ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию БЕРГОВИНА Алексея Константиновича

«Анализ различных классов систем обслуживания с приоритетами»,

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности

1.1.4 – теория вероятностей и математическая статистика

Актуальность темы исследования

Диссертация посвящена тому кругу вопросов, который уже более века соединяет передовые разделы теории вероятностей и случайных процессов с актуальными вопросами практики. Многократно в ходе развития этих контактов выяснялось, что простейшие предположения относительно тех или иных элементов системы обслуживания не удовлетворяют наблюдаемым данным. Так, в 1950-х годах было обнаружено, что пуассоновский процесс плохо описывает автотранспортные потоки, а в 1990-х годах исследования потоков данных в телекоммуникационных сетях выявило наличие корреляций на больших промежутках времени. Поэтому построение адекватных моделей процесса обслуживания требует учета достаточно общих предположений относительно законов распределения входного потока и длительностей обслуживания требований. Вторым актуальным для практики аспектом темы исследования является фокус на приоритетных алгоритмах обслуживания, включая смешанные приоритеты, поскольку они широко применяются в системах хранения, обработки и передачи информации.

Актуальность темы исследования для теории состоит в том, что в работе используется метод марковизации через введение дополнительных переменных. В результате получается многомерный марковский процесс с общим измеримым фазовым пространством. Исследование динамики плотностей одномерных сечений процесса приводит к математическим моделям в виде бесконечных систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, которые крайне трудно решать и анализировать, особенно при наличии разнотипных требований и алгоритмов управления несколькими очередями. Поэтому важно выявление случаев разрешимости, а также разработка и апробация новых методов прямого решения и асимптотического анализа таких моделей.

Характеристика работы

Во *Введении* автором изложена история и актуальность темы исследования, сформулированы цели, методы исследования, перечень выносимых на защиту положений и сведения об апробации и опубликованности результатов.

В *первой* главе рассматривается новая модель входного потока с коррелированными экспоненциально распределенными промежутками (с точки зрения условных распределений) между требованиями. При этом структура зависимости выбрана таким образом, что одномерные распределения остаются гиперэкспоненциальными, но поток существенно отличается как от семейства рекуррентных потоков с распределениями фазового типа, так и от асинхронных марковски-модулированных потоков, популярных в современной литературе по потокам в телекоммуникационных сетях. Требования могут принадлежать конечному числу классов, что влияет на длительность обслуживания требования. Рассматривается семейство приоритетных алгоритмов без прерывания обслуживания. В случае пустых очередей обслуживающее устройство переводится в режим ожидания. Вводится многомерный марковский процесс, компоненты которого суть длины очередей требований каждого класса, текущее состояние обслуживающего устройства и прошедшее время с начала последнего акта обслуживания. Получены дифференциальные уравнения Колмогорова для плотностей распределения в пространстве состояний марковского процесса, а также уравнения для преобразований Лапласа (по времени) для производящих функций этих вероятностных плотностей по длинам очередей. Показано, что полное решение задачи возможно для случая относительных приоритетов. В частном случае одного класса требований сравнивается точное решение с решением для классической системы типа $M/G/1/\infty$, показано влияние степени зависимости интервалов между требованиями на среднюю длину очереди. В завершении главы доказывается предельная теорема для длины низкоприоритетной очереди в случае двух классов требований.

Во *второй* главе вместо режима ожидания при пустых очередях вводится режим профилактического обслуживания. При поступлении требований на этапе профилактического обслуживания прерывания не происходит до завершения этого этапа. Входной поток предполагается рекуррентным с западзыванием, причем запаздывание таково, что входной поток является стационарным. Используя принадлежащее научному руководителю специальное интегральное преобразование, диссертант выражает основные распределения вероятностей через решения вспомогательных интегральных уравнений. Таким образом, задача отыскания распределений вероятностей состояний изучаемого процесса оказывается полностью решенной.

В *третьей* главе рассматривается система обслуживания со смешанными приоритетами. Для удобства требования разных приоритетных классов разнесены в отдельные пуассоновские потоки. В данной главе наличие смешанных приоритетов означает, что поступление требования одного и того же приоритета i может приводить к разным последствиям (продолжение обслуживания; прерывание обслуживания с последующим обслуживанием заново; потеря требования) в зависимости от приоритета $j > i$ требования, находящегося в этот момент на обслуживании. Здесь также производится марковизация процесса за счет дополнительной компоненты. Найдены явные формулы для преобразований Лапласа (по времени) для вероятностей состояний системы. Для случая трех приоритетных классов доказана предельная теорема для распределения числа требований низшего приоритета.

Характеристика результатов (новизна, достоверность и обоснованность)

Изложенные в диссертационной работе результаты являются новыми, получены в ходе нетривиальных доказательств. Использовались методы теории вероятностей, математического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, теории интегральных уравнений, численного анализа, асимптотического анализа.

Основные результаты диссертации были опубликованы в двух статьях Берговина А.К. без соавторов и двух статьях в соавторстве с научным руководителем Ушаковым В.Г., которому принадлежат постановки задач. Все четыре статьи по теме диссертации опубликованы в журналах, индексируемых в базах Web of Sciences, Scopus, RSCI и входящих в список ВАК. Кроме того, основные результаты диссертации докладывались на шести международных и российских конференциях, а тезисы к данным выступлениям приведены в сборниках трудов конференций.

