

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Шевцов Владислав Сергеевич

**Развитие теории коллективной самоорганизации и
взаимодействий в системах многих магнитных диполей и ее
приложение к элементам спинтроники**

Специальность 1.3.3. — «Теоретическая физика»

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Поляков Петр Александрович

Москва — 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ КОЛЛЕКТИВНОЙ САМООРГАНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ МНОГИХ МАГНИТНЫХ ДИПОЛЕЙ.....	17
§ 1.1. Модель одномерной неоднородности.....	19
§ 1.2. Метод динамического установления	27
§ 1.3. Доменная структура в тонких пленках.....	30
§ 1.4. Теоретический расчет периода доменной структуры	33
§ 1.5. Основные результаты главы	37
ГЛАВА 2. ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ К АНИЗОТРОПНЫМ МАГНИТОРЕЗИСТИВНЫМ ЭЛЕМЕНТАМ СПИНТРОНИКИ.....	39
§ 2.1. Датчики магнитного поля типа “barber-pole”.....	39
§ 2.2. Учет неоднородного распределения тока	42
2.2.1. Идея метода конформных преобразований	42
2.2.2. Проводник в форме косоугольной пластины.....	46
2.2.3. Проводник в форме полубесконечной косоугольной пластины.....	49
§ 2.3. Влияние АМР эффекта на распределение тока	56
2.3.1. Обобщенное уравнение Лапласа	57
2.3.2. Сравнение с аналитическим решением	59
2.3.3. Влияние АМР эффекта без внешнего магнитного поля	61
2.3.4. Расчет полного сопротивления	64
2.3.5. Влияние АМР эффекта и внешнего магнитного поля	65

2.3.6. Сравнение с упрощенной моделью.....	67
§ 2.4. Датчики магнитного поля типа «елочка»	69
§ 2.5. Основные результаты главы	71
ГЛАВА 3. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ К СПИН- ТУННЕЛЬНЫМ МАГНИТОРЕЗИСТИВНЫМ ЭЛЕМЕНТАМ.....	73
§ 3.1. Модель когерентного вращения намагниченности.....	76
§ 3.2. Неоднородное перемагничивание свободного слоя	82
§ 3.3. Основные результаты главы	83
ГЛАВА 4. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ МАГНИТНЫХ ДИПОЛЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ	85
§ 4.1. Магнитное поле параллелепипеда	85
4.1.1. Параллелепипед, намагниченный однородно вдоль ребра	86
4.1.2. Параллелепипед, намагниченный под произвольным углом.....	87
§ 4.2. Численное решение задачи магнитной локации	91
§ 4.3. Аналитическое решение задачи магнитной локации	96
§ 4.4. Экспериментальная реализация	98
§ 4.5. Новый метод измерения магнитных полей.....	104
§ 4.6. Основные результаты главы	107
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	108
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	110

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день спинтроника является одной из наиболее активно развивающихся областей научных исследований. Открытые эффекты, связанные с управлением электрическими токами и сопротивлением элементов проложили путь к созданию и повсеместному распространению технологий, без которых сложно представить современную жизнь [1, 2].

Анизотропный магниторезистивный (АМР) эффект, обнаруженный экспериментально еще Уильямом Томсоном в 1857 г. для железа и никеля [3], получил широкое распространение и используется в настоящее время для детектирования магнитного поля. Однако теоретические аспекты этого явления, связанные с механизмами рассеяния спин-поляризованных носителей заряда в проводнике при протекании тока, были открыты существенно позже [4]. Таким образом, удельное сопротивление в произвольной точке магниторезистивного элемента зависит от ориентации вектора намагниченности относительно вектора плотности тока.

Развитие спинтроники получило новый скачок в 1988 г., когда Альберт Ферт и Петер Грюнберг открыли эффект гигантского магниторезистивного (ГМР) эффекта в сверхрешетках Fe/Cr [5]. Это открытие принесло им Нобелевскую премию по физике в 2007 г. В более поздних работах было обнаружено, что при комнатных температурах величина ГМР эффекта может достигать 400 % в спиновых клапанах Fe/MgO/Fe [6], а сопротивление элемента зависит от взаимной ориентации векторов намагниченности в слоях сверхрешетки.

В связи с этим чрезвычайно важными оказались теоретические задачи определения магнитной структуры среды, по которой протекает электрический ток, а также особенности протекания электрического тока в таких средах.

Актуальность темы и степень ее разработанности

Одной из актуальных проблем современной спинтроники является задача о вычислении коллективной самоорганизующейся спиновой структуры в

ферромагнитных пленках с толщинами порядка десятков нанометров [7]. В частности, большие усилия исследователей направлены на изучение эффективных с точки зрения устройств спинтроники структур, таких как скирмионы [8]. Отметим, что несмотря на большое количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных описанной выше проблеме [9-11], не удается разработать общую теоретическую модель, позволяющую однозначно определить распределение микромагнитных структур в ферромагнитных нанополосках. В зависимости от внешних магнитных полей, материалов и геометрических размеров, микромагнитные структуры могут быть самыми разнообразными [12, 13], в том числе весьма нежелательными с точки зрения получения максимальной чувствительности элементов спинтроники.

Как правило, распределение намагниченности в свободной полоске является неоднородным, поэтому результирующее изменение сопротивления элемента будет определяться особенностями этой магнитной неоднородности. Согласно результатам численного моделирования, проведенного в работе [14], эти магнитные неоднородности могут иметь сложную структуру, состоящую из магнитных доменов (магнитных вихрей), разделенных переходной областью — доменной границей [15]. Сами доменные границы могут быть разного вида (блоховского или неелевского) и могут содержать свои субструктуры (блоховские линии, блоховские точки) [16]. Механизм перемагничивания указанных полосок внешним магнитным полем определяется сложной коллективной динамикой приведенных выше магнитных структур, а также особенностью движения доменных границ [17], которая зависит от имеющихся в них субструктур [18].

На сегодняшний день задачи о распределении намагниченности в тонких пленках решаются в основном численно с использованием готовых программных пакетов [19, 20], среди которых можно выделить как свободно распространяемые OOMMF [21], μ MAG [22] и Nmag [23], так и коммерческие MagNum.fe [24], MicroMagus [25]. Несмотря на очевидные достоинства, такие пакеты обладают и рядом недостатков. Бесплатные программные пакеты не так удобны в

использовании из-за сложного интерфейса, в то время как коммерческие пакеты имеют закрытый исходных код, что не позволяет разобраться в деталях алгоритма расчета. Данное обстоятельство осложняет подбор оптимальных параметров для корректного решения поставленной задачи.

Помимо этого, численное решение, полученное с помощью программного пакета, дает информацию, ограниченную набором исходных данных. В то же время аналитическое решение описывает ситуацию более цельно и относительно свободно от задания конкретных параметров исследуемой системы. Это делает его более доступным для анализа и оценки достоверности. Примером описанной проблемы может служить работа [26], в которой с помощью программного пакета OOMMF исследовались процессы перемагничивания наноточек с симметричными и асимметричными отверстиями. Результаты авторов показывают, что даже небольшие геометрические отклонения от идеально симметричной формы могут привести к новым (и часто непредсказуемым) результатам. Объяснить природу таких результатов в рамках готового программного пакета зачастую крайне проблематично. Это говорит о том, что аналитические решения по-прежнему ценны, несмотря на удобство готовых пакетов.

Современные направления развития спинтроники включают в себя также эффекты, связанные с управлением и воздействием на спиновые токи в различных структурах [27, 28], таких как АМР сенсоры [29], многослойные спин-туннельные элементы [30] и т.д. В том числе интерес представляют задачи, связанные с исследованием самоорганизации токовых структур в магниторезистивных средах в зависимости от их геометрической формы и анизотропных электрорезистивных свойств вещества. Электрическое сопротивление элементов, входящих в состав элементов спинтроники, существенно определяется их формой. Если особенности формы элемента приводят к неоднородному распределению плотности тока в нем, как например в элементах со структурой “barber-pole” [31, 32], то задача определения сопротивления перестает быть тривиальной. Зачастую это

сопротивление определяется экспериментально четырехзондовым методом при двумерном протекании тока (метод ван дер Пау [33]).

В работе [34] показан теоретический метод расчета удельного сопротивления элемента произвольной формы методом ван дер Пау по известным значениям напряжения на концах элемента и силы тока. А в работе [35] сопротивление элемента определялось только на основе поставленных граничных условий для потенциала и плотности тока на границе элемента. Суть метода сводится к тривиальному определению сопротивления тонкого прямоугольного проводника с однородным распределением тока, после чего данная область конформно отражается на область произвольной формы, при этом сопротивление остается прежним из-за неизменности уравнения Лапласа при таком отображении.

Однако все указанные выше методы не позволяют точно рассчитать сопротивление магниторезистивного элемента и справедливы только для изотропных сред. В случае со средой с АМР эффектом ситуация усложняется, так как сопротивление элемента не постоянно и зависит от ориентации намагниченности в элементе относительно тока. В первом приближении, при малых значениях АМР эффекта, можно пренебречь влиянием анизотропии и найти распределение потенциала и плотности тока вдоль всей поверхности исследуемого образца решая обычное уравнение Лапласа.

Данная задача была выполнена в работе [36] численно в рамках метода конечных элементов. Авторам удалось получить линии тока и эквипотенциалы в элементе “barber-pole” без учета анизотропии и рассчитать оптимальные параметры элемента для получения максимальной чувствительности. Аналогичная задача численно решалась в работе [37], однако для расчета распределения плотности тока использовался метод конформных преобразований.

В настоящее время расчет распределения тока в описанных выше областях обычно выполняется численно с помощью готовых пакетов программ [38-41], о достоинствах и недостатках которых было сказано ранее. Однако существует ограниченное количество задач, в которых возможно получить аналитическое решение.

Например, в работе [42] автору удалось обнаружить, что в изогнутых под произвольным углом плоских проводниках распределение потенциала и тока выражается в аналитических функциях благодаря применению метода сопряженных функций и конформных преобразований.

Пренебрежение влиянием анизотропии на распределение тока, используемое в описанных работах, позволяет упростить вычисления, однако учет АМР свойств может давать существенную поправку в итоговое распределение тока и сопротивление элемента.

Задача о вычислении магнитной спиновой структуры в исследуемом образце может также иметь ключевое влияние [43] при расчете характеристик элементов стрейнтроники – нового активно развивающегося направления физики, использующего наведённые механические деформации для воздействия на магнитоэлектрические свойства материалов [44].

Спектр применения современных датчиков магнитного поля, основанных на АМР и ГМР эффектах, очень широк и не ограничивается только прямым измерением магнитного поля в заданной точке пространства, где непосредственно располагается сам датчик и его чувствительных элемент. В последние годы, в связи с развитием микроэлектроники и появлением новых измерительных и вычислительных комплексов, появилась возможность решать недоступные ранее научно-технические задачи. Одним из таких примеров является развитие теории магнитной локации на основе использования набора тонкопленочных АМР преобразователей магнитного поля для определения пространственных и угловых координат магнитного диполя [45, 46].

Магнитная локация относится к классу обратных задач магнитостатики. Имеется источник магнитной неоднородности, который может иметь разнообразную форму и природу. В частности, таким источником может быть трещина или ржавчина на поверхности трубопроводов или рельса, по которым течет тестовый ток, а также намагниченное тело произвольной формы (рисунок 1). По результатам измерения компонент магнитного поля в некоторых точках

пространства требуется установить положение источника, его природу, форму, величину и т.д.

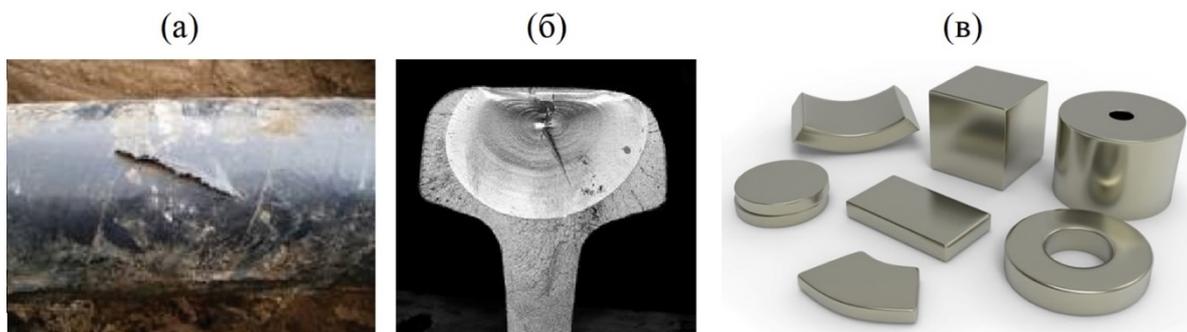


Рисунок 1 — Источники магнитной неоднородности: (а) — повреждение магистрального трубопровода; (б) — трещина в рельсе; (в) — магниты различных форм и размеров.

Известные методы магнитной локации, реализованные на практике, в основном сводились к одномерным задачам. Например, с помощью феррозондового датчика [47] определялось наличие дефекта на рельсе [48]. 3-хмерная магнитная локация представляет собой существенно более сложную задачу. Основными проблемами является неизвестность количества точек измерения, необходимых для точного детектирования источника, неопределенность области их расположения, а также остается открытым вопрос, возможно ли это в принципе. В общем случае задача об определении положения источника, который можно с большой точностью заменить некоторым количеством диполей, в настоящее время не имеет решения, однако потребность в его нахождении очень высока.

Такая задача поддается решению только в случае, когда источник магнитной неоднородности эффективно можно было заменить одним диполем. Теоретически было установлено, что для определения положения магнитного диполя необходимо как минимум 5 значений компонент магнитного поля в различных точках пространства, однако ни одного устройства, использующего 5 датчиков магнитного поля для решения задачи магнитной локации, не было создано из-за сильного влияния ошибок прямых измерений. Для экспериментальной реализации

оказалось возможным использование 6 точек измерения, которые представляли собой два 3-хосевых датчика магнитного поля, расположенных вдоль одной прямой. Первый работающий алгоритм для задачи магнитной локации был создан и опубликован в 2001 г. [49], однако экспериментальная реализация давала значительную погрешность. Это было обусловлено недостаточно качественной сборкой устройства, а именно неточным позиционированием и ориентированием датчиков друг относительно друга, а также недостаточной точностью обработки аналоговых сигналов ввиду низкой разрядности используемого АЦП. В результате ошибка определения координат диполя и проекций магнитного момента достигала 40 %.

Существенный прогресс, как в математическом алгоритме, так и в экспериментальной реализации установки с 6 датчиками был достигнут в 2005 г. [50]. Было разработано и создано устройство, позволяющее определять положение диполя в объеме куба $20 \times 20 \times 20 \text{ см}^3$ с ошибкой, не превосходящей 20 %. Однако в этой конфигурации устройства были области пространства, в которых ошибки определения координат диполя достигали 100 %.

В работе [51] было показано, что увеличение количества точек измерения приводит к повышению точности определения положения магнитного диполя, однако это также ведет к существенному усложнению конструктивной и программной части установки. В частности, требуется точное расположение датчиков в определённых точках пространства, а также программное обеспечение, способное обрабатывать поток данных с большого количества датчиков. Экспериментальная реализация установки с 9 точками измерения была проведена в 2012 г. в ИПУ РАН [45]. Ввиду недостаточно высокого качества изготовления устройства, в некоторых областях пространства ошибки в определении координат достигали 50 %.

Аналогичные исследования проводились в работе [52] в различных модификациях. При помощи устройства с 6 датчиками были получены в целом

схожие результаты. Также была использована схема с 9 датчиками для определения положения дефектов в плоскости.

Магнитная локация находит применение во многих актуальных задачах. Например, в работах [53-56] исследуется возможность определения положения и ориентации капсулы эндоскопа. Коррозийные разрушения на поверхности магистральных трубопроводов могут приводить к аварийным ситуациям, связанным с утечкой транспортируемого газа. Возможность раннего обнаружения таких повреждений благодаря методам магнитной локации показана в [57]. В работах [58, 59] магнитная локация применяется в качестве метода своевременного обнаружения скрытых ферромагнитных предметов, потенциально представляющих террористическую угрозу, что чрезвычайно важно для вопросов безопасности. Возможные военные применения данного метода рассмотрены в [60].

Обратные задачи магнитостатики включают в себя также вопросы определения пространственного распределения вектора магнитного момента в различных объектах, используя как датчики напряженности магнитного поля, так и данные магнитно-градиентных сенсоров. Например, в работе [61] разрабатываются теоретические алгоритмы решения такой задачи, которые могут быть использованы, в частности, для определения объемного распределения намагниченности по корпусу корабля, проплывающего над системой датчиков магнитного поля.

Цель работы

Отметим, что работа магниторезистивных элементов спинтроники была бы практически невозможна и теоретически непредсказуема, если бы не удавалось найти такие параметры и режимы работы, при которых их магнитная структура имеет относительно простой вид. Поэтому одной из целей диссертации являлось выявить и исследовать такие структуры при различных параметрах элементов в зависимости от величины и направления внешнего магнитного поля.

Помимо этого, работа была направлена на исследование явления протекания тока в среде с анизотропным магниторезистивным эффектом с целью выявления ключевых особенностей в зависимости от геометрических параметров среды и величины эффекта.

К целям диссертации можно также отнести исследование возможности точного решения задачи магнитной локации с применением анизотропных датчиков магнитного поля в качестве измерительных приборов, разработку алгоритма для ее решения и поиск оптимальных параметров для его устойчивой работы.

Указанные цели достигаются путем решения следующих **задач**:

- Выполнение анализа экспериментальных зависимостей сопротивления образца в виде длинной полосы FeNiCo нанотолщины с ОЛН вдоль полосы в зависимости от величины и направления внешнего магнитного поля и выявление основных закономерностей в этих зависимостях. Создание эффективной теоретической модели, описывающей основные процессы перемагничивания указанной полосы под воздействием внешнего магнитного поля в зависимости от физических и геометрических параметров материала образца;
- Определение доменной магнитной структуры длинной полосы FeNiCo с ОЛН вдоль короткой стороны в зависимости от ее толщины и ширины с помощью магнитно-силового микроскопа. Разработка теоретической модели для эффективного описания обнаруженной доменной структуры;
- Применение моделей с целью расчета характеристик АМР и ГМР элементов спинтроники. Проверка корректности моделей с учетом влияния анизотропного магниторезистивного эффекта на неоднородность распределения тока. Сравнение теоретических зависимостей выходных характеристик датчиков с экспериментом.

- Создание эффективного алгоритма решения задачи магнитной локации с использованием датчиков магнитного поля. Изготовление макета магнитного локатора и экспериментальная проверка алгоритма на примере реальных источников магнитных неоднородностей. Разработка способа измерения магнитного поля с помощью метода магнитной локации.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработана теория коллективной самоорганизации системы магнитных диполей в случае нанополосок FeNiCo с одноосной анизотропией. Показано, что магнитная микроструктура длинной полоски FeNiCo с ОЛН вдоль длинной стороны при наличии внешнего магнитного поля может быть описана в рамках модели одномерной неоднородности. В случае образцов FeNiCo с ОЛН вдоль короткой стороны в плоскости пленки рассчитаны периоды доменной структуры Ландау-Лифшица. Оба результата хорошо согласуются с экспериментальными данными.
2. Получено аналитическое решение для двумерного распределения электрического потенциала и плотности тока в косоугольном магниторезистивном элементе при помощи метода сопряжённых функций и конформных преобразований. Представлено обобщенное уравнение Лапласа для электрического потенциала в случае сред с анизотропией сопротивления, вызванной анизотропным АМР эффектом, и получено решение данного уравнения в случае косоугольной пластины наноразмерной толщины. Теоретические результаты демонстрируют хорошее совпадение с экспериментом.
3. Представлена аналитическая формула для решения обратной задачи магнитостатики по определению положения магнитного диполя в пространстве. Разработан и изготовлен макет магнитного локатора, с помощью которого возможно точное определение положения и ориентации магнитного диполя в объеме $1 \times 1 \times 1 \text{ м}^3$ с точностью до 1 см. Предложен

метод измерения магнитного поля, основанный на методе магнитной локации, с использованием ферромагнитного шарика в качестве зонда.

Научная новизна

В представленной диссертации впервые была разработана и применена для магниторезистивных элементов спинтроники модель одномерной неоднородности, основанная на минимизации функционала полной магнитной энергии. Также удалось реализовать оригинальный эффективный алгоритм решения микромагнитной равновесной задачи для длинных тонких пленок с одноосной анизотропией.

Найден новый класс аналитических решений задачи о распределении плотности тока в проводнике косоугольной формы с произвольным углом. Получены картины распределения эквипотенциалей и линий тока в таком проводнике.

Новое обобщенное уравнение Лапласа получено для среды с АМР эффектом и решено численно для различных параметров среды в области косоугольной пластины магниторезистивного элемента. Впервые обнаружен эффект асимметричности графиков зависимости сопротивления пластины от величины внешнего магнитного поля для случаев прямого и обратного направления внешнего магнитного поля, что не может быть получено в рамках упрощенных моделей протекания токов в средах с АМР-эффектом.

Впервые предложено решение задачи магнитной локации в аналитическом виде и сконструирован оригинальный макет магнитного локатора на основе четырех 3-хосевых датчиков магнитного поля. Данный макет позволил подтвердить эффективность нового бесконтактного метода измерения внешнего магнитного поля путем определения магнитного момента стального шарика, намагниченного этим полем.

Теоретическая и практическая значимость работы

Как отмечалось выше, невозможно разработать общую теоретическую модель, позволяющую однозначно определить распределение микромагнитных структур в ферромагнитных нанополосках, учитывая все многообразие исследуемых образцов и их параметров. Данная диссертация предлагает эффективные теоретические алгоритмы расчета магнитных структур тонких пленок с одноосной анизотропией, которые вносят вклад в область исследования процессов перемагничивания элементов спинтроники.

Результаты диссертации могут быть использованы для описания основных факторов, влияющих на характеристики АМР и ГМР преобразователей магнитного поля. В частности, теоретические модели могут использоваться для подбора оптимальных характеристик устройств спинтроники с целью получения наилучших характеристик, таких как чувствительность и линейность.

Практическая реализация метода магнитной локации открывает широкий спектр практических применений в области детектирования магнитных диполей в пространстве, а также дистанционного определения магнитного поля. Данные возможности позволяют измерять поля в труднодоступных местах и агрессивных средах.

Достоверность результатов

Результаты расчета магнитных структур на основе разработанных методов проверялись в сравнении с известным свободно распространяемым пакетом OOMMF, а также сравнивались с наблюдаемыми экспериментально картинками, полученными на современном высокоточном магнитно-силовом микроскопе. При этом экспериментальные результаты получены в неоднократно воспроизводимых экспериментах. Достоверность результатов подтверждается также хорошим совпадением рассчитанных теоретически зависимостей с экспериментами, выполненными с применением современных методов цифровой обработки.

Обоснованность теоретических результатов подтверждается также использованием классических физических теорий и использованием строгих аналитических методов решения. Результаты, описанные в диссертации, опубликованы в ведущих тематических журналах и неоднократно докладывались на престижных международных конференциях.

Апробация работы

Основные результаты работы представлены автором на следующих 11 конференциях:

- XXIV Международная конференция «Новое в магнетизме и магнитных материалах». Москва, Россия. 2021.
- XXIV, XXV, XXVI, XXIII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов». Москва, Россия. 2017, 2018, 2019, 2021.
- XXIV, XXV, XXVI, XXII, XXIII, XXIX Международная конференция "Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)". Москва, Россия. 2016, 2017, 2018, 2019, 2021.

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 12 статьях [62, 74, 76, 81, 82, 94, 99, 102, 104, 108, 109, 111] в рецензируемых журналах из баз данных Scopus и Web of Science.

Личный вклад

Цели и задачи исследований, отраженных в диссертации, сформулированы автором совместно с научным руководителем. Все основные результаты получены автором самостоятельно или при его непосредственном участии.

Объём и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, содержит 57 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 111 наименований. Полный объем диссертации составляет 122 страницы.

ГЛАВА 1. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ КОЛЛЕКТИВНОЙ САМООРГАНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ МНОГИХ МАГНИТНЫХ ДИПОЛЕЙ

Результаты этой главы опубликованы в работах [62, 74, 76].

Основные положения теории были сформулированы в работе [62], основываясь на большом количестве экспериментальных данных, полученных для тонких прямоугольных полосок состава FeNiCo_{20} и FeNiCo_6 с одноосной анизотропией наноразмерной толщины. Электрическое сопротивление вышеуказанной полоски во многом определяется распределением намагниченности, а удельное сопротивление в произвольной точке элемента зависит от ориентации вектора намагниченности \vec{M} относительно вектора плотности тока \vec{j} (анизотропный магниторезистивный АМР эффект [3, 63]). Как уже было отмечено выше, распределение намагниченности в образце напрямую зависит от внешнего магнитного поля. Таким образом сопротивление образца может управляться величиной и направлением внешнего магнитного поля в плоскости данного элемента, а экспериментальные зависимости полного электрического сопротивления магниторезистивного проводника от величины внешнего поля могут дать косвенное представление о структуре магнитных неоднородностей образца.

В качестве примера рассмотрим полоску толщиной $h = 25$ нм, шириной $b = 10$ мкм и длиной $l = 415$ мкм. ОЛН направлена вдоль длинного ребра, т.е. вдоль оси z (рисунок 1.1). Эффективное поле анизотропии $H_a = 15$ Э, величина вектора намагниченности насыщения $M_s = 1050$ Гс.

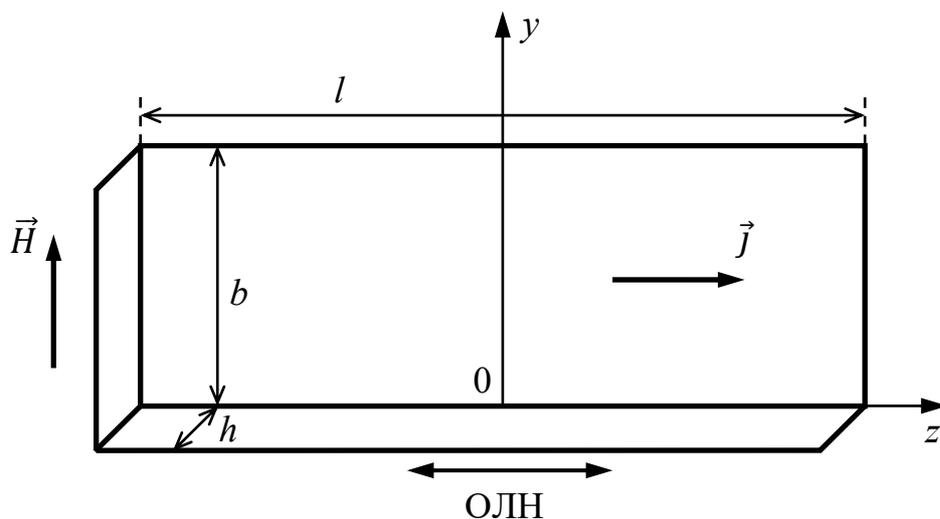


Рисунок 1.1 — Геометрические параметры полоски FeNiCo.

Перпендикулярно ОЛН в плоскости полоски (вдоль оси y на рисунке 1.1) прикладывалось внешнее магнитное поле напряженностью \vec{H} , проекция которого на ось y изменялась от -200 Э до $+200$ Э в прямом направлении и от $+200$ Э до -200 Э в обратном направлении. График зависимости сопротивления R полоски от проекции внешнего магнитного поля H_y на ось y при однородном протекании тока вдоль оси z представлен на рисунке 1.2.

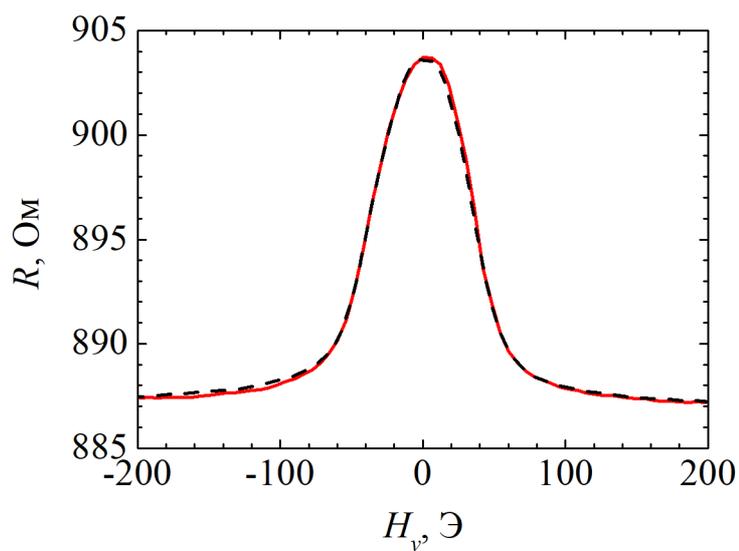


Рисунок 1.2 — Экспериментальный график зависимости сопротивления R полоски FeNiCo от проекции внешнего магнитного поля H_y на ось y .

Красная линия: от -200 Э до $+200$ Э. Черный пунктир: от $+200$ Э до -200 Э.

В эксперименте было обнаружено, что при квазистатическом перемагничивании полосы зависимости магнитосопротивления при прямом и обратном изменениях напряженности магнитного поля \vec{H} очень близки, что говорит об отсутствии коэрцитивности. Таким образом можно сделать вывод, что в данном образце практически отсутствуют сложная доменная и субдоменная магнитные микроструктуры. В соответствии с этим экспериментальным выводом была разработана одномерная теория неоднородности распределения вектора намагниченности \vec{M} , которая, в свою очередь, обусловлена влиянием неоднородного размагничивающего поля \vec{H}_m .

§ 1.1. Модель одномерной неоднородности

Основываясь на полученных экспериментальных данных, будем полагать, что основными факторами, влияющими на распределение вектора намагниченности \vec{M} в исследуемом образце, являются наличие одноосной анизотропии, магнитостатическое поле размагничивания \vec{H}_m и внешнее магнитное поле \vec{H} . Равновесное распределение вектора намагниченности \vec{M} находится как решение вариационной задачи на нахождение минимума полной магнитной энергии ферромагнетика, занимающего объем V , относительно вариации $\delta\vec{M}$:

$$W = \int_V (w_a + w_m + w_H) dV = \min. \quad (1.1)$$

Здесь w_a — плотность энергии магнитной анизотропии

$$w_a = K(1 - (\vec{m} \cdot \vec{n})^2), \quad (1.2)$$

где K — константа одноосной анизотропии, \vec{n} — единичный вектор, направленный вдоль оси легкого намагничивания (ОЛН), \vec{m} — единичный вектор в направлении \vec{M} .

Величина w_m — плотность магнитостатической энергии, определяемая выражением

$$w_m = -\frac{1}{2} \vec{M} \cdot \vec{H}_m, \quad (1.3)$$

где \vec{H}_m — магнитное поле, создаваемое объемными и поверхностными «магнитными зарядами», называемое магнитостатическим или размагничивающим полем. Размагничивающее поле \vec{H}_m определяется уравнениями магнитостатики [64]:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H}_m = 0, \\ \text{div}[\vec{H}_m + 4\pi\vec{M}] = 0. \end{cases} \quad (1.4)$$

Имея ввиду тот факт, что поле \vec{H}_m является безвихревым, его можно представить в виде градиента скалярного потенциала P :

$$\vec{H}_m = -\nabla P. \quad (1.5)$$

Тогда из системы уравнений (1.4) следует, что

$$\Delta P = \text{div } \vec{M}. \quad (1.6)$$

Полученное магнитостатическое уравнение Пуассона (1.6) аналогично уравнению Пуассона для электростатического потенциала U в случае, когда источником электрического поля являются объемный заряд, распределенный с плотностью ρ_{el} в данном объеме V_{el} , и заряд с поверхностной плотностью σ_{el} на заданной поверхности S_{el} , ограничивающей объем V_{el} :

$$\Delta U = -\frac{\rho_{el}}{\epsilon_{el}}, \quad (1.7)$$

где ϵ_{el} — диэлектрическая проницаемость среды, ограниченной поверхностью S_{el} . Решение уравнения (1.7) имеет вид [65]:

$$U(\vec{r}) = \int_{V_{el}} \frac{\rho_{el}(\vec{r}') dV'}{\epsilon_{el} |\vec{r} - \vec{r}'|} + \int_{S_{el}} \frac{\sigma_{el}(\vec{r}') dS'}{\epsilon_{el} |\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (1.8)$$

Данное уравнение задает электростатический потенциал U в точке с радиусом-вектором \vec{r} при суммировании полей, создаваемых элементами заряда, находящимися в различных точках с радиусами-векторами \vec{r}' .

