

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Стручалина Глеба Игоревича
на тему: «Адаптивные методы в квантовой томографии»
по специальности 1.3.19. Лазерная физика

Диссертационная работа Стручалина Г. И. посвящена исследованию адаптивных методов квантовой томографии. Рассматриваемые протоколы томографии сравниваются по точности с неадаптивными методами как посредством численных симуляций, так и в эксперименте. Эксперименты проводились с поляризационными и пространственными состояниями одиночных и пар фотонов, рождённых в процессе спонтанного параметрического рассеяния (СПР).

Квантовая томография — это процедура определения неизвестных квантовых состояний, процессов или их отдельных свойств посредством измерений большого числа представителей. Квантовая томография находит применение в отладке отдельных логических элементов квантовых вычислительных устройств. Область квантовых вычислений переживает сейчас бурное развитие, уже становятся доступными первые коммерческие устройства. Рассмотренный в последней главе диссертации метод теневой томографии также потенциально применим для уменьшения числа измерений при выполнении некоторых квантовых алгоритмов, таких как вариационный поиск собственных значений. Таким образом, **актуальность** выбранной темы не вызывает сомнений.

Работа включает пять глав, первая из которых является обзорной, а остальные содержат оригинальные результаты. **В обзорной главе** приведены сведения о различных методах статистической обработки результатов измерений, включая байесовский метод, а также статических и адаптивных протоколах измерений. Значительная часть обзора отведена на математическое описание квантовых процессов и сравнение томографии состояний и процессов между собой.

Во второй главе описывается протокол адаптивной байесовской томографии состояний. Оптимальные измерения выбираются согласно критерию на основе энтропии Шеннона. Протокол исследован для случая двухкомпонентной системы – двух кубитов. В такой системе возможны два класса измерений: факторизованные и перепутанные. Эксперимент выполнен на установке, где в процессе СПР рождались пары фотонов, а состояние кодировалось в поляризационных степенях свободы. Установка позволяла готовить произвольное томографируемое состояние, а среди доступных измерений были только факторизованные. В ходе эксперимента было показано, что рассматриваемый адаптивный протокол обладает более высокой точностью по сравнению со стратегией случайных измерений. Заметим, что в главе рассмотрено также влияние случайных шумов на результаты томографии. Перепутанные измерения исследованы посредством численных симуляций. Автором подробно анализируется вопрос о влиянии адаптивности и класса измерений на точность томографии. Было показано, что особый выбор априорного распределения может существенно повысить точность оценок состояний с вырожденными собственными значениями.

Третья глава посвящена адаптивной байесовской томографии процессов. Обсуждается обобщение протокола, рассмотренного во второй главе, на случай томографии квантовых процессов и проводится его проверка в численных симуляциях и эксперименте с поляризационными кубитами. Обобщение происходит поэтапно. В начале вводится байесовское распределение на множестве хи-матриц процесса. Затем описывается алгоритм случайных блужданий для выборки из этого распределения. Энтропийный критерий адаптивности также претерпевает модификацию. Обобщение протокола для процессов с потерями имеет некоторые особенности по сравнению с процессами без потерь, поэтому автором был предложен эвристический критерий для ускорения расчётов оптимального измерения. Эксперимент был выполнен для всех основных типов однокубитовых процессов: унитарный, деполяризующий, а также процессы с

потерями. Было показано, что во всех рассмотренных случаях адаптивный протокол даёт точность не хуже, чем измерения в случайных базисах. Наибольшее преимущество проявлялось для процессов единичного ранга (например, для унитарного) или близких к ним независимо от величины потерь. Также автором было предложено использовать статистику хи-квадрат для определения объёма выборки, когда оценка процесса перестает улучшаться из-за наличия инструментальных погрешностей. В эксперименте по томографии единичного процесса данный критерий был успешно проверен.

Четвёртая глава посвящена разработке и проверке нового адаптивного протокола томографии двухкомпонентных систем. Протокол использует только факторизованные измерения и может работать с любыми точечными оценками матрицы плотности. Такие свойства полезны при томографии высокоразмерных систем, так как они обычно естественным образом разбиваются на подсистемы и факторизованные измерения для них экспериментально осуществлять проще. Математическим основанием для построения протокола является теория универсального статистического распределения точности. Автором было показано, что для достижения оптимальной скорости сходимости томографии, протокол должен содержать специальные измерения, названные ортогональными. Также автором было показано, что факторизованные и ортогональные измерения существуют не всегда, а только если ранг истинного состояния меньше граничного значения. Предложенный протокол протестирован в ходе эксперимента по томографии пространственных мод одиночных фотонов. Было продемонстрировано, что адаптивный протокол выигрывает по точности у стратегии случайных измерений.

