

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Гаража Александры
Андреевны
на тему:
«Инварианты Жордана-Кронекера пары элементов алгебры Ли»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и
дискретная математика

Диссертация посвящена развитию метода сдвига аргумента Манакова-Мищенко-Фоменко, одного из широко используемых методов построения интегрируемых систем. Его ядром служит так называемая бигамильтонова структура, то есть пучок согласованных Пуассоновых скобок, которые порождены линейной и постоянной скобками на двойственном пространстве к алгебре Ли. Подобная структура номинально присутствует в широком классе интегрируемых систем и считается многими исследователями синонимом интегрируемости.

Значительный интерес вызывает ближайшее обобщение линейно-постоянных скобок - скобки Складина и соответствующие линейные скобки, возникающие в теории групп Ли-Пуассона. Эта пара согласованна с функтором квантования и сыграла ключевую роль в квантовом методе обратной задачи и теории квантовых групп.

Основные результаты, выносимые на защиту, касаются алгебры Мищенко-Фоменко для классических простых алгебр Ли. Прежде всего это описание максимальных биинволютивных подалгебр для сингулярных элементов сдвига. В том числе развивается обобщение метода Болсинова и

Чжан, позволяющего описывать полные инволютивные семейства с помощью инвариантов Жордана-Кронекера.

В работе получено описание полных систем функций в биинволюции для произвольного элемента сдвига для алгебр $sl(n)$ и $sp(2n)$, а также для широкого класса сингулярных элементов в случае $so(n)$. Подробно исследуется разложение пространства инвариантных функций на кронекерову и жорданову часть. Отдельного внимания заслуживает явное описание кронекеровой части для произвольного элемента $sl(n)$. Из этого результата далее вытекает описание кронекеровой части для $sp(2n)$. Эта же техника используется для описания класса сингулярных элементов в $so(2n)$ и $so(2n+1)$, для которых верно буквально такое же описание кронекеровой части, как в случае $sl(n)$. Далее метод развивается на так называемые «исправимые» элементы.

Важным замечанием к излагаемому материалу является раздел 3.4, в котором исследуется поведение кронекеровой части пространства инвариантов внутри пластов алгебры Ли, то есть максимальных неприводимых компонент пространства орбит фиксированной размерности соответствующей группы.

В разделе 4.3. полученные результаты о строении биинволютивных семейств применяются к описанию предельных алгебр Мищенко-Фоменко. В свою очередь предельные алгебры данного типа имеют непосредственное отношение к описанию геометрии компактификации Де Кончини-Прочези пространства конфигураций подпространств. Эти алгебры также имеют квантовое обобщение и широко обсуждаются в современной литературе.

Все выносимые результаты относятся к исключительно актуальному направлению на стыке современной алгебры, Пуассоновой и симплектической геометрии и теории интегрируемых систем и являются новыми. Полученные результаты в описании предельных алгебр Мищенко-

Фоменко могут иметь существенные приложения в геометрии компактификации Де Кончини-Прочези.

Изложение является хорошо структурированным, доказательства представляются достоверными.

В качестве развития полученных результатов, помимо направлений, указанных в заключении работы, было бы естественно рассмотреть их квантовые аналоги, а именно изучить коммутативные подалгебры для сингулярных сдвигов в универсальной обертывающей алгебре $U(\mathfrak{g})$. Было бы также интересно развить данную технику в случае семейств нелинейных скобок, типа скобок Склянина.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Гаража Александра Андреевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
доцент кафедры высшей геометрии и топологии
факультета
ФГБОУ ВО "Московский государственный
университет имени М. В. Ломоносова"
Талалаев Дмитрий Валерьевич

Контактные данные:

тел.: 7(916)1429263, e-mail: dtalalaev@yandex.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом
защита диссертация:
1.1.3 – Геометрия и топология

Адрес места работы:

119992 , г. Москва, ГСП-2, г. Москва, Ленинские горы,
МГУ им. М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, кафедра
Высшей геометрии и топологии
Тел.: +7(495)9393798; e-mail: dmitry.talalaev@math.msu.ru

Подпись сотрудника ФГБОУ ВО "Московский
государственный университет имени М. В. Ломоносова"
удостоверяю: