

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Воротников Дмитрий Игоревич

**Процессы переноса, обусловленные
инерционно-гравитационными внутренними
волнами**

1.6.17 – Океанология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2024

Диссертация подготовлена на кафедре квантовой статистики и теории поля
физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

- Научный руководитель** – *Савченко Александр Максимович,*
доктор физико-математических наук, доцент
- Официальные оппоненты** – *Дианский Николай Ардальянович,*
доктор физико-математических наук, доцент,
главный научный сотрудник кафедры физики
моря и вод суши физического факультета
ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова»
- Морозов Евгений Георгиевич,*
доктор физико-математических наук, главный
научный сотрудник, заведующий Лабораторией
гидрологических процессов ФГБУ ИО РАН
- Попов Сергей Константинович,*
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник отдела
морских гидрологических прогнозов ФГБУ
«Гидрометцентр России»

Защита диссертации состоится 18 апреля 2024 года в 17 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.016.3 Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, дом 1, стр. 2, физический факультет, Северная физическая аудитория
E-mail: versan@physics.msu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/2891/>

Автореферат разослан 18 марта 2024 года

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук

С.В. Колесов

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Внутренние волны повсеместно присутствуют в стратифицированной морской среде благодаря источникам их порождающих: это атмосферные возмущения, гидродинамическая неустойчивость течений, взаимодействие течений и приливов с неоднородностями рельефа дна, излучение внутренних волн вихрями, генерация внутренних волн движущимися объектами и т.п. Внутренние волны играют большую роль в судоходстве, особенно в подводном мореплавании. Учет влияния внутренних волн необходим при строительстве подводных коммуникаций и трубопроводов. Земля — неинерциальная система отсчета. В ней действует сила инерции Кориолиса, которая приводит к существованию инерционных колебаний, а в стратифицированном море — инерционно-гравитационных внутренних волн. Динамика внутренних инерционно-гравитационных волн сказывается на горизонтальном и вертикальном обменах во всей толще Мирового океана. Данное явление наблюдается в придонном слое, в частности в изменении давления и возбуждении турбулентного пограничного слоя, индуцированного горизонтальным течением жидкости. Также, эти процессы сказываются на транспорте донных осадков, что приводит к размывам дна и берегов, а также оснований опор гидротехнических сооружений. Вертикальный обмен важен для решения задач диффузии примесей, органических веществ, сероводорода и кислорода.

Решение системы уравнений гидродинамики, описывающей волновые возмущения в общем виде, представляет достаточно сложную математическую задачу как с точки зрения доказательств теорем существования и единственности решений, так и с вычислительной точки зрения. В силу этого, как правило, основные результаты решения задач о генерации волновых возмущений представляются в самой общей интегральной форме. Поэтому требуется разработка моделей и методов, допускающих как качественный, так и

количественный анализ натуральных данных.

Вертикальный обмен обычно связывают с перемежаемой турбулентностью. Вертикальные потоки, обусловленные внутренними волнами, ещё плохо изучены, поэтому актуальным является исследование вклада этих потоков в вертикальный обмен и сравнение этих потоков с турбулентными, данная задача играет фундаментальное значение в понимании механизмов вертикального тепло-массопереноса.

Также, актуальным является определение волновых потоков тепла, соли, импульса и массы для зон различной глубины и исследование вклада внутренних волн в формирование вертикальной тонкой структуры гидрофизических полей.

Степень разработанности темы исследования. Проведена большая работа по исследованию нелинейных волновых эффектов во внутренних волнах, и связанных с ними явлениях, в первую очередь вертикального волнового переноса и стокова дрейфа. Стоит отметить дальнейшие перспективы исследования. Метод теории возмущений применительно к краевой задаче для внутренних волн с точки зрения применимости к данным исследованиям показал свою релевантность, но и при этом были выявлены пределы его применимости. Дальнейшее развитие темы данного исследования видится в построении пространственной картины и изолиний для дисперсионных кривых, расчет которых выполнен при помощи прямых вычислений. Предшествующие этапы можно считать обстоятельными и законченными работами.

Цели и задачи диссертационной работы.

- Исследование и численное моделирование процессов переноса в шельфовой зоне и глубоководной области, обусловленных инерционно-гравитационными внутренними волнами, при наличии течения с вертикальным сдвигом скорости.
- Решение краевой задачи для волновых возмущений вертикальной скорости внутренних волн. В первом порядке теории возмущений построение

дисперсионных кривых и собственной функции внутренних волн для областей с различной глубиной.

- Во втором порядке малости по амплитуде волны определить волновые потоки тепла, соли, импульса и массы, сравнить их с соответствующими турбулентными потоками. Оценить вклад наличия стокового дрейфа в вертикальный перенос. Исследовать формирование и особенности вертикальной тонкой структуры гидродинамических полей температуры, солености и плотности за счет присутствия вертикальных волновых потоков этих полей.
- Произвести численное моделирование на основе натуральных данных для данной математической модели краевой задачи для внутренних инерционно-гравитационных волн.

Научная новизна.

1. Впервые создана и численно решена модель взаимодействия двумерного течения с вертикальным сдвигом скорости при учёте вращения Земли с инерционно-гравитационными внутренними волнами в приближении Буссинеска. Рассмотрены возникающие при этом нелинейные эффекты.
2. В линейном приближении краевая задача для амплитуды вертикальной скорости внутренних слабонелинейных инерционно-гравитационных волн при учете вращения Земли в двумерном сдвиговом течении имеет комплексные коэффициенты. В данной конфигурации задачи это проделано впервые. Построены дисперсионные кривые первых двух мод. Показано, что дисперсионные кривые инерционно-гравитационных внутренних волн обрываются в низкочастотной области, что обусловлено влиянием критических слоев, где частота волны со сдвигом Доплера приближается к инерционной. Для второй моды колебаний обрыв дисперсионных кривых происходит при более высокой частоте чем первой.

3. Впервые найдены вертикальные волновые потоки тепла, соли, импульса и массы, обусловленные внутренними инерционно-гравитационными волнами при наличии двумерного вертикально-неоднородного течения. Эти потоки обусловлены сдвигом фаз между колебаниями вертикальной скорости и колебаниями данных термогидродинамических полей, отличным от $\pi/2$. Рассчитан вклад в волновой перенос вертикальной составляющей скорости стокова дрейфа, которая отлична от нуля в условиях данной задачи. Показано, что на шельфе определяющий вклад в волновой поток даёт вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа. Указанные потоки могут быть сравнимы или даже превосходить турбулентные потоки на шельфе.
4. Найдены суммарные, включающие индуцированные наличием стокова дрейфа, вертикальные волновые потоки полей температуры, солёности, и массы. Исследован их вклад в формирование вертикальной тонкой структуры. Показано, что данные потоки приводят к необратимой деформации профилей средних величин этих термогидродинамических полей — тонкой структуре, генерируемой волной. Данная тонкая структура имеет необратимый характер. Доказательство этого в условиях данной задачи сделано впервые.

Теоретическая и практическая значимость. Данное исследование является пионерским в своей области и имеет существенные перспективы, т.к. явления переноса в водной толще Мирового океана являются чрезвычайно важными в формировании общей экосистемы и баланса физико-химического состава. Стоит отметить важность учета влияния внутренних волн на осуществление различной деятельности человека в акватории морей и океанов, включая как исследовательскую деятельность, так и промышленную (строительство гидротехнических сооружений).

Методология и методы исследования. В основе исследования лежит разработка численно-аналитической математической модели решения краевой задачи для внутренних инерционно-гравитационных волн в среде с вертикальной стратификацией и наличии двумерного вертикально-неоднородного бароклинного течения при учете вращения Земли. Решение данной математической модели производится посредством численного моделирования, составления программного кода для исходной модели с последующей её верификацией на натурных данных и расчётом искомых параметров. Исходя из внутренней логики задачи, на первом этапе представляется целесообразным воспользоваться теорией возмущений для её решения, и получения необходимых оценок интересующих параметров. Важным является выбор численной схемы решения дифференциального уравнения исходной краевой задачи. Отметим, что предпочтение, ввиду большей устойчивости по отношению к основному уравнению задачи, отдано в пользу неявной схемы Адамса третьего порядка точности. При этом, для лучшей производительности, выполнены автоматизация и оптимизация всей модели, доработка программного кода. В первом порядке теории возмущений неоднородная краевая задача для линейного дифференциального уравнения второго порядка для амплитуды вертикальной скорости сводится к самосопряженному виду. Из условия её разрешимости, т.ё. ортогональности правой части уравнения нетривиальному решению соответствующей однородной краевой задачи, ищется мнимая поправка к частоте. Находится единственное решение этой краевой задачи, ортогональное нетривиальному решению соответствующей однородной краевой задачи.

На основе результатов физико-математического и численного моделирования решения краевой задачи для внутренних инерционно-гравитационных волн были построены конкретные реализации профилей термогидродинамических полей с использованием натурных данных в области малых глубин (шельфовая зона) и для глубоководного случая. Натурные данные для модели получены с использованием градиентно-распределённых

датчиков (ГРАД) и *CTD/LADCP*-измерений. Рассчитанные волновые потоки массы и других геофизических полей, а также турбулентные потоки представляются в виде графиков профилей данных величин. Производится сопоставление зависимостей частоты и декремента затухания от волновых чисел, полученных в рассматриваемых областях.

Положения, выносимые на защиту.