В пятой главе экспериментально проверяется один из методов неполной томографии, называемый теневой томографией. Задача теневой томографии состоит в оценке средних значений набора наблюдаемых, а не в восстановлении неизвестной матрицы плотности. В эксперименте с

пространственными модами фотонов продемонстрирована эффективность подхода. Оценки, полученные теневой томографией, и непосредственно измеренные средние имеют высокий коэффициент корреляции Пирсона. Исследована зависимость точности оценки Fidelity до целевого состояния от количества измеренных проекторов. Показано, что оценки теневой томографии являются несмещёнными и обладают более высокой точностью по сравнению с оценками по методу максимального правдоподобия, когда набор измерений томографически неполон. Эти качества теневой томографии становятся более выраженными при возрастании размерности томографируемой системы. Стоит отметить, что отдельный раздел главы посвящён математическому обоснованию алгоритма генерации случайных стабилизаторных состояний в явном виде, предложенному автором и использованному при реализации теневой томографии.

Все выносимые на защиту **положения и выводы в полной мере обоснованы** в тексте диссертации и подтверждаются результатами экспериментов. Эксперименты выполнены на современном оборудовании и их результаты тщательно проанализированы. Также наблюдается согласие между результатами экспериментов и численных симуляций, проведённых автором. Там, где это необходимо, приводятся математические обоснования и доказательства соответствующих утверждений.

Достоверность и научная новизна результатов подтверждается публикациями по теме диссертации в пяти журналах, входящих базы данных Scopus, WoS, RSCI и перечень изданий МГУ. Четыре публикации изданы в высокорейтинговых реферируемых журналах первого квартиля. Результаты диссертационной работы были доложены на ряде престижных международных конференций.

В целом диссертация выполнена на высоком научном уровне. Не вызывает сомнения оригинальность результатов, а также их практическая и теоретическая значимость. В то же время, в процессе ознакомления с текстом диссертации возникло несколько **замечаний**, изложенных ниже.

1. Имеются неточности в использовании понятия вероятности совпадения реконструированного и теоретического состояний (Fidelity). Согласно определению (1.7), Fidelity F является случайной величиной, поскольку значение этой характеристики зависит от выборки. В то же время, в формулах (1.10), (1.11), (1.13) и др. под Fidelity F диссертант фактически понимает среднее значение этой случайной величины, что, однако, никак не оговаривается явно. Таким образом, возникает терминологическая путаница в обозначениях отдельной реализации случайной величины и её среднего значения.
2. На мой взгляд, диссертантом могли бы быть разработаны более точные методы томографии квантовых состояний с учётом инструментальных ошибок. Так, рисунок 2.10 показывает, что при наличии случайных ошибок в установке углов отклонения быстрых оптических осей фазовых пластинок от вертикали возникает ограничение, которое проявляется как насыщение точности реконструкции при увеличении объема выборки. Такого негативного эффекта насыщения точности можно избежать, если использовать подход нечетких квантовых измерений, который приводит к непрерывному увеличению точности с ростом количества измерений. Заметим, что совершенно аналогичное замечание может быть высказано также и в отношении томографии квантовых процессов, что наглядно видно, в частности, из рисунка 3.3.
3. Теорию точности восстановления состояний, кратко описанную автором в главе 4 в разделе 4.1, следовало бы использовать и в других разделах и главах. Такая теория позволяет, в частности, не только констатировать, что асимптотически в оптимальном случае среднее значение от потерь точности $\langle 1 - F \rangle$ обратно пропорционально объёму выборки, т.е. $\langle 1 - F \rangle \sim 1/N$, но и найти значение соответствующей константы пропорциональности L , которая определяет асимптотическое произведение среднего значения от потерь $\langle 1 - F \rangle$ на

объём выборки N , т.е. $L = \langle 1 - F \rangle \cdot N$. Так, в согласии с (1.10), для любых протоколов POVM при асимптотически оптимальных измерениях чистых состояний на сфере Блоха $L \geq 1$. При этом, для любых конкретных протоколов, теория точности позволяет дать существенно более точные оценки. Например, для протокола с симметрией куба $1 \leq L \leq 9/8$, а для протокола с симметрией додекаэдра $1 \leq L \leq 36/35$. Аналогичные оценки было бы целесообразно сделать и для новых протоколов, предложенных диссертантом.

Важно отметить, что указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования и представляют собой, в основном, пожелания для дальнейших возможных исследований.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.3.19. Лазерная физика (по физико-математическим наукам), а именно следующим её направлениям: квантовая информатика, квантовая оптика, а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Стручалин Глеб Игоревич безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.19. Лазерная физика.

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,

ГЛАВНЫЙ НАУЧНЫЙ СОТРУДНИК

лаборатории физики квантовых компьютеров

ФГБУН «Физико-технологический институт им. К.А. Валиева РАН»

БОГДАНОВ Юрий Иванович

18 июня 2024 г.

Контактные данные:

тел.: +7 (499) 129-63-66, e-mail: bogdanov@ftian.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Адрес места работы:

117218, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 36/1,

ФГБУН «Физико-технологический институт им. К.А. Валиева РАН»,

лаборатория физики квантовых компьютеров

Тел.: +7 (499) 129-54-92; e-mail: lukichev@ftian.ru

Подпись Ю.И. Богданова удостоверяю:

В. П. Сосина