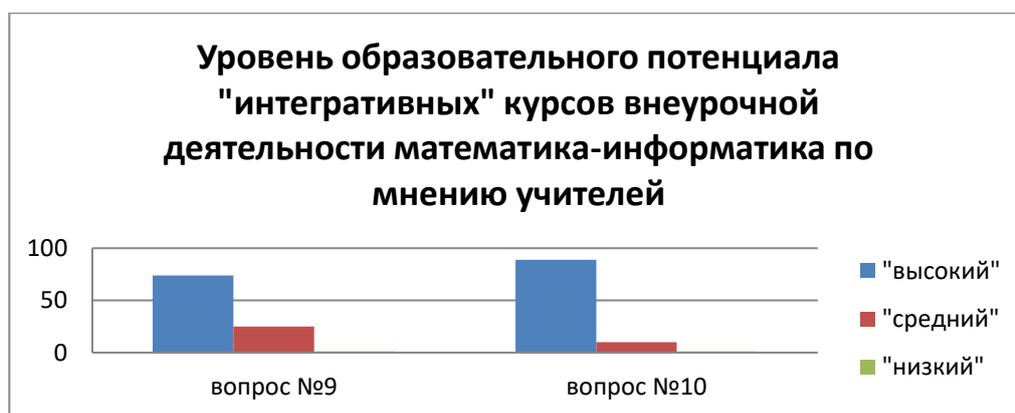


Рисунок 29. Уровень образовательного потенциала «интегративных» курсов внеурочной деятельности математика-информатика с точки зрения учителей

Отдельные результаты, полученные на этом этапе исследования, легли в основу разработанных и реализованных на базе МБОУ дополнительного профессионального образования «Учебно-методический центр» Администрации г. о. Чехов дополнительных профессиональных программ (повышения квалификации) учителей «Применение интерактивной доски в учебном процессе средней школы» (36 часов, 2010 г.) и «Компьютер в профессиональной деятельности педагога. Начальный уровень» (36 часов, 2014 год) (72 часа) [237, 238]. Программы сертифицированы ГБОУ ВО Московской области "Академия социального управления" и включены в Региональную систему повышения квалификации педагогических работников Московской области. Обучением были охвачены учителя-предметники общеобразовательных организаций Южного Подмосковья (Чеховского района, Серпуховского района, Подольского района, Ступинского района), количество обученных педагогов – более 400. Полученные в ходе исследования результаты были использованы при обучении студентов магистратуры Института математики и информатики ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» [229]. В 2015 году разработки, полученные автором, прошли апробацию в ходе участия

ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109» в городском проекте «Школа новых технологий» (Профессиональный педагогический марафон «УчиИТель»).

Работа, проделанная в ходе первого этапа эксперимента, позволила уточнить тему исследования, сформулировать проблему, цель исследования, выявить объект и предмет исследования, разработать схему построения МФИМК.

Второй этап педагогического эксперимента (поисковый) проводился в 2016 – 2019 годах. На этом этапе были разработаны основные блоки МФИМК, которые подробно описаны во второй главе диссертационного исследования. Были выделены теоретические основания разработки модели, указаны основополагающие принципы построения такой модели, уточнено понятие «информационно-математическая компетентность школьников». Были выделены принципы отбора математического содержания МФИМК, на их основе отобрано содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира». На этом этапе был подобран теоретический материал для проведения курса, построена МВСМЗ, явившаяся основой для формирования ИМ-компетентности школьников; разработана программа учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», шаблоны методических материалов для учителя. Изменения, происходящие в обществе и системе образования в связи с набирающей обороты цифровой трансформацией, явились причиной пересмотра первоначального состава программно-технологического блока модели, в который в итоге вошли подблоки: цифровая образовательная среда курса, методы, формы, стратегии обучения, в качестве интегративной составляющей – МВСМЗ. С учетом всех составляющих модели была разработана методика формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике.

В этот период были проанализированы различные платформы, которые могли бы стать основой системы управления обучением курса, в результате чего была выбрана платформа «ЯКласс», наилучшим образом отвечающая

методическим и дидактическим запросам. В это время начинается работа по созданию цифрового ресурса «Математика – основа цифрового мира» на вышеуказанной платформе под одноименным названием.

Проектные работы школьников, выполненные в рамках внеурочных занятий по математике, проводимых по предложенной методике, получили высокую оценку на различных конкурсах, например, работа «Своенравная и непокорная логика...» заняла призовое место в финале Московского городского конкурса исследовательских и проектных работ обучающихся [246].

Частичную апробацию содержательное наполнение учебного курса «Математика – основа цифрового мира» прошло в ходе преподавания в эти годы отдельных тем в рамках учебных курсов внеурочной деятельности для 8-х и 9-х классов в ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109». В ходе такого обучения первоначальный замысел содержательного наполнения курса «Математика – основа цифрового мира» был скорректирован: подраздел «Фигурные числа» вынесен для изучения в направлении МВ.

Задачи МВСМЗ также предлагались для решения школьникам 8-9 классов в ходе «Недель математики и информатики», ежегодно проходящих в ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109» в ноябре. Учителями математики был отмечен интерес школьников к задачам предложенной МВСМЗ; подавляющее большинство школьников проявили интерес к возможности и необходимости использования ЦОС при решении задач. Интерес, проявленный школьниками к задачам МВСМЗ, позволил обогатить первоначальный список задач, расширив ее «веерность» путем добавления сфер применения математической теории.

Третий этап педагогического эксперимента (обучающий) проводился в 2019-2025 учебных годах. *Цель* третьего этапа эксперимента – диагностика результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности (на примере учебного курса «Математика – основа цифрового мира»), обработка

и анализ полученных экспериментальных данных, завершение и оформление диссертационной работы. На этом этапе исследования завершилось наполнение одноименного цифрового курса на платформе «ЯКласс».

В этот период программа учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» была утверждена на заседании школьного методического объединения ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109» и принята к реализации. Обучение учебному курсу внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» по разработанной методике проводилось для школьников 9-х классов ГБОУ г. Москвы «Школа № 2109» в течение двух лет: в 2019-2020 учебном году и в 2020-2021 учебном году.

Для выяснения предварительного уровня математической подготовки, владения цифровыми средствами, а также выяснения уровня социального интеллекта и личностного роста школьников, в конце предыдущего учебного года были проведены соответствующие диагностики.

Так, в конце 2018-2019 учебного года и в конце 2019-2020 учебного года по данным открытого банка заданий PISA были составлены и проведены работы по выявлению уровня математической грамотности школьников 8-х классов (57 человек и 54 человека соответственно).

Анализ выполненных работ позволил сделать следующие выводы о существующих затруднениях обучающихся: в понимании контекстного сюжета задачи и перевода его на язык математики; в ходе интерпретации полученных при исследовании математической модели результатов; при использовании различных типов данных, представленных в условии задачи; при необходимости использования собственного жизненного опыта школьников; при использовании межпредметных связей различных областей знаний. Исследование показало недостаточный уровень сформированности у школьников 8-х классов навыков формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах современного мира.

Для выяснения предварительного уровня сформированности ИКТ-компетентности для школьников 8-х классов в течение 2018-2019 учебного года и в течение 2019-2020 учебного года (соответственно) было проведено тестирование по методике С.Т. Бочаровой [45].

Результаты проведенных исследований по изучению ИКТ-компетентности показали, что школьники 8-х классов имеют необходимый уровень владения цифровыми средствами, однако, существуют явные дефициты в практическом применении таких умений в учебно-познавательной деятельности школьников, в частности, в рамках внеурочной деятельности по математике (*Приложение И*).

Также в это время определялся уровень самооценки школьников «Укрощение компьютера» по методике С. Т. Бочаровой [45]. В середине учебного года и в конце учебного года школьниками 8-х классов и учителями математики и информатики оценивались следующие параметры: навыки в использовании ИКТ-оборудования и медиаоборудования, работа с оборудованием. Выставлялись баллы в соответствии со следующими данными: «очень уверенно» – 4; «уверенно» – 3; «довольно уверенно» – 2; «неуверенно» – 1; «необходимо научиться» – 0. Далее подводился итог – сумма баллов, выставленная школьником самому себе по всем параметрам, и сумма баллов, выставленная учителем.

Тестирование школьников показало, что, во-первых, зачастую школьники демонстрируют завышенную самооценку в определении ИКТ-компетентности по сравнению с оценкой, выставленной учителями. Во-вторых, наименьшие баллы как обучающимися, так и учителями, были выставлены за параметр «Умение решать задачи вычислительного характера, используя программные средства».

Совместно с психологической службой образовательной организации было проведено тестирование школьников 8-х классов для выяснения предварительной диагностики психоэмоциональной, коммуникативной, мотивационной сферы школьников 8-9-х классов (социальный интеллект) по

методике Н. Холла в модификации Г.В. Резапкиной [169]. Некоторые результаты, полученные по итогам диагностики, приведены в *Приложении 3*. Итоги диагностики позволили сделать вывод о том, что уровень составляющих эмоционального интеллекта у большего количества восьмиклассников можно классифицировать как средний.

Для диагностики личностного роста школьников было проведено тестирование по модифицированной методике Д. В. Григорьева, П. В. Степанова [63]. Результаты были интерпретированы по следующим направлениям: отношение к семье, к Отечеству, к природе, к здоровью и отношению к культуре (*Приложение II*).

В 2019-2020 учебном году, а затем в 2020-2021 учебном году проводилась опытная проверка разработанной методики (*Рисунок 30*).

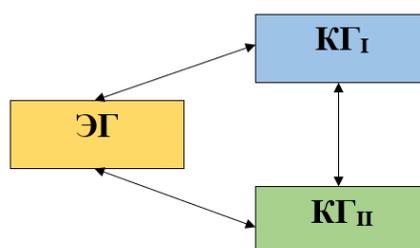


Рисунок 30. Привлеченные к опытной проверке группы обучающихся

На основании пожеланий школьников 9-х классов были сформированы две учебные группы, в которых двумя разными учителями преподавался учебный курс «Математика – основа цифрового мира» (72 часа, 2 раза в неделю) по утвержденной программе.

Таким образом, в 2019-2020 учебном году экспериментальной группой (ЭГ1) стала группа (15 человек), в которой преподавался учебный курс внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» по утвержденной программе и разработанной методике формирования ИМ- компетентности школьников, контрольной группой (КГ1) – группа (16 человек), в которой этот курс преподавался по той же программе без применения предложенной методики в условиях традиционного обучения. В 2020-2021 учебном году аналогичным образом формировались группы ЭГ2,

17 человек, и КГ2, 15 человек. Школьники в каждую группу были отобраны с приблизительно равным уровнем информационно-математической компетентности, математической подготовки и подготовки в области использования цифровых средств (на основе статистической обработки результатов предложенной проверочной работы, содержащей задачи курса алгебры, решение которых требует исследования построенных математических моделей с использованием цифровых средств; проведенных диагностик, описанных выше).

Частичная апробация разработанной методики формирования ИМ- компетентности школьников, проведенная в рамках второго этапа эксперимента, показала, что отношение к математике у обучающихся в ходе изучения элементов курса меняется, школьники обретают понимание роли математики и ее методов в исследовании современных проблем наук и реальной действительности. Для проверки этого наблюдения до начала экспериментального преподавания в группе ЭГ1 школьникам был предложен вопрос: «Современная жизнь все больше связана с информатизацией всех ее сфер. Считаете ли Вы, что полученные в школе математические знания могут быть Вам полезны в дальнейшей жизни и профессиональной деятельности в цифровом мире?» Подразумевался ответ «да» или «нет». Второй раз этот же вопрос предлагался школьникам в конце изучения учебного курса «Математика – основа цифрового мира». Из 15 школьников экспериментальной группы в первом случае дали ответ «да» 5 человек, ответ «нет» – 10 человек; во втором: «да» – 12; «нет» – 3.

В таблице (*Таблица 3.2.1*) введены обозначения:

A – количество школьников, ответивших «да» в двух опросах;

B – количество школьников, ответивших в первом опросе «да», во втором – «нет»;

C – количество школьников, ответивших в первом опросе «нет», во втором – «да»;

D – количество школьников, ответивших «нет» в двух опросах.

Таблица 3.2.1. Результаты двукратного опроса школьников
экспериментальной группы

Опросы		Второй опрос		Сумма
		«да»	«нет»	
Первый опрос	«да»	A=5	B=0	5
	«нет»	C=8	D=2	10
Сумма		13	2	15

В полученных данных $B < C$.

Была сформулирована гипотеза H_0 : «Изучение содержания учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» не оказывает влияния на понимание школьниками роли математики в современном информационном социуме». Альтернативная гипотеза H_1 : «Изучение содержания учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» оказывает влияние на понимание школьниками роли математики в современном информационном социуме».

Для проверки гипотезы в рассматриваемых условиях воспользуемся критерием Макнамары [61] для $n \leq 20$ ($n = B + C = 0 + 8 = 8$, $8 < 20$). Значение статистики T_2 подсчитываем, выбирая наименьшее из значений B и C , то есть $T_2 = 0$. Воспользовавшись таблицей на стр. 127, получаем, что вероятность появления значения $T_2 \leq 0$ при $n = 8$ равна 0,004. Если уровень значимости проверки гипотез $\alpha = 0,05$, то $\frac{\alpha}{2} = 0,025$, верно неравенство $0,004 < 0,025$. Следовательно, гипотеза H_0 на уровне значимости $\alpha = 0,05$ отклоняется и принимается альтернативная гипотеза H_1 .

Таким образом, на основе результатов двойного опроса школьников экспериментальной группы можно сделать вывод о том, что изучение содержания учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» оказывает влияние на понимание ими роли математики в современном информационном социуме.

Для выяснения доступности содержания учебного курса школьникам в 2019-2020 учебном году после изучения тем подразделов предлагались три самостоятельные работы. Предложенные задачи относились к

пропедевтическому, начальному, базовому, оптимальному уровням разработанной системы задач курса. Задачи творческого уровня были выполнены школьниками в рамках недели математики и информатики, а также представлены на заседаниях математического общества. Содержание самостоятельных работ приведено в *Приложении К*.

Первое задание *самостоятельной работы № 1* было нацелено на выявление знаний и умений школьников по теме «Сравнения по модулю m », второе – по теме «Подстановочные шифры», третье – по теме «Простейшие шифры перестановки», четвертое по теме «Простейшие симметричные криптосистемы». Подсчитывался процент работ, в которых школьники ошиблись при решении задач на следующих этапах.

1. Постановка проблемы и ее анализ. Построение ИМ-модели с точки зрения математики.
2. Исследование ИМ-модели математическими методами.
3. Построение ИМ-модели с помощью цифровых ресурсов.
4. Исследование ИМ-модели с помощью цифровых ресурсов
5. Анализ полученных результатов. Интерпретация результатов, представление ответа, в том числе с помощью цифровых ресурсов.

Представим анализ полученных результатов (*Таблица 20*).

Таблица 20. Анализ полученных результатов самостоятельной работы №1

№ задачи	Решили верно	Ошиблись на этапе					Не приступили к решению
		№1	№2	№3	№4	№5	
1	100%	-	-	-	-	-	-
2	78%	72%	28%	-	-	-	2%
3	64%	63%	19%	16%	1%	1%	8%
4	52%	43%	5%	49%	2%	1%	9%

Основные ошибки были сделаны школьниками на этапе построения ИМ-модели, ее исследования математическими методами, а также на этапе построения ИМ-модели с помощью цифровых ресурсов (задача 4).

Первое и второе задания *самостоятельной работы № 2* было нацелено на выявление знаний и умений школьников по теме «Формулы алгебры

высказываний», третье и четвертое – по теме «Различные приложения алгебры высказываний». Итоги этой работы показали, что больший процент школьников успешно справились с заданиями, ошибки также в основном при построении математической модели и ее исследовании математическими методами. Меньший процент ошибок при построении и исследовании модели с помощью цифровых ресурсов связывается с необходимостью использования при решении задач пользовательских программ, хорошо известных школьникам.

Первое и второе задания *самостоятельной работы № 3* были нацелены на выявление знаний и умений школьников по теме «Основные понятия и операции на графах», третье – по теме «Виды графов: деревья», четвертое по теме «Виды графов: плоский, двудольный, эйлеров, регулярный, гамильтонов графы». Анализ работ также показал, что в большинстве своем школьники справились с предложенными заданиями, основные ошибки допустили при составлении математической модели.

Проведенный анализ самостоятельных работ, выбор направлений для проведения самостоятельной учебно-исследовательской работы, ее выполнение и защита результатов показали, что предложенное содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» доступно для школьников 9-х классов.

Диагностика освоения ОЛ, ОИ, МО, МС ИМ-компетенций осуществлялась на основе разработанной схемы в экспериментальной и контрольной группах при проведении итоговых проверочных работ, защит исследовательских и проектных работ, а также в ходе наблюдения, опроса, тестирования и других методов диагностики.

По окончании проведения курса для экспериментальных и контрольных групп была проведена итоговая проверочная работа. Из всех школьников ЭГ1, ЭГ2 была составлена выборка из 32 человек, они составили рассматриваемую экспериментальную группу ЭГ, из школьников КГ1, КГ2 методом случайного

отбора была составлена выборка из 26 человек, они составили рассматриваемую контрольную группу КГ₁.

В состав итоговой проверочной работы были включены по одной задаче из подразделов пропедевтического, начального, базового и оптимального уровней разработанной системы. Итоговая проверочная работа допускала возможность решения задач школьниками как во время занятия, так и дома. Приведем таблицу, отражающую балльное оценивание результатов итоговой работы, а также результатов выполненных работ в рамках задач творческого уровня, представленных на итоговой ученической конференции (Таблица 21).

Таблица 21. Балльное оценивание результатов итоговой проверочной работы

Уровень задач системы	Баллы за верное решение задачи на данном этапе				
	№1	№2	№3	№4	№5
пропедевтический	-	0,2	-	0,2	0,2
начальный	-	0,5	0,5	0,5	0,5
базовый	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
оптимальный	1	1	1	1	1
творческий	5	5	5	5	5

За проверочную работу школьник максимально мог набрать $(0,2*3 + 0,5*4 + 0,8*4 + 1*4)*6 = 58,8$ баллов. За выполнение творческого итогового задания школьник максимально мог набрать $5*5 = 25$ (баллов). Следовательно, за все выполненные работы обучающийся максимально мог набрать $58,8 + 25 = 83,8$ балла.

Представим результаты выполнения проверочной работы в экспериментальной и контрольной группах (Рисунок 29).

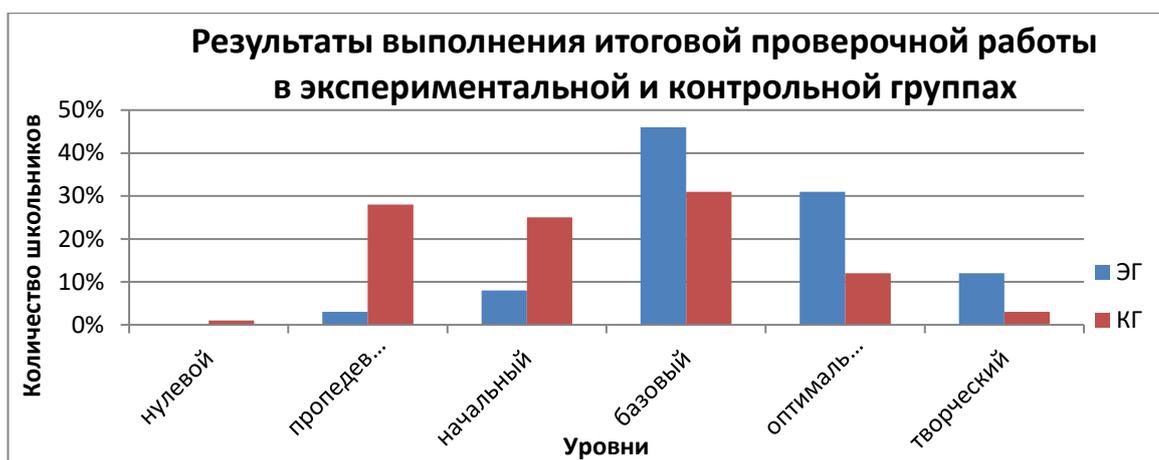


Рисунок 31. Результаты выполнения итоговой проверочной работы в ЭГ и КГ₁

Для статистической обработки данных был использован двусторонний критерий Вилкоксона-Манна-Уитни [61]. Баллы, полученные школьниками ЭГ и КГ₁, запишем по возрастанию значений отдельно по ЭГ и КГ₁ (Таблица 22).