Следует отметить высокий научный уровень диссертационной работы. Ошибок в доказательствах не выявлено, что подтверждает достоверность полученных в диссертации результатов. Автореферат содержит все основные моменты диссертационной работы и в полной мере отражает ее суть.

Замечания по работе

Тем не менее имеются замечания к диссертационной работе, которые хотелось бы отметить.

1. Изложение в работе ведется очень концентрированно, некоторые промежуточные вычисления и пояснения можно было бы и привести. Например, привести доказательства формул на стр. 20, касающихся свойств предложенного диссертантом входного потока. Пояснить, как был найден общий вид решения (вторая строка сверху на стр. 27) для системы (1.3) без явного решения характеристического уравнения. Представить промежуточные вычисления при выполнении подстановки при $y \to \infty$ на стр. 59, тем более, что тут, кажется, требуются дополнительные ограничения на плотность $a(u)$? Как именно выяснилось, что из двух корней «квадратного» уравнения на стр. 41 только один «подходит» и к чему именно он подходит?

2. Рассматриваемые автором предельные теоремы 1.2 и 3.3 доказываются в предположении выполнения некоторого условия для величин, обозначенных в работе через ρ (стр. 39 и стр. 86). И если на стр. 39 для СМО из первой главы поясняется: «Известно, что при $\left(\sum_{i=1}^{N} c_j a_j^{-1}\right)^{-1} \cdot (p_1\beta_{11} + p_2\beta_{21}) < 1$ (т.е. при $\rho > 0$ — А.З.) существует невырожденное предельное распределение случайного процесса $L(t)$ при $t \to \infty$», то для СМО из третьей главы такой интерпретации для предположения $\rho > 0$ не делается. В этой связи, во-первых, следовало бы не использовать слова «Известно, что» как будто кто-то до диссертанта уже рассматривал данные СМО. По крайней мере, следовало бы привести ссылку на первоисточник. Во-вторых, представляют

самостоятельный интерес доказательства таких условий существования предельного распределения, а также выяснение характера этих условий (необходимые или достаточные).

3. Желательно было бы выяснить физический смысл параметра $\alpha > 0$ в предельных теоремах 1.2 и 3.3, а также причину, по которой формула для γ меняется при переходе α через конкретное значение 2 (одно и то же для двух разных систем обслуживания). Из формулировок теорем следует, что значение α выбирается полностью произвольно. Однако в конце раздела 1.5.3 диссертант указывает, что «при статистическом анализе реального трафика... необходимо учитывать» влияние α на форму предельной плотности. Следовательно, такое понимание имеет важный практический смысл.

4. Заглавие раздела 2.4 «Распределение количества требований, поступивших во время профилактики» не отражает содержание раздела, поскольку речь идет об отыскании граничных значений при $x = 0$ для функций $p_k(z, x, y, s)$, $k = 0, 1, \ldots, r$, которые суть преобразования Лапласа по времени для вероятностей в произвольный момент t, а не за случайный интервал обслуживания или профилактики.

5. Диссертанту следовало бы более бережно относиться к традициям математики относительно обозначений и использования терминов. На стр. 41 уравнение, содержащее члены с x^2, x, а также слагаемое $o(\max(x^2, \rho \cdot x, \rho^\alpha))$, названо квадратным, хотя $o(\max(x^2, \rho \cdot x, \rho^\alpha))$ может сложным образом зависеть от x. При решении дифференциального уравнения с разделяющимися переменными (2.4) автор записывает уравнение в дифференциалах, используя символ ∂ вместо прямого d.

6. Не все используемые в работе обозначения введены вовремя. Так, обозначение $p_0(y, s)$ используется в начале раздела 2.4 на стр. 64, а определяется лишь на следующей стр. 65. Обозначение $\mathbf{1}_k$ вводится дважды (на стр. 22 и на стр. 78), а на стр. 55 во второй выключенной формуле было бы уместно использовать как раз $\mathbf{1}_i$ вместо громоздкого $(0, \ldots, 1, \ldots, 0)$. У графиков на рис. 1.4. – 1.6 отсутствуют подписи переменных по осям. В разделе 3.4.3 сначала без вступления следует блок «Доказательство», только после завершения доказательства приведена формулировка теоремы 3.3. В автореферате также используется некоторые не определенные в нем обозначения.

7. Имеется некоторое количество опечаток. Например, на стр. 55 в левой части формулы под интегралом вместо $P_0(\mathbf{n}, u, y{+}\Delta, t{+}\Delta)$ должно быть $P_0(\mathbf{0}, u, y{+}\Delta, t{+}\Delta)$, где $\mathbf{0} = (0, \ldots, 0)$; на стр. 60 в первой сверху выключенной формуле после подстановки $y = \infty$ слагаемое $(\mathbf{p}, \mathbf{z})p_0(\mathbf{z}, x, \infty, s)$ является лишним (подстановка на стр. 59 дала 0).

Заключение

Указанные выше замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4 — теория вероятностей и математическая статистика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Таким образом, соискатель Берговин Алексей Константинович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 — теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент

заведующий кафедрой теории вероятностей и анализа
данных федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»,
доктор физико-математических наук (специальность
01.01.05 – теория вероятностей и математическая
статистика), доцент по кафедре прикладной
теории вероятностей
Зорин Андрей Владимирович /А. В. Зорин/

26.08.2024

Контактные данные:
тел.: +7 (920) 045-16-02, e-mail: andrei.zorine@itmm.unn.ru

Адрес места работы: 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»,
Телефон: (831) 462-30-85, E-mail: unn@unn.ru