Так как объемный и поверхностный заряды можно представить через электрическую индукцию \vec{D} с помощью соотношений

$$\rho_{el}(\vec{r}') = \text{div}' \vec{D}(\vec{r}'), \quad \sigma_{el}(\vec{r}') dS' = -\vec{D}(\vec{r}') \cdot d\vec{S}', \quad (1.9)$$

выражение (1.8) приобретает вид:

$$U(\vec{r}) = \int_{V_{el}} \frac{\text{div}' \vec{D}(\vec{r}') dV'}{\varepsilon_{el} |\vec{r} - \vec{r}'|} - \int_{S_{el}} \frac{\vec{D}(\vec{r}') \cdot d\vec{S}'}{\varepsilon_{el} |\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (1.10)$$

Учитывая аналогичность уравнений магнитостатики (1.6) и электростатики (1.7)

$$-\frac{\rho_{el}}{\varepsilon_{el}} = -\frac{\text{div}' \vec{D}}{\varepsilon_{el}} \rightarrow \text{div}' \vec{M}, \quad -\frac{\vec{D}}{\varepsilon_{el}} \rightarrow \vec{M}, \quad (1.11)$$

можно получить решение уравнения (1.6) для скалярного магнитного потенциала P в случае, когда магнетик находится в объеме V_m и ограничен поверхностью S_m :

$$P(\vec{r}) = - \int_{V_m} \frac{\text{div}' \vec{M}(\vec{r}') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int_{S_m} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot d\vec{S}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (1.12)$$

Используя теорему Остроградского—Гаусса [66, 67] для второго слагаемого в выражении (1.12) и преобразовав выражение, находим:

$$P(\vec{r}) = \int_{V_m} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV', \quad (1.13)$$

Учитывая связь между \vec{H}_m и P в (1.5), окончательно получаем:

$$\vec{H}_m = -\nabla \int_{V_m} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'. \quad (1.14)$$

Последнее слагаемое в (1.1) представляет собой плотность зеемановской энергии:

$$w_H = -\vec{M} \cdot \vec{H}. \quad (1.15)$$

Принимая во внимание геометрические размеры полоски, а именно тот факт, что длина полоски почти в 40 раз больше ширины, можно пренебречь неоднородностью распределения намагниченности на концах полоски и считать неоднородность одномерной, зависящей только от координаты y .

Для численного решения вариационной задачи (1.1) с учетом (1.2), (1.3), (1.14) и (1.15) разобьем область интегрирования на N узких полосок, в пределах которых распределение вектора намагниченности \vec{M}_i можно считать однородным и равным по модулю намагниченности насыщения материала $|\vec{M}_i| = M_s$ (рисунок 1.3). Ширину каждой полоски (ячейки) обозначим $\Delta y = b / N$.

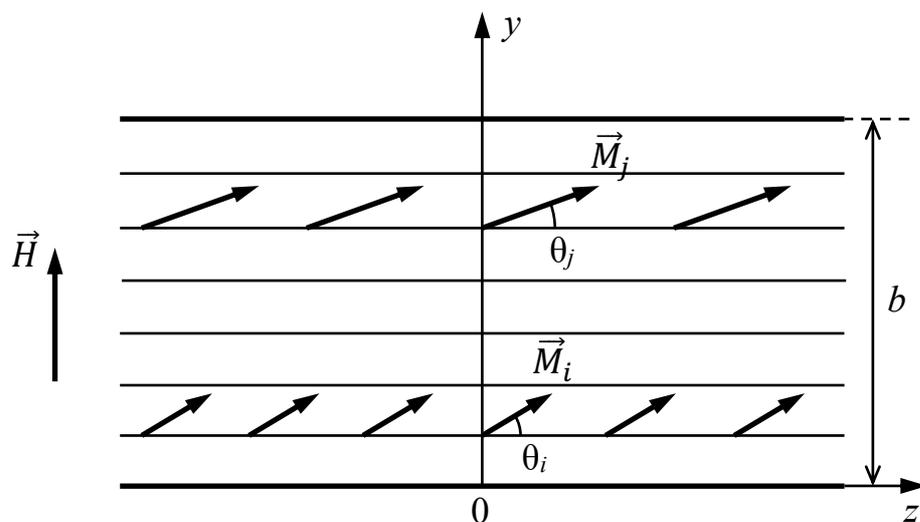


Рисунок 1.3 — Визуализация разбиения полоски на горизонтальные ячейки.

Тогда континуальное уравнение (1.1) можно заменить дискретным (сеточным) уравнением для N различных векторов намагниченности \vec{M}_i :

$$W = \sum_{i=1}^N \left[K(1 - \cos^2 \theta_i) - \frac{1}{2} M_s \sin \theta_i \sum_{j=1}^N H_{ij} - M_s H \sin \theta_i \right] = \min. \quad (1.16)$$

Уравнение (1.16) записано с учетом того, что магнитостатическое поле в плоскости пленки, определяемое выражением (1.14), из соображений симметрии направлено вдоль оси y . Магнитостатическое поле, создаваемое каждой из N полос, можно представить в виде суперпозиции полей, создаваемых полосами, намагниченными вдоль осей y и z , намагниченности которых равны соответственно $M_{iy} = |\vec{M}_i| \sin \theta_i$ и $M_{iz} = |\vec{M}_i| \cos \theta_i$. Однако, ввиду большой длины ячейки вдоль оси z , магнитное поле полосы, намагниченной вдоль этой оси в плоскости пленки пренебрежимо мало. Точное аналитическое выражение для магнитного поля, создаваемого намагниченной вдоль оси y полосой, можно получить из известных формул [68, 69] для однородно намагниченного вдоль оси y прямоугольного параллелепипеда (подробнее см. § 4.1):

$$H_{0y}(x, y, z) = -M_0 \frac{v}{|v|} \frac{w}{|w|} \operatorname{arctg} \frac{u|w|}{|v|\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \Bigg|_{u=-x}^{u=a_0-x} \Bigg|_{v=-y}^{v=b_0-y} \Bigg|_{w=-z}^{w=c_0-z}, \quad (1.17)$$

где M_0 – модуль намагниченности параллелепипеда; a_0 , b_0 и c_0 – размеры параллелепипеда (рисунок 1.4).

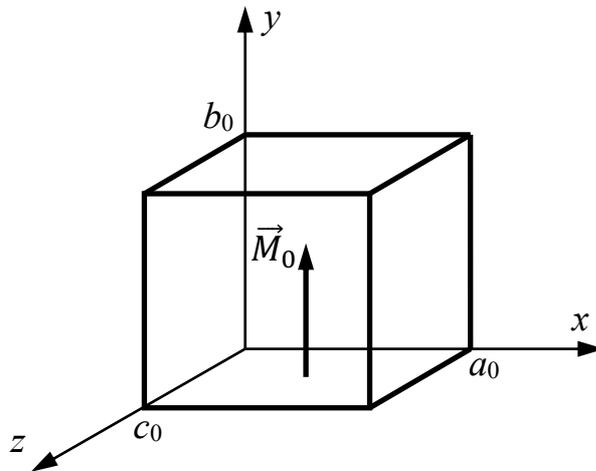


Рисунок 1.4 — Геометрические размеры параллелепипеда, однородно намагниченного вдоль оси y .

Подставив $a_0 = h$, $b_0 = \Delta y$ и $c_0 \rightarrow \infty$ в (1.17), получим напряженность магнитного поля H_{0y} , создаваемого полубесконечной намагниченной полосой в произвольной точке с координатами x , y и z . Тогда поле, создаваемое бесконечной вдоль оси z ячейкой, указанной на рисунке 1.3, в плоскости пленки в зависимости от координаты y запишется в виде (с учетом $M_0 = M_s \sin \theta_i$):

$$H_{iy} \left(\frac{h}{2}, y, 0 \right) = 4M_s \sin \theta_i \left[\operatorname{arctg} \frac{h}{2(y - \Delta y)} - \operatorname{arctg} \frac{h}{2y} \right] \quad (1.18)$$

Примем во внимание тот факт, что магнитостатическое поле \vec{H}_m в области каждой из N полос не является однородным, в отличие от намагниченности. Поэтому для точного расчета магнитостатической энергии требуется усреднение магнитостатического поля по объему каждой ячейки. Для этого во втором слагаемом в уравнении (1.16) был введен параметр H_{ij} , что является усредненным полем, создаваемым j -ой ячейкой в объеме i -ой ячейки (рисунок 1.3):

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{1}{\Delta y} \int_{(j-i)\Delta y}^{(j-i+1)\Delta y} 4M_s \sin \theta_j \left[\operatorname{arctg} \frac{h}{2(y - \Delta y)} - \operatorname{arctg} \frac{h}{2y} \right] dy = \\ &= 4M_s \sin \theta_j \left\{ \left[(j-i) \operatorname{arctg} \frac{h}{2\Delta y(j-i)} - (j-i+1) \operatorname{arctg} \frac{h}{2\Delta y(j-i+1)} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left[(j-i) \operatorname{arctg} \frac{h}{2\Delta y(j-i)} - (j-i-1) \operatorname{arctg} \frac{h}{2\Delta y(j-i-1)} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{h}{4\Delta y} \ln \frac{\left(\frac{h}{2\Delta y} \right)^2 + (j-i)^2}{\left(\frac{h}{2\Delta y} \right)^2 + (j-i+1)^2} + \frac{h}{4\Delta y} \ln \frac{\left(\frac{h}{2\Delta y} \right)^2 + (j-i)^2}{\left(\frac{h}{2\Delta y} \right)^2 + (j-i-1)^2} \right\}. \quad (1.19) \end{aligned}$$

С учетом этого решение вариационной задачи (1.16) сводится к решению системы N уравнений Лагранжа, которая в данном случае сводится к системе линейных уравнений относительно $\sin \theta_i$:

$$H_a \sin \theta_i - \sum_{j=1}^N H_{ij} - H = 0, \quad (1.20)$$

где $H_a = 2K/M_s$ – эффективное поле одноосной анизотропии.

Получив решение системы уравнений (1.20), можно вычислить изменение сопротивления в каждой полоске, обусловленное АМР эффектом и вызванное внешним магнитным полем \vec{H} , которое приложено перпендикулярно ОЛН (рисунки 1.1, 1.3). В соответствии с теорией АМР эффекта [70], сопротивление каждой полосы равно:

$$R_i = R_{i\perp} \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho} \cos^2 \theta_i \right), \quad (1.21)$$

где $R_{i\perp}$ — сопротивление полоски при перпендикулярной ориентации вектора намагниченности по отношению ОЛН (вдоль оси y), $\Delta\rho/\rho$ — коэффициент магниторезистивного (МР) эффекта. Зная сопротивление каждой ячейки, несложно вычислить результирующее сопротивление R исходной полосы по формуле

$$R = R_{\perp} \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos^2 \theta_i \right), \quad (1.22)$$

где $R_{\perp} = R_{i\perp}/N$. Отметим, что уравнение (1.22) справедливо в случае, когда коэффициент МР эффекта $\Delta\rho/\rho \ll 1$.

Вычисленные в соответствии с изложенной теорией зависимости сопротивления R полоски, параметры которой были указаны выше, от проекции внешнего магнитного поля H_y на ось y для ячеек шириной 100 нм и 25 нм представлены на рисунке 1.5. Для исследуемого в нашем случае материала FeNiCo_{20} коэффициент МР эффекта $\Delta\rho/\rho = 0,02$. Эти теоретические зависимости практически совпадают, что свидетельствует о хорошем условии однородности распределения намагниченности в таких ячейках.

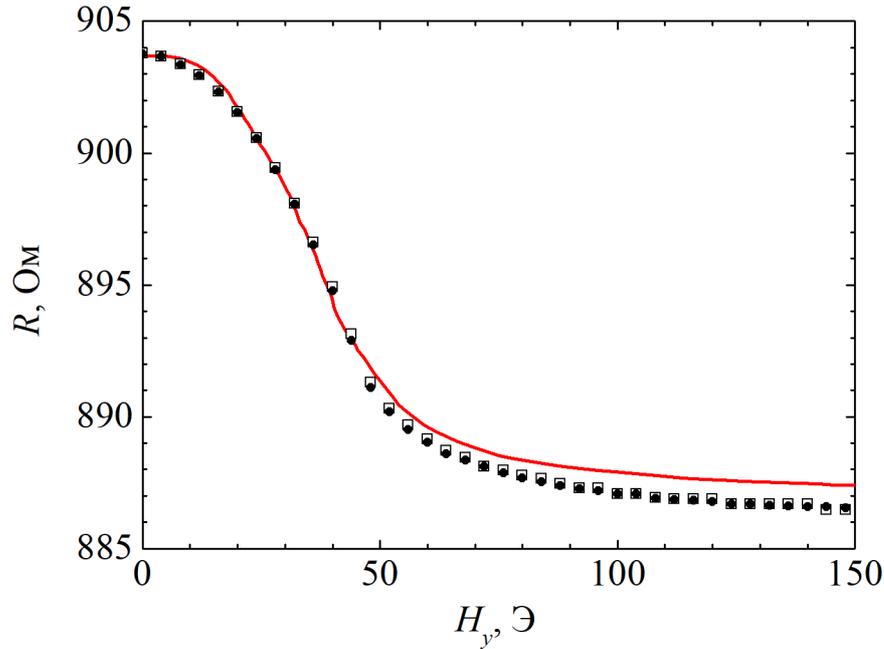


Рисунок 1.5 — Сравнение эксперимента (сплошная линия) и теоретического расчета на основе модели одномерной неоднородности. Символы \square соответствуют расчету для ячеек шириной $\Delta y = 100$ нм, \bullet — для ячеек шириной $\Delta y = 25$ нм.

Из сравнения экспериментальной и теоретических кривых следует хорошее совпадение. Небольшое расхождение, не превышающее 6 %, наблюдается при больших полях. Теоретическая кривая идет немного ниже экспериментальной, то есть в реальном эксперименте при больших магнитных полях полоска переманивается немного труднее. Возможно, это обусловлено неидеально плоской формой боковой поверхности полоски или влиянием обменного взаимодействия вблизи поверхности.

Влиянием неоднородного обменного взаимодействия можно пренебречь, если эффективная длина неоднородности распределения намагниченности в полоске много больше обменной длины $l_{ex} = \sqrt{A/K}$, где A — константа обменного взаимодействия, то есть

$$\frac{|\vec{M}(\vec{r} + \Delta\vec{r}) - \vec{M}(\vec{r})|}{\left|\frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{r}}\right|} \gg l_{ex}. \quad (1.23)$$

Таким образом, влияние обменного взаимодействия будет несущественным, когда суммарный объем областей, где нарушается условие (1.23), а именно областей доменных границ, будет много меньше объема областей, где это условие выполняется.

§ 1.2. Метод динамического установления

Другим мощным методом численного моделирования результирующей магнитной микроструктуры является метод динамического установления [71, 72], с помощью которого было учтено влияние обменного взаимодействия, а также двумерная неоднородность распределения вектора намагниченности \vec{M} в среде. Данный метод основан на решении динамического микромагнитного уравнения Ландау—Лифшица—Гильберта [73]

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma [\vec{M} \times \vec{H}_{ef}] + \frac{\alpha}{M} \left[\vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \right], \quad (1.24)$$

где γ — гиромагнитное отношение, α — параметр затухания, \vec{M} — вектор намагниченности, \vec{H}_{ef} — эффективное магнитное поле, равное вариационной производной от функционала полной магнитной энергии, в котором в отличие от (1.1) учитывается и плотность энергии неоднородного обменного взаимодействия w_e :

$$W = \int_V (w_a + w_m + w_H + w_e) dV. \quad (1.25)$$

В случае кубической симметрии плотность неоднородной обменной энергии равна:

$$w_e = \frac{A}{M^2} \left[\left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial z} \right)^2 \right]. \quad (1.26)$$

В таком случае эффективное поле \vec{H}_{ef} может быть записано в виде:

$$\vec{H}_{ef} = -\frac{\delta W}{\delta \vec{M}} \quad (1.27)$$

Ферромагнитный образец разбивается на N одинаковых ячеек в форме прямоугольных параллелепипедов таких размеров, чтобы в пределах этих ячеек намагниченность \vec{M} была практически однородной. Далее магнитный момент этой ячейки $\vec{p}_{mi} = \vec{M}_i \cdot \Delta V$, где ΔV — объем ячейки, заменяется на эквивалентный точечный диполь, помещенный в центр ячейки. Континуальное уравнение Ландау—Лифшица—Гильберта (1.24) заменяется на систему из N дискретных сеточных уравнений для векторов \vec{p}_{mi} :

$$\frac{\partial \vec{p}_{mi}}{\partial t} = -\gamma [\vec{p}_{mi} \times \vec{H}_{ef i}] + \frac{\alpha}{p_{mi}} \left[\vec{p}_{mi} \times \frac{\partial \vec{p}_{mi}}{\partial t} \right]. \quad (1.28)$$

Эта система решается численно при задании начальных и граничных условий. За счет диссипативного члена система с течением времени релаксирует к некоторому стационарному распределению, которое и является результирующим численным решением.

Для реализации описанного выше метода динамического установления был использован широко распространенный программный пакет для микромагнитного моделирования OOMMF [21]. С помощью этого пакета было произведено численное решение системы уравнений (1.28) для значений проекции внешнего магнитного поля H_y на ось y в диапазоне от 0 до 200 Э и выполнен расчет магниторезистивного сопротивления R в зависимости от H_y в соответствии с формулой (1.22), которая также применима в случае двумерного распределения намагниченности при $\Delta\rho/\rho \ll 1$.

Результаты расчета при размере ячейки $200 \times 200 \times 25$ нм³ и сравнение с экспериментом представлены на рисунке 1.6. Видно хорошее совпадение полученных результатов и эксперимента.

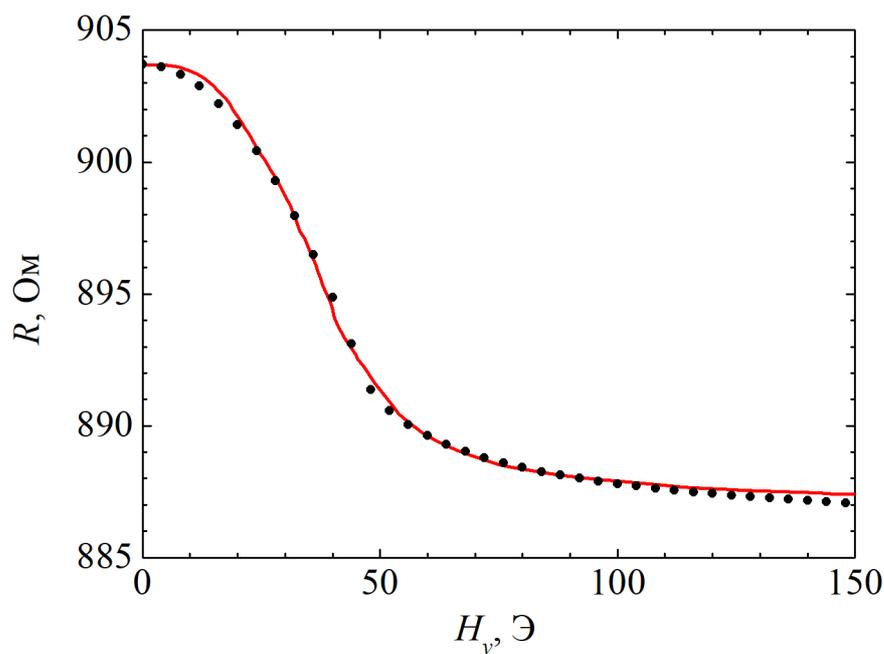


Рисунок 1.6 — Сравнение эксперимента (сплошная линия) и теоретического расчета (точки) с использованием метода динамического установления.

Можно видеть, что расхождение теоретических и экспериментальных результатов при больших полях стало меньше по сравнению с аналогичными расчетами на основе развитой теории одномерной неоднородности (рисунки 1.5 и 1.6). Это подтверждает наши предположения о влиянии обменного взаимодействия на перемагничивание полоски в узком граничном слое. Тем не менее и с учетом обменного взаимодействия численное моделирование приводит к более легкому перемагничиванию при больших полях по сравнению с экспериментальными результатами (рисунок 1.6). При малых полях экспериментальные результаты и численное моделирование с помощью метода динамического установления имеют большее расхождение по сравнению с результатами, полученными при помощи модели одномерной неоднородности (рисунок 1.5). Судя по всему, это обусловлено недостаточно мелким шагом сетки, который сложно уменьшить из-за ограниченных вычислительных ресурсов.

Следует отметить, что расчет значений для построения графика на рисунке 1.6 потребовал более суток на персональном компьютере. Решение подобной задачи с более мелкой сеткой или в случае полосок большего размера с помощью пакета

OOMMF становится проблематичным, так как требует больших вычислительных ресурсов и значительного времени. Аналогичный расчет при помощи модели одномерной неоднородности занимает не более минуты, что позволяет при прочих равных использовать гораздо более точную сетку без ущерба времени.

§ 1.3. Доменная структура в тонких пленках

Как уже отмечалось выше, в тонких ферромагнитных пленках могут возникать очень разнообразные и сложные магнитные структуры, включающие в себя домены. И если в полосках с ОЛН вдоль длинной стороны возможно подобрать условия, при которых такие структуры почти не возникают, то в ситуации с ОЛН вдоль короткой стороны все становится значительно сложнее.

Это подтверждается проведенными нами экспериментальными исследованиями магниторезистивного эффекта в полосках состава FeNiCo_6 с размерами $380 \times 14 \text{ мкм}^2$ и толщиной 22 нм с ОЛН в плоскости пленки вдоль короткой стороны. Была обнаружена [74] нетипичная зависимость магнитосопротивления от внешнего магнитного поля (рисунок 1.7, пунктирные линии), которая свидетельствует о возникновении сложных микромагнитных структур в данном образце.

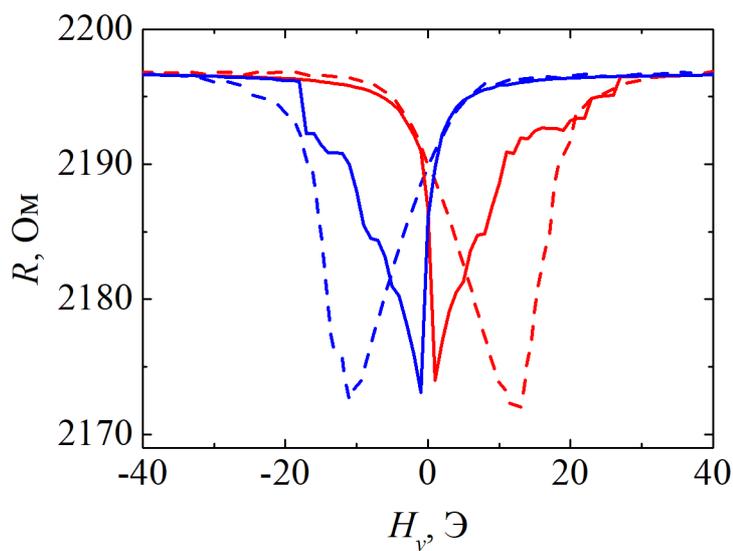


Рисунок 1.7 — Сравнение зависимостей магнитосопротивления R от проекции внешнего магнитного поля H_y на ось y . Сплошными линиями показаны теоретические зависимости,

рассчитанные при помощи пакета OOMMF, пунктиром отмечены экспериментальные результаты.

Результаты численного моделирования с использованием математического пакета OOMMF указывают на возникновение сложной доменоподобной структуры (магнитные вихри), однако при этом не дают количественного, а только качественное согласие с экспериментальными результатами (рисунок 1.7, сплошные линии). По всей видимости в реальном эксперименте структура магнитных неоднородностей отличается, а моделирование с помощью пакета OOMMF дает только качественное представление о сложности микромагнитной структуры.

Кроме этого, эксперимент указывает на наличие высокой коэрцитивности, так как при перемагничивании внешним полем вдоль полоски в прямом и обратном направлении минимум магнитосопротивления сильно смещается относительно нулевой отметки внешнего поля. Создание теоретической модели для объяснения таких закономерностей требует понимания того, какие именно структуры возникают в исследуемых пленках, так как чисто теоретический подход может давать массу микромагнитных конфигураций, каждая из которых может в равной мере претендовать на равновесную ввиду близости энергий соответствующих состояний. С этой целью было выполнено экспериментальное исследование образцов с использованием магнитно-силового микроскопа (МСМ). С помощью полученных таким образом экспериментальных магнитно-градиентных данных можно восстановить микроструктуру распределения намагниченности в пленке [75].

В серии экспериментов проводилось исследование доменной структуры образца с одноосной анизотропией в форме тонкой прямоугольной пленки состава FeNiCo_{20} при помощи МСМ [76]. Длина пленки составляла $l = 415$ мкм, ширина b принимала значения 6 мкм, 10 мкм и 30 мкм, а толщина $h = 15$ нм и 25 нм. ОЛН направлена вдоль короткой стороны в плоскости полоски (рисунок 1.8).

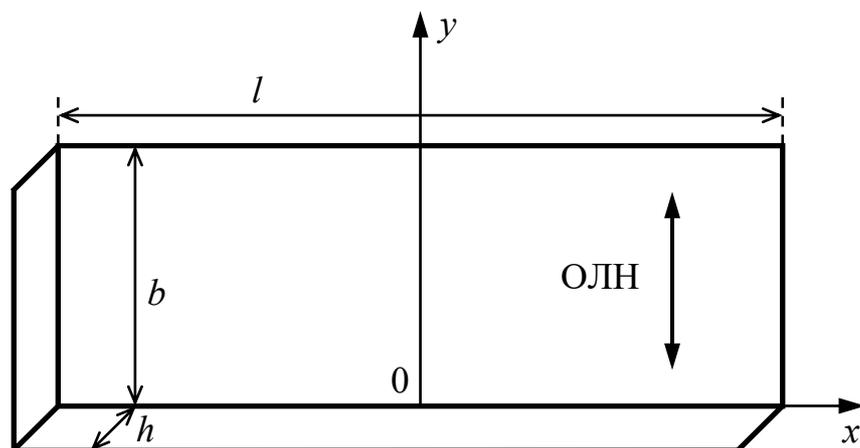


Рисунок 1.8 — Геометрические параметры полоски FeNiCo

Основные параметры материала образца: намагниченность насыщения $M_s = 1050$ Гс, константа анизотропии $K = H_a M_s / 2 = 7875$ эрг/см³, константа обменного взаимодействия $A = 1,7 \cdot 10^{-6}$ эрг/см. При исследовании образцов различной толщины и ширины были получены схожие периодические доменные структуры, изображенные на рисунке 1.9.

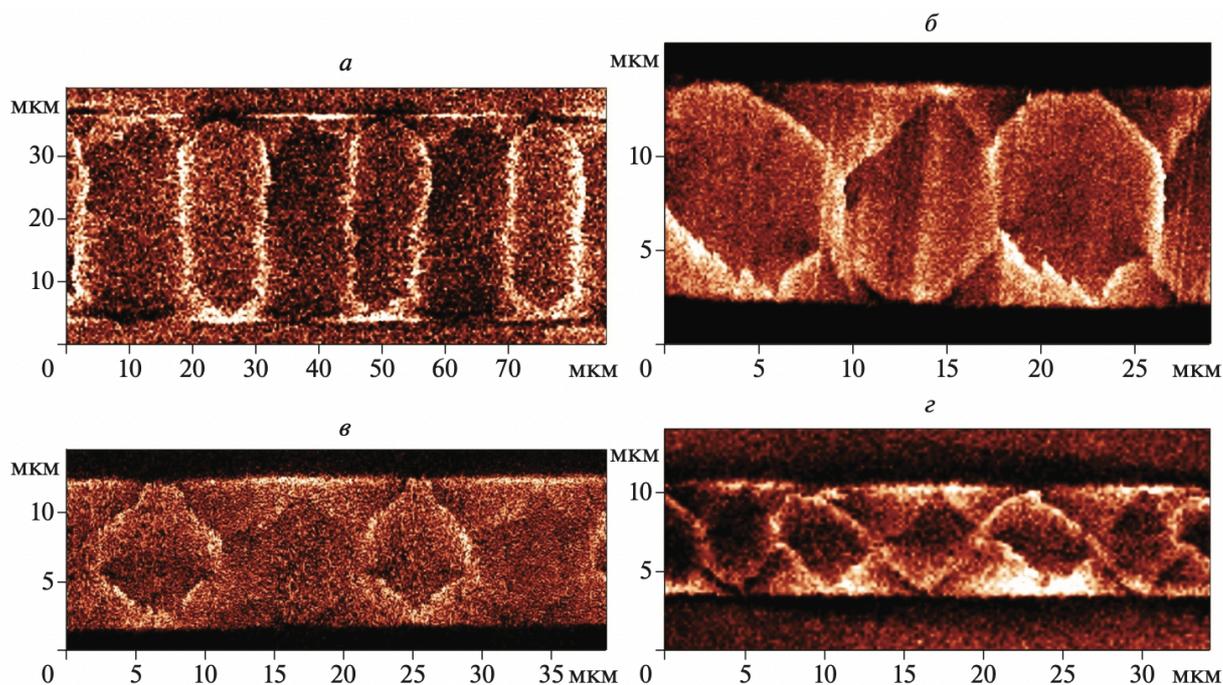


Рисунок 1.9 — Доменные структуры, полученные при помощи МСМ, для пленок толщиной $h = 15$ нм (ширина $b = 30$ мкм (а); $b = 10$ мкм (б)), а также толщиной $h = 25$ нм (ширина $b = 10$ мкм (в); $b = 6$ мкм (г)).

Наблюдаемая доменная структура соответствует модели замыкающих доменов Ландау–Лифшица [77]. Намагниченность в доменах на рисунке 1.9 направлена в плоскости пленки. Намагниченность в центральных доменах направлена вдоль ОЛН, а треугольные домены по краям, которые принято называть замыкающими доменами, намагничены перпендикулярно ОЛН. Таким образом предполагается, что центральные домены разделены 180-градусными доменными границами, а между центральными и замыкающими доменами 90-градусные границы.

§ 1.4. Теоретический расчет периода доменной структуры

В 1955 г. Неелем была выдвинута теория о том, что доменная граница Блоха не является энергетической выгодной в тонких пленках, толщина которых меньше 50 нм [78]. Следуя описанной теории расчета объемной плотности энергии доменной границы Нееля, выполним расчет полной магнитной энергии пленки, доменная структура которой совпадает с обнаруженной экспериментально. Модель такой структуры показана на рисунке 1.10.

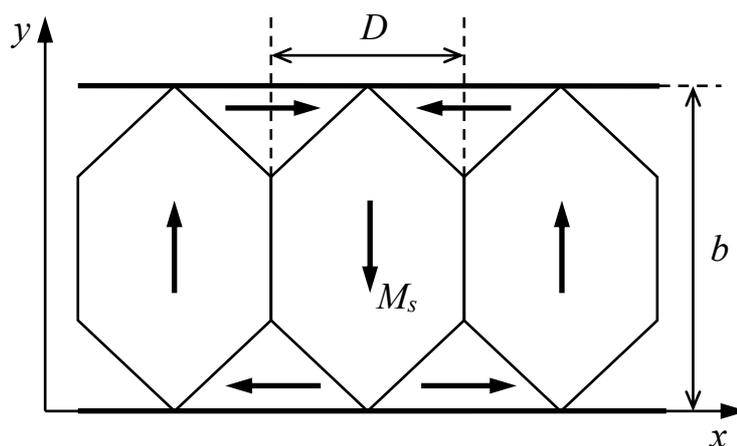


Рисунок 1.10 — Модель периодической доменной структуры в исследуемых образцах, где D – период доменной структуры, b – ширина пленки. Стрелками показано направление намагниченности в доменах.

Представим вектор намагниченности \vec{M} в виде:

$$\vec{M} = M_s(m_x \vec{i} + m_y \vec{j}), \quad (1.29)$$

где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы по направлению осей x и y соответственно, а m_x и m_y связаны соотношением: $m_x^2 + m_y^2 = 1$.

Полная магнитная энергия W пленки запишется в виде:

$$W = \int_V (w_a + w_m + w_H + w_e) dV + \int_S (\sigma_N + \sigma_{N90^\circ}) dS, \quad (1.30)$$

где V – полный объем исследуемой пленки, S – полная площадь поверхности доменных границ Нееля. По аналогии с (1.2) и (1.26) с учетом введенных обозначений объемные плотности энергий анизотропии w_a и обменного взаимодействия w_e запишутся в виде:

$$w_a = K m_x^2. \quad (1.31)$$

$$w_e = A \left[(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 \right]. \quad (1.32)$$

Магнитостатическая энергия w_m обусловлена наличием объемных зарядов, плотность которых равна $\rho_m = -\text{div} \vec{M}$, а также поверхностными зарядами на границах пленки и доменов, которые возникают при изменении нормальной составляющей намагниченности при переходе через указанные границы.