Таблица 22. Баллы, полученные школьниками ЭГ и КГ₁ при выполнении итоговой проверочной работы

Группа	Объем выборки	Полученные баллы
ЭГ	32	9,6; 15,1; 15,6; 15,6; 18,0; 18,0; 25,2; 25,2; 31,5; 34,8; 34,8; 34,8; 34,8; 35,8; 38,8; 38,8; 44,8; 44,8; 54,8; 54,8; 58,8; 58,8; 58,8; 63,8; 63,8; 68,8; 68,8; 78,8; 78,8; 78,8; 83,8; 83,8
КГ ₁	26	1,8; 3; 3,6; 7,6; 15,1; 15,1; 15,6; 16,4; 17,2; 18,8; 18,8; 25,2; 25,2; 27,2; 31,6; 34,8; 34,8; 34,8; 34,8; 34,8; 38,8; 42,8; 44,8; 58,8; 63,8; 78,8

Объединим все численные значения в одну группу объемом 58, запишем в ряд по возрастанию значений и припишем каждому значению его ранг (место, на котором данное значение стоит в ряду). Ранг для одинаковых значений равен среднему арифметическому номеров мест, которые занимают эти значения. Получим следующую таблицу (Таблица 23).

Таблица 23. Ранжированные результаты ЭГ и КГ₁

№ n/n	ЭГ	КГ ₁	Ранг	№ n/n	ЭГ	КГ ₁	Ранг
1		1,8	1	30		34,8	29
2		3	2	31		34,8	29
3		3,6	3	32		34,8	29

4		7,6	4	33		34,8	29
5	9,6		5	34	35,8		34
6	15,1		7	35	38,8		36
7		15,1	7	36	38,8		36
8		15,1	7	37		38,8	36
9	15,6		10	38		42,8	38
10	15,6		10	39	44,8		40
11		15,6	10	40	44,8		40
12		16,4	12	41		44,8	40
13		17,2	13	42	54,8		42,5
14	18		14,5	43	54,8		42,5
15	18		14,5	44	58,8		45,5
16		18,8	16,5	45	58,8		45,5
17		18,8	16,5	46	58,8		45,5
18	25,2		19,5	47		58,8	45,5
19	25,2		19,5	48	63,8		49
20		25,2	19,5	49	63,8		49
21		25,2	19,5	50		63,8	49
22		27,2	22	51	68,8		51,5
23	31,5		23	52	68,8		51,5
24		31,6	24	53	78,8		54,5
25	34,8		29	54	78,8		54,5
26	34,8		29	55	78,8		54,5
27	34,8		29	56		78,8	54,5
28	34,8		29	57	83,8		57,5
29		34,8	29	58	83,8		57,5

Сформулируем нулевую и альтернативную гипотезы.

Нулевая гипотеза H_0 : баллы, полученные за работы школьниками экспериментальной группы при решении задач, проверяющих сформированность ИМ-компетентности, статистически не отличаются от баллов, полученных школьниками контрольной группы.

Альтернативная гипотеза H_1 : баллы, полученные за работы школьниками экспериментальной группы при решении задач, проверяющие сформированность ИМ-компетентности, выше баллов, полученных школьниками контрольной группы.

Обозначим X – случайная переменная – число баллов, присвоенных школьникам первой выборки, Y – второй выборки. Проводится проверка гипотезы $H_0: P(X < Y) = \frac{1}{2}$ при альтернативной гипотезе $H_1: P(X < Y) \neq \frac{1}{2}$.

Вычислим значение статистики критерия T по формуле $T = S - \frac{n(n+1)}{2}$

Сначала находим сумму рангов, приписанных членам выборки меньшего объема (вторая группа). $S = 585$. Минимальное из значений 32 и 26 равно 26 (т.е. $n = 26$). Тогда согласно приведенной формуле:

$$T = 585 - \frac{26(26+1)}{2} = 234$$

Объем выборок больше 20 ($n_1 = 32$ и $n_2 = 26$), поэтому критическое значение статистики критерия T находим по формуле

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{n_1 n_2}{2} + x_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

Для выбранного уровня значимости $\alpha = 0,05$ $x_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ [60, с.87].

При $n_1 = 32$ и $n_2 = 26$ по выше приведенной формуле рассчитываем критическое значение статистики критерия T .

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{32 \cdot 26}{2} + 1,96 \sqrt{\frac{32 \cdot 26 \cdot (32 + 26 + 1)}{12}} \approx 541$$

Таким образом, оказывается верным неравенство $T_{\text{набл.}} < W_{\frac{\alpha}{2}}$ ($234 < 541$).

Следовательно, нулевая гипотеза H_0 отклоняется на уровне $\alpha = 0,05$ и принимается альтернативная гипотеза H_1 , т.е. баллы, полученные за работы школьниками экспериментальной группы при решении задач, проверяющие сформированность ИМ-компетентности, выше баллов, полученные школьниками контрольной группы.

Так как в нашем случае имеется большое количество совпадающих значений, то проверим полученный результат с помощью подсчета критического значения статистики критерия по формуле, включающей коррекцию за приписывание одинаковых рангов совпадающим значениям переменных X и Y .

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{n_1 n_2}{2} + x_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12} - \sum K}, \text{ где } K = \frac{k^3 - k}{12} \text{ и } k - \text{число членов ряда,}$$

имеющих одно и то же значение, $\sum K$ – сумма значений K для всех цепочек совпадающих значений, принадлежащих обеим выборкам.

В нашем случае имеется 14 групп совпадающих значений переменных, принадлежащих разным выборкам. Найдем значения k_i , где $i=1, 2, \dots, 14$.

$k_1 = 3, k_2 = 3, k_3 = 2, k_4 = 2, k_5 = 4, k_6 = 9, k_7 = 3, k_8 = 3, k_9 = 2, k_{10} = 3,$
 $k_{11} = 3, k_{12} = 2, k_{13} = 4, k_{14} = 2.$

Найдем значения 14 слагаемых суммы K .

$$K_1 = K_2 = 2, K_3 = K_4 = 0,5, K_5 = 5, K_6 = 60, K_7 = K_8 = 2, K_9 = \frac{2^3 - 2}{12} = 0,5,$$

$$K_{10} = K_{11} = 2, K_{12} = 0,5, K_{13} = 5, K_{14} = 0,5$$

Сумма значений K равна 84.

По формуле, включающей коррекцию, для уровня значимости $\alpha=0,05$ при $n_1 = 32$ и $n_2 = 26$ найдем критическое значение статистики критерия T .

$$W_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{32 \cdot 26}{2} + 1,96 \sqrt{\frac{32 \cdot 26 \cdot (32 + 26 + 1)}{12}} - 84 \approx 540.$$

Таким образом, внесение коррекции, учитывающей приписывание одинаковых рангов равным значениям переменных X и Y , не оказало существенного влияния на значение $W_{\frac{\alpha}{2}}$.

Итак, нулевая гипотеза H_0 отклоняется на уровне $\alpha = 0,05$ и принимается альтернативная гипотеза H_1 . Использование предложенной методики способствует повышению уровня сформированности ИМ-компетентности школьников 8-9 классов.

Продемонстрируем результаты диагностики уровней достижения ОЛ, ОИ, МС ИМ-компетенций в экспериментальной и контрольной группах по окончании изучения курса (Рисунок 32, Рисунок 33, Рисунок 34).



Рисунок 32. Результаты диагностики уровней достижения ОЛ ИМ-компетенций



Рисунок 33. Результаты диагностики уровней достижения ОИ ИМ-компетенций



Рисунок 34. Результаты диагностики уровней достижения МО ИМ-компетенций

Представим результаты итоговой диагностики уровней сформированности ИМ-компетентности школьников.

На основании таблицы «Общий уровень сформированности ИМ-компетентности школьников» (Таблица 19), были представлены итоги диагностики уровней сформированности ИМ-компетентности школьников в экспериментальной и контрольной группах (Таблица 24).

Таблица 24. Уровни сформированности ИМ-компетентности школьников экспериментальной и контрольной групп по окончании изучения курса

Уровни	ЭГ	КГ ₁
пропедевтический	1%	29%
начальный	9%	25%
базовый	45%	31%
оптимальный	34%	11%
творческий	11%	4%

Диагностика показала, что более высокие уровни сформированности ИМ-компетентности наблюдаются у школьников, изучавших курс «Математика – основа цифрового мира» в условиях разработанной МФИМК.

На основании пожеланий школьников 9-х классов, не изучающих курс внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», в 2019- 2021 учебных годах была сформирована третья группа (КГ_{II}) с приблизительно равным со школьниками, изучающими курс по разработанной методике (ЭГ), уровнем информационно-математической компетентности и подготовки в области использования цифровых средств (Рисунок 30). Диагностика освоения ОЛ, ОИ, МО, МС ИМ-компетенций также осуществлялась на основе разработанной схемы.

По окончании проведения курса для ЭГ и КГ_{II} была проведена проверочная работа (*Приложение Л*) по темам курса алгебры, имеющим связь с содержательным наполнением разработанного учебного курса внеурочной деятельности. Выделены темы: «Элементы статистики», «Квадратичная функция и ее график», «Уравнения с двумя переменными и их системы», «Неравенства с двумя переменными и их системы», «Элементы комбинаторики», «Начальные сведения из теории вероятностей». В работе предложено одно задание пропедевтического уровня (5 баллов), одно – начального (6 баллов), три – базового (по 7 баллов), одно – оптимального (8 баллов), одно – творческого (10 баллов).

Для статистической обработки данных был также использован двусторонний критерий Вилкоксона-Манна-Уитни [61]. Была сформулирована нулевая и альтернативная гипотезы. Нулевая гипотеза H_0 : баллы, полученные за работы школьниками экспериментальной группы (ЭГ) при решении задач, проверяющие сформированность ИМ-компетентности, статистически не отличаются от баллов, полученные школьниками контрольной группы (КГ_{II}). Альтернативная гипотеза H_1 : баллы, полученные за работы школьниками экспериментальной группы (ЭГ) при решении задач, проверяющие сформированность ИМ-компетентности, выше баллов,

полученные школьниками контрольной группы (КГ_{II}). Аналогично описанному выше был проведен обсчет полученных данных. Также было подтверждено, что использование предложенной методики способствует повышению уровня сформированности ИМ-компетентности школьников 8-9 классов.

Дополнительно были проанализированы результаты выполнения предложенной проверочной работы в группах КГ_I и КГ_{II} (Рисунок 30). Общие результаты приведены на диаграмме (Рисунок 34).

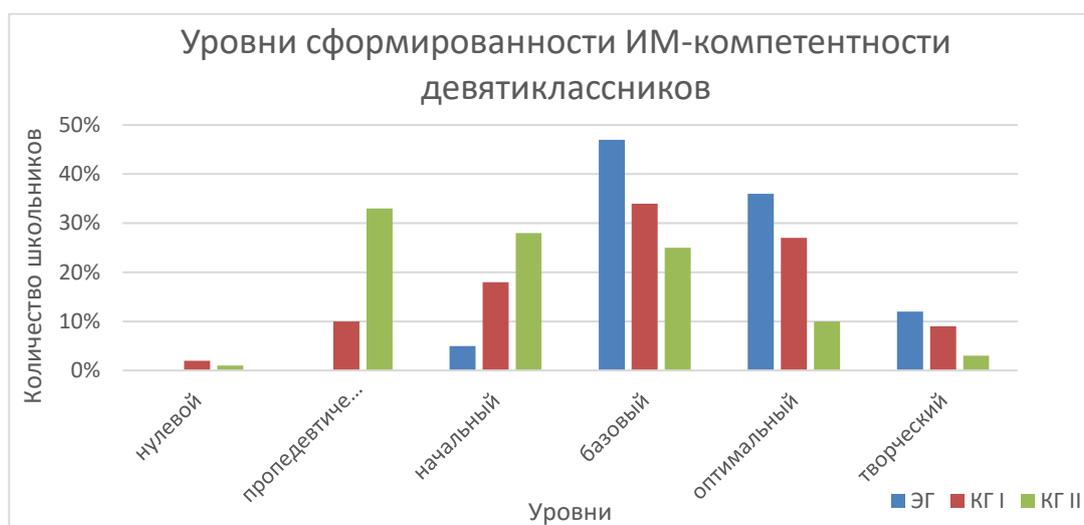


Рисунок 35. Уровни сформированности ИМ-компетентности обучающихся групп ЭГ, КГ_I и КГ_{II}

Качественный (Рисунок 35) и статистический (двусторонний критерий Вилкоксона-Манна-Уитни) анализ полученных результатов вновь подтвердил результативность предложенной методики.

Таким образом, на основании результатов комплекса проведенных диагностик можно сделать вывод о результативности формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов в рамках учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира».

Полученные результаты исследования реализуются при обучении студентов бакалавриата и магистратуры института цифрового образования ГАОУ ВО г. Москвы «Московский городской педагогический университет» [218, 220, 242, 243, 245, 248, 249, 251, 252, 254].

Выводы по главе 3

В главе 3 представлена диагностика результативности формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности.

Проанализированы подходы к диагностике результативности формирования ИМ-компетентности школьников: возможности диагностики сформированности ИМ-компетентности школьников (исследования математической грамотности PISA, методики оценки сформированности ИКТ-компетенций у школьников, программы тестирования ECDL и Microsoft по определению уровня ИКТ-грамотности и др.); разработана схема диагностики уровней сформированности ИМ-компетентности школьников в рамках МФИМК (представлена схемами диагностик уровней достижения ОЛ, ОИ, МО, МС ИМ-компетенций обучающихся, а также итоговой шкалой диагностики общего уровня сформированности ИМ-компетентности школьников).

Представлено описание основных этапов педагогического эксперимента, направленного на проверку результативности формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности в рамках учебного курса «Математика – основа цифрового мира», проведены обработка и анализ полученных результатов. Опыт практической реализации разработанной методики показал доступность для школьников предлагаемого материала, что подтвердила статистическая обработка результатов эксперимента. Практика внедрения в образовательный процесс школы МВСМЗ продемонстрировала ее эффективность в качестве интегративного средства обучения. Анализ результатов педагогического эксперимента позволил сделать вывод о результативности формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике как средства решения актуальной педагогической задачи: подготовки обучающихся к осознанному использованию математики в условиях информационного социума.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенного теоретического, практического исследования были получены следующие **результаты**.

1. На основе анализа нормативных документов сферы образования, психолого-педагогической, философской, учебно-методической, научной литературы и диссертационных исследований выявлена актуальность формирования информационно-математической компетентности школьников как требования информационного общества. Определено содержание понятия «информационно-математическая компетентность школьников 8-9 классов» как интегративной характеристики, предполагающей обладание обучающимися рядом общих и специальных математических знаний и умений, инструментальных навыков, личностных качеств, востребованных для самореализации в условиях современного информационного общества, готовность и способность применять их при работе с разнообразной информацией в учебно-познавательной и практической деятельности. Разработаны уровни сформированности такой компетентности: пропедевтический, начальный, базовый, оптимальный и творческий.

2. Разработана модель формирования информационно-математической компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике, содержащая *методологический блок*, в котором выделены принципы фундаментальности, интегративности, информатизации и самореализации при обучении математике; *целевой блок*, представленный общекультурными (личностными и инструментальными) и математическими (общенаучными и специальными) компетенциями (общекультурные и математические компетенции, востребованные для самореализации индивида в цифровом мире, отнесены к информационно-математическим компетенциям); *содержательный блок*, направленный на осознание школьниками фундаментального характера математической науки, значения

математики как инструмента для понимания сущности объектов, процессов и явлений цифрового мира; *программно-технологический блок*, сформированный на базе отобранных цифровых устройств, программных и учебно-методических средств ЦОС и выделенных методов, форм, стратегий обучения с опорой на разработанную многоуровневую веерную систему математических задач, рассматриваемую в качестве интегративной составляющей модели; *диагностический блок*, представленный схемами диагностик уровней достижения общекультурных (личностных и инструментальных) и математических (общенаучными и специальными) информационно-математических компетенций обучающихся, а также итоговой шкалой диагностики общего уровня сформированности информационно-математической компетентности школьников.

3. На основе уточненных принципов отбора содержательного наполнения МФИМК разработано содержание учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира», состоящее из двух разделов: «Знаковые модели («Коды», «Системы счисления», «Логические модели алгебры высказываний», «Аналитические оптимизационные модели») и «Наглядно-знаковые модели» («Графы», «Статистические таблицы и графики», «Фигурные числа»).

4. В качестве основы формирования ИМ-компетентности школьников на основании выделенных принципов разработана многоуровневая веерная система математических задач, уровни которой соответствуют уровням сформированности ИМ-компетентности (пропедевтический, начальный, базовый, оптимальный, творческий), а веерность обеспечивается путем рассмотрения чисто математических задач и задач на приложения: задачи межпредметного содержания (задачи с содержанием, связанным с естественными дисциплинами, с техническими и точными дисциплинами, с социально-гуманитарными дисциплинами) и внепредметного содержания (задачи с социально-бытовым содержанием, поставленные общественной практикой).

5. Разработаны учебно-методические материалы, обеспечивающие организацию и проведение учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» для школьников 8-9 классов: программа курса, тематическое планирование курса, методические рекомендации для учителя. Опубликовано учебно-методическое пособие «Математика – основа цифрового мира», полностью обеспечивающее обучение курсу. Создан одноименный ЦОР, реализованный на платформе «ЯКласс». Все учебно-методические материалы внедрены в педагогическую практику.

6. Проведен педагогический эксперимент. Статистическая обработка и анализ результатов педагогического эксперимента свидетельствуют о результативности формирования ИМ-компетентности школьников 8-9 классов во внеурочной деятельности по математике, которая способствует актуальной задаче подготовки обучающихся к осознанному применению математики в условиях информационного социума.

Таким образом, можно утверждать, что гипотеза исследования подтверждена, задачи исследования решены, его цель достигнута.

Перспективы дальнейших исследований в рассматриваемой области связаны с возможностями развития основных положений диссертации в направлениях формирования ИМ-компетентности школьников *на уроках математики* на уровне основного общего образования; формирования ИМ-компетентности *старшеклассников* в условиях профильного обучения.

Постоянное совершенствование компонентов ЦОС требует осмысление возможностей формирования ИМ-компетентности школьников в условиях развития и внедрения в педагогическую практику технологий дистанционного информационного взаимодействия, искусственного интеллекта. Все вышесказанное требует усиления предметной и методической подготовки *учителя математики* для формирования ИМ-компетентности школьников в процессе обучения предмету.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» : текст с изменениями и дополнениями на 2018 г. – Москва : Эксмо, 2018. – 144 с. – ISBN 978-5-04-095786-6.
2. Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 № 203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы». – URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/41919> (дата обращения: 02.04.2022).
3. Указ Президента Российской Федерации от 21.07.2020 № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года». – URL: <https://rulaws.ru/president/Ukaz-Prezidenta-RF-ot-21.07.2020-N-474/> (дата обращения: 20.04.2023).
4. Постановление Правительства Российской Федерации от 26.12.2017 № 1642 «Об утверждении государственной программы Российской Федерации "Развитие образования"». – URL: <https://base.garant.ru/71848426/?ysclid=m1kwx9btf4432185071> (дата обращения: 11.12.2023).
5. Постановление Правительства Российской Федерации от 07.12.2020 № 2040 «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды». – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202012090002> (дата обращения: 02.04.2022).
6. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 01.11.2013 № 2036-р «Об утверждении Стратегии развития отрасли информационных технологий в Российской Федерации на 2014–2020 годы и на перспективу до 2025 года». – URL: <https://digital.gov.ru/ru/documents/4084/> (дата обращения: 02.04.2022).
7. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24.12.2013 № 2506-р «Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации». – URL: <https://docs.edu.gov.ru/document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/> (дата обращения: 02.04.2022).

8. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 02.12.2021 № 3427-р «Об утверждении стратегического направления в области цифровой трансформации образования, относящейся к сфере деятельности Министерства просвещения РФ». – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/403075723/> (дата обращения: 20.04.2023).

9. Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28.09.2020 № 28 «Об утверждении санитарных правил СП 2.4 3648-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи"». – URL: https://fgosreestr.ru/sanitary_standard (дата обращения: 02.04.2022).

10. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования». – URL: <https://fgosreestr.ru/poop/federalnaia-obrazovatelnaia-programma-osnovnogo-obshchego-obrazovaniia-utverzhdena-prikazom-minprosveshcheniia-rossii-ot-18-05-2023-pod-370> (дата обращения: 20.10.2023).

11. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 21.07.2023 № 556 «О внесении изменений в приложения № 1 и № 2 к приказу Министерства просвещения Российской Федерации от 21.09.2022 № 858 "Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, и установления предельного срока использования исключенных учебников"». – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/407352481/> (дата обращения: 02.09.2023).

12. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 21.09.2022 № 858 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную

аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, и установления предельного срока использования исключенных учебников». – URL: <https://base.garant.ru/405590287/> (дата обращения: 02.04.2023).

13. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (дата обращения: 02.04.2022).

14. Приказ Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки и Министерства просвещения Российской Федерации от 06.05.2019 № 590/219 «Об утверждении Методологии и критериев оценки качества общего образования в общеобразовательных организациях на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся». – URL: <https://base.garant.ru/72252100/?ysclid=m1kxa4ikgd159915511> (дата обращения: 02.04.2022).

15. Письмо Минпросвещения России от 05.07.2022 № ТВ-1290/03 «О направлении методических рекомендаций» (вместе с «Информационно-методическим письмом об организации внеурочной деятельности в рамках реализации обновленных федеральных государственных образовательных стандартов начального общего и основного общего образования»). – URL: <https://www.consultant.ru/law/hotdocs/76535.html> (дата обращения: 02.04.2023).

16. Федеральный проект «Современная школа» национального проекта «Образование». – URL: <https://edu.gov.ru/national-project/projects/school/> (дата обращения: 02.04.2022).

17. Федеральный проект «Цифровая образовательная среда» национального проекта «Образование». – URL: <https://futuresussia.gov.ru/cifrova-obrazovatelnaa-sreda> (дата обращения: 02.04.2022).

18. Федеральный проект «Цифровые технологии» Министерства цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации. – URL: <https://digital.gov.ru/ru/activity/directions/878/> (дата обращения: 02.04.2022).

19. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Информатика. Базовый уровень (для 5-9 классов образовательных организаций). – Москва: 2023. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/15_ФРП-Информатика-7-9-классы_база.pdf (дата обращения: 11.12.2023).

20. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Информатика. Углубленный уровень (для 7-9 классов образовательных организаций). – Москва: 2023. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/16_ФРП_Информатика_7-9-классы_угл.pdf (дата обращения: 11.12.2023).

21. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика. Базовый уровень (для 5-9 классов образовательных организаций) – Москва: 2023. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/13_ФРП_Математика_5-9-классы_база.pdf (дата обращения: 11.12.2023).

22. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика. Углубленный уровень (для 7-9 классов образовательных организаций). – Москва: 2023. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/14_ФРП_Математика-7-9-классы_угл.pdf (дата обращения: 11.12.2023).

23. Письмо Министерства образования и науки Российской Федерации от 14.12.2015 № 09-3564 «О внеурочной деятельности и реализации дополнительных общеобразовательных программ». – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71187190/> (дата обращения: 02.04.2022).

24. Аксенова, О. В. Лабораторные работы по математике как инструмент формирования и контроля функциональной математической грамотности обучающихся / О. В. Аксенова, В. Ю. Бодряков, А. Е. Миронова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2021. – № 6. – С. 118 – 129.

25. Аладко, О. И. Система массового вовлечения школьников во внеурочную социально значимую деятельность : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Аладко Олеся Ивановна. – Томск, 2009. – 193 с.

26. Аллагулова, И. Н. Формирование математической компетентности старшеклассника в образовательном процессе : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Аллагулова Ирина Николаевна. – Оренбург, 2007. – 225 с.

27. Алфимова, А. С. Элементы теории графов. Учебное пособие для учащихся классов физико-математического профиля школ, гимназий, лицеев. – Москва : МПГУ, 2009. – 70 с. – ISBN 978-5-94845-166-6.

28. Аммосова, М. С. Профессиональная направленность обучения математике студентов горных факультетов вузов как средство формирования их математической компетентности: на элементах нечеткой логики : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Аммосова Марита Саввична. – Красноярск, 2009. – 180 с.

29. Анализ цифровых образовательных ресурсов и сервисов для организации учебного процесса школ / И. А. Карлов, Н. М. Киясов, В. О. Ковалев [и др.]. – Москва : НИУ ВШЭ, 2020. – 72 с.

30. Андреева, Е. В. Математические основы информатики. Элективный курс : Учебное пособие / Е. В. Андреева, Л. Л. Босова, И. Н. Фалина. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 328 с. – ISBN 5-94774-139-3.

31. Архипова, Т. А. Организация внеурочной деятельности обучающихся. Методическое пособие. / Т.А. Архипова, Н.С. Зевакова – URL: <https://school1->

velizh.smol.eduru.ru/media/2019/03/30/1260047672/Organizaciya_vneurochnoj_deyatel_nosti.pdf (дата обращения: 02.04.2022).

32. Афанасьев, А. Н. Обучение учащихся 7-9 классов решению нестандартных задач по математике во внеурочное время: на примере школ Республики Саха (Якутия) : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Афанасьев Александр Николаевич. – Новосибирск, 2006. – 160 с.

33. Афанасьева, С. Г. Формирование функциональной грамотности. Математическая грамотность. – URL: <https://ct14402.minobr63.ru/wp-content/uploads/2019/12/Формирование-Функциональной-грамотности-Математическая-грамотность.pdf> (дата обращения: 02.04.2022).

34. Афолина, С. Н. Формирование функциональной математической грамотности обучающихся / С. Н. Афолина // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. – 2021. – № 11. – С. 56 – 57.

35. Баврин, И. И. Теория вероятностей и математическая статистика : Учебник / И. И. Баврин. – Москва : Высшая школа, 2005. – 160 с. – ISBN 5-06-005322-9.

36. Балл, Г. А. Теория учебных задач : Психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. – Москва : Педагогика, 1990. – 184 с. – ISBN 5-7155-0071-0.

37. Барашко, Е. Н. Педагогические условия развития математического мышления старших школьников : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Барашко Елена Николаевна. – Ростов-на-Дону, 2015. – 222 с.

38. Бешенков, С. А. Развитие содержания обучения информатике в школе на основе понятий и методов формализации : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Бешенков Сергей Александрович. – Москва, 1998. – 250 с.

39. Бондаренко, И. И. Развитие математической компетентности студентов гуманитарных специальностей в практико-ориентированном

обучении : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Бондаренко Игорь Иванович. – Оренбург, 2007. – 165 с.

40. Босова, Л. Л. Информатика : 7 класс : базовый уровень : учебник / Л. Л. Босова, А. Ю. Босова. – 5-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 2023. – 254 с. – ISBN 978-5-09-102542-2.

41. Босова, Л. Л. Информатика : 8 класс : базовый уровень : учебник / Л. Л. Босова, А. Ю. Босова. – 5-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 2023. – 272 с. – ISBN 978-5-09-102543-9.

42. Босова, Л. Л. Информатика : 9 класс : базовый уровень : учебник / Л. Л. Босова, А. Ю. Босова. – 5-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 2023. – 272 с. – ISBN 978-5-09-102544-6.

43. Босова, Л. Л. Профессиональные компетенции учителя в цифровой образовательной среде / Л. Л. Босова, Н. К. Нателаури, Н. Н. Самылкина // Ученые записки ИУО РАО. – 2018. – № 4. – С. 33 – 37.

44. Босова, Л. Л. Создание и использование электронных образовательных ресурсов для общего образования : монография / Л. Л. Босова, А. Ю. Босова, Н. Е. Зубченко. – Москва : МГПУ, 2014. – 191 с. – ISBN 978-5-243-00361-2.

45. Бочарова, С. Т. Инструмент оценивания сформированности ИКТ-компетентности учащихся основной ступени: Методическая разработка. – URL: http://edu.mari.ru/mio/DocLib34/ИКТ_Инструмент%20оценивания%20ИКТ-компетентности_Бочарова%20СТ.pdf (дата обращения: 02.04.2022).

46. Бочков, С. И. Об Окинавской хартии глобального информационного общества и задачах развития российских систем коммуникации / С. И. Бочков, Г. И. Макаренко, А. В. Федичев // Правовая информатика. – 2018. – № 1. – С. 4 – 11.

47. Булин-Соколова, Е. И. Научно-педагогическое обеспечение процесса информатизации общего образования : специальность 13.00.02 «Теория и

методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Булин-Соколова Елена Игоревна. – Москва, 2010. – 407 с.

48. Бурченкова, А. А. Внеурочная деятельность школьников как условие гуманитарного влияния на учащихся сельской малокомплектной школы: 1-9 классы : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Бурченкова Александра Александровна. – Смоленск, 2005. – 290 с.

49. Бухарова, Д. Г. Основные понятия теории решения задач и теории обучения решению задач / Д. Г. Бухарова // Образование и наука. – 2011. – № 3. – С. 44 – 58.

50. Ваграменко, Я. А. Педагогические аспекты влияния ИКТ на характер современного образования / Я. А. Ваграменко, А. А. Русаков // ОТО. – 2017. – № 4. – С. 384 – 390.

51. Валеев, И. И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И. И. Валеев // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4. – С. 353 – 360.

52. Валиханова, О. А. Формирование информационно-математической компетентности студентов инженерных вузов в обучении математике с использованием комплекса прикладных задач : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Валиханова Ольга Александровна. – Красноярск, 2008. – 183 с.

53. Введение в криптографию / В. В. Яценко, Н. П. Варновский, Ю. В. Нестеренко [и др.]; под общ. ред. В. В. Яценко. – 4-е изд., доп. – Москва : МЦНМО, 2012. – 348 с. – ISBN 978-5-4439-0026-1.

54. Вербицкий, А. А. Инварианты профессионализма: проблемы формирования / А. А. Вербицкий, М. Д. Ильязова. – Москва : Логос, 2011. – 288 с. – ISBN 978-5-98704-604-3.

55. Выготский, Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – Москва : Педагогика-пресс, 1999. – 533 с. – ISBN 5-7155-0747-2.

56. Галямова, Э. Х. Методические аспекты формирования функциональной математической грамотности / Э. Х. Галямова // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета. – 2024. – № 1 (49). – С. 79 – 81.

57. Гладкова, А. П. Формирование исследовательских умений младшего школьника во внеурочной деятельности : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Гладкова Александра Петровна. – Волгоград, 2013. – 163 с.

58. Гнатышина, Е. В. Технология формирования информационной культуры будущего специалиста в процессе самостоятельной работы : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Гнатышина Екатерина Викторовна. – Челябинск, 2005. – 22 с.

59. Горбачук, З. И. Информатизация образования: социокультурный контекст : специальность 22.00.06 «Социология культуры, духовной жизни» : дис. ... канд. социолог. наук / Горбачук Зинаида Ивановна. – Ростов-на-Дону, 2005. – 169 с.

60. Горошко, Ю. В. Влияние новой информационной технологии на практическую значимость результатов обучения математике в старших классах средней школы : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Горошко Юрий Васильевич. – Киев, 1993. – 24 с.

61. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснянская. – Москва : Педагогика, 1977. – 134 с.

62. Григорьев, Д. В. Внеурочная деятельность школьников. Методический конструктор : пособие для учителя / Д. В. Григорьев, П. В. Степанов. – Москва : Просвещение, 2011. – 223 с. – ISBN 978-5-09-025672-8.

63. Григорьев, Д. В. Методика диагностики личностного роста школьников / Д. В. Григорьев, И. В. Степанова, П. В. Степанов – URL: <https://clck.ru/3EGtdG> (дата обращения: 02.04.2022).

64. Григорьев, С. Г. Информатизация образования. Фундаментальные основы и практические приложения: Учебник для студентов педагогических вузов и слушателей системы повышения квалификации педагогов / С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун. – Воронеж : Издательство «Научная книга», 2014. – 232 с. – ISBN 978-5-98222-846-8.

65. Гриншкун, В. В. Проблемы и пути эффективного использования технологий информатизации в образовании / В. В. Гриншкун // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. – 2018. – № 2. – С. 34 – 47.

66. Гриншкун, В. В. Современная цифровая образовательная среда: ресурсы, средства, сервисы : монография / В. В. Гриншкун, Г. А. Краснова. – Москва : Проспект, 2021. – 216 с. – ISBN 978-5-392-33744-6.

67. Гриценко, Л. И. Опыт А.С. Макаренко и его значение / Л. И. Гриценко // Социальная педагогика. – 2016. – № 4 – 5. – С. 29 – 37.

68. Гусев, В. А. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах: Книга для учителя / В. А. Гусев, А. И. Орлов, А. Л. Розенталь. – 2-е изд., перераб. – Москва, 1984. – 286 с.

69. Гусев, В. А. Методические основы дифференцированного обучения математике в средней школе : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Гусев Валерий Александрович. – Москва, 1990. – 364 с.

70. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Традиционные сюжетно-текстовые задачи : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 174 с. – ISBN 978-5-534-09591-3.

71. Дегтярева, Е. А. Пути развития информационно-математической компетентности преподавателя вуза / Е. А. Дегтярева // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 13. – С. 2421 – 2425.

72. Деза, Е. И. Индивидуальные траектории фундаментальной подготовки учителя математики в условиях вариативного образования : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Деза Елена Ивановна. – Москва, 2012. – 367 с.

73. Деза, Е. И. Основы дискретной математики : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 050201.65 «Математика» / Е. И. Деза, Д. Л. Модель. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : URSS, 2010. – 218 с. – ISBN 978-5-397-01588-2.

74. Детушев, И. В. Фундаментализация математической подготовки студентов экономических специальностей вузов на основе профессиональной направленности обучения : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Детушев Иван Васильевич. – Курск, 2015. – 186 с.

75. Джаджа, В. П. Метод тематического погружения при использовании мультимедийных технологий в обучении математике: на примере тригонометрии : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Джаджа Виктор Петрович. – Самара, 2005. – 185 с.

76. Егорченко, И. В. Фундаментализация математического образования: аспекты, особенности трактовок, направления реализации / И. В. Егорченко // Сибирский педагогический журнал. – 2006. – № 3. – С. 11 – 19.

77. Егупова, М. В. Бинарная роль практических приложений математики в обучении школьников / М. В. Егупова // Материалы XXXVI семинара преподавателей математики и информатики вузов. – 2017. – Т. 1. – С. 154 – 156.

78. Егупова, М. В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике в школе : монография / М. В. Егупова. – Москва : МПГУ, 2014. – 220 с. – ISBN 978-5-93088-151-6.

79. Ежова, В. С. Формирование математической культуры будущих учителей математики в вузе : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Ежова Валентина Сергеевна. – Шуя, 2011. – 23 с.

80. Елисеева, Е. В. Принципы отбора содержания обучения разработке управленческого компонента информационной образовательной среды / Е. В. Елисеева // Известия РГПУ им. А. И. Герцена. – 2008. – № 51. – С. 206 – 210.

81. Елисеева, Е. В. Цифровые образовательные ресурсы как составляющая инновационной образовательной среды современного вуза / Е. В. Елисеева, С. Н. Злобина // Вестник БГУ им. академика И. Г. Петровского. – 2010. – № 1. – С. 56 – 60.

82. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода : Книга для учителя / О. Б. Епишева. – Москва : Просвещение, 2003. – 222 с. – ISBN 5-09010905-2.

83. Ершов, А. П. Информатизация: от компьютерной грамотности школьников к информационной культуре общества / А. П. Ершов // Коммунист. – 1988. – № 2. – С. 82 – 92.

84. Зарукина, Е. В. Активные методы обучения: рекомендации по разработке и применению: учеб.-метод. пособие / Е. В. Зарукина, Н. А. Логинова, М. М. Новик. – Санкт-Петербург : СПбГИЭУ, 2010. – 59 с. – ISBN 978-5-9978-0051-2.

85. Зверев, И. Д. Межпредметные связи в современной школе / И. Д. Зверев, В. Н. Максимова. – Москва : Педагогика, 1981. – 160 с.

86. Зеер, Э. Ф. Компетентностный подход как методологическая позиция обновления профессионального образования / Э. Ф. Зеер // Вестник Учебно-

методического объединения по профессионально-педагогическому образованию. – 2005. – Вып. 1 (37). – С. 5 – 12.

87. Зимняя, И. А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И. А. Зимняя // Эксперимент и инновации в школе. – 2009. – № 2. – С. 7 – 14.

88. Зубова, И. И. Прикладная направленность системы задач физического содержания при обучении математике в средней школе : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Зубова Ирина Ивановна. – Орел, 2000. – 159 с.

89. Иванова, Е. О. Теория обучения в информационном обществе / Е. О. Иванова, И. М. Осмоловская. – 2-е изд. – Москва : Просвещение, 2014. – 190 с. – ISBN 978-5-09-033594-2.

90. Иващенко, Е. В. Реализация связи с химией при обучении математике в VII – IX классах через решение задач с химическим содержанием : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Иващенко Евгения Витальевна. – Армавир, 2004. – 133 с.

91. Игнатов, В. С. Информационное пространство. Структура и функции / В. С. Игнатов, Д. В. Пименова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Общественные науки. – 2007. – № 3. – С. 3 – 10.

92. Игошин, В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 032100 «Математика» / В. И. Игошин. – 2-е изд., стер. – Москва : Academia, 2006. – 302 с. – ISBN 5-7695-2914-8.

93. Ильченко, О. А. Организационно-педагогические условия разработки и применения сетевых курсов в учебном процессе : На примере подготовки специалистов с высшим образованием : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Ильченко Ольга Александровна. – Москва, 2002. – 193 с.

94. Информатика. Примерные рабочие программы курсов внеурочной деятельности. 5-6, 7-9 классы : учебно-методическое пособие / под ред. Л. Л. Босовой. – 2-е изд., стереотип. – Москва : Просвещение, 2021. – 135 с. – ISBN 978-5-09-081288-7.

95. Калинин, С. И. Методическая система обучения студентов педвуза дифференциальному и интегральному исчислению функций в контексте фундаментализации образования : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Калинин Сергей Иванович. – Киров, 2010. – 318 с.

96. Канель-Белов, А. Я. Как решают нестандартные задачи / А. Я. Канель-Белов, А. К. Квальджи; под ред. В. О. Бугаенко. – 15-е изд., стереотип. – Москва : МЦНМО, 2023. – 96 с. – ISBN 978-5-4439-4395-4.

97. Капкаева, Л. С. Теория и методика обучения математике: частная методика : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 519 с. – ISBN 978-5-534-18620-8.

98. Каптерев, А. И. Формирование информационно-сетевой компетентности школьников: системно-деятельностный подход: монография / А. И. Каптерев. – Москва : Онто-Принт, 2018. – 192 с.

99. Каракозов, С. Д. Развитие предметной подготовки учителей информатики в контексте информатизации образования : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Каракозов Сергей Дмитриевич. – Москва, 2005. – 47 с.

100. Картежников, Д. А. Визуальная учебная среда как условие развития математической компетентности студентов экономических специальностей : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Картежников Дмитрий Александрович. – Омск, 2007. – 22 с.

101. Кастельс, М. Информационная эпоха : Экономика, общество и культура / М. Кастельс; пер. с англ. под науч. ред. О. И. Шкаратана. – Москва, 2000. – 606, [1] с. – ISBN 5-7598-0069-8.

102. Китаева, И. В. Формирование стохастической компетенции учащихся при изучении математики с использованием интерактивных методов и средств обучения : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Китаева Ирина Вячеславовна. – Елец, 2017. – 23 с.

103. Клещеева, И. В. Учебно-исследовательская деятельность учащихся при изучении математики как средство достижения новых образовательных результатов / И. В. Клещеева // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – № 4 (35). – С. 167 – 171.

104. Козырев, В. А. Теоретические основы развития гуманитарной образовательной среды педагогического университета : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Козырев Владимир Алексеевич. – Санкт-Петербург, 2000. – 36 с.

105. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике : Часть 1 / Ю. М. Колягин. – Москва : Просвещение, 1977. – 113 с.

106. Коляда, Е. П. Развитие логического мышления учащихся-подростков на основе межпредметных задач : Математика, информатика : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Коляда Елена Петровна. – Саратов, 1996. – 153 с.

107. Компетентностный подход в образовательном процессе : монография / А. Э. Федоров, С. Е. Метелев, А. А. Соловьев, Е. В. Шлякова. – Омск : Омскбланкиздат, 2012. – 208 с. – ISBN 978-5-8042-0226-3.

108. Компетентностный подход в обучении : учебно-методическое пособие / авт.-сост. : О. В. Еремкина, Н. Б. Федорова, Д. В. Морин, М. А. Борисова. – Рязань : РГУ имени С. А. Есенина, 2010. – 48 с. – ISBN 978-5-88006-635-3.

109. Коновалова, Ю. А. Реализация межпредметных связей курсов алгебры и физики основной школы в условиях дифференцированного обучения : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания

(математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Коновалова Юлия Александровна. – Москва, 2003. – 216 с.

