

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук Соколова Сергея Викторовича на диссертационную работу Харчевой Ирины Сергеевны на тему «Биллиардные книжки как способ реализации особенностей интегрируемых систем», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 – «Геометрия и топология».

Диссертационная работа Харчевой И.С. посвящена исследованию обобщения классического для теории динамических систем математического объекта – биллиарда, а именно, биллиардных книжек. Это обобщение примечательно тем, что дает новый импульс сразу двум математическим направлениям: теории топологических инвариантов интегрируемых гамильтоновых систем и теории математических биллиардов. В отличие от стандартного рассмотрения биллиарда, восходящего к Биркгофу, где точка между соударениями с границей двигалась в ограниченной непрерывной кривой области плоскости, а главными вопросами были эргодичность, существование дополнительных первых интегралов и, как следствие, интегрируемость гамильтоновой системы, в случае биллиардной книжки, являющейся набором биллиардных столов, ограниченными дугами софокусных квадрик, склеенными по участкам границы и снабженными правилами перехода между областями, одним из главных вопросов становится существование различных типов особых слоев слоения Лиувилля полученной интегрируемой гамильтоновой системы. Таким образом, являясь развитием идей и методов теории математических биллиардов и топологической классификации интегрируемых гамильтоновых систем, которым посвящены фундаментальные работы В.В. Козлова, Д.В. Трещева, А.А. Глуцкока, А.Е. Миронова, М. Бялого, В.Ю. Калошина, А. Соррентино, В. Драговича, М. Раднович, А.Т. Фоменко, Х. Цишанга, А.В. Болсинова и многочисленные

работы других исследователей, диссертационное исследование несомненно посвящено актуальным проблемам математики.

Диссертация Харчевой И.С. состоит из введения и шести глав основной части. Общий объем диссертации составляет 124 страницы. Список литературы содержит 53 наименования.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, приведены основные работы по теме и, таким образом, рассмотрена степень ее разработанности в настоящий момент, сформулированы цели и задачи диссертационного исследования, приведены основные положения, выносимые на защиту, указаны объект и предмет исследования, обсуждаются научная новизна, методы исследования, теоретическая и практическая ценность работы, приведены данные об апробации результатов диссертации, рассмотрена структура диссертации, а также подробно изложено содержание работы.

В **первой главе** приводятся основные понятия теории математического бильярда, а также вводится понятие бильярдной книжки, как обобщения классического бильярда, и описываются возникающие ограничения на перестановки бильярдных книжек. Наконец, формулируется понятие бильярда в случае такого обобщения.

Во **второй главе** даны необходимые в дальнейшем определения и сформулированы результаты, относящиеся к топологической классификации интегрируемых гамильтоновых систем. Введены атомы, грубые молекулы, f -графы для функций Морса на двумерных многообразиях, гамильтоновых систем с двумя степенями свободы, сформулировано понятие грубой лиувиллевой эквивалентности.

В **третьей главе** рассмотрен достаточно тонкий и совершенно необходимый для дальнейших исследований вопрос о возможности представить бильярда на бильярдной книжке в виде гамильтоновой

системы, интегрируемой по Лиувиллю. В частности, доказано, что фазовое пространство и изоэнергетическая поверхность такого бильярда являются кусочно-гладкими топологическими многообразиями.

В четвертой главе введены два подкласса бильярдных книжек, которые возможно использовать для моделирования особенностей слоения Лиувилля интегрируемых гамильтоновых систем. В последующем тексте диссертации рассматриваются бильярдные книжки, состоящие исключительно из областей и перестановок на их границах двух типов, которые составляют юдва вышеуказанные подкласса. Два выделенных подкласса достаточно богаты, чтобы исследовать вопросы, содержащиеся в основных гипотезах **A** и **B**, сформулированных А.Т. Фоменко.

В пятой главе автором диссертации (совместно с В.В. Ведюшкиной) доказан один из важных результатов — теорему о реализации атомов при помощи бильярдных книжек, подтверждающую справедливость гипотезы Фоменко **A**.

Шестая глава посвящена заключительному одному из основных результатов диссертационного исследования. В ней содержится теорема (доказанная автором совместно с В.В. Ведюшкиной) о реализации произвольной грубой молекулы при помощи бильярдных книжек, подтверждающая справедливость гипотезы Фоменко **B**.

Важно отметить, что в пятой и шестой главах сконструированы алгоритмы построения бильярдных книжек, реализующих произвольный невырожденный (боттовский) атом и произвольную грубую молекулу, и доказывающиеся корректность полученных алгоритмов.

Укажем некоторые замечания по диссертационной работе

1. На наш взгляд не кажется необходимым слишком подробное изложение всех сведений из теории топологической классификации слоений Лиувилля, изложенных в монографической литературе и научных статьях.

Кроме того, кажется избыточным повторение в разделе «Содержание работы» содержания глав диссертации с подробным приведением формулировок классических теорем, которые воспроизводятся затем непосредственно в тексте соответствующих глав. Например, формулировки теоремы на стр. 13 и этой же теоремы на стр. 22.

2. Часть иллюстраций, приведенных в тексте диссертации, не содержит сведений об источниках оригинальных рисунков, например, рисунки 2.1, 2.2, 2.5, 2.6 и др.
3. В формулировке теоремы 3.1, стр.48 следует исключить слово «действительно».
4. Представляет интерес изучение возможности реализации с помощью билиардных книжек некомпактных бифуркаций, а также бифуркаций, недавно обнаруженных в системах с магнитными вихрями.
5. В тексте диссертации имеется незначительное количество орфографических и стилистических ошибок.

Необходимо отметить, что приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Основные результаты диссертационной работы получены лично автором, являются новыми, строго доказаны и подробно изложены в пяти публикациях в рецензируемых научных журналах, из которых все пять опубликованы в журналах, удовлетворяющих положению о присуждении учёных степеней в МГУ.

Автореферат соответствует диссертации, достаточно точно отражая все основные положения и полученные результаты.

Считаю, что диссертационная работа Харчевой И. С. соответствует критериям, определенным пп. 2.1 – 2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», а также оформлена согласно приложениям № 5, 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета

имени М.В. Ломоносова». По моему мнению, автор диссертации, Харчева Ирина Сергеевна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 – «Геометрия и топология».

Заведующий кафедрой теоретической механики
Московского физико-технического института
доктор физико-математических наук


5.05.23₂

С.В. Соколов

141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д.9
+7 (495) 408-78-66
E-mail: sokolov.sv@mipt.ru

Подпись и сведения заверяю

Ученый секретарь Ученого совета МФТИ

к.ф.-м.н.



 Евсеев Евгений Григорьевич

М.П.