Объемную плотность энергии Зеемана w_H (1.15) во внешнем магнитном поле $\vec{H}(H_x; H_y; H_z)$ можно записать в виде:

$$w_H = -M_s(m_x H_x + m_y H_y). \quad (1.33)$$

Расчет поверхностных плотностей энергии 180° -ной σ_N и 90° -ной σ_{N90° доменных границ Нееля в (1.30) затруднен тем, что поворот намагниченности в доменной границе в плоскости пленки влечет за собой возникновение объемных зарядов. Это в свою очередь существенно осложняет вычисление магнитостатической энергии, создаваемой данными зарядами. Однако теория, разработанная Неелем, позволяет получить простое аналитическое выражение для

поверхностной плотности энергии 180° -ной доменной границы [15]. Следуя Неелю, будем считать, что угол φ между направлениями намагниченности и нормали к доменной границе в плоскости пленки меняется линейно:

$$\varphi = \pi \frac{x}{d}, \quad -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2}. \quad (1.34)$$

Здесь d – ширина доменной границы. Тогда $m_x = \cos \varphi$, $m_y = \sin \varphi$. В таком случае объемная плотность энергии обменного взаимодействия в области границы равна

$$w_e = A \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = A \left(\frac{\pi}{d} \right)^2. \quad (1.35)$$

Объемная плотность энергии анизотропии с учетом усреднения:

$$w_a = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} K \cos^2 \varphi \, dx = \frac{1}{2} K. \quad (1.36)$$

Аппроксимируя доменную границу цилиндром эллиптического сечения, можно получить приближенное выражение для магнитостатической энергии доменной границы используя простые аналитические формулы. Объемная плотность магнитостатической энергии доменной границы Нееля с учетом (1.3) и усреднения запишется в виде:

$$w_m = \frac{\pi h}{d + h} M_s^2, \quad (1.37)$$

где h – толщина пленки. С учетом этого, полная поверхностная плотность энергии σ_N 180° -ной доменной границы Нееля имеет вид:

$$\sigma_N = A \left(\frac{\pi}{d} \right)^2 d + \frac{1}{2} K d + \frac{\pi h d}{h + d} M_s^2, \quad (1.38)$$

где a – ширина доменной границы, D – толщина магнитной пленки.

Найдем ширину доменной границы, при которой ее энергия минимальна:

$$\frac{\partial \sigma_N}{\partial d} = -A \left(\frac{\pi}{d} \right)^2 + \frac{1}{2} K + \frac{\pi h^2}{(h + d)^2} M_s^2 = 0. \quad (1.39)$$

Принимая во внимание тот факт, что $d \gg h$, получим

$$d = \pi \sqrt{\frac{2A}{K}}. \quad (1.40)$$

В таком случае, с учетом указанных выше параметров пленки, получаем:

$$\sigma_N = \pi\sqrt{2AK} + \pi h M_S^2 \approx \pi h M_S^2. \quad (1.41)$$

Модель, представленная Неелем, качественно очень хорошо описывает структуру доменной стенки и дает удобные аналитические формулы для расчета поверхностной плотности энергии границы. Однако величина этой энергии оказывается несколько завышенной. Более поздние исследования [79] позволили уточнить модель Нееля, что привело к снижению поверхностной плотности энергии 180° -ной доменной границы на 56 %.

Основываясь на результатах, представленных в работе [79], введем поправочный коэффициент для поверхностной плотности энергии 180° -ной доменной границы Нееля $C = 4/9$. В таком случае поверхностная плотность 180° -ной доменной границы Нееля будет определяться как:

$$\sigma_N = C\pi h M_S^2. \quad (1.42)$$

Основываясь на экспериментальных данных, будем полагать, что замыкающий домен имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника, а период доменной структуры неизменен вдоль всей длины пленки. Также учтем, что длина пленки гораздо больше ширины, а ширина гораздо больше толщины, т.е. $l \gg b \gg h$.

Ввиду того, что намагниченность однородна в объеме каждого домена, а также принимая во внимание то, что при переходе от одного домена к другому нормальная к границе составляющая намагниченности не меняется, выражение для полной энергии пленки в отсутствии внешнего магнитного поля принимает вид:

$$W = lh \left(\frac{KD}{2} + \sigma_N \left(\frac{b}{D} - 1 \right) + \sigma_{N90^\circ} \cdot 2\sqrt{2} \right), \quad (1.43)$$

где l – длина пленки, D – период доменной структуры, b – ширина пленки (рисунки 1.8 и 1.10). Варьируя энергию пленки по величине периода доменной структуры, можно найти такой период D , при котором энергия пленки минимальна:

$$\frac{\partial W}{\partial D} = lh \left(\frac{K}{2} - \sigma_N \frac{b}{D^2} \right) = 0, \quad (1.44)$$

$$D = \sqrt{\frac{2\sigma_N b}{K}} = \sqrt{\frac{4\pi C h b M_s}{H_a}}. \quad (1.45)$$

Результаты сравнения рассчитанных по формуле (1.45) значений периода и экспериментальных результатов представлены в таблице 1.1.

Толщина h , нм	Ширина b , мкм	Период доменной структуры D , мкм	
		Эксперимент	Теория
15	30	13,3	13,3
	10	9,0	7,7
25	10	9,0	9,9
	6	5,5	7,7

Таблица 1.1 — Сравнение периодов доменной структуры D , рассчитанных теоретически, с усредненными экспериментальными результатами, показанными на рисунке 1.9.

По результатам сравнения можно сделать вывод о том, что предложенная модель доменной структуры в тонких пленках состава FeNiCo с одноосной анизотропией позволяет рассчитать период доменной структуры, который подтверждается сравнением с экспериментальными данными.

§ 1.5. Основные результаты главы

1. Разработанная модель одномерной неоднородности позволила существенным образом упростить задачу о нахождении распределения вектора

намагниченности \vec{M} в исследуемой нанополоски FeNiCo. Данная модель позволяет свести в общем случае сложное континуальное уравнение (1.1) к системе линейных алгебраических уравнений относительно $\sin \theta_i$, которую, в свою очередь, можно решить эффективными математическими методами.

2. Рассчитанные на основе представленной модели зависимости изменения магнитосопротивления от величины внешнего магнитного поля продемонстрировали хорошее совпадение с экспериментом. Также было получено хорошее согласование кривых для двух разных размеров ячеек (100 нм и 25 нм), что говорит о высокой степени однородности распределения намагниченности в пределах ячейки. Данный результат подтверждает основанный на эксперименте вывод о том, что в рассматриваемом случае равновесные конфигурации распределения намагниченности в пленке практически не имеют сложной доменной структуры.
3. Была разработана теоретическая модель для расчета АМР характеристик образца с перпендикулярной анизотропией, а также получено хорошее согласование с экспериментальными результатами.

ГЛАВА 2. ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ К АНИЗОТРОПНЫМ МАГНИТОРЕЗИСТИВНЫМ ЭЛЕМЕНТАМ СПИНТРОНИКИ

Результаты этой главы опубликованы в работах [81, 82, 94].

Разработанные выше теоретические модели были успешно применены для различных актуальных анизотропных магниторезистивных элементов спинтроники. Указанные модели были доработаны с учетом особенностей конструкции таких элементов и использованы с целью исследования их важнейших характеристик, а также было выполнено сравнение с экспериментальными данными на примере реальных устройств и их образцов.

§ 2.1. Датчики магнитного поля типа “barber-pole”

Датчики магнитного поля на основе магниторезистивных нанополосок с токовой неоднородностью низкорезистивных шунтов “barber-pole” продолжают активно исследоваться с целью улучшения их характеристик [31, 32, 80, 81]. Такие устройства на основе анизотропного магниторезистивного (АМР) эффекта состоят из системы магниторезистивных нанополосок с одноосной анизотропией, причем ОЛН направлена вдоль длинной стороны полоски. В отсутствии внешнего поля в таком случае полоска намагничена практически однородно вдоль длинной стороны, за исключением относительно небольших краевых областей. На каждую магниторезистивную нанополоску нанесены низкорезистивные шунты под углом 45° к ОЛН (рисунок 2.1).

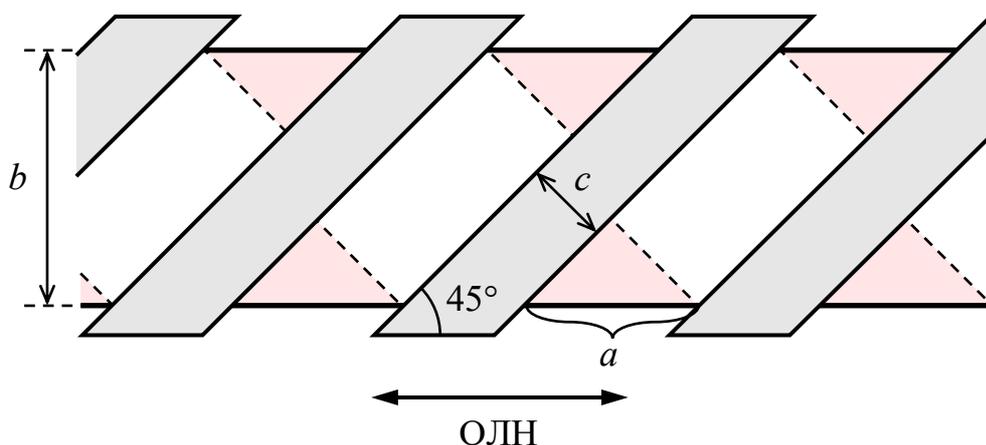


Рисунок 2.1 — Фрагмент магниторезистивной полоски (белая полоса) с шунтами (серые полосы).

Датчик магнитного поля состоит из системы таких магниторезистивных нанополосок с шунтами, соединенных в мостовую схему, на которую подается напряжение питания U_{in} . На рисунке 2.2 представлена упрощённая ее схема.

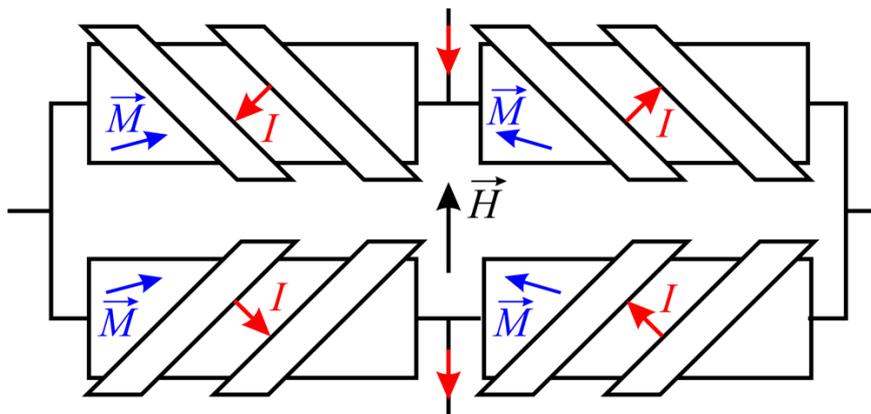


Рисунок 2.2 — Упрощенная схема датчика “barber-pole”.

В первом приближении будем считать, что при отсутствии внешнего магнитного поля ток в магниторезистивной среде течет перпендикулярно границам шунтов, т.е. под углом 45° к ОЛН. При этом в отмеченных треугольниками областях по краям полоски на рисунке 2.1 ток не течет. Если поместить датчик во внешнее магнитное поле \vec{H} , направленное перпендикулярно ОЛН, то произойдет неоднородное отклонение вектора намагниченности \vec{M} в каждой полоске

(рисунок 2.2). Причем в противоположных элементах моста отклонение намагниченности по отношению к току будет совпадать. Это приведет к изменению сопротивления каждого из элементов в соответствии с теорией АМР эффекта (1.22) и к появлению выходного напряжения U_{out} , которое будет расти с увеличением внешнего магнитного поля \vec{H} .

Для теоретического расчета выходного напряжения датчика U_{out} при наличии внешнего магнитного поля \vec{H} необходимо знать пространственное распределение вектора намагниченности \vec{M} и плотности тока в полоске. Определив распределение намагниченности в соответствии с теорией, разработанной в § 1.1, в первом приближении однородности распределения тока, были получены теоретические графики зависимости относительного выходного напряжения U_{out} / U_{in} от величины внешнего магнитного поля H (рисунок 2.3). Экспериментальные результаты соответствуют образцу с параметрами: $a = 7$ мкм, $b = 10$ мкм и $c = 3$ мкм (см. рисунок 2.1).

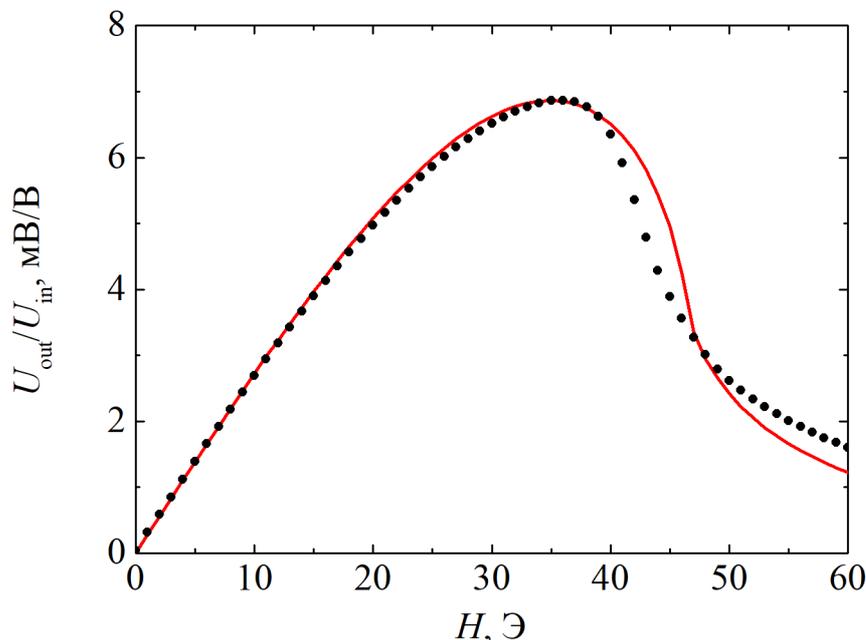


Рисунок 2.3 — Экспериментальная (точки) и теоретическая (линия) зависимости относительного выходного напряжения датчика “barber-pole” от величины внешнего магнитного поля H на основе модели однородного тока.

Из рисунка 2.3 следует, что предложенная теоретическая модель достаточно точно описывает ход экспериментальной зависимости при малых магнитных полях (до 20 Э), но при высоких полях наблюдаются отклонения. Можно отметить, что форма максимума теоретической кривой имеет иной вид и положение максимума не совпадает с экспериментом на 2 Э. После максимума при $H > 40$ Э углы наклона теоретической и экспериментальной зависимостей отличаются. Не исключено, что это может быть обусловлено грубым учетом распределения токов вдоль краев магниторезистивной полоски.

§ 2.2. Учет неоднородного распределения тока

Как было сказано в предыдущем параграфе, реальное распределение тока в магниторезистивной нанополоске (рисунок 2.1) является неоднородным и может оказывать существенное влияние на выходные характеристики датчика “barber-pole”. Для проверки рассмотренной упрощенной модели однородного протекания тока и оценки величины ошибки, связанной с такого рода упрощением, была выполнена работа по расчету распределения тока и потенциала в таком проводнике в форме косоугольной пластины с помощью метода конформных преобразований [82].

2.2.1. Идея метода конформных преобразований

Решение задачи об изменении свойств проводника при изменении его формы и размеров сводится к расчету силы тока или потенциала в точках, к которым подводятся контакты. В случае постоянного тока в предположении, что среда однородна и изотропна, а проводник таков, что можно считать плотность объемных зарядов равной нулю, уравнение скалярного потенциала U примет вид уравнения Лапласа [83]

$$\Delta U = 0. \tag{2.1}$$

Для исследуемых образцов в первом приближении уравнение (2.1) выполняется, так как величина АМР эффекта не превышает 2 %. Найдя решение этого уравнения с нужными граничными условиями, с помощью закона Ома можно определить распределение тока в проводниках. Ключевым моментом, позволяющим успешно применять конформные преобразования к подобным задачам является то, что вид уравнения (2.1) в двумерном случае не меняется при конформном преобразовании координат [84]. Для его решения используется метод сопряженных функций, предложенный еще Максвеллом [85] и применяемый как в электромагнетизме, так и в гидродинамике при описании плоского безвихревого движения несжимаемой жидкости [86]. Суть этого метода состоит в том, что скалярный потенциал $U(x, y)$ заменяется комплексным потенциалом

$$W(z) = U(z) + iV(z), \quad (2.2)$$

где $z = x + iy$. Мнимая часть этого потенциала представляет собой функцию потока, линии равного уровня которой $V(x, y) = \text{const}$ совпадают с силовыми линиями электрического поля. Идея метода конформных преобразований состоит в том, что уравнение для определения комплексного потенциала

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 \quad (2.3)$$

рассматривается в той области, в которой его решение не представляет труда, к примеру, в прямоугольнике [35] или в верхней комплексной полуплоскости [84], после чего полученное решение конформно отображается на интересующую область. Таким образом, задача сводится к поиску соответствующего конформного преобразования. Для областей с острыми углами использование метода конформных преобразований предпочтительнее, по сравнению с численными методами, поскольку в острых углах могут возникать сингулярности, для устранения которых приходится прибегать к различным ухищрениям [87], например, использовать разностные схемы с переменными коэффициентами вблизи особенности [88] или строить решение в полярных координатах вблизи

угловой точки и использовать специальные операторы склейки для соединения с остальной областью [89, 90].

Часто требуемая форма проводника представляет собой многоугольник. В этом случае используют преобразование Шварца–Кристоффеля, отображающее верхнюю комплексную полуплоскость на внутренность произвольного многоугольника и имеющее следующий вид [91]:

$$z = C \int_0^{z_1} (z_1 - a_1)^{\beta_1 - 1} \cdot (z_1 - a_2)^{\beta_2 - 1} \cdot \dots \cdot (z_1 - a_n)^{\beta_n - 1} dz_1 + C_1, \quad (2.4)$$

где

$$\beta_n \equiv \frac{\alpha_n}{\pi}. \quad (2.5)$$

α_n – углы многоугольника в радианах, a_n – точки на вещественной оси верхней комплексной полуплоскости z_1 .

Серьезной проблемой при использовании преобразований Шварца–Кристоффеля является определение неизвестных констант C и a_n , которые вычисляются из условий соответствия границ и могут быть легко найдены лишь в тех случаях, когда интеграл (2.4) удастся взять в аналитических функциях.

Целью данной главы является поиск распределений потенциала и тока в двумерных проводниках в аналитическом виде. Рассматриваются полосковые проводники в виде косоугольной пластины с произвольными углами. Для решения задачи использовался метод конформных преобразований.

Как уже было сказано, двумерное распределение потенциала описывается уравнением Лапласа (2.3). В общем случае рассмотрим четырехугольный проводник, ограниченный областью Ω . Граничное условие для потенциала U определяется тем, что к границам проводника $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ подведены идеальные контакты, то есть потенциал вдоль этих границ постоянный, и задается разность потенциалов между этими границами $U_1 - U_2$. Граничные условия также соответствуют отсутствию тока через боковые поверхности проводника $\partial\Omega_3$ и $\partial\Omega_4$.

Поскольку линии равного уровня функции потока совпадают с силовыми линиями электрического поля, условие отсутствия тока через границу проводника можно записать в виде $\partial V / \partial \vec{n} = 0$, где \vec{n} — внешняя нормаль к границе проводника. Пример такой области в виде косоугольной пластины представлен на рисунке 2.4.

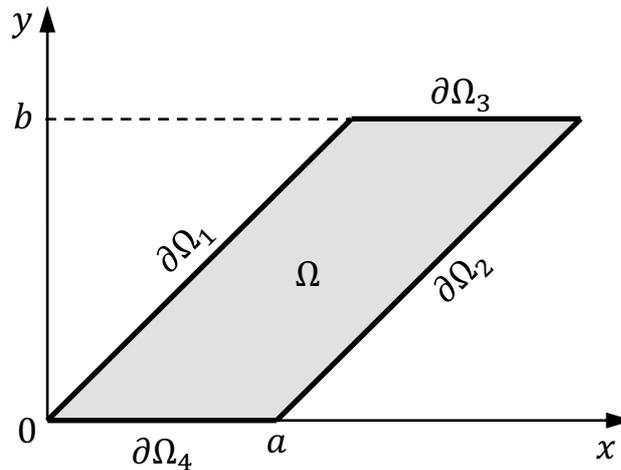


Рисунок 2.4 — Пример четырехугольного проводника в форме косоугольной пластины.

Окончательно задача имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0, \\ U(x, y)|_{(x,y) \in \partial\Omega_1} = U_1, \\ U(x, y)|_{(x,y) \in \partial\Omega_2} = U_2, \\ \left. \frac{\partial V(x, y)}{\partial \vec{n}} \right|_{(x,y) \in \partial\Omega_3, \partial\Omega_4} = 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

К сожалению, конформные преобразования позволяющие легко осуществлять дальнейшие расчеты, удастся построить лишь для ограниченного числа областей, в подавляющем же большинстве случаев преобразование записывается лишь в виде интеграла от функции комплексного переменного [91, 92], численный расчет которого сводит на нет весь выигрыш от использования конформных преобразований.

В настоящей диссертации предлагается способ, позволяющий избежать таких трудностей для областей, в которых есть участки с однородным распределением

тока по всей ширине проводника. При этом распределение потенциала строится с помощью конформного преобразования, выраженного в элементарных функциях, а затем полученные результаты «сшиваются» в тех местах, где распределение плотности тока близко к равномерному. Одновременно с этим оценивается возникающая погрешность, выражение для которой также удалось найти в элементарных функциях, что позволяет достаточно легко определить параметры проводников, для которых применим предложенный метод.

Метод проиллюстрирован на примере косоугольных пластин в форме параллелепипеда, основанием которого является параллелограмм с произвольным острым углом. Для описанных областей использовалось отображение верхней комплексной полуплоскости на многоугольник с помощью интеграла Шварца–Кристоффеля в два этапа.

2.2.2. Проводник в форме косоугольной пластины

Во-первых, требуется выполнить конформное отображение на прямоугольную область, для которой хорошо известно тривиальное решение задачи (2.6) в виде однородного распределения плотности тока.

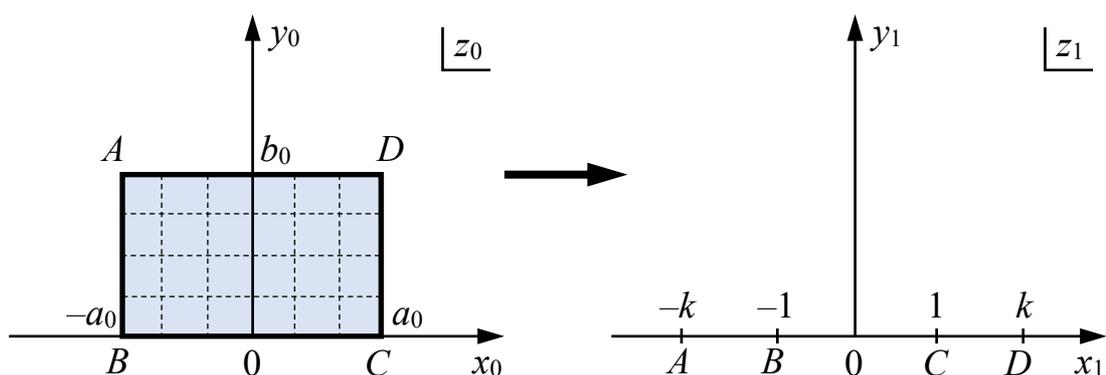


Рисунок 2.5 — Соответствие между точками плоскостей z_1 и z_0 для решения задачи о распределении тока в прямоугольной полосе.

Используя принцип симметрии, интеграл Шварца–Кристоффеля можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 z_0 &= C \int_0^{z_1} (z_1 + k)^{-\frac{1}{2}} \cdot (z_1 + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (z_1 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (z_1 - k)^{-\frac{3}{2}} dz_1 = \\
 &= C \int_0^{z_1} \frac{dz_1}{\sqrt{(z_1^2 - 1)(z_1^2 - k^2)}}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

При этом из условий соответствия границ (рисунок 2.5) получается следующая система уравнений для определения констант C и k :

$$\begin{cases} a_0 = C \int_0^1 \frac{dp}{\sqrt{(p^2 - 1)(p^2 - k^2)}}, \\ ib_0 = C \int_1^k \frac{dp}{\sqrt{(p^2 - 1)(p^2 - k^2)}}. \end{cases} \tag{2.8}$$

Для того, чтобы получить искомое отображение, необходимо для данных параметров a_0 и b_0 решить систему (2.8), в которой неизвестные входят в пределы интегрирования. Интеграл (2.7) не выражается в элементарных функциях, он принадлежит к числу так называемых эллиптических интегралов, а функция, обращающая его, – к числу эллиптических функций Якоби.

Следующим этапом необходимо отразить верхнюю комплексную полуплоскость на интересующую нас косоугольную пластину, т.е. на внутреннюю область многоугольника в форме параллелограмма с острым углом α , изображенной на рисунке 2.6.

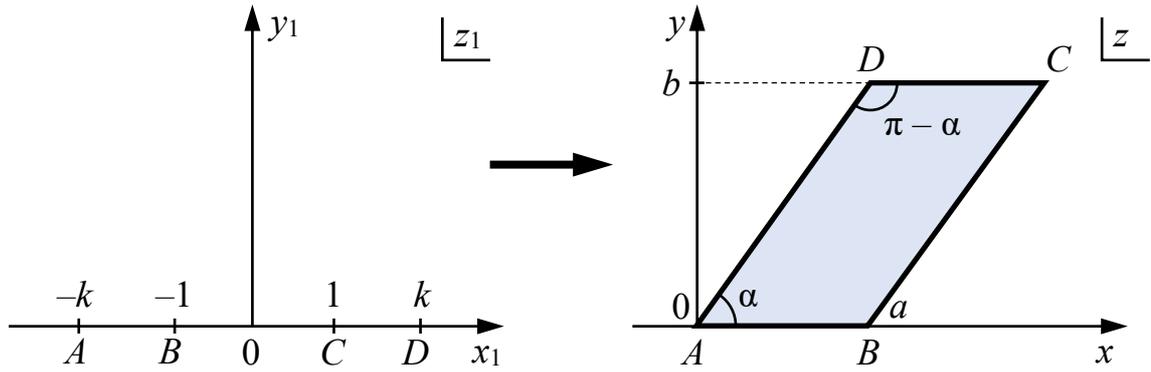


Рисунок 2.6 — Соответствие между точками плоскостей z_1 и z для решения задачи о распределении тока в косоугольной пластине.

Интеграл Шварца-Кристоффеля в таком случае имеет вид:

$$\begin{aligned}
 z &= C \int_0^{z_1} (z_1 + k)^{\frac{\alpha}{\pi}-1} \cdot (z_1 + 1)^{\frac{\pi-\alpha}{\pi}-1} \cdot (z_1 - 1)^{\frac{\alpha}{\pi}-1} \cdot (z_1 - k)^{\frac{\pi-\alpha}{\pi}-1} dz_1 + C_1 = \\
 &= C \int_0^{z_1} \frac{1}{(z_1 + k)(z_1 - 1)} \cdot \left[\frac{(z_1 + k)(z_1 - 1)}{(z_1 - k)(z_1 + 1)} \right]^{\frac{\alpha}{\pi}} dz_1 + C_1. \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Для определения констант C и C_1 снова воспользуемся условиями соответствия границ (рисунок 2.6), которые можно свести к системе уравнений:

$$\begin{cases}
 -a = C \int_1^k \frac{1}{(p+k)(p-1)} \cdot \left[\frac{(p+k)(p-1)}{(p-k)(p+1)} \right]^{\frac{\alpha}{\pi}} dp + C_1, \\
 b \operatorname{ctg} \alpha + ib = C \int_{-1}^1 \frac{1}{(p+k)(p-1)} \cdot \left[\frac{(p+k)(p-1)}{(p-k)(p+1)} \right]^{\frac{\alpha}{\pi}} dp + C_1.
 \end{cases} \quad (2.10)$$

Для получения искомого отображения снова необходимо для данных параметров a , b и α решить систему уравнений (2.10). Однако интеграл (2.9) также не выражается в элементарных функциях.

Таким образом, оба описанных выше преобразования не могут быть выражены в аналитических функциях, а численное решение без сомнений представляет собой

достаточно трудоемкую задачу. Для того, чтобы избежать этих трудностей, мы нашли отображение верхней комплексной полуплоскости на полубесконечную полосу и на полубесконечную косоугольную пластину, а также построили для них распределение потенциала. Затем, выбрав b таким, чтобы распределение в центре пластины было достаточно однородным, обрезали картину и отразили ее относительно оси, проходящей вдоль разреза.

2.2.3. Проводник в форме полубесконечной косоугольной пластины

Прделаем алгоритм, аналогичный описанному выше. Сначала найдем отображение верхней комплексной полуплоскости на полубесконечную полосу, решение задачи (2.6) в которой также тривиально и соответствует однородному распределению плотности тока.

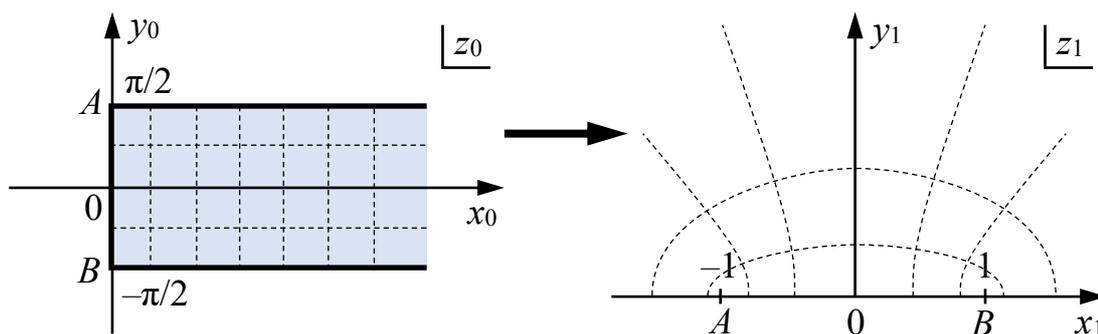


Рисунок 2.7 — Соответствие между точками плоскостей z_1 и z_0 для решения задачи о распределении тока в полубесконечной полосе.

В этом случае интеграл Шварца–Кристоффеля имеет более простой вид по сравнению с (2.7):

$$z_0 = C \int_0^{z_1} (z_1 + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (z_1 - 1)^{-\frac{1}{2}} dz_1 + C_1 = C \int_0^{z_1} \frac{dz_1}{\sqrt{z_1^2 - 1}}. \quad (2.11)$$

Постоянная $C_1 = 0$ в силу соответствия точек, расположенных в началах координат плоскостей z_1 и z_0 . Из условия соответствия границ AB , для которых

$x_1 \in [-1; 1]$ и $y_0 \in [-\pi/2; \pi/2]$ (рисунок 2.7), получаем следующее уравнение для определения константы C :

$$-i\pi = C \int_{-1}^1 \frac{dp}{\sqrt{p^2 - 1}} = -iC\pi. \quad (2.12)$$

Таким образом константа $C = 1$. Для взятия интеграла заменим переменные:

$$t = \frac{z_1}{\sqrt{z_1^2 - 1}}, \quad z_1 = \frac{t}{\sqrt{t^2 - 1}}. \quad (2.13)$$

Интеграл (2.11) с учетом (2.12) и (2.13) записывается в виде:

$$z_0 = \int_0^t \frac{dt}{t^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+t}{1-t} \right). \quad (2.14)$$

Окончательно получаем:

$$\begin{cases} z_0 = \int_0^t \frac{dt}{t^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+t}{1-t} \right), \\ t = \frac{z_1}{\sqrt{z_1^2 - 1}}. \end{cases} \quad (2.15)$$

Для отображения решения задачи о распределении потенциала в полубесконечной пластине на верхнюю комплексную полуплоскость необходимо также найти обратное преобразование, которое нетрудно получить из (2.15):

$$z_1 = i \frac{e^{2z_0} - 1}{2e^{z_0}}. \quad (2.16)$$

Далее, следуя описанному выше алгоритму, получим преобразование верхней комплексной полуплоскости на полубесконечную косоугольную пластину с острым углом α .

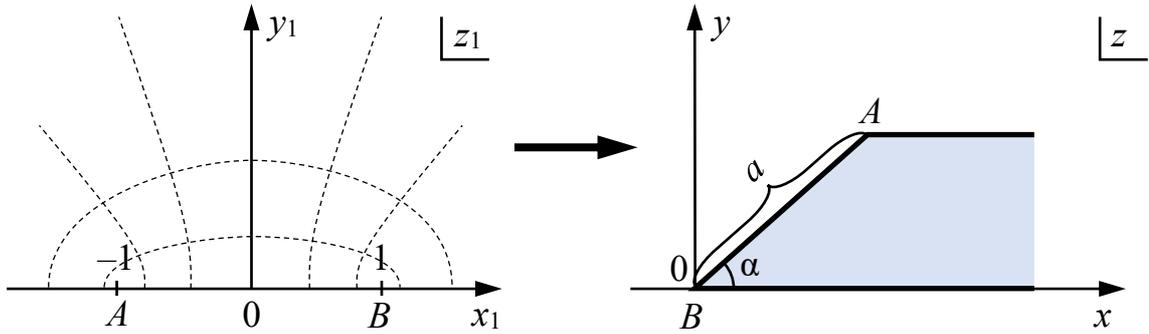


Рисунок 2.8 — Соответствие между точками плоскостей z_1 и z для решения задачи о распределении тока в полубесконечной косоугольной пластине.

