

## Отзыв официального оппонента

доктора физико-математических наук Илларионова Андрея Анатольевича на диссертационную работу Тлюстангелова Ибрагима Аслановича «Исследование симметрий периодов полиэдров Клейна, соответствующих алгебраическим решеткам», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Геометрическая теория цепных дробей является одним из стремительно развивающихся разделов математики в последние десятилетия. Одним из основных многомерных обобщений цепных дробей принято считать многогранную поверхность, связанную с полиэдральными конусами введенную Феликсом Клейном в 1895 году, в честь которого она и была названа полиэдром Клейна. Двумерные полиэдры Клейна представляют собой геометрическую интерпретацию «обычных» непрерывных дробей.

Диссертация И.А. Тлюстангелова посвящена исследованию симметрий алгебраических многомерных цепных дробей по Клейну. Изучаются так называемые палиндромические симметрии, то есть такие симметрии многомерной цепной дроби, которые нетождественно переставляют направляющие конуса, соответствующего рассматриваемой многомерной цепной дроби.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и списка публикаций по теме диссертации. Объем составляет 131 страницу, список литературы содержит 21 наименование.

Во **введении** приведена история рассматриваемого вопроса, обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, рассказывается об объекте, предмете и научной новизне исследования, перечислены используемые методы, а также основные результаты и положения диссертации, выносимые на защиту.

В **первой главе** даются необходимые определения и обзор предшествующих результатов, связанных с обыкновенными цепными дробями. Далее приводится доказательство известного критерия симметричности периода обыкновенной цепной дроби с помощью многомерного обобщения цепных дробей — полигонов Клейна для случая обыкновенных цепных дробей. Также в данной главе методами геометрии чисел приводится доказательство теорем Галуа и Лагранжа о периодах цепных дробей квадратичных иррациональностей. Приводимые доказательства классических фактов являются оригинальными и весьма интересными.

Во **второй главе** вводятся многомерные цепные дроби по Клейну, обобщающие понятие обыкновенных цепных дробей на случай произвольной размерности. После приводится доказательство утверждения о связи собственных векторов гиперболических операторов с базисами вполне вещественных расширений поля рациональных чисел. В данной главе дается определение алгебраических цепных дробей и их симметрий, а также с помощью теоремы Дирихле об алгебраических единицах доказывается теорема о строении группы симметрий алгебраической цепной дроби, действие которой сохраняет каждое из собственных подпространств соответствующего гиперболического оператора. С помощью нормальных базисов вполне вещественных расширений Галуа доказывается теорема о том, что для любого целого  $n > 1$  существует  $(n - 1)$ -мерная цепная дробь, обладающая палиндромическими симметриями. Стоит отметить компактность формулировки данной теоремы.

В **третьей главе** доказывается критерий палиндромичности двумерной алгебраической цепной дроби. Также в данной главе показывается, что в отличие от размерности  $n = 2$ , при  $n = 3$  любая палиндромичная цепная дробь обладает собственной циклической симметрией.

В **четвертой главе** доказывается критерий того, что трехмерная алгебраическая цепная дробь обладает собственными симметриями. Также в данной главе доказывается критерий того, что трехмерная алгебраическая цепная дробь обладает собственными циклическими симметриями. При этом, показывается, что в отличие от размерностей  $n = 2$  и  $n = 3$ , в размерности  $n = 4$  не всякая цепная дробь, обладающая собственными симметриями, обладает собственными циклическими симметриями. Это происходит из-за того, что в размерности  $n = 4$  появляются такие поля, которые не являются нормальными расширениями и по которым можно построить палиндромичные цепные дроби.

Стоит отметить интерес результатов диссертации с точки зрения различных разделов теории чисел. Возможно, было бы интересно подробнее исследовать алгоритмические аспекты, связанные с рассматриваемой в диссертации геометрической конструкцией.

Диссертационная работа И.А. Тлюстангелова является самостоятельным научным исследованием. Все результаты являются математически строго доказанными и представляют научную ценность в геометрии чисел. По теме исследования опубликованы 4 статьи, индексируемые Scopus (три из них — WoS).

Диссертационная работа «Исследование симметрий периодов полиэдров Клейна, соответствующих алгебраическим решеткам» удовлетворяет критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском Государственном Университете имени М.В. Ломоносова, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с приложениями 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского Государственного Университета имени М.В. Ломоносова, а содержание работы соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Считаю, что соискатель Тлюстангелов Ибрагим Асланович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки).

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник Хабаровского отделения  
федерального государственного бюджетного учреждения  
науки Института прикладной математики  
Дальневосточного отделения РАН

Андрей Анатольевич Илларионов  
01 декабря 2022 года