1. Выявлено, что в области критических слоев происходит усечение дисперсионных кривых, причем для второй моды обрыв происходит на более высокой частоте, чем у первой. Это подтверждается видом дисперсионных кривых для первых двух мод 15-минутных внутренних инерционно-гравитационных волн, как при наличии среднего двумерного течения и вращения Земли, так и в его отсутствии.
2. У инерционно-гравитационных внутренних волн при наличии течения, у которого компонента скорости, нормальная к направлению распространения волны, зависит от вертикальной координаты мнимая часть частоты волны отлична от нуля. Возможно как слабое затухание, так и слабое усиление волны в зависимости от периода волны и номера моды.
3. Оценка вклада стокова дрейфа в формирование вертикального переноса термогидродинамических полей: тепла, соли и массы.
4. Результат численного расчёта вертикальных волновых потоков для полей температуры, солёности, импульсов и плотности, и сравнение их с соответствующими турбулентными потоками.
5. Возникновение устойчивых на масштабе волны поправок к средним величинам термогидродинамических полей, которые интерпретируются как необратимая вертикальная тонкая структура, генерируемая волной. Такая структура полей обусловлена наличием ненулевых вертикальных потоков данных величин.

Достоверность обеспечивается воспроизводимостью результатов и согласованностью данных, полученных взаимодополняющими друг друга теоретическими и численно-аналитическими подходами, а также согласованностью с натурными данными и результатами, полученными другими авторами с использованием отличных от оригинальных методов исследования, в том числе моделирования.

Апробация. Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на профильных всероссийских и международных конференциях:

1. Международная научная школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, ИПМех РАН, Россия, 11–13 ноября 2015.
2. XXVII Международная конференция "Крымская осенняя математическая школа (КРОМШ-2016).
3. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016».
4. Научная конференция «Ломоносовские чтения» 2016 года. Севастополь, 24-25 марта 2016.
5. 2-я Международная научная школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, ИПМех РАН, Россия, 19–21 октября 2016.
6. Научная конференция «Моря России: наука, безопасность, ресурсы». Севастополь, 3–7 октября 2017.
7. Международная конференция “XXVIII Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам” (КРОМШ-2017), Крым, Россия, 17–30 сентября 2017.

8. 3-я Международная научная школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, ИПМех РАН, Россия, 1–3 ноября 2017.
9. Международная конференция “XXIX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам” (КРОМШ-2018), Крым, пос. Батилиман, Россия, 17–29 сентября 2018.
10. Моря России: методы, средства и результаты исследований. Севастополь ФГБУН МГИ, 24–28 сентября 2018.
11. 4-я Международная научная школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, ИПМех РАН, Россия, 24–26 октября 2018.
12. 5-я Международная научная конференция-школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, ИПМех РАН, Россия, 23–25 октября 2019.
13. 7-я Международная научная конференция-школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, ИПМех РАН, Россия, 20–23 октября 2021.

Публикации. Материалы научно-квалификационной работы (диссертации) опубликованы в 6 печатных работах, из них 3 статьи в рецензируемых научных журналах, индексируемых в базах наукометрических данных Web of Science, Scopus и Russian Scientific Citation Index (RSCI/РИНЦ) общим объёмом 2,25 п.л. (личный вклад автора составляет 1,85 п.л.) и 3 статьи в сборниках трудов конференций и иных журналах общим объёмом 2,57 п.л. (личный вклад автора составляет 1,95 п.л.), а также 13 тезисов докладов на российских и международных конференциях (общий объём — 1,90 п.л.).

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикациям полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в научно-квалификационной работе (диссертации) результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 4-х глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 108 страниц, из них 98 страницы текста, включая 54 рисунка. Библиография включает 62 наименования на 7 страницах.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Глава 1 содержит описание общих первых идей и принципов постановки физической задачи с последующей формулировкой физико-математического анзаца данной задачи [А.1]. Так же производится аналитическое описание части решения исходной задачи и дальнейшая её численная реализация.

Следуя работе [А.1], в первой главе, параграф §1.1, производится постановка задачи. Рассматриваются свободные внутренние волны в безграничном бассейне постоянной глубины при учете вращения Земли и наличии бароклинного двумерного сдвигового течения. При этом две компоненты скорости течения зависят от вертикальной координаты. В линейном приближении находятся дисперсионное соотношение и вертикальное распределение амплитуды внутренних волн. Уравнение для амплитуды вертикальной скорости имеет комплексные коэффициенты, поэтому собственная функция внутренних волн и

частота волны — комплексные, т. е. имеет место слабое затухание волны (при условии отрицательного знака мнимой поправки). Во втором порядке малости по амплитуде волны находятся вертикальные волновые потоки импульса и скорость стокова дрейфа.

Уравнения гидродинамики для волновых возмущений в приближении Буссинеска, а также с учётом несжимаемости морской воды, имеют вид [1–3]

$$\begin{aligned}
 \frac{Du}{Dt} - fv + w \frac{dU_0}{dz} &= -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial x}, \\
 \frac{Dv}{Dt} + fu + w \frac{dV_0}{dz} &= -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial y}, \\
 \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{g\rho}{\rho_0(0)}, \\
 \frac{D\rho}{Dt} &= -w \frac{d\rho_0}{dz}, \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где u, v, w — две горизонтальные и вертикальная компоненты волновой скорости течения соответственно; ρ, P — волновые возмущения плотности и давления; $\rho_0(z)$ — профиль средней плотности; x, y, z — две горизонтальные и вертикальная координаты, ось z направлена вертикально вверх; f — параметр Кориолиса; $U_0(z), V_0(z)$ — две компоненты скорости среднего течения; действие оператора $\frac{D}{Dt}$ раскрывается по формуле $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u + U_0) \frac{\partial}{\partial x} + (v + V_0) \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$; g — ускорение свободного падения. Первые три уравнения системы (1) являются уравнениями баланса импульса, оставшиеся два выражают закон сохранения массы и уравнение неразрывности.

Граничное условие на поверхности моря $z = 0$ — условие «твёрдой крышки», которое отфильтровывает внутренние волны от поверхностных [1]

$$w(0) = 0, \tag{2}$$

граничное условие на дне $z = -H$ (H — глубина моря) — условие непротекания

$$w(-H) = 0. \quad (3)$$

В дальнейшем, параграф § 1.2, решение системы (1) в линейном приближении ищется в виде

$$\begin{aligned} u_1 = u_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с. с.}, \quad v_1 = v_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с. с.}, \quad w_1 = w_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с. с.}, \\ P_1 = P_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с. с.}, \quad \rho_1 = \rho_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{с. с.}, \end{aligned} \quad (4)$$

приходим к краевой задаче для амплитуды вертикальной скорости w_{10} . Полученное уравнение будет иметь комплексные коэффициенты, мнимая часть которых мала. Потому, после перехода к безразмерным переменным, и выделения малого параметра $\varepsilon = V_{0*}/H\omega_*$, где V_{0*} и ω_* — характерные значения поперечной компоненты скорости течения и частоты волны, дальнейшее решение, как и частота, представляются в виде разложения в ряд по степеням малого параметра. Данный подход к решению задачи иллюстрирует хорошо известный метод теории возмущений. В итоге, возвращаясь к размерным переменным, в первом порядке по ε , краевая задача для внутренних волн принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 w_1}{dz^2} + a(z) \frac{dw_1}{dz} + b(z)w_1 = F(z), \\ w_1(0) = 0, \quad w_1(-H) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где функции $a(z)$, $b(z)$ и $F(z)$ — некоторые функции вертикальной координаты z . При этом, функция w_1 , представляющая решение неоднородной краевой задачи (5), является поправкой первого порядка по ε для функции w_{10} . Соответствующая (5) однородная краевая задача для функции w_0 , позволяет найти главный член разложения амплитудной функции внутренних волн.

Таким образом, анализируя решение однородной задачи, получается построить собственную функцию w_0 внутренних инерционно-гравитационных волн, описывающую их вертикальную структуру (нормальные колебания или моды), а также дисперсионные кривые. В свою очередь, используя условие

разрешимости для неоднородной краевой задачи (5) [5], получим мнимую поправку к частоте и, соответственно, декремент затухания $\delta\omega$.

В параграфе § 1.3 рассматриваются нелинейные эффекты, которые представлены в виде стокова дрейфа [5, 6] и потоков импульса для двух компонент скорости, продольной и поперечной к направлению распространения волны. При наличии среднего течения, у которого поперечная к направлению распространения волны компонента скорости зависит от вертикальной координаты, величина горизонтальной компоненты скорости стокова дрейфа, перпендикулярной направлению распространения волны отлична от нуля.

Численные результаты моделирования приведены в параграфах § 1.4 и 1.5. В силу преобладания в эксперименте [4] 15-минутных внутренних волн (с доминированием второй моды), для таких волн были рассчитаны вертикальные волновые потоки импульса. В численных расчетах применялась неявная схема Адамса третьего порядка точности, как одна из оптимальных схем для жестких систем дифференциальных уравнений, дающая приемлемую точность и время счета. Краевая задача для линейного дифференциального уравнения второго порядка для амплитуды вертикальной скорости решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Волновое число при фиксированной частоте волны находится методом пристрелки [9] из необходимости выполнения граничных условий. В параграфе § 1.5 производится сравнение результатов для 15-минутных внутренних волн с расчетами для 5-минутных. Также приведены сравнительные результаты с численными оценками турбулентных потоков импульса, вычисленные при помощи полуфеноменологических методов [10].

В параграфе § 1.6 рассмотрены некоторые частные и модельные случаи для исходной краевой задачи, в частности случай однородной стратификации и течения с постоянным сдвигом скорости, также двухслойная модель стратификации и градиента скорости течения.

Глава 2 развивает идею первой. В ней предлагается рассмотреть расчет вертикальных потоков тепла и соли в шельфовой зоне. В параграфе § 2.1

представлен анзац задачи, он остается прежним, в виде системы уравнений (1).

В параграфе § 2.2 рассматриваются вклады в вертикальные волновые потоки тепла и соли, которые отличны от нуля из-за фазового сдвига колебаний этих величин и вертикальной скорости, отличным от $\pi/2$. Кроме того, вклад в вертикальный перенос тепла и соли вносит вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа.