Интеграл Шварца–Кристоффеля, записанный в уравнении (2.9), в данном случае также существенно упрощается:

$$\begin{aligned}
 z &= C \int_0^{z_1} (z_1 + 1)^{\frac{\pi-\alpha}{\pi}-1} \cdot (z_1 - 1)^{\frac{\alpha}{\pi}-1} dz_1 + C_1 = \\
 &= C \int_0^{z_1} \frac{1}{z_1 - 1} \left(\frac{z_1 - 1}{z_1 + 1} \right)^{\frac{\alpha}{\pi}} dz_1 + C_1.
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Этот интеграл посчитан в литературе [84, 93]. Опишем кратко его решение, для того чтобы привести результат к единообразным и удобным в данном случае обозначениям. Этот интеграл берется в элементарных функциях лишь в том случае, когда $\alpha/\pi = P/Q$, где $0 < P < Q$, а P и Q — целые числа. С физической точки зрения такое условие не накладывает ограничений на угол α , поскольку любое иррациональное число можно со сколь угодно большой точностью приблизить рациональным.

Используя замену

$$t = \left(\frac{z_1 + 1}{z_1 - 1} \right)^{\frac{1}{Q}}, \tag{2.18}$$

интеграл сводится к рациональному:

$$z = -QC \int_0^t \frac{t^{Q-1}}{t^P(t^Q - 1)} dt + C_1. \quad (2.19)$$

Вычислив интеграл (2.19) и получив преобразование $z = z(z_1)$, константы C и C_1 определяются из условий соответствия вершин A и B (рисунок 2.8):

$$\begin{cases} 0 = z(1), \\ ae^{i\alpha} = z(-1). \end{cases} \quad (2.20)$$

Рассмотрим случай, когда острый угол косоугольной пластины $\alpha = 45^\circ$. В таком случае $P = 1$, $Q = 4$. Тогда, используя замену (2.18), получим:

$$\begin{aligned} z &= C \int_0^{z_1} \frac{1}{z_1 - 1} \left(\frac{z_1 - 1}{z_1 + 1} \right)^{\frac{1}{4}} dz_1 + C_1 = -4C \int \frac{t^2}{t^4 - 1} dt + C_1 = \\ &= C \left[\ln \frac{1+t}{1-t} - 2 \operatorname{arctg} t \right] + C_1. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Учитывая, что

$$\operatorname{arctg} t = -\frac{i}{2} \ln \frac{1+it}{1-it}, \quad (2.22)$$

было получено:

$$z = C \left[\ln \frac{1+t}{1-t} + i \ln \frac{1+it}{1-it} \right] + C_1. \quad (2.23)$$

Определим константы C и C_1 из условия соответствия вершин A и B . Для вершины A имеем $z_1 = -1$, следовательно $t = 0$. А для точки B , соответственно, $z_1 = 1$, поэтому $1/t \rightarrow 0$. Таким образом, получаем систему уравнений, аналогичную (2.20):

$$\begin{cases} 0 = C \left[\ln \frac{1/t + 1}{1/t - 1} + i \ln \frac{1/t + i}{1/t - i} \right] + C_1 = -C\pi(i + 1) + C_1, \\ ae^{\frac{i\pi}{4}} = C \left[\ln \frac{1+t}{1-t} + i \ln \frac{1+it}{1-it} \right] + C_1 = C_1. \end{cases} \quad (2.24)$$

Решив систему (2.24), получаем:

$$C = \frac{a\sqrt{2}}{2\pi}, \quad C_1 = \frac{a\sqrt{2}}{2}(i + 1). \quad (2.25)$$

Окончательное преобразование, отражающее полубесконечную полосу на полубесконечную косоугольную пластину с острым углом $\alpha = 45^\circ$ имеет вид:

$$\begin{cases} z = \frac{a\sqrt{2}}{2\pi} \left[\ln \frac{1+t}{1-t} + i \ln \frac{1+it}{1-it} \right] + \frac{a\sqrt{2}}{2}(1+i), \\ t = \left(\frac{z_1 + 1}{z_1 - 1} \right)^{\frac{1}{4}}, \\ z_1 = i \frac{e^{2z_0} - 1}{2e^{z_0}}. \end{cases} \quad (2.26)$$

На рисунке 2.9 приведена картина силовых линий и эквипотенциалей, полученная с помощью этого отображения при $a = \sqrt{2}$. Согласно закону Ома, вектор плотности тока в однородном изотропном проводнике сонаправлен с вектором напряженности, поэтому силовые линии являются также и линиями тока в таком проводнике.

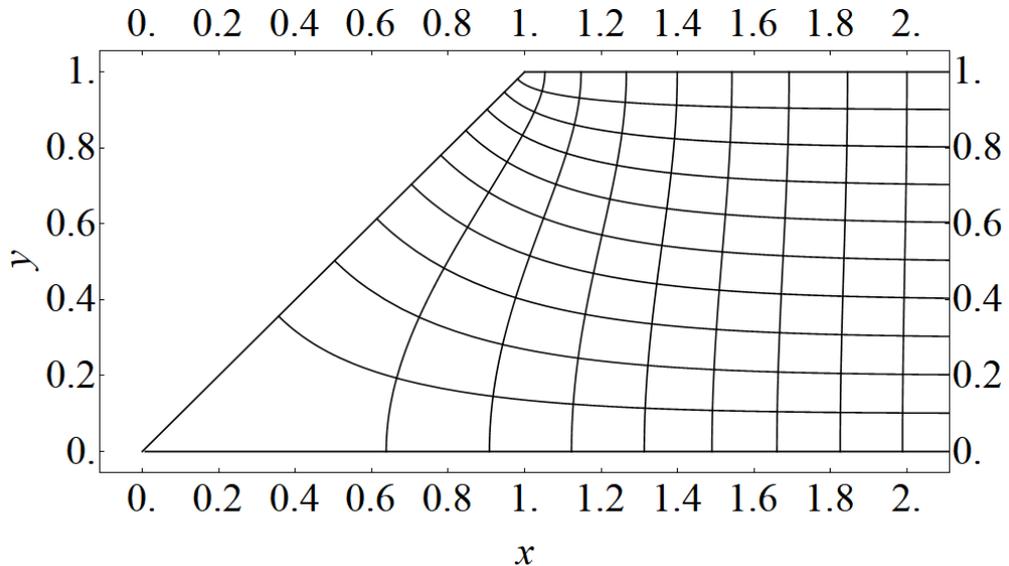


Рисунок 2.9 — Силовые линии и эквипотенциали для полубесконечной косоугольной пластины с острым углом $\alpha = 45^\circ$.

Из соображений симметрии следует, что при точном решении задачи для косоугольной пластины, имеющей длину L вдоль оси x , эквипотенциаль при

$x = L / 2$ должна представлять собой прямую линию, перпендикулярную оси x , а линии тока должны пересекать ее под прямым углом. При приближенном решении для полубесконечной пластины эквипотенциаль будет отклоняться от перпендикуляра при $x = L / 2$, а линия тока, проходящая через центр эквипотенциали при точном решении, будет смещена в данном случае на некоторую величину δy вдоль оси y (рисунок 2.10). Тогда при двойном зеркальном отражении решения относительно прямых $x = L / 2$ и $y = a\sqrt{2} / 4$ и последующем «сшивании» центральные линии тока пересекут соответствующую эквипотенциаль на расстоянии $2\delta y$. Эту величину, разделенную на ширину проводника вдоль оси y , будем использовать для оценки погрешности при «сшивании» решений:

$$\xi = \frac{2\delta y}{a\sqrt{2}/2} = 2\sqrt{2} \frac{\delta y}{a}. \quad (2.27)$$

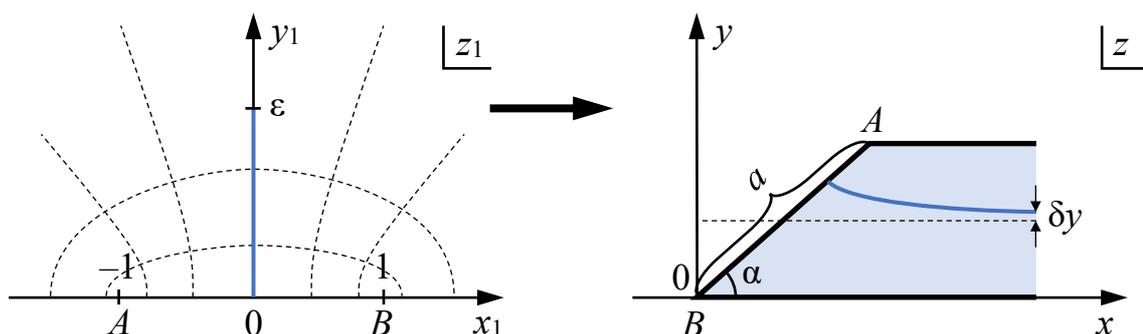


Рисунок 2.10 — Определение погрешности для проводника в виде полубесконечной косоугольной пластины.

Из соответствия точек следует, что прямая $x_1 = 0$ на плоскости z_1 является линией тока, которая при точном решении должна пересечь центр эквипотенциали, проходящей вдоль прямой $x = L / 2$ на плоскости z . Тогда, подставив $z_1 = i\epsilon$ в уравнение $z = z(z_1)$, выраженное из (2.26), получим:

$$\frac{L}{2} = \operatorname{Re}[z(i\epsilon)], \quad \delta y = \operatorname{Im}[z(i\epsilon)] - \frac{a\sqrt{2}}{4}. \quad (2.28)$$

Определив относительную погрешность ξ из (2.27) и (3.28) и введя безразмерный параметр отношения длины L косоугольной пластины вдоль оси x к ширине вдоль оси y

$$\sigma = \frac{L}{a\sqrt{2}/2} = \frac{L\sqrt{2}}{a} = \frac{2b}{a} + 1, \quad (2.29)$$

построим график зависимости $\xi(\sigma)$ на рисунке 2.11.

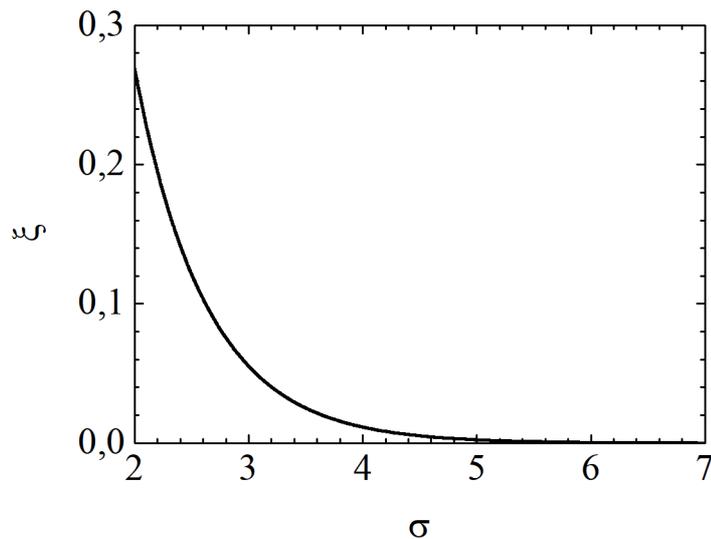


Рисунок 2.11 — Зависимость относительной погрешности ξ от безразмерного параметра σ для косоугольной пластины.

Отметим, что при $\sigma > 5$ величина относительной погрешности ξ , выраженная в процентах, не превышает 0,2 %. Картина линий тока и эквипотенциалей, построенная по формулам (2.26) с учетом зеркального отражения и «сшивания» для проводника с размерами $a = \sqrt{2}$ и $\sigma = 5$ представлена на рисунке 2.12.

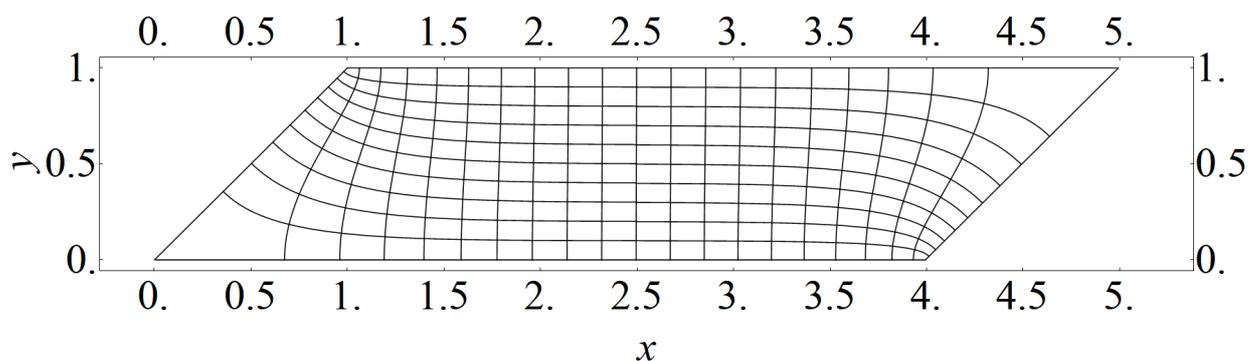


Рисунок 2.12 — Картина линий тока и эквипотенциалей для проводника в форме косоугольной пластины.

Полученное решение имеет очень важное значение с точки зрения контроля точности, так как при численном решении аналогичной задачи в рассматриваемом элементе возникают сингулярности в области тупых углов (рисунок 2.12). Наличие точного аналитического решения позволяет выполнить правильную регуляризацию таких особых областей и получить корректное численное решение задачи.

§ 2.3. Влияние АМР эффекта на распределение тока

Рассмотрим подробнее особенности прохождения электрического тока в магниторезистивном элементе, представляющем собой пластину косоугольной формы. Удельное сопротивление в произвольной точке такого элемента зависит от ориентации вектора намагниченности относительно вектора плотности тока. Следовательно, в такой анизотропной среде уравнение Лапласа (2.1) не выполняется и решение задачи описанным выше методом сопряженных функций не представляется возможным. Однако можно показать, что в такой среде с АМР эффектом распределение электрического потенциала U удовлетворяет обобщенному уравнению Лапласа [94], вывод и анализ которого представлен ниже.

2.3.1. Обобщенное уравнение Лапласа

Хорошо известно [71], что в случае стационарного движения зарядов в проводнике, т.е. при постоянном токе, распределение плотности тока \vec{j} не зависит от времени и подчиняется уравнению

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0. \quad (2.30)$$

В анизотропной среде направления векторов \vec{E} и \vec{j} в общем случае не совпадают и связаны друг с другом соотношением:

$$E_i = \rho_{ik} \cdot j_k, \quad (2.31)$$

где ρ_{ik} – тензор удельного сопротивления. В магнитоупорядоченной среде возникает АМР-эффект, обусловленный механизмами рассеяния спин-поляризованных носителей заряда в проводнике при протекании тока [63]. Рассмотрим область поликристалла с однородным распределением намагниченности, по которому протекает электрический ток. В работе [4] было показано, что величина АМР-эффекта в отсутствие внешнего магнитного поля зависит только от взаимной ориентации векторов намагниченности \vec{M} и плотности тока \vec{j} в произвольной точке проводника. Связь напряженности электрического поля \vec{E} и плотности тока \vec{j} в векторном виде может быть задана следующим образом:

$$\vec{E} = \rho_{\perp} \vec{j} + (\rho_{\parallel} - \rho_{\perp})(\vec{j} \cdot \vec{m}) \cdot \vec{m} + \rho_H [\vec{m} \times \vec{j}], \quad (2.32)$$

где \vec{m} – единичный вектор, совпадающий по направлению с вектором намагниченности \vec{M} в среде; ρ_{\perp} и ρ_{\parallel} – удельные сопротивления при протекании тока в направлениях, перпендикулярном вектору \vec{m} и параллельном ему соответственно; ρ_H – удельное холловское сопротивление. Последнее слагаемое в уравнении (2.32) определяет аномальное холловское электрическое поле [95]. Ввиду того, что в данной диссертации рассматриваются тонкие пленки, в которых векторы намагниченности и плотности тока лежат в плоскости пленки, аномальное

холловское электрическое поле направленно перпендикулярно поверхности проводника и не влияет на распределение потенциала в его плоскости.

Введем систему координат в соответствии с рисунком 2.4 таким образом, чтобы плоскость пленки совпадала с плоскостью OXY . Тогда проекции плотности тока j_x и j_y могут быть выражены через проекции вектора напряженности электрического поля E_x и E_y следующим образом:

$$\begin{aligned} j_x &= \frac{1}{\rho_{\perp}} [(1 - \beta m_x^2) E_x - \beta m_x m_y E_y], \\ j_y &= \frac{1}{\rho_{\perp}} [-\beta m_x m_y E_x + (1 - \beta m_y^2) E_y], \end{aligned} \quad (2.33)$$

где $\beta = \Delta\rho/\rho_{\parallel} = \rho_{\parallel} - \rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$. Подставив (2.33) в (2.30), учитывая

$$\vec{E} = -\text{grad } U, \quad (2.34)$$

получаем обобщенное уравнение Лапласа для потенциала электрического поля внутри магниторезистивного элемента при наличии в данном элементе неоднородного стационарного распределения плотности электрического тока:

$$\begin{aligned} (1 - \beta m_x^2) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\beta m_x m_y \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + (1 - \beta m_y^2) \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \\ - \beta \left(2m_x \frac{\partial m_x}{\partial x} + m_x \frac{\partial m_y}{\partial y} + m_y \frac{\partial m_x}{\partial y} \right) \frac{\partial U}{\partial x} - \\ - \beta \left(2m_y \frac{\partial m_y}{\partial y} + m_y \frac{\partial m_x}{\partial x} + m_x \frac{\partial m_y}{\partial x} \right) \frac{\partial U}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Полученное дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных вида $AU_{xx} + BU_{xy} + CU_{yy} + \dots = 0$ является эллиптическим, так как:

$$\left(\frac{B}{2}\right)^2 - AC = \beta - 1 < 0. \quad (2.36)$$

В общем случае уравнение (2.35) является нелинейным, так как \vec{m} является функцией $\vec{m}(U, \vec{H}, x, y)$, где \vec{H} – вектор напряженности внешнего магнитного поля. Однако, ввиду малого влияния распределения потенциала U на \vec{m} в случае малых

токов, протекающих через образец, будем считать, что \vec{m} зависит только от величины и ориентации внешнего магнитного поля, т.е. $\vec{m} = \vec{m}(\vec{H}, x, y)$.

Аналогично (2.6), запишем граничные условия для решения задачи в исследуемой области, изображенной на рисунке 2.4. Условия для потенциала U на границах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ остаются в прежнем виде:

$$U(x, y)|_{(x, y) \in \partial\Omega_1} = U_1, \quad U(x, y)|_{(x, y) \in \partial\Omega_2} = U_2. \quad (2.37)$$

Из условия отсутствия тока через верхнюю и нижнюю границы пластины $\partial\Omega_3$ и $\partial\Omega_4$ следует, что вертикальная составляющая плотности тока j_y на указанных границах должна равняться нулю:

$$\begin{aligned} j_y|_{(x, y) \in \partial\Omega_3, \partial\Omega_4} &= 0, \\ -\beta m_x m_y \frac{\partial U}{\partial x} + (1 - \beta m_y^2) \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{(x, y) \in \partial\Omega_3, \partial\Omega_4} &= 0. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Уравнение (2.35) с граничными условиями (2.37) и (2.38) представляет собой задачу смешанного типа Дирихле-Неймана и исследуется в данной диссертации в различных случаях.

2.3.2. Сравнение с аналитическим решением

Рассмотрим численное решение уравнения (2.35) в области косоугольной пластины в частном случае пренебрежения АМР эффектом ($\beta = 0$) и сравним с полученным ранее аналитическим решением задачи. Уравнение (2.35) в таком случае примет вид стандартного уравнения Лапласа (2.1).

Введем в области Ω равномерную сетку с шагом δh по координатам x и y . Для аппроксимации дифференциальных операторов $\partial^2 U / \partial x^2$ и $\partial^2 U / \partial y^2$ был использован шаблон, изображенный на рисунке 2.13:

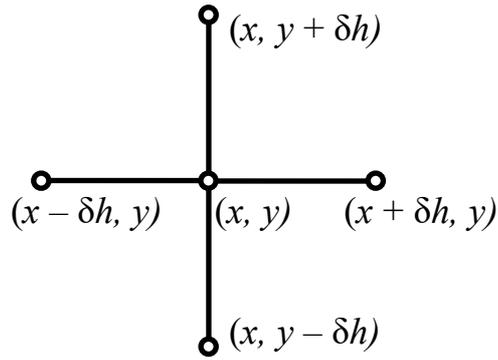


Рисунок 2.13 — Шаблон схемы для численного решения уравнения Лапласа.

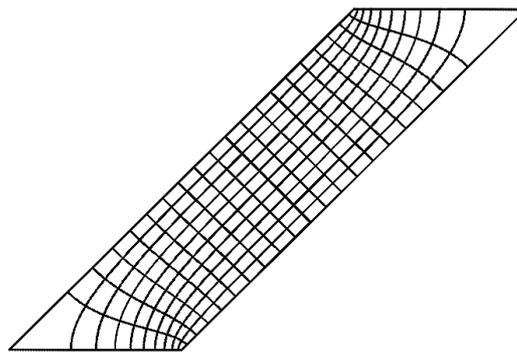
Разностная аппроксимация уравнения (2.1) выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{U(x + \delta h, y) - 2U(x, y) + U(x - \delta h, y)}{\delta h^2} + \\ & + \frac{U(x, y + \delta h) - 2U(x, y) + U(x, y - \delta h)}{\delta h^2} = 0. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Разностная аппроксимация граничных условий Неймана (2.38) при $\beta = 0$ для верхней и нижней границ $\partial\Omega_3$ и $\partial\Omega_4$ соответственно:

$$\begin{aligned} & \left. \frac{U(x, y) - U(x, y - \delta h)}{\delta h} \right|_{(x, y) \in \partial\Omega_3} = 0, \\ & \left. \frac{U(x, y + \delta h) - U(x, y)}{\delta h} \right|_{(x, y) \in \partial\Omega_4} = 0. \end{aligned} \quad (2.40)$$

На рисунке 2.14 показано сравнение аналитического и численного решений при $\sigma = 5$.



а)

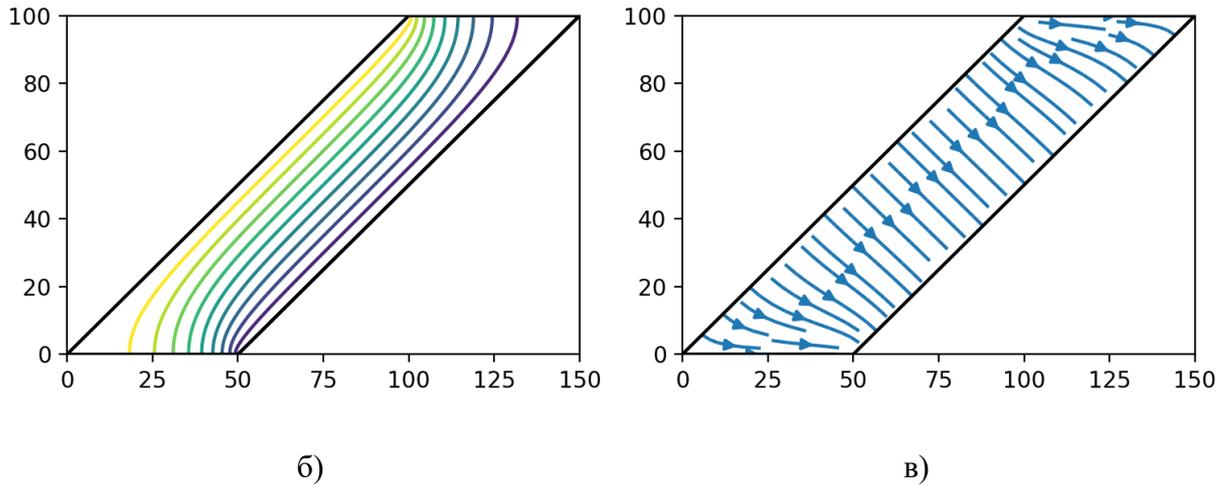


Рисунок 2.14 — Распределение эквипотенциалей и линий тока в косоугольной пластине.

а) – аналитическое решение, при $\sigma = 5$;

б) и в) – численное решение при $\sigma = 5$, $a = 50$, $b = 100$, $\delta h = 1$.

Сравнивая результаты, можно отметить хорошее сходство аналитического и численного решения, что говорит о корректном выборе разностной аппроксимации для указанной задачи.

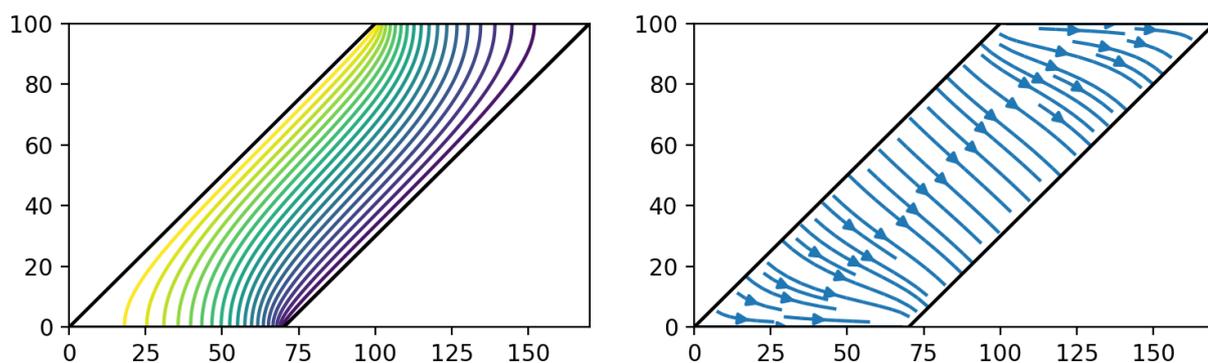
2.3.3. Влияние АМР эффекта без внешнего магнитного поля

В реальных устройствах косоугольная пластина, изображенная на рисунке 2.4, является частью длинной тонкой магниторезистивной пленки малой толщины (рисунок 2.1). Таким образом, в случае отсутствия внешнего магнитного поля ($\vec{H} = 0$), магниторезистивная пленка практически однородно намагничена вдоль оси x , т.е. $m_x = 1$, $m_y = 0$. Учет АМР-эффекта в таком случае приводит к видоизмененному уравнению Лапласа (2.1):

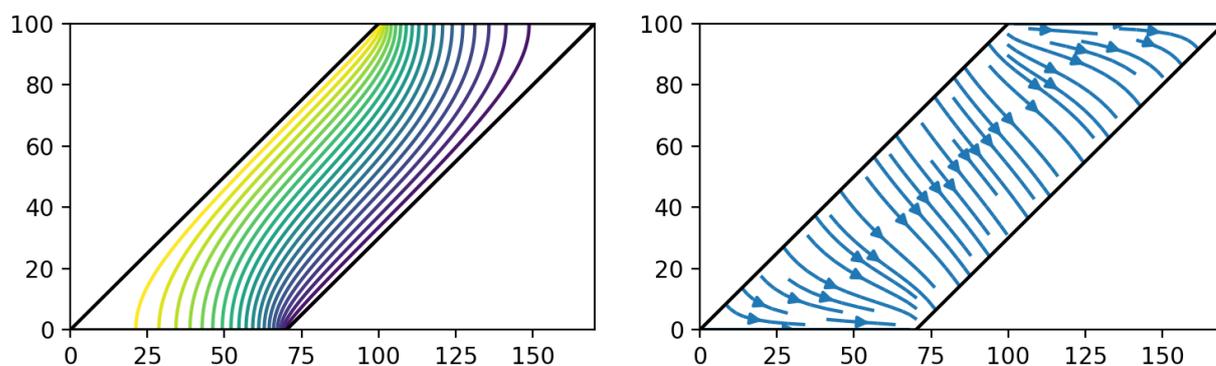
$$(1 - \beta) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \quad (2.41)$$

Численное решение уравнения (2.41) для потенциала U с граничными условиями (2.37) и (2.38) в рассматриваемой области на рисунке 2.4 представлено на рисунке 2.15 в виде эквипотенциальных линий и линий тока для различных

параметров β . Отметим, что величина АМР-эффекта образцов, известных на данный момент, в редких случаях превышает 5 % [96], что соответствует $\beta \approx 0,05$. Однако не исключено, что в будущем могут быть обнаружены материалы с бóльшим АМР эффектом, поэтому в данной диссертации исследовались распределения потенциала и плотности тока в случаях, когда величинах АМР-эффекта превосходит 5 %. Для исследований была выбрана область Ω с размерами $a = 7$ мкм и $b = 10$ мкм (рисунок 2.4), что соответствует реальным параметрам образцов, используемых в конструкции датчиков типа «barber-pole» [81].



а)



б)

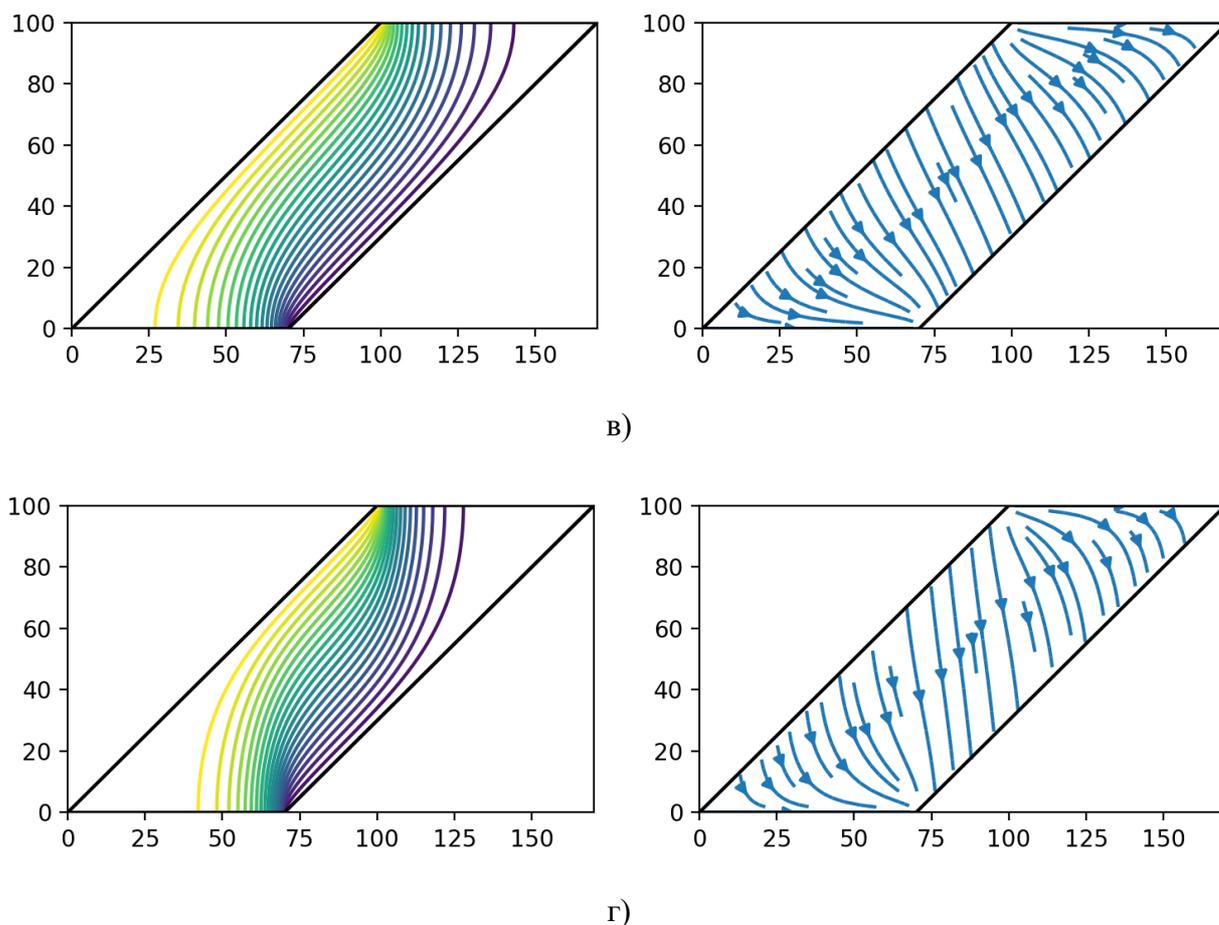


Рисунок 2.15 — Распределение потенциала и плотности тока для параметров
 а) $\beta = 0$; б) $\beta = 0,3$; в) $\beta = 0,6$; г) $\beta = 0,9$. Размеры пластины $a = 7$ мкм, $b = 10$ мкм.

На рисунке 2.15 а) показано распределение плотности тока и потенциала в случае, когда $\beta = 0$, т.е. АМР-эффект отсутствует. Это соответствует решению стандартного уравнения Лапласа $\Delta U = 0$ в указанной области. С увеличением параметра β на рисунке 2.15 б)-г) можно заметить, что распределение тока существенным образом меняется, при этом в центральной части пластины вектор плотности тока отклоняется ближе к вертикальному направлению. Это связано с тем, что $\rho_{\parallel} > \rho_{\perp}$, т.е. удельное сопротивление минимально при протекании тока в направлении оси y . Для наглядности был построен график зависимости угла θ между направлением тока в центральной области проводника и осью x от параметра β (рисунок 2.16).

