

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Станкевич Константин Леонидович

Осцилляции и квантовая декогеренция нейтрино

Специальность 1.3.3. —
«Теоретическая физика»

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Студеникин Александр Иванович

Москва — 2022

Оглавление

Стр.

Введение	4
Глава 1. Физика нейтрино	11
1.1 Нейтрино в минимально расширенной Стандартной модели	11
1.1.1 Флейворные и массовые состояния нейтрино	11
1.1.2 Слабые взаимодействия нейтрино	13
1.1.3 Электромагнитные свойства нейтрино	15
1.2 Осцилляции нейтрино	17
1.2.1 Вакуумные осцилляции нейтрино	18
1.2.2 Осцилляции нейтрино в веществе. Эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна	19
1.2.3 Осцилляции нейтрино в магнитном поле	21
1.2.4 Осцилляции нейтрино в произвольно движущемся веществе	22
1.2.5 Коллективные осцилляции нейтрино	23
1.3 Эволюция нейтрино как открытой системы	25
1.4 Постановка задачи	28
Глава 2. Квантовая декогеренция нейтрино за счет распада нейтрино	30
2.1 Квантовая декогеренция нейтрино за счет распада на безмассовую частицу. Общий случай.	30
2.2 Квантовая декогеренция нейтрино за счет радиационного распада нейтрино	37
2.3 Квантовая декогеренция нейтрино за счет распада на темный фотон	41
2.4 Численные оценки параметров декогеренции.	42
2.5 Выводы к второй главе	43
Глава 3. Новые эффекты в осцилляциях нейтрино	45
3.1 Влияние квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино на коллективные осцилляции	45
3.1.1 Уравнения движения	45
3.1.2 Линеаризация уравнения Линдблада	47

	Стр.
3.1.3 Численное моделирование	50
3.2 Осцилляции нейтрино за счет взаимодействия через зарядовый радиус и анапольный момент	54
3.3 Выводы к третьей главе	59
Заключение	61
Список литературы	63
Приложение А. Экспериментальные ограничения на параметры нейтрино	72
Приложение Б. Программный код	73

Введение

Нейтрино - массивная элементарная частица со спином " $\frac{1}{2}$ ", которая была предсказана Вольфгангом Паули в 1930 году. В 1946 году Бруно Максимович Понтекорво предложил возможность детектировать нейтрино от солнца, реакторов или ускорителей заряженных частиц, используя процесс, обратный бета-распаду. Позднее на основе этих идей Фредерик Райнес и Клайд Коуэн экспериментально обнаружили электронное нейтрино от реакторов. Мюонное и тауонное нейтрино были открыты в 1961 и 2000 году в экспериментах под руководством Леона Ледермана, Мелвина Шварца и Джека Стейнбергера.

Всего за открытия в области физики нейтрино было присуждено четыре Нобелевские премии. Это является подтверждением того, что нейтрино всегда стояло на острие науки и все открытия в области нейтрино неразрывно связаны с развитием фундаментальной физики. В 2015 году Нобелевская премия была получена Такааки Кадзитой и Артуром Макдональдом за открытие нейтринных осцилляций - одному из наиболее значимых эффектов в физике нейтрино, который подтверждает наличие массы у нейтрино и не описывается в рамках Стандартной модели.

Значимость и важность исследований нейтринных осцилляций обусловлена не только тем, что существование осцилляций нейтрино "расширило" Стандартную модель, но и тем, что эти исследования могут позволить определить другие до сих пор неизвестные свойства нейтрино, такие как: иерархия масс, природа массы нейтрино, электромагнитные свойства нейтрино. Кроме того, осцилляции нейтрино могут служить ключом как к исследованию астрофизических объектов (сверхновых, аккреционных дисков черных дыр, пульсары и др.), так и к обнаружению новых частиц (например, частиц темной материи, аксионов, темных фотонов и др.). Помимо этого, исследования в области физики нейтрино могут помочь в объяснении барионной асимметрии и в построении Теории Великого Объединения. Важность и актуальность исследований осцилляций нейтрино также подтверждается строительством новых нейтринных детекторов класса «мегасайенс»: JUNO, Hyper-Kamiokande, Байкальский нейтринный телескоп и другие.

Объектом исследования диссертации является нейтрино. **Предметом** диссертации являются флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино с

учетом эффекта квантовой декогеренции нейтринных состояний и новых взаимодействий нейтрино.

Квантовая декогеренция нейтринных состояний может возникать при взаимодействии частицы с внешней средой и проявляется в подавлении флейворных, спин-флейворных и коллективных осцилляций нейтрино. Для описания эффекта квантовой декогеренции нейтринных состояний был впервые развит формализм, основы которого восходят к квантовой электродинамике открытых систем [1].

Актуальность исследования обусловлена тем фактом, что эффекты квантовой декогеренции учитываются при анализе экспериментальных данных по потокам нейтрино от разных источников в рамках феноменологического описания. При этом до сих пор отсутствовал последовательный квантовый подход к описанию возникновения квантовой декогеренции нейтрино за счет взаимодействия нейтрино с внешней средой. Благодаря предложенной и развитой в диссертации квантовой теории декогеренции нейтрино появилась возможность анализировать экспериментальные ограничения на параметры декогеренции, что в свою очередь позволяет обнаруживать или ограничивать физические явления не только в рамках Стандартной модели, но и за её пределами. Практическая ценность диссертации также заключается в том, что квантовая декогеренция массовых состояний нейтрино может влиять на спектр потоков нейтрино от астрофизических объектов (например, от сверхновых, аккреционных дисков черных дыр, квазаров), что представляет интерес при детектировании астрофизических нейтрино.

Состояние научной разработки темы. Физика нейтрино вызывает повышенный интерес в научной литературе. В качестве примера укажем на наиболее полные монографии по физике нейтрино [2, 3], а также на современный обзор по электромагнитным свойствам нейтрино [4], которые представляют основную проблематику исследований, представленных в диссертации.

Смешивание и осцилляции нейтрино могут существенным образом быть модифицированы под влиянием различных внешних сред. В работах [5, 6] было предсказано резонансное усиление флейворных осцилляций нейтрино при распространении через вещество с меняющейся плотностью. Этот эффект резонансного усиления был назван в честь авторов работ - эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна. Аналогичный эффект имеет место быть для спиновых и спин-флейворных осцилляций нейтрино в магнитном поле [7–10]. В

работах [11, 12] было показано, что спин-флейворные осцилляции нейтрино могут возникать не только за счет взаимодействия с магнитным полем, но и за счет взаимодействия с поперечно движущимся веществом. Также в этих работах были рассмотрены осцилляции нейтрино с учетом гипотетических взаимодействий за пределами Стандартной модели. Эволюция и осцилляции нейтрино, распространяющихся в различных гравитационных полях, впервые были рассмотрены в [13–15]. В работах [16–18] был развит формализм, который позволил описать спиновые осцилляции нейтрино с учетом гравитационных полей. Этот формализм позже использовался для описания спиновых осцилляций нейтрино в различных средах [19–21]. Отдельно можно выделить эффект коллективных осцилляций нейтрино, который возникает при распространении нейтрино в плотном нейтринном газе [22]. Коллективные осцилляции нейтрино также рассматривались с учетом взаимодействия с внешним магнитным полем [23–25].

Исследование осцилляций нейтрино с учетом квантовой декогеренции активно ведется в различных экспериментах, таких как MINOS, T2K, KamLAND и во многих других [26–28]. В этих исследованиях для описания эволюции нейтрино от источника до детектора используются уравнения Линдблада, где величина квантовой декогеренции задается так называемыми параметрами декогеренции и релаксации (см. подробности в [29]). Отдельно отметим работу [30], в которой было показано, что различие в значениях угла смешивания θ_{23} , получаемые в экспериментах NOvA и T2K, могут быть объяснены за счет квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино.

Влияние квантовой декогеренции на коллективные осцилляции нейтрино ранее в литературе не рассматривалась. В астрофизических объектах рассматривалась только кинематическая декогеренция [31], которая возникает за счет расплывания волновых пакетов. Современный и наиболее полный обзор осцилляций нейтрино с учетом волновых пакетов представлен в работах [32, 33].

Существует несколько теоретических моделей возникновения квантовой декогеренции нейтринных состояний. В недавних работах [34–36] был изучен механизм квантовой декогеренции нейтринных состояний за счет рассеяния нейтрино на частицах внешней среды. В работе [37] рассматривалась квантовая декогеренция за счет взаимодействия нейтрино с классическими флуктуациями магнитного поля. В работах [38, 39] была рассмотрена квантовая декогеренция при распространении нейтрино через флуктуирующую среду.

В настоящей диссертации рассматриваются осцилляции нейтрино с учетом распада тяжелого нейтрино на более легкое с испусканием безмассовой частицы, а также за счет обратного процесса поглощения безмассовой частицы. В рамках минимально расширенной Стандартной модели нейтрино обладает электромагнитными свойствами, что делает возможным распад с испусканием фотона. Теория электромагнитного излучения нейтрино разрабатывалась в работах [40–52]. Современный обзор по радиационному распаду нейтрино представлен в работе [53].

Целью диссертационной работы является развитие теории осцилляций нейтрино, поиск и учет новых эффектов в осцилляциях нейтрино.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**.

1. Обоснование и развитие нового подхода, который позволил описать квантовую декогеренцию нейтрино за счет радиационного распада нейтрино на безмассовую частицу.
2. Получение замкнутых аналитических выражения для параметров декогеренции и релаксации нейтрино.
3. Исследование влияния квантовой декогеренции на коллективные осцилляции нейтрино.
4. Исследование флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино в астрофизических объектах с учетом зарядового радиуса и анапольного момента нейтрино.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Развитый формализм описания эволюции нейтрино во внешней среде на основе использования подхода, который ранее использовался в электродинамике открытых квантовых систем. Этот формализм позволил рассмотреть влияние распада нейтрино на более легкое состояние и безмассовую частицу (фотоны, темные фотоны, аксионы) и обратного процесса поглощения безмассовой частицы на осцилляции нейтрино. Важный результат диссертации состоит в полученном уравнении эволюции нейтрино в форме Линдблада с диссипативным членом, который учитывает квантовую декогеренцию, возникающую за счет распада нейтрино на безмассовую частицу и обратный процесс поглощения безмассовой частицы .
2. Аналитические выражения для параметров декогеренции и релаксации нейтрино, которые возникают за счет распада нейтрино на безмассовую

частицу (фотоны, темные фотоны, аксионы) и обратного процесса поглощения безмассовой частицы.

3. При рассмотрении влияния квантовой декогеренции на коллективные осцилляции нейтрино показано, что квантовая декогеренция приводит к подавлению коллективных осцилляций. Получено новое условие существования биполярных коллективных осцилляций нейтрино, которое учитывает квантовую декогеренцию массовых состояний нейтрино.
4. При рассмотрении осцилляций нейтрино в астрофизических условиях с учетом взаимодействия нейтрино с электрическим током через зарядовый радиус и анапольный момент (с учетом как диагональных, так и недиагональных элементов) показано, что взаимодействие нейтрино с внешним электрическим током через зарядовый радиус и анапольный момент нейтрино вызывает спиновые и спин-флейворные осцилляции. Получены новые вероятности флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино и соответствующие резонансные условия, которые учитывают взаимодействие нейтрино через зарядовый радиус и анапольный момент нейтрино.

Научная новизна.

1. Для описания эволюции нейтрино во внешней среде впервые был предложен и развит метод, который ранее использовался только в электродинамике открытых квантовых систем. Это позволило впервые построить последовательную квантовую теорию влияния распада нейтрино на флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино во внешней среде.
2. Впервые были получены аналитические выражения для параметров квантовой декогеренции нейтрино, соответствующие рассматриваемым в диссертации процессам.
3. Впервые получены условия возникновения биполярных коллективных осцилляций нейтрино в сверхновых, которые учитывают квантовую декогеренцию массовых состояний нейтрино.
4. Впервые рассмотрены флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино с учетом взаимодействия нейтрино с внешней средой через диагональные и недиагональные зарядовый радиус и анапольный момент нейтрино. Впервые получены соответствующие вероятности осцилляций и резонансные условия.

Структура работы.

В первой главе рассматривается нейтрино в рамках минимально расширенной Стандартной модели и обсуждаются основные свойства нейтрино, проанализированы осцилляции нейтрино в вакууме и в различных средах. Во второй части первой главы рассмотрены осцилляции нейтрино в рамках теории открытых систем, основанной на уравнениях Линдблада. В конце первой главы дано краткое заключение и поставлена научная задача.

Во второй главе представлены основные результаты диссертации. Предложен новый механизм квантовой декогеренции, который возникает за счет распада нейтрино на более легкое состояние и безмассовую частицу и обратного процесса поглощения безмассовой частицы. Также рассмотрен конкретный механизм квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино, возникающий за счет радиационного распада в электронной среде.

В третьей главе рассмотрено влияние квантовой декогеренции на коллективные осцилляции: получено новое условие существования коллективных осцилляций, которое учитывает квантовую декогеренцию массовых состояний нейтрино. Вторая часть третьей главы посвящена исследованию флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино с учетом взаимодействия нейтрино с электрическим током через зарядовый радиус и анапольный моменты нейтрино. Получены вероятности флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино.

В заключении кратко подведены итоги исследований, лежащих в основе исследования.

Апробация результатов диссертационной работы.

Результаты работы были опубликованы в журналах из списка Scopus [54–66]. Также результаты неоднократно докладывались на международных российских и зарубежных конференциях:

1) “Neutrino oscillations and quantum decoherence: The theory and experiment”, 14я Международная школа по физике нейтрино и астрофизике (Россия, Саров, 18-23 июля, 2022);

2) “Quantum decoherence of neutrino mass states”, International Conference on High Energy Physics (Bologna, Italy, 6 – 13 July, 2022);

3) “Neutrino oscillations and quantum decoherence”, 30th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Seoul, Korea, 2022);

4) “The effect of quantum decoherence in astrophysical neutrino oscillations”, Astroneutrino Theory Workshop 2021, organized by the European Consortium for

Astroparticle Theory (EuCAPT) (Prague, Czech Republic, September 20 - October 1, 2021);

5) “Neutrino decay processes and flavour oscillations”, European Physical Society conference on high energy physics 2021 (online conference, July 26-30, 2021);

6) “Neutrino quantum decoherence and collective oscillations”, European Physical Society conference on high energy physics 2021 (online conference, July 26-30, 2021);

7) “Neutrino quantum decoherence engendered by neutrino decay to photons, familons and gravitons”, 17th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (online conference, 26 August - 3 September, 2021);

8) “Spin and spin-flavor oscillations due to neutrino charge radii interaction with an external environment”, 17th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (online conference, 26 August - 3 September, 2021);

9) “Collective neutrino oscillations in moving and polarized matter”, 17th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (online conference, 26 August - 3 September, 2021);

10) “Neutrino quantum decoherence due to radiative decay”, Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (Новосибирск, Россия, 2020);

11) “The effect of neutrino quantum decoherence”, The European Physical Society Conference on High Energy Physics (Ghent, Belgium, 2019);

12) “Neutrino evolution and quantum decoherence”, 16th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (Toyama, Japan, 2019);

13) “Neutrino decoherence due to radioactive decay”, 39th International Conference on High Energy Physics (Seoul, Korea, 2018);

14) “Neutrino decoherence in matter”, 28th International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Heidelberg, Germany, 2018);

15) “Neutrino quantum decoherence due to entanglement with magnetic field”, 15th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (Sudbury, Canada, 2017);

16) “Neutrino quantum decoherence due to entanglement with a magnetic field”, European Physical Society Conference on High Energy Physics (Venice, Italy, 2017).

Глава 1. Физика нейтрино

В разделе 1.1 представлена физика нейтрино в рамках минимально расширенной Стандартной модели. В разделе 1.2 рассмотрены флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино в различных средах: в вакууме, в электронной среде, а также в плотном нейтринном газе. Раздел 1.3 посвящен теории открытых квантовых систем и описанию эволюции нейтрино в рамках теорий открытой квантовой системы, основанной на уравнениях Линдблада.

1.1 Нейтрино в минимально расширенной Стандартной модели

Изначально в рамках Стандартной модели нейтрино не обладает массой. Тем не менее, в экспериментах, изучающих потоки нейтрино от солнца, реакторов и ускорителей, наблюдали эффекты, связанные с нейтринными осцилляциями, которые обусловлены наличием ненулевой массы нейтрино. Экспериментальное доказательство существования флейворных осцилляций нейтрино было получено в нейтринных обсерваториях Super-Kamiokande и Sudbery Neutrino Observatory, что тем самым подтвердило наличие у нейтрино массы. В диссертации рассматривается нейтрино в минимально расширенной Стандартной модели, в которой нейтрино является массивной частицей.

1.1.1 Флейворные и массовые состояния нейтрино

На настоящий момент было экспериментально открыто три типа нейтрино (три флейвора нейтрино): электронное, мюонное и тауонное, которые взаимодействуют с электронами, мюонами и тау-лептонами соответственно. Флейворные нейтрино удобно записать в виде столбца

$$|\nu_f\rangle = \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

В рамках минимально расширенной модели флейворные нейтрино не имеют точной массы, т.к. является суперпозицией трех массовых состояний ν_1 , ν_2 и ν_3 , обладающими определенной массой. Их также можно записать в виде столбца

$$|\nu_m\rangle = \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Связь между флейворными и массовыми состояниями нейтрино записывается с помощью унитарной матрицы смешивания U , которая называется матрицей Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаматы

$$|\nu_m\rangle = U |\nu_f\rangle, \quad (1.3)$$

Матрицу смешивания U можно параметризовать тремя действительными углами смешивания (θ_{12} , θ_{13} , θ_{23}) и одной действительной CP-нарушающей фазой (δ_{13})

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

где для удобства обозначено $c_{ij} = \cos(\theta_{ij})$ и $s_{ij} = \sin(\theta_{ij})$. В случае, если нейтрино является майорановской частицей, возникает еще две дополнительные майорановские CP-нарушающие фазы. Тогда для майорановского нейтрино матрицу смешивания можно записать как $U_M = U\Lambda$, где $\Lambda = \text{diag}(1, e^{i\lambda_{21}}, e^{i\lambda_{31}})$, λ_{21} и λ_{31} - майорановские CP-нарушающие фазы.

Отметим, что существуют различные теории, которые предсказывают дополнительное 4-е массивное состояние, которое во флейворном базисе соответствует стерильному нейтрино, т.е. флейвор нейтрино, который не взаимодействует с обычной материей.

На настоящее время достоверно известно, что нейтрино обладает массой. Тем не менее, экспериментально получить значение массы нейтрино не удалось. Современные эксперименты позволяют лишь ограничить массу нейтрино. Самое сильное ограничение было получено в эксперименте KATRIN: $m_\nu < 0.8$

eV [67]. Также существует астрофизическое ограничение на массу нейтрино $\sum m_\nu < 0.28$ eV [68].

Механизм генерации столь малой массы до сих пор неизвестен. Существует три основные модели генерации массы нейтрино: дираковская, майорановская и радиационная модели [69]. В диссертации рассматриваются эволюция и осцилляции дираковского нейтрино. В этом случае масса нейтрино возникает за счет взаимодействия с бозоном Хиггса. После спонтанного нарушения симметрии массовый член для нейтрино можно записать в виде

$$\mathcal{L}_M = \sum_{\alpha, \beta} \bar{\nu}_\alpha^{-L} M_{\alpha\beta} \nu_\beta^R, \quad (1.5)$$

где $\nu_\alpha^{L(R)}$ - левое (правое) нейтринное поле во флейворном базисе, $M_{\alpha\beta}$ - массовая матрица, которая, вообще говоря, не является диагональной. Матрица $M_{\alpha\beta}$ диагонализуется с помощью двух унитарных матриц:

$$(U^\dagger M V)_{ik} = \delta_{ik} m_k, \quad (1.6)$$

где U - матрица смешивания (1.4) соответствует преобразованию левого нейтрино $\nu_m^L = U \nu_f^L$, матрица V соответствует преобразованию правого нейтрино $\nu_m^R = V^\dagger \nu_f^R$. Матрица смешивания U фиксируется лагранжианом взаимодействия, в то время как матрица V произвольная, так как правое нейтрино является стерильным (не взаимодействует с веществом). Это означает, что некорректно вводить флейвор для правого нейтрино. Однако удобно считать, что унитарные матрицы равны между собой $V = U$.

