

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Украинского Дмитрия Владимировича
на тему: «Аналитические решения уравнений газовой динамики,
механика пузырька в неньютоновских жидкостях
и кумуляция энергии»
по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Нахождение и анализ частных решений сложных нелинейных уравнений представляет собой, прежде всего, чисто теоретический интерес, актуальный в современной математической науке в контексте развития методов получения решений сложных дифференциальных систем уравнений. Если к тому же исследуемые уравнения являются базовыми для описания некоторой модели механики сплошной среды, то деятельность, связанная с получением и исследованием решений, очевидным образом, может иметь и чисто практический интерес, когда исследуемое решение описывает некий физический процесс. Так, например, хорошо известно решение задачи о точечном взрыве, полученное Л.И. Седовым, сыгравшее роль, которую трудно переоценить в практических приложениях теории взрыва. Аналитическое решение задач механики сплошных сред, таким образом, напрямую связано с развитием этой области знания. Поэтому, изложенные в диссертации методы получения аналитических решений, описывающих физические явления из разных областей механики сплошных сред, представляют собой несомненный вклад в эту науку и могут иметь интересные приложения при моделировании целого ряда явлений.

Диссертация посвящена исследованию безударных течений газа с плоскими волнами на основе анализа точных решений уравнений газовой динамики, изучению явления трехволнового резонанса в стационарной сверхзвуковой задаче, исследованию явления концентрации энергии при

сжатии сферической полости в несжимаемой вязкой степенной жидкости, а также изучению влияния свойств сжимаемости и теплопроводности на концентрацию энергии при обжатии полости в нелинейно-вязкой среде. Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения.

Во **введении** приведен обзор литературы, дано резюме диссертации, а также отмечены цели и задачи диссертационной работы.

В **первой главе** исследуются решения одномерной нестационарной газовой динамики с плоскими волнами в случае адиабатических течений совершенного газа. Для односторонней краевой задачи с периодическими условиями на поршне дано доказательство существования периодического по времени решения (в виде рядов) при неоднородном распределении энтропии. При этом второй поршень устанавливается необходимым для решения образом. Приведены оценки параметров движения поршней и распределения энтропии вдоль трубы, при которых решение представлено функциями, аналитическими на всем отрезке трубы во все моменты времени.

Во **второй главе** показано разнообразие бесконечно гладких периодических по времени течений газа в трубах при наличии двух поршней и неоднородности энтропийной функции. Решения строятся в виде степенных рядов по лагранжевой координате или специальной функции от времени. Исследованы разложения по степеням массовой переменной, начального положения частиц и удельной энтропии. Решены задачи о периодических колебаниях поршней без учета и с учетом силы тяжести, о согласованном движении газа и одного из поршней при колебаниях температуры на его поверхности, задача о сильном безударном сжатии газа. Также рассматривается задача об определении решения в виде степенного ряда по локальному закону движения одного из поршней.

В **третьей главе** излагается метод полугодографа, позволяющий произвести построение решений в виде степенных рядов в случае общих уравнений состояния. Получено решение в виде разложений по степеням

массовой лагранжевой переменной. В частном случае это решение переходит в обобщенное решение об однородном разлете (сжатии) газа Ван-дер-Ваальса.

В четвертой главе исследуется существование нелинейного трехволнового резонанса в стационарной сверхзвуковой задаче газовой динамики. Для получения решения используется асимптотическая теория, в рамках которой решение ищется в виде медленно меняющихся по пространству огибающих трех периодических волн. Предполагается, что выполняется специальное резонансное условие синхронизации фаз. Получена стационарная модельная система квадратично-нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая трехволновое взаимодействие. Построено решение, представляющее периодическое распространение возмущений плотности в плоском сопле с волнистыми стенками. Определены условия, которым подчиняются амплитуды начальных волн, приводящие к нарушению периодичности решения.

В пятой главе рассматривается задача о динамике пузырька, сохраняющего сферическую симметрию все время движения, в неограниченном объеме неньютоновской жидкости со степенным законом для вязкого трения. При гармоническом изменении внешнего давления колебания пузырька модулируются и затухают к чисто вынужденным в рамках нелинейного описания. Решена задача о концентрации энергии при сжатии пузырька в точку за счет скачкообразного изменения давления на бесконечности (задача Забабахина для степенной жидкости). Изучено поведение величины концентрации энергии в зависимости от показателя степени неньютоновской модели.