110. Конопатова, Н. К. Информационно-образовательная среда как важнейшее условие достижения нового качества образования. – URL: http://www.admedu.spb.ru/sites/default/files/sovremennaya_obrazovatelnyaya_sreda.pdf (дата обращения: 02.04.2021).

111. Концепция функциональной грамотности школьников: математика и информатика / М. В. Рыжаков, Е. А. Седова, М. М. Абдуразаков [и др.]. – Москва : Эдитус, 2016. – 220 с. – ISBN 978-5-00058-334-0.

112. Кравцов, С. С. Методика проведения занятий с отстающими учащимися по математике с использованием технологии мультимедиа : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Кравцов Сергей Сергеевич. – Москва, 1999. – 150 с.

113. Кравцова, А. Ю. Совершенствование системы подготовки будущих учителей в области информационных и коммуникационных технологий в условиях модернизации образования: на материале зарубежных исследований: специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Кравцова Алла Юрьевна. – Москва, 2004. – 48 с.

114. Краевский, В. В. Методология педагогического исследования: Пособие для педагога-исследователя / В. В. Краевский. – Самара : Изд-во СамГПИ, 1994. – 165 с. – ISBN 5-8428-0038-1.

115. Кругликов, С. А. Методика преподавания математики с использованием информационных технологий и компьютерных продуктов учебного назначения : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Кругликов Сергей Александрович. – Москва, 2003. – 228 с.

116. Крылов, С. С. Аналитический отчет о результатах участников ЕГЭ 2023 года по информатике, включая методические рекомендации для

учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 г. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2023/inf_mr_2023.pdf (дата обращения: 10.04.2024).

117. Кузьмина, А. В. Информационно-математическая компетентность студентов экономического профиля вузов / А. В. Кузьмина // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2011. – № 3 (32). – С. 112 – 118.

118. Курейчик, В. М. Синергетика в образовании / В. М. Курейчик, В. И. Писаренко // Открытое образование. – 2010. – № 4. – С. 33 – 44.

119. Лавина, Т. А. Структура и содержание информационно-математической компетенции бакалавров технических направлений / Т. А. Лавина, И. И. Ильина // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2018. – № 4. – С. 132 – 140.

120. Лавриненко, Н. А. Педагогические условия формирования информационной культуры студентов : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис.... канд. пед. наук / Лавриненко Нонна Анатольевна. – Краснодар, 2004. – 23 с.

121. Лапчик, М. П. Подготовка педагогических кадров в условиях информатизации образования: учебное пособие / М. П. Лапчик. – 3-е изд., электрон. – Москва : Лаборатория знаний, 2020. – 185 с. – ISBN 978-5-00101-769-1.

122. Левитас, Г. Г. Нестандартные задачи по математике в 7 – 11 классах / Г. Г. Левитас. – Москва : ИЛЕКСА, 2022. – 64 с. – ISBN 978-5-89237-189-6.

123. Леднев, В. С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы. – 2-е изд., перераб. – Москва : Высшая школа, 1991. – 224 с. – ISBN 5-06-002102-5.

124. Леонтьев, А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – 2-е изд. – Москва : Политиздат, 1977. – 304 с.

125. Лернер, И. Я. О методах обучения / И. Я. Лернер, М. Н. Скаткин // Советская Педагогика. – 1965. – № 3. – С. 115 – 127.

126. Лернер, И. Я. Состав содержания образования и пути его воплощения в учебнике / И. Я. Лернер // Проблемы школьного учебника. – 1978. – Выпуск 6. – С. 7 – 11.

127. Ложкина, Е. М. Обучение математическому моделированию в курсе алгебры основной школы как условие развития учебно-познавательной компетентности учащихся : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Ложкина Екатерина Михайловна. – Санкт-Петербург, 2008. – 22 с.

128. Локтионов, М. В. А. А Богданов как основоположник общей теории систем / М. В. Локтионов // Философия науки и техники. – 2016. – № 2. – С. 80 – 96.

129. Лунгу, К. Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач / К. Н. Лунгу. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 128 с. – ISBN 5-9221-0631-7.

130. Маклецов, С. В. Формирование информационной компетентности бакалавров по направлению «Математика и компьютерные науки» средствами электронного обучения : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... канд. пед. наук / Маклецов Сергей Владиславович. – Казань, 2014. – 235 с.

131. Максютин, А. А. Многоуровневая система задач как средство обучения учащихся средней школы алгебре и началам математического анализа : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Максютин Алексей Алексеевич. – Саранск, 2007. – 19 с.

132. Мартиросян, Л. П. Теоретико-методические основы информатизации математического образования : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Мартиросян Лора Пастеровна. – Москва, 2010. – 312 с.

133. Математика, информатика, информатизация образования: инновационные методики обучения : монография / М. П. Лапчик,

М. В. Носков, О. Г. Смолянинова [и др.]. – Красноярск : СФУ, 2021. – 204 с. – ISBN 978-5-7638-4494-8.

134. Математика. 5-9 классы : развитие математического мышления : олимпиады, конкурсы / авт-сост. И. В. Фотина. – 2-е изд., перераб. – Волгоград : Учитель, 2016. – 199 с. – ISBN 978-5-7057-4818-1.

135. Математика. Алгебра. 8-й класс: базовый уровень: учебник / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – 16-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 2023. – 319, [1] с. – ISBN 978-5-09-111166-8.

136. Математика. Алгебра: 7-й класс: базовый уровень: учебник / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – 15-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 2023. – 255 [1] с. – ISBN 978-5-09-110804-0.

137. Математика. Алгебра: 9-й класс: базовый уровень: учебник / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – 15-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 2024. – 255 [1] с. – ISBN 978-5-09-120156-7.

138. Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Базовый уровень. Учебник. В 2 частях. Часть 1 / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко; под ред. И. В. Яценко. – Москва : Просвещение, 2023. – 177 с. – ISBN 978-5-09-120161-1.

139. Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Базовый уровень. Учебник. В 2 частях. Часть 2 / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко; под ред. И. В. Яценко. – Москва : Просвещение, 2023. – 111 с. – ISBN 978-5-09-120162-8.

140. Материалы международной онлайн-конференции по искусственному интеллекту и машинному обучению Artificial Intelligence Journey. – URL: <https://ai-journey.ru/> (дата обращения: 02.04.2022).

141. Медников, Л. Э. Четность / Л. Э. Медников. – 9-е изд., стереотип. – Москва : МЦНМО, 2023. – 64 с. – ISBN 978-5-4439-4340-4.

142. Методика преподавания математики в средней школе : Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов. Общая методика / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский, Г. Л. Луканкин. – Москва : Просвещение, 1975. – 462 с.

143. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: учебное пособие / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский, Г. Я. Луканкин. – Москва : Просвещение, 1975. – 462 с.

144. Мирзоев, М. С. Теоретико-методические основания формирования математической культуры учителя информатики : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : дис. ... д-ра пед. наук / Мирзоев Махмашариф Сайфович. – Москва, 2015. – 366 с.

145. Мироненко, Е. С. Цифровая образовательная среда: понятие и структура / Е. С. Мироненко // Социальное пространство. – 2019. – № 4 (21). – С. 36 – 50.

146. Митенев, Ю. А. Информационно-коммуникационные технологии как средство развития творческой активности учащихся на внеурочных занятиях по математике : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Митенев Юрий Андреевич. – Вологда, 2011. – 201 с.

147. Мордкович, А. Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дисс. ... д-ра пед. наук / Мордкович Александр Григорьевич. – Москва, 1986. – 355 с.

148. Наливалкин, А. Ю. Анализ понятия информационно-образовательной среды / А. Ю. Наливалкин // Вестник РАМТ. – 2012. – №1 (4). – С. 101 – 103.

149. Нефедова, А. С. Развитие информационной компетентности студентов заочных отделений педагогических вузов в процессе обучения математическому анализу : специальность 13.00.02 «Теория и методика

обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Нефедова Алена Сергеевна. – Екатеринбург, 2011. – 23 с.

150. Никонова, Н. В. Методические подходы к комплексному использованию электронных средств учебного назначения в средней общеобразовательной школе: на примере обучения математике в 5-6 классах : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Никонова Наталья Васильевна. – Москва, 2007. – 19 с.

151. Никулина, Т. В. Информатизация и цифровизация образования: понятия, технологии, управление / Т. В. Никулина, Е. Б. Стариченко // Педагогическое образование в России. – 2018. – № 8. – С. 107 – 113.

152. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров; под ред. Е. С. Полат. – 4-е изд., стер. – Москва : Академия, 2009. – 268, [1] с. – ISBN 978-5-7695-6156-6.

153. Организация современной информационной образовательной среды: методическое пособие / Т. Б. Захарова, А. С. Захаров, Н. Н. Самылкина [и др.]. – Москва : Прометей, 2016. – 278 с. – ISBN 978-5-9907986-4-9.

154. Осин, А. В. Мультимедиа в образовании: контекст информатизации / А. В. Осин. – Москва : Агентство «Издательский сервис», 2004. – 319 с. – ISBN 5-98425-002-7.

155. Оценка информационно-коммуникационной компетентности учащихся: подходы, инструмент, валидность и надежность результатов / С. М. Авдеева, М. Г. Руднев, Г. М. Васин [и др.]. // Вопросы образования. – 2017. – № 4. – С. 104 – 132.

156. Педагогическая психология : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050700 «Педагогика» / Баева И. А., Регуш Л. А., Орлова А. В. [и др.]; под ред. Л. А. Регуш,

А. В. Орловой. – Санкт-Петербург : Питер, 2010. – 414 с. – ISBN 978-5-49807-200-5.

157. Перельман, Я. И. Занимательная алгебра / Я. И. Перельман. – Москва: ОЛМА Медиа Групп, 2013. – 125, [3] с. – ISBN 978-5-373-02313-9.

158. Перминов, Е. А. Дискретная математика. Учебное пособие для 8-9 классов средней общеобразовательной школы / Е. А. Перминов. – Екатеринбург : ИРРО, 2024. – 206 с.

159. Подложнюк, Е. А. Формирование функциональной математической грамотности на уроках математики / Е. А. Подложнюк, О. Е. Кадеева // Тенденции развития науки и образования. – 2022. – № 81 (4). – С. 96 – 99.

160. Подходова, Н. С. Введение в моделирование. Математические модели в естествознании (биология, химия, экология) : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «540100 (050100) – Естественнонаучное образование» / Н. С. Подходова, Е. М. Ложкина. – Санкт-Петербург : Издательство РГПУ им. А. И. Герцена, 2009. – 177 с. – ISBN 978-5-8064-1477-0.

161. Подходова, Н. С. Межпредметные задания. Матричный классификатор межпредметных заданий / Н. С. Подходова, С. В. Аранова // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. – 2012. – № 6. – С. 143 – 153.

162. Подымова, Л. С. Интерактивные методы в обучении и воспитании школьников : методическое пособие / Л. С. Подымова. – Москва : УЦ «Перспектива», 2011. – 32 с. – ISBN 978-5-98594-282-8.

163. Поличка, А. Е. Научно-методическое обеспечение и организация многоуровневой подготовки кадров информатизации региональной системы общего образования: на примере Дальневосточного федерального округа : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Поличка Анатолий Егорович. – Москва, 2006. – 47 с.

164. Попова, М. В. Взаимодействие информационных и педагогических технологий в формировании информационной культуры старшеклассников : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Попова Марина Викторовна. – Карачаевск, 2006. – 22 с.

165. Примеры открытых заданий по математике PISA [По материалам международного исследования образовательных достижений учащихся PISA 2003, 2012 гг.]. – URL: [https://www.ncokoit.kg/test/mat/10_Примеры%20открытых%20заданий%20по%20математике%20\(по%20материалам%20PISA%202003,%202012\).pdf](https://www.ncokoit.kg/test/mat/10_Примеры%20открытых%20заданий%20по%20математике%20(по%20материалам%20PISA%202003,%202012).pdf) (дата обращения: 02.04.2022).

166. Пустовойтов, В. Н. Формирование познавательной компетентности у старшеклассников в процессе обучения: на примере изучения предметной области «Математика и Информатика» : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Пустовойтов Виктор Николаевич. – Москва, 2015. – 47 с.

167. Рагулина, М. И. Компьютерные технологии в математической деятельности педагога физико-математического направления : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Рагулина Марина Ивановна. – Омск, 2008. – 44 с.

168. Разливинских, И. Н. Формирование математической компетентности студентов педвуза (на примере будущих учителей начальных классов) : методические рекомендации для преподавателей / И. Н. Разливинских. – Шадринск : Шадринский государственный педагогический институт, 2011. – 61 с. – ISBN 978-5-7142-1321-2.

169. Резапкина, Г. В. Экспресс-диагностика профессиональных интересов и склонностей учащихся 8-9 классов : учебно-методическое пособие / Г. В. Резапкина. – Москва : Государственное образовательное учреждение «Информационно-аналитический центр», 2010.

170. Рекомендация Совета Европейского Союза 2018/С 189/01 от 22.05.2018 о ключевых компетенциях, необходимых для обучения в течение

всей жизни. – URL: https://base.garant.ru/403138383/#block_881 (дата обращения: 11.12.2023).

171. Роберт, И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы, перспективы использования / И. В. Роберт. – Москва : Школа-Пресс, 1994. – 205 с. – ISBN 5-88527-034-1.

172. Роберт, И. В. Теория и методика информатизации образования : психолого-педагогический и технологический аспекты / И. В. Роберт. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 398 с. – ISBN 978-5-9963-0897-2.

173. Рубинштейн, С. Л. Бытие и сознание / С. Л. Рубинштейн. – Санкт-Петербург : Питер, 2017. – 287 с. – ISBN 978-5-496-02943-8.

174. Садовников, Н. В. Теоретико-методологические основы методической подготовки учителя математики в педвузе в условиях фундаментализации образования : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Садовников Николай Владимирович. – Саранск, 2007. – 360 с.

175. Самерханова, Э. К. Цифровые ресурсы для организации образовательного процесса и оценки достижений обучающихся в дистанционном формате: обзор цифровых ресурсов для дистанционного образования / Э. К. Самерханова, Е. П. Круподерова, И. В. Панова. – Нижний Новгород : Мининский университет, 2020. – 50 с. – ISBN 978-5-85219-694-1.

176. Самойлов, В. С. Межпредметные связи курсов математики и физики 6-8 классов в системе задач по математике : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Самойлов Виктор Сергеевич. – Москва, 1984. – 190 с.

177. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе : учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов и университетов / Г. И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 223 с. – ISBN 5-09-010148-5.

178. Саранцев, Г. И. Упражнения в обучении математике / Г. И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 1995. – 239, [1] с. – ISBN 5-09-004602-6.

179. Селевко, Г. К. Педагогические технологии на основе дидактического и методического усовершенствования УВП / Г. К. Селевко. – Москва : НИИ школьных технологий, 2005. – 288 с. – ISBN 5-87953-196-1.

180. Сенкевич, Л. Б. Формирование информационной компетентности будущего учителя математики средствами информационных и коммуникационных технологий : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Сенкевич Людмила Борисовна. – Тобольск, 2005. – 181 с.

181. Сергеева, Е. В. Теоретические основы развития математической компетентности студентов технического университета : монография / Е. В. Сергеева, Е. М. Гугина. – Магнитогорск : ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г. И. Носова», 2020. – 101 с. – ISBN 978-5-9967-1895-5.

182. Сергеева, Т. Ф. Методическое сопровождение процесса формирования математической грамотности в системе общего образования. – URL: https://school-06.gosuslugi.ru/netcat_files/userfiles/Methodicheskoe_soprovozhdenie.pdf (дата обращения: 04.08.2024).

183. Сидоров, Л. Г. Развитие философии управления: системный подход / Л. Г. Сидоров // Социально-гуманитарные знания. – 2018. – № 3. – С. 77 – 90.

184. Скаткин, М. Н. Проблемы современной дидактики / М. Н. Скаткин. – 2-е изд. – Москва : Педагогика, 1984. – 95 с.

185. Слостенин, В. А. Педагогика : учебник по дисциплине «Педагогика» для студентов высших учебных заведений, обучающихся по педагогическим специальностям / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов ; под ред. В. А. Слостенина. – 8-е изд., стер. – Москва : Академия, 2008. – 566, [1] с. – ISBN 978-5-7695-4762-1.

186. Словарь-справочник терминов нормативно-технической документации – URL: <http://www.find-info.ru/doc/dictionary/normative-technical-documentation/index.htm> (дата обращения: 02.04.2022).

187. Смирнов, Е. И. Технология наглядно-модельного обучения математике / Е. И. Смирнов. – Ярославль : ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, 1998. – 312 с. – ISBN 5-87555-064-3.

188. Смирнова, И. М. Научно-методические основы преподавания геометрии в условиях профильной дифференциации обучения : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. д-ра ... пед. наук / Смирнова Ирина Михайловна. – Москва, 1995. – 38 с.

189. Смолянинова, О. Г. Развитие методической системы формирования информационной и коммуникативной компетентности будущего учителя на основе мультимедиа-технологий : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... д-ра пед. наук / Смолянинова Ольга Георгиевна. – Санкт-Петербург, 2002. – 504 с.

190. Стельмах, Я. Г. Формирование профессиональной математической компетентности студентов - будущих инженеров : специальность 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Стельмах Янина Геннадьевна. – Самара, 2011. – 23 с.

191. Степанова, Л. Л. Практикум по элементарной математике. Арифметика / Л. Л. Степанова, А. В. Жмулева, Е. И. Деза. – Москва : МЦНМО, 2008. – 204, [2] с. – ISBN 978-5-94057-434-7.

192. Столяр, А. А. Педагогика математики : Курс лекций / А. А. Столяр. – Минск : Вышэйшая школа, 1969. – 368 с.

193. Теория и практика создания образовательных электронных изданий / М. И. Беляев, В. М. Вымятин, С. Г. Григорьев [и др.]. – Москва : Издательство РУДН, 2003. – 240 с. – ISBN 5-209-02302-8.

194. Терешин, Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики : книга для учителя / Н. А. Терешин. – Москва : Просвещение, 1990. – 96 с. – ISBN 5-09-001300-4.

195. Терновая, Н. А. Развитие мотивации и познавательного интереса старшеклассников в процессе решения межпредметных задач: на материале предметов естественно-математического цикла : специальность 13.00.01

«Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Терновая Наталия Анатольевна. – Саратов, 2000. – 195 с.

196. Тестов, В. А. Стратегии обучения математике / В. А. Тестов. – Москва : Технологическая Школа Бизнеса, 1999. – 303 с. – ISBN 5-86073-076-4.

197. Тимуршина, Г. А. Внеурочная деятельность старших школьников как фактор их гражданского становления : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Тимуршина Гюзьял Ахметовна. – Нижний Новгород, 2005. – 184 с.

198. Тришина, С. В. Технология развития информационной компетентности старшеклассника : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Тришина Светлана Владимировна. – Оренбург, 2005. – 172 с.

199. Троицкая, Е. А. Методические подходы к автоматизации процесса формирования индивидуальной стратегии обучения решению задач предметной области: на примере обучения решению математических задач учащихся старших классов : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Троицкая Елена Анатольевна. – Москва, 2008. – 19 с.

200. Тулькибаева, Н. Н. Методика обучения учащихся умению решать задачи : Учеб. пособие к спецкурсу / Н. Н. Тулькибаева, А. В. Усова. – Челябинск : ЧПИ, 1981. – 87 с.

201. Тюжина, И. В. Формирование математической компетентности бакалавров педагогического образования : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : дис. ... канд. пед. наук / Тюжина Ирина Викторовна. – Самара, 2014. – 221 с.

202. Уваров, А. Ю. На пути к цифровой трансформации школы / А. Ю. Уваров. – Москва : Образование и Информатика, 2018. – 117, [1] с. – ISBN 978-5-906721-12-9.

203. Уртенцова, А. У. Использование краеведческого материала как средства формирования элементов математической культуры младших школьников при обучении математике : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Уртенцова Альбина Урбановна. – Махачкала, 2004. – 24 с.

204. Фирюлина, Н. В. Методика оценки сформированности ИКТ-компетентности обучающихся / Н. В. Фирюлина, Г. Ф. Полушкина // Концепт. – 2018. – № V6. – С. 54 – 59.

205. Фомин, С. В. Системы счисления / С. В. Фомин. – 2-е изд., доп. – Москва : Наука, 1968. – 46 с.

206. Форкунова, Л. В. Методика формирования исследовательской компетентности школьников в области приложений математики при взаимодействии школы и вуза : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Форкунова Лариса Валентиновна. – Орел, 2010. – 21 с.

