

Отзыв научного руководителя на диссертационную работу
Жилиной Светланы Александровны
"Комбинаторные свойства бинарных отношений на
вещественных алгебрах Кэли-Диксона",
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика
(01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел)

Жилина Светлана Александровна поступила в очную аспирантуру, с отличием окончив механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова в 2021 г. Перед диссертантом был поставлен ряд открытых проблем о свойствах бинарных отношений на вещественных алгебрах Кэли-Диксона и, в частности, графов таких отношений. А именно, были сформулированы задачи описания комбинаторных структур и числовых характеристик графа, вершинами которого являются элементы (или классы элементов) алгебры, а ребрами соединены те и только те вершины, для которых соответствующие элементы (классы) принадлежат отношению.

Графы отношений играют важную роль при изучении различных понятий, связанных с порождающими их отношениями, а также структур, на которых заданы эти отношения. Это актуальная и современная активно развивающаяся область математики. Несмотря на имеющийся прогресс, эта теория содержит массу интересных открытых задач и гипотез.

Диссертанту было предложено рассмотреть отношения коммутативности, ортогональности и составления пары делителей нуля в вещественных алгебрах Кэли-Диксона, изучить общие закономерности и структуры в графах отношений вещественных алгебр Кэли-Диксона, исследовать числовые характеристики графов коммутативности, ортогональности и делителей нуля вещественных алгебр Кэли-Диксона малых размерностей. Была также поставлена амбициозная задача исследования проблемы изоморфизма для графов ортогональности вещественных алгебр Кэли-Диксона: требовалось понять, как соотносятся между собой изоморфизм алгебр и изоморфизм соответствующих графов ортогональности.

Рассматриваемый диссертантом класс задач и методов необычайно широк. Следует заметить, что, несмотря на кажущуюся простоту постановки вопросов, для решения зачастую приходится привлекать глубокие методы теории колец, линейной алгебры и комбинаторики. С.А. Жилина качественно и всесторонне исследовала поставленные перед ней проблемы. Ей удалось полностью решить все поставленные задачи. Основываясь на полученных результатах и развитых методах, она также смогла найти явный вид аннуляторов, ортогонализаторов и централизаторов для дважды альтернативных элементов алгебры, нормы компонент которых отличны от 0, и

получить критерий ортогональности чисто мнимых делителей нуля, являющихся парами базисных элементов. Кроме того, исследование пар делителей нуля, компоненты которых альтернируют между собой, позволило разработать новый метод шестиугольников, открывающий новый взгляд на комбинаторику умножения в алгебрах Кэли-Диксона и, по-видимому, имеющий широкие дальнейшие перспективы.

Диссертация С.А. Жилиной состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Глава 1 является вводной и содержит основные определения, обозначения и некоторые известные результаты о неассоциативных алгебрах и о графах отношений, которые используются в дальнейшем.

В главе 2 диссертации автор устанавливает свойства дважды альтернативных делителей нуля в произвольных вещественных алгебрах Кэли-Диксона и описывает структуры, которые образуют в графе делителей нуля элементы, компоненты которых удовлетворяют дополнительным условиям на норму и альтернативность.

Глава 3 посвящена изучению графов ортогональности алгебр главной последовательности, в частности, алгебры седенионов. В ней также описаны компоненты связности графа коммутативности алгебры седенионов.

В главе 4 автор рассматривает графы коммутативности, ортогональности и делителей нуля контр-алгебр малой размерности: контр-комплексных чисел, контр-кватернионов, контр-октонионов и контр-седенионов. Изучены компоненты связности этих графов, их диаметры и максимальные клики.

В главе 5 автор полностью решает проблему изоморфизма для графов ортогональности на парах базисных элементов для произвольных вещественных алгебр Кэли-Диксона. Доказано, что алгебры порядка больше 2 изоморфны тогда и только тогда, когда их графы изоморфны, однако для алгебр меньшего порядка изоморфизм алгебр не гарантирует изоморфизм графов.

В диссертации получены сильные и интересные результаты, находящиеся в русле самых передовых исследований в рассматриваемой области алгебры. Считаю, что С.А. Жилиной проделана большая, очень важная и полезная работа. Полученные результаты хорошо оформлены, изложение сопровождается большим числом примеров, иллюстрирующих доказываемые свойства. Диссертация демонстрирует высокий уровень научных способностей и серьезный творческий потенциал диссертанта.

С.А. Жилина провела полное и всеобъемлющее исследование поставленной задачи. В целом, работа С.А. Жилиной имеет большое теоретическое и практическое значение и является серьезным вкладом в современную алгебру. Рассматриваемая диссертация представляет собой законченное научное исследование. Ее результаты получены лично автором и прошли всестороннюю квалифицированную апробацию, опубликованы в ведущих научных журналах.

