

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Резниченко Игоря Олеговича
на тему: «Улучшенные квадратурные формулы для вычисления
потенциалов простого и двойного слоя для уравнений Лапласа и
Гельмгольца»

по специальности **1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика»**

В диссертации И.О. Резниченко разработаны новые квадратурные формулы для поверхностных потенциалов для уравнений Лапласа и Гельмгольца в трёхмерном случае. В частности, для потенциала простого слоя автором получена квадратурная формула, обеспечивающая равномерную аппроксимацию. Также в работе получены новые квадратурные формулы для нормальной производной потенциала простого слоя и для прямого значения потенциала двойного слоя, обеспечивающие повышенную точность вычислений. Эти результаты применяются для решения стационарной задачи гидродинамики и для определения установившегося температурного режима в трёхмерном случае.

Актуальность темы. Потенциалы простого и двойного слоя используются при решении краевых задач математической физики методом граничных интегральных уравнений. Такие задачи возникают в гидродинамике, в фильтрации, термодинамике, в распространении акустических волн, при расчёте электростатических полей и т.д. Главное преимущество метода граничных интегральных уравнений или метода граничных элементов состоит в понижении размерности интегрального уравнения по отношению к исходному дифференциальному уравнению. Это может существенно понизить число необходимых вычислений и сократить время расчёта. Решение задачи сводится к интегралу по граничной поверхности, и хорошо известно, что вблизи поверхности получение решения этого интеграла трудновыполнимо из-за сингулярности подынтегрального выражения. Вычисления по стандартным квадратурным формулам, например, формулам трапеций, Симпсона, Гаусса, и подобным выражениям вблизи поверхности становятся невозможными. Диссертация посвящена преодолению описанной трудности. В связи с этим

диссертация Резниченко И.О. является актуальным научным исследованием.

Научная новизна и практическая значимость исследований.

В диссертации при решении задачи обтекания твёрдого тела потенциальным потоком идеальной жидкости полученные формулы позволяют определять потенциал скорости с равномерной сходимостью и равномерной аппроксимацией. Используя результаты, полученные во второй главе, решается задача определения стационарного теплового поля на расстояниях меньше шага сетки.

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов.

В представленной на отзыв диссертационной работе Резниченко И.О. для всех квадратурных формул получены явные выражения, в том числе для возникающих вспомогательных определённых интегралов. Достоверность полученных результатов обеспечивается строгими математическими выкладками и доказательствами утверждений. В представленных численных тестах известные точные значения потенциалов сравнивались с приближёнными значениями потенциалов, вычисленными по новым квадратурным формулам, представленным в диссертации. Сравнение показало существенное повышение точности функций при приближении к поверхности.

Результаты, полученные автором в диссертации, докладывались на конференциях, научных семинарах и опубликованы в рецензируемых журналах. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены ссылками.

Краткая характеристика основного содержания работы.

Диссертация Резниченко И.О. состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, содержащего 100 наименований. Объём диссертации составляет 171 страницу. Шесть из десяти работ автора по теме представленной диссертации опубликованы в рецензируемых журналах из баз данных Scopus и Web of Science.

Во **введении** даётся обзор литературы, обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных

результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Первая глава посвящена решению трёхмерной задачи обтекания твёрдого тела потоком идеальной жидкости. Для этого были построены квадратурные формулы для потенциала простого слоя и его нормальной производной на поверхности. В первой главе решается внешняя краевая задача Неймана для уравнения Лапласа.

Во **второй главе** решается задача определения стационарного теплового поля. Для этого были построены квадратурные формулы для потенциала двойного слоя и его прямого значения на поверхности. Приведено решение внутренней краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

В **заключении** приведены основные результаты диссертации.

Автореферат и опубликованные автором статьи достаточно полно отражают содержание диссертации и характеризуют полученные в ней результаты. Основные результаты диссертации являются новыми, а их достоверность установлена корректными доказательствами, математическими выкладками и численными тестами.

При общей высокой оценке диссертационной работы следует отметить ряд замечаний:

- 1) На странице 23 в постановке краевой задачи Неймана (1) для задачи обтекания твёрдого тела правая часть условия Неймана не раскрыта. Вместо конкретной функции (v_∞, n_x) написано просто $f(x)$.
- 2) На странице 23 алгоритм решения задачи обтекания состоит в том, что решение сводится к потенциалу простого слоя, обозначенного буквой V_0 , но специально не сказано, что V_0 равно потенциалу поля скорости $u(x)$.
- 3) Выражение (4) в диссертации называется прямым значением нормальной производной потенциала простого слоя для уравнения Лапласа на поверхности. На самом деле эта производная не существует и называть это выражение производной не стоит. Следует записать это выражение непосредственно через интеграл от производной ядра потенциала простого слоя.
- 4) При решении стационарной задачи аэрогидродинамики в диссертации было бы полезным указать, как вычислить производную этого потенциала в различных точках пространства, чтобы определить векторное поле скорости.

- 5) На странице 28 в формулах (11) и (12) приводятся разложения в ряд Тейлора входящих в интеграл сомножителей μ и ε . Несмотря на то, что они входят равноправно в интеграл (10), одно из разложений приводится до первого порядка, а другое до второго. В улучшенной квадратурной формуле для потенциала простого слоя учитывается разложение первого порядка только в множителе ε , а в μ не учитывается.
- 6) На странице 60 в разложении подынтегральной функции члены первого порядка разложения учитываются в полной мере, а второго порядка частично.

Тем не менее, приведённые таблицы для тестирования показывают, что несмотря на замечания 5 и 6, улучшенные квадратурные формулы существенно повышают точность вычислений потенциала простого слоя и его нормальной производной.

Указанные замечания не снижают значимости полученных результатов и не влияют на общую положительную оценку проведенного И.О. Резниченко диссертационного исследования.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. - «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (по физико-математическим наукам), а именно следующим ее направлениям: Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; Начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; Математические проблемы механики сплошной среды; Математические проблемы оптики и электродинамики; Математические проблемы термодинамики, кинетики и статистической физики.

Диссертационная работа отвечает критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова и оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Резниченко Игорь Олегович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. - «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор
главный научный сотрудник Лаборатории механики систем
Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

ПЕТРОВ Александр Георгиевич

27.03

2023 г.

Контактные данные:

Тел.: 8-495-434-16-92, e-mail: petrovipmech@gmail.com

Специальность, по которой официальным оппонентом
защита диссертация:

01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы» (физико-математические науки).

Адрес места работы:

119526, Москва, Проспект Вернадского, д.101, корп. 1, Институт проблем
механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, e-mail: ipm@ipmnet.ru, тел.: +7-495-434-
00-17

Подпись главного научного сотрудника

Лаборатории механики систем

Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

А.Г. Петрова удостоверяю:

*Александр Р6
РАН*

27.03.

2023 г.