1.1.2 Слабые взаимодействия нейтрино

Нейтрино участвует в электрослабых взаимодействиях. Слабые взаимодействия могут проходить через заряженные (через W -бозоны)

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \overline{(e \ \mu \ \tau)}_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L W_\mu^- + \text{h.c.} \quad (1.7)$$

и нейтральные токи (через Z -бозоны)

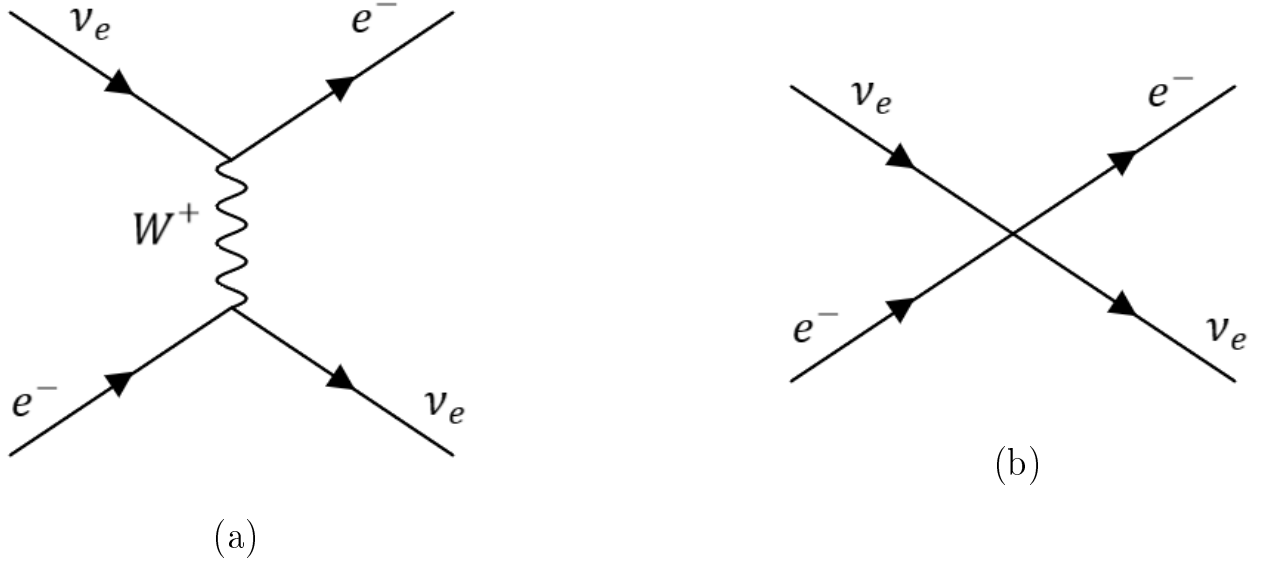


Рисунок 1.1 — На рисунке (а) представлена диаграмма Фейнмана для рассеяния нейтрино на электроне, на рисунке (б) - рассеяние нейтрино на электроне с учетом малости импульса бозона.

$$\mathcal{L}_{NC} = -\frac{g}{2 \cos \vartheta_W} \overline{(\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau)_L} \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L Z_\mu^0 + \text{h.c.}, \quad (1.8)$$

где g - константа связи, ϑ_W - угол Вайнберга, γ^μ - матрица Дирака, W_μ^- и Z_μ^0 - бозонные поля.

Энергии нейтрино, которые будут рассматриваться в диссертации, не превышают 100 МэВ. Таким образом, при рассеянии нейтрино можно пренебречь импульсом виртуальных бозонов. В результате, вместо диаграммы Фейнмана с пропагатором возникает диаграмма с эффективной вершиной (см. рисунок 1.1). Например, взаимодействие нейтрино с электронами через W -бозон можно переписать в виде

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \{ \bar{e}_L(p_1) \gamma^\lambda \nu_{eL}(p_2) \} \{ \bar{\nu}_{eL}(p_3) \gamma_\lambda e_L(p_4) \}, \quad (1.9)$$

где $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$ - константа Ферми, M_W - масса W -бозона.

1.1.3 Электромагнитные свойства нейтрино

В результате наличия у нейтрино массы частица обладает электромагнитными свойствами даже в рамках минимально расширенной Стандартной модели. Тем не менее, на данный момент не удается экспериментально обнаружить электромагнитные взаимодействия нейтрино. Настоящие эксперименты позволяют лишь ограничить значения электромагнитных характеристик нейтрино. Это стимулирует интерес к новым теориям за рамками Стандартной модели, в которых электромагнитные характеристики значительно превышают предсказания минимально расширенной Стандартной модели.

В общем виде электромагнитное взаимодействие нейтрино можно записать в виде [70]

$$H_{em}^{(\nu)}(x) = j_{\mu}^{(\nu)}(x)A^{\mu}(x) = \sum_{f,i}^N \overline{\nu}_f(x)\Lambda_{\mu}^{fi}\nu_i(x)A^{\mu}(x), \quad (1.10)$$

где Λ_{μ}^{kj} - вершинная функция, $j_{\mu}^{(\nu)}(x)$ - нейтринный ток, который записывается в массовом базисе $\nu_k(x)$, электромагнитное поле задается 4-вектором $A^{\mu}(x)$. Вершинную функцию можно разложить в следующем виде

$$\Lambda_{\mu}^{fi}(q) = (\gamma_{\mu} - q_{\mu}q/q^2) \left[\mathbb{F}_Q^{fi}(q^2) + \mathbb{F}_A^{fi}(q^2) q^2\gamma_5 \right] - i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu} \left[\mathbb{F}_M^{fi}(q^2) + i\mathbb{F}_E^{fi}(q^2) \gamma_5 \right], \quad (1.11)$$

где \mathbb{F}_Q^{fi} , \mathbb{F}_A^{fi} , \mathbb{F}_M^{fi} , \mathbb{F}_E^{fi} - электрический, анапольный, дипольные магнитный и электрический форм-факторы соответственно. Разложение вершинной функции сделано с учетом Лоренц-инвариантности.

В рамках Стандартной модели у нейтрино отсутствует электрический заряд ($\mathbb{F}_Q^{fi}(0) = 0$). Однако, существуют различные теории за пределами Стандартной модели, которые предсказывают ненулевой миллизаряд у нейтрино. Экспериментальное ограничение на миллизаряд нейтрино из астрофизики $q_{\nu} < 1.3 \times 10^{-19}e_0$ было получено в работе [71] (где e_0 - заряд электрона). Наиболее сильное ограничение на миллизаряд нейтрино было получено из условий электрической нейтральности атома водорода и составляет порядка $q_{\nu} < 10^{-21}e_0$.

Аномальный магнитный момент возникает в рамках минимально расширенной Стандартной модели в качестве петлевых поправок [72, 73]. Для

дираковского нейтрино магнитный момент в минимально расширенной Стандартной модели задается формулой

$$\mu_{kj} \simeq \frac{3eG_F}{16\sqrt{2}\pi^2} (m_k + m_j) \times \left(\delta_{kj} - \frac{1}{2} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} U_{\ell k}^* U_{\ell j} \frac{m_\ell^2}{m_W^2} \right). \quad (1.12)$$

Для диагональных и недиагональных элементов магнитного момента нейтрино верны следующие численные оценки

$$\mu_{kk} \simeq 3.2 \times 10^{-19} \left(\frac{m_k}{\text{eV}} \right) \mu_B, \quad (1.13)$$

$$\mu_{kj} \simeq -3.9 \times 10^{-23} \mu_B \left(\frac{m_k \pm m_j}{\text{eV}} \right) \sum_{\ell=e,\mu,\tau} U_{\ell k}^* U_{\ell j} \left(\frac{m_\ell}{m_\tau} \right)^2. \quad (1.14)$$

Наиболее сильные ограничения на магнитный момент нейтрино были получены в экспериментах GEMMA от реакторных нейтрино $\mu_\nu < 2.9 \times 10^{-11} \mu_B$ [74] и Bogexino от солнечных нейтрино $\mu_\nu < 2.8 \times 10^{-11} \mu_B$ [75] (где μ_B - магнетон Бора). Отметим, что магнитный момент нейтрино может значительно превышать теоретические предсказания (1.12) в случае существования частиц за пределами Стандартной модели.

Также вводится зарядовый радиус, который является вторым членом разложения зарядового форм-фактора

$$\mathbb{F}_Q^{fi}(q^2) = \mathbb{F}_Q^{fi}(0) + q^2 \frac{d\mathbb{F}_Q^{fi}(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0} + \dots, \quad (1.15)$$

где зарядовый радиус задается как

$$\langle r^2 \rangle^{fi} = 6 \frac{d\mathbb{F}_Q^{fi}(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0}. \quad (1.16)$$

Экспериментальные ограничения зарядового радиуса наиболее близки к теоретическим предсказаниям в рамках Стандартной модели, которые равны

$$\begin{aligned} \langle r_{\nu_e}^2 \rangle_{\text{SM}} &= -0.83 \times 10^{-32} \text{ cm}^2, \\ \langle r_{\nu_\mu}^2 \rangle_{\text{SM}} &= -0.48 \times 10^{-32} \text{ cm}^2 \\ \langle r_{\nu_\tau}^2 \rangle_{\text{SM}} &= -0.30 \times 10^{-32} \text{ cm}^2. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Экспериментальные ограничения приведены в приложении А.

Одной из нерешенных задач является корректное введение анапольного момента нейтрино. Однако в экспериментах по рассеянию нейтрино на мишени можно считать, что анапольный момент и зарядовый радиус действуют одинаково. Поэтому экспериментальные ограничения на зарядовый радиус можно использовать в качестве ограничений на анапольный момент нейтрино.

1.2 Осцилляции нейтрино

Нейтрино является одним из источников информации в многоканальной астрономии наряду с фотонами и гравитационными волнами. При распространении нейтрино от астрофизического объекта до детектора возникают осцилляции нейтрино - эффект, который может существовать как в вакууме, так и в среде. При этом внешняя среда за счет электрослабых взаимодействий, а также нестандартных взаимодействий может значительно модифицировать осцилляции нейтрино. Таким образом, исследование осцилляций нейтрино в различных средах может не только помочь в поиске новой физики за пределами Стандартной модели, но и при исследовании строения различных астрофизических объектов.

Ниже будут рассмотрены осцилляции нейтрино в вакууме и в веществе. Одним из наиболее важных эффектов в осцилляциях нейтрино в веществе является так называемый резонанс Михеева-Смирнова-Вольфенштейна. Позже аналогичный эффект был обнаружен для спиновых осцилляций при распространении нейтрино в магнитном поле. В работах [11, 12] была рассмотрена произвольно движущаяся среда и было показано, что поперечно-движущееся вещество вызывает спиновые и спин-флейворные осцилляции нейтрино. Отдельно рассматривается эволюция нейтрино в плотной среде других нейтрино, когда возникает совершенно новый тип осцилляций - коллективные осцилляции нейтрино.

1.2.1 Вакуумные осцилляции нейтрино

Как уже было сказано, флейворные нейтрино не имеют определенной массы. Поэтому эволюцию нейтрино удобно записать для массовых состояний нейтрино:

$$i\frac{\partial}{\partial t} |\nu_m\rangle = \hat{H} |\nu_m\rangle, \quad (1.18)$$

где гамильтониан $\hat{H} = \text{diag}(E_1, E_2, E_3)$, E_i - энергия i -того массового состояния нейтрино. При переходе во флейворный базис гамильтониан перестает быть диагональным. Это означает, что возникают переходы различными флейворными состояниями. Такие переходы называются флейворными осцилляциями нейтрино. Решая уравнение (1.18) и переходя во флейворный базис, можно получить вероятность перехода из одного флейворного состояния в другое $P_{\alpha \rightarrow \beta} = \langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle$ (в предположении, что нейтрино родилось с флейвором α : $|\nu(0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle$)

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = |\langle \nu_\beta(t) | \nu_\alpha \rangle|^2 = \left| \sum_j U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i\frac{m_j^2}{2E}L} \right|^2, \quad (1.19)$$

где L - расстояние, которое пролетело нейтрино. Из (1.19) видно, что флейвор нейтрино при распространении самопроизвольно меняется по гармоническому закону. Вероятность флейворных осцилляций нейтрино можно представить в другой форме

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j>k} \mathcal{R}e \{ U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \} \sin^2 \left(\frac{\delta m_{jk}^2 L}{4E} \right) + \\ + 2 \sum_{j>k} \mathcal{I}m \{ U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \} \sin \left(\frac{\delta m_{jk}^2 L}{2E} \right), \quad (1.20)$$

где $\mathcal{R}e$ и $\mathcal{I}m$ означает реальную и мнимую часть, $\delta m_{jk}^2 = m_j^2 - m_k^2$ - разница квадратов массы нейтрино.

Видно, что амплитуда вероятности флейворных осцилляций зависит от углов смешивания, разницы квадратов массы нейтрино и от СР-нарушающей

фазы. Причем от CP-фазы зависит только второй член, пропорциональный синусу в первой степени. Когда расстояние от источника нейтрино до детектора значительно больше размеров источника, то необходимо усреднить вероятность осцилляций нейтрино 1.20. В этом случае второй член зануляется. В этом случае фаза не будет влиять на вероятность флейворных осцилляций. Поэтому CP-нарушающую фазу возможно детектировать только в короткобазовых нейтринных экспериментах.

1.2.2 Осцилляции нейтрино в веществе. Эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна

Внешняя среда может значительно модифицировать флейворные осцилляции за счет рассеяния нейтрино вперед на частицах вещества. При определенной плотности электронов может происходить резонансное усиление флейворных осцилляций, которое называется эффектом Михеева-Смирнова-Вольфенштейна. В качестве примера удобно использовать двух-флейворное приближение, когда рассматривается вероятность перехода между двумя флейворами. А именно, рассмотрим переход из электронного нейтрино в мюонное или таунное (для удобства обозначим $|\nu\rangle_l$ для мюонного или таунного нейтрино).

Вклад от рассеяния через заряженные и через нейтральные токи можно записать соответственно

$$V_{CC} = \sqrt{2}G_F n_e, \quad (1.21)$$

$$V_{NC} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}G_F n_n. \quad (1.22)$$

Тогда гамильтониан для нейтрино во флейворном базисе запишется в виде

$$H = \frac{1}{4E_\nu} \begin{pmatrix} -\delta m_{ij}^2 \cos 2\theta + A_{CC} & \delta m_{ij}^2 \sin 2\theta \\ \delta m_{ij}^2 \sin 2\theta & \delta m_{ij}^2 \cos 2\theta - A_{CC} \end{pmatrix}, \quad (1.23)$$

где $A_{CC} = 2E_\nu V_{CC}$. Для решения уравнения эволюции нейтрино с гамильтонианом (1.23) удобно использовать эффективный массовый базис, в котором

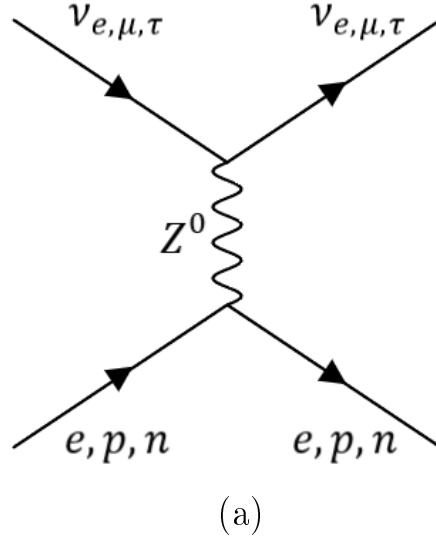


Рисунок 1.2 — Рассеяние нейтрино через нейтральные токи.

гамильтониан будет диагональным. В этом случае возникают эффективная разница энергий Δ_{ij} и эффективные углы смешивания $\tilde{\theta}_{ij}$:

$$\Delta_{ij} = \frac{\sqrt{(\delta m_{ij}^2 \cos 2\theta_{ij} - A_{CC})^2 + \delta m_{ij}^2 \sin^2 2\theta_{ij}}}{2E_\nu}, \quad (1.24)$$

$$\sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} = \frac{\delta m_{ij}^2 \sin^2 2\theta_{ij}}{(\delta m_{ij} \cos 2\theta_{ij} - A_{CC})^2 + \delta m_{ij}^2 \sin^2 2\theta_{ij}}. \quad (1.25)$$

Отметим, что если рассматривать осцилляции нейтрино между активным и стерильным состояниями, то потенциал будет задаваться

$$A_{CC} = \frac{3\sqrt{2}}{2} G_F n_b (Y_e - \frac{1}{3}), \quad (1.26)$$

где n_b барионная плотность, Y_e доля электронов. Вероятность флейворных осцилляций нейтрино задается формулой

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_x} = \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} \sin^2 (\Delta_{ij} L). \quad (1.27)$$

Из формул (1.25) и (1.27) видно, что амплитуда вероятности осцилляций нейтрино равна единице (т.е. возникает резонанс Михеева-Смирнова-Вольфенштейна) при плотности электронов, равной

$$n_e = \frac{\delta m_{ij} \cos 2\theta_{ij}}{2\sqrt{2} G_F E_\nu}. \quad (1.28)$$

Аналогичный эффект резонансного усиления спиновых и спин-флейворных осцилляций возникает за счет взаимодействия нейтрино с внешним магнитным полем через магнитный момент [9, 10].

1.2.3 Осцилляции нейтрино в магнитном поле

Нейтрино взаимодействует с магнитным полем через магнитный момент. Такое взаимодействие приводит к перевороту спина нейтрино, поэтому при рассмотрении осцилляций нейтрино в магнитном поле необходимо учитывать спиральность нейтрино. Рассмотрим два флейвора и две спиральности нейтрино, которые описываются с помощью столбца

$$|\nu(t)\rangle = \begin{pmatrix} |\nu_e^L\rangle \\ |\nu_l^L\rangle \\ |\nu_e^R\rangle \\ |\nu_l^R\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

где мы учли, что для ультрарелятивистского нейтрино спиральность и киральность совпадают с точностью до члена порядка m/E_ν . Тогда гамильтониан, который учитывает взаимодействие нейтрино с магнитным полем через магнитный момент, запишется в виде [12]

$$H_B^{(f)} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{ee} B_{\parallel} & \begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{el} B_{\parallel} & \mu_{ee} B_{\perp} & \mu_{el} B_{\perp} \\ \begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{el} B_{\parallel} & \begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{ll} B_{\parallel} & \mu_{el} B_{\perp} & \mu_{ll} B_{\perp} \\ \mu_{ee} B_{\perp} & \mu_{el} B_{\perp} & -\begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{ee} B_{\parallel} & -\begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{el} B_{\parallel} \\ \mu_{el} B_{\perp} & -\mu_{ll} B_{\perp} & \begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{el} B_{\parallel} & -\begin{pmatrix} \mu \\ \gamma \end{pmatrix}_{ll} B_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

где эффективные значения для магнитных моментов во флейворном базисе $\mu_{\alpha\beta}$ задаются через магнитные моменты в массовом базисе μ_{ij}

$$\begin{aligned} \mu_{ee} &= \mu_{11} \cos^2 \theta + \mu_{22} \sin^2 \theta + \mu_{12} \sin 2\theta, \\ \mu_{ll} &= \mu_{11} \sin^2 \theta + \mu_{22} \cos^2 \theta - \mu_{12} \sin 2\theta, \\ \mu_{el} &= \mu_{12} \cos 2\theta + \frac{1}{2} (\mu_{22} - \mu_{11}) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Также были введены обозначения

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{ee} &= \frac{\mu_{11}}{\gamma_{11}} \cos^2 \theta + \frac{\mu_{22}}{\gamma_{22}} \sin^2 \theta + \frac{\mu_{12}}{\gamma_{12}} \sin 2\theta, \\
\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{ll} &= \frac{\mu_{11}}{\gamma_{11}} \sin^2 \theta + \frac{\mu_{22}}{\gamma_{22}} \cos^2 \theta - \frac{\mu_{12}}{\gamma_{12}} \sin 2\theta, \\
\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{el} &= \frac{\mu_{12}}{\gamma_{12}} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{22}}{\gamma_{22}} - \frac{\mu_{11}}{\gamma_{11}} \right) \sin 2\theta,
\end{aligned} \tag{1.32}$$

где введены гамма-факторы

$$\begin{aligned}
\gamma_{ij}^{-1} &= \frac{1}{2} (\gamma_i^{-1} + \gamma_j^{-1}), \\
\tilde{\gamma}_{ij}^{-1} &= \frac{1}{2} (\gamma_i^{-1} - \gamma_j^{-1}), \\
\gamma_i^{-1} &= \frac{m_i}{E_i}.
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Гамильтониан (1.30) позволяет записать переходы между двумя произвольными состояниями нейтрино с учетом магнитного поля (см., например, [12]).

