

**ОТЗЫВ официального оппонента  
на диссертацию на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
Гаджиева Максима Магомедовича  
на тему: «О движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц»  
по специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин**

Интерес к задаче динамики твердого тела с неподвижной точкой, а также различным ее обобщениям (гиростат, твердое тело с полостями, содержащими жидкость, и т.д.) в современном мире непрерывно возрастает. Связано это с интенсивным развитием ракетно-космической отрасли, авиастроения, робототехники и многих других направлений, в которых абсолютно твердое тело как модель реального тела широко используется при изучении движения различных объектов (роботов, спутников, ракет и многих других конструкций). В этой связи диссертационная работа М.М. Гаджиева, посвященная изучению задачи о движении твердого тела с неподвижной точкой, в потоке частиц, является весьма актуальной.

В работе исследуется динамика абсолютно твердого тела с неподвижной точкой, находящегося в потоке одинаковых частиц, движущихся с постоянной скоростью вдоль неподвижного в абсолютном пространстве направления. Предполагается, что частицы потока не взаимодействуют друг с другом, а взаимодействие частиц с поверхностью твердого тела происходит абсолютно неупруго, то есть после столкновения скорость частицы относительно тела равна нулю. При этих предположениях в диссертации обсуждаются вопросы интегрируемости уравнений движения тела, а также вопросы устойчивости стационарных движений тела в потоке частиц.

Задача о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц является одним из возможных обобщений классической задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Впервые модель взаимодействия тела с потоком частиц, принятая в работе, была предложена В.В. Белецким и использовалась им при исследовании задач динамики спутника, движущегося под действием моментов аэродинамических сил и сил светового давления. Ранее

задача о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц рассматривалась в работах А.А. Булова и А.В. Карапетяна. В данной работе результаты А.А. Булова и А.В. Карапетяна получили дальнейшее существенное развитие и обобщение.

В первой главе диссертации приводится постановка задачи о движении твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц. Получены формулы для главного вектора и главного момента внешних сил, действующих на тело с неподвижной точкой со стороны потока частиц. Выведены общие уравнения движения тела с неподвижной точкой в потоке частиц, а также получены уравнения движения в ряде частных случаев, когда поверхность тела, помещенного в поток частиц, представляет собой сферу, эллипсоид, цилиндр, центрально – симметричную поверхность и поверхность вращения. Обсуждается вопрос о существовании у уравнений движения первого интеграла типа интеграла энергии. Получены достаточные условия существования такого интеграла и показано, что они будут выполняться, например, в случае, когда твердое тело с неподвижной точкой, помещенное в поток частиц, ограничено поверхностью вращения. Кроме того, перечислены несколько случаев, когда уравнения движения тела в потоке частиц являются интегрируемыми. Эти случаи аналогичны интегрируемым случаям Эйлера, Лагранжа и Гесса в классической задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию задачи о движении в потоке частиц динамически несимметричного твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения. В этом случае уравнения движения тела записываются в форме уравнений Гамильтона, указывается явное выражение для функции Гамильтона задачи. В предположении, что эллипсоид вращения, ограничивающий твердое тело, по форме близок к шару (полуоси  $a$  и  $b$  эллипсоида связаны соотношением  $b = a(1 + \varepsilon)$ ), а неподвижная точка отстоит на малое (порядка  $\varepsilon$ ) расстояние от центра эллипсоида, методом расщепления сепаратрис доказано, что канонические уравнения движения в потоке частиц динамически несимметричного твердого тела с неподвижной

точкой не имеют дополнительного аналитического и аналитически зависящего от параметра  $\varepsilon$  первого интеграла, независимого от классических, и находящегося в инволюции с интегралом площадей.

В третьей главе диссертации снова рассматривается задача о движении в потоке частиц твердого тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения. В отношении распределения масс в твердом теле сделано предположение, что центр эллипсоида вращения, ограничивающего твердое тело, лежит в экваториальной плоскости эллипсоида инерции, построенного для неподвижной точки. При этих предположениях получены необходимые условия существования у уравнений движения тела дополнительного первого интеграла, квадратичная часть которого независима с квадратичной частью функции Гамильтона. Показано, что соответствующие необходимые условия не выполняются, если распределение масс в теле соответствует классическому случаю интегрируемости С.В. Ковалевской, а эллипсоид вращения, ограничивающий твердое тело, не является шаром. Тем самым, в данной главе доказано отсутствие интегрируемого случая, аналогичного случаю С.В. Ковалевской, в задаче о движении в потоке частиц динамически симметричного тела, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения.