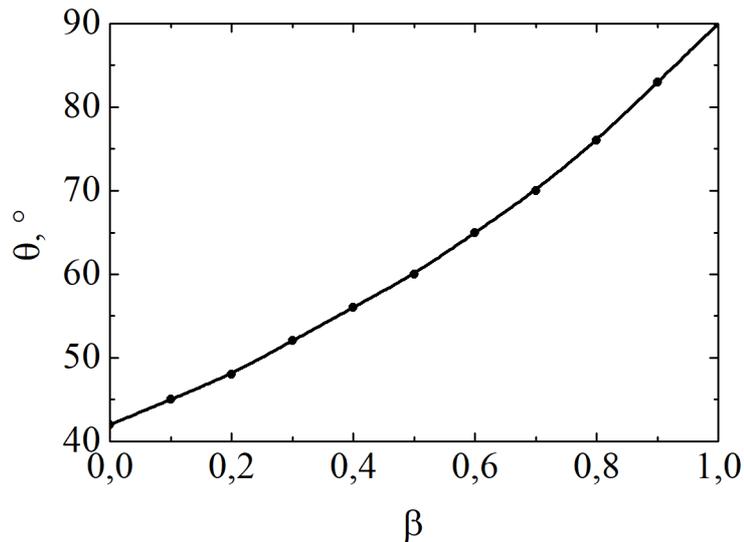


Рисунок 2.16 — Зависимость угла θ между направлением тока в центральной области проводника и осью x от параметра β .

2.3.4. Расчет полного сопротивления

Для расчета электрического сопротивления образца, помимо разности потенциалов $U_1 - U_2$, которые задаются в виде граничных условий в уравнениях (2.37), необходимо знать силу тока, протекающего через поперечное сечение исследуемой области магниторезистивного материала. В данном случае задача не является тривиальной, так как для ее решения необходимо знать распределение потенциала вдоль всей поверхности пластины. В предыдущих главах было показано решение задачи по поиску распределения потенциала, из которого можно получить распределение плотности тока при помощи формул (2.33). Для удобства введем параметр безразмерного сопротивления r :

$$r = \frac{R}{\rho_{\perp}/h}, \quad (2.42)$$

где R – полное сопротивление пластины и h – ее толщина. На рисунке 2.17 показан график зависимости безразмерного сопротивления r от параметра β .

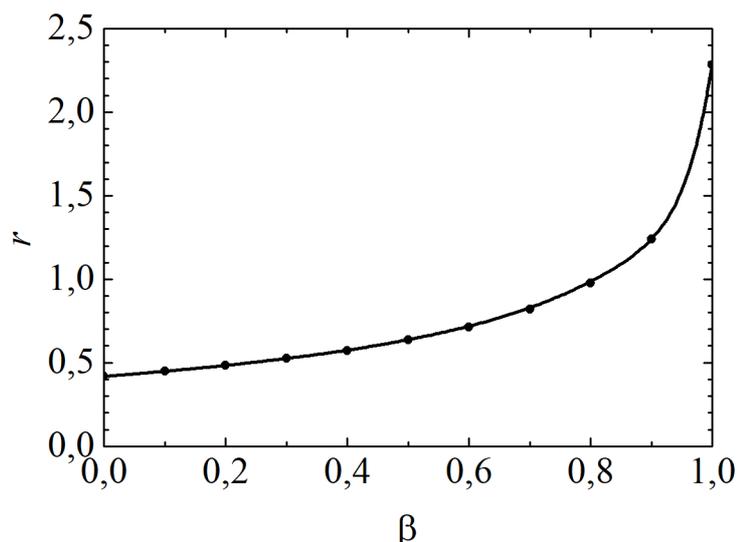


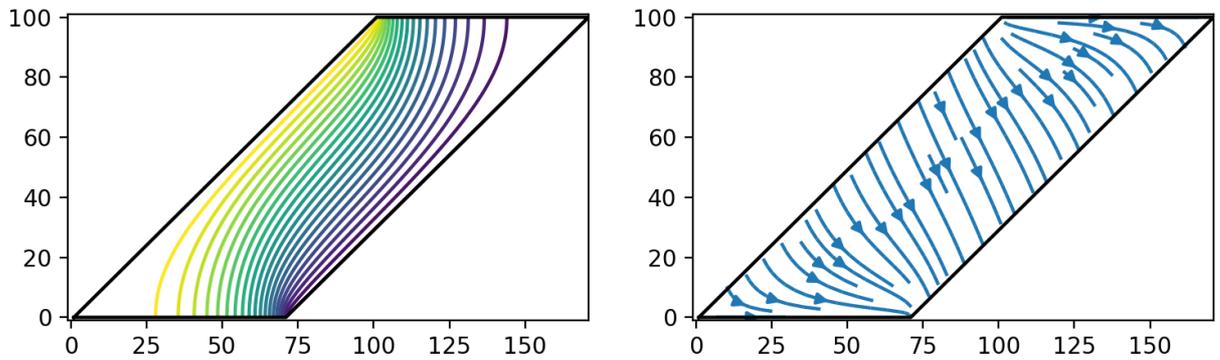
Рисунок 2.17 — Зависимость безразмерного сопротивления r от параметра β .

Отметим, что при $\beta = 0$ безразмерное сопротивление $r = 0,418$, а при $\beta = 0,05$ получаем $r = 0,433$. Таким образом учет влияния АМР-эффекта на распределение потенциала в пластине привел к изменению полного сопротивления образца на 3,6 % по сравнению с аналогичным решением стандартного уравнения Лапласа. Это соизмеримо с величиной АМР эффекта 5 % для такого случая, что показывает важность учета анизотропии при расчете распределения токов в подобных образцах.

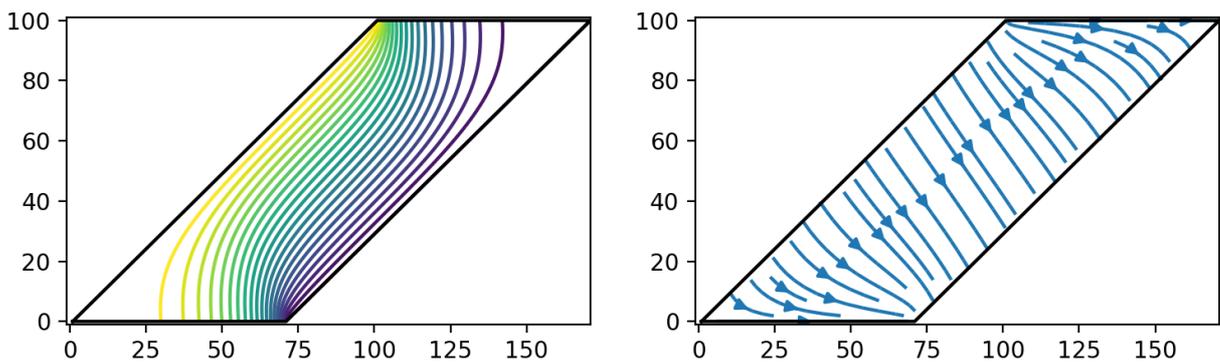
2.3.5. Влияние АМР эффекта и внешнего магнитного поля

Наличие внешнего магнитного поля \vec{H} приводит к изменению распределения намагниченности в пленке, которое становится неоднородным, т.е. $\vec{m} = \vec{m}(\vec{H}, x, y)$. Теория неоднородного распределения намагниченности описана в § 1.1. Изменение распределения вектора \vec{M} в пленке в свою очередь влияет на распределение потенциала, которое удовлетворяет уравнению (2.35). Результатом такого влияния является также и изменение распределения плотности тока в исследуемой косоугольной пластине и полного сопротивления образца. Таким образом достигается возможность управления протеканием тока в образце

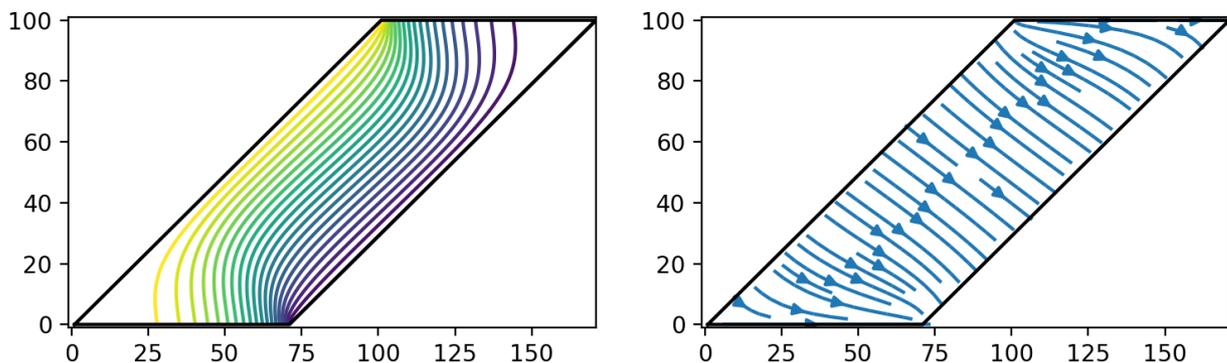
внешним магнитным полем \vec{H} . В качестве примера были рассмотрены зависимости распределений линий тока и эквипотенциальных линий от проекции внешнего магнитного поля H_y , направленного перпендикулярно ОЛН вдоль оси y на рисунке 2.4 при $\beta = 0,6$.



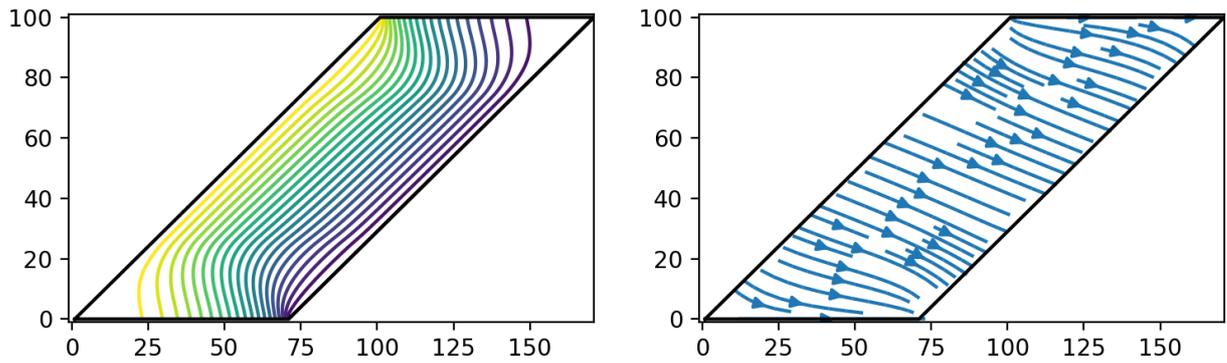
а)



б)



в)



г)

Рисунок 2.18 — Распределение потенциала и плотности тока для параметров $\beta = 0,6$; а) $H_y = 0$; б) $H_y = 20$ Э; в) $H_y = 40$ Э; г) $H_y = 60$ Э. Размеры пластины $a = 7$ мкм, $b = 10$ мкм.

На основе анализа графиков можно увидеть, что с увеличением внешнего магнитного поля H_y направление тока в центральной части исследуемой области также меняется, однако характер изменения противоположен рассмотренному ранее случаю. Внешнее магнитное поле, направленное перпендикулярно длинной стороне пленки, вызывает отклонение вектора намагниченности в ней, причем распределение намагниченности в таком случае окажется неоднородным вдоль оси y . Вследствие АМР-эффекта вектор плотности тока отклоняется в сторону горизонтального направления.

2.3.6. Сравнение с упрощенной моделью

Расчёт сопротивления пластины проводился в случае, когда параметр $\beta = 0,02$, что соответствует известным на данный момент образцам [96], которые активно используются в производстве датчиков магнитного поля. Исследовалась зависимость безразмерного сопротивления r (2.42) косоугольной пластины от проекции внешнего магнитного поля H_y , направленного вдоль и против оси y на рисунке 2.4.

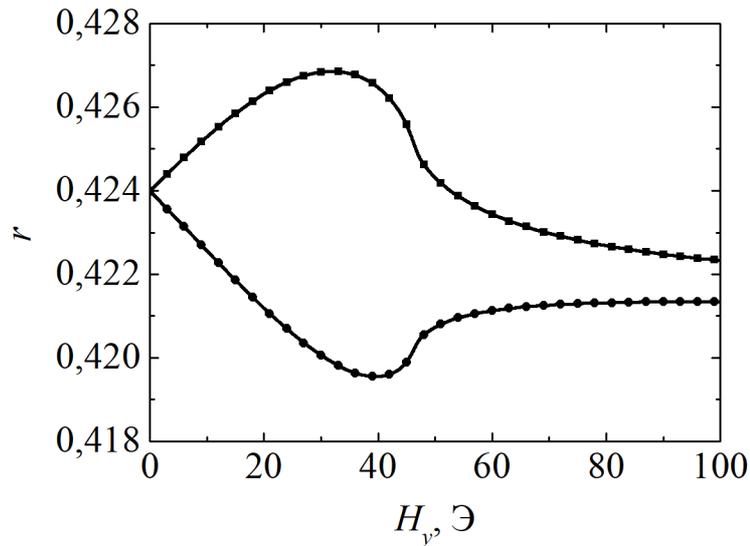


Рисунок 2.19 — Зависимость безразмерного сопротивления r от модуля внешнего магнитного поля H_y , направленного вдоль оси y (нижняя кривая) и против оси y (верхняя кривая).

На рисунке 2.19 можно видеть, что линейные участки кривых при малом магнитном поле до 15 Э идут практически под одним углом, однако затем кривые выходят на максимальное и минимальное значения. С увеличением магнитного поля свыше 80 Э полоска практически полностью переманивается в вертикальном направлении, поэтому сопротивление в обоих случаях стремится к некоторому новому значению, которое отличается от первоначального. Следует особо отметить, что кривые не симметричны, в отличие от упрощенного случая, рассматриваемого в § 2.1. Данный эффект является следствием неоднородности распределения тока в среде с анизотропией сопротивления и не может быть получен в случае пренебрежения влиянием АМР эффекта на распределение тока.

Учет этого эффекта позволяет также получить теоретические графики зависимости относительного выходного напряжения датчика “barber-pole” U_{out} / U_{in} от величины внешнего магнитного поля H , аналогично представленным на рисунке 2.3. Как и ранее, экспериментальные результаты соответствуют образцу с параметрами: $a = 7$ мкм, $b = 10$ мкм и $c = 3$ мкм (см. рисунок 2.1).

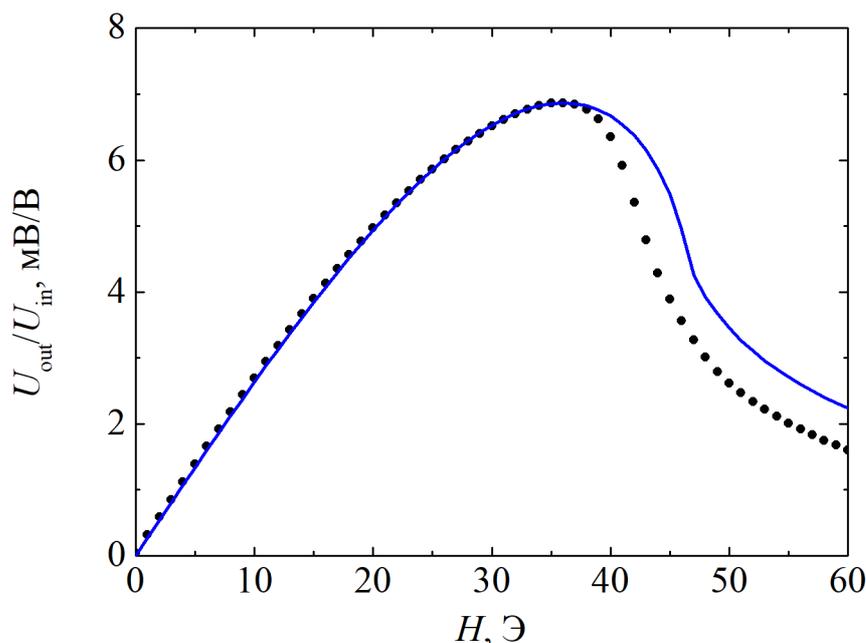


Рисунок 2.20 — Экспериментальная (точки) и теоретическая (линия) зависимости относительного выходного напряжения датчика “barber-pole” от величины внешнего магнитного поля H с учетом неоднородного распределения тока.

Сравнивая теоретические графики на рисунках 2.20 и 2.3 заметим, что в случае модели неоднородного протекания тока форма кривой до 38 Э и положение максимума в точности совпадает с экспериментом. Форма теоретической кривой при $H > 38$ Э также качественно лучше совпадает с экспериментальной в случае модели неоднородного тока, хотя есть количественные несовпадения. Возможно, данные несовпадения обусловлены эффектом влияния собственного тока датчика “barber-pole”, который был обнаружен ранее и описан в работе [81].

§ 2.4. Датчики магнитного поля типа «елочка»

Другим элементом спинтроники, для которого удалось применить разработанные теоретические модели и провести сравнение с экспериментом стали датчики магнитного поля типа «елочка» [97]. Основными магниточувствительными элементами такого датчика являются полоски на основе сплава FeNiCo, с 6- и 20%-ным содержанием кобальта толщиной порядка $h = 25$ нм,

длиной $l = 300$ мкм и шириной $b = 20$ мкм. Датчик представляет собой мостовую схему, каждое плечо которой состоит из нескольких магниторезистивных полосок, соединенных последовательно низкорезистивными немагнитными перемычками. Схема датчика показана на рисунке 2.21.

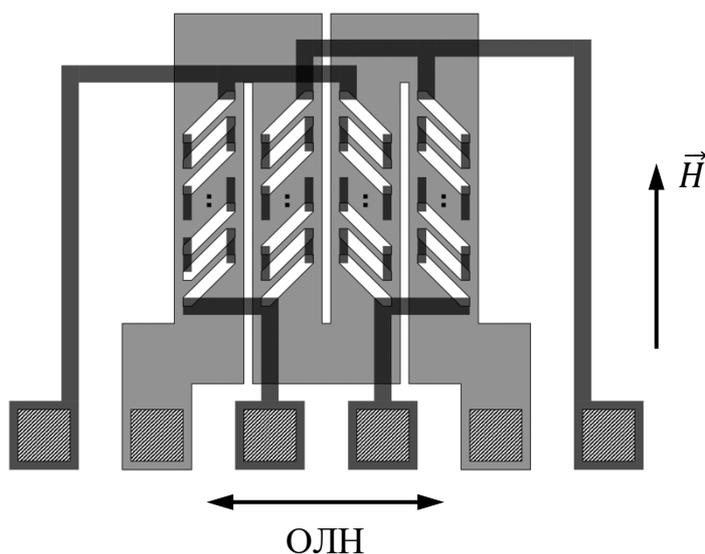


Рисунок 2.21 — Схема датчика типа «елочка». Магниторезистивные полоски FeNiCo отмечены белым цветом.

В работе [98] рассмотрены результаты экспериментальных исследований характеристик датчика с нечетной передаточной характеристикой с полосками, расположенными под углами $\pm 45^\circ$ относительно ОЛН (рисунок 2.21). Ось чувствительности датчика, вдоль которой подается внешнее магнитное поле \vec{H} , направлена перпендикулярно ОЛН. При воздействии внешнего магнитного поля, распределение намагниченности в каждой полоске меняется, причем в двух рядах магниторезистивных полосок угол между вектором намагниченности и ОЛН увеличивается, а в двух других – уменьшается. Следовательно, увеличиваются и уменьшаются углы между векторами намагниченности и направлениями тока в полосках. Таким образом на выходе мостовой схемы датчика магнитного поля появляется выходное напряжение U_{out} , полярность которого зависит от направления измеряемого магнитного поля.

Используя модель одномерной неоднородности, описанную в § 1.1, удалось получить теоретические зависимости выходного напряжения U_{out} датчика от величины внешнего магнитного поля H . В теоретических расчетах для датчика на основе пленок с составом FeNiCo_6 использовались параметры $M_s = 875$ Гс, $H_a = 8$ Э; для пленок с составом FeNiCo_{20} – $M_s = 1050$ Гс, $H_a = 15$ Э.

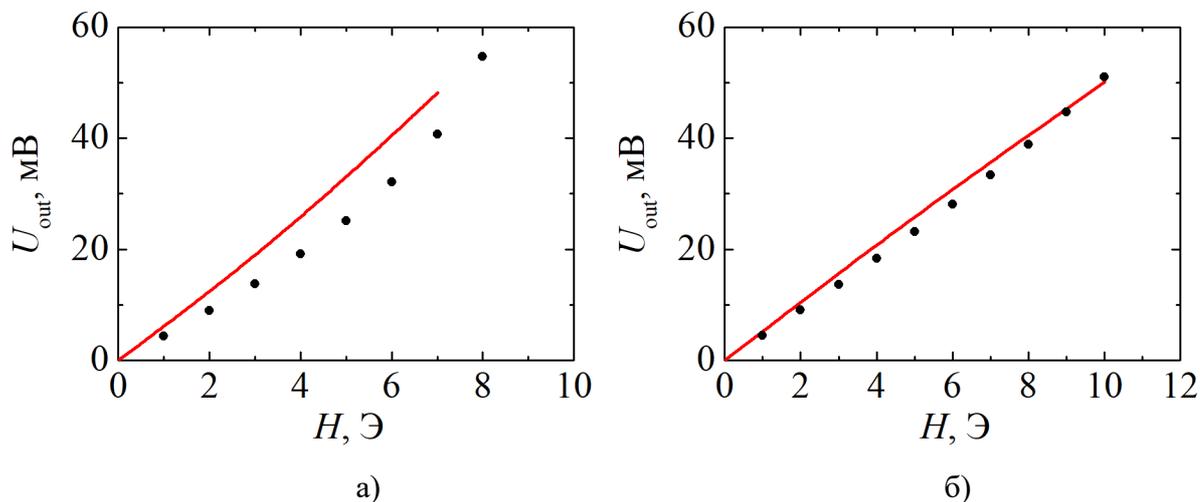


Рисунок 2.22 — Экспериментальная (линия) и теоретическая (точки) зависимости выходного напряжения U_{out} датчика от величины внешнего магнитного поля H . Рассматривались датчики на основе пленок с составами FeNiCo_6 (а) и FeNiCo_{20} (б).

Сравнивая графики на рисунке 2.22 можно отметить, что разработанная теория одномерной неоднородности согласуется с экспериментальными данными и приводит к хорошему совпадению теоретической и экспериментальной кривых.

§ 2.5. Основные результаты главы

1. Теоретические расчеты зависимостей выходного напряжения датчика “barber-pole”, основанные на модели одномерной неоднородности распределения намагниченности и однородного распределения тока, точно описывают ход экспериментальной кривой при малых полях (до 20 Э).
2. Решено двумерное уравнение Лапласа для электрического потенциала в области косоугольного магниторезистивного элемента. Представленное аналитическое решение, полученное в рамках метода сопряженных функций

и конформных преобразований, позволяет контролировать точность численного решения аналогичной задачи.

3. Учет АМР эффекта приводит к более сложному обобщенному уравнению Лапласа, решение которого в рамках метода сопряженных функций не представляется возможным. Численное решение уравнения позволило обнаружить асимметрию в графиках зависимостей сопротивления элемента от внешнего магнитного поля (рисунок 2.19).
4. Помимо обнаружения данного эффекта, учет АМР свойств позволил также получить более точные графики выходных характеристик датчика магнитного поля со структурой “barber-pole”, которые лучше согласуются с экспериментом по сравнению с упрощенной моделью однородного протекания тока в образце.
5. Применение модели одномерной неоднородности для исследования датчика магнитного поля со структурой типа «елочка» также согласуется с экспериментальными данными и приводит к хорошему совпадению расчетной и экспериментальной кривых зависимости выходного напряжения от внешнего поля.

ГЛАВА 3. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ К СПИН-ТУННЕЛЬНЫМ МАГНИТОРЕЗИСТИВНЫМ ЭЛЕМЕНТАМ

Результаты этой главы опубликованы в работе [99, 102].

Объектом исследования является спин-туннельный переход в форме эллипса, поперечная структура и состав которого представлены на рисунке 3.1, а также зависимость его сопротивления от внешнего магнитного поля [99].

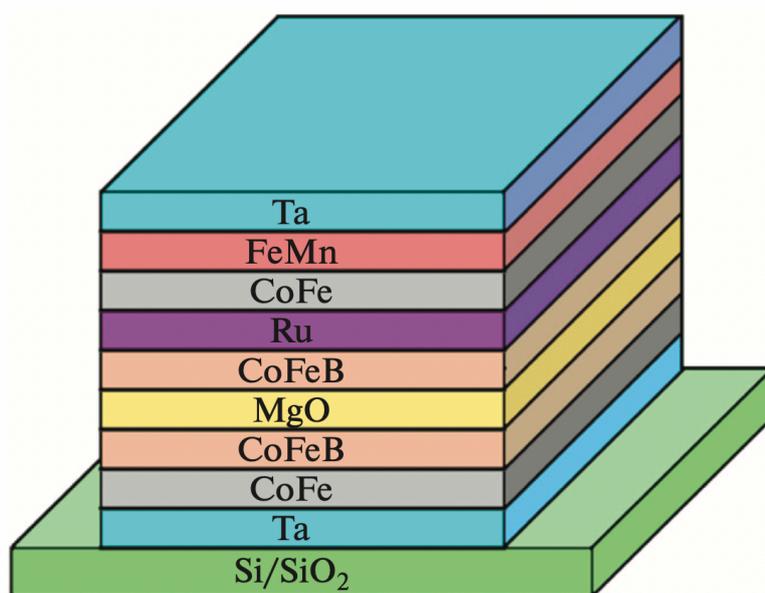


Рисунок 3.1 — Эскиз спин-туннельного перехода со структурой вида Si/SiO₂ / Ta (10 нм) / CoFe (2 нм) / CoFeB (3 нм) / MgO (3,5 нм) / CoFeB (3 нм) / Ru (8,5 нм) / CoFe (2 нм) / FeMn (10 нм) / Ta (10 нм).

В состав спин-туннельного перехода входит синтетическая антиферромагнитная структура, состоящая из двух противоположно намагниченных слоев (CoFe и CoFeB), связанных косвенным антиферромагнитным взаимодействием через слой рутения (Ru). Это позволяет исключить (или существенно уменьшить) влияние магнитостатического поля фиксирующего магнитного слоя на свободный слой.

Спин-туннельный переход сформирован в виде эллипса с полуосями $a = 12$ мкм и $b = 6$ мкм. Ось обменной (однонаправленной) анизотропии (ООА) между антиферромагнитным слоем (FeMn) и ферромагнитным слоем (CoFe) и ось

легкого намагничивания (ОЛН) свободного слоя CoFeB направлены вдоль большей полуоси a эллипсов. Вдоль оси трудного намагничивания (вдоль полуоси b эллипсов) прикладывается постоянное магнитное поле \vec{H}_\perp .

Вдоль ОЛН (вдоль полуоси a эллипсов) прикладывается переменное перемещающее поле \vec{H}_0 , которое изменяет ориентацию вектора намагниченности \vec{M} свободного слоя, т.е. угол φ между вектором \vec{M} и направлением оси координат x (рисунок 3.2). Координатная ось x проведена в направлении ОЛН.

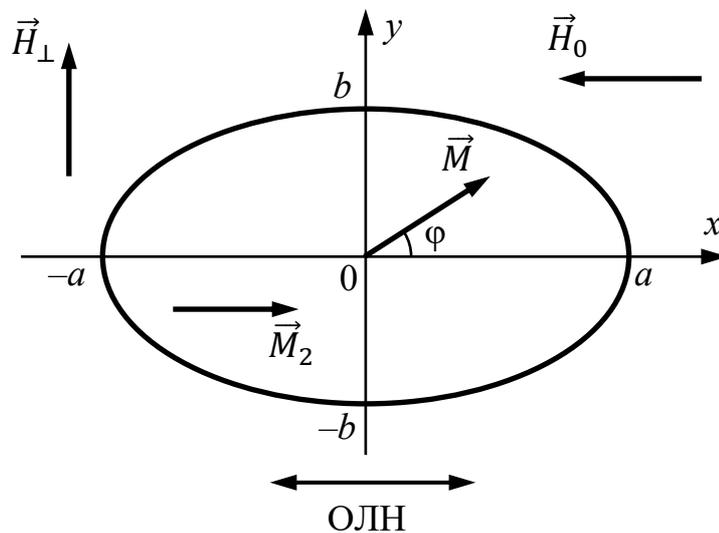


Рисунок 3.2 — Ориентация свободного слоя, его намагниченности \vec{M} относительно намагниченности фиксированного слоя \vec{M}_2 , напряженностей внешних магнитных полей \vec{H}_0 и \vec{H}_\perp относительно координатных осей x и y .

На рисунке 3.2 вектором \vec{M}_2 показано направление намагниченности в фиксирующем слое, который ориентирован вдоль координатной оси x . При изменении ориентации вектора намагниченности свободного слоя \vec{M} сопротивление туннельного тока спин-туннельной магниторезистивной наноструктуры R_m будет меняться по известному закону (ГМР сопротивление):

$$R_m = R_0 \left(1 + 0,5 \frac{\Delta\rho}{\rho} (1 - \cos \varphi) \right), \quad (3.1)$$

где R_0 – минимальное сопротивление магниторезистивного элемента при параллельном расположении векторов намагниченности в соседних слоях ($\varphi = 0$), $\Delta\rho/\rho$ – величина ГМР эффекта.

На рисунке 3.3 представлена экспериментальная зависимость сопротивления спин-туннельного перехода R_m от величины внешнего поля H_0 при изменении данного поля от -300 Э до $+300$ Э (прямой ход) и от $+300$ Э до -300 Э (обратный ход) для двух случаев: $H_{\perp} = 0$ и $H_{\perp} = 10$ Э.

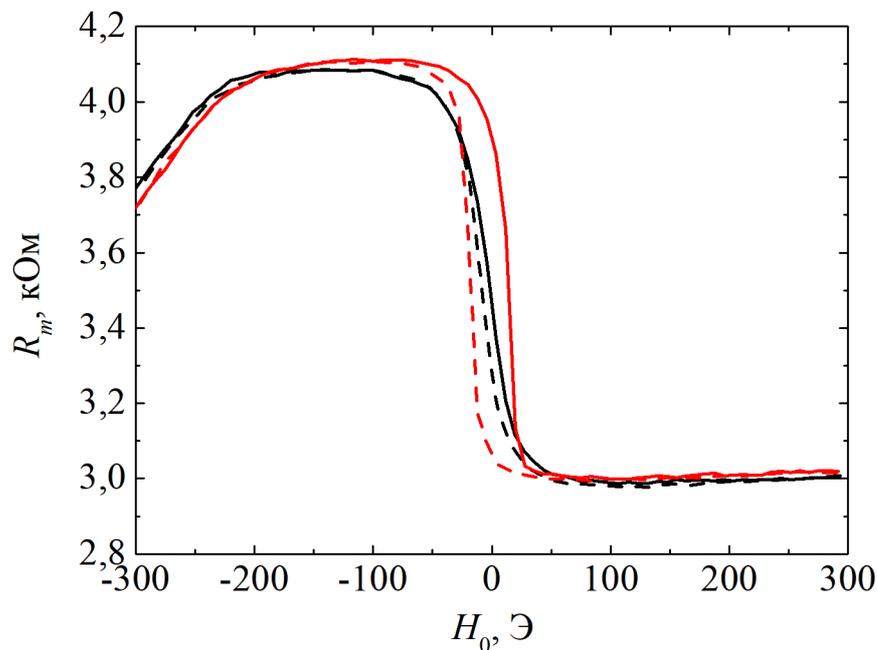


Рисунок 3.3 — Экспериментальные зависимости сопротивления R_m от перемагничивающего поля H_0 при $H_{\perp} = 0$ (красная кривая) и $H_{\perp} = 10$ Э (черная кривая). Прямой ход указан сплошной линией, обратный – пунктирной.

При воздействии постоянного магнитного поля $H_{\perp} = 10$ Э происходит существенное уменьшение ширины петли перемагничивания свободного слоя.