1.2.4 Осцилляции нейтрино в произвольно движущемся веществе

В работах [11, 12] было показано, что поперечно движущаяся среда может приводить к спин-флейворным осцилляциям нейтрино. В результате поперечно движущееся вещество действует аналогично тому, как действует магнитное поле. Гамильтониан, который отвечает за спин-флейворные осцилляции нейтрино в произвольно движущемся веществе, имеет вид [12]

$$H_{mat}^{(f)} = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2(2n_e - n_n)(1 - v_{\parallel}) & 0 & (2n_e - n_n)v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{ee} & (2n_e - n_n)v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{el} \\ 0 & -2n_n(1 - v_{\parallel}) & -n_n v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{el} & -n_n v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{ll} \\ (2n_e - n_n)v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{ee} & -n_n v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{el} & 0 & 0 \\ (2n_e - n_n)v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{el} & -n_n v_{\perp} \left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{ll} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{1.34}$$

где n_n и n_e - плотность электронов и нейтронов, $v = v_{\parallel} + v_{\perp}$ - параллельная и перпендикулярная компоненты скорости внешней среды. Были введены обозначения

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{ee} &= \frac{\cos^2 \theta}{\gamma_{11}} + \frac{\sin^2 \theta}{\gamma_{22}}, \\
\left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{ll} &= \frac{\sin^2 \theta}{\gamma_{11}} + \frac{\cos^2 \theta}{\gamma_{22}}, \\
\left(\frac{\eta}{\gamma}\right)_{el} &= \frac{\sin 2\theta}{\tilde{\gamma}_{21}}.
\end{aligned} \tag{1.35}$$

Вероятность нейтринных осцилляций с учетом движения среды можно получить используя гамильтониан (1.34) по аналогии с магнитным полем (см. подробности в [12]) В работе [12] были рассмотрены осцилляции нейтрино также за счет нестандартных взаимодействий.

Отметим, что гамильтонианы (1.30) и (1.34) были получены в приближении среднего поля, т.е. квантовые свойства внешней среды не учитывались.

1.2.5 Коллективные осцилляции нейтрино

При взрыве сверхновых рождается большое количество нейтрино. Плотность нейтрино настолько велика, что нейтринно-нейтринное взаимодействие нейтрино становится доминирующим взаимодействием, которое влияет на осцилляции нейтрино. Описание коллективных осцилляций удобно вести в терминах матрицы плотности ρ_{ν} , которую для нейтрино можно записать как

$$\rho = \begin{pmatrix} \langle a_{\nu\alpha,i}^\dagger a_{\nu\alpha,i} \rangle & \langle a_{\nu\beta,j}^\dagger a_{\nu\alpha,i} \rangle & \langle a_{\nu\gamma,k}^\dagger a_{\nu\alpha,i} \rangle \\ \langle a_{\nu\alpha,i}^\dagger a_{\nu\beta,j} \rangle & \langle a_{\nu\beta,j}^\dagger a_{\nu\beta,j} \rangle & \langle a_{\nu\gamma,k}^\dagger a_{\nu\beta,j} \rangle \\ \langle a_{\nu\alpha,i}^\dagger a_{\nu\gamma,k} \rangle & \langle a_{\nu\beta,j}^\dagger a_{\nu\gamma,k} \rangle & \langle a_{\nu\gamma,k}^\dagger a_{\nu\gamma,k} \rangle \end{pmatrix}. \tag{1.36}$$

Соответственно для антинейтрино имеем

$$\bar{\rho} = \begin{pmatrix} \langle b_{\nu\alpha,i}^\dagger b_{\nu\alpha,i} \rangle & \langle b_{\nu\beta,j}^\dagger b_{\nu\alpha,i} \rangle & \langle b_{\nu\gamma,k}^\dagger b_{\nu\alpha,i} \rangle \\ \langle b_{\nu\alpha,i}^\dagger b_{\nu\beta,j} \rangle & \langle b_{\nu\beta,j}^\dagger b_{\nu\beta,j} \rangle & \langle b_{\nu\gamma,k}^\dagger b_{\nu\beta,j} \rangle \\ \langle b_{\nu\alpha,i}^\dagger b_{\nu\gamma,k} \rangle & \langle b_{\nu\beta,j}^\dagger b_{\nu\gamma,k} \rangle & \langle b_{\nu\gamma,k}^\dagger b_{\nu\gamma,k} \rangle \end{pmatrix}, \tag{1.37}$$

где $a_{\nu\alpha,i}$ и $a_{\nu\alpha,i}^\dagger$ - операторы уничтожения и рождения i -го нейтрино с флейвором α . Тогда для нейтрино можно записать уравнение эволюции в виде

$$i\dot{\mathcal{R}} = [\mathcal{H}, \mathcal{R}], \tag{1.38}$$

где введена обобщенная матрица плотности \mathcal{R} , которая описывает одновременно нейтрино и антинейтрино,

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ \kappa^\dagger & 1 - \bar{\rho}^* \end{pmatrix}. \quad (1.39)$$

Недиагональные элементы матрицы плотности (1.39) задают корреляция между нейтрино и антинейтрино

$$\kappa_\nu = \begin{pmatrix} \langle b_{\nu_\alpha, i} a_{\nu_\alpha, i} \rangle & \langle b_{\nu_\beta, j} a_{\nu_\alpha, i} \rangle & \langle b_{\nu_\gamma, k} a_{\nu_\alpha, i} \rangle \\ \langle b_{\nu_\alpha, i} a_{\nu_\beta, j} \rangle & \langle b_{\nu_\beta, j} a_{\nu_\beta, j} \rangle & \langle b_{\nu_\gamma, k} a_{\nu_\beta, j} \rangle \\ \langle b_{\nu_\alpha, i} a_{\nu_\gamma, k} \rangle & \langle b_{\nu_\beta, j} a_{\nu_\gamma, k} \rangle & \langle b_{\nu_\gamma, k} a_{\nu_\gamma, k} \rangle \end{pmatrix}, \quad (1.40)$$

$$\kappa_\nu^* = \begin{pmatrix} \langle a_{\nu_\alpha, i}^\dagger b_{\nu_\alpha, i}^\dagger \rangle & \langle a_{\nu_\beta, j}^\dagger b_{\nu_\alpha, i}^\dagger \rangle & \langle a_{\nu_\gamma, k}^\dagger b_{\nu_\alpha, i}^\dagger \rangle \\ \langle a_{\nu_\alpha, i}^\dagger b_{\nu_\beta, j}^\dagger \rangle & \langle a_{\nu_\beta, j}^\dagger b_{\nu_\beta, j}^\dagger \rangle & \langle a_{\nu_\gamma, k}^\dagger b_{\nu_\beta, j}^\dagger \rangle \\ \langle a_{\nu_\alpha, i}^\dagger b_{\nu_\gamma, k}^\dagger \rangle & \langle a_{\nu_\beta, j}^\dagger b_{\nu_\gamma, k}^\dagger \rangle & \langle a_{\nu_\gamma, k}^\dagger b_{\nu_\gamma, k}^\dagger \rangle \end{pmatrix}. \quad (1.41)$$

Обобщенный гамильтониан \mathcal{H} (1.38) задается с помощью блочной структуры

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} h & \mathbb{N} \\ \mathbb{N}^\dagger & -\bar{h}^* \end{pmatrix}, \quad (1.42)$$

где h (\bar{h}) - гамильтониан в приближении среднего поля для нейтрино (антинейтрино), \mathbb{N} задает переходы между нейтрино и антинейтрино (например, за счет внешнего магнитного поля или движущейся среды). В гамильтониан h входит гамильтониан самодействия, который можно записать в виде

$$h_{self} = \sqrt{2}G_F \sum_{\underline{\alpha}} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} (\rho_{\underline{\alpha}, p} - \bar{\rho}_{\underline{\alpha}, p}^*) (1 - \hat{p} \cdot \hat{k}), \quad (1.43)$$

где подчеркнутый индекс $\underline{\alpha}$ означает нейтрино, которое родилось с флейвором $\underline{\alpha}$. Стоит отметить, что в отсутствии корреляций нейтрино-антинейтрино (т.е. в отсутствии спиновых осцилляций), уравнение эволюции можно записать в виде

$$i\dot{\rho} = [h(\rho), \rho]. \quad (1.44)$$

Коллективные осцилляции можно разделить на два эффекта. Первый эффект - синхронизированные коллективные осцилляции - заключается в том, что нейтрино различных энергий осциллируют на одной усредненной частоте. Второй эффект - биполярные коллективные осцилляции - заключается в экспоненциальном росте недиагональных элементов матрицы плотности нейтрино,

приводящим к хаотическим переходам между различными нейтринными состояниями.

Получить решение эволюции нейтрино в реальных астрофизических условиях с учетом коллективных осцилляций возможно только численными методами. Тем не менее, аналитически можно получить условия существования биполярных коллективных осцилляций нейтрино с помощью метода линеаризации уравнений эволюции нейтрино [76, 77].

1.3 Эволюция нейтрино как открытой системы

Внешняя среда может значительно модифицировать эволюцию и осцилляции нейтрино. Однако внешняя среда рассматривается как классическая и учитывается только рассеяние нейтрино вперед на частицах внешней среды. Другими словами, нейтрино рассматривается как закрытая система. Для более полного описания эволюции и осцилляций нейтрино необходимо использовать теории открытых квантовых систем.

Наиболее распространенный подход описания открытых квантовых систем, используемый для изучения эволюции нейтрино, основан на уравнениях Линдблада.

Рассмотрим замкнутую систему, состоящую из исследуемой системы "А" и окружения "В". Описание ведется в терминах матрицы плотности, которая подчиняется уравнению фон Неймана

$$i\hbar \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = [H(t), \rho(t)], \quad (1.45)$$

где $\rho(t)$ - матрица плотности, описывающая обе подсистемы. Гамильтониан системы $H(t)$ можно записать в виде:

$$H = H_A + H_B + V_{AB}, \quad (1.46)$$

где H_A , H_B и V_{AB} - гамильтонианы изучаемой системы, окружения и гамильтониан взаимодействия.

Нас не интересует эволюция окружения, поэтому необходимо исключить степени свободы внешней среды путем взятия следа по этим степеням Tr_B .

Тогда мы получим диссипативное уравнение для матрицы плотности исследуемой системы

$$i\hbar \frac{\partial \rho_A(t)}{\partial t} = [H_A(t), \rho_A(t)] + Tr_B (V_{AB} \rho - \rho V_{AB}^+), \quad (1.47)$$

где матрица плотности для исследуемой системы задается формулой $\rho_A(t) = Tr_B \rho(t)$. Заметим, что взятие следа по переменным подсистемы "B" в последнем слагаемом делает уравнение необратимым. Уравнение (1.47) полностью описывает эволюцию открытой системы. Однако для этого необходимо знать матрицу плотности всей системы, что является сложной задачей.

В нейтринной физике обычно используется уравнение, которое было получено Линдбладом в 1976 году с использованием теории групп [78] для произвольной открытой системы. Физическая интерпретация этого уравнения была дана в статье [79].

В работе [78] было получено, что эволюция матрицы плотности может быть задана непрерывной по параметру t сохраняющей след и положительно-сжимающей полугруппой $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ в пространстве J^{sa} (комплексное банаховое пространство следовых операторов в гильбертовом пространстве). Определения и свойства таких полугрупп $T(t)$ [80]:

- 1) $T(t+s) = T(t)T(s) = T(s)T(t), t(0) = \hat{1}, \forall t, s \geq 0$ (свойство полугруппы),
- 2) Отображение $t \rightarrow T(t)\rho$ непрерывное $\forall \rho$ (непрерывность по параметру),
- 3) $\|T(t)\rho\| \leq \|\rho\| \forall \rho$ (сжимающее свойство),
- 4) $T(t)\rho \geq 0, \forall t \geq 0$ и $\forall \rho \geq 0$ (положительное отображение),
- 5) $Tr(T(t)\rho) = Tr(\rho) \forall \rho \geq 0$ (сохранение следа).

Последние два свойства означают, что полугруппа отображает пространство матриц плотности на пространство матриц плотности. Элемент полугруппы можно записать в следующем виде:

$$T(t) = e^{itL}, \quad (1.48)$$

где L - генератор группы. Линдблад, используя условие марковости процесса, в 1976 году нашёл конкретный вид таких генераторов:

$$L\rho = [H_0, \rho] - \frac{i}{2} \sum_j \{C_j^* C_j \rho\} + i \sum_j C_j \rho C_j^*, \quad (1.49)$$

где H_0, C_j - некоторые ограниченные операторы. Тогда, раскладывая экспоненту около единицы, было получено уравнение, которое называется уравнением Линдблада,

$$i\hbar \frac{\partial \rho_A(t)}{\partial t} = [H_0, \rho] - \frac{i}{2} \sum_j \{C_j^* C_j \rho\} + i \sum_j C_j \rho C_j^*. \quad (1.50)$$

Сравнивая уравнение (1.50) с (1.47), получаем, что H_0 можно отождествить со свободным самосопряжённым гамильтонианом. Тогда при $C_j = 0$ уравнение Линдблада переходит в уравнение фон Неймана для закрытых систем.

При исследовании осцилляций нейтрино обычно используют следующую форму записи уравнений Линдблада [81]:

$$\frac{\partial \rho_\nu(t)}{\partial t} = -i [H_S, \rho_\nu(t)] + D [\rho_\nu], \quad (1.51)$$

где ρ_ν матрица плотности, описывающая нейтрино, H_S - гамильтониан системы. Диссипационный член задается выражением

$$D [\rho_\nu(t)] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N^2-1} [V_k, \rho_\nu V_k^\dagger] + [V_k \rho_\nu, V_k^\dagger], \quad (1.52)$$

где V_k - диссипативные операторы, возникающие за счет взаимодействий между нейтрино и внешней средой. Эти операторы действуют в N -мерном пространстве матрицы плотности ρ_ν .

В случае двухфлейворного приближения операторы V_k могут быть разложены по матрицам Паули $O = a_\mu \sigma_\mu$, где σ_μ - вектор, состоящий из единичной матрицы и матриц Паули (в трехфлейворном случае операторы V_k раскладываются по матрицам Гелл-Манна [82]). В этом случае уравнение Линдблада (1.51) примет вид

$$\frac{\partial \rho_k(t)}{\partial t} \sigma_k = 2\varepsilon_{ijk} H_i \rho_j(t) \sigma_k + D_{kl} \rho_l(t) \sigma_k, \quad (1.53)$$

где диссипативная матрица

$$D_{ll} = -diag\{\Gamma_1, \Gamma_1, \Gamma_2\}. \quad (1.54)$$

Параметры Γ_1 и Γ_2 описывают эффект декогеренции и процесс релаксации соответственно. В случае, если энергия нейтрино сохраняется в процессах

взаимодействия с внешней средой, возникает дополнительное условие на диссипативный член [29],

$$[H_S, V_k] = 0. \quad (1.55)$$

В этом случае параметр релаксации равен нулю $\Gamma_2 = 0$.

Параметры декогеренции в уравнении Линдблада являются свободными параметрами, т.е. для этих параметров не задается какого-либо аналитического выражения. В нейтринных экспериментах для изучения эффекта квантовой декогеренции используется уравнение Линдблада. В результате, получают экспериментальное ограничение на параметры декогеренции. Ограничения зависят от выбора набора параметров декогеренции, а также от их энергетической зависимости, которую задают из общих соображений. На настоящее время порядок ограничения на параметр декогеренции оценивается на уровне of $\Gamma_1 \sim 10^{-24}$ GeV [83].

Отметим, что влияние квантовой декогеренции на осцилляции нейтрино исследовалось в земных и солнечных потоках нейтрино, где нейтринная плотность недостаточна для возникновения коллективных осцилляций нейтрино, т.е. влияние квантовой декогеренции на коллективные осцилляции ранее не исследовалось. Кроме того, используя только уравнения Линдблада, ограничения на параметры декогеренции нельзя использовать для ограничения реальных физических явлений. В связи с этим, необходимо разработать новый подход, в рамках которого стало бы возможным найти аналитические выражения для параметров декогеренции.

1.4 Постановка задачи

Явный вид уравнения Линдблада и, соответственно, параметров декогеренции может быть получен за счет взятия следа в уравнении (1.47) с использованием марковского приближения. Это было явно сделано в работе [37] для случая классической флуктуации магнитного поля и для случая флуктуации материи [38, 39]. Данные работы не описывают все возможные механизмы квантовой декогеренции, т.к. внешняя среда рассматривается в классическом пределе, т.е. не учитываются квантовые свойства среды.

В серии работ [34–36] уравнение Линдблада было получено в результате учета неупругого рассеяния нейтрино на скалярных частицах, а также на электронах и протонах. В указанных работах учитываются не все квантовые процессы, а именно, не рассматриваются процессы распада нейтрино на более легкое состояние и безмассовую частицу. Кроме того, в реальных астрофизических условиях также необходимо учитывать температуру внешней среды, чего не было сделано в [34–36].

Основной задачей настоящей диссертации является описание эволюции и осцилляций нейтрино с учетом распада нейтрино на более легкое состояние и безмассовую частицу и обратного процесса поглощения безмассовой частицы при конечной температуре. Квантовая декогеренция наиболее вероятно должна проявляться в астрофизических условиях, поэтому необходимо рассмотреть также эффекты, которые возникают только в экстремальных астрофизических условиях. А именно, необходимо рассмотреть влияние квантовой декогеренции на коллективные осцилляции. Кроме того, ранее в работах не были рассмотрены флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино с учетом зарядового радиуса и анапольного момента нейтрино. Оба этих эффекта могут играть заметную роль при распространении нейтрино при взрыве сверхновых.

Глава 2. Квантовая декогеренция нейтрино за счет распада нейтрино

Во второй главе представлены основные результаты диссертационной работы по исследованию квантовой декогеренции нейтрино, возникающей за счет распада массивного нейтрино на более легкое состояние и безмассовую частицу, а также за счет обратного процесса поглощения безмассовой частицы [54–57]. В разделе 2.1 рассмотрен общий случай. В разделе 2.2 изучен конкретный механизм радиационного распада нейтрино в астрофизических условиях, а также механизм, возникающий за счет распада нейтрино на темный фотон [54].

2.1 Квантовая декогеренция нейтрино за счет распада на безмассовую частицу. Общий случай.

В этом разделе изложен новый подход к описанию эволюции и осцилляций нейтрино [54–61], основанный на квантовой электродинамике открытых систем [1].

