

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Захаров Роман Викторович

**Управление свойствами и корреляциями фотонов
неклассического сжатого света**

Специальность 1.3.6. Оптика

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Работа выполнена на кафедре атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный

руководитель: **Тихонова Ольга Владимировна**,
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные

оппоненты: **Калачев Алексей Алексеевич**,
доктор физико-математических наук, доцент, член-корреспондент РАН,
директор Федерального исследовательского центра «Казанский научный центр Российской академии наук» (ФИЦ КазНЦ РАН)

Кулик Сергей Павлович,
доктор физико-математических наук, доцент,
научный руководитель центра квантовых технологий физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Чиркин Анатолий Степанович,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Защита состоится 17 декабря 2024 г. в 16:30 на заседании диссертационного совета МГУ.013.6 на физическом факультете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, аудитория 4-28.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке отделе диссертаций Научной библиотеки Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (119192, г. Москва, Ломоносовский проспект, д. 27) и в сети Интернет: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3211>.

Автореферат разослан « » ноября 2024 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
МГУ.013.6,
д-р физ.-мат. наук, доцент
kosareva@physics.msu.ru



О.Г. Косарева

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Одной из важных областей квантовой оптики является исследование и использование неклассических состояний света. Развитие экспериментальных методов позволяет генерировать различные неклассические состояния и управлять их свойствами. Сжатые состояния света представляют особый интерес, так как с одной стороны проявляют существенно неклассические свойства, с другой стороны могут иметь большое среднее число фотонов, фактически, представляя собой макроскопический квантовый объект. Генерация таких состояний возможна в процессах параметрического рассеяния или четырехволнового смешения, и в случае ярких состояний только недавно реализована экспериментально.

Важным свойством сжатых состояний является уменьшенная дисперсия вдоль одной из квадратур, что позволяет использовать их для проведения квантовых измерений. Также генерируемые фотоны в сигнальном и холостом каналах обладают высокой степенью перепутанности, что делает их применимыми для таких приложений как квантовая телепортация, хранение и передача квантовой информации [1–4], квантовая метрология [5] и оптомеханика [6]. Важным преимуществом сжатых состояний является их многомодовая структура, что открывает новые возможности для кодирования квантовой информации. Во многих случаях для практического использования важно уметь управлять модовым составом и перепутанностью генерируемого сжатого света.

Теоретически процесс параметрического рассеяния полностью изучен при малом параметрическом усилении, когда хорошо применима теория возмущения и фактически происходит генерация бифотонов [7]. Однако для многих практических приложений интересны именно яркие состояния сжатого света.

Для изучения свойств и многофотонных корреляций яркого сжатого вакуума можно использовать подходы, основанные на введении новых пространственных и частотных мод и операторов рождения и уничтожения фотонов в соответствующих модах [8–10]. В работах [11; 12] на основе введенных мод Шмидта был произведен анализ пространственных корреляций фотонов, генерируемых в параметрическом рассеянии.

В работе [13] был развит теоретический подход, основанный на разложении двухфотонной амплитуды по модам Шмидта, который позволяет аналитически описывать пространственные свойства сжатого вакуума. Было показано, что при нахождении модового состава, все остальные характеристики нелинейного света могут быть получены аналитически. Для системы из одного кристалла моды Шмидта являются известными модами Лаггера-Гаусса [14].

Для практических приложений важно управлять свойствами генерируемого излучения, выделять моды с определенными пространственными

или частотными свойствами. В работах [13; 15; 16], была рассмотрена генерация в 1 моде, а также были исследованы режимы выделения одной узкой частотной или пространственной моды. Исследований управления свойствами и корреляциями фотонов в многомодовом режим генерации ранее не проводилось.

Одним из интересных режимов является сильно невырожденный режим генерации в котором частоты сигнального и холостого фотонных пучков отличаются на несколько порядков, например один пучок находится в оптическом диапазоне, а другой - в терагерцовом [17–19]. Хотя сейчас множество применений основываются на классических свойствах терагерцового излучения [20; 21], генерация неклассического ТГц излучения открывает новые возможности [22–24]. Хотя имеются теоретические и экспериментальные работы по исследованию сильно невырожденно-параметрического рассеяния [25–28], однако свойства терагерцового неклассического света и корреляции фотонов в нем еще очень мало изучены.

Важной задачей современной физики является разработка алгоритмов по работе с квантовой информацией и развитие квантово-информационных технологий [29–31]. В квантовых вычислительных системах работа с информацией обычно основана на использовании либо атомных/твердотельных, либо фотонных полевых кубитов. Каждый подход имеет определенные преимущества и недостатки. Наиболее перспективным представляется гибридный подход, когда хранение и обработка реализуется на легко управляемых атомных или твердотельных кубитах, а передача осуществляется с помощью микроволновых электромагнитных полей. Для реализации такого подхода необходим детальный анализ взаимодействия неклассических полей с кубитом. Экспериментально реализовать подход можно на основе различных технологических платформ, например на сверхпроводящих искусственных атомах, взаимодействующих друг с другом через высококачественные резонаторы [32–37].

Еще одним важным свойством генерируемых неклассических электромагнитных полей является наличие у них ненулевого орбитального момента. Воздействие таких полей на атомы и молекулы еще мало изучено. Однако наличие углового момента у поля существенным образом влияет на известные процессы в поле, а возможность передачи этого момента атомам или электронам среды приводит к появлению новых свойств таких возбужденных сред, что может быть актуальным для большого числа практических приложений.

В последние годы также достигнут существенный прогресс в создании источников и детекторов неклассических состояний микроволнового излучения и обсуждаются идеи создания квантового радара [38–40] и квантового интернета [41–45], где информация между квантовыми вычислительными системами передается посредством квантовых полей.

Особенностью системы из квантового поля и кубита является ее чувствительность к внешним электромагнитными полям. Данная особенность может быть позитивно использована для квантовых контроллеров в распределенных сетях [46–50], и в физических системах, где необходимо кодировать квантовую информация в более высоких размерностях [51–56].

Таким образом, исследование свойств неклассических сжатых состояний света, а также разработка методов управления корреляциями фотонов в таких состояниях вызывает большой фундаментальный и практический интерес.

Целью данной работы является теоретическое описание неклассических ярких сжатых состояний света, включая многомодовые, разработка методов управления пространственными и частотными свойствами таких состояний и корреляциями фотонов в них, а также усиление генерируемого света без добавления лишнего шума и разработка схем по реализации контролируемой связи между модами через взаимодействие с твердотельным кубитом. Данные исследования открывают новые возможности для измерений на основе сжатых состояний, анализа свойств объектов в терагерцовом диапазоне и широкополосного усиления квантовых изображений. Получаемые результаты также могут использоваться для передачи информации в квантовых вычислительных системах.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать методы управления модовым составом, а также корреляциями фотонов сжатого света, генерируемого в вырожденном режиме параметрического рассеяния, в интерферометре из двух нелинейных кристаллов.
2. Исследовать особенности неклассических состояний, генерируемых в сильно невырожденном по частоте режиме параметрического рассеяния, когда один канал соответствует терагерцовому диапазону, а другой – оптическому, а также разработать методы высокоточных квантовых измерений на основе корреляций оптических и терагерцовых фотонов
3. Разработать методы реконструкции профилей и весов мод Шмидта из экспериментально измеримых величин для света, генерируемого в процессе параметрического рассеяния.
4. Исследовать свойства многомодового сжатия.
5. Разработать схемы фазово-чувствительного усиления сигнала в нелинейных кристаллах.
6. Проанализировать возможности передачи состояния между модами квантового поля при их взаимодействии с кубитом.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются неклассические состояния света, генерируемые в процессе параметрического рассеяния, а также кубиты, с которыми квантовые состояния

взаимодействуют. Предметом исследования являются пространственные свойства, модовый состав, степень сжатия и корреляции фотонов генерируемых неклассических состояний, а также возможность управления этими состояниями и их взаимодействием с кубитами.