В четвертой главе диссертации проведено исследование устойчивости перманентных вращений твердого тела с неподвижной точкой в потоке частиц. Путем анализа корней характеристического уравнения линеаризованной системы уравнений возмущенного движения, получены необходимые условия устойчивости перманентных вращений динамически несимметричного тела, находящегося в потоке частиц. Кроме того, для динамически симметричного тела, ограниченного поверхностью вращения, ось симметрии которой совпадает с осью динамической симметрии, путем анализа эффективного потенциала системы, получены необходимые и достаточные условия устойчивости перманентных вращений.

В пятой главе диссертации изучается устойчивость регулярных прецессий динамически симметричного тела с неподвижной точкой в потоке частиц.

Поверхность тела представляет собой эллипсоид вращения, ось симметрии которого совпадает с осью динамической симметрии твердого тела. Получены условия на отношение полуосей эллипсоида, при выполнении которых регулярные прецессии тела будут устойчивы при всех значениях величин угловых скоростей прецессии и собственного вращения, при которых они существуют. Полученные аналитические выводы об устойчивости регулярных прецессий динамически симметричного тела с неподвижной точкой, ограниченного поверхностью эллипсоида вращения и находящегося в потоке частиц подтверждены численно построенными бифуркационными диаграммами Пуанкаре – Четаева.

В шестой главе диссертации подробно рассмотрен интегрируемый случай, аналогичный случаю Гесса в задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Уравнения движения тела в потоке частиц записаны в специальной системе координат, ранее использовавшейся П.В. Харламовым для изучения различных задач динамики твердого тела с неподвижной точкой. Проведенный затем анализ полученных уравнений показал, что нахождение общего решения уравнений движения приводится к решению одного линейного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Показано также, что если начальные условия задачи выбраны так, что постоянная интеграла площадей равна нулю, то уравнения движения тела с неподвижной точкой в потоке частиц в случае Гесса могут быть проинтегрированы в квадратурах.

По тексту диссертации имеются следующие замечания.

1. В работе допущено несколько опечаток, например, на стр. 20 диссертации имеет место опечатка в ссылках. Написано, что формула (9) является окончательным видом формулы (7), а должно быть формулы (8). На странице 21 вместо «тензор инерции тела с неподвижной точки  $O$ », должно быть написано «тензор инерции тела относительно неподвижной точки  $O$ ». На стр. 46 приведен текст вывода со стр. 28 с упоминанием эллипсоида хотя уже речь идет о цилиндре. На

странице 67 допущена опечатка в формулах. Вместо  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 0$  нужно написать  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 0$ , поскольку вектор  $\alpha$  – единичный.

2. Также в диссертации иногда опущены некоторые детали, существенные для понимания исследования или целостности изложения. Например, на стр. 25 в формуле (14) введены три новых обозначения  $k_1, k_2, k_3$  и только двум из них даны описания. На страницах 27, 35 и 45 имеется фраза «Вычислим теперь момент  $M$  относительно произвольной точки  $O_1$ , принадлежащей телу», при этом имеется в виду, что теперь именно точка  $O_1$  является неподвижной, но явно это не указывается. На стр. 47 в формуле (39) уравнения движения записываются с помощью скобок Пуассона, изображенных фигурными скобками, при этом расшифровки данной нотации не приводится.
3. На странице 40 имеется предложение: «В этом случае выражение для момента сил, действующего на спутник, эквивалентно выражению (31)». Но формула, обозначенная в тексте (31), не является выражением для момента сил. Очевидно, что здесь допущена какая-то ошибка в ссылках. Аналогичная ошибка повторена на странице 52 диссертации, где сказано, что (31) – это уравнение.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Гаджиев Максим Магомедович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин.

Официальный оппонент:

кандидант физико-математических наук,  
доцент кафедры мехатроники и теоретической механики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Чекина Евгения Алексеевна

Контактные данные:

Адрес места работы:

125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.  
МАИ, кафедра мехатроники и теоретической механики  
Тел.: +7 (499) 158 44 66; e-mail: chekina\_ev@mail.ru