Рассмотрим влияние распада нейтрино на эволюцию и осцилляции нейтрино. Для этого запишем уравнение эволюции для системы “нейтрино”+ “окружение” в представлении взаимодействия

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(t) = -i \int d^3x [H_{int}(x), \rho(t)], \quad (2.1)$$

где матрица плотности $\rho(t)$ описывает полную систему “нейтрино” + “окружение”, $H_{int}(x)$ - гамильтониан взаимодействия. Рассмотрим распад нейтрино на произвольную безмассовую частицу, в качестве которой может выступать фотон, темный фотон или безмассовый аксион. Тогда Гамильтониан взаимодействия в общем виде можно записать как

$$H_{int}(x) = \sum_{\alpha} j_{\alpha}(x) a_{\alpha}(x), \quad (2.2)$$

где a_k - безмассовое поле, нейтринный ток выражается как $j_{\alpha} = \bar{\nu}(x)\Gamma_{\alpha}\nu(x)$, Γ_{α} - вершина взаимодействия, в которую входит константа взаимодействия. В

случае радиационного распада нейтрино (см. обзор [53], а также [52]) вершина заменяется на общую электромагнитную вершину $\Gamma_\alpha \rightarrow \Gamma_\mu$, а поле заменяется на фотонное $a_\alpha(x) \rightarrow A_\mu(x)$. В случае распада нейтрино на безмассовый аксион необходимо провести замену $a_\alpha(x) \rightarrow \varphi(x)$, а вершинную функцию заменить $\Gamma_\alpha \rightarrow (g^s \mathbf{1} + ig^p \gamma^5)$ для описания скалярного и псевдоскалярного взаимодействия [84]. Нас интересует эволюция только нейтрино, которая описывается с помощью редуцированной матрицы плотности $\rho_\nu(t) = tr_a[\rho(t)]$, где след берется по всем степеням свободы внешнего окружения (безмассовому полю). Тогда формальное решение для матрицы плотности нейтрино мы можем получить интегрируя уравнение (2.1)

$$\rho_\nu(t_f) = tr_a \left(T \exp \left[\int_{t_i}^{t_f} d^4x [H_{int}(x), \rho(t_i)] \right] \right). \quad (2.3)$$

В первую очередь необходимо избавиться от T-упорядочивания. Для этого заметим, что T-произведение можно разбить на два T-произведения $T = T_j T_a$. Тогда, используя теорему Вика

$$\begin{aligned} T^A \exp \left[\int_{t_i}^{t_f} d^4x [H_{int}(x), \rho(t)] \right] = \\ \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} d^4x \int_{t_i}^{t_f} d^4x' [a_\alpha(x), a_\beta(x')] [j^\alpha(x) j^\beta(x'), \rho(t_i)] \Theta(t - t') \right] \times \\ \times \exp \left[\int_{t_i}^{t_f} d^4x [H_{int}(x), \rho(t_i)] \right], \quad (2.4) \end{aligned}$$

имеем следующее выражение для эволюции матрицы плотности нейтрино:

$$\begin{aligned} \rho_\nu(t_f) = T^j \left(\exp \left[-\frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} d^4x \int_{t_i}^{t_f} d^4x' \Theta(t - t') [a_\alpha(x), a_\beta(x')] [j^\alpha(x) j^\beta(x'), \rho(t_i)] \right] \right) \times \\ \times tr_a \left\{ \exp \left[\int_{t_i}^{t_f} d^4x [H_{int}(x), \rho(t_i)] \right] \right\}. \quad (2.5) \end{aligned}$$

Здесь $\Theta(t - t')$ - функция Хевисайда. След по внешнему окружению берется только от последней экспоненты, так как в показателе первой экспоненты стоит коммутатор полей, который является с-числом. Именно последняя экспонента отвечает за процесс квантовой декогеренции. Для того, чтобы посчитать след от экспоненты, необходимо сделать кумулянтное разложение. Дальнейшие расчеты будут выполнены с учетом следующих предположений. Пусть

в начальный момент времени нейтрино слабо связаны с внешней средой. Это означает, что в начальный момент мы можем записать матрицу плотности как $\rho(t_i) = \rho_{\nu}(t_i) \otimes \rho_a(t_i)$. Также пусть исходное состояние является гауссовым по отношению к переменным поля, тогда кумулянтное разложение заканчивается на втором члене. Отметим, что тогда линейный член разложения отсутствует, т.к. $\langle a_i \rangle = 0$, где угловыми скобками обозначено усреднение по внешней среде

$$\langle O \rangle = tr_a \left(O \frac{1}{Z} \exp[-H_a/k_B T] \right). \quad (2.6)$$

где H_a - гамильтониан частиц среды, T - температура. В результате после взятия следа было получено

$$\begin{aligned} tr_a \left\{ \exp \left[\int_{t_i}^{t_f} d^4x [H_{int}(x), \rho(t_i)] \right] \right\} = \\ = \sum_{\alpha\beta} \exp \left[\frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} d^4x \int_{t_i}^{t_f} d^4x' \{ \langle a_{\beta}(x') a_{\alpha}(x) \rangle j^{\beta}(x) j^{\alpha}(x') \rho_{\nu}(t_i) + \right. \\ \left. + \langle a_{\alpha}(x) a_{\beta}(x') \rangle \rho_{\nu}(t_i) j^{\alpha}(x) j^{\beta}(x') - \right. \\ \left. - \langle a_{\beta}(x') a_{\alpha}(x) \rangle j^{\alpha}(x) \rho_{\nu}(t_i) j^{\beta}(x') - \langle a_{\alpha}(x) a_{\beta}(x') \rangle j^{\beta}(x') \rho_{\nu}(t_i) j^{\alpha}(x) \} \right]. \quad (2.7) \end{aligned}$$

Для дальнейших расчетов введем пропагатор Фейнмана $D_F(x)_{\alpha\beta} = P_{\alpha\beta} D_F(x)$ и двухточечные корреляционные функции $D_+(x)_{\alpha\beta} = P_{\alpha\beta} D_+(x)$ и $D_-(x)_{\alpha\beta} = P_{\alpha\beta} D_-(x)$ (где $P_{\alpha\beta}$ возникает в случае, если у излучаемой частицы есть поляризация)

$$P_{\alpha\beta} D_+(x - x') = \langle a_{\alpha}(x) a_{\beta}(x') \rangle, \quad (2.8)$$

$$P_{\alpha\beta} D_-(x - x') = \langle a_{\beta}(x') a_{\alpha}(x) \rangle, \quad (2.9)$$

$$iD_F(x - x') = \Theta(t - t') D_+(x - x') + \Theta(t' - t) D_-(x - x'). \quad (2.10)$$

Совмещая полученные результаты и используя корреляционные функции (2.8 - 2.10) получим

$$\rho_{\nu}(t_f) = T^j \exp [i\Phi] \rho_{\nu}(t_i), \quad (2.11)$$

где показатель экспоненты равен

$$i\Phi = \frac{1}{2} \int_{t_i}^{t_f} d^4x \int_{t_i}^{t_f} d^4x' \left(-iD_F(x-x')_{\alpha\beta} J_+^\alpha(x) J_+^\beta(x') + iD_F^*(x-x')_{\alpha\beta} J_-^\alpha(x) J_-^\beta(x') + D_-(x-x')_{\alpha\beta} J_+^\alpha(x) J_-^\beta(x') + D_+(x-x')_{\alpha\beta} J_-^\alpha(x) J_+^\beta(x') \right), \quad (2.12)$$

где для удобства были введены супероператоры

$$J_+^\alpha(x)\rho(t) = j^\alpha(x)\rho(t), \quad (2.13)$$

$$J_-^\alpha(x)\rho(t) = \rho(t)j^\alpha(x). \quad (2.14)$$

Формула (2.11) задает эволюцию нейтрино в наиболее общем виде без дополнительных допущений и приближений. Тем не менее, для дальнейшего использования необходимо рассмотреть три приближения. Во-первых, необходимо разложить экспоненту в ряд. Во-вторых, необходимо рассмотреть секулярное приближение (приближение вращающейся волны). В-третьих, необходимо рассмотреть марковское приближение. Сделаем эти приближения последовательно.

Сначала разложим экспоненту в выражении (2.11) и рассмотрим матричный элемент $\rho_{kl}(t) = \langle k | \rho_\nu(t) | l \rangle$, где столбцами $|k\rangle$ обозначено массовое состояние нейтрино (опуская индексы α и β для упрощения записи формул)

$$\begin{aligned} \rho_{kl}(t_f) = & \frac{1}{2} \sum_{m,n} \int_{t_i}^{t_f} d^4x \int_{t_i}^{t_f} d^4x' \times \\ & \times \left(-iD_F(x-x') j'_{km} j_{mn} \rho_{nl}(t_i) + iD_F(x-x') \rho_{km}(t_i) j'_{mn} j_{nl} + \right. \\ & \left. + D_-(x-x') j_{km} \rho_{mn}(t_i) j'_{nl} + D_+(x-x') j'_{km} \rho_{mn}(t_i) j_{nl} \right), \quad (2.15) \end{aligned}$$

где для матричных элементов введены обозначения $j_{kl} = \langle k | j(x) | l \rangle$ и $j'_{kl} = \langle k | j(x') | l \rangle$. Матричный элемент тока выражается через свободные спиноры $j_{kl} = \bar{\psi}_k(x) \Gamma_i \psi_l(x)$. Подставляя решение уравнения Дирака для свободной частицы, мы получим, что ток пропорционален $j_{kl} \propto \exp(-i\omega_{kl}t)$, где $\omega_{kl} = E_k - E_l$. Далее применим приближение вращающейся волны в квантовом оптическом пределе. Последнее состоит в сохранении только секулярных членов в двойных суммах по частотам системы ω_{kl} и эквивалентно процедуре усреднения по быстро осциллирующим членам. Тогда выражение запишется в виде

$$\begin{aligned}
\rho_{kl}(t_f) = & \frac{1}{2} \sum_m \int_{t_i}^{t_f} d^4x \int_{t_i}^{t_f} d^4x' \times \\
& \times (-iD_F(x-x')j'_{km}j_{mk}\rho_{kl}(t_i) + iD_F(x-x')\rho_{kl}(t_i)j'_{lm}j_{ml} + \\
& + D_-(x-x')j_{km}\rho_{mm}(t_i)j'_{mk} + D_+(x-x')j'_{km}\rho_{mm}(t_i)j_{mk}), \quad (2.16)
\end{aligned}$$

Взаимодействие нейтрино с внешней средой происходят крайне редко. В результате, можно считать между двумя взаимодействиями нейтрино распространяется как свободная частица. Это означает, что предыдущее взаимодействие не оказывает влияния на последующее взаимодействие. В этом случае можно применить марковское приближение, которое заключается в замене нижнего предела интегрирования по времени

$$\int_{t_i}^t dx'_0 \rightarrow \int_{-\infty}^t dx'_0 = \int_0^{\infty} d\tau. \quad (2.17)$$

В результате после взятия производной по времени было получено уравнение второго порядка для эволюции нейтрино в форме Линдблада

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}\rho(t) = & \sum_m \int d^3x \int d^3x' \int_0^{+\infty} dx'_0 \\
& \left(D_+(x-x') \left[\frac{1}{2} \{j_{km}(x')j_{mk}(x), \rho_\nu(t)\} - j_{km}(x)\rho_\nu(t)j_{mk}(x') \right] + \right. \\
& \left. + D_-(x-x') \left[\frac{1}{2} \{j_{km}(x)j_{mk}(x'), \rho_\nu(t)\} - j_{km}(x')\rho_\nu(t)j_{mk}(x) \right] \right). \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Далее необходимо изменить нижний предел интегрирования. Это можно сделать с использованием следующий преобразований

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} &= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \int_0^{\infty} d\tau e^{-i\omega\tau - \eta\tau} \\
&= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\eta + i\omega} \\
&= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{\eta - i\omega}{\eta^2 + \omega^2} \\
&= \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{\eta}{\eta^2 + \omega^2} - \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{i\omega}{\eta^2 + \omega^2} \\
&= \pi\delta(\omega) - iP\frac{1}{\omega}, \quad (2.19)
\end{aligned}$$

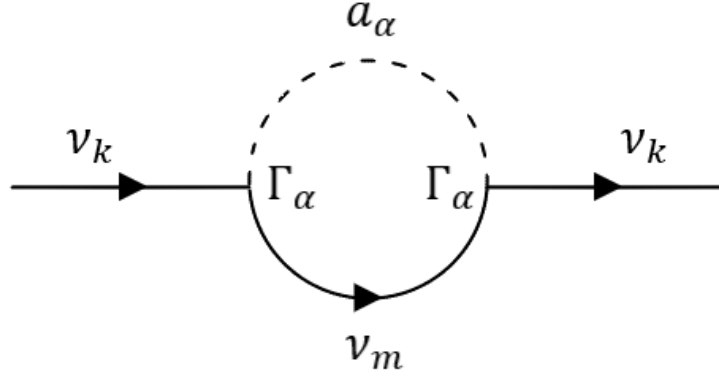


Рисунок 2.1 — Диаграмма Фейнмана, описывающая собственную энергию нейтрино во внешнем поле.

где символом P обозначено главное значение. Мнимая часть в уравнении (2.19) будет давать вклад в перенормировку гамильтониана нейтрино, реальная часть дает вклад в квантовую декогеренцию нейтрино, которая является предметом исследования настоящей диссертации. Поэтому мнимую часть уравнения (2.19) в дальнейшем будем опускать. В результате возникают члены вида

$$\begin{aligned} \Gamma_{km} &= \int d^3x \int d^3x' \int_{-\infty}^{+\infty} dx'_0 D_+(x-x') j'_{km} j_{mk} = \\ &= \int d^3x \int d^3x' \int_0^{+\infty} dx'_0 D_+(x-x')_{\alpha\beta} \bar{\Psi}_k(x') \Gamma_\alpha \psi_m(x') \bar{\Psi}_m(x) \Gamma_\beta \psi_k(x). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Используя разработанный аппарат квантовой теории поля при конечной температуре [85, 86], можно показать, что выражение (2.20) есть ширина распада нейтрино во внешнем электромагнитном поле. Аналогично, члены, пропорциональные функции $D_-(x-x')$, будут задавать обратный процесс поглощения частицы с переходом из более легкого состояния нейтрино в более тяжелое. Это было сделано в работе [87] с помощью взятия мнимой части петлевой диаграммы Фейнмана (см. рисунок 2.1). Отметим, что кинематически распад невозможен, если масса изначального нейтрино меньше или равна массе конечного нейтрино (и наоборот для процесса поглощения). Поэтому в уравнении (2.18) в слагаемых, пропорциональных $D_+(x-x')$, выживают при суммировании только те члены, для которых масса изначального нейтрино больше массы легкого нейтрино ($m_k > m_m$). В слагаемых, пропорциональных функции $D_-(x-x')$, в сумме будут выживать только члены, для которых $m_k < m_m$. В результате, из (2.18) было получено уравнение эволюции в следующем виде

$$\frac{d\rho_{\nu}(t)}{dt} = -i [H_{\nu}(x), \rho_{\nu}(t)] + D[\rho_{\nu}(t)], \quad (2.21)$$

где для диссипативного члена

$$D[\rho_{\nu}(t)] = \sum_k \left(A_k \rho_{\nu}(t) A_k^{\dagger} - \frac{1}{2} \{A_k A_k^{\dagger}, \rho_{\nu}(t)\} \right) + \sum_k \left(B_k \rho_{\nu}(t) B_k^{\dagger} - \frac{1}{2} \{B_k B_k^{\dagger}, \rho_{\nu}(t)\} \right) \quad (2.22)$$

были найдены явные выражения для операторов Линдблада A_k и B_k :

$$A_k = \sum_{n:\{m_n < m_k\}} \sqrt{\Gamma_{kn}^d} |k\rangle \langle n|, \quad (2.23)$$

$$B_k = \sum_{l:\{m_l > m_k\}} \sqrt{\Gamma_{kl}^i} |k\rangle \langle l|.$$

Здесь Γ_{kn}^d является шириной распада тяжелого нейтрино на более легкое состояние и безмассовую частицу ($\nu_k \rightarrow \nu_n + a$), Γ_{kl}^i - ширина процесса поглощения безмассовой частицы ($\nu_k + a \rightarrow \nu_n$). Отметим, что Γ^d и Γ^i - ширины процессов в присутствии внешней среды при конечной температуре, т. е. $\Gamma^d = [1 + N(E)] \Gamma_{vac}^d$, где Γ_{vac}^d ширина распада нейтрино в вакууме и $N(E)$ распределение Бозе-Эйнштейна

$$N(E) = \frac{1}{e^{\beta E} - 1}, \quad (2.24)$$

Операторы Линдблада A_k описывают процесс индуцированного излучения, операторы B_k - процесс индуцированного поглощения. В вакууме (т.е. температура внешней среды $T = 0$) операторы $B_k = 0$.

Уравнение эволюции (2.21-2.23) описывает распространение нейтрино с учетом распада нейтрино на более легкое состояние и безмассовую частицу и с учетом обратного процесса с поглощением безмассовой частицы. Оно позволяет описать эволюцию и осцилляции нейтрино для произвольных нейтринных состояний.

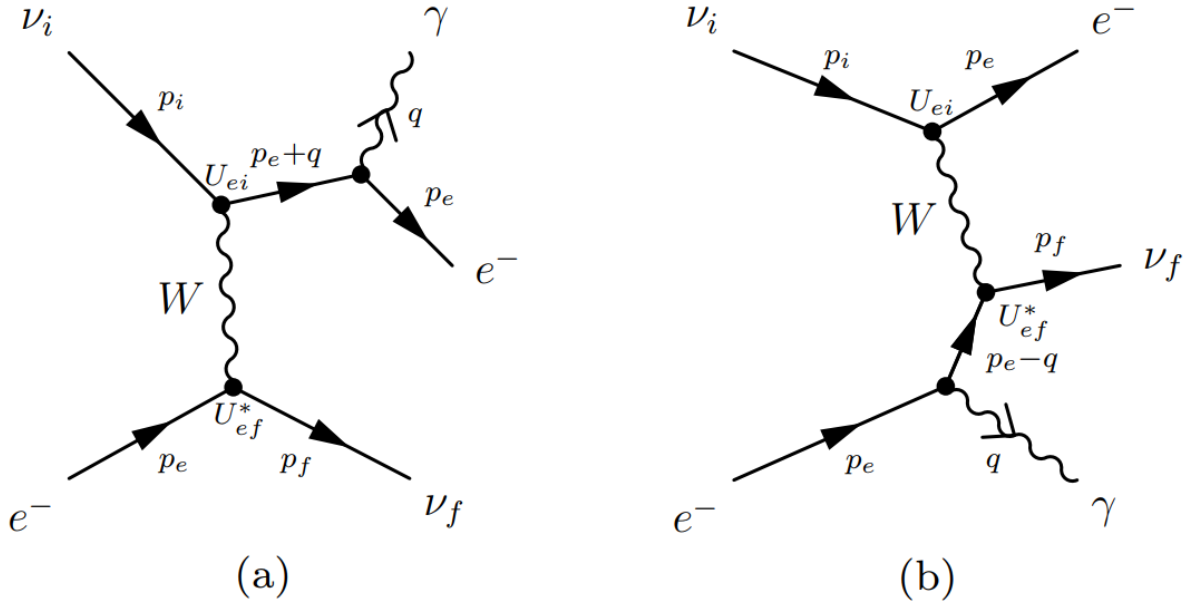


Рисунок 2.2 — Диаграмма Фейнмана для распада нейтрино в электронной среде (см. подробности в [4]).