Методология исследования. Основные результаты, представленные в данной работе, получены с помощью аналитического или численного решения уравнения Шредингера, как в рамках уравнений для амплитуд вероятности, так и в представлении Гейзенберга и расчетом эволюции операторов. Используется метод мод Шмидта, представляющий модернизированное сингулярное разложение в случае функции от двумерных переменных с наличием определенной симметрии. Для расчета спектров излучения использован полуклассический подход, основанный на вычислении дипольного момента, в том числе в формализме матрицы плотности. Необходимые численные расчеты, такие как конкретный вид мод, суммирование сигналов, взятие интегралов, численное решение систем дифференциальных уравнений, а также визуализации строились посредством пакета программ Wolfram Mathematica и скриптов на языке программирования Python.

Научная новизна:

1. Впервые объяснена зависимость числа мод Шмидта для неклассического сжатого света, генерируемого в процессе параметрического рассеяния в нелинейном интерферометре от параметров системы, таких как расстояние между кристаллами, фаза интерферометра и параметрическое усиление.
2. Разработаны методы управления пространственными свойствами и корреляциями фотонов в ярком сжатом вакууме.
3. Предложены методы и рассчитана эффективность выделения с помощью диафрагмы и маски отдельных азимутальных каналов сжатого света, получаемого в процессе параметрического рассеяния.
4. Разработан новый теоретический подход к описанию генерации света в процессе параметрического рассеяния в сильно невырожденном режиме за рамками теории возмущений на основе формализма мод Шмидта.
5. Рассчитано пространственное распределение многомодового сжатия, получаемого при усилении света, сгенерированного в процессе параметрического рассеяния.
6. В подходе мод Шмидта исследована фазовая чувствительность усиления сигналов в нелинейных кристаллах.
7. Разработан метод передачи фотонной статистики между модами квантового поля при их взаимодействии с кубитом. Показано

преимущество использования двухмодового квантового поля, взаимодействующего с кубитом, для фазовых измерений по сравнению со случаем одной моды поля.

Теоретическая и практическая значимость состоит в разработанных подходах к управлению пространственными свойствами, корреляциями фотонов, модовым составом и сжатием неклассических состояний света, получаемого в процессе параметрического рассеяния, как в вырожденном, так и в сильно невырожденном режиме, а также выявленных возможностях передачи фотонной статистики между модами поля в процессе их взаимодействия со сверхпроводящим кубитом. Управление числом мод является важным для приложений квантовой визуализации, в работе показано, как настраивая макроскопические параметры системы можно увеличить в разы эффективное число мод. Практически значимыми являются предложенные способы подавления нулевого азимутального канала, так как сигнальный и холостой пучок в нем неразделимы и создают паразитный шум при чувствительных измерениях на основе скоррелированных пучков. В результате работы удалось теоретически объяснить наблюдаемые в экспериментах распределения многомодового сжатия. Также были обоснованы подходы к восстановлению весов мод из экспериментально измеримых ковариаций. Важным вопросом является бесшумное усиление сигналов в параметрических усилителях, которое происходит в фазово чувствительном режиме. В работе выведены общие принципы, как максимизировать степень фазовой чувствительности при усилении квантовых полей в нелинейных кристаллах. Развита фундаментальный подход мод Шмидта для описания процесса параметрического рассеяния в режиме генерации запутанных терагерцовых и оптических фотонов. Благодаря теоретическому объяснению получаемых в экспериментах частотно-угловых спектров параметрического рассеяния в сильно невырожденном режиме, удалось разработать метод измерения дисперсии среды в терагерцовом диапазоне, предполагающий детектирование только оптического излучения. Изучение взаимодействия кубита с двухмодовым полем открыло новые возможности для генерации перепутанных квантовых состояний, например, NOON состояний, (являющихся перепутанными состояниями двух полевых мод, в одной из которых N фотонов, а в другой - вакуум), важных для для практических приложений в технологиях квантовой информации. Также было продемонстрировано, что кубит может использоваться как светоделитель для когерентного состояния, при этом его пропускная способность зависит от времени взаимодействия с полем. Обнаружены возможности для улучшения точности фазовых измерений при взаимодействии поля с кубитом, что является полезным для приложений квантовой метрологии. Проведенные исследования позволили предсказать целый ряд важных физических эффектов, которые затем наблюдались экспериментально,

причем во всех случаях имело место полное количественное совпадение теории и эксперимента.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Варьирование интенсивности накачки и относительной фазы полей в интерферометре позволяет управлять пространственными корреляциями фотонов и модовым составом сжатого света, при этом в режиме большого усиления число пространственных мод квазипериодически зависит от расстояния между кристаллами.
2. Измерение ковариаций сигнального и холостого пучков позволяет восстановить профили и эффективные веса радиальных и азимутальных мод Шмидта.
3. Нулевой азимутальный канал в генерируемом сжатом свете можно подавить с помощью использования диафрагмы в ближней зоне до уровня ниже 50% от интенсивности первого азимутального канала, что позволяет получить предельно малые относительные значения дисперсии разности чисел фотонов в скоррелированных каналах порядка 1% и менее.
4. Разработанная схема по измерению показателя преломления исследуемых сред в терагерцовом диапазоне частот основана на использовании частотно-угловых корреляций оптических и терагерцовых фотонов и обеспечивает точность не хуже 0.02.
5. Разработанная схема широкоугольного нелинейного $SU(1,1)$ интерферометра на основе сжатого света позволяет достичь многомодового сжатия в -4.3 Дб, что обеспечивает высокоточные фазово-чувствительные измерения одновременно по всему широкому угловому полю.
6. Разработанная схема параметрического усилителя позволяет получать высокую фазовую чувствительность одновременно для большого числа мод и регулировать ее за счет изменения пространственно-угловой ширины сигнала подсветки на входе.
7. Система, состоящая из кубита, взаимодействующего с двумя близкими по частоте модами квантового поля, при большой отстройке от резонанса позволяет передавать квантовое состояние поля от одной моды в другую с точностью до фазовых множителей, при этом момент времени наилучшей передачи слабо зависит от входного состояния и может регулироваться параметрами системы.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием обоснованных теоретических подходов, а также проверкой численных решений на случаях, где поставленная задача может быть решена аналитически. Результаты теоретического анализа и сделанные теоретические

предсказания находятся в полном количественном согласии с экспериментами, проводимыми по сжато-му свету в лидирующих мировых экспериментальных группах.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научных семинарах МГУ и были представлены на целом ряде международных конференций и симпозиумов:

1. XXIV Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2017», МГУ имени М.В.Ломоносова, Russia, 20 апреля 2017
2. X Семинар по квантовой оптике памяти Д.Н. Клышко, Завидово Московской области, Russia, 23-26 апреля 2017
3. Quantum 2017 Advances in Foundations of Quantum Mechanics and Quantum Technologies with atoms and photons, Турин Италия, Italy, 7 мая - 11 июня 2017
4. 26th International Laser Physics Workshop (LPHYS'17), Казань, РФ, Russia, 17-21 июля 2017
5. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2018», МГУ имени М.В. Ломоносова, Russia, 10-11 апреля 2018
6. Студенческая конференция факультета физики ВШЭ, учебный центр Вороново, Московская область, Russia, 20-22 апреля 2018
7. XVI Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени профессора А.П. Сухорукова («Волны-2018»), Красновидово, Моск. обл., Russia, 27 мая - 1 июня 2018
8. Laser Physics Workshop 27th, Ноттингем, United Kingdom, 16-20 июля 2018
9. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2019», МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 10-11 апреля 2019
10. Всероссийская Микроволновая Конференция (7th All-Russian Microwave Conference), Москва, Россия, 25-27 ноября 2020
11. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2020», МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 10-27 ноября 2020
12. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2021», МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 12-23 апреля 2021
13. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2022», МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 11-22 апреля 2022

14. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2023», МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 10-21 апреля 2023

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 9 печатных изданиях, в том числе в 9 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова. Список работ автора приведен в конце автореферата перед списком литературы.