Результаты, полученные в ходе численного моделирования с применением теории возмущений опубликованы в работе [А.2] и рассмотрены в параграфе § 2.3.

В **Главе 3** рассматривается вертикальный перенос массы слабонелинейными инерционно-гравитационными внутренними волнами в двумерном потоке. Структура данной главы идейно повторяет и продолжает предыдущие, рассматривая новые геофизические и термогидродинамические поля.

В параграфе § 3.2 отражена основная идея данной главы, в основу которой положены результаты, полученные в работе [А.3]. Нелинейные эффекты при распространении пакетов внутренних волн проявляются в генерации средних течений и неосциллирующей на временном масштабе волны поправки к средней плотности, которая трактуется, как тонкая структура, генерируемая волной [11–13]. При этом известно, что внутренние волны распространяются преимущественно цугами — локализованными в пространстве волновыми пакетами [14–16]. Указанные поправки пропорциональны квадрату текущей амплитуды волны и после прохождения волнового пакета невозмущенный профиль плотности восстанавливается. Внутренние волны при учете турбулентной вязкости и диффузии затухают [17–19]. Вертикальные волновые потоки тепла и соли при этом отличны от нуля [19, 20] из-за сдвига фаз между колебаниями температуры, солёности и вертикальной скорости, отличным от $\pi/2$. Показано, что данные потоки приводят к необратимой тонкой структуре, генерируемой волной [21]. Однако даже при неучете турбулентной вязкости и диффузии указанные волновые потоки отличны от нуля при учете вращения Земли и среднего течения, компонента скорости которого, нормальная направлению

распространения волны, зависит от вертикальной координаты. Эти потоки и приводят к генерации необратимой вертикальной тонкой структуры. Представляет интерес найти суммарный вертикальный волновой поток массы и исследовать его вклад в формирование вертикальной тонкой структуры. Показано, что данный поток приводит к необратимой тонкой структуре, генерируемой волной.

В параграфе § 3.3 представлены результаты численного расчета для дисперсионных кривых первых двух мод 15-минутных внутренних волн, зависимость декремента затухания от волнового числа. Минимальная частота, в области, где еще возможен численный расчет, для первой моды составляет $1,13 \cdot 10^{-4}$ рад/с, а для второй моды — $3,49 \cdot 10^{-4}$ рад/с соответственно (для сравнения укажем, что инерционная частота, или частота Кориолиса равна $1,048 \cdot 10^{-4}$ рад/с). Обрезание дисперсионных кривых происходит вследствие влияния критических слоев, где частота волны со сдвигом Доплера приближается к инерционной. При оценке турбулентных потоков, в частности для расчета коэффициента вертикального турбулентного обмена применен более совершенный подход с использованием параметризации турбулентного обмена Филандера—Пакановского для оценки коэффициента вертикальной турбулентной диффузии [22–24]. Произведен расчет неосциллирующей на масштабе волны поправки к средней плотности, температуре и солёности. Сопоставление масштабов вертикальной тонкой структуры, полученной в численно-аналитической модели с наблюдаемой произведено на основе данных о вертикальном распределении градиента электропроводности [4, 25].

В **Главе 4** произведено обобщение подхода к расчету потоков массы и тонкой структуры термогидродинамических полей плотности, температуры и солёности на случай больших глубин.

В параграфах § 4.3 и § 4.4 рассматривается сравнение расчетов, полученных как для шельфовой зоны, так и для области больших глубин. Показано, что неосциллирующая поправка к средней плотности, нормированная на квадрат амплитуды волны, представляет собой тонкую вертикальную структуру,

генерируемую волной, которая имеет необратимый характер, причем инверсий в поле средней плотности она не вносит. Можно сказать, что в целом для 15-минутных внутренних волн наблюдается согласие по масштабам генерируемой вертикальной тонкой структуры поля плотности. Если учесть весь спектральный континуум внутренних волн, то интенсивность генерации вертикальной тонкой структуры будет гораздо выше. Сравнение с тонкой структурой частоты Брента—Вяйсяля по данным зондирования [26] показывает, что вклад внутренних волн проявляется в области пикноклина, т. е. в области резкого скачка плотности ниже перемешанного слоя, причем масштаб генерируемой волной необратимой тонкой структуры порядка 10–20 м соответствует наблюдаемому. Данные результаты опубликованы в статьях [А.4–А.6].

В Заключении отметим полученные ключевые результаты.