2.2 Квантовая декогеренция нейтрино за счет радиационного распада нейтрино

Рассмотрим конкретный процесс, вызывающий квантовую декогеренцию нейтрино, а именно, процесс радиационного распада нейтрино в электронной среде, рассмотренный в работах [43, 44]. Гамильтониан взаимодействия, описывающий такой распад, можно записать в виде

$$H_{int}(x) = j_\alpha(x) A^\alpha(x), \quad (2.25)$$

где A_α - электромагнитное поле, $j_\alpha(x)$ - нейтринный ток

$$j_\alpha(x) = \bar{\nu}_i(x) \Gamma_\alpha \nu_j(x). \quad (2.26)$$

Спинор $\nu_i(x)$ описывает эффективное массовое состояние нейтрино в среде m_i ($i, j = 1, 2, 3, 4$). Здесь также рассматриваются стерильные нейтрино ν_4 с энергией порядка одного электронвольта. Для параметров осцилляций стерильных нейтрино использовались результаты работы [88]. Электромагнитная вершина записывается Γ_α (2.26) записывается в виде

$$\Gamma_\alpha = U_{ei}^* U_{ej} \tau_{\alpha\beta} \gamma^\beta L, \quad (2.27)$$

где U - матрица смешивания, $L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ - проектор на левое нейтринное состояние. Предполагается, что электроны среды в среднем покоятся. В случае нерелятивистских электронов (NR) константа $\tau_{\alpha\beta}$ может быть записана в форме [43]

$$\tau_{\alpha\beta}^{NR} = \tau^{NR} P_{\alpha\beta} = -\sqrt{2} \frac{eG_F n_e}{m_e} P_{\alpha\beta}, \quad (2.28)$$

где e , m_e и n_e - заряд, масса, и плотность электронов соответственно, $P_{\alpha\beta}$ - соответствующий проектор

$$P_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \frac{k_\alpha k_\beta}{|\vec{k}|^2}. \quad (2.29)$$

В противоположном случае ультрарелятивистских электронов (случай, когда температура электронов $T_e \gg m_e$) справедливо соотношение [43]

$$\tau_{\alpha\beta}^{ER} = \tau^{ER} P_{\alpha\beta} = -\frac{eG_F T^2}{2\sqrt{2}} P_{\alpha\beta}. \quad (2.30)$$

Для вырожденного электронного газа [53]:

$$\tau_{\alpha\beta}^{Deg} = \tau^{Deg} P_{\alpha\beta} = -\frac{\sqrt{2}eG_F}{4} \left(\frac{3n_e}{\pi}\right)^{2/3} P_{\alpha\beta}. \quad (2.31)$$

Далее, используя явный вид спиноров для нейтрино

$$\mathbf{v}_i = C_i \sqrt{\frac{E_i + m_i}{2E_i}} \begin{pmatrix} u_i \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}_i}{E_i + m_i} u_i \end{pmatrix} e^{i\mathbf{p}_i \mathbf{x}}, \quad (2.32)$$

где u_i - двухкомпонентный спинор, можно получить выражение для нейтринного тока (2.26) в виде

$$j_3 = 2U_{ei}^* U_{ej} \tau \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

где введено обозначение τ для одного из трех случаев τ^{ER} , τ^{NR} или τ^{Deg} . Отметим, что за процесс распада нейтрино отвечает только третья компонента нейтринного тока. Далее этот ток необходимо разложить по собственным операторам гамильтониана

$$j_{\pm} = 2U_{ei}^* U_{ej}^* \tau \sigma_{\pm}, \quad (2.34)$$

где

$$\sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Отметим, что диссипативные операторы j_+ и j_- в (2.34) не коммутируют с гамильтонианом. Это означает, что в нейтринной системе будет происходить потеря энергии в результате излучения фотона.

Используя вычисления, аналогичные описанным в разделе 2.1, получено уравнение эволюции нейтрино типа Линдблада с диссипатором $D[\rho_{\nu}(t)]$ в следующем виде:

$$D[\rho_{\nu}(t)] = \frac{\Delta_{ij}}{4\pi^2} (f(2\Delta_{ij}) + 1) \left(j_{-\rho_{\nu}(t)} j_+ - \frac{1}{2} j_+ j_{-\rho_{\nu}(t)} - \frac{1}{2} \rho_{\nu}(t) j_+ j_- \right) + \\ + \frac{\Delta_{ij}}{4\pi^2} f(2\Delta_{ij}) \left(j_+ \rho_{\nu}(t) j_- - \frac{1}{2} j_- j_+ \rho_{\nu}(t) - \frac{1}{2} \rho_{\nu}(t) j_- j_+ \right), \quad (2.36)$$

где Δ_{ij} разность энергий двух нейтринных состояний ν_i и ν_j . Если нейтрино распространяется в среде, то необходимо ввести новые эффективные состояния $\tilde{\nu}$ и эффективные углы смешивания $\tilde{\theta}$, для которых гамильтониан (1.24 - 1.25) будет диагональным.

Первый член в диссипаторе (2.36) отвечает за процессы спонтанного и индуцированного излучения, второй член ответственен за процессы индуцированного поглощения. В результате получаем уравнение Линдблада в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{\tilde{\nu}}(t) = -i [H_{\tilde{\nu}}, \rho_{\tilde{\nu}}(t)] + \\ + \kappa_1 \left(\sigma_{-\rho_{\tilde{\nu}}(t)} \sigma_+ - \frac{1}{2} \sigma_+ \sigma_{-\rho_{\tilde{\nu}}(t)} - \frac{1}{2} \rho_{\tilde{\nu}}(t) \sigma_+ \sigma_- \right) + \\ + \kappa_2 \left(\sigma_+ \rho_{\tilde{\nu}}(t) \sigma_- - \frac{1}{2} \sigma_- \sigma_+ \rho_{\tilde{\nu}}(t) - \frac{1}{2} \rho_{\tilde{\nu}}(t) \sigma_- \sigma_+ \right), \quad (2.37)$$

где гамильтониан записан в эффективном базисе $H_{\tilde{\nu}} = \text{diag}(\tilde{E}_1, \tilde{E}_2)$, параметры

$$\kappa_1 = \frac{\Delta_{ij}}{\pi^2} \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} \tau^2 (f(2\Delta_{ij}) + 1), \quad (2.38)$$

$$\kappa_2 = \frac{\Delta_{ij}}{\pi^2} \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} \tau^2 f(2\Delta_{ij}) \quad (2.39)$$

описывают декогеренцию эффективных массовых состояний нейтрино. В астрофизических средах температуры электронного и фотонного газов могут достигать температуры в десятки МэВ. В этом случае можно считать $N(2\Delta) \gg 1$, откуда $\kappa_1 \approx \kappa_2 = \kappa$. В результате, уравнение эволюции принимает вид (1.53-1.54), где параметры декогеренции и релаксации выражаются как

$$\Gamma_1 = \frac{\kappa}{2}, \quad \Gamma_2 = \kappa. \quad (2.40)$$

Параметры декогеренции Γ_1 и релаксации Γ_2 зависят от $\sin^2 2\tilde{\theta}$. Это означает, что зависимость параметров декогеренции от энергии нейтрино имеет резонансный характер. Отметим, при исследовании квантовой декогеренции в наземных экспериментах зависимость параметров декогеренции от энергии нейтрино рассматривалась только степенная.

Решением уравнения (2.37) будет

$$\rho_{\tilde{\nu}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \cos 2\tilde{\theta}_{ij} e^{-\kappa t} & \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} e^{i2\Delta_{ij}t} e^{-\kappa t/2} \\ \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} e^{-i2\Delta_{ij}t} e^{-\kappa t/2} & 1 - \cos 2\tilde{\theta}_{ij} e^{-\kappa t} \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

С помощью этого решения (2.41) мы получаем вероятность флavorных осцилляций нейтрино $\nu_e \leftrightarrow \nu_l$ (где ν_l означает один из флейворов $\nu_{\mu,\tau}$ либо стерильное нейтрино ν_s)

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_l} = \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} \sin^2(\Delta_{ij}x) e^{-\kappa x/2} + \frac{1}{2} \left(1 - \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} e^{-\kappa x/2} - \cos^2 2\tilde{\theta}_{ij} e^{-\kappa x} \right). \quad (2.42)$$

Недиагональные элементы матрицы плотности $\rho_{\tilde{\nu}}$ (2.41) отвечают за когерентность нейтринных состояний $\tilde{\nu}_1$ и $\tilde{\nu}_2$. Недиагональные элементы убывают со скоростью $\kappa/2$, что приводит к подавлению амплитуды флейворных осцилляций. Диагональные элементы ρ_{11} и ρ_{22} отвечают за вероятность обнаружить систему в состоянии $\tilde{\nu}_1$ и $\tilde{\nu}_2$ соответственно. В пределе $t \rightarrow \infty$ нейтрино стремится к равновесию, что дает вероятность флейворных осцилляций нейтрино $P_{\nu_e \rightarrow \nu_l} \rightarrow \frac{1}{2}$.

Отметим, формула (2.42) работает только при распространении нейтрино через среду с постоянной или адиабатически меняющейся плотностью. Случай неадиабатических осцилляций нейтрино должен быть рассмотрен отдельно.

Кроме того, в астрофизических условиях (например, при взрыве сверхновых) необходимо учитывать коллективные осцилляции.

Очевидно, возможность прямого детектирования радиационного распада нейтрино в астрофизических объектах значительно затруднена из-за высокой светимости внешней среды. В то же время, в земных условиях вероятность радиационного распада нейтрино практически нулевая. Тем не менее, здесь было показано, что радиационный распад нейтрино может влиять на осцилляции нейтрино, а значит, на спектр нейтрино от астрофизических объектов. Поэтому исследование спектров нейтрино от астрофизических объектов в будущих нейтринных экспериментах может позволить также изучать радиационный распад нейтрино. Такая задача является особенно актуальной, так как это может позволить обнаружить или ограничить электромагнитные свойства нейтрино и нестандартные взаимодействия нейтрино. В качестве примера нестандартных взаимодействий рассмотрим распад нейтрино на темный фотон.

2.3 Квантовая декогеренция нейтрино за счет распада на темный фотон

Результат, полученный в предыдущем разделе (2.2), может быть применен для рассмотрения распада нейтрино на более легкое состояние и на темный фотон. Темный фотон - это гипотетическая частица, которая описывается бозонным полем, соответствующим новой симметрии $U(1)_X$ [89–91]. Темный фотон не взаимодействует напрямую с обычной материей, но существует смешивание между темным фотоном и обычным. В результате такого смешивания возникает эффективное взаимодействие между темным фотоном и частицами Стандартной модели. Так как этот новый бозон X по построению аналогичен фотону Стандартной модели, то вершину можно записать по аналогии с (2.27)

$$\Gamma_\alpha^X = U_{ei}^* U_{ej} \tau_{\alpha\beta}^X \gamma^\alpha L, \quad (2.43)$$

где для безмассового темного фотона

$$\tau_{\alpha\beta}^X = \tau_X P_{\alpha\beta} = -\frac{\sigma_{cW}}{\sqrt{1 - \sigma^2 c_W^2}} \frac{e G_F T^2}{2\sqrt{2}} P_{\alpha\beta}, \quad (2.44)$$

и $c_W = \cos \Theta_W$ косинус угла Вайнберга, σ отвечает за смешивание между обычными и темными фотонами. Здесь вершину мы записали для ультрарелятивистского электронного газа. Тогда параметры декогеренции принимают вид

$$\kappa_X = \frac{\Delta_{ij}}{\pi^2} \sin^2 2\tilde{\theta}_{ij} \tau_X f_X(2\Delta_{ij}), \quad (2.45)$$

где

$$N_X(E) = \frac{1}{e^{E/kT_X} - 1} \quad (2.46)$$

распределение Бозе-Эйнштейна для темных фотонов, которые имеют температуру T_X . Отсюда следует вывод, что квантовая декогеренция может служить сигнатурой для нестандартных взаимодействий, таких как, например, распад нейтрино на темный фотон (2.45).

2.4 Численные оценки параметров декогеренции.

Наиболее вероятно рассмотренный механизм квантовой декогеренции в нейтринных осцилляциях может проявиться в экстремальных астрофизических средах, которые характеризуются высокими температурами. В этом случае электромагнитное взаимодействие нейтрино с фотонами задается вершинами (2.27) и (2.30). Параметры декогеренции и релаксации, а также соответствующий эффект квантовой декогеренции существенно зависят от температуры электронного газа T . Достаточно высокие температуры возникают во время вспышек сверхновых, когда температуры электронов и фотонов могут достигать значений до 30 МэВ и 100 МэВ соответственно [92]. Поэтому предложенный механизм квантовой декогеренции нейтрино может быть значительным именно в таких астрофизических средах.

Из полученных выражений для параметров декогеренции (2.38), (2.39) видно, что эффект квантовой декогеренции нейтрино максимален в резонансных областях, т.е. там, где выполняются условия $\sin^2(2\tilde{\theta}_{ij}) = 1$. Для нейтринных осцилляций между активным и стерильным состояниями $\nu_e \leftrightarrow \nu_s$ резонансная область лежит значительно ближе к центру взрыва сверхновой [93, 94], где ожидаются самые высокие температуры. Для этого случая

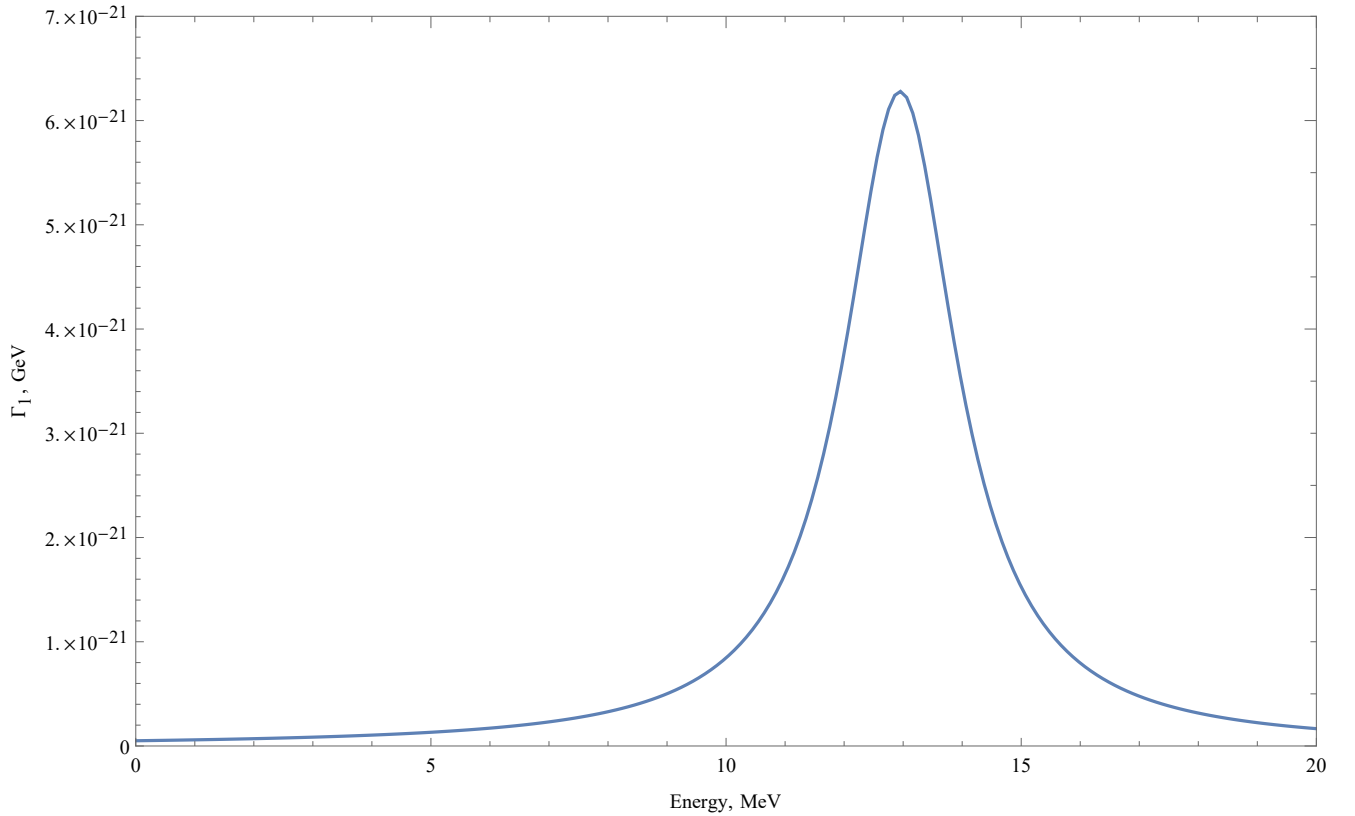


Рисунок 2.3

Зависимость параметра декогеренции Γ_1 (2.40) от энергии в случае осцилляций между активным и стерильным нейтрино $\nu_e \leftrightarrow \nu_s$ в сверхновой.

Максимальное значение параметра декогеренции достигает величины порядка $\Gamma_1 \sim 10^{-21}$ ГэВ в области резонанса (см. рис. 2.3). В случае осцилляций между активными состояниями нейтрино $\nu_e \leftrightarrow \nu_\tau$ параметр существенно меньше ($\Gamma_1 \sim 10^{-31}$) ГэВ. Для сравнения, экспериментальные ограничения на параметр декогеренции нейтрино в реакторных экспериментах составляет порядка $\Gamma_1 \sim 10^{-24}$ ГэВ [83], от солнечных нейтрино - порядка $\Gamma_1 \sim 10^{-28}$ ГэВ [95].

2.5 Выводы к второй главе

Во второй главе развита теория открытых квантовых систем. Это позволило впервые рассмотреть эволюцию нейтрино с учетом распада нейтрино на безмассовую частицу, а также с учетом обратного процесса поглощения. Показано, что подобные процессы приводят к квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино, в результате чего подавляются флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино.

Также рассмотрен конкретный процесс квантовой декогеренции нейтринных состояний, возникающий за счет радиационного распада нейтрино в электронной среде. Сделаны оценки параметров декогеренции и релаксации в условиях взрыва сверхновой. Кроме того, рассмотрена квантовая декогеренция за счет распада нейтрино на темный фотон.

Глава 3. Новые эффекты в осцилляциях нейтрино

В этой главе рассмотрены новые эффекты во флейворных и спин-флейворных осцилляциях нейтрино. В разделе 3.1 изучено влияние квантовой декогеренции на коллективные осцилляции [62, 63]. В разделе 3.2 получена вероятность осцилляций нейтрино с учетом взаимодействия с внешней средой через зарядовый радиус и анапольный момент [64–66]. Были рассмотрены как диагональные, так и недиагональные электромагнитные форм-факторы.

3.1 Влияние квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино на коллективные осцилляции

В этом разделе изучается влияние квантовой декогеренции на коллективные осцилляции нейтрино. Как уже было показано, оба эффекта могут быть значительны в экстремальных астрофизических условиях (в таких как ранняя вселенная, взрывы сверхновых, двойных нейтронных звездах, аккреционных дисках черных дыр). Изучение влияния квантовой декогеренции на коллективные осцилляции особенно актуально в связи с тем, что исследования по квантовой декогеренции нейтрино могут быть использованы для поиска электромагнитных свойств нейтрино и физики за пределами Стандартной модели. Также отметим, что здесь не рассматривается кинематическая декогеренция нейтрино, которая возникает за счет расплывания волновых пакетов массовых состояний нейтрино.

3.1.1 Уравнения движения

Для исследования коллективных осцилляций нейтрино рассмотрим приближение двух флейворов, т.е. осцилляции нейтрино между состояниями ν_e и ν_l , где ν_l является мюонным или тауонным нейтрино (ν_μ или ν_τ). Будем использовать модель сверхновой, которая была использована в работе [96]. В

данном исследовании нас не интересует конкретный механизм возникновения квантовой декогеренции нейтрино, поэтому для исследования влияния квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино на коллективные осцилляции будет использовано уравнение Линдблада в общем виде (см. раздел 1.3).