Личный вклад. Все представленные в диссертационной работе результаты получены автором лично, либо при его определяющем участии.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 149 страниц текста с 72 рисунками. Список литературы содержит 178 наименований.

Содержание работы

Первая глава представляет собой обзор литературы, в котором рассмотрен процесс параметрического рассеяния и основные его свойства, возможности измерения сжатия, а также применение генерируемого сжатого света. Приведено квантовое описание параметрической генерации в подходе мод Шмидта, введены операторы рождения и уничтожения в этих модах. Рассмотрены существующие подходы к решению задачи о взаимодействии кубита с квантовым полем.

Вторая глава посвящена исследованию возможностей управления пространственными свойствами неклассических состояний света, генерируемых в процессе параметрического рассеяния в интерферометре из 2-х нелинейных кристаллов.

В наиболее общем случае корреляции фотонов удобно исследовать с помощью ковариаций, которые экспериментально измеримы. Общее выражение для ковариаций имеет вид:

$$\text{Cov}(N_s(\mathbf{q}_s), N_i(\mathbf{q}_i)) = \langle N_s(\mathbf{q}_s) N_i(\mathbf{q}_i) \rangle - \langle N_s(\mathbf{q}_s) \rangle \langle N_i(\mathbf{q}_i) \rangle$$

где N_s , N_i - операторы чисел фотонов, сигнальных и холостых.

Продемонстрированы корреляции фотонных пучков при низком и высоком параметрическом усилении. Фотоны сильно скоррелированы по азимутальным и полярным углам, при этом при росте параметрического усиления увеличивается ширина корреляций. В дальней зоне наиболее вероятно, что у сигнального и холостого фотонов будут противоположные поперечные компоненты волновых векторов. В ближней зоне наиболее вероятно, что фотоны вылетают из одной точки.

Также были рассчитаны профили и веса мод Шмидта. Продемонстрировано, что числом мод можно управлять за счет изменения расстояния

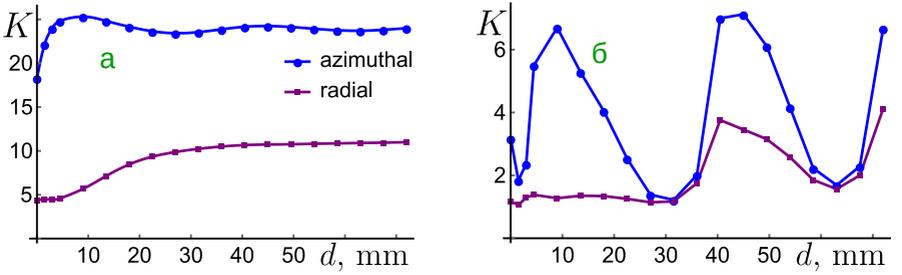


Рис. 1 — Число азимутальных мод (синяя кривая) и радиальных мод (красная кривая) в зависимости от расстояния между кристаллами с учетом зависимости $\alpha = \omega(n_s^{air} - n_p^{air})d/$ для (а) слабого параметрического усиления $G = 1$, ($\sqrt{\lambda_{0,0}G} \sim 0.1$) и (б) сильного параметрического усиления $G = 50$ ($\sqrt{\lambda_{0,0}G} \sim 5$).

между кристаллами. Обнаружен эффект удвоения числа радиальных мод при большом расстоянии между кристаллами по сравнению со случаем одного кристалла.

От расстояния между кристаллами зависит фаза интерферометра α (если ее искусственно не подстраивать), поэтому при его изменении меняется число азимутальных мод - синяя линия на рис. 1а, б. Особенно сильно зависимость выражена при высоком параметрическом усилении 1б в связи с нелинейным усилением весов мод. Настраивая параметры интерферометра, можно менять эффективное число мод в несколько раз.

Полученные результаты демонстрируют, как с помощью интерферометра возможно управлять модовым составом - регулировать число мод или выделять единственную моду. Также от модового состава зависят пространственные свойства генерируемого излучения. Обычно первые радиальные моды более узкие, поэтому при высоком параметрическом усилении происходит сужение сигнала.

Показано, что в ближней зоне можно пространственно разделить азимутальные каналы. Данный эффект был использован для разработки подходов по подавлению нулевого азимутального канала с помощью диафрагмы и маски. В случае с маской происходит закрытие нулевого канала, а затем усиление полученного света во втором кристалле. В случае с диафрагмой сначала, наоборот, выделяется нулевой канал, а затем за счет деструктивной интерференции подавляется во втором.

На рис. 2 приведены результаты, полученные при использовании маски. Нулевую моду удастся подавить, однако первый канал тоже оказывается подавлен, а интенсивность второго несильно отличается от нулевого рис. 2а. На рис. 2б приведена зависимость от параметрического усиления во второй системе интенсивности каналов по отношению к нулевому. Лучшего всего выделяется канал с орбитальным моментом $\pm 2\hbar$. По сравнению

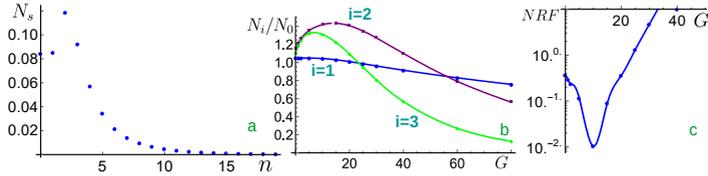


Рис. 2 — Результат выделения мод с помощью маски радиуса $R_0 = 350\lambda_p$ при параметрическом усилении в первой системе $G_0 = 20$, (a) распределение сигналов по азимутальным каналам при параметрическом усилении во второй системе $G = 20$, (b) отношение сигнала в 1,2 и 3 азимутальном канале к сигналу в 0-ом, (c) степень скоррелированности фотонов NRF , s и i - индексы обозначающие отношение сигнальному и холостому, от параметрического усиления G во втором кристалле

со случаем диафрагмы подавление нулевого канала оказывается хуже. Это обусловлено большим изначальным весом канала с $n = 0$ (особенно при $G_0 \gg 1$) и невозможностью полностью заблокировать этот канал маской за счет его сравнительно широкого пространственного распределения. На рис. 2с показано, как фактор подавления шума NRF , характеризующий корреляции фотонов, зависит от параметрического усиления во второй системе. Лучшие значения $\sim 10^{-2}$ превышают шумы в случае диафрагмы из-за неизбежных потерь во всех каналах в связи с наличием маски. Таким образом, метод с диафрагмой показал существенно лучшие результаты, как по качеству выделения, так и по уровню дополнительно вносимых шумов из-за потери части фотонов.

Третья глава посвящена разработке подходов к описанию генерации запутанных оптического и терагерцового пучков в сильно невырожденном режиме параметрического рассеяния за рамками теории возмущений.