1. Процессы переноса, обусловленные внутренними волнами, как было показано в настоящей работе, присутствуют и без учета турбулентной вязкости и диффузии. Краевая задача для собственной функции внутренних волн при учете вращения Земли и двумерного бароклинного течения с вертикальным сдвигом скорости имеет комплексные коэффициенты (при этом существенно, чтобы компонента скорости течения, поперечная к направлению распространения волны зависела от вертикальной координаты). Решение краевой задачи — собственная функция внутренних волн — комплексная функция, собственная частота также комплексная величина, а это значит, что имеет место слабое затухание волны. При этом стоит отметить, что могут наблюдаться небольшие участки, где мнимая часть частоты волны — суть декремент затухания, является положительным (оставаясь очень малым по модулю) и, по этой причине, возможно локальное усиление внутренних инерционно-гравитационных волн.
2. Дисперсионные кривые, как на мелководье (шельфовой зоне), так и в

глубоководном случае испытывают обрезание в области критических слоев, где значение частоты с учетом доплеровского сдвига приближается к величине инерционной частоты, что соответствует наличию сингулярностей в исходном уравнении краевой задачи для волновых возмущений исследуемых геофизических полей в линейном приближении. При этом, обрезание дисперсионной кривой второй моды происходит на более высокой частоте, чем у первой.

3. За счет того, что инерционно-гравитационные внутренние волны взаимодействуют с течением появляется фазовый сдвиг между колебаниями термогидродинамических полей (плотности, температуры, солёности) и вертикальной волновой скорости, отличный от $\pi/2$. Вертикальные волновые потоки тепла, соли и массы отличны от нуля. Вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа также отлична от нуля и вносит свой вклад в волновой перенос. Вертикальный волновой поток импульса также отличен от нуля.
4. За счет указанных вертикальных волновых потоков генерируется тонкая структура полей плотности, температуры и солёности, которая имеет необратимый характер, т. е. после прохождения пакета остаётся остаточная деформация. Нередко определяющий вклад в вертикальный волновой перенос вносит вертикальная составляющая скорости стокова дрейфа.

Цитируемая литература

- [1] Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. — Л.: Гидрометеиздат, 1981.
- [2] Yankovsky A. E., Zhang T. Scattering of a Semidiurnal Barotropic Kelvin Wave into Internal Waves over Wide Continental Shelves // Journal of Physical Oceanography. 2017. V. 47. P. 2545–2562. DOI: 10.1175/JPO-D-16-0284.1

- [3] Mysak L. A. Recent Advances in Shelf Wave Dynamics // *Reviews of Geophysics and Space Physics*. 1980. V. 18, no. 1. P. 211–241. DOI: 10.1029/RG018i001p00211
- [4] Пантелеев Н. А. Отчет о работах в 44-м рейсе (3-й этап) НИС «Михаил Ломоносов» 7 августа — 15 сентября 1985 г. Севастополь: МГИ АН УССР, 1985. — Т. 1. — 135 с.
- [5] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — Москва: Наука, 1976. — С. 188.
- [6] Longuet—Higgins M. S. On the transport of mass by time varying current // *Deep Sea Res.* — 1969. — V. 16, № 5. — P. 431–447.
- [7] Дворянинов Г. С. Эффекты волн в пограничных слоях атмосферы и океана. — Киев: Наукова Думка, 1982—176 с.
- [8] Garrett C., Munk W. Space-time scales of internal waves // *Geophys. Fluid. Dyn.* — 1972. — V. 2, № 3. — P. 225–264.
- [9] Калиткин Н. Н. // Численные методы. Москва: Наука, 1978. — С. 262.
- [10] Иванов В. А., Самодуров А. С., Чухарев А. М., Носова А. В. Интенсификация вертикального турбулентного обмена в районах сопряжения шельфа и континентального склона в Черном море // *Доп. НАН України*. — 2008. — № 6. — С. 108–112.
- [11] Журбас В. М., Липс У. К. О выделении основных типов тонкой термохалинной структуры океана // *Океанология*. — 1987. — Вып. 4. — С. 562–567.
- [12] Борисенко Ю. Д., Воронович А. Г., Леонов А. И., Миропольский Ю. З. К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в

- стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1976. — Т. 12, № 3. — С. 293–301.
- [13] Воронович А. Г., Леонов А. К., Миропольский Ю. З. К теории образования тонкой структуры гидрофизических полей в океане // Океанология. — 1976. — Т. 11, вып. 5. — С. 490–497.
- [14] Пантелеев Н. А., Охотников И. Н., Слепышев А. А. Мелкомасштабная структура и динамика океана. — Киев: Наукова Думка. — 1993. — 193 с.
- [15] Булатов В. В., Владимиров Ю. В. Динамика негармонических волновых пакетов в стратифицированных средах. — М.: Наука, 2010. — 470 с.
- [16] Grimshaw R. The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // Stud. In Appl. Math. — 1977. — V. 56. — P. 241–266.
- [17] Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. — М.: Мир, 1981. — Ч. 2. — 289 с.
- [18] LeBlond P. H. On damping of internal gravity waves in a continuously stratified ocean // J. Fluid Mech. — 1966. — V. 25, pt. 1. — P. 121–142.
- [19] Слепышев А. А. Процессы переноса, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами при наличии турбулентности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 1997. — Т. 33. — № 4. — С. 536–548.
- [20] Носова А. В., Слепышев А. А. Вертикальные потоки, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами на шельфе // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2015. — № 1. — С. 15–25.
- [21] Слепышев А. А., Носова А. В. Генерация вертикальной тонкой структуры внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Морской гидрофизический журнал. — 2020. — Т. 36, № 1. — С. 5–19. DOI: 10.22449/0233-7584-2020-1-5-19