Уравнения эволюции нейтрино и антинейтрино с учетом коллективных осцилляций и квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино представимо в виде:

$$\begin{aligned} i\frac{d\rho_f}{dt} &= [H, \rho_f] + D[\rho_f], \\ i\frac{d\bar{\rho}_f}{dt} &= [\bar{H}, \bar{\rho}_f] + D[\bar{\rho}_f], \end{aligned} \quad (3.1)$$

где ρ_f ($\bar{\rho}_f$) матрица плотности для нейтрино (антинейтрино) во флейворном базисе, H (\bar{H}) - полный гамильтониан нейтрино (антинейтрино), $D[\rho]$ - диссипативный член. Будем считать, что энергия в нейтринной системе сохраняется, т.е. параметр релаксации $\Gamma_2 = 0$ (см. разложение диссипативного члена для двухфлейворного случая (1.54)). Гамильтониан H состоит из трех частей

$$H = H_{vac} + H_M + H_{\nu\nu}, \quad (3.2)$$

где H_{vac} вакуумный гамильтониан, H_M и $H_{\nu\nu}$ - гамильтонианы, которые описывают взаимодействие с внешней средой (электроны, нейтроны и протоны) и нейтрино-нейтринное взаимодействие. Во флейворном базисе они задаются в следующем виде

$$H_{vac} = \frac{\delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & \cos(2\theta) \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

$$H_M = \frac{\sqrt{2}}{2} G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$$H_{\nu\nu} = \sqrt{2} G_F n_\nu ((1 + \beta)\rho_f - \alpha(1 + \bar{\beta})\bar{\rho}_f^*), \quad (3.5)$$

где β ($\bar{\beta}$) означает начальную асимметрию между электронными нейтрино (антинейтрино) и ν_l -нейтрино (антинейтрино), α - отношение электронных антинейтрино и электронных нейтрино, n_e и n_ν - плотность электронов и нейтрино соответственно.

3.1.2 Линеаризация уравнения Линдблада

Уравнения для коллективных осцилляций нейтрино (3.1) не имеют аналитического решения. Тем не менее, возможно найти аналитические условия существования данного эффекта с помощью линеаризации уравнений эволюции (см. работы [76, 77]). С этой целью разложим уравнение эволюции (3.1) по матрицам Паули

$$\frac{\partial P_k(t)}{\partial t} \sigma_k = 2\varepsilon_{ijk} H_i P_j(t) \sigma_k + D_{kl} P_l(t) \sigma_k, \quad (3.6)$$

где матрица плотности была разложена в виде $\rho(t) = \frac{1}{2} (1 + \vec{\sigma} \vec{P})$. Отметим, что диссипативная матрица D_{kl} во флейворном базисе принимает вид

$$\tilde{D}_{lk} = -\frac{\Gamma_1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \cos 4\tilde{\theta} & 0 & \sin 4\tilde{\theta} \\ 0 & 2 & 0 \\ \sin 4\tilde{\theta} & 0 & 1 - \cos 4\tilde{\theta} \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

В условиях большой электронной плотности эффективный угол смешивания $\tilde{\theta} \rightarrow \pi/2$. В этом случае диссипативные матрицы во флейворном и в массовом базисе будут совпадать ($\tilde{D}_{kl} = D_{kl}$), что будет использовано далее.

Рассмотрим малое отклонение δP_k от начального состояния P_k^0 и соответствующее малое отклонение гамильтониана δH_k от гамильтониана в начальный момент времени H_k^0

$$P_k = P_k^0 + \delta P_k, \quad \text{где} \quad \delta P_k = P_k' e^{-i\omega t} + \text{H.c.}, \quad (3.8)$$

$$H_k = H_k^0 + \delta H_k, \quad \text{где} \quad \delta H_k = H_k' e^{-i\omega t} + \text{H.c.}, \quad (3.9)$$

$$H_k' = \frac{\partial H_k}{\partial P_k} P_k' + \frac{\partial H_k}{\partial \bar{P}_k} \bar{P}_k'. \quad (3.10)$$

Используем тот факт, что в среде с высокой плотностью электронов, которая характерна для астрофизических объектов, эффективный нейтринный массовый базис совпадает с флейворным. Поэтому начальные условия можно записать в виде:

$$H_k^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ H^0 \end{pmatrix}, \quad P_k^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ P^0 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Подставляя (3.8)-(3.11) в (3.1) и рассматривая только недиагональные элементы матрицы плотности ($\rho_{12} = P_x - iP_y$), получаем следующее уравнение на собственные значения (везде оставляем только первый порядок отклонения от начального состояния)

$$(\omega - i\Gamma_1) \begin{pmatrix} \rho'_{12} \\ \bar{\rho}'_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{12} & B_{12} \\ \bar{B}_{21} & \bar{A}_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho'_{12} \\ \bar{\rho}'_{21} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

где справа в уравнении была введена матрица стабильности. Аналогичная матрица была получена в работах [76, 77]. В случае монохроматического потока нейтрино элементы матрицы стабильности принимают вид

$$\begin{aligned} A_{12} &= (H_{11}^0 - H_{22}^0) - \frac{\partial H_{12}}{\partial \rho_{12}}(\rho_{11}^0 - \rho_{22}^0), \\ \bar{A}_{21} &= (\bar{H}_{22}^0 - \bar{H}_{11}^0) - \frac{\partial \bar{H}_{21}}{\partial \bar{\rho}_{21}}(\bar{\rho}_{22}^0 - \bar{\rho}_{11}^0), \\ B_{12} &= \frac{\partial H_{12}}{\partial \bar{\rho}_{21}}(\rho_{22}^0 - \rho_{11}^0), \\ \bar{B}_{21} &= \frac{\partial \bar{H}_{21}}{\partial \rho_{12}}(\bar{\rho}_{11}^0 - \bar{\rho}_{22}^0). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Для характерных комбинаций в элементах матрицы стабильности получаем:

$$\begin{aligned} & \overset{(-)}{H}_{22}^0 - \overset{(-)}{H}_{11}^0 = \overset{(-)}{\Delta}_m = \\ & = \sqrt{\left(\frac{\delta m^2}{2E} \cos 2\theta \overset{(+)}{-} (V_e + \mu_\nu(1 - \alpha)) \right)^2 + \left(\frac{\delta m^2}{2E} \right)^2 \sin^2 2\theta}, \\ & \frac{\partial H_{12}}{\partial \rho_{12}} = \mu_\nu, \\ & \frac{\partial H_{12}}{\partial \bar{\rho}_{21}} = -\mu_\nu \alpha, \\ & \frac{\partial \bar{H}_{21}}{\partial \rho_{12}} = -\mu_\nu, \\ & \frac{\partial \bar{H}_{21}}{\partial \bar{\rho}_{21}} = \mu_\nu \alpha. \end{aligned} \quad (3.14)$$

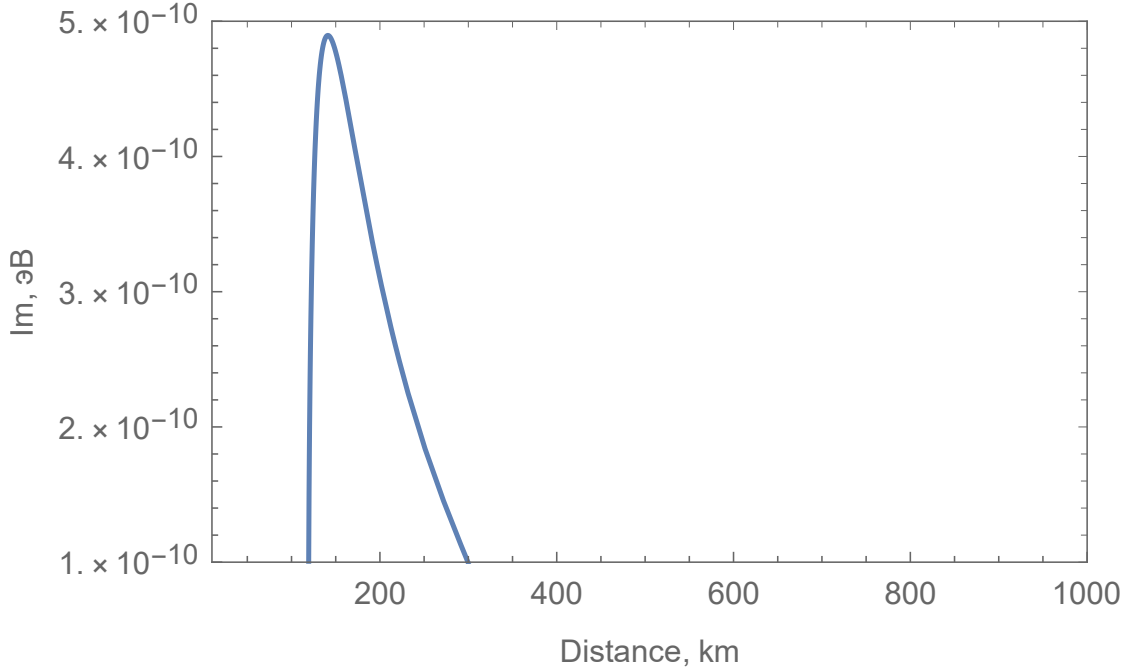


Рисунок 3.1 — Мнимая часть собственных значений матрицы стабильности.

Отметим, что эффективная разница энергий Δ_m также учитывает гамильтониан самодействия. Тогда элементы матрицы стабильности выражаются как

$$\begin{aligned}
 A_{12} &= - \left(\frac{\delta m^2}{2E} - V_e - \mu_\nu(1 - \beta) \right) - \mu_\nu, \\
 \bar{A}_{21} &= \left(\frac{\delta m^2}{2E} + V_e + \mu_\nu(\alpha - \beta) \right) + \alpha\mu_\nu, \\
 B_{12} &= (1 - \beta)\mu_\nu, \\
 \bar{B}_{21} &= -(\alpha - \beta)\mu_\nu.
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Для собственных значений матрицы стабильности (3.12) получаем:

$$\omega = i\Gamma_1 + \frac{1}{2} \left(A_{12} + \bar{A}_{21} \pm \sqrt{(A_{12} - \bar{A}_{21})^2 + 4B_{12}\bar{B}_{21}} \right). \tag{3.16}$$

Из разложения (3.8) видно, что если собственные значения принимают мнимые значения, то недиагональные элементы матрицы плотности демонстрируют экспоненциальный рост, что приводит к нестабильности системы. В результате возникают биполярные коллективные осцилляции. Таким образом, показано, что биполярные коллективные осцилляции возникают если выполняются следующие условия

$$\begin{cases} (A_{12} - \bar{A}_{21})^2 + 4B_{12}\bar{B}_{21} < 0, \\ \mathcal{I}m \left(\sqrt{(A_{12} - \bar{A}_{21})^2 + 4B_{12}\bar{B}_{21}} \right) > \Gamma_1. \end{cases} \quad (3.17)$$

Первое из выражений (3.18) совпадает с условием, полученным в работах [76, 77]. В то же время, второе условие существования коллективных осцилляций является новым, ранее оно не рассматривалось. Видно, что квантовая декогеренция препятствует экспоненциальному росту недиагональных элементов матрицы плотности, что приводит к подавлению коллективных осцилляций. В явном виде для рассматриваемой модели сверхновой условия [96] выражения переписутся в виде

$$\begin{cases} n_\nu^2 [1 - (1 - \beta)(\alpha - \beta)] + n_\nu \frac{\delta m^2}{E} (1 - \beta) + \left(\frac{\delta m^2}{2E} \right)^2 < 0, \\ \mathcal{I}m \left(\sqrt{n_\nu^2 [1 - (1 - \beta)(\alpha - \beta)] + n_\nu \frac{\delta m^2}{E} (1 - \beta) + \left(\frac{\delta m^2}{2E} \right)^2} \right) > \Gamma_1. \end{cases} \quad (3.18)$$

На рисунке (3.1) представлен график, на котором отображена мнимая часть собственных значений матрицы стабильности в зависимости от расстояния от центра сверхновой для рассматриваемой модели сверхновой. Как будет видно далее, именно в этой области возникают биполярные коллективные осцилляции нейтрино.

3.1.3 Численное моделирование

Для численного моделирования была использована модель сверхновой, представленная в работе [96]. Начальный поток нейтрино характеризуется константами $\alpha = 0.8$, $\beta = 0.48$ и $\bar{\beta} = 0.6$, которые определяют гамильтониан эволюции (3.5), и энергией нейтрино $E = 20$ МэВ. Плотность электронов задается формулой

$$n_e(r) = n_0 \left(\frac{R_\nu}{r} \right)^3 \left[a + b \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{r - R_\nu}{R_s} \right) \right], \quad (3.19)$$

где радиус нейтриносферы $R_\nu = 10$ км, $n_0 = 10^{-4}$ эВ - плотность электронов на нейтриносфере, $a = 0.308$, $b = 0.121$ и $R_s = 42$ км - параметры, которые характеризуют электронную плотность. Плотность нейтрино задается формулой

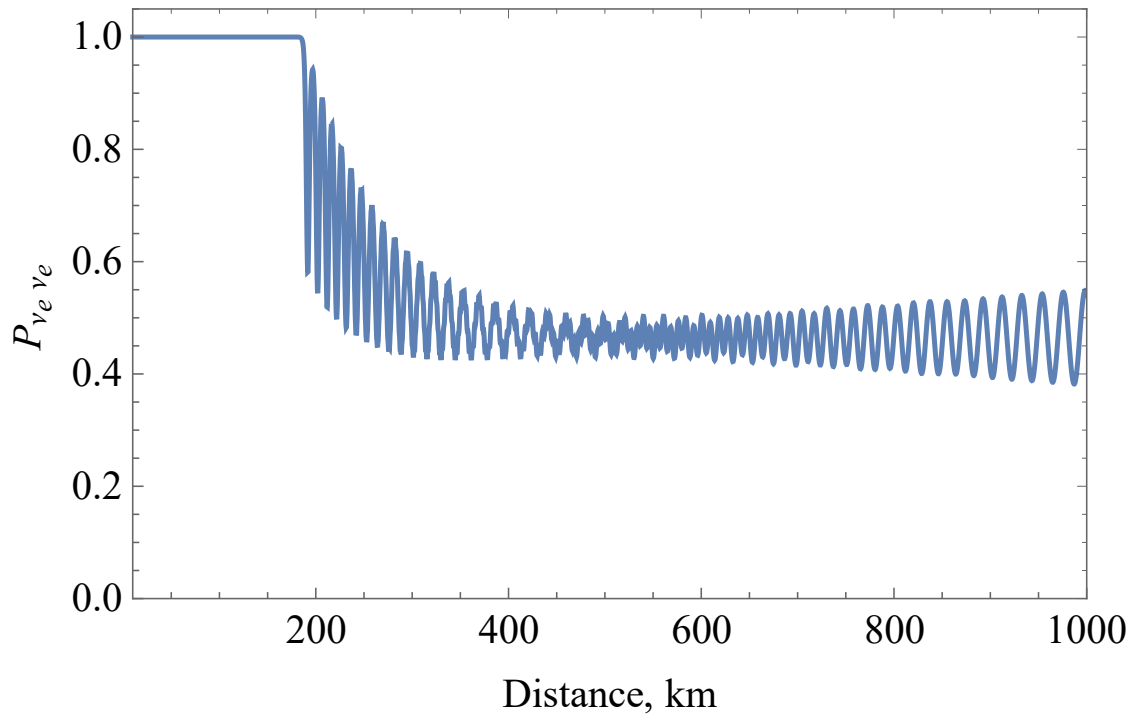


Рисунок 3.2 — Вероятность выживания электронного нейтрино без учета квантовой декогеренции.

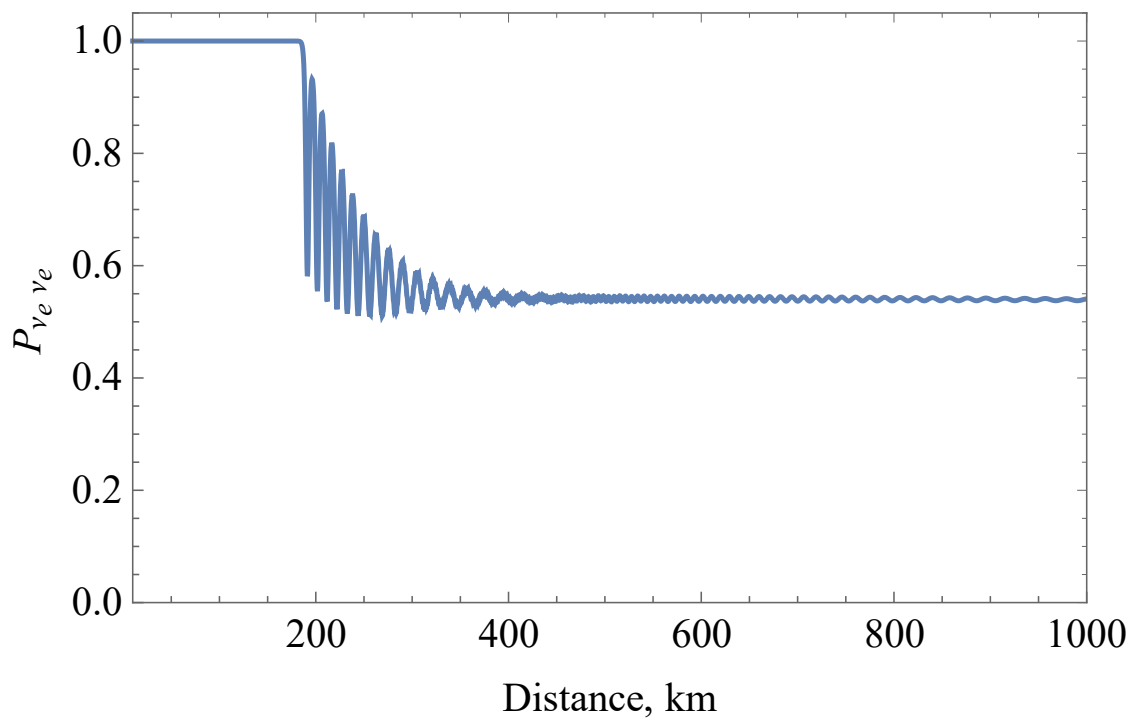


Рисунок 3.3 — Вероятность выживания электронного нейтрино с учетом квантовой декогеренции ($\Gamma_1 = 10^{-21}$ ГэВ, $\Gamma_2 = 0$).

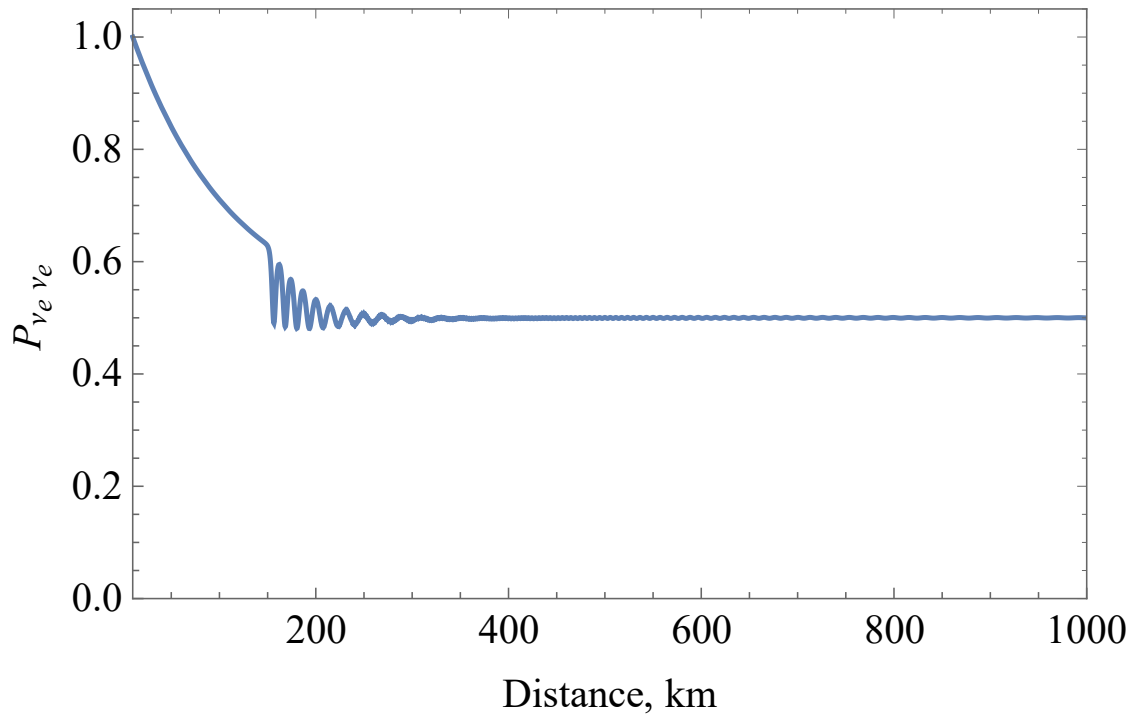


Рисунок 3.4 — Вероятность выживания электронного нейтрино с учетом квантовой декогеренции ($\Gamma_1 = 10^{-21}$ ГэВ, $\Gamma_2 = 2 \times 10^{-21}$).