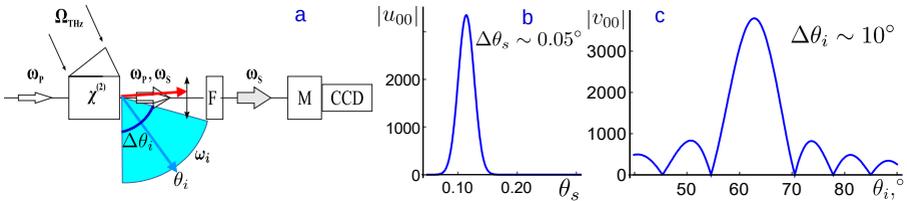


Рис. 3 — (a) Схема генерации и детектирования ТГц излучения, рассчитанные моды (b) оптического и (c) ТГц фотонов, для $\omega_i = 1$ THz, $L = 10$ mm, $\sigma = 1$ mm, $\lambda_p = 514.5$ nm, $\theta_{s,i}$ - углы в кристалле.

В работе [57] с использованием системы кристаллов (LiNbO_3) был получен сильно невырожденный режим параметрического рассеяния, при котором один из пучков фотонов (для определенности - холостой) соответствует терагерцовому частотному диапазону. Схема (рис. 3а) может быть

использована для детектирования трудноизмеримых ТГц сигналов с помощью измерения оптического сигнала, генерируемого в системе.

Для описания перепутанных оптико-терагерцевых пучков, генерируемых в одном нелинейном кристалле, был развит подход мод Шмидта. Профили рассчитанных полярных мод представлены на рис. 3б, в. Изучена зависимость корреляций от длины кристалла и частоты терагерцевого излучения. Двухфотонная амплитуда для процесса сильно невырожденного процесса параметрического рассеяния в одном нелинейном кристалле при оптической гауссовой накачке ширины σ может быть записана в виде:

$$F_{DFG} = \exp\left(-\frac{(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2 \sigma^2}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k_{DFG} L}{2}\right) \exp\left(-i\frac{\Delta k_{DFG} L}{2}\right),$$

где

$$\Delta k_{DFG} = \sqrt{k_p^2 - (\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2} - \sqrt{k_s^2 - q_s^2} - \sqrt{k_i^2 - q_i^2},$$

$\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i$ - проекции волнового вектора на плоскость, перпендикулярную направлению распространения накачки, k_s, k_i - модули волновых векторов.

Найдены углы сигнального и холостого фотонов, при которых двухфотонная амплитуда принимает максимум.

$$\theta_s = \frac{q}{k_s} \approx \frac{k_i}{k_p} \sqrt{1 - \frac{n_p^2}{n_i^2(\omega_i)}}$$

$$\sin(\theta_i) = \frac{q}{k_i} \approx \sqrt{1 - \frac{n_p^2}{n_i^2(\omega_i)}}$$

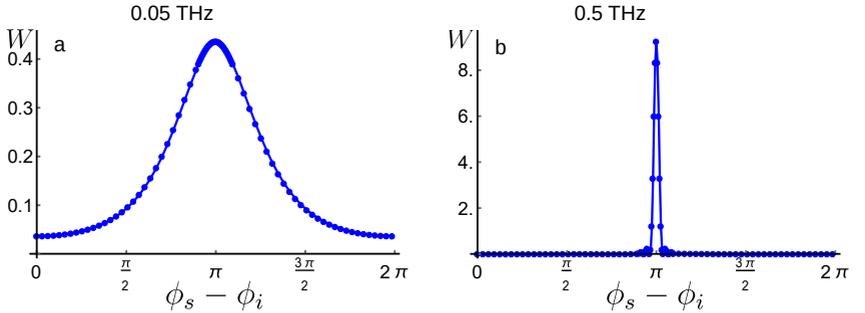


Рис. 4 — Корреляции оптического и терагерцевого фотонов по азимутальному углу при частоте холостого фотона (a) $\nu = 0.05$ ТГц (b) $\nu = 0.5$ ТГц

Корреляции фотонов по азимутальному углу можно вычислить как $W(\phi_s - \phi_i) = \int q_s dq_s q_i dq_i |F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)|^2$. Было обнаружено, что как и в дальней

зоне вырожденного режима, фотоны сильно скоррелированы на $|\phi_s - \phi_i| = \pi$ по азимутальным углам. На рис. 4 видно, что для частот в ТГц диапазоне получается узкое распределение вблизи $\phi_s - \phi_i = \pi$. При достаточно малых частотах ~ 0.1 ТГц распределение уширяется и корреляции уменьшаются, однако в таком режиме эксперименты почти не проводятся из-за высокого поглощения ТГц излучения.

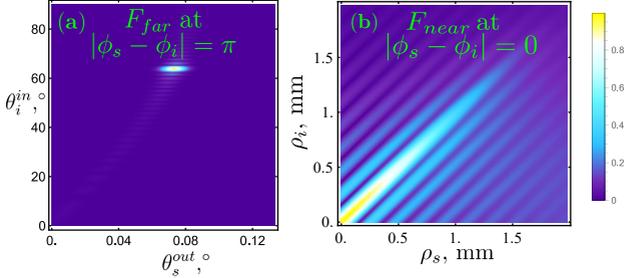


Рис. 5 — Модуль двухфотонной амплитуды для (a) дальней и (b) ближней зоны при $|\phi_s - \phi_i|$, таких что в них она максимальна. Частота холостого фотона $\nu_i = 1$ ТГц.

На рис. 5а приведено распределение модуля двухфотонной амплитуды по полярным углам в дальней зоне в случае максимальной корреляции по азимутальным углам $|\phi_s - \phi_i| = \pi$. Шкалы имеют разные диапазоны, поэтому углы вылета и их разброс у холостого фотона значительно больше, чем у сигнального, который сам распространяется почти параллельно накачке. При этом относительный разброс углов $\Delta\theta/\langle\theta\rangle$ у сигнального фотона выше. При увеличении частоты ТГц фотона из выражений наиболее вероятных углов видно, что угол вылета ТГц фотона будет оставаться почти постоянным (влияет только изменение показателя преломления), а угол вылета оптического фотона растёт пропорционально частоте.

Было обнаружено, что в такой системе имеется всего одна основная радиальная мода и аналитически найден ее вид. Вид радиальных оптической и терагерцовой мод показан на рисунках 3b,c. Оптический сигнал выходит под малым углом накачки с довольно узким разбросом углов. Однако ТГц сигнал не может выйти из кристалла из-за больших углов волнового вектора в кристалле и явления полного внутреннего отражения. Дополнив кристалл призмой с подобранной формой и показателем преломления, ТГц излучение все же можно вывести, однако оно будет иметь большую угловую апертуру, что создает трудности. Одним из возможных вариантов решения проблемы является подбор формы накачки.

Выражения для двухфотонной амплитуды в случае нелинейного интерферометра в невырожденном режиме выглядит следующим образом:

$$F(\mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = C \exp\left(-\frac{(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)^2 \sigma^2}{2}\right) \text{Sinc} \frac{\delta_1}{2} \cos\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) \exp\left(-i\left(\delta_1 + \frac{\delta_2}{2}\right)\right),$$

где $\delta_1 = L(k_{pe} - \sqrt{k_{se}^2 - q_s^2} - \sqrt{k_{ie}^2 - q_i^2})$, $\delta_2 = d(k_{po} - \sqrt{k_{so}^2 - q_s^2} - \sqrt{k_{io}^2 - q_i^2})$, L - длина кристалла, d - расстояние между кристаллами. Фактически δ_1 , δ_2 - расстройки лучей в кристалле и в прослойке. Волновые вектора $k = n\omega/c$. В соответствии с экспериментальными данными луч в кристаллах был необыкновенным, а в прослойке, которая была тем же кристаллом, повернутым на 90° - обыкновенным.