- [22] Демышев С. Г., Евстигнеева Н. А. Численный эксперимент по моделированию климатических полей на северо-западном шельфе Черного моря в зимний и летний сезоны // Морской гидрофизический журнал. — 2012. — № 2. — С. 18–36.
- [23] Pacanowski R. C., Philander S. G. H. Parameterization of Vertical Mixing in Numerical Models of Tropical Oceans // J. Phys. Oceanogr. — 1981. — V. 11, № 11. — P. 1443–1451.
- [24] Подымов О. И., Зацепин А. Г., Островский А. Г. Вертикальный турбулентный обмен в черноморском пикноклине и его связь с динамикой вод // Океанология. — 2017. — Т. 57, № 4. — С. 546–559.
- [25] Калашников П. А. Первичная обработка гидрологической информации. — Ленинград: Гидрометеиздат. — 1985. — 152 с.
- [26] Лемешко Е. М., Морозов А. Н., Станичный С. В. Вертикальная структура поля скорости течений в северо-западной части Черного моря по данным LADCP в мае 2004 года // Морской гидрофизический журнал. — 2008. — № 6. — С. 25–37.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи в изданиях, входящих в международные базы цитирования Web of Science, Scopus и RSCI:

- A.1 *Слепышев А. А., Воротников Д. И.* Вертикальный перенос импульса инерционно-гравитационными внутренними волнами в бароклинном потоке // Морской гидрофизический журнал. — 2017. — № 4. — С. 3–15. DOI: 10.22449/0233-7584-2017-4-3-15.

Slepyshev A. A., Vorotnikov D. I. Vertical transport of momentum by inertial-gravity internal waves in a baroclinic current // *Physical Oceanography*. — 2017. — № 4. — P. 3–15. DOI: 10.22449/1573-160X-2017-4-3-15.

(RINC IF = 1,34 за 2021 год; Scopus/Web of Science IF = 0,70 за 5 лет)
(0,81 п.л./авторский вклад 0,65 п.л.: анализ литературы, подготовка данных, проведение моделирования, анализ результатов, интерпретация результатов и выводы)

A.2 *Слепышев А. А., Воротников Д. И.* Вертикальные потоки тепла и соли, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними волнами на морском шельфе // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. — 2017. — Т. 53, № 4. — С. 532–541. DOI: 10.22449/0233-7584-2017-4-3-15.

Slepyshev A. A., Vorotnikov D. I. Vertical heat and salt fluxes induced by inertia-gravity internal waves on sea shelf // *Izvestiya—Atmospheric and Oceanic Physics*. — 2017. — Vol. 53, № 4. — P. 467–475.

DOI: 10.1134/S0001433817040119.

(RINC IF = 1,46 за 5 лет; Scopus/Web of Science IF = 0,70 за 5 лет)
(0,63 п.л./авторский вклад 0,5 п.л.: анализ литературы, подготовка данных, проведение моделирования, анализ результатов, интерпретация результатов и выводы, подготовка результатов к публикации)

A.3 *Воротников Д. И., Слепышев А. А.* Вертикальные потоки импульса, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами на шельфе // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. — 2018. — № 1. — С. 23–35. DOI: 10.7868/S0568528118010036.

Vorotnikov D. I., Slepyshev A. A. Vertical momentum fluxes induced by weakly nonlinear internal waves on the shelf // *Fluid Dynamics*. — 2018. — Vol. 53, № 1. — P. 21–33. DOI: 10.1134/S0015462818010160.

(RINC IF = 0,87 за 5 лет; Scopus/Web of Science IF = 0,90 за 2022 год)
(0,81 п.л./авторский вклад 0,7 п.л.: анализ литературы, подготовка данных, проведение моделирования, анализ результатов, интерпретация результатов и выводы, подготовка результатов к публикации)

Публикации в сборниках трудов конференций и иных журналах:

- A.4 *Slepyshev A. A., Vorotnikov D. I.* Vertical mass transport by weakly nonlinear inertia-gravity internal waves // Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes / Ed. by В. И. Карев, Д. М. Климов, К. В. Показеев. — Vol. 30 of Springer Geology. — Springer, Cham Germany, 2018. — P. 99–111. DOI: 10.1007/978-3-319-77788-7_12. (0,81 п.л./авторский вклад 0,6 п.л.)
- A.5 *Slepyshev A. A., Vorotnikov D. I.* Numerical calculation of vertical wave momentum fluxes on a shear flow // Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. — 2022. — P. 167–176. DOI: 10.1007/978-3-030-99504-1_18. (0,63 п.л./авторский вклад 0,45 п.л.)
- A.6 *Slepyshev A. A., Vorotnikov D. I.* Generation of vertical fine structure by internal waves in a shear flow // Open Journal of Fluid Dynamics. — 2019. — Vol. 9, № 2. — P. 140–157. DOI: 10.4236/ojfd.2019.92010. (1,13 п.л./авторский вклад 0,9 п.л.)

