

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук, профессора Добровольского Николая Михайловича на диссертационную работу Тлюстангелова Ибрагима Аслановича «Исследование симметрий периодов полиэдров Клейна, соответствующих алгебраическим решеткам», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Диссертация И. А. Тлюстангелова относится к геометрии чисел и посвящена развитию геометрической теории обобщения понятия цепной дроби.

Алгебраические решётки, которые эквивалентны решёткам повторяющимся умножением играют важную роль как в геометрии чисел и алгебраической теории чисел, так и в теоретико-числовом методе в приближенном анализе, а именно в методе К. К. Фролова. Как показано в монографии Б. Н. Делоне и Д. К. Фаддеева значительную часть алгебраической теории чисел можно естественным образом изложить в терминах решёток, повторяющихся умножением, то есть алгебраических решёток.

Необходимо отметить, что теория цепных дробей насчитывает уже три столетия своего развития, но многие вопросы остаются малоизученными. Для алгебраических иррациональностей степени выше 2 известно очень мало.

К числу наиболее общих результатов можно отнести тот факт, что, начиная с некоторого места, все остаточные дроби цепной дроби алгебраической иррациональности являются обобщёнными числами Пизо.

В терминах решёток единственным известным классом решёток с ненулевым норменным минимумом является класс алгебраических решёток.

Всё выше перечисленное позволяет утверждать, что тема диссертационного исследования И. А. Тлюстангелова является **актуальной**.

Перейдём к характеристике выполненного исследования. Диссертация на 131 странице состоит из введения, 4-х глав, заключения и списка литературы.

Во введении (стр. 4–9) содержится раздел «Актуальность темы и степень её разработанности», в котором соискатель достаточно подробно изложил историю вопроса и современные исследования. В остальных разделах введения даны данные об общей характеристике исследования.

Первая глава «Геометрия палиндромичности периода цепных дробей квадратичных иррациональностей» (стр. 10–31) посвящена переложению теории цепных дробей на геометрический язык и доказательстве важной классификационной теоремы о циклической полиндромии квадратичной иррациональности.

Вторая глава «Симметрии многомерных алгебраических цепных дробей в произвольной размерности» (стр. 32–46) содержит важный понятийный аппарат и основные постановки проблем, относящиеся к парусам Клейна, группам симметрии, симметрии Дирихле и конечным вполне вещественным циклическим расширениям Галуа.

В третьей главе «Палиндромические симметрии двумерной алгебраической цепной дроби» (стр. 47–60) рассматриваются кубические иррациональности и доказывается теорема 4, которая является аналогом теоремы 1 из первой главы, для классификации кубических иррациональностей с точки зрения наличия собственной симметрии.

Заключительная четвертая глава «Палиндромические симметрии трёхмерной алгебраической цепной дроби» (стр. 61–126) является наиболее сложной во всей диссертации и в ней содержится построение теории для случая биквадратичных иррациональностей.

В коротком заключении подводятся итоги проведённого исследования и намечены три новых направления дальнейших исследований.

Автореферат диссертации на 14 страницах полно и достоверно отражает содержание диссертации, результаты которой докладывались на различных научных семинарах и конференциях, а также опубликованы в 4 научных статьях в изданиях, соответствующих требованиям диссертационного совета.

В целом изложение материала достаточно подробное, содержит много иллюстративного материала.

Необходимо отметить, что в настоящее время термин алгебраическая решётка в современной теории чисел является многозначным. Полигоны Клейна рассматриваются как выпуклые оболочки целых точек, т. е. точек фундаментальной решётки, в иррациональных конусах. В случае, рассматриваемом в диссертации, речь идёт о конусах с алгебраическими направляющими.

Совсем другие решётки рассматриваются в монографии Б. Н. Делоне и Д. К. Фаддеева. Было бы интересно рассмотреть, как результаты данной диссертации интерпретируются в терминах решёток, повторяющихся умножением (собственно алгебраических решёток).

Как известно, имеется много попыток обобщения алгоритма цепных дробей. Одним из наиболее удачных вариантов принадлежит Г. Ф. Вороному (Об одном обобщении алгоритма цепных дробей. Кандидатская диссертация, Варшава, 1896.) Интересно было бы провести параллели между исследованиями Г. Ф. Вороного и данной диссертацией.

Все указанные замечания не влияют на общий высокий уровень диссертации И. А. Тлюстангелова.

Подводя итог обсуждению квалификационной работы И. А. Тлюстангелова можно сделать следующие выводы:

Избранная автором тема диссертации является актуальной для современной теории чисел. Положения, выносимые на защиту обоснованы подробными доказательствами. Результаты диссертации являются достоверными и новыми, что подтверждено 4-мя опубликованными автором научными публикациями по теме диссертации в рецензируемых журналах.

Диссертационная работа «Исследование симметрий периодов полиэдров Клейна, соответствующих алгебраическим решеткам» удовлетворяет критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском Государственном Университете имени М.В. Ломоносова, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с приложениями № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского Государственного Университета имени М.В. Ломоносова, а содержание работы соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Считаю, что соискатель Тлюстангелов Ибрагим Асланович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки).

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

заведующий кафедрой алгебры, математического анализа и геометрии
физико-математического факультета

Тульского государственного педагогического университета им. Л.Н. Толстого

Николай Михайлович Добровольский

3.12.2022