Измерить двухфотонную амплитуду экспериментально практически невозможно. Измерение ковариации оптического и ТГц пучков также представляет непростую задачу из-за отсутствия чувствительных детекторов ТГц излучения, а также проблем с внутренним отражением в кристалле при больших углах выхода. Поэтому проще всего измерить частотно-угловой спектр для оптического канала. Он будет найден теоретически из подхода мод Шмидта и сравнен с экспериментальными результатами.

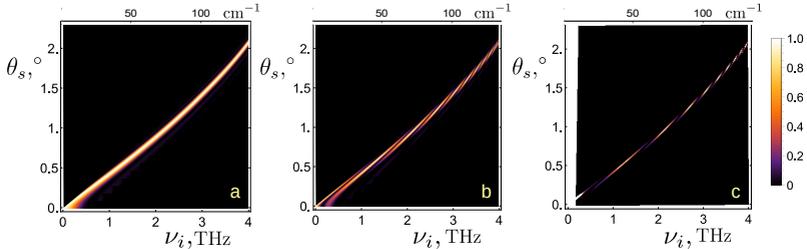


Рис. 6 — Частотно-угловой спектр параметрического рассеяния, рассчитанный теоретически. (a) 1 кристалл, (b) нелинейный интерферометр, слабое параметрическое усиление, (c) нелинейный интерферометр, сильное параметрическое усиление

В одном кристалле, средний угол вылета для оптического фотона имеет небольшой разброс. Поэтому частотно-угловой спектр в одном кристалле (рис. 6a) для каждой частоты ТГц будет иметь маленькую угловую ширину. В случае двух кристаллов при одних частотах двухфотонная амплитуда будет напоминать вид для одного кристалла, при других - иметь 2 максимума и провал на одном из углов из-за деструктивной интерференции. В этом случае в системе возникают 2 моды с близкими весами. Поэтому при слабом параметрическом усилении частотно-угловой спектр (рис. 6b) будет состоять из набора накладывающихся линий, близких к спектру для одного кристалла.

При сильном параметрическом усилении хорошо различимы минимумы и максимумы на частотно-угловом спектре (рис. 6с). Там, где была двойная линия при низком параметрическом усилении возникает провал по интенсивности.

Положение провалов очень чувствительно к показателю преломления среды между кристаллами в ТГц диапазоне, что позволило развить подход определения показателя преломления среды в ТГц диапазоне по измерению интенсивности пучка в оптическом канале. Такая схема измерения оказывается возможной только благодаря сильным корреляциям оптических и терагерцевых фотонов.

Четвертая глава посвящена вопросам усиления широкого набора мод неклассического света в нелинейных кристаллах. В такой системе можно достичь чувствительность к фазе между накачкой и усиливаемым светом, превосходящую уровень дробового шума.

Разработан теоретический подход, позволяющий рассчитать сигнал, когда в одном кристалле происходит генерация сжатого света, а во втором его усиление. Полученный сигнал представляет некогерентную сумму мод Шмидта с некоторыми эффективными весами, зависящими от собственных весов мод. Данные эффективные веса возможно восстановить из ковариаций, что и было сделано. Описаны методы восстановления азимутальных и радиальных весов. Проведенное сравнение с экспериментальными данными показало хорошее соответствие. Также объяснена слабая зависимость весов от фазы между накачкой и квантовым светом на входе во второй кристалл.

Было рассчитано многомодовое квадратурное сжатие для всех плоских волн, генерируемых в системе. Экспериментальной группой в рассматриваемой схеме было достигнуто многомодовое сжатие до уровня -4.3 Дб, которое необходимо для достижения высокой чувствительности квантовых измерений. На рис. 7(а,с) представлен режим максимального сжатия, на рис. 7(б,д) режим максимального антисжатия, т.е. когда дисперсия квадратуры наоборот увеличена. Сжатие происходит в широком угловом диапазоне. Хорошо видно сходство теории и эксперимента по пространственной структуре и по абсолютным значениям. Различия могут быть связаны с неточным сходством формы кристалла при проходе туда и обратно, а также отклонением направления распространения света от центральной оси.

Далее изучены возможности фазово-чувствительного усиления сигнала в нелинейных кристаллах. Основной метрикой являлась видность сигнала. Оказалось, что для достижения максимума видности важно подсвечивать как можно больше скоррелированных мод оптического усилителя.

Объяснена зависимость видности сигнала при разных углах подсветки θ_0 от ее ширины w . На рис. 8а изображено изменение видности при

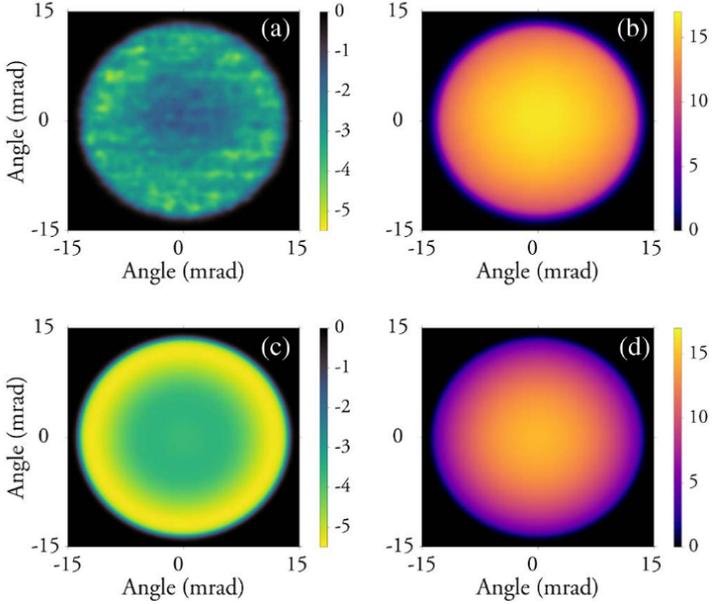


Рис. 7 — Оптическое гомодинное детектирование для плоских волн. (a) Сжатие, эксперимент, (b) антисжатие, эксперимент, (c) сжатие, теория, (d) антисжатие теория

трансформации подсветки из сферической волны в плоскую. Видность плоской волны резко падает с увеличением угла падения, т.е. когда хуже подсвечиваются связанные моды. Также особенностью является то, что максимум видности, примерно равный 0.9, достигается не в режиме сферической волны, а при некоторой ненулевой ширине подсветки, которая еще и зависит от угла падения θ_0 . Оказывается сферическая волна подсвечивает еще много слабо скоррелированных мод с большими номерами, что дает вклад в фазово нечувствительное слагаемое в сигнале. Поэтому оптимально подсветкой попадать в ширину корреляций θ_{max} для ковариации, изображенной на рис. 8б, она определяется по формуле

$$w_{opt} \sim \frac{1}{k_s(\theta_{max} + \theta_0)},$$

где k_s - волновой вектор сигнального фотона, θ_{max} - характерный размер области корреляций фотонов, θ_0 - угол падения подсветки.

Также было исследовано влияние ширины накачки на число мод в системе и необходимости многомодовой системы для таких приложений, как усиление квантовых изображений.

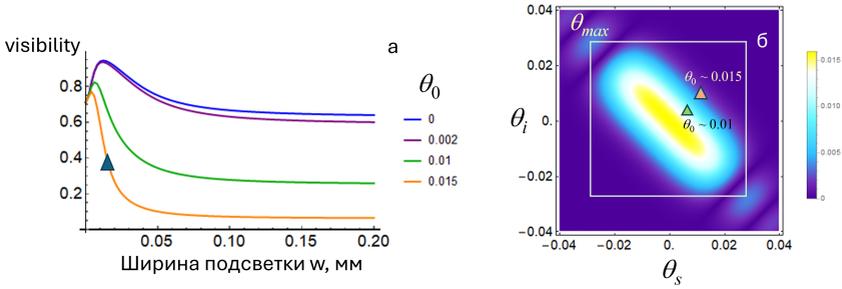


Рис. 8 — (а) Зависимость видности от ширины подсветки при разных углах падения, (б) демонстрация ширины корреляций θ_{max} на ковариации

Пятая глава посвящена теоретическому описанию взаимодействия двухмодового квантового поля с кубитом.