§ 3.1. Модель когерентного вращения намагниченности

В рамках модели когерентного вращения намагниченности \vec{M} свободного слоя спин-туннельного перехода, изображенного на рисунке 3.2, объемная плотность магнитной энергии w с учетом (1.2) и (1.15) будет равна:

$$w = \frac{1}{2} H_a M \sin^2 \varphi - \vec{M} \cdot \vec{H}_0 - \vec{M} \cdot \vec{H}_\perp + w_m + w_c, \quad (3.2)$$

где $H_a = 2K / M$ – эффективное поле анизотропии, K – константа одноосной анизотропии. Объемная плотность магнитостатической энергии w_m рассчитывается как

$$w_m = -\frac{1}{2} \vec{M} \cdot \vec{H}_m, \quad (3.3)$$

где \vec{H}_m – размагничивающее поле. Полагая, что свободный слой имеет форму сильно сплюснутого вдоль оси z эллипсоида с соответствующей полуосью равной c , для проекций размагничивающего поля на оси координат будем иметь

$$H_{mx} = -4\pi n^{(a)} M_x, \quad H_{my} = -4\pi n^{(b)} M_y, \quad H_{mz} = -4\pi n^{(c)} M_z, \quad (3.4)$$

где $n^{(a)}$, $n^{(b)}$, $n^{(c)}$ – размагничивающие коэффициенты эллипсоида, определяемые выражениями [64, 100]:

$$n^{(v)} = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{d\zeta}{(v^2 + \zeta) \sqrt{(a^2 + \zeta)(b^2 + \zeta)(c^2 + \zeta)}}, \quad (3.5)$$

где $v = a, b$ и c .

Объемная плотность магнитостатической энергии связи с фиксирующим слоем w_c определяется выражением:

$$w_c = -\frac{1}{2} \vec{M} \cdot \vec{H}_c, \quad (3.6)$$

где \vec{H}_c – напряженность магнитного поля, обусловленная намагниченностью \vec{M}_2 фиксирующего слоя. В соответствии с рисунком 3.2 для величины этого поля приближенно будем иметь

$$H_{cx} = -4\pi n^{(a)} M_{2x}. \quad (3.7)$$

Учитывая, что фиксирующий слой представляет собой синтетический антиферромагнетик, состоящий из двух почти одинаковых слоев с противоположной ориентацией намагниченности, в первом приближении будем пренебрегать энергией связи w_c .

Принимая во внимание выражения (3.3)–(3.5) с учетом геометрии, показанной на рисунке 3.2, получим следующее выражение для объемной плотности магнитной энергии w (3.2) в зависимости от угла φ :

$$w = \frac{1}{2} \tilde{H}_a M \sin^2 \varphi + M H_0 \cos \varphi - M H_{\perp} \sin \varphi + 2\pi n^{(a)} M^2, \quad (3.8)$$

где

$$\tilde{H}_a = H_a + 4\pi M (n^{(b)} - n^{(a)}) \quad (3.9)$$

представляет собой сумму эффективных полей одноосной анизотропии и анизотропии формы. Угол φ локальной равновесной ориентации вектора намагниченности свободного слоя будет определяться минимумом функции (3.8), т.е. корнями уравнения

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} = \tilde{H}_a M \sin \varphi \cos \varphi - M H_0 \sin \varphi - M H_{\perp} \cos \varphi = 0. \quad (3.10)$$

Магнитная энергия (3.8) может иметь два локальных минимума, соответствующих двум устойчивым ориентациям вектора намагниченности \vec{M} . При определенных значениях напряженностей внешнего магнитного поля H_{\perp} и H_0 функция (3.8) будет иметь только один минимум. Кривая инверсии (кривая инверсии Стонера—Вольфарта), определяющая переход от состояния с двумя минимумами энергии к состоянию с одним минимумом, определяется из условия равенства нулю первых двух производных по углу φ плотности энергии (3.8), т.е. уравнения (3.10) и уравнения

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} = \tilde{H}_a M \cos 2\varphi - M H_0 \cos \varphi + M H_{\perp} \sin \varphi = 0. \quad (3.11)$$

Из уравнений (3.10) и (3.11) несложно получить значение критического угла инверсии φ_u , при превышении которого ориентация вектора намагниченности \vec{M} скачком переходит в другое устойчивое состояние

$$\sin \varphi_u = \left(\frac{H_{\perp}}{\tilde{H}_a} \right)^{1/3}. \quad (3.12)$$

Соответственно, значение внешнего поля H_{0u} , при котором происходит скачок ориентации вектора намагниченности \vec{M} , будет равно

$$H_{0u} = \tilde{H}_a \cos^3 \varphi_u = \tilde{H}_a \left(1 - \left(\frac{H_{\perp}}{\tilde{H}_a} \right)^{2/3} \right)^{3/2}. \quad (3.13)$$

Таким образом, при прямом и обратном перемагничивании свободного слоя происходит скачок ориентации вектора намагниченности \vec{M} от одной равновесной кривой к другой. Это приводит к гистерезису ГМР сопротивления (3.1) при перемагничивании свободного слоя (рисунок 3.3). Ширина этого гистерезиса равна $2H_{0u}$. Если $H_{\perp} = 0$, то ширина гистерезиса наибольшая и равна $2\tilde{H}_a$.

Проведем расчет зависимости магнитосопротивления спин-туннельного перехода на основе рассмотренной теории Стонера—Вольфарта. Свободный слой (рисунок 3.1) состоит из пленки $\text{Co}_{40}\text{Fe}_{40}\text{V}_{20}$ толщиной 3 нм и обменно-связанного с ним слоя $\text{Co}_{95}\text{Fe}_5$ толщиной 2 нм. Намагниченность первого слоя согласно литературным данным [101] равна $4\pi M_1 = 1,1 \times 10^4$ Гс, намагниченность второго слоя толщиной 2 нм оценим по процентному составу намагниченности насыщения входящих в него элементов, в результате получим $4\pi M_2 = 1,27 \times 10^4$ Гс. Для среднего значения $4\pi M$ составного свободного слоя толщиной 5 нм возьмем среднее значение, пропорциональное их толщинам

$$4\pi M = \left(\frac{3}{5} \cdot 1,1 + \frac{2}{5} \cdot 1,27 \right) \times 10^4 \text{ Гс} = 1,17 \times 10^4 \text{ Гс}. \quad (3.14)$$

Размагничивающие коэффициенты для $a = 12$ мкм, $b = 6$ мкм, $c = 2,5$ нм согласно выражению (3.5) равны: $n^{(a)} = 0,000131$; $n^{(b)} = 0,000131$. Соответственно, для поля анизотропии формы, получим $4\pi M (n^{(b)} - n^{(a)}) = 2,83$ Гс. Согласно

экспериментальным измерениям (рисунок 3.3), ширина гистерезиса при $H_{\perp} = 0$ равна $\Delta H_{\text{эксп}} = 2\tilde{H}_a = 32$ Э. Тогда, согласно (3.9) для эффективного поля одноосной анизотропии H_a , получим:

$$H_a = \tilde{H}_a - 4\pi M(n^{(b)} - n^{(a)}) = 16 \text{ Э} - 2,83 \text{ Гс} = 13,17 \text{ Э}. \quad (3.15)$$

При наличии поля $H_{\perp} = 10$ Э экспериментальная ширина гистерезиса уменьшится (рисунок 3.3) и будет равна $\Delta H_{\text{эксп}} = 6$ Э. Теоретическая ширина гистерезиса $2H_{0u}$, рассчитанная по формуле (3.13) при $2\tilde{H}_a = 32$ Э будет равна $2H_{0u} = 4,5$ Э, что в 1,3 раза меньше экспериментального значения.

Для выявления специфических особенностей перемангничивания свободного слоя на образце была проведена дополнительная серия измерений зависимости $R_m(H_0)$ при значениях H_{\perp} от 0 до 12 Э с шагом 2 Э. На рисунке 3.4 показаны кривые зависимости R_m при изменении внешнего поля H_0 от -150 Э до $+150$ Э (сплошная линия) и в обратном направлении от $+150$ Э до -150 Э (пунктирная линия).

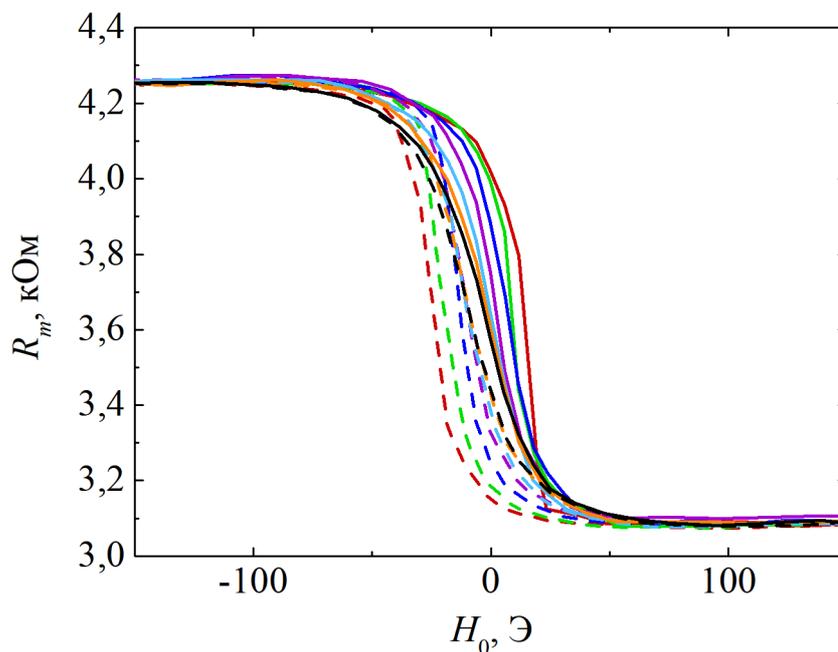


Рисунок 3.4 — Экспериментальные зависимости сопротивления R_m от перемангничивающего поля H_0 при $H_{\perp} = 0$ (темно-красная кривая), $H_{\perp} = 2$ Э (зеленая кривая), $H_{\perp} = 4$ Э (синяя кривая), $H_{\perp} = 6$ Э (фиолетовая кривая), $H_{\perp} = 8$ Э (голубая кривая), $H_{\perp} = 10$ Э (оранжевая кривая), $H_{\perp} = 12$ Э (черная кривая). Прямой ход указан сплошной линией, обратный – пунктирной.

В таблице 3.1 представлены экспериментальные и расчетные значения ширины гистерезиса $\Delta H_{\text{эксп}}$ на половине высоты изменения сопротивления R_m .

$H_{\perp}, \text{Э}$	0	2	4	6	8	10	12
$\Delta H_{\text{эксп}}, \text{Э}$	37	27	21	12,5	9,5	7	5,5
$2H_{0u}, \text{Э}$	37,45	25,55	19,29	14,52	10,66	7,48	4,87

Таблица 3.1 — Экспериментальная и теоретическая зависимости гистерезиса R_m от поля H_{\perp} .

На рисунке 3.5 приведен теоретический график зависимости ширины гистерезиса $2H_{0u}$ от H_{\perp} (сплошная линия) и экспериментальные значения в соответствии с таблицей 3.1.

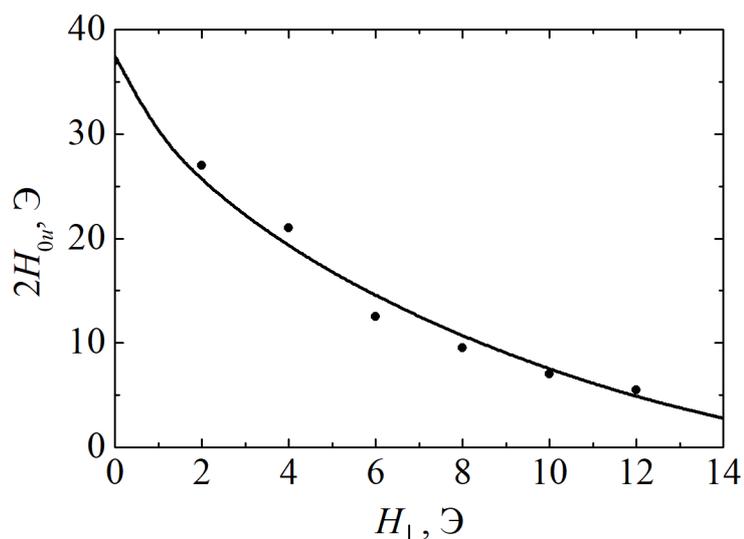


Рисунок 3.5 — Зависимости теоретической ширины гистерезиса $2H_{0u}$ (линия) и экспериментальных значений $\Delta H_{\text{эксп}}$ (точки) от поля H_{\perp} .

Величина $H_a = 15.89 \text{ Э}$ была подобрана таким образом, чтобы теоретический график зависимости $2H_{0u}(H_{\perp})$ на рисунке 3.5 имел наименьшее квадратичное отклонение от соответствующих экспериментальных значений $\Delta H_{\text{эксп}}$.

В рамках рассмотренной теории построим кривые зависимости сопротивления R_m спин-туннельного перехода от внешнего магнитного поля. Согласно формуле

(3.1), это сопротивление определяется равновесным значением $\cos \varphi$. Значение $\cos \varphi$ определяется уравнением (3.10), которое можно представить в следующем виде

$$\tilde{H}_a \cos \varphi \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} - H_0 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} - H_{\perp} \cos \varphi = 0. \quad (3.16)$$

Данное уравнение относительно $\cos \varphi$ можно преобразовать в полином 4-го порядка, который имеет громоздкие аналитические решения. Используя их или непосредственное численное решение уравнения (3.16), можно получить следующие теоретические кривые для зависимости сопротивления R_m от внешнего поля H_0 . На рисунке 3.6 (а) представлена такая теоретическая зависимость при $H_{\perp} = 0$, на рисунке 3.6 (б) – при $H_{\perp} = 10$ Э.

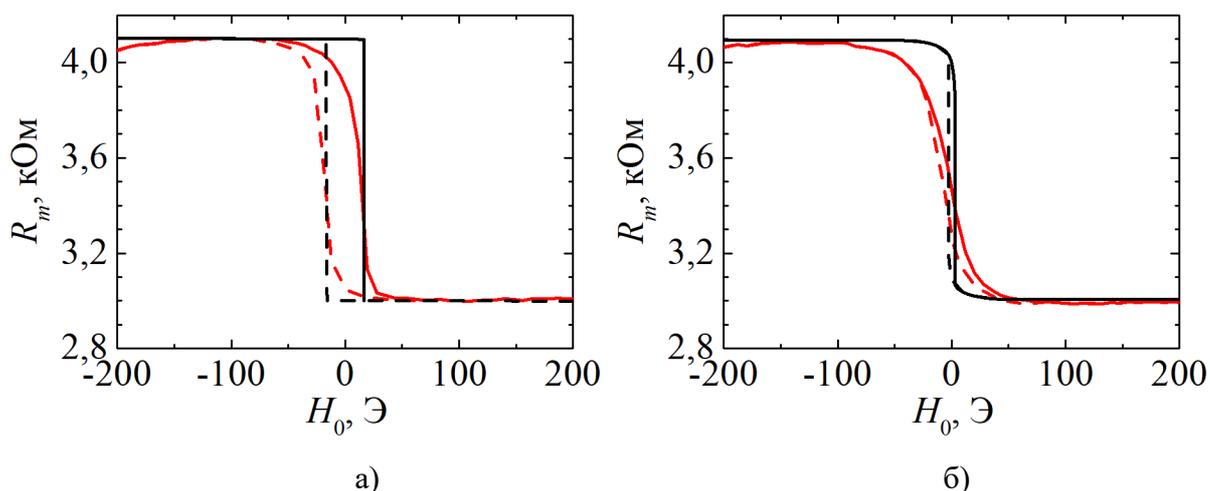


Рисунок 3.6 — Зависимость сопротивления R_m от поля H_0 при $H_{\perp} = 0$ Э (а) и $H_{\perp} = 10$ Э (б).

Красной кривой показан эксперимент, черной – теоретическая зависимость.

Прямой ход указан сплошной линией, обратный – пунктирной.

Из результатов на рисунке 3.6 следует, что рассмотренная теория приближенно соответствует экспериментальным результатам. Величины теоретического и экспериментального гистерезиса близки. Однако, перемагничивание свободного слоя происходит не так резко, как предсказывает теория, особенно при достаточно больших значениях $H_{\perp} = 10$ Э на рисунке 3.6 (б). Не исключено, что этот факт может свидетельствовать о наличии неоднородного механизма перемагничивания свободного слоя.

§ 3.2. Неоднородное перемагничивание свободного слоя

Неоднородное перемагничивание моделировалось в рамках микромагнитной двумерной теории с использованием метода динамического установления, основанного на решении динамического уравнения Ландау—Лифшица—Гильберта (см. § 1.2). Как и ранее, для реализации описанного выше численного метода использовался программный пакет OOMMF. В результате расчетов действительно было зафиксировано возникновение неоднородных магнитных структур (доменов) в свободном слое [102]. Одна из таких структур представлена на рисунке 3.7.

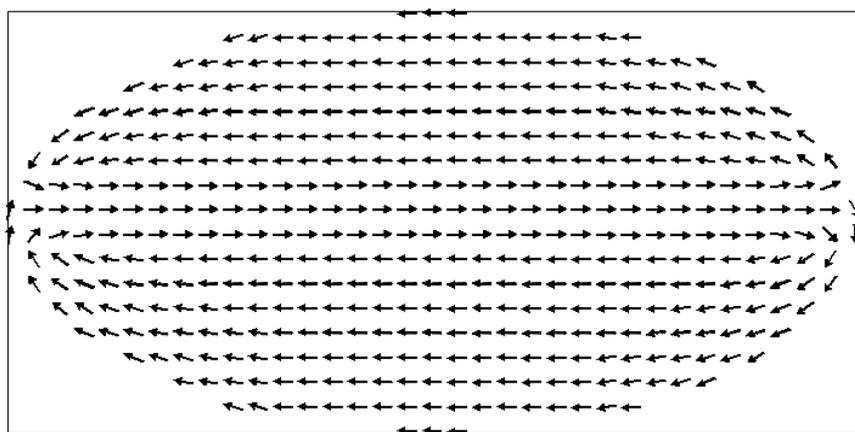


Рисунок 3.7 — Неоднородное распределение намагниченности в свободном слое, рассчитанное с использованием программного пакета OOMMF, при $H_1 = 0$ и $H_0 = 16$ Э.

Расчет зависимости сопротивления R_m спин-туннельного перехода от компоненты H_0 напряженности внешнего магнитного поля производился на основе полученных распределений намагниченности с использованием формулы (3.1). На рисунке 3.8 представлены результаты теоретических расчетов изменения сопротивления при некогерентном перемагничивании свободного слоя спин-туннельного элемента, которая значительно лучше приближается к экспериментальной кривой.

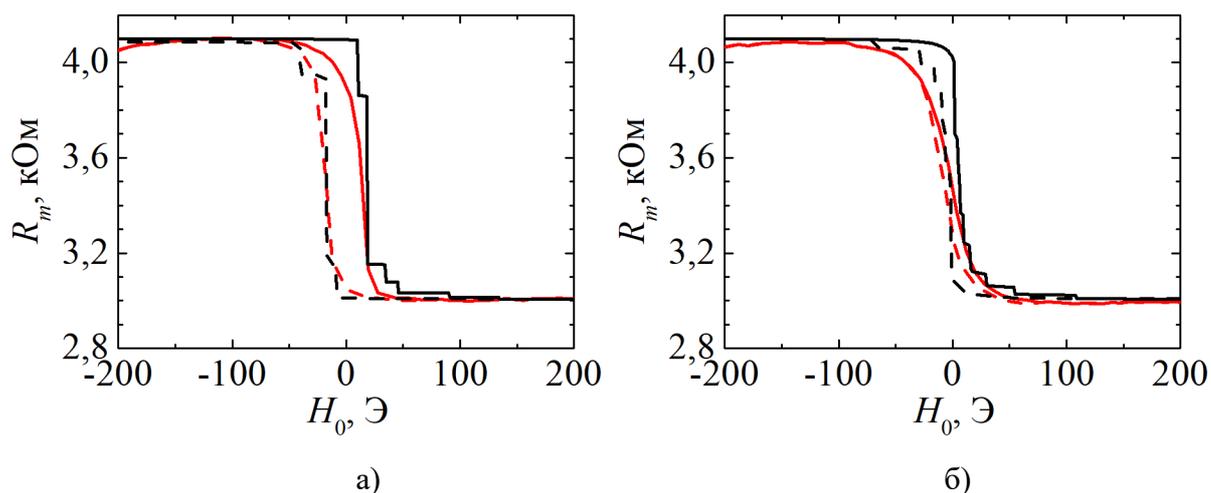


Рисунок 3.8 — Зависимость сопротивления R_m от поля H_0 при $H_{\perp} = 0$ Э (а) и $H_{\perp} = 10$ Э (б). Красной кривой показан эксперимент, черной – теоретическая зависимость (OOMMF).

Прямой ход указан сплошной линией, обратный – пунктирной.

Можно отметить, что график на рисунке 3.8 имеет ступенчатый вид, что связано с особенностью неоднородного перемагничивания эллипсоида, а именно с возникновением доменов (рисунок 3.7). В следствие этого, при изменении внешнего магнитного поля происходит резкое перемагничивание определенных участков эллипсоида, в результате чего направление намагниченности в этих областях меняется практически на противоположное. Было установлена, что величина скачков зависит от выбора размеров ячейки при численном счете, однако дальнейшее уменьшение размеров ячейки в данной работе сопряжено с трудностями в виде кратного увеличения времени счета. Решение проблемы требует гораздо больших вычислительных ресурсов.

§ 3.3. Основные результаты главы

1. Получены теоретические зависимости перемагничивания спин-туннельного элемента эллиптической формы при различных значениях магнитного поля, перпендикулярного внешнему магнитному полю. Результаты экспериментальных исследований и теоретические значения, полученные в

рамках модели когерентного вращения намагниченности свободного слоя, имеют качественное совпадение.

2. Применение модели некогерентного перемагничивания свободного слоя приводит к возникновению доменов, а расчет теоретических зависимостей перемагничивания на основе данной модели демонстрирует лучшее сходство с экспериментальными данными.

ГЛАВА 4. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ МАГНИТНЫХ ДИПОЛЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Результаты этой главы опубликованы в работах [104, 108, 109, 111].

Как уже было сказано во введении, задача магнитной локации является обратной задачей магнитостатики и сводится к определению источников магнитных неоднородностей. Источниками таких неоднородностей могут быть ферромагнитные тела произвольной формы, намагниченные неоднородно внешними источниками магнитного поля, т.е. проводниками с током или магнитным полем Земли. Расчет магнитного поля, создаваемого такого рода источниками, крайне затруднителен и возможен только с использованием численного моделирования [103]. Более простым источником магнитной неоднородности может служить однородно намагниченное тело в форме прямоугольного параллелепипеда. Удобство его рассмотрения заключается в том, что создаваемое магнитное поле в таком случае можно выразить в аналитических функциях.

§ 4.1. Магнитное поле параллелепипеда

Известно всего несколько нетривиальных примеров намагниченных тел, для которых магнитное поле может быть представлено в аналитическом виде. Среди таких примеров задача об однородно намагниченном эллипсоиде и его предельных случаях (шар, бесконечный цилиндр, плоскость) [65]. Также известны аналитические формулы для вычисления поля однородно намагниченного вдоль ребра прямоугольного параллелепипеда [68, 69]. В работе получено аналитическое решение для магнитного поля параллелепипеда, намагниченного под углом к граням [104].

Постоянные магниты нашли широкое применение в современной электротехнике, радиотехнике, электронике, медицине и бытовых приспособлениях [105, 106]. В качестве одного из методов диагностики топологии

магнитного поля постоянного магнита можно использовать экспериментальное измерение распределения этого поля и сравнение его с теоретическим расчетом для той же структуры. На основе сравнения можно установить степень однородности намагниченности данного образца, а также, с помощью полученных ниже аналитических формул, оценить угол поворота намагниченности относительно оси симметрии.

4.1.1. Параллелепипед, намагниченный однородно вдоль ребра

Задача о распределении магнитного поля прямоугольного параллелепипеда, намагниченного под произвольным углом, сводится к задаче о параллелепипеде, однородно намагниченного вдоль оси симметрии. Рассмотрим параллелепипед, однородно намагниченный вдоль оси z . В работе [68] рассчитана напряженность поля \vec{H} , создаваемого двумя разноименно заряженными с плотность $\sigma = |\vec{M}_s|$ плоскостями (рисунок 4.1) в соответствии с методом скалярного магнитного потенциала [107]. \vec{M}_s — намагниченность насыщения.

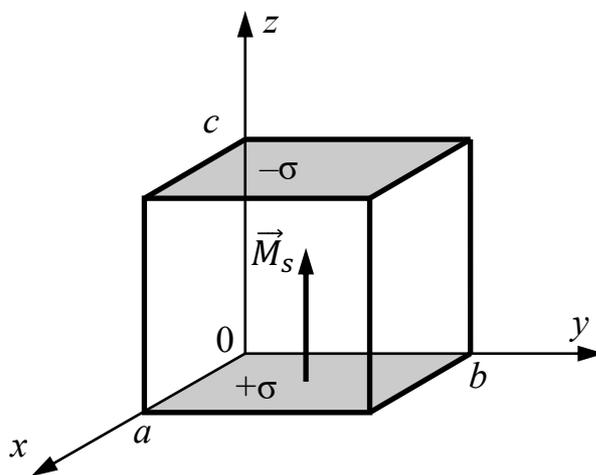


Рисунок 4.1 — Иллюстрация к методу скалярного магнитного потенциала.

Проекции напряженности поля \vec{H} на оси координат x , y и z соответственно равны:

$$H_x(x, y, z, \sigma) = -\sigma \ln \left(v + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.1)$$

$$H_y(x, y, z, \sigma) = -\sigma \ln \left(u + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.2)$$

$$H_z(x, y, z, \sigma) = \sigma \frac{v}{|v|} \frac{w}{|w|} \operatorname{arctg} \frac{u|v|}{|w|\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.3)$$

где a , b и c — стороны магнита.

4.1.2. Параллелепипед, намагниченный под произвольным углом

В случае параллелепипеда, намагниченного под произвольным углом, напряженность поля \vec{H} в любой точке пространства является суперпозицией полей \vec{H}^x , \vec{H}^y и \vec{H}^z , создаваемых параллелепипедом, намагниченным вдоль осей x , y и z соответственно:

$$\vec{H} = \vec{H}^x + \vec{H}^y + \vec{H}^z. \quad (4.4)$$

В таком случае, при расчете напряженности поля методом скалярного магнитного потенциала, плоскости будут заряжены с плотностью

$$\sigma_x = M_{sx}, \quad \sigma_y = M_{sy}, \quad \sigma_z = M_{sz} \quad (4.5)$$

для намагниченности вдоль осей x , y и z соответственно.

Для удобства определения направления намагниченности параллелепипеда, перейдем к сферическим координатам (рисунок 4.2):

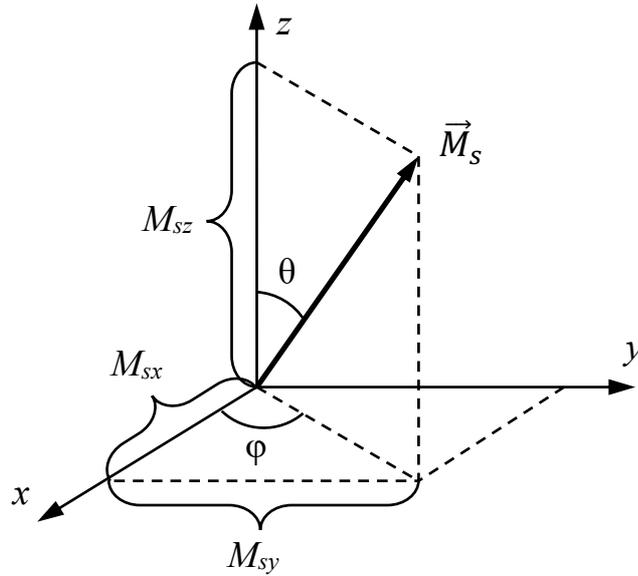


Рисунок 4.2 — Намагниченность насыщения \vec{M}_s в сферической системе координат.

Тогда получаем:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= |\vec{M}_s| \sin \theta \cos \varphi, \\ \sigma_y &= |\vec{M}_s| \sin \theta \sin \varphi, \\ \sigma_z &= |\vec{M}_s| \cos \theta.\end{aligned}\quad (4.6)$$

Заменив σ на σ_z в (4.1)-(4.3), получаем составляющую поля \vec{H}^z в (4.4). Аналогично можно рассчитать составляющие \vec{H}^x и \vec{H}^y для намагниченности вдоль осей x и y соответственно.

Окончательно получаем напряженность поля \vec{H} , создаваемого прямоугольным параллелепипедом, намагниченным под произвольным углом, в проекции на ось x :

$$H_x = H_x^x + H_x^y + H_x^z, \quad (4.7)$$

$$H_x^x(x, y, z, \sigma) = \sigma_x \frac{u}{|u|} \frac{v}{|v|} \operatorname{arctg} \frac{|v|w}{|u|\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \Bigg|_{u=-x}^{u=a-x} \Bigg|_{v=-y}^{v=b-y} \Bigg|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.8)$$

$$H_x^y(x, y, z, \sigma) = -\sigma_y \ln \left(w + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.9)$$

$$H_x^z(x, y, z, \sigma) = -\sigma_z \ln \left(v + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.10)$$

на ось y :

$$H_y = H_y^x + H_y^y + H_y^z, \quad (4.11)$$

$$H_y^x(x, y, z, \sigma) = -\sigma_x \ln \left(w + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.12)$$

$$H_y^y(x, y, z, \sigma) = \sigma_y \frac{v}{|v|} \frac{w}{|w|} \operatorname{arctg} \frac{u|w|}{|v|\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.13)$$

$$H_y^z(x, y, z, \sigma) = -\sigma_z \ln \left(u + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.14)$$

на ось z :

$$H_z = H_z^x + H_z^y + H_z^z, \quad (4.15)$$

$$H_z^x(x, y, z, \sigma) = -\sigma_x \ln \left(v + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.16)$$

$$H_z^y(x, y, z, \sigma) = -\sigma_y \ln \left(u + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}, \quad (4.17)$$

$$H_z^z(x, y, z, \sigma) = \sigma_z \frac{u}{|u|} \frac{v}{|v|} \operatorname{arctg} \frac{u|v|}{|w|\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{w=-z}^{w=c-z}. \quad (4.18)$$

Полученные формулы можно использовать для анализа изменений в распределении магнитного поля намагниченного параллелепипеда при отклонении вектора намагниченности от оси симметрии.

Рассмотрим отклонение вектора намагниченности \vec{M}_s от вертикали при $\varphi = 0^\circ$ и соответствующие ему изменения в распределениях проекций вектора

напряженности магнитного поля H_x и H_z вдоль прямой, изображенной на рисунке 4.3.

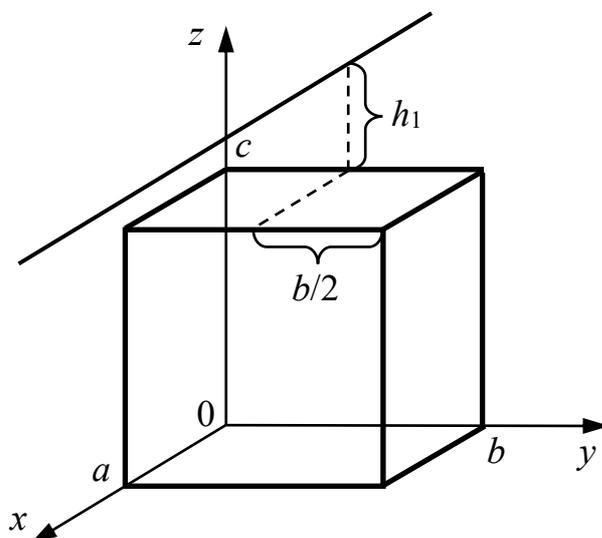


Рисунок 4.3 — Линия, вдоль которой проводился теоретический расчёт магнитного поля.

Линия параллельна оси x , $h_1 = 3,8$ мм.

В качестве примера взят магнит с параметрами $a = b = 4$ см, $c = 1,5$ см, $4\pi M_s = 13,1$ кЭ. Ниже на графиках изображены теоретические кривые, соответствующие повороту вектора \vec{M}_s на углы $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ с шагом в 10° (рисунок 4.4).

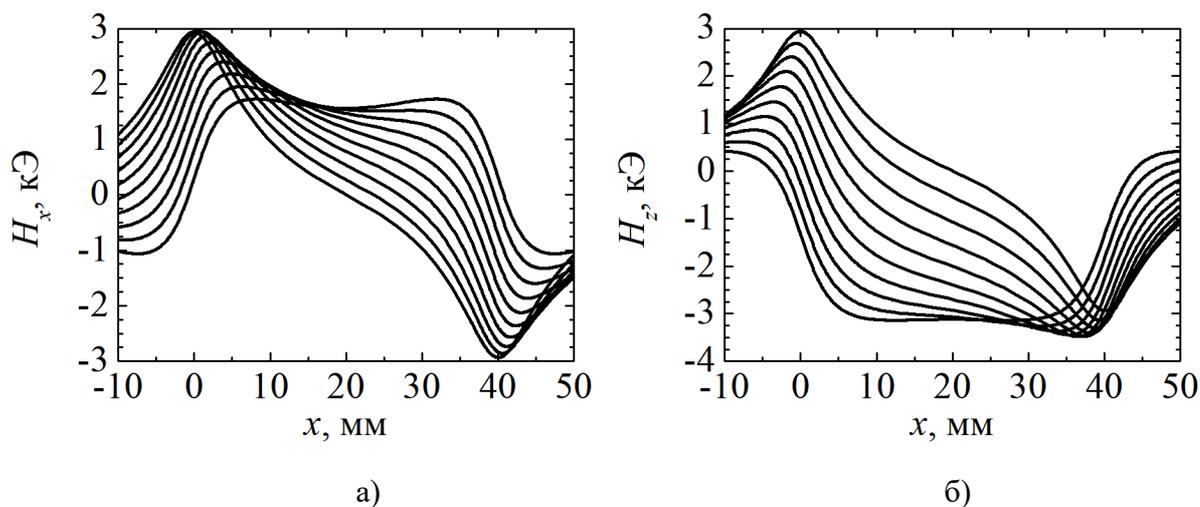


Рисунок 4.4 — Теоретические зависимости проекций вектора напряженности магнитного поля

H_x на ось x (а) и H_z на ось z (б) в зависимости от координаты x ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, $\varphi = 0^\circ$).