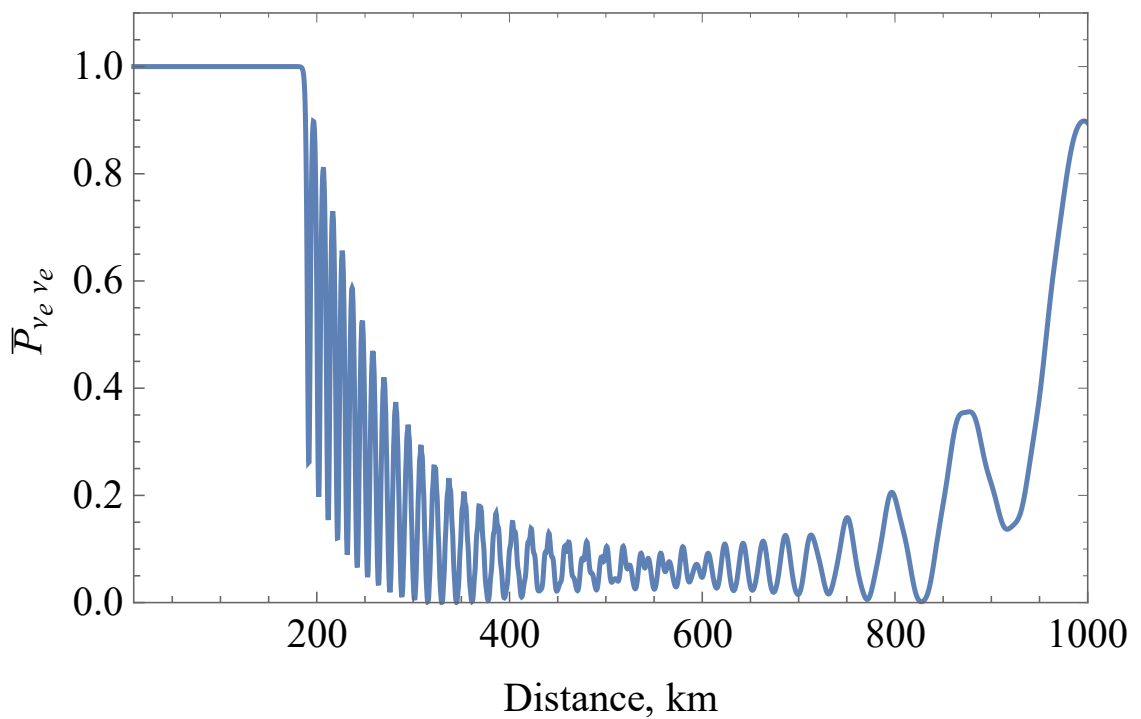


Рисунок 3.5 — Вероятность выживания электронного антинейтрино без учета квантовой декогеренции.

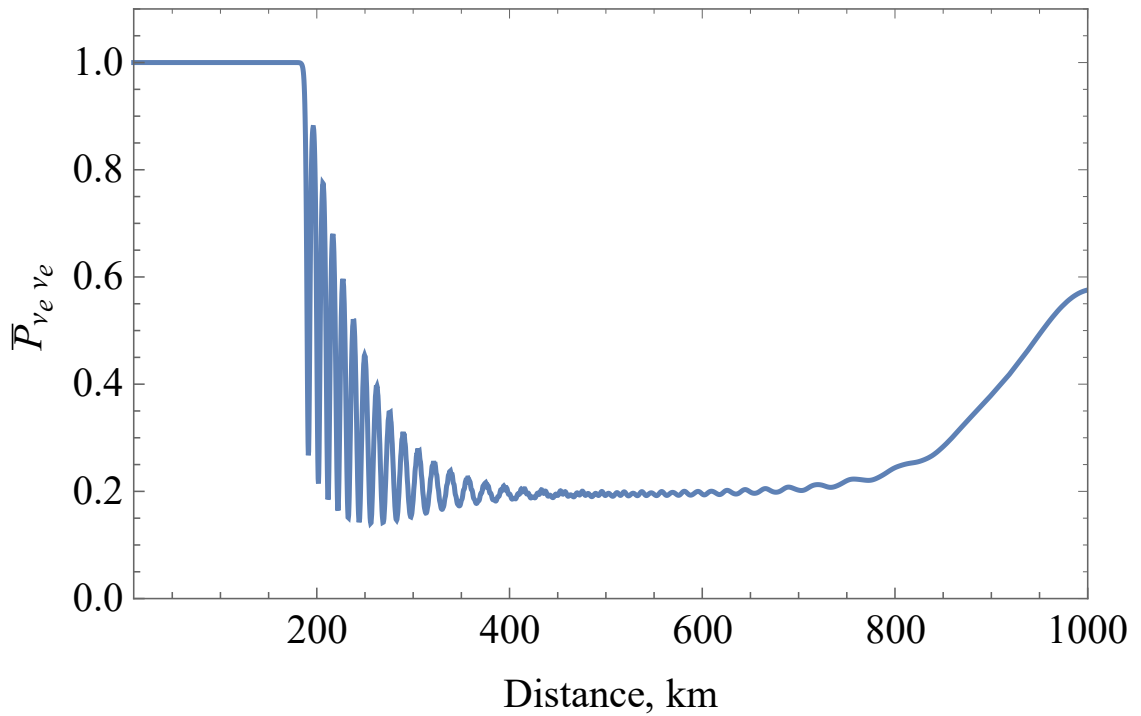


Рисунок 3.6 — Вероятность выживания электронного антинейтрино с учетом квантовой декогеренции ($\Gamma_1 = 10^{-21}$ ГэВ, $\Gamma_2 = 0$).

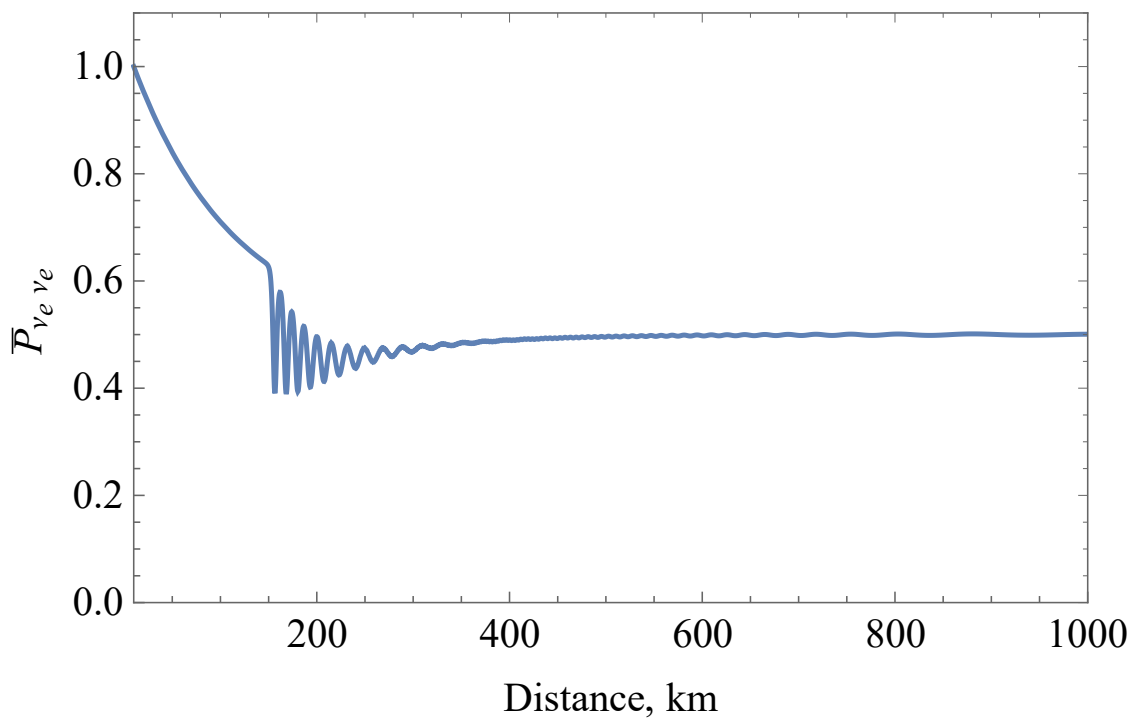


Рисунок 3.7 — Вероятность выживания электронного антинейтрино с учетом квантовой декогеренции ($\Gamma_1 = 10^{-21}$ ГэВ, $\Gamma_2 = 2 \times 10^{-21}$).

$$n_\nu(r) = n_\nu^0 \left(\frac{R_\nu}{r} \right)^4, \quad (3.20)$$

где $n_\nu^0 = 10^{-4}$ эВ - плотность нейтрино на нейтриносфере. Для численного моделирования поведения вероятности $P_{\nu_e \nu_e}(x)$ и $P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e}(x)$ как функции пройденного расстояния был разработан код в программе Wolfram Mathematica (см. приложение Б). Была численно изучена вероятность осцилляций для трех случаев: (1) коллективные осцилляции в отсутствие квантовой декогеренции, (2) коллективные осцилляции с учетом квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино (величина параметра декогеренции была взята равной $\Gamma_1 = 10^{-21}$ ГэВ) и (3) с учетом квантовой декогеренции и релаксации $\Gamma_1 = 10^{-21}$ ГэВ, $\Gamma_2 = 2 \times 10^{-21}$. Предполагалось, что параметры декогеренции и релаксации не зависят от энергии нейтрино. Результаты представлены на рисунках 3.2 - 3.7. Видно, что квантовая декогеренция может значительно подавлять коллективные осцилляции нейтрино.

3.2 Осцилляции нейтрино за счет взаимодействия через зарядовый радиус и анапольный момент

Еще одним новым эффектом, рассмотренным в диссертации, являются спиновые и спин-флейворные осцилляции нейтрино во внешней среде с учетом взаимодействия нейтрино с электрическим током за счет зарядового радиуса и анапольного момента нейтрино. Отметим, что учитываются как диагональные, так и недиагональные электромагнитные форм-факторы нейтрино.

Рассмотрены два флейвора нейтрино с двумя возможными киральностями по аналогии с тем, как это было сделано в первой главе для магнитного поля и движущегося вещества (см. разделы 1.2.3 и 1.2.4). Для нахождения эффективного гамильтониана используется метод, описанный в работах [12, 97]. В массовом базисе матричный элемент гамильтониана можно записать в следующем виде (см. подробности в [4])

$$H_J^{(m)ki} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{1}{T} \frac{\langle \nu_f(p_k, h_k) | \int d^4x \mathcal{H}_J | \nu_i(p_i, h_i) \rangle}{\langle \nu(p, h) | \nu(p, h) \rangle}, \quad (3.21)$$

где $q = p_i - p_k$ разность импульсов начального нейтрино p_i и конечного p_k , T - нормировка по времени. Матричный элемент в явном виде запишется как

$$\langle \mathbf{v}_k(p_k, h_k) | \mathcal{H}_J | \mathbf{v}_i(p_i, h_i) \rangle = \bar{u}_k(p_k, h_k) \Lambda_\mu^{ki}(q) \frac{1}{q^2} u_i(p_i, h_i) J_{EM}^\mu e^{-iqx}. \quad (3.22)$$

Здесь $J_{EM}^\mu = e(n_{\mathbb{F}}, n_{\mathbb{F}} \mathbf{v}_{\mathbb{F}})$ электрический ток, который задается потоком фермионов \mathbb{F} (электронов или протонов). В электромагнитной вершине мы рассмотрим вклады анапольного форм-фактора $f_A^{ki}(q^2)$ и зарядового радиуса

$$\langle r^2 \rangle = 6 \left. \frac{df_Q(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} \text{ нейтрино}$$

$$\Lambda_\mu^{ki}(q) = (q^2 \gamma_\mu - q_\mu \gamma_\nu q^\nu) \left[\frac{\langle r^2 \rangle^{ki}}{6} + f_A^{ki} \gamma_5 \right]. \quad (3.23)$$

Здесь учтены как диагональные, так и недиагональные элементы в массовом базисе. Тогда гамильтониан имеет вид:

$$H_J^{(m)ki} = \frac{1}{\sqrt{E_f E_i}} \bar{u}_f(p_k, h_k) \gamma_\mu \left[\frac{\langle r^2 \rangle^{ki}}{6} + f_A^{ki} \gamma_5 \right] u_i(p_i, h_i) J_{EM}^\mu(x). \quad (3.24)$$

Свободные дираковские спиноры имеют вид

$$u_i(\mathbf{p}, h) = \sqrt{E_i + m_i} \begin{pmatrix} \chi^{(h)} \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}}{E + m_i} \chi^{(h)} \end{pmatrix}, \quad (3.25)$$

где столбец $\chi^{(h)}$ описывает две спиральности нейтрино $\chi^{(+)} = (1 \ 0)^T$ и $\chi^{(-)} = (0 \ 1)^T$. Подставляя (3.25) в уравнение (3.24) получаем гамильтониан в массовом базисе

$$H_J^{(m)ki} = 2\chi^{(h_k)\dagger} \left\{ \mathbf{J}_{\parallel}^{EM} \left(\frac{\langle r^2 \rangle^{ki}}{6} + f_A^{ki} \sigma_3 \right) + \mathbf{J}_{\perp}^{EM} \left[(\sigma_1 \gamma_{ki}^{-1}) f_A^{ki} - (i\sigma_2 \tilde{\gamma}_{ki}^{-1}) \frac{\langle r^2 \rangle^{ki}}{6} \right] \right\} \chi^{(h_i)}, \quad (3.26)$$

где $\mathbf{J}_{\parallel}^{EM}$ - компонента электрического тока, направленная по движению нейтрино, и \mathbf{J}_{\perp}^{EM} перпендикулярная движению нейтрино компонента электрического тока. Здесь также были использованы гамма факторы $\tilde{\gamma}_{ki}^{-1}$ и γ_{ki}^{-1} , которые были

введены ранее (1.33). Для нахождения вероятности флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино получим гамильтониан во флейворном базисе. Для удобства записи рассмотрим отдельно гамильтониан, который описывает взаимодействие с продольной компонентой электрического тока $\mathbf{J}_{\parallel}^{EM}$ и с поперечной компонентой \mathbf{J}_{\perp}^{EM} .

Для гамильтониана, который отвечает за взаимодействие с продольной компонентой электрического тока, мы получили

$$H_{J_{\parallel}}^{(f)} = 2J_{\parallel}^{EM} \begin{pmatrix} \frac{\langle r^2 \rangle^{ee}}{6} - f_A^{ee} & \frac{\langle r^2 \rangle^{el}}{6} - f_A^{el} & 0 & 0 \\ \frac{\langle r^2 \rangle^{el}}{6} - f_A^{el} & \frac{\langle r^2 \rangle^{ll}}{6} - f_A^{ll} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\langle r^2 \rangle^{ee}}{6} + f_A^{ee} & \frac{\langle r^2 \rangle^{el}}{6} + f_A^{el} \\ 0 & 0 & \frac{\langle r^2 \rangle^{el}}{6} + f_A^{el} & \frac{\langle r^2 \rangle^{ll}}{6} + f_A^{ll} \end{pmatrix}, \quad (3.27)$$

где были введены эффективные значения для зарядового радиуса и анапольного момента нейтрино во флейворном базисе

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle^{ee} &= \langle r^2 \rangle^{11} \cos^2 \theta + \langle r^2 \rangle^{22} \sin^2 \theta + \langle r^2 \rangle^{12} \sin 2\theta, \\ \langle r^2 \rangle^{ll} &= \langle r^2 \rangle^{11} \sin^2 \theta + \langle r^2 \rangle^{22} \cos^2 \theta - \langle r^2 \rangle^{12} \sin 2\theta, \\ \langle r^2 \rangle^{el} &= \langle r^2 \rangle^{12} \cos 2\theta + \frac{1}{2} (\langle r^2 \rangle^{22} - \langle r^2 \rangle^{11}) \sin 2\theta, \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} f_A^{ee} &= f_A^{11} \cos^2 \theta + f_A^{22} \sin^2 \theta + f_A^{12} \sin 2\theta, \\ f_A^{ll} &= f_A^{11} \sin^2 \theta + f_A^{22} \cos^2 \theta - f_A^{12} \sin 2\theta, \\ f_A^{el} &= f_A^{12} \cos 2\theta + \frac{1}{2} (f_A^{22} - f_A^{11}) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Заметим, что продольная компонента электрического тока $\mathbf{J}_{\parallel}^{EM}$ изменяет только флейворные осцилляции нейтрино, но никак не влияет на спиновые осцилляции.

Гамильтониан, который отвечает за взаимодействие с поперечной компонентой электрического тока \mathbf{J}_{\perp}^{EM} , можно записать в блочном виде

$$H_{J_{\perp}}^{(f)} = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{H}_{J_{\perp}}^{(f)} \\ \tilde{H}_{J_{\perp}}^{(f)\dagger} & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.30)$$

где недиагональные элементы равны

$$\tilde{H}_{J_{\perp}}^{(f)} = 2J_{\perp}^{EM} \begin{pmatrix} \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{ee} & \left[\tilde{\gamma}_{12}^{-1} \frac{\langle r^2 \rangle^{12}}{6} + \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{el} \right] \\ \left[-\tilde{\gamma}_{12}^{-1} \frac{\langle r^2 \rangle^{12}}{6} + \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{el} \right] & \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{ll} \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Здесь были введены обозначения для эффективных значений анапольного момента нейтрино

$$\begin{aligned}\left(\frac{f_A}{\gamma}\right)_{ee} &= \frac{f_A^{11}}{\gamma_{11}} \cos^2 \theta + \frac{f_A^{22}}{\gamma_{22}} \sin^2 \theta + \frac{f_A^{12}}{\gamma_{12}} \sin 2\theta, \\ \left(\frac{f_A}{\gamma}\right)_{ll} &= \frac{f_A^{11}}{\gamma_{11}} \sin^2 \theta + \frac{f_A^{22}}{\gamma_{22}} \cos^2 \theta - \frac{f_A^{12}}{\gamma_{12}} \sin 2\theta, \\ \left(\frac{f_A}{\gamma}\right)_{el} &= \frac{f_A^{12}}{\gamma_{12}} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \left(\frac{f_A^{22}}{\gamma_{22}} - \frac{f_A^{11}}{\gamma_{11}} \right) \sin 2\theta.\end{aligned}\quad (3.32)$$

Отметим, что взаимодействие нейтрино через зарядовый радиус и анапольный момент с поперечной компонентой электрического тока порождает спиновые осцилляции нейтрино.