Гамильтониан такой системы:

$$H = \hbar\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar\omega_2 a_2^\dagger a_2 + \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_z + \hbar\Gamma_1(\sigma^+ a_1 + \sigma^- a_1^\dagger) + \hbar\Gamma_2(\sigma^+ a_2 + \sigma^- a_2^\dagger),$$

где ω_1, ω_2 - частоты полей, Γ_1, Γ_2 - силы взаимодействия, ω - частота перехода кубита. Он состоит из гамильтонианов свободных полей, гамильтониана свободного кубита и взаимодействия каждого поля с кубитом.

В вырожденном режиме взаимодействия удалось найти аналитическое решение, получить собственные состояния и энергии трехкомпонентной системы. Был обнаружен эффект электромагнитной индуцированной прозрачности, когда двухмодовое поле не меняет энергию в результате взаимодействия с кубитом.

В невырожденном режиме теоретический подход сведен к решению системы дифференциальных уравнений для амплитуд вероятности. Найдены инварианты, один из которых - число возбуждения и показано, что система уравнений разбивается на набор независимых цепочек. Это гарантирует устойчивость решений при обрезке состояний до максимума в N фотонов при численном решении. Обнаружены 2 существенно отличающихся друг от друга режима динамики системы.

В первом, близком к резонансному режиму, поля могут использоваться для управления кубитом. В противоположном случае, когда кубит сильно отстроен от частот полей и слабо заселяется, наблюдается эффект передачи фотонной статистики между полями. Исследовано качество передачи и чистота получаемых состояний.

В отдельные моменты можно достичь очень высокой точности передачи, если частоты полей близки. Продемонстрирована передача фоковских и когерентных состояний.

Другим интересным свойством системы является генерация новых квантовых состояний в процессе взаимодействия с кубитом. Например, из фоковских состояний на входе можно получить NOON состояния. Для когерентного состояния кубит может служить светоделителем с настраиваемой пропускной способностью. Исследована возможность использования системы для проведения фазовых измерений. Показано, что фазу входного состояния между соседними фоками проще измерить при взаимодействии с двухмодовым полем из-за обнаруженного эффекта стабилизации суммарной интенсивности полей.

Также исследован спектр излучения при взаимодействии 2-х квантовых полей с кубитами. Расчеты проведены в полуклассическом приближении на основе вычисления спектра дипольного отклика кубита. Показано, что хорошее соответствие с классическим спектром получается в случае гладкого распределения и достаточно широкого распределения полевого состояния по фоковским состояниям

В заклучении приведены основные результаты работы, которые состоят в следующем:

1. Проведен анализ пространственных корреляций фотонов в дальней зоне в вырожденном режиме параметрического рассеяния в нелинейном интерферометре. Найдены профили мод Шмидта и описаны их характерные свойства. Разработаны методы управления модовым составом с помощью изменения параметров интерферометра и параметрического усиления. Показано, что число азимутальных мод сильно зависит от фазы интерферометра, в режиме сильного параметрического усиления их число может варьироваться от 1 до 10. Объяснено удвоение числа радиальных мод при увеличении расстояния между кристаллами.
2. Предложены методы выделения отдельных азимутальных каналов с помощью диафрагмы и маски, основанные на их различающей пространственной локализации в ближней зоне. Удалось добиться веса первого канала, вдвое превышающего вес нулевого, при этом сохранить корреляции между фотонами, обеспечив $NR\dot{F} < 0.01$.
3. Подход мод Шмидта развит на случай сильно невырожденного процесса параметрического рассеяния. Показано, что при использовании одного кристалла свет генерируется в основном в одной радиальной моде и найден ее аналитический вид. Разработаны способы сужения терагерцового сигнала с помощью подсветки.
4. Объяснен вид частотно-угловых спектров при сильном параметрическом усилении и на их основе предложен метод по измерению дисперсии среды в ТГц диапазоне.

5. Рассмотрен процесс, когда сигнал генерируется в одном нелинейном кристалле, а затем усиливается во втором. Предложены методы восстановления эффективных весов мод из экспериментально измеримых ковариаций для вырожденного режима параметрического рассеяния. Получено хорошее совпадение теории и эксперимента. Показана слабая зависимость весов от фазы между квантовым светом и накачкой на входе во второй кристалл. Рассчитано пространственное распределение многомодового сжатия. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными.
6. Исследовано многомодовое усиление в нелинейном кристалле. Найдены режимы, в которых может происходить фазово-чувствительное усиление и фазово-нечувствительное и разработаны методы, позволяющие максимизировать видность сигнала.
7. Разработан подход для описания взаимодействия двухмодового квантового поля с кубитом. Изучены различные режимы взаимодействия, характеризующиеся относительной отстройкой кубита от полей, полей между собой и параметром взаимодействия. В режиме слабой связи получен эффект передачи фотонной статистики между модами квантового поля.
8. Предложены методы генерации новых состояний на основе взаимодействия двухмодового квантового поля с кубитом. Показана возможность создавать NOON состояния из фоковских на входе, а также использовать кубит как настраиваемый светоделитель когерентного состояния.
9. Продемонстрировано преимущество использования двухмодового квантового поля при проведении фазовых измерений по сравнению с взаимодействием кубита с одним полем.
10. Показано, что спектр излучения при взаимодействии квантовых полей с кубитом похож на классический только в случае медленно меняющейся фотонной статистики.

Публикации автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

- A1. **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova. *Managing the spatial properties and photon correlations in squeezed non-classical twisted light* // *Laser Physics Letters*. — 2018. — Vol. 15, no. 5. — P. 055205. — **JIF = 1.7 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,62 п.л.; личный вклад = 0,3 п.л.

- A2. **Р.В. Захаров**, О.В. Тихонова. *Пространственные свойства и корреляции фотонов в неклассических сжатых состояниях света, несущего орбитальный момент* // Известия Российской академии наук. Серия физическая. — 2018. — Т. 82, № 11. — С. 1525–1530. — **IF** = **0.9 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,37 п.л.; личный вклад = 0,2 п.л. — Переводная версия: **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova. *Photon Spatial Properties and Correlations in Nonclassical Squeezed States of Light Carrying the Orbital Moment* // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics — 2018. — Vol. 52, No. 11. — P. 1388–1393. — **SJR** = **0.21 (Scopus)**. Общий объём статьи = 0,37 п.л.; личный вклад = 0,2 п.л.
- A3. **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova. *Spatial features and photon correlations of squeezed light in strongly non-degenerate parametric down conversion* // Laser Physics. — 2019. — Vol. 29, no. 12. — P. 124010. — **JIF** = **1.2 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,4 п.л.; личный вклад = 0,2 п.л.
- A4. G. Frascella,, **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova, M.V. Chekhova. *Experimental reconstruction of spatial Schmidt modes for a wide-field SU(1,1) interferometer* // Laser Physics. — 2019. — Vol. 29, no. 12. — P. 124013. — **JIF** = **1.2 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л.; личный вклад = 0,2 п.л.
- A5. G. Frascella,, E.E. Mikhailov, N. Takanashi, **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova, M.V. Chekhova. *Wide-field SU(1,1) interferometer* // Optica. — 2019. — Vol. 6, no. 9. — P. 1233–1236. — **JIF** = **8.4 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,25 п.л.; личный вклад = 0,1 п.л.
- A6. К.А. Kuznetsov, E.I. Malkova, **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova, G.Kh. Galiya. *Nonlinear interference in the strongly nondegenerate regime and Schmidt mode analysis* // Physical Review A. — 2020. — Vol. 101, no. 5. — P. 053843. — **JIF** = **2.6 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,4 п.л.; личный вклад = 0,1 п.л.
- A7. G. Frascella,, **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova, M.V. Chekhova. *Multimode optical parametric amplification in the phase-sensitive regime* // Optics Letters. — 2021. — Vol. 46, no. 10. — P. 2364–2367. — **JIF** = **3.1 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,3 п.л.; личный вклад = 0,1 п.л.
- A8. **Р.В. Захаров**, О.В. Тихонова. *Корреляции фотонов и свойства неклассических оптических полей в состоянии сжатого вакуума* // Успехи физических наук. — 2023. — Т. 193, № 04. — С. 406–436. — **IF** = **3.1 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 2,50 п.л.; личный вклад = 0,50 п.л. — Переводная версия: **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova. *Photon correlations and features of nonclassical optical fields in a*

