

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук, доцента Устинова Алексея Владимировича на диссертационную работу Тлюстангелова Ибрагима Аслановича «Исследование симметрий периодов полиэдров Клейна, соответствующих алгебраическим решеткам», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Основной объект исследований — многомерные алгебраические цепные дроби. Главная задача, послужившая мотивировкой, — это исследование нетривиальных симметрий многомерных цепных дробей, аналогичных симметричности периода разложения в классическую цепную дробь вещественных квадратичных иррациональностей.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и списка литературы.

В первой главе диссертации даётся обзор результатов, связанных с классическими цепными дробями. В теореме 1 даётся критерий того, что период квадратичной иррациональности является палиндромом. Доказательство основано на использовании геометрической интерпретации цепных дробей. Затем тот же метод применяется к доказательству теорем Галуа и Лагранжа. Важно, что используемая конструкция позволяет в дальнейшем перейти от классического случая к многомерному.

Во второй главе вводятся многомерные цепные дроби в смысле Клейна. Ставится задача об исследовании группы симметрий многомерных алгебраических цепных дробей. Дроби, для которых эти группы являются нетривиальными, называются палиндромическими. В теореме 2 в произвольной размерности строится алгебраическая цепная дробь, обладающая циклической симметрией.

Третья глава диссертации посвящена двумерным цепным дробям (в трёхмерном пространстве). В теореме 4 даётся критерий палиндромичности алгебраической цепной дроби, аналогичный критерию палиндромичности разложения в классическую цепную дробь квадратичной иррациональности.

Четвёртая глава посвящена трёхмерным цепным дробям (в четырёхмерном пространстве). Это наиболее сложная часть диссертации. В теореме 5 даётся критерий того, что алгебраическая цепная дробь обладает собственной симметрией. Теорема 5 показывает, что для трёхмерных цепных дробей ситуация становится существенно сложнее: критерий содержит 10 случаев. Теорема 6 представляет собой критерий того, что алгебраическая цепная дробь обладает собственной циклической симметрией. Теоремы 5 и 6 показывают, в частности, что симметрии алгебраической дроби связаны со структурой группы Галуа соответствующего поля. Было бы интересно более подробно исследовать связь группы Галуа с геометрией многомерных цепных дробей.

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы специалистами в геометрии чисел, теории цепных дробей, теории диофантовых приближений и в алгебраической теории чисел. В целом, можно сказать,

что диссертация И. А. Тлюстангелова является важным шагом в развитии теории многомерных цепных дробей.

Достоверность полученных результатов подтверждена необходимыми доказательствами. Результаты являются новыми, что подтверждается авторскими публикациями в рецензируемых научных журналах. На тему диссертационной работы автором опубликовано 4 научных статьи в рецензируемых журналах.

Диссертационная работа «Исследование симметрий периодов полиэдров Клейна, соответствующих алгебраическим решеткам» удовлетворяет критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском Государственном Университете имени М.В. Ломоносова, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с приложениями № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского Государственного Университета имени М. В. Ломоносова, а содержание работы соответствует специальности 1.1.5 (01.01.06) — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Автор диссертации, Ибрагим Асланович Тлюстангелов, несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Профессор ФКН ВШЭ, д. ф.-м. н.

Устинов А. В.

21 ноября 2022 года.