Тезисы докладов на конференциях, индексируемых в информационно-аналитической системе научного цитирования РИНЦ:

1. *Воротников Д. И., Слепышев А. А.* Вертикальные потоки, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними волнами на шельфе // Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах. Международная научная школа молодых учёных ИПМех РАН, 11–13 ноября 2015 г. — ООО МАКС Пресс Москва: 2015. — С. 55–57. (0,19 п.л.)

2. *Слепышев А. А., Багатинский В. А., Воротников Д. И.* Процессы переноса, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами в бароклинном потоке // *Материалы Научной конференции Ломоносовские чтения 2015 года и Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых Ломоносов-2015 / Под ред. М. Э. Соколова, В. А. Иванова, Н. Н. Миленко, В. В. Хапаева, Н. В. Величко.*— Т. 9 из 1. — Филиал МГУ в г. Севастополе, Севастополь: 2015. — С. 60–60. (0.063 п.л.)
3. *Воротников Д. И., Слепышев А. А.* Волновые потоки, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними волнами // *Геофизика-2015 X Международная научно-практическая конкурс-конференция молодых специалистов, 5–9 октября 2015 г.*— СПбГУ, изд-во ВВМ Санкт-Петербург: 2015. — С. 100–100. (0.063 п.л.)
4. *Слепышев А. А., Воротников Д. И.* Вертикальные потоки, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними волнами на шельфе // *Физическое и математическое моделирование процессов геосредах: 2-я Международная научная школа молодых ученых; 19–21 октября 2016 г., Сборник тезисов.* — ООО ПРИНТ ПРО Москва: 2016. — С. 54–56. (0.19 п.л.)
5. *Слепышев А. А., Воротников Д. И.* Вертикальный перенос импульса инерционно-гравитационными внутренними волнами // *Международная конференция “XXVII Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам” (КРОМШ-2016).* — Полипринт Симферополь: 2016. — С. 89–89. (0.063 п.л.)
6. *Слепышев А. А., Воротников Д. И.* Вертикальный перенос импульса внутренними волнами // *Мировой океан: модели, данные и оперативная океанология. Тезисы докладов научной конференции.*— г. Севастополь, 26–30 сентября 2016 г. — ФГБУН МГИ Севастополь: 2016. — С. 136–136.

(0.063 п.л.)

7. **Воротников Д. И., Слепышев А. А.** Процессы переноса, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними волнами в вертикально-неоднородном потоке // Международная конференция “XXVIII Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам” (КРОМШ-2017), — Полипринт Симферополь: 2017. — С. 41–43. (0.19 п.л.)
8. **Слепышев А. А., Воротников Д. И.** Вертикальный перенос массы слабонелинейными инерционно-гравитационными внутренними волнами // Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: 3-я международная школа молодых ученых; 1–3 ноября 2017 г., Москва: сборник материалов школы. — ИПМех РАН Москва: 2017. — С. 189–192. (0.25 п.л.)
9. **Воротников Д. И., Слепышев А. А.** О генерации вертикальной тонкой структуры инерционно-гравитационными внутренними волнами в двумерном потоке // Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2018. — Полипринт Симферополь: 2018. — С. 101–103. (0.19 п.л.)
10. **Слепышев А. А., Воротников Д. И., Носова А. В., Лактионова Н. В.** О генерации вертикальной тонкой структуры инерционно-гравитационными внутренними волнами // Моря России: методы, средства и результаты исследований / Тезисы докладов Всероссийской научной конференции. — г. Севастополь: 2018. — С. 89–90. (0.13 п.л.)
11. **Слепышев А. А., Воротников Д. И.** Генерация вертикальной тонкой структуры слабонелинейными инерционно-гравитационными внутренними волнами // Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: 4-международная школа молодых ученых; 24-26 октября 2018 г., Сборник материалов школы. — ИПМех РАН Москва: 2018. — С. 214–216. (0.19 п.л.)

12. **Воротников Д. И., Слепышев А. А.** Генерация вертикальной тонкой структуры внутренними волнами на двумерном течении // 5-международная конференция-школа молодых ученых Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах, 23–25 октября 2019 г., ИПМ им. А. Ю. Ишлинского, г. Москва, Материалы конференции. — ИПМех РАН Москва: 2019. — С. 128–129. (0.13 п.л.)

13. **Слепышев А. А., Воротников Д. И.** Численный расчет волновых потоков импульса на двумерном стратифицированном течении // Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: 7-международная научная конференция-школа молодых ученых; 20–22 октября 2021 г., Материалы конференции / Под ред. К. В. Показеева. — ИПМех РАН Москва: 2021. — С. 210–212. (0.19 п.л.)

Воротников Дмитрий Игоревич

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Процессы переноса, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними
волнами

Подписано к печати 13.03.2024 г.

Тираж 100 экз. Заказ № 21

Отпечатано в отделе оперативной печати

Физического факультета МГУ