squeezed vacuum state // Physics-Uspekhi. — 2023. — Vol. 66, No. 04. — P. 381–409. — **JIF** = **3.3 (WoS)**. Общий объём статьи = 2,50 п.л.; личный вклад = 0,50 п.л.

- A9. **R.V. Zakharov**, O.V. Tikhonova, N.V. Klenov, I.I. Soloviev, V.N. Antonov, D.S. Yakovlev. *Solid-State Qubit as an On-Chip Controller for Non-Classical Field States* // Advanced Quantum Technologies. — 2024. — Vol. 7, no. 10. — P. 2400141. — **JIF** = **4.4 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,75 п.л.; личный вклад = 0,4 п.л.

Список литературы

1. *Bogdanov, Y. I.* Statistical Estimation of the Efficiency of Quantum State Tomography Protocols / Y. I. Bogdanov, G. Brida, M. Genovese et. al. // Physical Review Letters. — 2010. — Vol. 105, no. 1. — P. 1200.
2. *Kravtsov, K. S.* Experimental adaptive Bayesian tomography / K. S. Kravtsov, S. S. Straupe, I. V. Radchenko et. al. // Physical Review A. — 2013. — Т. 87, № 6.
3. *Bondani, M.* Sub-shot-noise photon-number correlation in a mesoscopic twin beam of light / M. Bondani, A. Allevi, G. Zambra et. al. // Physical Review A. — 2007. — Июль. — Т. 76, № 1.
4. *Chuprina, I. N.* Generating frequency-bin qubits via spontaneous four-wave mixing in a photonic molecule / I. N. Chuprina, A. A. Kalachev // Physical Review A. — 2019. — Окт. — Т. 100, № 4.
5. *Brida, G.* Detection of multimode spatial correlation in PDC and application to the absolute calibration of a CCD camera / G. Brida, I. P. Degiovanni, M. Genovese et. al. // Optics Express. — 2010. — Сент. — Т. 18, № 20. — С. 20572.
6. *Khalili, F.* Preparing a Mechanical Oscillator in Non-Gaussian Quantum States / F. Khalili, S. Danilishin, H. Miao et. al. // Physical Review Letters. — 2010. — Авг. — Т. 105, № 7.
7. *Клышко, Д. Н.* / Д. Н. КЛЫШКО // Письма в ЖЭТФ. — 1967. — Т. 6. — С. 490.
8. *Dayan, B.* Theory of two-photon interactions with broadband down-converted light and entangled photons / B. Dayan // Phys. Rev. A. — 2007. — Окт. — Т. 76, вып. 4. — С. 043813.
9. *Christ, A.* Theory of quantum frequency conversion and type-II parametric down-conversion in the high-gain regime / A. Christ, B. Brecht, M. Wolfgang et. al. // New Journal of Physics. — 2013. — Май. — Т. 15, № 5. — С. 053038.
10. *Eckstein, A.* A quantum pulse gate based on spectrally engineered sum frequency generation / A. Eckstein, B. Brecht, C. Silberhorn // Optics express. — 2011. — Т. 19, № 15. — С. 13770–13778.
11. *Fedorov, M. V.* Anisotropically and High Entanglement of Biphoton States Generated in Spontaneous Parametric Down-Conversion / M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P. A. Volkov et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Авг. — Т. 99, вып. 6. — С. 063901.

12. *Fedorov, M. V.* Spontaneous parametric down-conversion: Anisotropical and anomalously strong narrowing of biphoton momentum correlation distributions / M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P.A. Volkov et. al. // Phys. Rev. A. — 2008. — Март. — Т. 77, вып. 3. — С. 032336.
13. *Sharapova, P.* Schmidt modes in the angular spectrum of bright squeezed vacuum / P. Sharapova, A. M. Perez, O.V. Tikhonova et. al. // Physical Review A. — 2015. — Апр. — Т. 91, № 4.
14. *Calvo, G. F.* Measuring two-photon orbital angular momentum entanglement / G. F. Calvo, A. Picon, A. Bramon // Phys. Rev. A. — 2007. — Янв. — Т. 75, вып. 1. — С. 012319.
15. *Perez, A. M.* Bright squeezed-vacuum source with 11 spatial mode / A. M. Perez, T. S. Iskhakov, P. Sharapova et. al. // Optics Letters. — 2014. — Апр. — Т. 39, № 8. — С. 2403.
16. *Beltran, L.* Orbital angular momentum modes of high-gain parametric down-conversion / L. Beltran, G. Frascella, A.M. Perez et. al. // Journal of Optics. — 2017. — Март. — Т. 19, № 4. — С. 044005.
17. *Kitaeva, G. K.* Direct detection of the idler THz radiation generated by spontaneous parametric down-conversion / G. K. Kitaeva, V. V. Kornienko, K.A. Kuznetsov et. al. // Optics Letters. — 2019. — Февр. — Т. 44, № 5. — С. 1198.
18. *Kitaeva, G. K.* Generation of optical signal and terahertz idler photons by spontaneous parametric down-conversion / G. K. Kitaeva, V. V. Kornienko, A. A. Leontyev et. al. // Physical Review A. — 2018. — Дек. — Т. 98, № 6.
19. *Haase, B.* Spontaneous parametric down-conversion of photons at 660 nm to the terahertz and sub-terahertz frequency range / B. Haase, M. Kutas, F. Riexinger et. al. // Optics Express. — 2019. — Февр. — Т. 27, № 5. — С. 7458.
20. *Woolard, D.* Terahertz Frequency Sensing and Imaging: A Time of Reckoning Future Applications? / D. Woolard, R. Brown, M. Pepper et. al. // Proceedings of the IEEE. — 2005. — Окт. — Т. 93, № 10. — С. 1722–1743.
21. *Tonouchi, M.* Cutting-edge terahertz technology / M. Tonouchi // Nature Photonics. — 2007. — Февр. — Т. 1, № 2. — С. 97–105.
22. *Dhillon, S. S.* The 2017 terahertz science and technology roadmap / S. S. Dhillon, M. S. Vitiello, E.H. Linfield et. al. // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2017. — Янв. — Т. 50, № 4. — С. 043001.
23. *Mittleman, D. M.* Twenty years of terahertz imaging [Invited] / D. M. Mittleman // Optics Express. — 2018. — Апр. — Т. 26, № 8. — С. 9417.