Также были исследованы изменения в распределениях магнитного поля при фиксированном отклонении вектора намагниченности \vec{M}_s от вертикали $\theta = 60^\circ$ и изменении угла $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ с шагом в 10° вдоль прямой, изображенной на рисунке 4.3. Результаты представлены на рисунке 4.5.

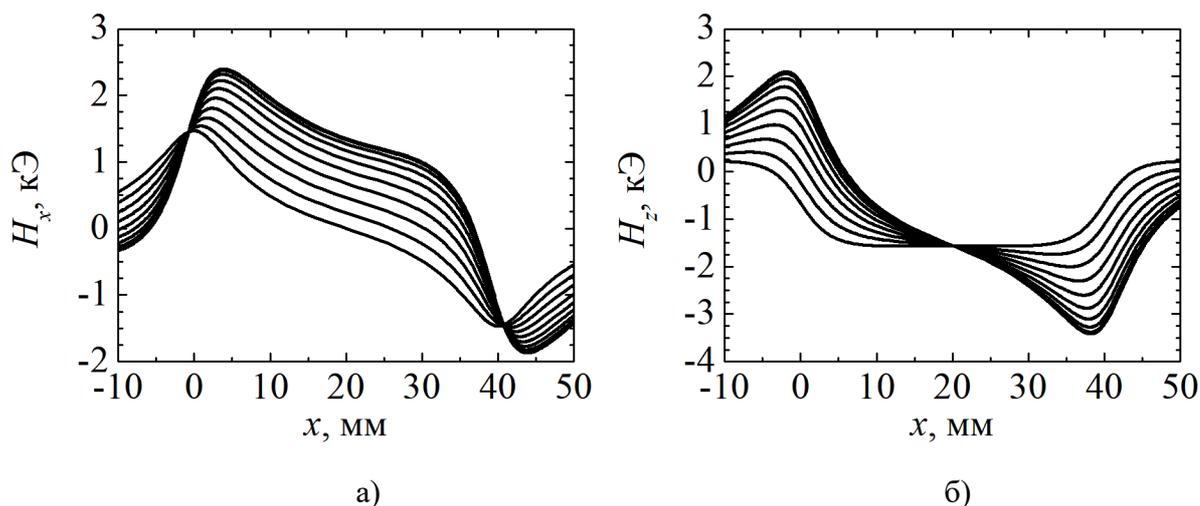


Рисунок 4.5 — Теоретические зависимости проекций вектора напряженности магнитного поля H_x на ось x (а) и H_z на ось z (б) в зависимости от координаты x ($\theta = 60^\circ$, $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$).

Полученные формы зависимостей можно использовать для оценки угла поворота намагниченности в образцах, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда.

§ 4.2. Численное решение задачи магнитной локации

Задача магнитной локации поддается решению только в случае, когда источник магнитной неоднородности находится на достаточно большом (по сравнению с размерами источника) расстоянии для того, чтобы его эффективно можно было заменить одним диполем. К примеру, для магнита в форме прямоугольного параллелепипеда, имеющего размеры $4 \times 4 \times 1,5 \text{ см}^3$ и магнитный момент $20 \text{ кэрг} / \text{Гс}$, на расстояниях, превышающих линейные размеры магнита в 4 раза, отличия в величине создаваемого магнитного поля не превышают 2 %.

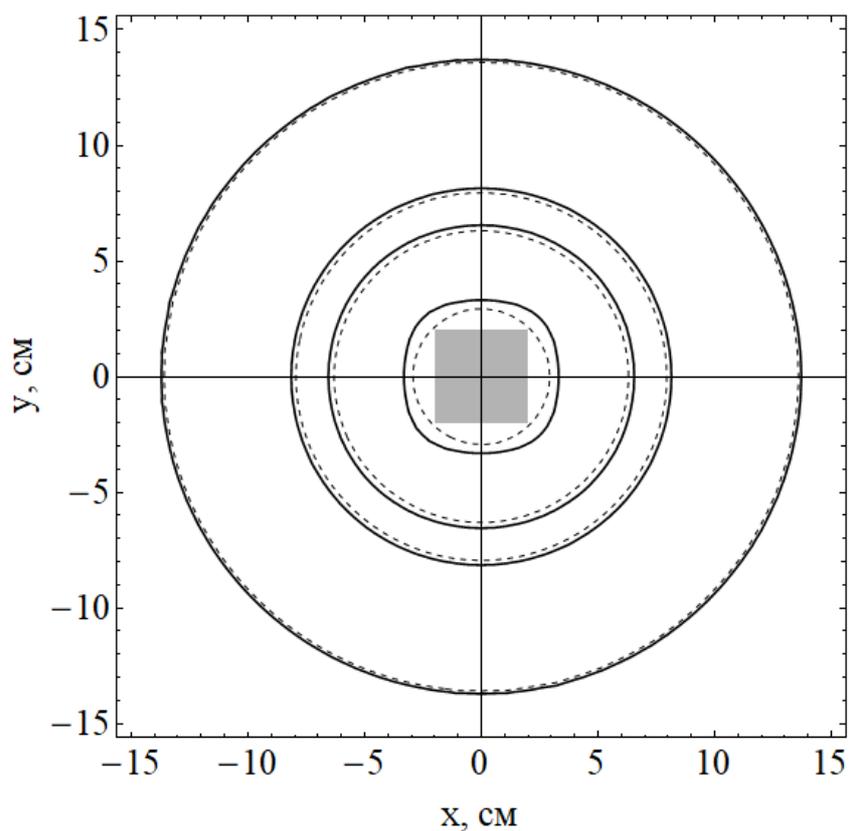


Рисунок 4.6 — Сравнение поля параллелепипеда с полем диполя. Пунктирной линией отмечено поле, создаваемое диполем, сплошной — параллелепипедом.

Перейдем к реализации численного решения задачи магнитной локации. Требуется определить пространственные координаты $(x_0; y_0; z_0)$ и ориентацию магнитного диполя в среде по известным значениям напряженности магнитного поля в определенных точках пространства. Для этой задачи была выбрана декартова система координат (рисунок 4.7), ввиду своей наглядности в вопросах представления позиции диполя. Ориентация магнитного диполя может быть определена по проекциям магнитного момента \vec{p}_m на оси координат $(p_{mx}; p_{my}; p_{mz})$.

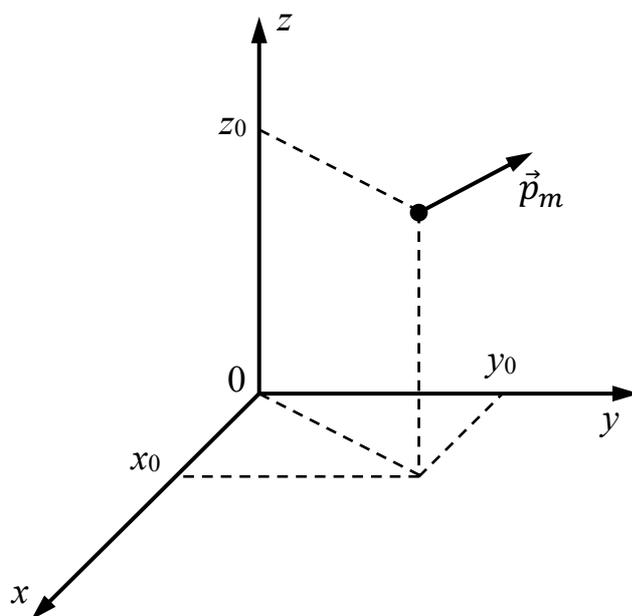


Рисунок 4.7 — Положение и ориентация магнитного диполя в декартовой системе координат.

Выбор точек пространства для измерения проекций вектора напряженности магнитного поля оказывает ключевое влияние на точность и устойчивость решения. Следует отметить, что во всех указанных выше работах датчики располагались в одной плоскости. В данной работе представлено развитие метода магнитной локации с использованием трех 3-хосевых датчиков магнитного поля, а также впервые была предложена схема с использованием четырех 3-хосевых магниторезистивных датчиков, расположенных в разных плоскостях. Схема расположения датчиков показана на рисунке 4.8.

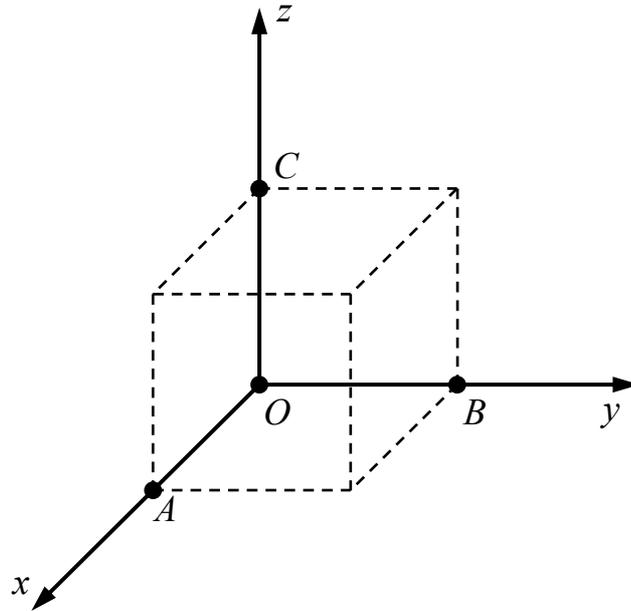


Рисунок 4.8 — Схема расположения датчиков. Для трех датчиков используются точки A , O и B ; для четырех — A , B , O и C . Точки располагаются в вершинах куба со стороной a .

Проекция вектора напряженности магнитного поля в точке A представлены ниже:

$$\begin{cases} H_x^A = \frac{3(p_x(x_0 - a) + p_y y_0 + p_z z_0)(x_0 - a)}{r_A^5} - \frac{p_x}{r_A^3}, \\ H_y^A = \frac{3(p_x(x_0 - a) + p_y y_0 + p_z z_0)y_0}{r_A^5} - \frac{p_y}{r_A^3}, \\ H_z^A = \frac{3(p_x(x_0 - a) + p_y y_0 + p_z z_0)z_0}{r_A^5} - \frac{p_z}{r_A^3}, \\ r_A^2 = (x_0 - a)^2 + y_0^2 + z_0^2. \end{cases} \quad (4.19)$$

Аналогичным образом можно записать проекции вектора напряженности магнитного поля в точках O , B и C . В результате получаем систему из 12 уравнений для случая с тремя датчиками и систему из 16 уравнений для случая с четырьмя 3-хосевыми датчиками. Данная система не имеет точного решения и можно говорить только о множестве решений, соответствующих погрешности измерения магнитного поля. В таком случае требуется анализ для выбора наиболее вероятного решения. В качестве меры отклонения полученного решения от наиболее

вероятного можно использовать функционал квадратичного отклонения экспериментально измеренных величин $H_{\text{эксп}}^i$ от теоретически рассчитанных $H_{\text{теор}}^i$

$$\sum_{i=1}^N (H_{\text{эксп}}^i - H_{\text{теор}}^i)^2, \quad (4.20)$$

где N — количество точек измерения магнитного поля. Задача сводится к поиску таких значений координат и проекций магнитного момента диполя $(x_0; y_0; z_0; p_{mx}; p_{my}; p_{mz})$, при которых данный функционал минимален. В данной задаче применение стандартных методов численного исчисления оказывается невозможным, ввиду высокой неустойчивости, поэтому поиск решения частично осуществляется методом перебора. Область поиска представляется в виде сетки с определённым шагом, от которого зависит точность результата и время вычисления. Оптимальное время решения в нашем случае достигается при шаге сетки равном 1 см.

Следует также отметить, что общая идея метода решения задачи магнитной локации, описанная выше, была представлена в работах [50, 52, 53], однако точные алгоритмы и исходные коды не представлены. В данной диссертации имелась возможность использования программного обеспечения, написанного ранее для конфигурации устройства с тремя 3-хосевыми датчиками. Эта программа была модифицирована для возможности применения в случае конфигурации с четырьмя 3-хосевыми датчиками. Известно, что она также работает по принципу минимизации функционала, однако вид функционала отличается от того, что было представлено выше.

Принимая во внимание невозможность изменения исходных параметров предоставленного программного обеспечения, была написана собственная программа на языке Python, обладающая более широким спектром возможностей. Был использован новый функционал, отличающийся от того, что было представлено в работах [50, 52, 53].

§ 4.3. Аналитическое решение задачи магнитной локации

Существенным прорывом в решении любой обратной задачи можно считать получение результата в виде аналитического выражения. В данной диссертации впервые удалось получить приближенную аналитическую формулу для нахождения координат магнитного диполя в пространстве. Данный успех был обусловлен использованием бóльшего количества точек измерения, а именно четырех 3-хосевых датчиков магнитного поля, расположение которых показано на рисунке 4.8. Датчики позволяют измерить проекции вектора напряженности магнитного поля \vec{H} на оси x , y и z . Координаты магнитного диполя $(x_0; y_0; z_0)$ равны:

$$x_0 = \frac{2a \cdot \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]}{\left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2}, \quad (4.21)$$

$$y_0 = \frac{2a \cdot \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]}{\left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2}, \quad (4.22)$$

$$z_0 = \frac{2a \cdot \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]}{\left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2}, \quad (4.23)$$

где $\vec{H}_0(H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})$ — напряженность магнитного поля в точке O , $\vec{H}_1(H_{1x}, H_{1y}, H_{1z})$ — в точке A , $\vec{H}_2(H_{2x}, H_{2y}, H_{2z})$ — в точке B , $\vec{H}_3(H_{3x}, H_{3y}, H_{3z})$ — в точке C , $H_0 = |\vec{H}_0|$, $H_1 = |\vec{H}_1|$, $H_2 = |\vec{H}_2|$, $H_3 = |\vec{H}_3|$, a — размер базы (рисунок 4.8). Вывод данных формул достаточно громоздкий, поэтому в данной диссертации он не представлен.

Используя более точное приближение удалось получить улучшенную аналитическую формулу, которая в эксперименте дает ошибки по координатам не более 10 %, однако она приняла существенно более сложный вид:

$$\begin{aligned}
 x_0 = & \frac{a}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \left(\left(\left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \cdot \\
 & \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 \right\}^{-1} + \frac{a}{2}, \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_0 = & \frac{a}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \left(\left(\left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \cdot \\
 & \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 \right\}^{-1} + \frac{a}{2}, \quad (4.25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_0 = & \frac{a}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \left(\left\{ \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \right. \right. \\
& \left. \left. - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 - \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} + \right. \\
& \left. + \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \cdot \\
& \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_2} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{H_0}{H_3} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^2 \right\}^{-1} + \frac{a}{2}. \tag{4.26}
\end{aligned}$$

§ 4.4. Экспериментальная реализация

Экспериментальная реализация задачи магнитной локации осложнена рядом обстоятельств [108, 109]. Во-первых, быстрое убывание магнитного поля от расстояния как r^{-3} требует даже на относительно небольших расстояниях измерения очень слабых магнитных полей. Во-вторых, определение координат диполя представляет собой некорректную задачу в том смысле, что погрешность прямых измерений магнитного поля приводит к значительно большей погрешности определения координат диполя.

С целью минимизации влияния данных факторов использовались высокоточные 3-хосевые анизотропные магниторезистивные датчики НМС5983 фирмы Honeywell, поддерживающие возможность температурной компенсации. Данные датчики обладают максимальным разрешением 0.73 мЭ и диапазоном измерений ± 8 Э. Более детальная информация об устройстве представлена в таблице 4.1.

Размеры	3,0×3,0×0,9 мм ³
Напряжение питания	2,5 В
Частота измерений	от 0,75 Гц до 220 Гц
Цифровое разрешение	от 0,73 мЭ до 4.75 мЭ
Диапазон измерений	±8 Э
Максимальный уровень шумов	2 мЭ

Таблица 4.1 — Технические характеристики датчика НМС5983.

Для корректной работы и возможности отслеживания работоспособности датчика в режиме реального времени была внедрена система контроля и калибровки. Работа данной системы основана на встроенной возможности внутреннего возбуждения поля. На небольшом удалении от магниторезистивного элемента находится проводник, по которому пропускается постоянный ток. Этот ток создает магнитное поле величиной 1,1 Э по каждой оси. Последующее измерение этого поля при пропускании тока в обоих направлениях позволяет провести калибровку.

Датчик обладает встроенным 12-битным АЦП. Взаимодействие с датчиком осуществлялось по последовательной ассиметричной шине I²C при помощи аппаратной платформы Arduino Uno R3. Данный способ позволил осуществлять быстрый обмен данными для управления датчиком и приема сигнала.

В среде разработки Arduino было написано программное обеспечение, позволяющее управлять режимами работы датчика, а также принимать показания датчика в виде цифрового сигнала. Управление происходит путем записи двоичного кода, соответствующего той или иной настройке, в конфигурационные регистры. Прием данных осуществляется путем чтения информации из регистров, хранящих данные о результатах измерений по каждой оси. Также была реализована

система тестирования и калибровки датчиков, описанная выше, которая запускается перед началом работы устройства.

Последовательная шина I²C обладает множеством плюсов, в том числе возможностью одновременного подключения до 127 устройств. Данная возможность имеется в том случае, если все устройства имеют различные адреса. Однако в нашем случае есть необходимость в одновременном подключении нескольких датчиков с одинаковым адресом, что в общем случае невозможно. В данной работе впервые для задач магнитной локации был применен метод, позволяющий проводить измерения одновременно с 4-х датчиков без потери скорости.

Питание и передача данных между платой Arduino и компьютером осуществлялось при помощи последовательного интерфейса USB 2.0, который обладает всеми необходимыми параметрами для задачи магнитной локации. В частности, данный интерфейс обладает высокой скоростью и достаточной надежностью, а также относительной простотой подключения.

Также было разработано программное обеспечение системы отслеживания показаний в режиме реального времени с использованием языка Visual Basic для персонального компьютера. В список возможностей данного обеспечения входит определение положения магнитного диполя с последующей визуализацией в 3D по полученным показаниям с датчиков. Также была реализована программная методика минимизации помех, создаваемых внешними источниками постоянного магнитного поля.

Существенной проблемой является тот факт, что минимальные отклонения датчиков от необходимого положения, а также изменения в ориентации датчиков друг относительно друга могут приводить к большим ошибкам или даже к ситуациям, когда решение задачи отыскать невозможно. Особенно ярко эта проблема проявляется в случае, когда датчики расположены в разных плоскостях. Современные технологии 3D печати позволили добиться точности в расположении датчиков до десятых долей миллиметра, а отклонение плоскости датчиков от

горизонтали не превышает 2° . Модель каркаса установки была спроектирована при помощи профессионального программного комплекса SolidWorks (рисунок 4.9). Датчики закреплялись на площадках при помощи пластиковых болтов для минимизации помех.

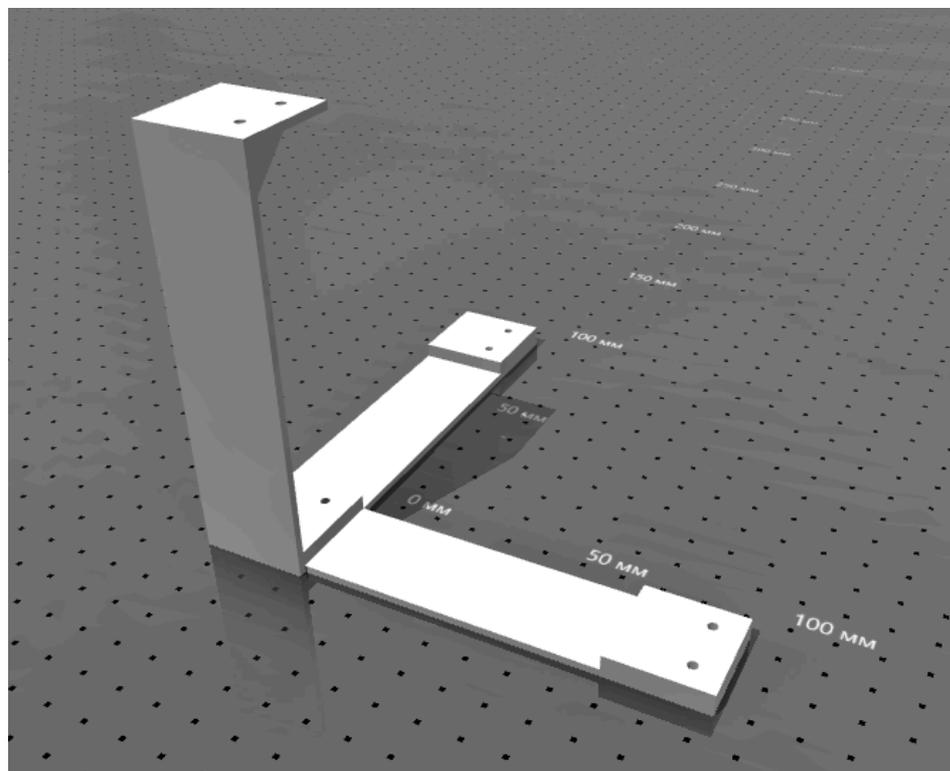


Рисунок 4.9 — 3D модель каркаса установки.

Как говорилось ранее, аппаратная платформа Arduino Uno R3 не поддерживает возможность одновременного подключения нескольких одинаковых датчиков по шине I²C. Для реализации такой возможности были использованы 8-канальные аналоговые мультиплексоры CD4051BE с цифровым управлением. Данные мультиплексоры имеют три двоичных входа управления, с помощью которых можно управлять одним из 8 каналов для подключения к выходу. Таким образом, данный способ позволяет одновременно подключать к Arduino до 8 одинаковых датчиков. Схема подключения датчиков магнитного поля и мультиплексоров к платформе Arduino Uno R3 представлена на рисунке 4.10.

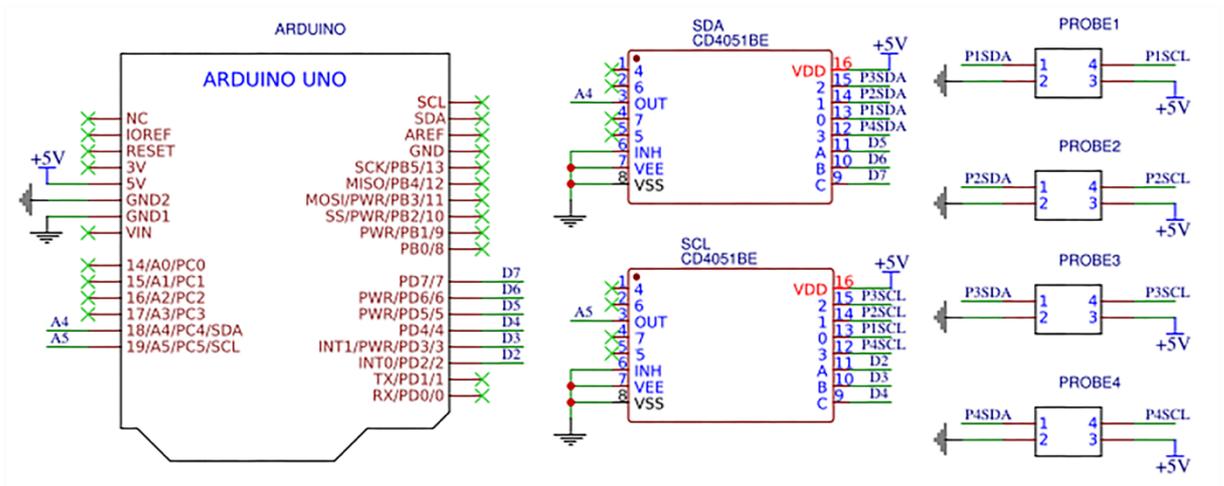


Рисунок 4.10 — Схема подключения датчиков магнитного поля к платформе Arduino Uno R3 с использованием мультиплексоров.

Для достижения компактности готового устройства и удобства коммутации была спроектирована и изготовлена печатная плата, на которой располагаются разъемы для подключения датчиков, а также мультиплексоры (рисунок 4.11).

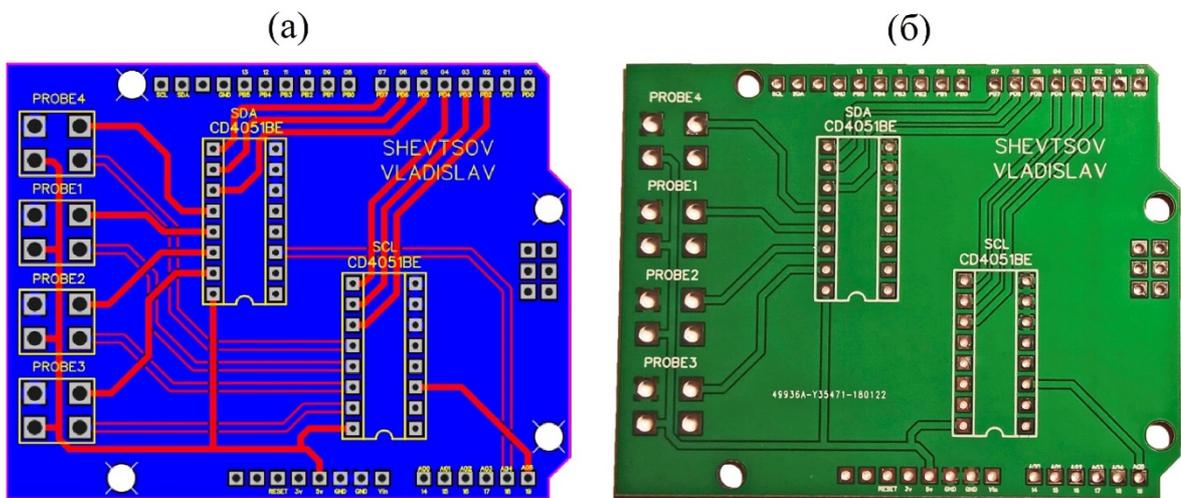


Рисунок 4.11 — Макет (а) и готовый образец (б) печатной платы.

Экспериментальная установка в режиме измерения представлена на рисунке 4.12.

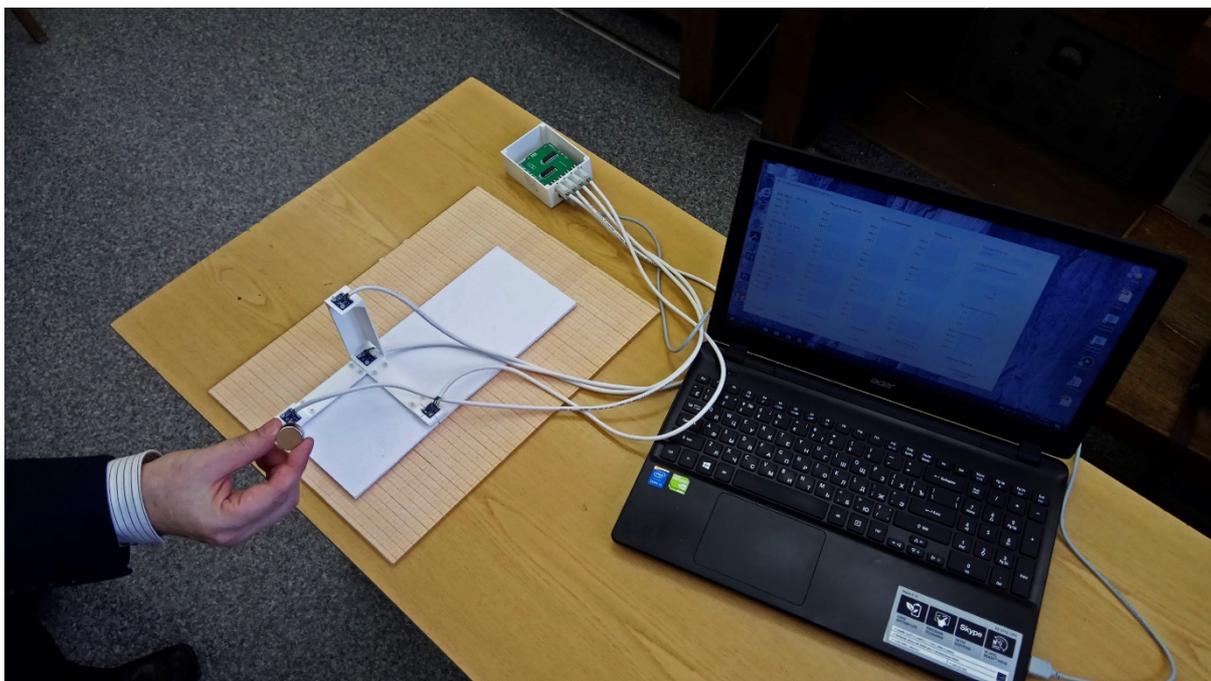


Рисунок 4.12 — Экспериментальная установка с четырьмя 3-хосевыми датчиками в режиме измерения.

В рамках эксперимента определялось положение магнита в форме цилиндра высотой 1 см и радиусом 1 см. Величина магнитного момента данного образца составляет 2,81 кэрг / Гс. На рисунке 4.13 зеленым показано реальное положение магнита, красной стрелкой показано рассчитанное направление магнитного момента. Рассчитанному положению соответствует точка в основании стрелки.

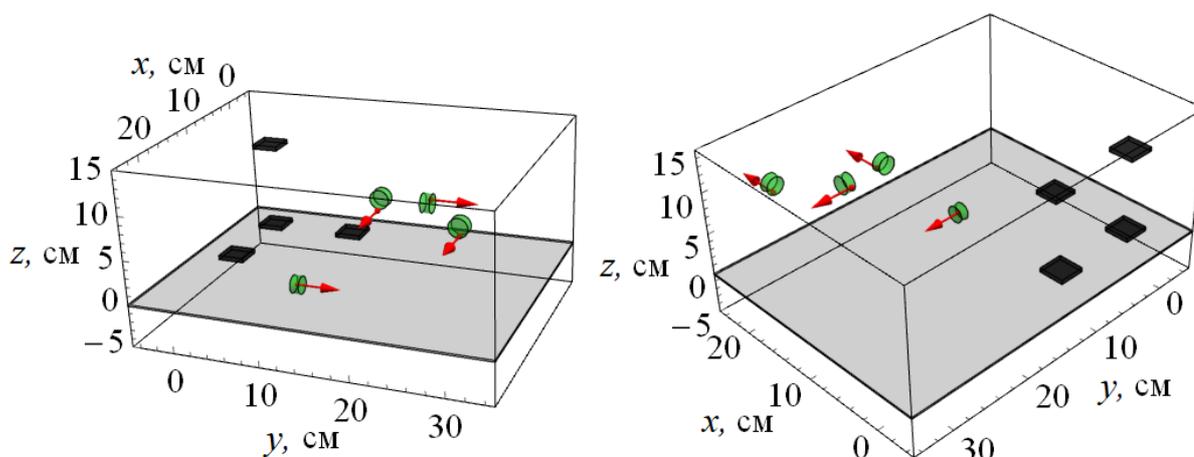


Рисунок 4.13 — 3D визуализация результатов экспериментальных измерений положения цилиндрического магнита в пространстве.

Во всех проведенных опытах ошибки в определении положения магнита не превышали 1 см. Данная величина определяется шагом сетки при численном решении и выбрана таковой для достижения приемлемого времени вычисления.