207. Фридланд, А. Я. Информатика : процессы, системы, ресурсы / А. Я. Фридланд. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. – 232 с. – ISBN 5-94774-067-2.

208. Фридман, Л. М. Сюжетные задачи по математике : История, теория, методика : Учебное пособие для учителей и студентов пед. вузов и колледжей / Л. М. Фридман. – Москва : Шк. Пресса, 2002. – 204, [1] с. – ISBN 5-9219-0099-0.

209. Фридман, Л. М. Теоретические основы методики обучения математике : пособие для учителей, методистов и пед. вузов / Л. М. Фридман. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Едиториал УРСС, 2005. – 248 с. – ISBN 5-89502-031-3.

210. Хаймина, Л. Э. Методика реализации прикладной направленности курса алгебры основной школы : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Хаймина Людмила Эдуардовна. – Архангельск, 1998. – 160 с.

211. Халин, В. Г. Цифровизация и ее влияние на российскую экономику и общество: преимущества, вызовы, угрозы и риски / В. Г. Халин, Г. В. Чернова // Управленческое консультирование. – 2018. – № 10. – С. 46 – 63.

212. Хилюк, Е. А. Возможности использования задач с параметрами при создании предпрофильных математических курсов / Е. А. Хилюк // Математическое образование: концепции, методики, технологии : сборник трудов III Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура», посвященной 85-летию со дня рождения В. И. Крувича, (Тольятти, 17 – 21 апреля 2007) : Часть 3 / под общ. ред. Р. А. Утеевой. – Тольятти : ТГУ, 2007. – С. 293 – 296.

213. Хилюк, Е. А. Возможности использования цифровой образовательной среды при обучении школьной математике / Е. А. Хилюк // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе : материалы Международной научно-практической интернет-конференции, (Москва, 24 апреля – 12 мая 2020) / под ред. Л. Л. Босовой, Д. И. Павлова. – Москва : МПГУ, 2020. – С. 402 – 405.

214. Хилюк, Е. А. Возможности реализации идеи междисциплинарных связей при решении задач на экстремум на занятиях по алгебре в основной школе / Е. А. Хилюк // Актуальные проблемы математики, информатики и образования. – 2007. – С. 351 – 354.

215. Хилюк, Е. А. Возможности усиления прикладной направленности курса алгебры основной школы через решение задач на экстремум / Е. А. Хилюк // Проблемы совершенствования математической подготовки в школе и ВУЗе. – Москва: Прометей, МПГУ, 2005. – С. 189 – 193.

216. Хилюк, Е. А. Вопросы обучения дискретной математике в условиях цифровой образовательной среды системы «школа-педвуз» / Е. И. Деза, Е. А. Хилюк // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. – 2021. – № 3(72). – С. 61-63.

217. Хилюк, Е. А. Вопросы обучения школьников математической статистике в условиях ИТ-образования / Е. И. Деза, Е. А. Хилюк // Преподавание информационных технологий в Российской Федерации : материалы Семнадцатой открытой Всероссийской конференции, (Новосибирск, 16 – 17 мая 2019) / отв. ред. А. В. Альминдеров. – Новосибирск : ИПЦ НГУ, 2019. – С. 451 – 454.

218. Хилюк, Е. А. Вопросы подготовки будущих учителей к использованию интерактивных средств обучения на уроках математики / Е. А. Хилюк // Материалы Двадцать первой открытой Всероссийской конференции «Преподавание информационных технологий в Российской Федерации», (Нижний Новгород, 18 – 19 мая 2023). – URL: <https://it-education.ru/conf2023/thesis/5678/> (дата обращения: 22.07.2023).

219. Хилюк, Е. А. Вопросы содержания математической подготовки учащихся основной школы в условиях информационно-образовательной среды / Е. И. Деза, Е. А. Хилюк // Наука и школа. – 2014. – № 6. – С. 98 – 104.

220. Хилюк, Е. А. Вопросы совершенствования содержания подготовки будущих учителей математики в области разработки цифровых образовательных ресурсов / Е. А. Хилюк // Цифровые, компьютерные и информационные технологии в науке и образовании : сборник статей Межрегиональной научно-практической конференции с международным участием, (Брянск, 1 – 2 ноября 2023). – Брянск : РИСО БГУ, 2023. – С. 78 – 81.

221. Хилюк, Е. А. Информационно-образовательная предметная среда как база деятельностного обучения математике учащихся основной школы / Е. И. Деза, Е. А. Хилюк // Деятельностная педагогика и педагогическое образование (ДППО-2015) : сборник тезисов III Международной конференции, (Воронеж, 18 – 22 сентября 2015) / под ред. А. В. Боровских. – Воронеж : Воронежский государственный педагогический университет, 2015. – С. 36 – 38.

222. Хилюк, Е. А. Информационно-образовательная среда при обучении математике в рамках проектно-исследовательской деятельности школьников / Е. И. Деза, Е. А. Хилюк // Педагогическая информатика. – 2015. – № 2. – С. 9 – 15.

223. Хилюк, Е. А. Использование технологии мультимедиа для реализации принципа наглядности при решении задач на экстремум на занятиях по математике в основной школе / Е. А. Хилюк // Проблемы теории и практики обучения математике : сборник научных работ, представленных на международную научную конференцию «LX Герценовские чтения», посвященную 210-летию РГПУ им. А. И. Герцена / под ред. В. В. Орлова. – Санкт-Петербург : Издательство РГПУ им. А. И. Герцена, 2007. – С. 264 – 266.

224. Хилюк, Е. А. Использование технологии мультимедиа при обучении математике в основной школе / Е. А. Хилюк // Информатика и образование. – 2007. – № 10. – С. 79 – 87.

225. Хилюк, Е. А. К вопросу о методике формирования математической компетентности учащихся при обучении решению задач с экономическим содержанием в основной школе с использованием технологии мультимедиа / Е. А. Хилюк // Проблемы совершенствования математической подготовки в школе и ВУЗе. – 2008. – № 13. – С. 64 – 66.

226. Хилюк, Е. А. К вопросу о формировании информационно-математической компетентности школьников при изучении элементов криптографии на занятиях по математике / Е. А. Хилюк // Материалы XXXI конференции «Современные информационные технологии в образовании», (Троицк; Москва, 2 – 3 июля 2020). – Троицк; Москва : Фонд новых технологий в образовании «Байтик», 2020. – С. 284 – 286. – URL: <https://lk-ito.bytic.ru/uploads/files/materials.pdf> (дата обращения: 02.04.2023)

227. Хилюк, Е. А. К вопросу об использовании свободного программного обеспечения при обучении школьной математике / Е. А. Хилюк // Профессионально-педагогическая направленность математической подготовки учителя математики в педвузах и университетах в современных

условиях : материалы 29-го Всероссийского научного семинара преподавателей математики вузов, (Москва, 23 – 24 сентября 2010) / отв. ред. В. И. Глизбург. – Москва : МГПУ, 2010. – С. 172 – 173.

228. Хилюк, Е. А. Математика – основа цифрового мира : учебно-методическое пособие / Е. А. Хилюк, Е. И. Дега. – Москва : Белый ветер, 2021. – 169, [1] с. – ISBN 978-5-907420-47-2.

229. Хилюк, Е. А. Методика обучения решению математических задач с использованием технологии мультимедиа на практических занятиях со студентами магистратуры / Е. А. Хилюк // Проблемы многоуровневой подготовки учителей математики для современной школы : материалы XXVII Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов, посвященного 70-летию со дня рождения И. Д. Пехлецкого, (Пермь, 24 – 26 сентября 2008). – Пермь : ПГПУ, 2008. – С. 241.

230. Хилюк, Е. А. Методика организации и проведения курса по выбору при обучении математике с использованием технологии мультимедиа в условиях предпрофильной подготовки / Е. А. Хилюк // Наука и школа. – 2008. – № 5. – С. 64 – 65.

231. Хилюк, Е. А. Методика преподавания курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» для учащихся 8-9 классов в условиях информационно-образовательной среды / Е. И. Дега, Е. А. Хилюк // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы V Международной заочной научной конференции, (Москва, 18 – 22 декабря 2019) / под ред. М. В. Егуповой, Л. И. Боженковой. – Москва : МПГУ, 2020. – С. 84 – 90. URL: <http://news.scienceland.ru/2019/12/16/4023/> (дата обращения 29.10.2023)

232. Хилюк, Е. А. Методические аспекты использования технологии мультимедиа при обучении решению задач на отыскание наибольших и наименьших значений величин / Н. Б. Бальцук, Е. А. Хилюк // Новые средства и технологии обучения математике в школе и вузе : материалы XXVI

Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов, (Самара; Москва, 24 – 27 сентября 2007). – Самара; Москва : Самарский филиал МГПУ, МГПУ, 2007. – С. 155 – 156.

233. Хилюк, Е. А. Многоуровневая всерная система математических задач как основа формирования информационно-математической компетентности школьников / Е. И. Деза, Е. А. Хилюк // Наука и школа. – 2022. – № 4. – С. 201 – 210.

234. Хилюк, Е. А. Мультимедийные технологии как средство реализации межпредметных связей математики и информатики и ИКТ в основной школе / Е. А. Хилюк // Наука в ВУЗах: математика, информатика, физика, образование. – Москва: МПГУ, 2010. – С. 414 – 416.

235. Хилюк, Е. А. Научно-методические основы применения технологии мультимедиа при обучении решению математических задач в условиях предпрофильной подготовки учащихся основной школы / Н. Б. Бальцюк, Е. А. Хилюк // Новые образовательные технологии в школе и вузе: математика, физика, информатика : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения З. А. Биишевой, (Стерлитамак, 14 – 15 октября 2008) / отв. ред. С. С. Салаватова. – Стерлитамак : СГПА им. Зайнаб Биишевой, 2008. – С. 243 – 246.

236. Хилюк, Е. А. Некоторые вопросы истории математики в задачах на экстремум в основной школе / Е. А. Хилюк // Проблемы совершенствования математической подготовки в школе и ВУЗе. – 2006. – № 11. – С. 89 – 92.

237. Хилюк, Е. А. О подготовке учителей к использованию мультимедийных технологий при обучении математики в школе / Е. А. Хилюк // Инновационные технологии обучения математике в школе и вузе : материалы XXX Всероссийского семинара преподавателей математики высших учебных заведений, (Елабуга, 29 – 30 сентября 2011) / отв. ред. М. Ф. Гильмуллин. – Елабуга : Издательство ЕГПУ, 2011. – С. 139 – 140.

238. Хилюк, Е. А. О программе повышения квалификации педагогических работников «Применение интерактивной доски в учебном

процессе средней школы» / Е. А. Хилюк // Материалы XXI Международной конференции «Применение новых технологий в образовании», (Троицк, 28 – 29 июня 2010). – Троицк : ГОУ ДПО «Центр новых педагогических технологий» Московской области, МОО Фонд новых технологий в образовании «Байтик», 2010. – С. 341 – 342.

239. Хилюк, Е. А. О психолого-педагогических аспектах использования технологии мультимедиа при обучении школьной математике / Е. А. Хилюк // Проблемы совершенствования математической подготовки в школе и ВУЗе. – Москва: МПГУ, 2007. – № 12. – С. 77 – 79.

240. Хилюк, Е. А. О формировании информационно-математической компетентности учащихся основной школы при обучении математике в рамках внеурочной деятельности / Е. И. Деза, Е. А. Хилюк // Проблемы современного образования. – 2020. – № 5. – С. 250 – 266. – URL: <http://pmedu.ru/index.php/ru/2020-year/nomer-5> (дата обращения 02.04.2022)

241. Хилюк, Е. А. О формировании информационно-математической компетентности школьников на внеурочных занятиях по математике в контексте STEAM-образования / Е. А. Хилюк // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе : материалы Всероссийской научно-практической конференции, (Омск, 1 – 3 марта 2021) / под ред. М. В. Дербуш, С. Н. Скарбич. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2021. – С. 139 – 144.

242. Хилюк, Е. А. Обучение школьников 8-9 классов исследованию функций с помощью динографиков в рамках лабораторных работ на уроках алгебры / Е. А. Хилюк, В. В. Заиченко // Новые информационные технологии в образовании : сборник научных трудов XXIII Международной научно-практической конференции, (Москва, 31 января – 01 февраля 2023) : Том 1 / под ред. Д. В. Чистова. – Москва : Общество с ограниченной ответственностью «1С-Пабблишинг», 2023. – С. 292 – 295.

243. Хилюк, Е. А. Обучение школьников решению задач с экономическим содержанием на уроках алгебры с использованием игровых технологий / Е. А. Хилюк, Е. С. Широкова // Сборник статей VII

Всероссийской (с международным участием) научно-практической конференции «Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве», (Курск, 14 – 15 декабря 2023). – Курск : КГУ, 2023. – С. 115 – 120.

244. Хилюк, Е. А. Особенности построения методики обучения математике основной школы в условиях предметной информационно-образовательной среды / Е. А. Хилюк // Проблемы современного образования. – 2016. – № 2. – С. 77 – 80.

245. Хилюк, Е. А. Подготовка будущих учителей математики к обучению школьников решению комбинаторных задач в условиях цифровой образовательной среды / Е. А. Хилюк // Материалы XXXV конференции «Современные информационные технологии в образовании» (Троицк; Москва, 26 – 27 июня 2024). – Троицк; Москва : Фонд новых технологий в образовании «Байтик», 2024. – С. 282 – 284.

246. Хилюк, Е. А. Применение законов логики при анализе текстов в проектной деятельности школьников / Е. А. Хилюк // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы IV Международной научной конференции : в 2 т. (Москва; Калуга, 4 – 5 декабря 2018) / под ред. М.В. Егуповой, Л.И. Боженковой. – Москва; Калуга : Политоп, 2018. – Т. 1. – С. 245 – 247.

247. Хилюк, Е. А. Применение технологии смешанного обучения для формирования информационно-математической компетентности школьников / Е. А. Хилюк // Материалы XXXII конференции «Современные информационные технологии в образовании», (Троицк; Москва, 29 – 30 июня 2021). – Троицк; Москва : Фонд новых технологий в образовании «Байтик», 2021. – С. 178 – 180.

248. Хилюк, Е. А. Применение цифровых интерактивных материалов для исследования математических моделей в процессе обучения школьной математике / Е. А. Хилюк // Новые информационные технологии в

образовании (Москва, 1 – 2 февраля 2022). – URL: <https://educonf.1c.ru/conf2022/thesis/9293/> (дата обращения: 02.04.2023)

249. Хилюк, Е. А. Проблемы подготовки учителей математики к формированию информационно-математической компетентности школьников / Е. А. Хилюк // Материалы Всероссийского съезда учителей и преподавателей математики и информатики, посвященного 310-летию со дня рождения М. В. Ломоносова, (Москва, 18 – 19 ноября 2021). – URL: <https://clck.ru/eiNAV> (дата обращения: 02.04.2022).

250. Хилюк, Е. А. Психолого-педагогические аспекты применения средств мультимедийных технологий при обучении математике в средней школе / Е. А. Хилюк // Наука и школа. – 2010. – № 5. – С. 125 – 130.

251. Хилюк, Е. А. Разработка технологических карт уроков учебного курса «Вероятность и статистика» с использованием интерактивных демонстраций-исследований / Е. А. Хилюк, К. Д. Малугина, К. И. Лобанова // Хилюк, Е. А. Разработка технологических карт уроков учебного курса "Вероятность и статистика" с использованием интерактивных демонстраций - исследований / Е. А. Хилюк, К. Д. Малугина, К. И. Лобанова // Новые информационные технологии в образовании : Сборник научных трудов XXIV Международной научно-практической конференции, Москва, 30–31 января 2024 года. – Москва: ООО "1С-Пабблишинг", 2024. – С. 279-281. – EDN OTSEET.

252. Хилюк, Е. А. Решение квадратных уравнений и неравенств с параметрами с использованием систем динамической математики : учебно-методическое пособие / Е. А. Хилюк, А. А. Крылова. – Москва : Белый ветер, 2023. – 112 с. – ISBN 978-5-907718-23-4.

253. Хилюк, Е. А. Решение экстремальных задач на школьных занятиях по математике в рамках концепции профильного обучения / Е. А. Хилюк // Проблемы подготовки учителя математики к преподаванию в профильных классах : материалы XXV Всероссийского семинара преподавателей

математики университетов и педагогических вузов, (Киров; Москва, 20 – 22 сентября 2006). – Киров; Москва : ВятГГУ, МГПУ, 2006. – С. 286 – 287.

254. Хилюк Е.А. Современные средства организации учебной деятельности школьников на уроках математики: интерактивные рабочие листы / Е.А. Хилюк, С.И. Фоменко // Проблемы теории и практики инновационного развития и интеграции современной науки и образования: материалы IV Международной междисциплинарной конференции (г. Москва, 15 февраля 2023 г.)/ отв. ред. и сост. В.Г. Костякова. – Москва: Государственный университет просвещения, 2024. – С.79-84.

255. Хилюк, Е. А. Современные формы внеурочной деятельности школьников по математике в условиях цифровой образовательной среды / Е. А. Хилюк // Сборник статей VI Всероссийской (с международным участием) научно-практической конференции «Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве» / отв. ред. В. Н. Фрундин. – Курск : Курский государственный университет, 2022. – С. 124 – 127.

256. Хилюк, Е. А. Структура целевого блока модели обучения математике основной школы в условиях предметной информационно-образовательной среды / Е. А. Хилюк // Педагогическая информатика. – 2015. – № 3. – С. 19 – 26.

257. Ходырева, Н. Г. Методическая система становления готовности будущих учителей к формированию математической компетентности школьников : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Ходырева Наталья Геннадиевна. – Волгоград, 2004. – 179 с.

258. Хуторской, А. В. Педагогическая инноватика: методология, теория, практика / А. В. Хуторской. – Москва : УНЦ ДО, 2005. – 221 с. – ISBN 5-88800-289-5.

259. Цифровизация как приоритетное направление модернизации российского образования : монография / Н. В. Горбунова, Е. П. Болдырева,

Т. Ю. Григорьева [и др.] ; под ред. Н. В. Горбуновой. – Саратов : Саратовский социально-экономический институт (филиал) РЭУ им. Г. В. Плеханова, 2019. – 149, [1] с. – ISBN 978-5-4345-0510-9.

260. Читая Ильенкова. Тексты. – URL: <http://caute.ru/ilyenkov/texts.html> (дата обращения: 04.04.2022).

261. Чошанов, М. А. Инженерия дистанционного обучения / М. А. Чошанов. – Москва : Лаборатория знаний, 2021. – 307 с. – ISBN 978-5-00101-950-3.

262. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: книга для учителя / И. М. Шапиро. – Москва : Просвещение, 1990. – 95, [2] с. – ISBN 5-09-002725-0.

263. Шеховцова, Д. Н. Формирование информационно-математической компетентности будущего учителя / Д. Н. Шеховцова // Вестник ТГПУ. – 2012. – № 7 (122). – С. 234 – 239.

264. Шквыря, Е. Л. Конструирование задач как средство формирования математической компетентности учащихся 5-6 классов : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Шквыря Елена Леонидовна. – Нижневартовск, 2009. – 169 с.

265. Шкерина, Л. В. Формирование математической компетентности студентов : монография / Л. В. Шкерина. – Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2018. – 250, [2] с. – ISBN 978-5-00102-235-0.

266. Эльконин, Д. Б. Детская психология : учебное пособие для студентов учреждений высшего профессионального образования / Д. Б. Эльконин; ред.-сост. Б. Д. Эльконин. – 6-е изд., стер. – Москва : Академия, 2011. – 383, [1] с. – ISBN 978-5-7695-8389-6.

267. Якиманская, И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. – Москва : Издательская фирма «Сентябрь», 1996. – 95, [1] с. – ISBN 5-88753-007-3.

268. Ястребов, А. В. Исследовательское обучение математике в школе / А. В. Ястребов. – Ярославль : РИО ЯГПУ, 2018. – 158 с. – ISBN 978-5-00089-240-4.

269. Яхович, В. Н. Методика организации и проведения внеклассных занятий по математике в средней школе с использованием информационных и коммуникационных технологий : специальность 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» : дис. ... канд. пед. наук / Яхович Вера Николаевна. – Орел, 2006. – 211 с.

270. Ященко, И. В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по математике / И. В. Ященко, И. Р. Высоцкий, А. В. Семенов. – URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2023/ma_mr_2023.pdf (дата обращения: 10.04.2024).