24. *Jansen, C.* Terahertz imaging: applications and perspectives / C. Jansen, S. Wietzke, O. Peters et. al. // Applied Optics. — 2010. — Май. — Т. 49, № 19. — E48.
25. *Chekhova, M. V.* Nonlinear interferometers in quantum optics / M. V. Chekhova, Z. Y. Ou // Advances in Optics and Photonics. — 2016. — Март. — Т. 8, № 1. — С. 104.
26. *Burlakov, A. V.* Three-wave interference with participation of polaritons / A. V. Burlakov, Y. B. Mamaeva, A. N. Penin et. al. // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2001. — Июль. — Т. 93, № 1. — С. 55–62.
27. *Korystov, D. Y.* Rozhdestvenski hooks in two-photon parametric light scattering / D. Y. Korystov, S. P. Kulik, A. N. Penin // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. — 2001. — Март. — Т. 73, № 5. — С. 214–218.
28. *Kalashnikov, D. A.* Infrared spectroscopy with visible light / D. A. Kalashnikov, A. V. Paterova, S.P. Kulik et. al. // Nature Photonics. — 2016. — ЯНВ. — Т. 10, № 2. — С. 98–101.
29. *Grover, L. K.* A fast quantum mechanical algorithm for database search / L. K. Grover // Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing. — 1996. — С. 212–219.
30. *Shor, P. W.* Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer / P. W. Shor // SIAM review. — 1999. — Т. 41, № 2. — С. 303–332.
31. *AI, G. Q.* Suppressing quantum errors by scaling a surface code logical qubit / G. Q. AI // Nature. — 2023. — Т. 614, № 7949. — С. 676–681.
32. *Mooij, J. E.* Josephson persistent-current qubit / J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov et. al. // Science. — 1999. — Т. 285, № 5430. — С. 1036–1039.
33. *Martinis, J. M.* Rabi oscillations in a large Josephson-junction qubit / J. M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado et. al. // Physical Review Letters. — 2002. — Т. 89, № 11. — С. 117901.
34. *Chiorescu, I.* Coherent quantum dynamics of a superconducting flux qubit / I. Chiorescu, Y. Nakamura, C.Ma. Harmans et. al. // Science. — 2003. — Т. 299, № 5614. — С. 1869–1871.
35. *Manucharyan, V. E.* Fluxonium: Single cooper-pair circuit free of charge offsets / V. E. Manucharyan, J. Koch, L.I. Glazman et. al. // Science. — 2009. — Т. 326, № 5949. — С. 113–116.
36. *Ladd, T. D.* Quantum computers / T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme et. al. // Nature. — 2010. — Т. 464, № 7285. — С. 45–53.

37. *Moskalenko, I. N.* High fidelity two-qubit gates on fluxoniums using a tunable coupler / I. N. Moskalenko, I. A. Simakov, N.N. Abramov et. al. // npj Quantum Information. — 2022. — T. 8, № 1. — C. 130.
38. *Tan, S.-H.* Quantum illumination with Gaussian states / S.-H. Tan, B. I. Erkmen, V. Giovannetti et. al. // Physical Review Letters. — 2008. — T. 101, № 25. — C. 253601.
39. *Lopaeva, E.* Experimental realization of quantum illumination / E. Lopaeva, I. R. Berchera, I.P. Degiovanni et. al. // Physical Review Letters. — 2013. — T. 110, № 15. — C. 153603.
40. *Zhang, Z.* Entanglement-enhanced sensing in a lossy and noisy environment / Z. Zhang, S. Mouradian, F.N. Wong et. al. // Physical Review Letters. — 2015. — T. 114, № 11. — C. 110506.
41. *Kurpiers, P.* Deterministic quantum state transfer and remote entanglement using microwave photons / P. Kurpiers, P. Magnard, T. Walter et. al. // Nature. — 2018. — T. 558, № 7709. — C. 264–267.
42. *Cacciapuoti, A. S.* Quantum internet: networking challenges in distributed quantum computing / A. S. Cacciapuoti, M. Caleffi, F. Tafuri et. al. // IEEE Network. — 2019. — T. 34, № 1. — C. 137–143.
43. *Magnard, P.* Microwave quantum link between superconducting circuits housed in spatially separated cryogenic systems / P. Magnard, S. Storz, P. Kurpiers et. al. // Physical Review Letters. — 2020. — T. 125, № 26. — C. 260502.
44. *Pompili, M.* Realization of a multinode quantum network of remote solid-state qubits / M. Pompili, S. L. Hermans, S. Baier et. al. // Science. — 2021. — T. 372, № 6539. — C. 259–264.
45. *Zhong, Y.* Deterministic multi-qubit entanglement in a quantum network / Y. Zhong, H.-S. Chang, A. Bienfait et. al. // Nature. — 2021. — T. 590, № 7847. — C. 571–575.
46. *Singh, A.* Quantum internet—applications, functionalities, enabling technologies, challenges, and research directions / A. Singh, K. Dev, H. Siljak et. al. // IEEE Communications Surveys & Tutorials. — 2021. — T. 23, № 4. — C. 2218–2247.
47. *Somoroff, A.* Fluxonium qubits in a flip-chip package / A. Somoroff, P. Truitt, A. Weis et. al. // Physical Review Applied. — 2024. — T. 21, № 2. — C. 024015.
48. *Walls, D. F.* Analysis of a quantum measurement / D. F. Walls, M. J. Collet, G. J. Milburn // Physical Review D. — 1985. — T. 32, № 12. — C. 3208.

49. *Dmitriev, A. Y.* Probing photon statistics of coherent states by continuous wave mixing on a two-level system / A. Y. Dmitriev, R. Shaikhaidarov, T. Hönl-DeCrinis et. al. // *Physical Review A*. — 2019. — T. 100, № 1. — C. 013808.
50. *Pogosov, W. V.* Effects of photon statistics in wave mixing on a single qubit / W. V. Pogosov, A. Y. Dmitriev, O. V. Astafiev // *Physical Review A*. — 2021. — T. 104, № 2. — C. 023703.
51. *Neeley, M.* Emulation of a quantum spin with a superconducting phase qudit / M. Neeley, M. Ansmann, R.C. Bialczak et. al. // *Science*. — 2009. — T. 325, № 5941. — C. 722–725.
52. *Kiktenko, E.* Single qudit realization of the Deutsch algorithm using superconducting many-level quantum circuits / E. Kiktenko, A. Fedorov, A.A. Strakhov et. al. // *Physics Letters A*. — 2015. — T. 379, № 22/23. — C. 1409–1413.
53. *Choi, S.* Observation of discrete time-crystalline order in a disordered dipolar many-body system / S. Choi, J. Choi, R. Landig et. al. // *Nature*. — 2017. — T. 543, № 7644. — C. 221–225.
54. *Parigi, V.* Storage and retrieval of vector beams of light in a multiple-degree-of-freedom quantum memory / V. Parigi, V. D'Ambrosio, C. Arnold et. al. // *Nature communications*. — 2015. — T. 6, № 1. — C. 7706.
55. *Cozzolino, D.* High-dimensional quantum communication: benefits, progress, and future challenges / D. Cozzolino, B. Da Lio, D. Bacco et. al. // *Advanced Quantum Technologies*. — 2019. — T. 2, № 12. — C. 1900038.
56. *Erhard, M.* Advances in high-dimensional quantum entanglement / M. Erhard, M. Krenn, A. Zeilinger // *Nature Reviews Physics*. — 2020. — T. 2, № 7. — C. 365–381.
57. *Kitaeva, G. K.* Absolute brightness measurements in the terahertz frequency range using vacuum and thermal fluctuations as references / G. K. Kitaeva, P. V. Yakunin, V. V. Kornienko et. al. // *Applied Physics B*. — 2014. — Февр. — T. 116, № 4. — C. 929–937.