В шестой главе приведено точное решение задачи о сжатии нелинейно-вязкого теплопроводного совершенного газа, вызванного движением сферического поршня с постоянной скоростью. Ищется решение основных уравнений сплошной среды для этого случая с однородной деформацией, имеющей автомодельную зависимость от пространства и времени. Декартовы компоненты скорости приняты за лагранжевы координаты. В результате

разделения переменных получено уравнение Пуассона, решение которого моделирует наличие в данной среде области переменной плотности, например пузырька или капли в случае полной сферической симметрии задачи. Рассмотрен также случай несферического распределения плотности, которое определяется произвольной гармонической функцией. Вычислена полная энергия среды и определены условия, при которых ее величина растет неограниченно к моменту коллапса.

В заключении подведены итоги проведенных исследований и сформулированы их основные выводы.

Специального упоминания, на мой взгляд, заслуживают следующие результаты, полученные в диссертации.

1. Созданы методы построения точных гладких решений задачи Коши и односторонней краевой задачи с переменной энтропией для одномерной нестационарной динамики совершенного газа с плоскими волнами в виде степенных рядов по различным лагранжевым переменным или специальным функциям времени. Доказывается сходимость соответствующих рядов.

2. Исследован трехволновой резонанс в стационарной двумерной задаче газовой динамики. Выведены и решены амплитудно-фазовые уравнения. Результаты проиллюстрированы на примере течения газа в плоском сверхзвуковом сопле с волнистыми верхней и нижней стенками.

3. Рассмотрена сферически симметричная задача о движении однородной газовой полости в неньютоновской степенной жидкости. Исследована, в частности, задача о схлопывании вакуумного пузырька при скачкообразном изменении внешнего давления. Изучен вопрос о концентрации энергии и о влиянии на нее свойств сжимаемости и теплопроводности.

Результаты диссертации являются достоверными, так как при их получении использовались точные теоретические методы математики и механики сплошной среды. Все декларированные в диссертации результаты являются новыми.

Диссертация написана ясным и доступным языком, результаты

изложены понятно. К возможным недостаткам работы я бы отнес следующее.

1. В главе 2 диссертации решение ищется в виде ряда по степеням некоторого параметра, который определяется как решение гамильтоновой системы. Получены рекуррентные соотношения для коэффициентов ряда. Однако мне не удалось найти доказательство сходимости этого ряда или, хотя бы, его асимптотичности.

2. Отсутствует исследование динамической устойчивости полученных в главе 1 и 2 решений. Между тем это необходимо для практической реализации процессов, описываемых этими решениями.

Я хорошо понимаю, что высказанные замечания связаны с решением очень трудных задач, и потому они имеют скорее рекомендательный характер для направления исследований диссертанта в будущем. Эти замечания не меняют результатов и никак не влияют на высокую оценку диссертации в целом.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. В частности, основные результаты диссертации в полной мере отражены в 6 работах, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, индексируемых базами данных Web of Science, Scopus, RSCI. Содержание автореферата соответствует содержанию диссертации. Содержание диссертации, в свою очередь, соответствует паспорту специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы» (по физико-математическим наукам) и критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Работа оформлена согласно приложениям № 5, 6 к Положению о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Украинский Дмитрий Владимирович безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-

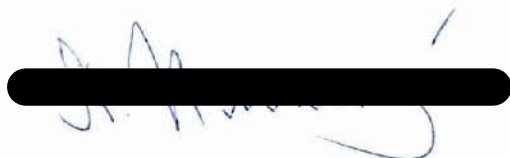
математических наук по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник

ФГБУН «Математический институт имени
В.А. Стеклова Российской академии наук»

Ильичев Андрей Теймуразович



02 декабря 2022 г.

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 984-81-41; e-mail: ilichev@mi-ras.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Адрес места работы:

119991, Россия, г. Москва, ул. Губкина, д. 8,

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

«Математический институт имени В.А. Стеклова Российской академии наук»

тел.: +7 (495) 984-81-41; e-mail: steklov@mi-ras.ru

Подпись ведущего научного сотрудника ФГБУН «МИАН»

А.Т. Ильичева удостоверяю:

Подпись Ильичева А.Т. заверяю
Гл. специалист отдела кадров МИАН



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК (МИАН) • ОГРН 1027729465555

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК • ОТДЕЛ КАДРОВ • МОСКВА