271. Allen S. & Pappas A. Enhancing math competency of baccalaureate students. *Journal of Professional Nursing*, 1999, 15(2), Available at: https://www.researchgate.net/publication/13103099_Enhancing_math_competency_of_baccalaureate_students

272. Bhat, R. Digital Literacy Development: Assessing the Efficacy of Online Learning Platforms in Enhancing Students' Information Fluency. *International Journal of Social Science, Educational, Economics, Agriculture Research and Technology (IJSET)*, 2023, 2, pp. 597-599. Available at: https://www.researchgate.net/publication/373267065_digital_literacy_development_assessing_the_efficacy_of_online_learning_platforms_in_enhancing_students'_information_fluency

273. Bhat, R. The Impact of Technology Integration on Student Learning Outcomes: a Comparative Study. *International Journal of Social Science Educational Economics Agriculture Research and Technology (IJSET)*, 2023, 2(9), pp. 592-596. Available at: https://www.researchgate.net/publication/373266726_The_Impact_of_Technology_Integration_on_Student_Learning_Outcomes_A_Comparative_Study

274. Burton L. The Culture of Mathematics and the Mathematical Culture. Skovsmose O., Valero P., Christensen O. R. (Eds.). University science and mathematics education in transition. Boston, MA: Springer. 2009. Available at: https://doi.org/10.1007/978-0-387-09829-6_8

275. Dias, M. & Santos, L. Comparative Study on Current Recommendations on Technologies for the Teaching of Mathematics in Brazil and Portugal. Acta Scientiae. 2020, 22. pp. 65-88. Available at: https://www.researchgate.net/publication/345791257_Comparative_study_on_current_recommendations_on_technologies_for_the_Teaching_of_Mathematics_in_Brazil_and_Portugal

276. European Commission. Digital Education Action Plan (2021-2027). Available at: <https://education.ec.europa.eu/focus-topics/digital-education/action-plan>

277. Ferrari, A. Digital Competence in Policy Making. European Commission. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2012. Available at: <https://ifap.ru/library/book522.pdf>

278. Han, S.-H. New Mathematical Competence for: A Focus on Digital Competence. Journal of Educational Research in Mathematics. 2022, 32(1), pp.1-22. Available at: https://www.researchgate.net/publication/358908197_New_Mathematical_Competence_for_A_Focus_on_Digital_Competence

279. Lee, K. Mathematical Competence, Teaching, and Learning. Journal of Numerical Cognition. Journal of Numerical Cognition. 2(1) pp. 48-52. Available at: https://www.researchgate.net/publication/301715631_Mathematical_Competence_Teaching_and_Learning

280. Len, R. & Encinas, A. & Martin-Vaquero, J. & Queiruga-Dios, A. & Ruiz, I. Evaluation of Teaching and Learning Mathematics with Online Activities. International Journal of Learning. 2009, The International Journal of Learning Annual Review 16(7), pp. 583-592. Available at:

https://www.researchgate.net/publication/288239732_Evaluation_of_Teaching_and_Learning_Mathematics_with_Online_Activities

281. Marín, V. & Castañeda, L. Developing Digital Literacy for Teaching and Learning. 2023, Handbook of Open, Distance and Digital Education, pp.1089-1108.

Available at:
https://www.researchgate.net/publication/367420834_Developing_Digital_Literacy_for_Teaching_and_Learning

282. Ma'ruf, A. H. & Triyono, A. & Riaseh. A. G. & Nuary, R. H. Correlation Between Mathematical Literacy Abilities and Students' Mastery of Problem Solving Abilities. AlphaMath Journal of Mathematics Education, 2024, 10(2):295. Available at:

https://www.researchgate.net/publication/386386158_Correlation_Between_Mathematical_Literacy_Abilities_and_Students%27_Mastery_of_Problem_Solving_Abilities

283. Niss M., Jablonka E. Mathematical Literacy. In Lerman S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer, Cham, 2020. Available at:
https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100

284. Niss, M. & Højgaard, T. Mathematical competencies revisited. Educational Studies in Mathematics, 2019, 102, pp. 9–28. Available at:
<https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>

285. PISA 2021 Mathematics Framework Draft. OECD, 2018. Available at:
<https://pisa2022-maths.oecd.org/#Home>

286. Redecker, C. European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu. Publications Office of the European Union, 2017. Available at:

https://www.researchgate.net/publication/329191291_European_Framework_for_the_Digital_Competence_of_Educators_DigCompEdu

287. Salas-Pilco, S. Z. Evolution of the framework for 21st century competencies. Knowledge Management & E-Learning An International Journal, 2013, 5(1), pp. 10-24. Available at:

<https://www.researchgate.net/publication/287612754> Evolution of the framework for 21st century competencies

288. Thomson, S. & Hillman, K. & Bortoli, L. Programme for International Student Assessment: A teacher's guide to PISA mathematical literacy. ACER Press, 2013. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/263553588> Programme for International Student Assessment A teacher's guide to PISA mathematical literacy

289. UNESCO Global Media and Information Literacy Assessment Framework: Countries (UNESCO, 2013). Available at: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000220224>

290. Vardeva, I. & Vardeva-Todorova, E. Digital Competences a Key to Success in Training. Education and Technologies Journal. 2018, 9/2018(1), pp. 42-44. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/328511649> Digital Competences a Key to Success in Training

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

«Программные средства МФИМК»

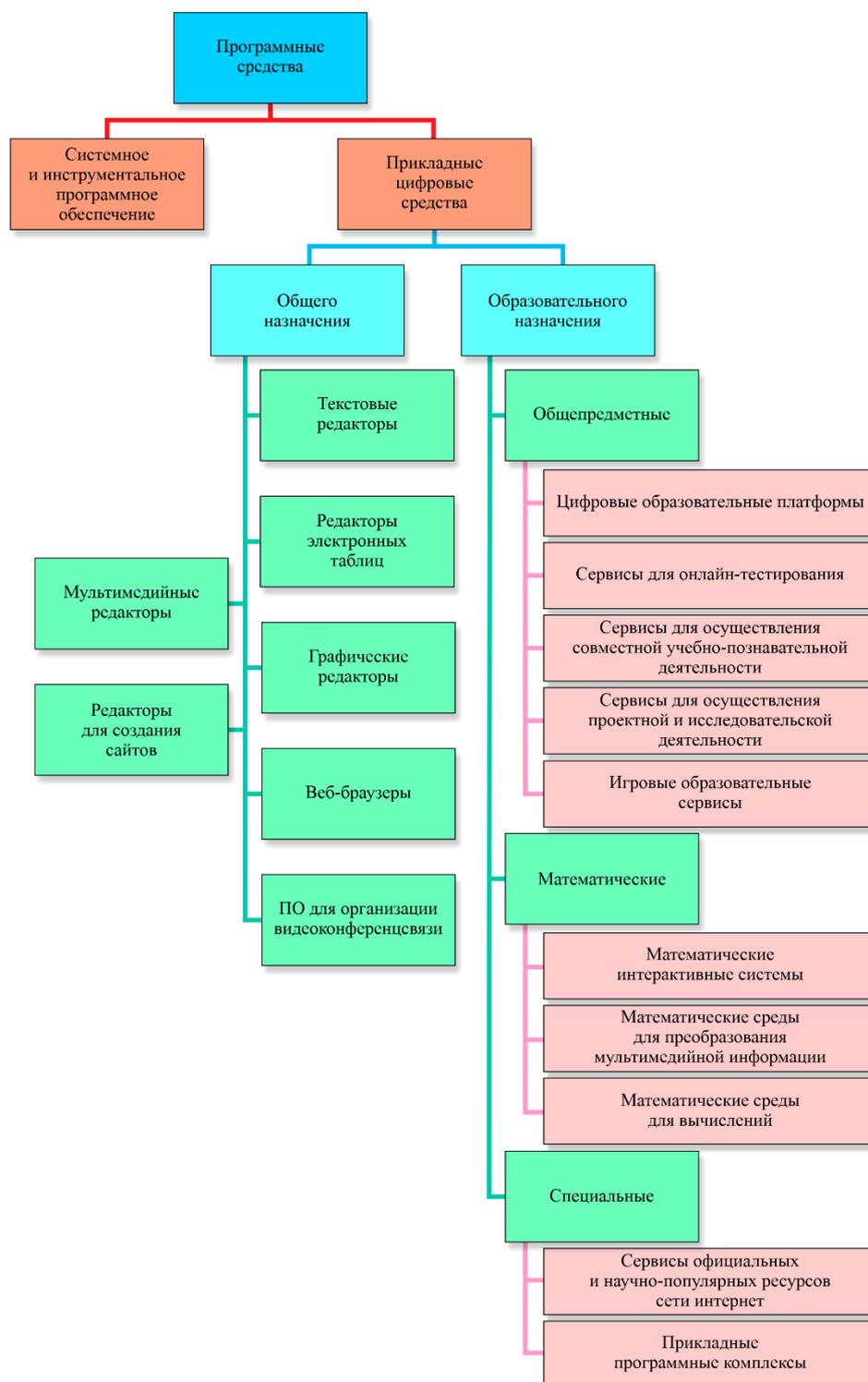
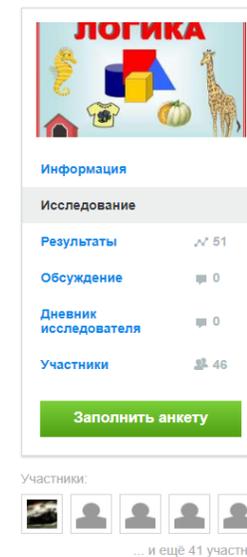


Рисунок А1 Программные средства МФИМК

«Скриншоты цифрового ресурса «Математическая шкатулка. Способы решения логических задач», выполненного школьниками в рамках проектной и исследовательской деятельности»



Рисунок Б.1 Начальная страница проекта



Математическая шкатулка. Способы решения логических задач.



Язык проекта: Русский

Исследование

Цель

Выяснение предпочтительных для школьников и преподавателей способов решения логических задач, создание сборника логических задач.

Оборудование и материалы

1. Босова Л.Л. Занимательные задачи по информатике / Л.Л. Босова, А.Ю. Босова, Ю.Г. Коломенская. 3-е изд. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 119 с.
2. Гусев Д. А. Популярная логика и занимательные задачи. Учебное пособие. - М.: Прометей, 2015. - 406с.
3. Гуцанович С.А. Занимательная математика в базовой школе: Пособие для учителей / С.А. Гуцанович, издание 2-е, стереотипное. - Мн: ТетраСистемс, 2004. - 96 с.
4. Занимательная математика в рассказах для детей / авт.-сост. А.П. Савин, В.В. Станцо, А.Ю. Котова; худож. А.Е. Шабельник, А.О. Хоменко. - М.: АСТ Астрель, 2011. - 382 с.
5. Игошин В.И. Математическая логика: учебное пособие / В.И.Игошин. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 399 с.
6. Оре О. Графы и их применение. - Новокузнецкий физико-математический институт, 2000. - 174 с.
7. Шарыгин И.Ф. Математический винегрет: 20е изд., испр. и доп. - М.:Мир, 2002. - 221 с.
8. и др.

Обоснование

GlobalLab необходимо использовать для привлечения большого числа респондентов для того, чтобы выявить наиболее предпочтительные для ребят и преподавателей из разных школ способы решения логических задач, и составления сборника таких задач.

Рисунок Б.2 Исследование

Протокол проведения исследования

- 1 Воспользуйтесь литературой, указанной в протоколе проекта, или подберите самостоятельно литературу или свободные источники по рассматриваемой теме.
- 2 Отберите задачу, которая Вам показалась наиболее интересной по содержанию или способу решения.
- 3 Укажите свое местоположение (вопрос №1).
- 4 Запишите условие задачи в поле для ответа на вопрос №2.
- 5 Укажите (вопрос №3), к какой области науки или практики относится задача (выберите из предложенных вариантов).
- 6 Определите наиболее предпочтительный, на Ваш взгляд, способ решения задачи, вопрос №4.
- 7 Укажите автора источника информации, из которого Вы узнали об этой задаче (вопрос №5).
- 8 Укажите название источника информации, из которого Вы узнали об этой задаче (вопрос №6).
- 9 Составьте математическую модель задачи, представьте ее в поле для ответа на вопрос №7.
- 10 Решите задачу в рамках построенной модели, получите ответ, проверьте, удовлетворяет ли он условиям задачи, запишите решение в поле для ответа на вопрос №8.
- 11 Оцените уровень своего интереса к проекту (вопрос № 9).

Техника безопасности

Соблюдайте цифровую безопасность при работе с источниками сети интернет.

Рисунок Б.3 Протокол проведения исследования и техника безопасности

Математические модели задач



Рисунок Б.4 Полученные математические модели задач

Исследование предпочтений школьников в зависимости от способа решения задач и их прикладной и практической значимости (диаграммы)

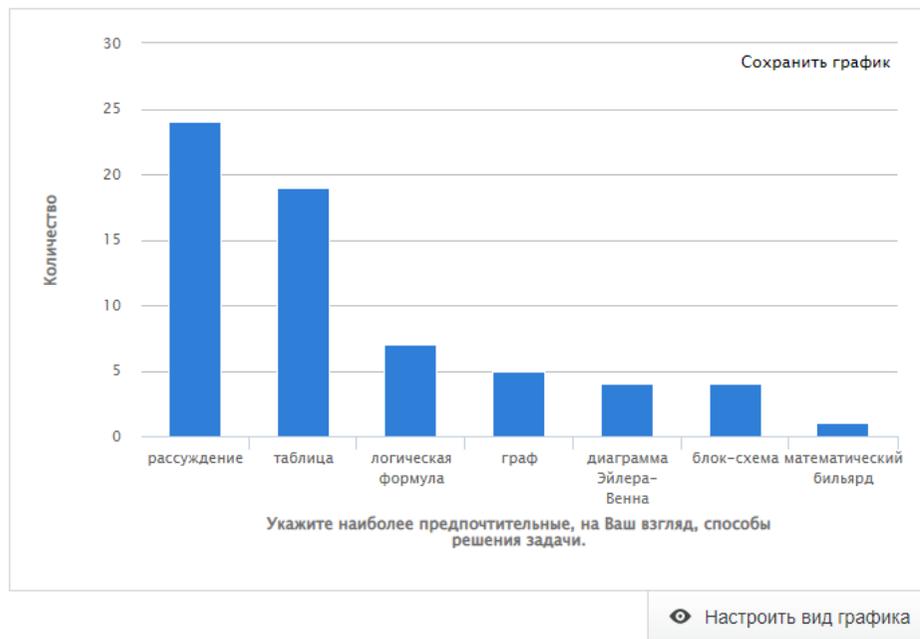


Рисунок Б.5 Возможные варианты проведения анализа полученных результатов с помощью столбчатой гистограммы

Исследование предпочтений школьников в зависимости от способа решения задач и их прикладной и практической значимости (диаграммы)

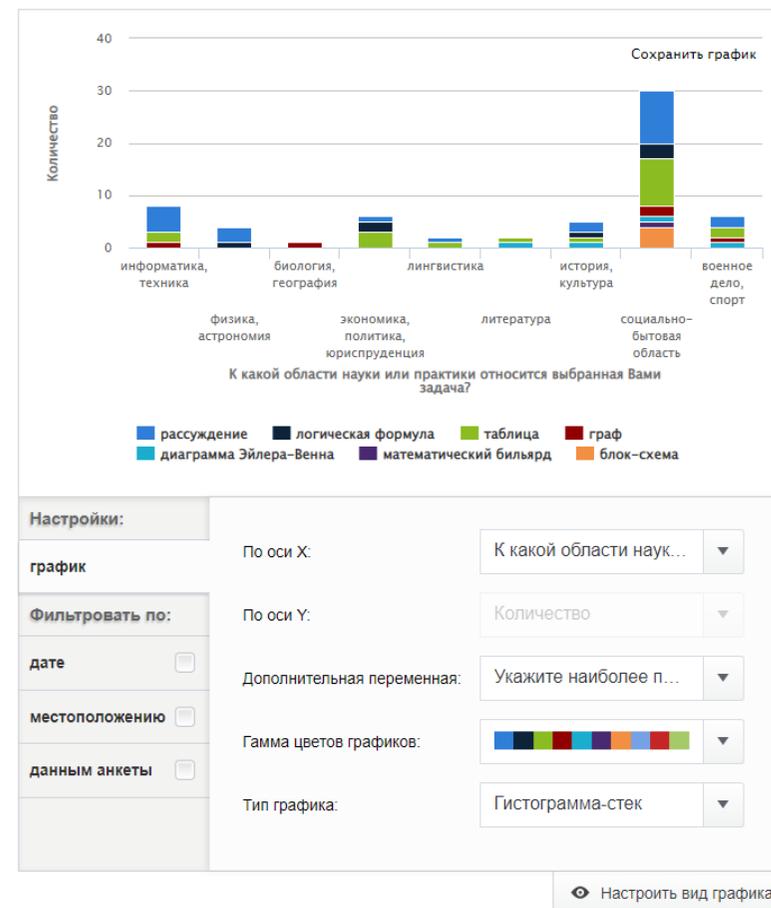


Рисунок Б.6 Возможные варианты проведения анализов результатов с помощью гистограммы накопления

Приложение В
Перечень работ к Задаче 18

Таблица В1. Перечень работ

Обозначение	Наименование работ	Наиболее вероятная продолжительность работ	Непосредственно предшествующие работы
1-2	Диагностика положения предприятия	4	-
1-3	Проведение исследования района	4	-
2-4	Анализ полученных данных диагностики	1	1-2
2-8	Ремонт помещений	20	1-2
3-4	Анализ данных исследования	1,5	1-3
4-5	Составление плана модернизации оборудования	2	2-4, 3-4
4-6	Составление плана переобучения сотрудников	1,5	2-4, 3-4
4-7	Составление плана реорганизации системы управления	2,5	2-4, 3-4
5-9	Заключение договоров на поставку оборудования	2	4-5
6-10	Обучение основного персонала	3	4-6
7-11	Обучение управленческого персонала	4	4-7
8-13	Монтаж оборудования	2	2-8
9-12	Поставка оборудования	2	5-9
10-15	Оценка подготовленности основного персонала	0,5	6-10
11-15	Оценка подготовленности управленческого персонала	1	7-11
12-13	Наладка оборудования	1	9-12
13-14	Проверка работы оборудования	2	8-13, 12-13
14-16	Запуск оборудования	0,5	13-14
15-16	Зачисление обученного персонала в штат	0,5	10-15, 11-15

Приложение Г
Инструкционная карта к задаче 24

Таблица Г1 Инструкционная карта к задаче 24

№ п/п	Шаги действий школьников	Цифровые средства
1	Создайте таблицу с колонками «Рост» и «Частота». Запишите, пользуясь открытыми данными, результаты измерений роста женщин от 20 до 30 лет в нашей стране (для n=20).	-
2	Постройте в тетради для этих значений таблицу 1, содержащие колонки: «Данные», «Абсолютные частоты», «Относительные частоты», «Накопленные частоты». Сделайте необходимые вычисления и заполните таблицу.	-
3	Создайте в тетради таблицу 2, содержащую колонки «Интервалы», «Накопленные частоты»	-
4	Постройте в тетради по данным таблицы 2 график эмпирической функции распределения.	-
5	Постройте в тетради таблицу 3., содержащую колонки «Интервалы», «Частота», «Интегральный процент»	-
6	Постройте в тетради по данным таблицы 3 кумулятивную кривую.	-
7	Выберите программу электронных таблиц. Сгенерируйте подобную выборку объемом 50, 100, 400.	Например, в программе MS Excel активизируйте стандартную надстройку «Анализ данных», выбрать «Генерация случайных чисел», выберите число переменных – 1, число случайных чисел (сначала 50, потом 100, потом 400), отметьте «нормальное распределение».
8	Постройте в выбранной программе таблицу 4, содержащую данные, относительные частоты, накопленные частоты.	Например, в среде программы MS Excel постройте таблицу, содержащую колонки: «Данные», «Абсолютные частоты», «Относительные частоты», «Накопленные частоты». Внесите необходимые данные, пользуясь статистическими и математическими функциями
9	Постройте в выбранной программе таблицу 5, содержащую интервалы вариации признака, относительные частоты и накопленные частоты.	Например, в среде программы MS Excel постройте таблицу, содержащую колонки: «Интервалы», «Абсолютные частоты», «Относительные частоты», «Накопленные частоты». Внесите

		необходимые данные, пользуясь статистическими и математическими функциями
10	Постройте в выбранной программе по таблице 5 график эмпирической функции распределения дискретной случайной величины.	График эмпирической функции распределения дискретной случайной величины в программе MS Excel автоматически построить нельзя, так как функция является кусочной. Поэтому постройте ее частями, задавая значения на каждом интервале отдельно и применяя тип диаграммы «Точечная с прямыми отрезками». Отдельно достройте на этом графике точки, соответствующие «скачку».
11	Постройте в выбранной программе таблицу 6, содержащую интервалы, частоты и интегральный процент.	Например, в среде программы MS Excel постройте таблицу, содержащую колонки: «Интервалы», «Частоты», «Интегральный процент». Внесите необходимые данные, пользуясь статистическими и математическими функциями.
12	Постройте в выбранной программе график функции накопленных частот.	Воспользовавшись функцией «Интегральный процент» постройте график функции накопленных частот.
13	Сравните вид графиков, сделанных вручную и с помощью цифровых средств. Сделайте вывод. Запишите свое предположение в тетрадь.	Анализ графиков.
14	Обсудите полученные результаты с товарищами и учителем. Запишите итоговый вывод.	Представление результатов с помощью мультимедийных средств.