§ 4.5. Новый метод измерения магнитных полей

Рассмотрим ферромагнитный шарик, помещенный в однородное внешнее магнитное поле напряженностью \vec{H}_0 . Известно, что намагниченность шарика \vec{M} связана с напряженностью поля \vec{H} внутри шарика следующим выражением:

$$4\pi\vec{M} = (\mu(\vec{H}) - 1)\vec{H}, \quad (4.27)$$

где μ — эффективная магнитная проницаемость материала, из которого изготовлен шарик. При помещении шарика во внешнее магнитное поле внутри него будет возникать размагничивающее поле, пропорциональное намагниченности \vec{M} шарика

$$\vec{H} = \vec{H}_0 - \frac{4\pi}{3}\vec{M}. \quad (4.28)$$

Таким образом, подставив (4.28) в (4.27), получаем:

$$\vec{H}_0 = \frac{\mu(\vec{H}) \cdot \vec{H}}{3} + \frac{2\vec{H}}{3}. \quad (4.29)$$

Зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля \vec{H} внутри ферромагнетика впервые была получена Столетовым А.Г. и имеет сложный вид. Используя табличные данные кривой Столетова для электролитического железа [110] и формулу (4.29), можно построить график зависимости магнитной проницаемости μ от модуля напряженности внешнего поля H_0 (рисунок 4.14):

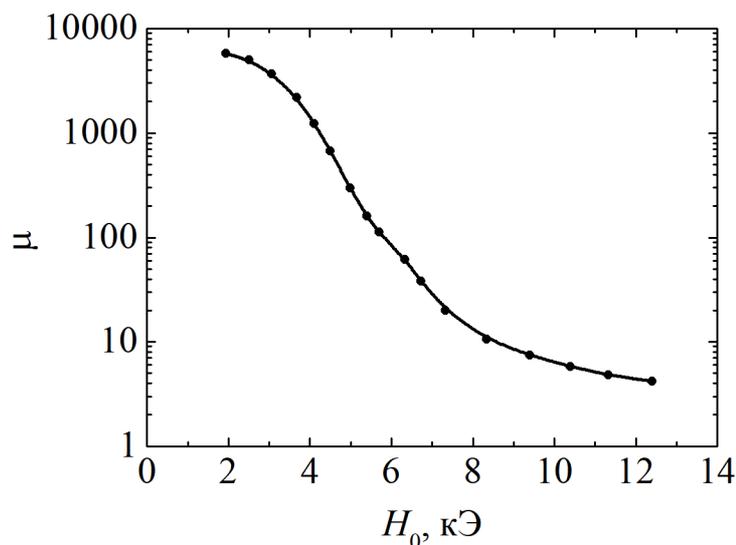


Рисунок 4.14 — Зависимость магнитной проницаемости μ шарика из электролитического железа от модуля напряженности внешнего магнитного поля H_0 .

Из (4.27) и (4.28) можно также получить:

$$\vec{M} = \frac{3}{4\pi} \vec{H}_0 \frac{\mu - 1}{\mu + 2}. \quad (4.30)$$

Если магнитная проницаемость μ достаточно велика, то формулу (4.30) можно упростить:

$$\vec{M} = \frac{3}{4\pi} \vec{H}_0. \quad (4.31)$$

Из рисунка 4.14 видно, что данное условие выполняется с точностью до 0,1 %, если модуль напряженности внешнего магнитного поля $H_0 < 4$ кЭ. Учитывая, что

$$\vec{M} = \frac{\vec{p}_m}{V}, \quad (4.32)$$

где \vec{p}_m — магнитный момент шарика, а V — его объем, окончательно получаем:

$$\vec{H}_0 = \frac{4\pi\vec{p}_m}{3V}. \quad (4.33)$$

Соотношение (4.33) позволяет определить величину внешнего магнитного поля \vec{H}_0 в области расположения ферромагнитного шарика по значениям проекций магнитного момента \vec{p}_m шарика, полученным при помощи метода магнитной

локации [111]. Основным преимуществом данного метода является возможность дистанционного измерения магнитного поля в агрессивных средах.

В качестве примера рассмотрим магнит в форме прямоугольного параллелепипеда, имеющий размеры $4 \times 4 \times 1,5 \text{ см}^3$, поле которого выражается в аналитических формулах (см. § 4.1). При помощи метода магнитной локации определяется магнитный момент стального шарика радиусом 13,5 мм. Шарик перемещается вдоль прямой, изображенной на рисунке 4.15.

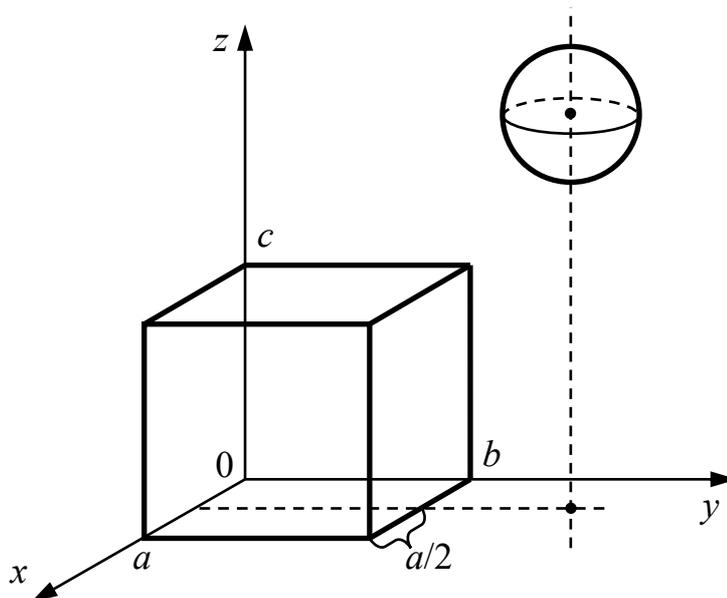


Рисунок 4.15 — Иллюстрация эксперимента по определению величины поля магнита. Шарик перемещается вдоль пунктирной прямой, параллельной оси z , на расстоянии 2 см от боковой грани магнита.

Сравнение экспериментальных значений и теоретических кривых представлено на рисунке 4.16.

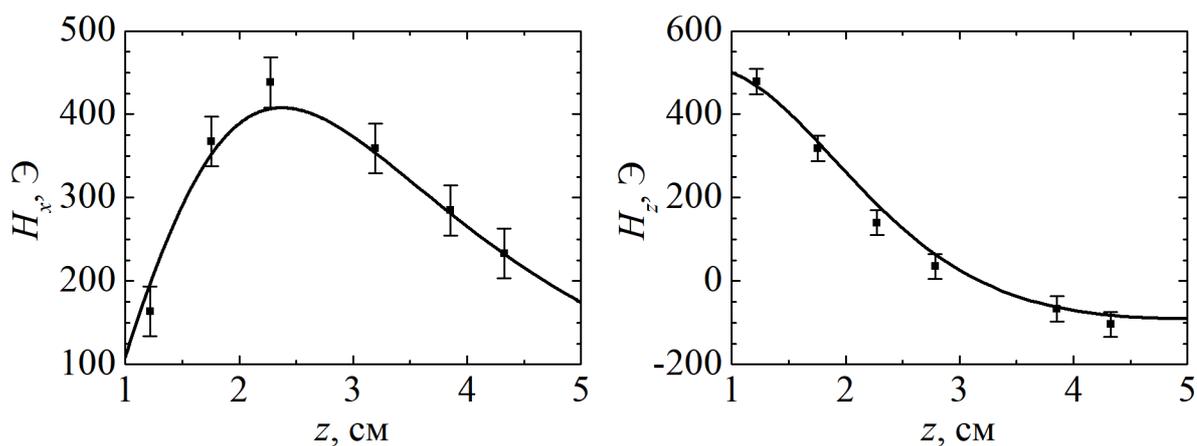


Рисунок 4.16 — Теоретические зависимости (линии) проекций магнитного поля H_x на ось x (а) и H_z на ось z (б) параллелепипеда от координаты по оси z . Точками показаны экспериментально измеренные значения.

Хорошее совпадение подтверждает возможность измерения магнитного поля с помощью метода магнитной локации.

§ 4.6. Основные результаты главы

1. Впервые была предложена схема с использованием четырех 3-хосевых магниторезистивных датчиков магнитного поля, расположенных в разных плоскостях. Благодаря использованию современных технологий, удалось создать устройство, способное определять положение магнита с магнитным моментом 2.81 кЭрг / Гс в области $1 \times 1 \times 1 \text{ м}^3$ с точностью 1 см.
2. Благодаря использованию четырех 3-хосевых датчиков впервые получена приближенная аналитическая формула для нахождения координат магнитного диполя в пространстве. В эксперименте данный метод дает погрешность не более 10 %.
3. На основе созданного устройства для магнитной локации разработан новый метод измерения магнитного поля посредством регистрации индуцированного этим магнитным полем магнитного дипольного момента небольшого ферромагнитного шарика, помещенного в исследуемую область.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная в Главе 1 модель одномерной неоднородности позволила существенным образом упростить задачу о нахождении распределения намагниченности в нанополоске FeNiCo за счет сведения уравнения (1.1) к системе линейных алгебраических уравнений. Рассчитанные на основе представленной модели зависимости изменения магнитосопротивления от величины внешнего магнитного поля продемонстрировали хорошее совпадение с экспериментом. Также была разработана теоретическая модель для расчета АМР характеристик образца с перпендикулярной анизотропией и получено хорошее согласование с экспериментальными результатами. Развитие представленной теории позволит существенно продвинуться в задачах, связанных с проектированием датчиков магнитного поля и повышением эффективности их работы.

Теоретические расчеты зависимостей выходного напряжения датчика “barberpole” в Главе 2, основанные на модели одномерной неоднородности распределения намагниченности и однородного распределения тока, точно описывают ход экспериментальной кривой при малых полях. Полученное аналитическое решение двумерного уравнения Лапласа в области косоугольного магниторезистивного элемента позволяет контролировать точность численного решения аналогичной задачи с целью правильной регуляризации решения в особых областях. Учет АМР эффекта привел к обобщенному уравнению Лапласа, численное решение которого позволило обнаружить асимметрию в графиках зависимостей сопротивления элемента от внешнего магнитного поля и получить лучшее сходство с экспериментом по сравнению с упрощенной моделью.

В Главе 3 получены теоретические зависимости перемагничивания спинтуннельного элемента во внешнем магнитном поле в рамках классической модели Стонера–Вольфарта. На основе полученных моделей перемагничивания свободного слоя при воздействии постоянного магнитного поля, направленного ортогонально измерительному полю, представляется возможным спрогнозировать ширину гистерезиса, наклон характеристики в области малых магнитных полей и

подобрать оптимальное значение ортогонального магнитного поля. Применение модели некогерентного перемагничивания демонстрирует лучшее сходство с экспериментальными данными.

Разработанное в Главе 4 новое эффективное устройство для магнитной локации существенно превосходит известные аналогичные разработки. Устройство основано на одновременном измерении магнитного поля 12-ю магниторезистивными датчиками и способно, например, определять положение и ориентацию небольшого цилиндрического магнита $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ (радиусом 1 см и высотой 1 см) в области $1 \times 1 \times 1 \text{ м}^3$ с точностью 1 см в режиме реального времени (за время, не превышающее 40 мс). На основе созданного устройства для магнитной локации разработан новый метод измерения магнитного поля, принципиальным отличием которого от других способов измерения является отсутствие каких-либо держателей и подводящих проводов к измерительному инструменту (шарику) и возможность измерения магнитного поля в широком диапазоне температур и давлений, а также в присутствии агрессивной среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hirohata A., Yamada K., Nakatani Y. et al. Review on spintronics: Principles and device applications // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2020. Vol. 509. Art. No. 166711.
2. Ферт А. Происхождение, развитие и перспективы спинтроники // Успехи физических наук. 2008. Т. 178. № 12. С. 1336-1348.
3. Thomson W. XIX. On the electro-dynamic qualities of metals: — Effects of magnetization on the electric conductivity of nickel and of iron // Proceedings of the Royal Society of London. 1857. Vol. 8. P. 546-550
4. McGuire T., Potter R. Anisotropic magnetoresistance in ferromagnetic 3d alloys // IEEE Transactions on Magnetics. 1975. Vol. MAG-11. No. 4. P. 1018-1038.
5. Baibich M.N., Broto J.M., Fert A. et al. Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices // Physical Review Letters. 1988. Vol. 61. No. 21. P. 2472-2475.
6. Scheike T., Xiang Q., Wen Z. et al. Exceeding 400 % tunnel magnetoresistance at room temperature in epitaxial Fe/MgO/Fe(001) spin-valve-type magnetic tunnel junctions // Applied Physics Letters. 2021. Vol. 118. Art. No. 042411.
7. Bhatti S., Sbiaa R., Hirohata A. et al. Spintronics based random access memory: a review // Materials Today. 2017. Vol. 20. Iss. 9. P. 530-548.
8. Jiang W., Chen G., Liu K. et al. Skyrmions in magnetic multilayers // Physics Reports. 2017. Vol. 704. P. 1-49.
9. Kateb M., Jacobsen E., Ingvarsson S. Application of an extended van der Pauw method to anisotropic magnetoresistance measurements of ferromagnetic films // Journal of Physics D: Applied Physics. 2019. Vol. 52. Art. No. 075002.
10. Волков В.В., Боков В.А. Динамика доменной стенки в ферромагнетиках // Физика твердого тела. 2008. Т. 50. Вып. 2. С. 193-221.
11. Nord M., Semisalova A., Káray A. Strain Anisotropy and Magnetic Domains in Embedded Nanomagnets // Small. 2019. Vol. 15. Art. No. 1904738.

12. Дубовик М.Н., Филиппов Б.Н. Доменная структура и кривые намагничивания пленок с перпендикулярной анизотропией // Физика металлов и металловедение. 2017. Т. 118. № 11. С. 1083-1092.
13. de Abril O., Sánchez M., Aroca C. The effect of the in-plane demagnetizing field on films with weak perpendicular magnetic anisotropy // Journal of Applied Physics. 2006. Vol. 100. Iss. 6. Art. No. 063904.
14. Urbaniak M., Stobiecki F., Szymański B. et al. Magnetic and magnetoresistive properties of NiFe/Au/Co/Au multilayers with perpendicular anisotropy of Co layers // Journal of Applied Physics. 2007. Vol. 101. Iss. 1. Art. No. 013905.
15. Middelhoek S. Domain Walls in Thin NiFe Films // Journal of Applied Physics. 1963. Vol. 34. Iss. 4. P. 1054-1059.
16. Дубовик М.Н., Зверев В.В., Филиппов Б.Н. Нелинейная перестройка структуры доменных границ в тонкой пленке с одноосной плоскостной анизотропией // Физика металлов и металловедение. 2014. Т. 115. № 11. С. 1226-1244.
17. Поляков П.А. Теория диффузной доменной границы // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1994. Т. 60. Вып. 5. С. 336-339.
18. Дубовик М.Н., Зверев В.В., Филиппов Б. Н. Нелинейная динамика доменных границ с поперечными связями // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. 2016. Т. 150. Вып. 1(7). С. 122-134.
19. Bjørk R., Poulsen E.B., Nielsen K.K., Insinga A.R. MagTense: a micromagnetic framework using the analytical demagnetization tensor // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2021. Vol. 535. Art. No. 168057.
20. Mahalingam S., Manikandan B., Arockiaraj S. Review – Micromagnetic Simulation Using OOMMF and Experimental Investigations on Nano Composite Magnets // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1172. Art. No. 012070.
21. «The Object Oriented MicroMagnetic Framework (OOMMF)». URL: <https://math.nist.gov/oommf/> (дата обращения: 21.05.2022).

22. «μMAG — Micromagnetic Modeling Activity Group». URL: <https://www.ctcms.nist.gov/~rdm/mumag.org.html> (дата обращения: 21.05.2022).
23. «Nmag. Computational Micromagnetism». URL: <https://nmag-project.github.io/> (дата обращения: 21.05.2022).
24. «MagNum.fe». URL: <http://micromagnetics.org/magnum.fe/> (дата обращения: 21.05.2022).
25. «MicroMagus — Software package for micromagnetic simulations». URL: <http://www.micromagus.de/> (дата обращения: 21.05.2022).
26. Steinmetz P., Ehrmann A. Micromagnetic Simulation of Round Ferromagnetic Nanodots with Varying Roughness and Symmetry // Condensed Matter. 2021. Vol. 6. Iss. 2. Art. No. 19.
27. Chumak A.V., Vasyuchka V.I., Serga A.A., Hillebrands B. Magnon spintronics // Nature Physics. 2015. Vol. 11. P. 453-461.
28. Brataas A., Kent A., Ohno H. Current-induced torques in magnetic materials // Nature Materials. 2012. Vol. 11. P. 372-381.
29. Ripka P. Magnetic Sensors and Magnetometers // Measurement Science and Technology. 2002. Vol. 13. No. 4. P. 645.
30. Maciel N., Marques E., Naviner L. et al. Magnetic Tunnel Junction Applications // Sensors. 2019. Vol. 20. Iss. 1. Art. No. 121.
31. Wang C., Su W., Hu Z. et al. Highly Sensitive Magnetic Sensor Based on Anisotropic Magnetoresistance Effect // IEEE Transactions on Magnetics. 2018. Vol. 54. Iss. 11. Art. No. 2301103.
32. Sreevidya P.V., Khan J., Barshilia H.C. et al. Development of two axes magnetometer for navigation applications // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2018. Vol. 448. P. 298-302.
33. van der Pauw. A Method of Measuring Specific Resistivity and Hall Effect of Discs of Arbitrary Shape // Philips Research Reports. 1958. Vol. 13. No. 1. P. 1-9.

34. Oliveira F.S., Cipriano R.B., da Silva F.T. Simple analytical method for determining electrical resistivity and sheet resistance using the van der Pauw procedure // *Scientific Reports*. 2020. Vol. 10. Art. No. 16379.
35. Trefethen L.N. Analysis and design of polygonal resistors by conformal mapping // *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*. 1984. Vol. 35. P. 692-704.
36. Tumański S., Stabrowski M. The optimization and design of magnetoresistive barber-pole sensors // *Sensors and Actuators*. 1985. Vol. 7. Iss. 4. P. 285-295.
37. Kuijk K.E., van Gestel W.J., Gorter F.W. The barber pole, a linear magnetoresistive head // *IEEE Transactions on Magnetics*. 1975. Vol. Mag-11. No. 5. P. 1215-1217.
38. Hiptmair R. Finite elements in computational electromagnetism // *Acta Numerica*. 2002. Vol. 11. P. 237-339.
39. Lee J.S. A direct field formulation for transient eddy current calculations in thin conductors // *IEEE Transactions on Magnetics*. 1991. Vol. 27. Iss. 5. P. 4000-4003.
40. Brambilla R., Grilli F., Martini L., Sirois F. Integral equations for the current density in thin conductors and their solution by the finite-element method // *Superconductor Science and Technology*. 2008. Vol. 21. No. 10. Art. No. 105008.
41. Fangohr H., Chernyshenko D.S., Franchin M. et al. Joule heating in nanowires // *Physical Review B*. 2011. Vol. 84. Art. No. 054437.
42. Gerasimenko T., Polyakov P., Frolov I. Elimination of Current Crowding Problem in Flat Conductors Bent at Arbitrary Angles // *Progress In Electromagnetics Research Letters*. 2014. Vol. 47. P. 41-46.
43. Поляков О.П., Касаткин С.И., Амеличев В.В. и др. Теоретическое исследование магнитосопротивления элемента наноструктуры стрейнтроники квадратной формы // *Известия РАН. Серия физическая*. 2022. Т. 86. № 9. С. . (скоро выйдет в печать)

44. Бухараев А.А., Звездин А.К., Пятаков А.П., Фетисов Ю.К. Стрейнтроника — новое направление микро- и нанoeлектроники и науки о материалах // Успехи физических наук. 2018. Т. 188. № 12. С. 1288-1330.
45. Артамонов Е.И., Балабанов А.Б., Касаткин С.И. и др. Система магнитной локации на примере капсулы эндоскопа // Датчики и системы. 2012. № 12. С. 2-5.
46. Kasatkin S.I., Polyakov O.P., Rusakova N.E., Rusakov A.E. On uniqueness of solution of a reverse problem of magnetic location // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2006. Vol. 305. Iss. 2. P. 361-364.
47. Санков О.В., Легкий В.Н. Исследование феррозондовых датчиков магнитных объектов для систем ближней локации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Машиностроение”. 2009. № 2. С. 90-101.
48. Горделий В.И. Магнитный дефектоскоп для контроля железнодорожных рельсов // Патент России № 2310836. 2006. Бюл. № 32.
49. Касаткин С.И., Поляков П.А., Абакумов А.А. Манипулятор для виртуальной реальности // Датчики и системы. 2001. № 11. С. 6-9.
50. Касаткин С.И., Поляков О.П., Поляков П.А. Возможности реализации аппаратно-программного комплекса трехмерной мыши на основе решения обратной задачи магнитной локации // Датчики и системы. 2005. № 8. С. 33-36.
51. Wang X. Study on Magnetic Localization and Actuation of Active Capsule Endoscope: Ph.D. thesis / The Chinese University of Hong Kong. 2006.
52. Карпов Р.Г. Метода анализа и обработки данных для устройства трехмерной магнитной локации: Дис. ... к. техн. наук: 05.13.01 – М., 2009.
53. Wang X., Meng M. Q.-H. Study of a position and orientation tracking method for wireless capsule endoscope // International Journal of Information Acquisition. 2005. Vol. 02. No. 02. P. 113-121.
54. Katie M.P. Localization Method for a Magnetic Capsule Endoscope Propelled by a Rotating Magnetic Dipole Field / IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA. Karlsruhe, Germany, 2013.

55. Veron B., Abadie J., Hubert A. Magnetic manipulation with several mobile coils towards gastrointestinal capsular endoscopy. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00772408>.
56. Aziz S.M., Grcic M., Vaithianathan T. A Real-Time Tracking System for an Endoscopic Capsule using Multiple Magnetic Sensors // *Smart Sensors and Sensing Technology*, Springer. 2008. P. 201–218.
57. Григорашвили Ю.Е., Притула В.В., Стицей Ю.В. Альтернативный метод оценки состояния защитных покрытий законченных строительством трубопроводов // *Трубопроводный транспорт: теория и практика*. 2013. № 6. С. 34-39.
58. Карпов Р.Г. Алгоритмическая, программная и аппаратная реализация системы магнитной локации скрытых объектов // *Известия вузов. Электроника*. 2009. № 3(77). С. 53-60.
59. Григорашвили Ю.Е., Бухлин А.В., Мингазин В.Т. Системы магнитовидения для обнаружения скрытых объектов // *Известия вузов. Электроника*. 2015. Т. 20. № 5. С. 551-557.
60. Nazlibilek S. Autonomous navigation of robotic units in mobile sensor network // *Measurement*. 2012. Vol. 45. Iss. 5. P. 938-949.
61. Lukyanenko D.V., Yagola A.G. Some methods for solving of 3D inverse problem of magnetometry // *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*. 2016. V. 4. Iss. 3. P. 4-14.
62. Шевцов В.С., Поляков О.П., Амеличев В.В. и др. Особенности магниторезистивного сопротивления длинной нанополоски FeNiCo // *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия*. 2019. № 5. С. 40-44; Shevtsov V.S., Polyakov O.P., Amelichev V.V. et al. Magnetoresistive Features of a Long FeNiCo Nanostrip // *Moscow University Physics Bulletin*. 2019. V. 74. No. 5. P. 459-463.
63. Smit J. Magnetoresistance of ferromagnetic metals and alloys at low temperatures // *Physica*. 1951. Vol. 17. Iss. 6. P. 612-627.

64. Максвелл Дж.К. Трактат об электричестве и магнетизме. В двух томах. Т. II. М.: Наука, 1989.
65. Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М., Л.: ОГИЗ, 1948.
66. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. М.: Мир, 1986.
67. Riley K.F., Hobson M.P., Bence S.J. *Mathematical Methods for Physics and Engineering*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
68. Вагин Д.В., Герасименко Т.Н., Поляков П.А. Точное аналитическое выражение для индукции магнитного поля образца прямоугольной формы // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2008. № 6. С. 53-55.
69. Engel-Herbert R., Hesjedal T. Calculation of the magnetic stray field of a uniaxial magnetic domain // *Journal of Applied Physics*. 2005. Vol. 97. Iss. 7. Art. No. 074504.
70. Tang D., Lee Y. *Magnetoresistance Effects. Magnetic Memory: Fundamentals and Technology*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
71. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред. Том XIII*. М.: Наука, 1982.
72. Хапаев М.М., Антонов Л.И., Осипов С.Г. Расчет доменной стенки методом установления // *Физика металлов и металловедение*. 1983. Т. 55. № 5. С. 917-922.
73. Heinrich B., Cochran J.F. Ultrathin metallic magnetic films: magnetic anisotropies and exchange interactions // *Advances in Physics*. 1993. Vol. 42. No. 5. P. 523-639.
74. Шевцов В.С., Поляков О.П., Амеличев В.В. и др. Особенности АМР эффекта в магнитных полосках с перпендикулярной анизотропией // *Известия РАН. Серия физическая*. 2020. Т. 84. № 5. С. 726-729; Shevtsov V.S., Polyakov O.P., Amelichev V.V. et al. Features of the AMR Effect in Magnetic Strips with Perpendicular Anisotropy // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2020. V. 84. No. 5. P. 599-601.

75. Ван Я., Колотов И.И., Лукьяненко Д.В., Ягола А.Г. Восстановление магнитной восприимчивости с использованием полных магнито-градиентных данных // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60. № 6. С. 1027-1034.
76. Шевцов В.С., Каминская Т.П., Поляков П.А. и др. Доменная структура в тонких пленках FeNiCo с плоскостной анизотропией // Известия РАН. Серия физическая. 2021. Т. 85. № 11. С. 1564-1567; Shevtsov V.S., Kaminskaya T.P., Polyakov P.A. et al. Domain Structure in Thin FeNiCo Films with In-Plane Anisotropy // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2021. V. 85. No. 11. P. 1226-1229.
77. Landau L., Lifshits E. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion. 1935. Vol. 8. P. 153-169.
78. Neel L. Energie des parois de Bloch dans les couches minces // Comptes Rendus Hebdomadaires Des Seances De L Academie Des Sciences. 1955. Vol. 241. No. 6. P. 533-537.
79. Collette R. Shape and Energy of Néel Walls in Very Thin Ferromagnetic Films // Journal of Applied Physics. 1964. Vol. 35. Iss. 11. P. 3294-3301.
80. Su W., Wang Z., Wen T. et al. Linear Anisotropic Magnetoresistive Sensor Without Barber-Pole Electrodes // IEEE Electron Device Letters. 2019. Vol. 40. No. 6, P. 969-972.
81. Амеличев В.В., Жуков Д.А., Касаткин С.И. и др. Особенности расчета и исследования вольт-эрстедной характеристики анизотропного магниторезистивного датчика // Письма в журнал технической физики. 2021, Т. 47. Вып. 10. С. 19-21; Amelichev V.V., Zhukov D.A., Kasatkin S.I. et al. Features of Calculation and Investigation of Volt–Oersted Characteristics of an Anisotropic Magnetoresistive Sensor // Technical Physics Letters. 2021. V. 47. No. 6. P. 482-484.
82. Поляков П.А., Шевцов В.С. Решение двумерной электростатической задачи для косоугольного магниторезистивного элемента // Известия РАН. Серия

- физическая. 2022. Т. 86. № 9. С. 1292-1296; Polyakov P.A., Shevtsov V.S. Solution to a Two-Dimensional Electrostatic Problem for an Oblique Magnetoresistive Element // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2022. V. 86. No. 9. P. 1070-1073.
83. Денисов В.И. Лекции по электродинамике. М.: УНЦ ДО, 2007.
84. Смайт В. Электростатика и электродинамика. М.: Издательство иностранной литературы, 1954.
85. Максвелл Дж.К. Трактат об электричестве и магнетизме. В двух томах. Т. I. М.: Наука, 1989.
86. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. М.: Мир, 1964.
87. Галанин М.П., Уразов С.С. Численное моделирование квазистационарных электромагнитных полей в областях с негладкими границами проводящих и диэлектрических подобластей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Естественные науки”. 2007. № 4. С. 45-56.
88. Фрязинов И.В. Разностные схемы для уравнения Лапласа в ступенчатых областях // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1978. Т. 18. № 5. С. 1170-1185.
89. Волков Е.А. Метод составных сеток для конечных и бесконечных областей с кусочно-гладкой границей // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. 1968. Т. 96. С. 117-148.
90. Волков Е.А. О методе регулярных составных сеток для уравнения Лапласа на многоугольниках // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. 1976. Т. 140. С. 68-102.
91. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1987.
92. Иванов В.И., Попов В.Ю. Конформные отображения и их приложения. М.: Едиториал УРСС, 2002.
93. Kober H. Dictionary of conformal representation. New York: Dover Publications, 1957.

94. Shevtsov V.S., Polyakov P.A. Electric current and magnetization distributions self-organization features in a magnetoresistive film nanoelement under the influence of an external magnetic field // International Journal of Modern Physics B. 2022. Vol. 38. No. 25. Art. No. 2250167.
95. Nagaosa N., Sinova J., Onoda S. et al. Anomalous Hall effect // Reviews of Modern Physics. 2010. Vol. 82. No. 2. P. 1539-1592.
96. Kokado S., Tsunoda M., Harigaya K., Sakuma A. Anisotropic Magnetoresistance Effects in Fe, Co, Ni, Fe₄N, and Half-Metallic Ferromagnet: A Systematic Analysis // Journal of the Physical Society of Japan. 2012. Vol. 81. Art. No. 024705.
97. Амеличев В.В., Костюк Д.В., Жуков Д.А. и др. Расчет передаточной характеристики анизотропного магниторезистивного преобразователя магнитного поля // Наноиндустрия. 2020. Т. 13. № 3-4(97). С. 230-238.
98. Амеличев В.В., Гамарц И.А., Касаткин С.И. и др. Анизотропные магниторезистивные преобразователи на основе ферромагнитных наноструктур с разным содержанием кобальта // Нано- и микросистемная техника. 2010. № 2(115). С. 22-24.
99. Амеличев В.В., Васильев Д.В., Костюк Д.В. и др. Исследование процесса перемагничивания спин-туннельного перехода с использованием модели когерентного вращения намагниченности свободного слоя // Микроэлектроника. 2021. Т. 50. № 6. С. 461-466; Amelichev V.V., Vasiliev D.V., Kostyuk D.V. et al. Study of Spin-Tunnel Junction Magnetization Using Coherent Rotation of the Free Layer Magnetization Model // Russian Microelectronics. 2021. V. 50. No. 6. P. 420-425.
100. Сандомирский С.Г. Расчет и анализ размагничивающего фактора ферромагнитных тел. Минск: Беларуская навука, 2015.
101. Choi G.-M. Exchange stiffness and damping constants of spin waves in CoFeB films // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2020. Vol. 516. Art. No. 167335.

102. Шевцов В.С., Амеличев В.В., Васильев Д.В. и др. Изменение магнитосопротивления спин-туннельного элемента при неоднородном перемагничивании с образованием доменов // Известия РАН. Серия физическая. 2022. Т. 86. № 9. С. 1247-1250; Shevtsov V.S., Amelichev V.V., Vasilyev D.V. et al. Change in the Magnetoresistance of a Spin Tunnel Element upon Inhomogeneous Magnetization Reversal with the Formation of Domains // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2022. V. 86. No. 9. P. 1033-1036.
103. Перепёлкин Е.Е., Коваленко А.Д., Тарелкин А.А. и др. Моделирование магнитных систем в области с углом // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2019. Т. 50. Вып. 3. С. 360-437.
104. Кулезнев Н.Е., Поляков П.А., Шевцов В.С. Теоретическое и экспериментальное исследование особенностей магнитного поля сильно намагниченного постоянного магнита // Известия РАН. Серия физическая. 2018. Т. 82. № 8. С. 1076-1079; Kuleznev N.E., Polyakov P.A., Shevtsov V.S. Theoretical and Experimental Investigation of the Magnetic Field of a Strongly Magnetized Permanent Magnet // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2018. V. 82. No. 8. P. 974-977.
105. Резинкина М.М. Численный расчет магнитного поля и магнитного момента ферромагнитных тел сложной пространственной конфигурации // Журнал технической физики. 2009. Т. 79. Вып. 8. С. 8-17.
106. Соколов Д.Ю. Синтез высокооднородного постоянного поля постоянного магнита МР-томографа и задача реконструкции плотности объекта: дис. ... канд. техн. наук: 05.11.01. СПб., 2007.
107. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: ГТТИ, 1957.
108. Касаткин С.И., Плотникова Н.В., Поляков О.П. и др. Магнитная локация на базе магниторезистивного компаса // Известия РАН. Серия физическая. 2018. Т. 82. № 8. С. 1085-1089; Kasatkin S.I., Plotnikova N.V., Polyakov O.P. et al. Magnetic Location Based on a Magnetoresistive Compass // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2018. V. 82. No. 8. P. 983-987.

109. Касаткин С.И., Поляков П.А., Поляков О.П. и др. Макет магнитной локации на базе магниторезистивного компаса // Известия РАН. Серия физическая. 2020. Т. 84. № 2. С. 204-206; Kasatkin S.I., Polyakov P.A., Polyakov O.P. et al. Prototype of a Magnetic Locator Based on a Magnetoresistive Compass // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2020. V. 84. No. 2. P. 163-165.
110. Яковлев К.П. Краткий физико-технический справочник. Том первый. Математика. Физика. М.: ФИЗМАТГИЗ, 1960.
111. Шевцов В.С., Кулезнев Н.Е., Поляков П.А. Измерение магнитного поля методом магнитной локации // Известия РАН. Серия физическая. 2020. Т. 84. № 2. С. 201-203; Shevtsov V.S., Kuleznev N.E., Polyakov P.A. Measuring a Magnetic Field via Magnetic Location // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2020. V. 84. No. 2. P. 160-162.