Приложение Д

**«Рекомендованные шаблоны методических материалов для преподавания курса внеурочной деятельности
«Математика – основа цифрового мира»**

Таблица Д.1 Календарно-тематическое планирование курса

№ п/п	Дата	Тема занятия	Форма обучения	Формируемые составляющие ИМ-компетентности школьников				Требуемые технические средства	Требуемые программные средства	Требуемые учебно-методические средства	Формы социальной практики
				ОЛ	ОИ	МО	МС				

Таблица Д.2 Информационно-технологическая карта учебного занятия

№, название этапа	Длительность	Ссылка на теоретический материал курса на ЯКласс	Ссылки на задачи/проверочные работы курса на ЯКласс					Ссылки на необходимые дополнительные интернет-источники
			Пропедевтический уровень	Начальный уровень	Базовый уровень	Оптимальный уровень	Творческий уровень	

Таблица Д.3 Информационно-технологическая карта проверочной работы

Наименование группы	Ссылка на теоретический материал курса на ЯКласс	Ссылки на задачи/проверочные работы курса на ЯКласс	Формируемые составляющие ИМ-компетентности школьников			
			ОЛ	ОИ	МО	МС
Пропедевтическая						
Начальная						
Базовая						
Оптимальная						

Творческая					
------------	--	--	--	--	--

Таблица Д.4 Деятельность учителя и обучающихся на различных этапах выполнения проектной/исследовательской работы

Этап	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Подготовительный	Формулировка целей создания проекта в виде формируемых компетентностей обучающихся, постановка задач, разработка критериев оценивания степени достижения планируемых результатов обучения школьников, оценка опыта субъектов обучения, выявление познавательных потребностей обучающихся, отбор цифровых средств для создания ЦОС реализации проекта, подведение обучающихся к поиску проблемы и ее решения через проблемную ситуацию	Поиск и определение проблемы
Поисковый	Формирование общего направления среды проекта, подведение обучающихся к формулировке проблемы, темы проекта, цели, гипотезы решения проблемы, возможности использования цифровых средств для реализации идеи, формирование видения предполагаемого результата	Формулировка и интериоризация проблемы, составление плана работы над проектом, формулировка темы цели, выстраивание гипотезы, поиск идей для выявления направления решения проблемы, формирование видения предполагаемого результата, определение источников и способов сбора необходимой информации для формирования ЦОС проекта, определение критериев оценки результатов работы, формирование команды, распределение обязанностей
Аналитический	Поддержка реализации исследовательской составляющей проекта, мониторинг промежуточных результатов обучения, коррекция среды обучения.	Проведение инвентаризации знаний, необходимых для реализации проекта, создание информационной среды проекта, отбор, изучение, систематизация и интериоризация новой информации.
Практический	Поддержка реализации практической составляющей проекта, мониторинг промежуточных результатов обучения, коррекция среды обучения.	Изготовление «продукта» проекта с использованием цифровых средств, размещение материалов на сайте, электронном носителе и пр., использование другими учащимися, самокоррекция реализации проекта.
Этап результатов и выводов	Организация процедуры анализа и интерпретации полученных результатов.	Анализ и обработка полученных результатов, формулировка предварительных выводов.
Этап представления результатов	Организация представления результатов проекта, планирование встреч с представителями социума, мониторинг промежуточных результатов обучения.	Подготовка и представление результатов проекта в разнообразных формах, формулировка окончательных выводов.
Оценка процесса и результата работы	Организация процедур оценивания проделанной работы, педагогическая рефлексия.	Участие школьников в оценке путем коллективного обсуждения, саморефлексия проделанной работы.

План оформления проектной работы школьниками

1. Паспорт проекта: организация, команда проекта
2. Актуальность
3. Фиксация проблемы
4. Цель и задачи проекта
5. Дорожная карта проекта
6. Анализ существующих решений
7. Описание собственного решения
8. Список использовавшихся ресурсов
9. Оценка полученного результата
10. Перспективы дальнейшей работы
11. Список источников информации

Таблица Д.5 Дорожная карта проекта

№ п/п	Наименование этапа	Содержание работы	Методы работы	Сроки выполнения

Приложение Е
«Скриншоты ЦОР «Курс внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира»

The screenshot shows a digital course interface. At the top, there is a breadcrumb trail: "Предметы / Курс внеурочной деятельности 'Математика - основа цифрового мира' / 'Математика - основа цифрового мира' / Знаковые модели. Кодирование". To the right are social media icons for Telegram, WhatsApp, and VK. The main title is "Аффинные криптосистемы". Below the title are three action buttons: "Новая проверочная работа", "Результаты учащихся", and "Редактировать". A "Задать классу" button is also present. The page is divided into three main sections, each with a green header: "Материалы для учителей" (containing "1. Технологическая карта"), "Теория" (containing "1. Аффинные криптосистемы"), and "Задания" (containing a list of five tasks with their difficulty levels and counts). The tasks are: 1. Задача 1 (лёгкое, 1), 2. Задача 2 (лёгкое, 2), 3. Задача 3 (среднее, 3), 4. Задача 4 (сложное, 4), and 5. Задача 5 (сложное, 4).

Предметы / Курс внеурочной деятельности "Математика - основа цифрового мира" / "Математика - основа цифрового мира" / Знаковые модели. Кодирование

Аффинные криптосистемы

Новая проверочная работа Результаты учащихся Редактировать

Задать классу

Материалы для учителей

1. Технологическая карта

Теория

1. Аффинные криптосистемы

Задания

1. Задача 1	Сложность: лёгкое	1
2. Задача 2	Сложность: лёгкое	2
3. Задача 3	Сложность: среднее	3
4. Задача 4	Сложность: сложное	4
5. Задача 5	Сложность: сложное	4

Рисунок Е.1 Пример построения материалов курса: материалы для учителя, теория, задачи



1. Аффинные криптосистемы

Теория:

Простейшие симметричные криптосистемы

Как и ранее, будем называть предназначенное для пересылки сообщение *открытым текстом*, а замаскированное сообщение - *шифротекстом*, процесс преобразования открытого текста в шифротекст - *шифрованием*, а обратную процедуру - *дешифрованием*.

Открытый текст и шифротекст записываются в некоторых алфавитах; обычно, но не всегда, эти алфавиты совпадают. Открытый и шифрованный тексты разбиваются на элементы. Элементами могут служить как отдельная буква, так и пара (биграмма) и тройка (триграмма) букв, или даже блок из, например, 64 букв.

Шифрующее преобразование является функцией, которая преобразует элемент открытого текста в элемент шифротекста. Другими словами, это отображение f из множества X всех возможных элементов открытого текста в множество Y всех возможных элементов шифротекста:

$$f: X \rightarrow Y$$

Дешифрующее преобразование действует в обратном направлении, восстанавливая открытый текст по шифротексту. Это функция, обратная к функции f :

$$f^{-1}: Y \rightarrow X$$

Описанный способ шифрования называется *симметричной криптосистемой*, поскольку для шифрования и расшифровывания применяется один и тот же криптографический ключ (точнее, ключ шифрования может быть рассчитан по ключу дешифрования, и наоборот).

Аффинные криптосистемы

К числу простейших симметричных криптосистем принадлежат *аффинные криптосистемы*, основанные на использовании так называемых аффинных преобразований.

Пусть $x \in X$ - элемент открытого текста, a и b - некоторые целые числа, по модулю не превосходящие N - мощность используемого алфавита. Тогда отображение $f: X \rightarrow Y$, осуществляемое по закону $f(x) \equiv ax + b \pmod{N}$, называется *аффинным преобразованием с ключами a и b* .

Важными частными случаями аффинного преобразования являются *линейное преобразование* $f(x) \equiv ax \pmod{N}$, соответствующее случаю $b = 0$, и *сдвиг*

$f(x) \equiv x + b \pmod{N}$, соответствующий случаю $a = 1$. Нетрудно видеть, что сдвиг является ничем иным, как математическим выражением шифра Цезаря.

Рисунок Е.2 Пример теоретических материалов курса

Задания		
1. Задача 1	Сложность: лёгкое	1
2. Задача 2	Сложность: лёгкое	2
3. Задача 3	Сложность: среднее	3
4. Задача 4	Сложность: сложное	4
5. Задача 5	Сложность: сложное	4
6. Задача 6	Сложность: сложное	4
7. Задача 7	Сложность: сложное	4

Рисунок Е.3 Пример задач темы курса

Проверочные работы

Создание проверочной работы

Задания → Учащиеся → Настройки и подтверждение

Предмет: Обучающая программа: Быстрый поиск:

Выбранные задания	Баллы
^ v Задача 1	1
^ v Задача 2	2
^ v Задача 3	2
^ v Задача 6	2

Творческие задачи
 Знаковые модели. Кодирование / Код как знаковая информационная модель. Сравнение по модулю m. Свойства сравнений.
 Сравнения по модулю m. Свойства сравнений
 Сравнения первой степени
 Задача 1
 Задача 2
 Задача 3
 Задача 4
 Задача 5
 Задача 6
 Задача 7
 Знаковые модели. Кодирование / Подстановочные шифры
 Простейшие подстановочные шифры
 Полиалфавитные подстановочные шифры

Рисунок Е.4 Создание проверочной работы

Учащийся	В 01		В 02		В 03		В 04		В 05	
	1 б.	95%	2 б.	74%	2 б.	81%	2 б.	62%	2 б.	75%
██████████	1		2 ✓		2 ✓		2 ✓		1,5 ✓	
██████████	1		1 ✓		2 ✓		1 ✓		2 ✓	
██████████	1		2 ✓		1 ✓		1 ✓		1 ✓	
██████████	1		2 ✓		1 ✓		1 ✓		0	
██████████	1		2 ✓		2 ✓		1 ✓		2 ✓	
██████████	1		1 ✓		2 ✓		1 ✓		0	
██████████	1		2 ✓		2 ✓		1 ✓		1 ✓	
██████████	1		2 ✓		2 ✓		2 ✓		2 ✓	

Рисунок Е.5 Пример результатов проверочной работы

Приложение Ж

«Таблица Ж.1 Критерии диагностики достижения ОИ и МО ИМ-компетенций в процессе выполнения и защиты проектных и исследовательских работ обучающихся»

Критерий 1 Целеполагание	
Отсутствие способности постановки цели и задач исследования	0
Способность постановки цели в общих чертах, формулирование задач и актуальность проблемы затруднено	1
Способность однозначной постановки цели, формулирование задач и актуальность проблемы затруднено	2
Способность однозначной постановки цели и задач, аргументации актуальности проблемы	3
Критерий 2 Анализ области исследования	
Отсутствие способности к анализу области исследования	0
Частичная способность к развернутому анализу области исследования без привлечения цифровых технологий	1
Частичная способность к развернутому анализу области исследования с привлечением цифровых технологий	2
Способность к развернутому анализу области исследования с привлечением цифровых технологий	3
Критерий 3 Планирование работы	
Отсутствие способности к планированию	0
Способность к краткому планированию работы без описания использованных методов и их обоснования	1
Способность к планированию работы, описанию использованных методов с применением цифровых средств, но без обоснования	2
Способность к планированию работы, описанию использованных методов и их обоснования с применением цифровых средств	3
Критерий 4 Оценка качества результата	
Отсутствие способности к анализу полученных выводов, оценке полученного результата	0
Способность к анализу полученных выводов, отсутствие способности к оценке полученного результата с помощью цифровых средств и проведения сравнительного анализа с результатами предшественников в области исследования	1
Способность к анализу полученных выводов и к оценке полученного результата с помощью цифровых средств, отсутствие способности проведения сравнительного анализа с результатами предшественников в области исследования	2
Способность к анализу полученных выводов и оценке полученного результата с помощью цифровых средств, проведения сравнительного анализа с результатами предшественников в области исследования	3
Критерий 5 Самостоятельность, индивидуальный вклад	
Отсутствие способности к коллективным и самостоятельным действиям, пониманию личного вклада в достижение результатов работы	0
Частичная способность к коллективным и самостоятельным действиям, недостаточное понимание личного вклада в достижение результатов работы	1
Частичная способность к коллективным и самостоятельным действиям, оценке личного вклада в достижение результатов работы	2
Способность к коллективным и самостоятельным действиям, оценке личного вклада в достижение результатов работы	3

Критерий 6 Презентация результатов и защита работы	
Отсутствие способности к подготовке и представлению результатов проекта в разнообразных формах, а также способности к саморефлексии проделанной работы	0
Частичная участие в подготовке и представлении результатов проекта в разнообразных формах с помощью цифровых средств. Частичная способность к саморефлексии проделанной работы	1
Частичное участие в подготовке и представлении результатов проекта в разнообразных формах с помощью цифровых средств. Способность к саморефлексии проделанной работы	2
Способность к подготовке и представлению результатов проекта в разнообразных формах с помощью цифровых средств. Способность к саморефлексии проделанной работы	3

«Анкеты для проведения педагогического эксперимента»

Анкета для школьников 8-9 классов

1. Выберите из предложенных вариантов наиболее точно описывающий Ваше отношение к школьному предмету «математика»:
 - интересно и полезно для продолжения учебы по выбранному профилю обучения и в дальнейшей жизни;
 - интересно, но знания, полученные на уроках, не являются полезными для меня;
 - не всегда интересно, но приходится изучать, так как эти знания понадобятся мне в дальнейшей учебе;
 - неинтересно и эти знания не понадобятся мне в дальнейшем.
2. Принимаете ли Вы в школе активное участие во внеурочной деятельности по математике?
 - да;
 - нет.
3. Какие формы внеурочной деятельности по математике Вам представляются наиболее интересными и полезными?
 - курсы внеурочной деятельности (кружок, факультатив);
 - математическое научное общество (конференции);
 - тематические вечера, фестивали;
 - математические игры;
 - проектная и исследовательская деятельность;
 - творческая работа по популяризации математики (выпуск стенгазет, подготовка радиопередач, создание интернет-страниц и пр.).
4. Какая из выбранных Вами форм, на Ваш взгляд, дает наиболее прочные знания по математике?
 - курсы внеурочной деятельности (кружок, факультатив);
 - математическое научное общество (конференции);
 - тематические вечера, фестивали;
 - математические игры;
 - проектная и исследовательская деятельность;
 - творческая работа по популяризации математики (выпуск стенгазет, подготовка радиопередач, создание интернет-страниц и пр.).
5. Где, на Ваш взгляд, могут современному человеку потребоваться прочные математические знания?
 - в профессиональной деятельности, связанной с математикой (инженерные, технические специальности, бухгалтерское дело и пр.);
 - в профессиональной деятельности, связанной с информатикой и робототехникой;
 - в профессиональной деятельности прочих направлений, не связанных с техническими направлениями (например, юриспруденция, менеджмент и пр.)
 - в профессиональной деятельности, связанной с гуманитарными и творческими специальностями;

- для понимания общих принципов организации жизни в современном цифровом мире;
 - для развития мышления;
 - для общего кругозора;
 - в быту;
 - такие знания не нужны.
6. Как Вы оцениваете свои навыки владения информационными технологиями?
- низкий уровень;
 - средний уровень;
 - высокий уровень.
7. С какой целью Вы используете компьютер в жизни?

8. Какими программными средствами Вы владеете в той или иной степени?

9. Оцените, насколько Вам был бы интересен курс внеурочной деятельности, который бы позволил обрести математические знания и умения, имеющие непосредственное приложение к современной жизни?

- интересен;
- не интересен.
- не знаю.

10. Оцените, насколько Вам был бы интересен курс внеурочной деятельности, в рамках которого Вы бы познакомились с различными программными средствами и научились применять информационные технологии для решения широкого круга математических задач?

- интересен;
- не интересен.
- не знаю.

Анкета для учителей математики и информатики

1. В каких классах Вы преподаете в этом учебном году?

2. Как Вы организуете внеурочную деятельность школьников по математике?

Выберите наиболее часто используемые Вами формы:

- курсы внеурочной деятельности (кружок, факультатив);
- математическое научное общество (конференции);
- тематические вечера, фестивали;
- математические игры;

- проектная и исследовательская деятельность;
- творческая работа по популяризации математики (выпуск стенгазет, подготовка радиопередач, создание интернет-страниц и пр.).

3. Чем Вы руководствуетесь при выборе темы курса внеурочной деятельности?

4. Насколько, на Ваш взгляд, обучение математике на настоящий момент демонстрирует школьникам универсальный характер математических знаний, широкий спектр применимости в жизни, базовую составляющую развития цифрового общества будущего:

- в достаточной мере;
- в недостаточной мере;
- не демонстрируют.

5. Насколько, на Ваш взгляд, полезны интегративные занятия «математика-информатика» во внеурочной деятельности:

- полезны, они помогут школьникам увидеть математический характер моделей, рассматриваемых в информатике, с одной стороны, и возможности информатики для исследования математических моделей, с другой.

- думаю, что полезным является включение в курс по математике элементов информационных технологий, так как учителя не имеют достаточных знаний по использованию программных средств при решении задач;

- лучше организовывать курсы внеурочной деятельности по каждому предмету отдельно с учителем соответствующего профиля.

6. Как Вы оцениваете свои навыки владения информационными технологиями?

- высокий уровень;
- средний уровень;
- низкий уровень.

7. Какими программными средствами Вы владеете в той или иной степени?

8. Как Вы оцениваете уровень своей методической подготовки для преподавания курса внеурочной деятельности интегративного характера «математика – информатика»?

- высокий;
- достаточный;
- недостаточный.

9. Оцените уровень образовательного потенциала курса внеурочной деятельности, который бы позволил школьникам обрести математические знания и умения, имеющие непосредственное приложение к современной жизни?

- высокий;

- средний;
- низкий.

10. Оцените уровень образовательного потенциала курса внеурочной деятельности, в рамках которого школьники бы познакомились с различными программными средствами и научились применять информационные технологии для решения широкого круга математических задач?

- высокий;
- средний;
- низкий.

11. В каких классах, на Ваш взгляд, обучающиеся обладают достаточной математической подготовкой, знаниями и умениями в области информатики, чтобы наиболее эффективно проводить такого рода занятия?

12. Укажите, какие качества, на Ваш взгляд, можно формировать при организации математической деятельности школьников на таких «интегративных» курсах внеурочной деятельности?

«Результаты вспомогательного тестирования школьников»

1. Тестирование по методике С.Т. Бочаровой. Обучающиеся 8-х классов в середине учебного года заполняли таблицу, в которой представлены 61 ИКТ-компетентность, выделенная авторами. Сначала соответствующие умения оценивались обучающимися, затем учителями различных школьных дисциплин (очень уверенно – 4, уверенно – 3, довольно уверенно – 2, неуверенно – 1, необходимо научиться – 0). Затем выставлялась средняя оценка и подводился итог, являющийся суммой средних оценок по каждому показателю. Вывод определялся по следующим параметрам: при набранных баллах 201-248 (81-100%) – продвинутый уровень ИКТ-компетентности школьника по данному параметру, 151-200 (61-80%) – уровень выше среднего, 101-150 (41-60%) – средний уровень, 51-100 (21-40%) – уровень ниже среднего, 0-50 (0-20%) – развивающийся уровень. Полученные данные представлены на диаграмме (Рис. 31).

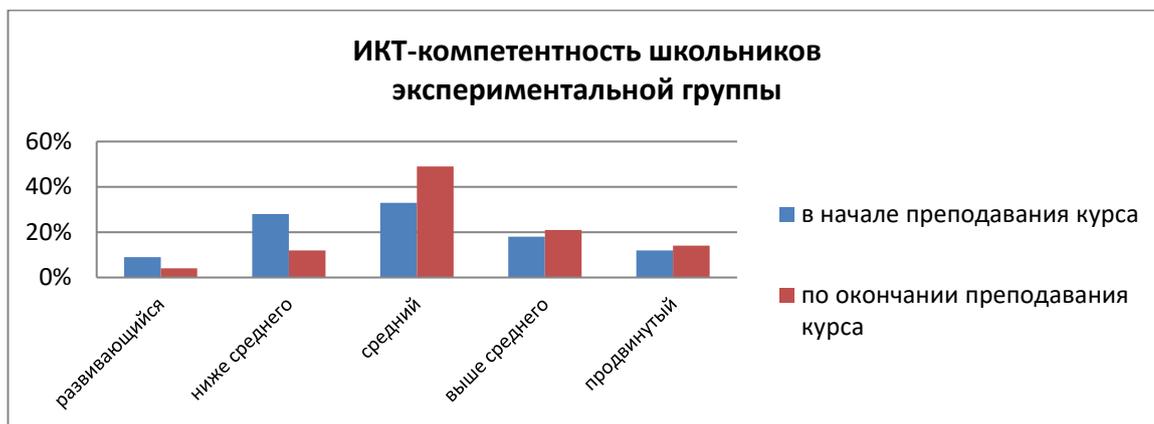


Рисунок И1 Динамика изменения уровней ИКТ-компетентности школьников 9-х классов до и после изучения учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» в ЭГ

2. Диагностики психоэмоциональной, коммуникативной, мотивационной сферы школьников 8-9-х классов (социальный интеллект) по методике Н. Холла в модификации Г.В. Резапкиной. Приведем некоторые результаты, полученные по итогам диагностики (Таблица 31, Таблица 32)

Таблица И1 Диагностика уровней саморегуляции школьников

Уровень	Количество баллов	Описание способности	Процент школьников
Высокий	5-6	Способность контролировать свое эмоциональное состояние, что является профессионально важным качеством в профессиях, связанных с управлением, общением, обслуживанием, воспитанием, обучением	60%

Средний	3-4	Недостаточная способность управлять своими эмоциями, затрудняющую профессиональную и социальную адаптацию человека	37%
Низкий	0-2	Эмоциональная неустойчивость, тревожность, утомляемость, которые могут осложнять профессиональную деятельность, связанную с управлением, общением, обслуживанием, воспитанием, обучением	3%

Таблица И2 Диагностика уровней коммуникативности школьников

Уровень	Количество баллов	Описание	Процент школьников
Высокий	5-6	Эффективное взаимодействие с другими людьми, является профессионально важным качеством для профессий, связанных с управлением, общением, обслуживанием, воспитанием, обучением	28%
Средний	3-4	Осложнение навыков общения, сложности в деятельности, связанной с управлением, общением, обслуживанием, воспитанием, обучением	54%
Низкий	0-2	Затруднения в общении, сложности в работе, связанной с управлением, общением, обслуживанием, воспитанием, обучением	18%

3. Диагностики личностного роста школьников по модифицированной методике Д. В. Григорьева, И. В. Кулешовой, П. В. Степанова. Отдельные результаты представлены в таблицах (Таблица 33, Таблица 34)

Таблица И3 Отношение к Отечеству

Уровень	Количество баллов	Описание	Процент школьников
Высокий	6-7	Подростку присущи вполне развитые чувства гражданственности и патриотизма	29%
Средний	4-5	Старается не проявлять свое отношение к стране	67%
Низкий	0-3	Можно предположить, что подростка отличает обывательское отношение к своей стране	4%

Таблица И4 Отношение к здоровому образу жизни

Уровень	Количество баллов	Описание	Процент школьников
Высокий	6-7	Ценность здоровья является приоритетной	2%
Средний	4-5	Ценность здоровья значима для ребенка	44%
Низкий	0-3	Ценность здоровья невысока в сознании подростка	58%

4. Динамика достижений отдельных личностных показателей до и после изучения учебного курса внеурочной деятельности «Математика – основа цифрового мира» в ЭГ (Рис. 32, Рис. 33).

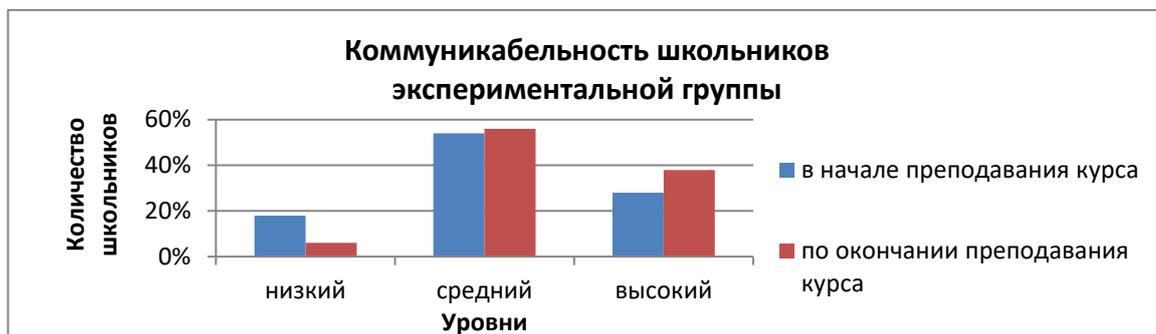


Рисунок И2 Динамика изменения уровня коммуникабельности школьников в ЭГ

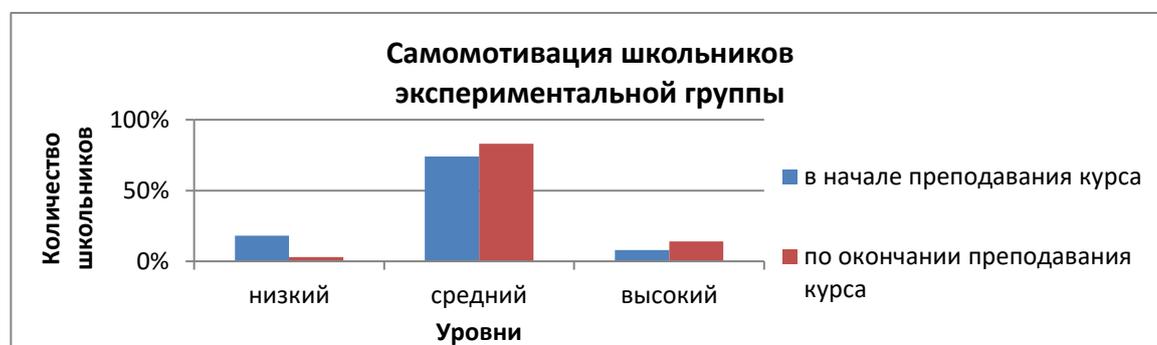


Рисунок И3 Динамика изменения уровня самомотивации школьников в ЭГ

«Самостоятельные работы»

Самостоятельная работа №1, подмодуль «Знаковые модели. Коды»

Задача 1. В текстовом процессоре MS Word создайте две таблицы: «Свойства сравнений» и «Методы решения сравнений». Заполните их, ориентируясь на материалы курса и другую специальную литературу.

Сложность – легкое, количество баллов – 1.

Задача 2. Используя квадрат Полибия, зашифруйте сообщение "A greatship asks deer waters". Узнайте, воспользовавшись информацией из открытых источников, как звучит поговорка на русском языке.

К заданию прилагается таблица квадрата Полибия (Таблица К1).

Таблица К1 Квадрат Полибия задачи 2

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I, J	K
3	L	M	N	O	P
4	Q	R	S	T	U
5	V	W	X	Y	Z

Сложность – легкое, количество баллов – 2.

Задача 3. В среде графического редактора Paint создайте таблицу – решетку Кардано, как показано на прилагаемом к заданию рисунке (Рис. К1) (отсутствующие ячейки решетки закрашены желтым цветом), и ее копию, выполненную полностью синим цветом. Воспользовавшись вкладкой «Выделить – Прозрачное выделение», зашифруйте с помощью предлагаемой решетки строки А. Блока: "Предчувствую тебя".

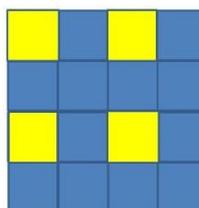


Рисунок К1 Решетка Кардано задачи 3

Сложность – среднее, количество баллов – 3.

Задача 4. С помощью аффинного преобразования $f(x) \equiv ax+b \pmod{N}$ зашифруйте придуманную вами фразу, записанную в соответствующем алфавите:

- 1) $N=10, a=6, b=7;$
- 2) $N=12, a=9, b=2;$
- 3) $N=11, a=1, b=8.$

Составьте соответствующую таблицу в среде электронных таблиц и проверьте правильность выполнения задания.

Сложность – сложное, количество баллов – 4.

Самостоятельная работа №2, подмодуль «Знаковые модели. Логические модели алгебры высказываний»

Задача 1. Докажите, что формулы опровержимы, ориентируясь на построенные таблицы истинности в программе логического калькулятора, размещенного на сайте <https://programforyou.ru/calculators>.

- a) $((X \rightarrow (Y \& Z)) \rightarrow (\bar{Y} \rightarrow \bar{X})) \rightarrow \bar{Y}$;
- b) $((X \vee Y) \vee Z) \rightarrow ((X \vee Y) \& (X \vee Z))$;
- c) $(X \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \& Y) \vee (X \& \bar{Y}))$;
- d) $((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow Q)) \rightarrow (R \rightarrow P) \rightarrow (P \rightarrow Q)$.

Сложность – легкое, количество баллов – 1.

Задача 2. Составьте, воспользовавшись возможностями текстового редактора MSWord, таблицы истинности для следующих формул и укажите, какие из них являются выполнимыми, какие – опровержимыми, какие – тождественно истинными (тавтологиями), какие – тождественно ложными – (противоречиями). Проверьте свое решение, воспользовавшись логическим калькулятором, размещенным на сайте <https://programforyou.ru/calculators>.

- 1) $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow \bar{Q}) \rightarrow \bar{P})$
- 2) $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow Q$
- 3) $(P \& (Q \vee \bar{P})) \& ((\bar{Q} \rightarrow P) \vee Q)$
- 4) $((P \& \bar{Q}) \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$
- 5) $P \& (Q \& (\bar{P} \vee \bar{Q}))$

Сложность – легкое, количество баллов – 2.

Задача 3. Сформулируйте утверждения, обратные следующей теореме: «В равных треугольниках против равных углов лежат равные стороны». Выясните, какие из полученных утверждений являются справедливыми.

Ответ оформите в виде таблицы в текстовом редакторе (*Таблица К2*).

Таблица К2 Заполните таблицу в текстовом редакторе

<i>Логическая модель прямой теоремы</i>	<i>Логическая модель обратного утверждения</i>	<i>Словесная модель обратного утверждения</i>	<i>Является ли обратное утверждение справедливым</i>

Сложность – среднее, количество баллов – 3.

Задача 4. Товарищество собственников жилья многоквартирного дома поручило представителям управляющей компании принять решение относительно украшения двора дома к Новому году. Решение выносится пятью представителями большинством голосов. Если председатель «против», то решение не принимается. Выберите необходимое программное обеспечение и постройте в выбранной программе наиболее простую электронную логическую схему, соответствующую следующей ситуации: голосуя «за», каждый из пяти человек нажимает на кнопку, и в случае принятия решения загорается сигнальная лампочка.

Сложность – сложное, количество баллов – 4.

Самостоятельная работа № 3, подмодуль «Наглядно-знаковые модели. Графы»

Задача 1. В графическом редакторе Paint построить граф, содержащий пять вершин, из которых одна является изолированной, а одна – висячей, и 5 ребер.

Сложность – легкое, количество баллов – 1.

Задача 2. На рисунке, приложенном к заданию (Рис.К2), изображен граф G.

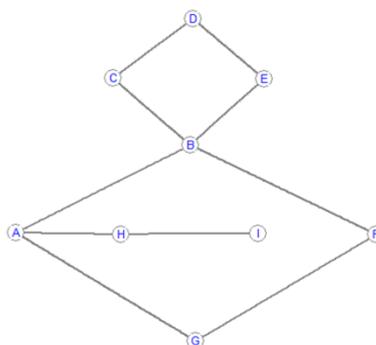


Рисунок К2 Изображение графа G задачи 2

Необходимо указать:

- 1) маршрут на графе G;
- 2) путь из вершины A в D;
- 3) цикл в графе G.

Составьте таблицу в текстовом процессоре MS Word, в которой отобразите вопросы задачи и ответы на них.

Проверить ответы на второе и третье задания можно, воспользовавшись программой «Графоанализатор 1.3» <http://grafoanalizator.unick-soft.ru>

Сложность – легкое, количество баллов – 2.

Задача 3. Составьте свое генеалогическое древо, пользуясь программой «Древо жизни» <https://genery.com/ru/>

Укажите какое-либо одно поколение, дерево предков, дерево потомков, прямых предков, прямых потомков, родителей, детей и пр.

Докажите, что полученный граф – дерево.

Укажите корень, листья, рассчитайте степень вершин.

Найдите информацию о применении теории деревьев для построения генеалогического древа при изучении различных наук. Сделайте сообщение на заседании школьного математического общества.

Сложность – средняя, количество баллов – 3.

Задача 4.

Практическую значимость остовных деревьев (остовов) дает популярная форма задачи А. Кэли. Необходимо соединить n городов железнодорожными линиями так, чтобы не строить лишних дорог. Известна стоимость строительства для каждой пары городов. Какова должна быть сеть дорог, соединяющая все города и имеющая минимальную возможную стоимость? Аналогичные вопросы могут возникать при проектировании линий электропередач, компьютерных сетей и др.

Найдите в специальной литературе правило построения минимального остовного дерева.

Пользуясь этим алгоритмом, решите следующую задачу.

Для планирования летнего отдыха ваша семья составляет экскурсионный маршрут для посещения городов Центральной России. Составьте такой маршрут. По онлайн-картам выясните расстояния между городами. Как организовать маршрут таким образом, чтобы вы могли посетить все города и при этом общее расстояние, которое вы должны проехать, было минимальным? Вычислите длину такого маршрута.

Проверьте свое решение, воспользовавшись возможностями выбранной программы для работы с графами.

Сложность – сложное, количество баллов – 4.

Проверочная работа для обучающихся 9 класса, изучивших учебный курс внеурочной деятельности «Математика – очноva цифрового мира» в рамках разработанной методики и не изучающих данный курс

1. Наблюдая за работой сотрудников компании фаст-фуд, установили, сколько времени они тратили на выполнение одного вида работы. Обобщая полученные данные, составили таблицу (Таблица Л1):

Таблица Л1 Данные задачи 1

Время, мин	Число сотрудников
10-12	2
12-14	6
14-16	11
16-18	7
18-20	5

Пользуясь таблицей, постройте в тетради гистограмму, характеризующую распределение сотрудников по времени, затрачиваемого на выполнение одного вида работы. Постройте аналогичную гистограмму в среде электронных таблиц. Сравните полученные результаты.

2. На официальном сайте Гидрометеоцентра России <https://meteoinfo.ru/component/content/article/7-climate-cat/1709-moskva-climat> размещен график, отражающий среднемесячные климатические данные для Москвы. Определите, в каком месяце в Москве в среднем самая высокая температура воздуха и сколько градусов при этом фиксируется? По данным статистического графика постройте электронную таблицу (Таблица Л2), отражающую средние дневные температуры воздуха в Москве по месяцам в виде:

Таблица Л2 Среднемесячные климатические данные для Москвы

№п/п	Название месяца	Температура воздуха (град. С)

3. Производительность труда рабочих цеха в течение смены описывается следующей эмпирической формулой: $y = -0,12t^2 + 0,66t + 4,56$ ($0 \leq t \leq 8$), где t – рабочее время в часах. В какой момент времени производительность труда рабочих будет наибольшей? Какова максимальная производительность труда рабочих данного цеха? Выполните задание в тетради и проверьте с помощью построения графика квадратичной функции в среде известного вам графопостроителя.

4. В прилагаемом файле (Рис. Л1) построены графики функций $y=x-2$, $y=2-\frac{x}{3}$, $x=6$. В среде графического редактора Paint закрасьте область, соответствующую решению системы неравенств:

$$\begin{cases} y \leq x - 2, \\ y \geq 2 - \frac{x}{3}, \\ x \leq 6 \end{cases}$$

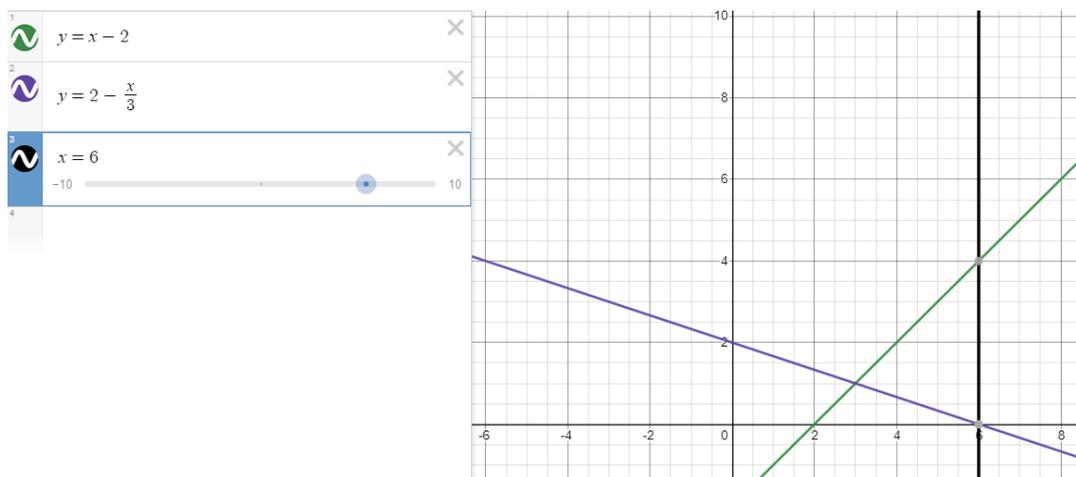


Рисунок Л1 ЦОР для задачи 3

5. Составьте всевозможные перестановки из букв слова "строка", сколько таких перестановок можно составить? Какие осмысленные перестановки получились? Выберите программное обеспечение, позволяющее изобразить дерево решения. С помощью открытых источников, выясните, как называется литературный приём, состоящий в перестановке букв или звуков определённого слова (или словосочетания), что в результате даёт другое слово или словосочетание. Выберите программное обеспечение, которое позволяет получать осмысленные перестановки из букв слова (имена существительные: собственные и нарицательные). Проверьте, все ли слова вы составили. Узнайте значения незнакомых вам слов.

6. Выясните в магазине обуви, находящемся в вашем районе, какие размеры от 38 до 44 мужской обуви были проданы за последний месяц (запишите 30 значений). Вычислив абсолютные и относительные частоты, проведите группировку по размеру обуви. Проверьте свое решение с помощью ресурса, разработанного в среде электронных таблиц MS Excel (Рис.Л3).

F4		=СЧЁТЕСЛИ(C4:C33; "38")				
A	B	C	D	E	F	G
1	Таблица размеров купленной обуви			Дискретная группировка по признаку (размер обуви)		
2						
3	№ п/п	Размер обуви		Размер обуви	Абсолютная частота	Относительная частота
4	1			38	0	#ДЕЛ/0!
5	2			39	0	#ДЕЛ/0!
6	3			40	0	#ДЕЛ/0!
7	4			41	0	#ДЕЛ/0!
8	5			42	0	#ДЕЛ/0!
9	6			43	0	#ДЕЛ/0!
10	7			44	0	#ДЕЛ/0!
11				Сумма	0	#ДЕЛ/0!

Рисунок Л3 Разработанный ресурс к задаче 6

Проведите вычислительный эксперимент и выясните, как изменятся показатели частот и относительных частот признака, если в таблицу будут записаны числа, характеризующие размеры купленной за этот период мужской обуви в другом магазине. Отсортируйте столбец с частотами и выясните, какова самая большая численность группы людей, купившая тот или иной размер обуви. Какой размер обуви самый востребованный?

Предлагаемые темы для проектных или исследовательских работ

Выберите интересующее вас направление для исследования, представьте его результаты на ученической конференции (см. Рекомендации к выполнению проектных и исследовательских работ).

1. Азбука Морзе.
2. Древнерусская летопись.
3. "Отец информационного века" - Клод Шеннон.
4. Тайны чисел.
5. Система счисления майя.
6. Двоичная система счисления и штрихкоды.
7. Своенравная и непокорная логика... (выявление и устранение логических ошибок в литературном тексте).
8. Условия успешной дискуссии.
9. Математическая шкатулка. Сборник занимательных логических задач.
10. «Дорогами Победы». Составление и исследование маршрута движения воинского соединения, в котором воевал близкий Вам участник Великой Отечественной войны.
11. Использование статистических таблиц и графиков для обработки результатов проектной или исследовательской работы.
12. Статистическая инфографика в современном мире.