Полученные выражения для гамильтонианов (3.27), (3.30) и (3.31), учитывающие взаимодействие нейтрино с внешним электрическим током $\mathbf{J}^{EM} = \mathbf{J}_{\parallel}^{EM} + \mathbf{J}_{\perp}^{EM}$ за счет зарядового радиуса и анапольного момента, позволяют получить вероятность флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино. Для этого введем полный гамильтониан эволюции нейтрино H_{full} , который включает в себя вакуумный гамильтониан и полученные гамильтонианы (3.27), (3.30) и (3.31). Взаимодействие нейтрино за счет анапольного момента и зарядового радиуса могут быть заметны только в экстремальных астрофизических средах, поэтому также необходимо учитывать взаимодействие нейтрино с магнитным полем (1.30) и с произвольно движущимся веществом H_{mat} (1.34). Тогда полный гамильтониан эволюции нейтрино примет вид:

$$H_{full} = H_{vac} + H_J + H_B + H_{mat}. \quad (3.33)$$

Введем обозначение для матричных элементов полного гамильтониана H_{full} во флейворном базисе:

$$H_{full} = \begin{pmatrix} H_{ee}^{LL} & H_{el}^{LL} & H_{ee}^{LR} & H_{el}^{LR} \\ H_{le}^{LL} & H_{ll}^{LL} & H_{le}^{LR} & H_{ll}^{LR} \\ H_{ee}^{RL} & H_{el}^{RL} & H_{ee}^{RR} & H_{el}^{RR} \\ H_{le}^{RL} & H_{ll}^{RL} & H_{ee}^{RR} & H_{ll}^{RR} \end{pmatrix}. \quad (3.34)$$

Тогда в общем виде вероятность осцилляций между нейтрино с флейвором α и киральностью S и нейтрино с флейвором β и киральностью S' ($\nu_{\alpha}^S \rightarrow \nu_{\beta}^{S'}$) задается общей формулой

$$P_{\nu_\alpha^S \nu_\beta^{S'}} = \sin^2 \theta_{eff} \sin^2 \left(\frac{\pi}{L_{eff}} x \right), \quad (3.35)$$

где эффективный угол смешивания

$$\sin^2 \theta_{eff} = \frac{(H_{\alpha\beta}^{SS'})^2}{(H_{\alpha\beta}^{SS'})^2 + \left(\frac{H_{\alpha\alpha}^{SS} - H_{\beta\beta}^{S'S'}}{2} \right)^2} \quad (3.36)$$

и длина осцилляций

$$L_{eff} = \frac{2\pi}{\sqrt{(H_{\alpha\beta}^{SS'})^2 + \left(\frac{H_{\alpha\alpha}^{SS} - H_{\beta\beta}^{S'S'}}{2} \right)^2}}. \quad (3.37)$$

Как видно из (3.36), условия резонанса записываются в виде

$$H_{\alpha\alpha}^{SS} - H_{\beta\beta}^{S'S'} = 0. \quad (3.38)$$

Эффективный угол смешивания и, соответственно, амплитуда осцилляций нейтрино принимают максимальное значение ($\sin^2 \theta_{eff} = 1$).

Рассмотрим вероятности спиновых и спин-флейворных осцилляций нейтрино, которые учитывают взаимодействие с внешним электрическим током. Для спиновых осцилляций $P_{\nu_e^L \nu_e^L}$ с сохранением флейвора получим:

$$H_{ee}^{LR} = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} (2n_e - n_n) v_\perp \left(\frac{\eta}{\gamma} \right)_{ee} - \mu_{ee} B_\perp + 2J_\perp^{EM} \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{ee}, \quad (3.39)$$

$$H_{ee}^{LL} - H_{ee}^{RR} = \left[\frac{G_F}{\sqrt{2}} (2n_e - n_n) (1 - v_\parallel) + 2 \left(\frac{\mu}{\gamma} \right)_{ee} B_\parallel - 4J_\parallel^{EM} f_A^{ee} \right]. \quad (3.40)$$

Из формулы (3.40) видно, что возникает новое резонансное условие для спиновых осцилляций, которого ранее не существовало. Обращение выражения (3.40) в ноль $H_{ee}^{LL} - H_{ee}^{RR} = 0$ возможно только при наличии взаимодействия нейтрино с электрическим током через анапольный момент нейтрино.

Рассмотрим спиновые осцилляции нейтрино только с учетом нового полученного взаимодействия с внешним электрическим током (опустим эффекты, связанные с взаимодействиями с магнитным полем и движущейся средой). Экспериментально можно наблюдать только переходы из левого нейтрино во все

флейворы правого нейтрино, так как правое нейтрино является стерильным и для правого нейтрино нельзя однозначно задать флейвор. Поэтому необходимо рассматривать переход из электронного левого нейтрино во все правые состояния:

$$P_{\nu_e^L \nu^R} = P_{\nu_e^L \nu_e^R} + P_{\nu_e^L \nu_l^R}, \quad (3.41)$$

где для вероятности переходов получено:

$$P_{\nu_e^L \nu_e^R} = \frac{\left[2J_{\perp}^{EM} \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{ee} \right]^2}{\left[2J_{\perp}^{EM} \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{ee} \right]^2 + \left[2J_{\parallel}^{EM} f_A^{ee} \right]^2}, \quad (3.42)$$

$$P_{\nu_e^L \nu_l^R} = \frac{4(J_{\perp}^{EM})^2 \left[\tilde{\gamma}_{12}^{-1} \frac{\langle r^2 \rangle^{12}}{6} + \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{el} \right]^2}{4(J_{\perp}^{EM})^2 \left[\tilde{\gamma}_{12}^{-1} \frac{\langle r^2 \rangle^{12}}{6} + \left(\frac{f_A}{\gamma} \right)_{el} \right]^2 + \left[J_{\parallel}^{EM} \left(\frac{\langle r^2 \rangle^{ee}}{6} - \frac{\langle r^2 \rangle^{ll}}{6} + f_A^{ee} + f_A^{ll} \right) - \frac{\delta m^2 \cos 2\theta}{4E} \right]^2}. \quad (3.43)$$

Как следует из формул (3.41)-(3.43), характер зависимости вероятности спиновых осцилляций нейтрино от анапольного момента и зарядового радиуса различный. Напомним, что в экспериментах по рассеянию нейтрино вклады от зарядового радиуса и анапольного момента неразличимы, поэтому одним из важных результатов диссертации заключается в том, что впервые показана принципиальная возможность различить в эксперименте эффекты от зарядового радиуса и анапольного момента.

3.3 Выводы к третьей главе

В третьей главе было исследовано влияние квантовой декогеренции нейтрино на коллективные осцилляции. С помощью метода линеаризации показано, что квантовая декогеренция приводит к подавлению биполярных коллективных осцилляций. Кроме того, сделаны численные расчеты, подтверждающие полученные теоретические выражения. В разделе 3.2 показано, что флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино могут возникать за счет взаимодействия с внешним электрическим полем через зарядовый радиус и анапольный момент. Учитывались как диагональные, так и недиагональные

форм-факторы. Было показано, что взаимодействие с продольной компонентой электрического тока через зарядовый радиус и анапольный момент, изменяет вероятность флейворных осцилляций нейтрино, а взаимодействие с перпендикулярной компонентой электрического тока приводит в спиновым и спин-флейворных осцилляциям. Также показано, что за счет взаимодействия нейтрино с электрическим током через анапольный момент возникает новый резонанс в спиновых осцилляциях нейтрино $P_{\nu_e^L \nu_e^R}$. Анапольный момент нейтрино и зарядовый радиус входят в осцилляционную формулу несимметрично. Это означает, что их можно экспериментально определить по-отдельности при наблюдении спиновых осцилляций.

Заключение

1. В диссертации предложен и разработан новый теоретический подход, использовавшийся ранее только в квантовой электродинамике открытых систем, для описания эволюции нейтрино с учетом эффекта квантовой декогеренции нейтрино. В рамках данного подхода был рассмотрен новый механизм возникновения квантовой декогеренции нейтрино. Впервые показано, что квантовая декогеренция нейтрино может быть вызвана распадом нейтрино на безмассовую частицу или обратным эффектом (поглощением безмассовой частицы с переходом нейтрино из более легкого состояния в более тяжелое). Показано, что параметры декогеренции пропорциональны ширине распада нейтрино.

2. Рассмотрен пример возникновения квантовой декогеренции нейтрино за счет радиационного распада нейтрино. Показано, что квантовая декогеренция может быть вызвана радиационным распадом нейтрино на фотоны, а также на темные фотоны в электронной среде. Для обоих случаев найдены аналитические выражения для параметров декогеренции и сделаны численные оценки параметров декогеренции для реальных астрофизических условий, а именно для взрыва сверхновой.

3. Показано, что квантовая декогеренция массовых состояний нейтрино приводит к подавлению коллективных осцилляций. Получены новые условия на существование биполярных коллективных осцилляций нейтрино. Проведено численное моделирование и получены вероятности выживания электронного нейтрино и антинейтрино при взрыве сверхновых с одновременным учетом коллективных осцилляций и квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино.

4. Рассмотрены флейворные и спин-флейворные осцилляции нейтрино с учетом взаимодействия нейтрино с электрическим током через зарядовый радиус и анапольный момент. Показано, что взаимодействие с перпендикулярной компонентой электрического тока вызывает спиновые осцилляции нейтрино, а взаимодействие с продольной компонентой модифицирует флейворные нейтринные осцилляции. Получены вероятности флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино. Также получены новые условия резонансного усиления спин-флейворных осцилляций нейтрино.

Автор выражает благодарность научному руководителю А.И.Студеникину за неоценимую помощь и всей научной группе по физике нейтрино за поддержку. Автор также очень признателен К.А.Кузакову за обсуждение научных результатов. Автор благодарен кафедре теоретической физики за лекции и семинары, поддержку и помощь.

Список литературы

- [1] *Breuer H.-P., Petruccione F.* The theory of open quantum systems. — Oxford University Press on Demand, 2002.
- [2] *Giunti C., Kim CH. W.* Fundamentals of neutrino physics and astrophysics. — 2007.
- [3] *Xing Zh.-Zh., Zhou Sh.* Neutrinos in particle physics, astronomy and cosmology. — 2011.
- [4] *Giunti C., Studenikin A.* Neutrino electromagnetic interactions: a window to new physics // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Vol. 87. — P. 531.
- [5] *Wolfenstein L.* Neutrino oscillations in matter // *Phys. Rev. D.* — 1978. — Vol. 17. — Pp. 2369–2374.
- [6] *Mikheyev S. P., Smirnov A. Yu.* Resonance amplification of oscillations in matter and spectroscopy of solar neutrinos // *Sov. J. Nucl. Phys.* — 1985. — Vol. 42. — Pp. 913–917.
- [7] *Cisneros A.* Effect of neutrino magnetic moment on solar neutrino observations // *Astrophys. Space Sci.* — 1971. — Vol. 10. — Pp. 87–92.
- [8] *Okun L. B., Voloshin M. B., Vysotsky M. I.* Neutrino electrodynamics and possible effects for solar neutrinos // *Sov. Phys. JETP.* — 1986. — Vol. 64. — Pp. 446–452.
- [9] *Akhmedov E.* Resonant amplification of neutrino spin rotation in matter and the solar neutrino problem // *Phys. Lett. B.* — 1988. — Vol. 213. — Pp. 64–68.
- [10] *Lim Ch.-S., Marciano W. J.* Resonant spin - flavor precession of solar and supernova neutrinos // *Phys. Rev. D.* — 1988. — Vol. 37. — Pp. 1368–1373.
- [11] *Studenikin A.* Neutrinos in electromagnetic fields and moving media // *Phys. Atom. Nucl.* — 2004. — Vol. 67. — Pp. 993–1002.
- [12] *Pustoshny P., Studenikin A.* Neutrino spin and spin-flavour oscillations in transversal matter currents with standard and non-standard interactions // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Vol. 98, no. 11. — P. 113009.

- [13] *Piriz D., Roy M., Wudka J.* Neutrino oscillations in strong gravitational fields // *Phys. Rev. D.* — 1996. — Vol. 54. — Pp. 1587–1599.
- [14] *Cardall C. Y., Fuller G. M.* Neutrino oscillations in curved space-time: An Heuristic treatment // *Phys. Rev. D.* — 1997. — Vol. 55. — Pp. 7960–7966.
- [15] *Fornengo N., Giunti C., Kim C. W., Song J.* Gravitational effects on the neutrino oscillation // *Phys. Rev. D.* — 1997. — Vol. 56. — Pp. 1895–1902.
- [16] *Dvornikov M., Studenikin A.* Neutrino spin evolution in presence of general external fields // *JHEP.* — 2002. — Vol. 09. — P. 016.
- [17] *Dvornikov M.* Neutrino spin oscillations in gravitational fields // *Int. J. Mod. Phys. D.* — 2006. — Vol. 15. — Pp. 1017–1034.
- [18] *Dvornikov M.* Neutrino spin oscillations in matter under the influence of gravitational and electromagnetic fields // *JCAP.* — 2013. — Vol. 06. — P. 015.
- [19] *Chakraborty S.* Aspects of neutrino oscillation in alternative gravity theories // *JCAP.* — 2015. — Vol. 10. — P. 019.
- [20] *Alavi S. A., Nodeh S.* Neutrino spin oscillations in gravitational fields in non-commutative spaces // *Phys. Scripta.* — 2015. — Vol. 90, no. 3. — P. 035301.
- [21] *Dvornikov M.* Neutrino spin oscillations in external fields in curved spacetime // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 99, no. 11. — P. 116021.
- [22] *Duan H., Fuller G. M., Qian Y.-Z.* Collective neutrino oscillations // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2010. — Vol. 60. — Pp. 569–594.
- [23] *de Gouvea A., Shalgar S.* Effect of transition magnetic moments on collective supernova neutrino oscillations // *JCAP.* — 2012. — Vol. 10. — P. 027.
- [24] *de Gouvea A., Shalgar S.* Transition magnetic moments and collective neutrino oscillations: Three-flavor effects and detectability // *JCAP.* — 2013. — Vol. 04. — P. 018.
- [25] *Abbar S.* Collective oscillations of majorana neutrinos in strong magnetic fields and self-induced flavor equilibrium // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Vol. 101, no. 10. — P. 103032.

- [26] *Balheiro G., Forero D., Guzzo M. et al.* Quantum decoherence effects in neutrino oscillations at DUNE // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 100, no. 5. — P. 055023.
- [27] *Carpio J., Massoni E., Gago A.* Testing quantum decoherence at DUNE // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 100, no. 1. — P. 015035.
- [28] *Carrasco J., Díaz F., Gago A.* Probing CPT breaking induced by quantum decoherence at DUNE // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 99, no. 7. — P. 075022.
- [29] *Oliveira R.* Dissipative effect in long baseline neutrino experiments // *Eur. Phys. J. C.* — 2016. — Vol. 76, no. 7. — P. 417.
- [30] *Coelho J., Mann A., Bashar S.* Nonmaximal θ_{23} mixing at NOvA from neutrino decoherence // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 118, no. 22. — P. 221801.
- [31] *Capozzi F., Raffelt G., Stirner T.* Fast neutrino flavor conversion: Collective motion vs. decoherence // *JCAP.* — 2019. — Vol. 09. — P. 002.
- [32] *Naumov D. V., Naumov V. A.* Quantum field theory of neutrino oscillations // *Phys. Part. Nucl.* — 2020. — Vol. 51, no. 1. — Pp. 1–106.
- [33] *Naumov D. V.* On the theory of wave packets // *Phys. Part. Nucl. Lett.* — 2013. — Vol. 10. — Pp. 642–650.
- [34] *Nieves J., Sahu S.* Neutrino damping in a fermion and scalar background // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 99, no. 9. — P. 095013.
- [35] *Nieves J. F., Sahu S.* Neutrino decoherence in a fermion and scalar background // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 100, no. 11. — P. 115049.
- [36] *Nieves J. F., Sahu S.* Neutrino decoherence in an electron and nucleon background // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Vol. 102, no. 5. — P. 056007.
- [37] *Loreti F. N., Balantekin A. B.* Neutrino oscillations in noisy media // *Phys. Rev. D.* — 1994. — Vol. 50. — Pp. 4762–4770.
- [38] *Burgess C. P., Michaud D.* Neutrino propagation in a fluctuating sun // *Annals Phys.* — 1997. — Vol. 256. — Pp. 1–38.
- [39] *Benatti F., Floreanini R.* Dissipative neutrino oscillations in randomly fluctuating matter // *Phys. Rev. D.* — 2005. — Vol. 71. — P. 013003.

- [40] *Galtsov D. V., Nikitina N. S.* Photoneutrino processes in a strong field // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 1972. — Vol. 62. — Pp. 2008–2012.
- [41] *Skobelev V. V.* On the gamma \rightarrow neutrino anti-neutrino and neutrino \rightarrow gamma neutrino reactions in strong magnetic fields // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 1976. — Vol. 71. — Pp. 1263–1267.
- [42] *Borisov A. V., Zhukovsky V. Ch., Ternov A. I.* Electromagnetic properties of the massive Dirac neutrino in an external electromagnetic field // *Sov. Phys. J.* — 1988. — Vol. 31. — Pp. 228–233.
- [43] *D’Olivo J. C., Nieves J. F., Pal P. B.* Radiative neutrino decay in a medium // *Phys. Rev. Lett.* — 1990. — Vol. 64. — P. 1088.
- [44] *Nieves J. F., Pal P. B.* Radiative neutrino decay in hot media // *Phys. Rev. D.* — 1997. — Vol. 56. — Pp. 365–367.
- [45] *Skobelev V. V.* Interaction between a massive neutrino and a plane wave field // *Sov. Phys. JETP.* — 1991. — Vol. 73. — Pp. 40–43.
- [46] *Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vasilevskaya L. A.* The Magnetic catalysis of the radiative decay of a massive neutrino in the standard model with lepton mixing // *Phys. Lett. B.* — 1992. — Vol. 289. — Pp. 103–108.
- [47] *Skobelev V. V.* Decay of massive neutrinos in a strong magnetic field // *J. Exp. Theor. Phys.* — 1995. — Vol. 81. — Pp. 1–6.
- [48] *Zhukovsky V. Ch., Eminov P. A., Grigoruk A. E.* Radiative decay of a massive neutrino in the Weinberg-Salam model with mixing in a constant uniform magnetic field // *Mod. Phys. Lett. A.* — 1996. — Vol. 11. — Pp. 3119–3126.
- [49] *Eminov P. A., Ternov A. I., Levchenko K. G., Vshivtsev V. A.* Radiative decay of a massive Dirac neutrino in neutron stars // *Russ. Phys. J.* — 2000. — Vol. 43. — Pp. 460–464.
- [50] *Ternov A. I., Eminov P. A.* Radiative decay of the massive neutrino in magnetized plasma // *J. Phys. G.* — 2003. — Vol. 29. — Pp. 357–369.
- [51] *Lobanov A., Studenikin A.* Spin light of neutrino in matter and electromagnetic fields // *Phys. Lett. B.* — 2003. — Vol. 564. — Pp. 27–34.

- [52] *Ternov A. I., Eminov P. A.* Decay of a massive neutrino in magnetized electron gas // *Phys. Rev. D.* — 2013. — Vol. 87, no. 11. — P. 113001.
- [53] *Ternov A. I., Eminov P. A.* Neutrino radiative decay in external field and medium // *Phys. Part. Nucl.* — 2014. — Vol. 45. — Pp. 397–408.
- [54] *Stankevich K., Studenikin A.* Neutrino quantum decoherence engendered by neutrino radiative decay // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Vol. 101, no. 5. — P. 056004.
- [55] *Lichkunov A., Stankevich K., Studenikin A., Vyalkov M.* Neutrino decay processes and flavour oscillations // *PoS.* — 2022. — Vol. EPS-HEP2021. — P. 202.
- [56] *Lichkunov A., Stankevich K., Studenikin A., Vyalkov M.* Neutrino quantum decoherence engendered by neutrino decay to photons, familons and gravitons // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2021. — Vol. 2156. — P. 012240.
- [57] *Stankevich K., Studenikin A.* Neutrino quantum decoherence due to entanglement with magnetic field // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2020. — Vol. 1342, no. 1. — P. 012131.
- [58] *Stankevich K., Studenikin A.* Neutrino evolution and quantum decoherence // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2020. — Vol. 1468, no. 1. — P. 012148.
- [59] *Stankevich K., Studenikin A.* The effect of neutrino quantum decoherence // *PoS.* — 2020. — Vol. EPS-HEP2019. — P. 424.
- [60] *Stankevich K., Studenikin A.* Neutrino decoherence due to radiative decay // *PoS.* — 2019. — Vol. ICHEP2018. — P. 925.
- [61] *Stankevich K., Studenikin A.* Neutrino quantum decoherence due to entanglement with a magnetic field // *PoS.* — 2018. — Vol. EPS-HEP2017. — P. 645.
- [62] *Stankevich K., Studenikin A.* Collective neutrino oscillations accounting for neutrino quantum decoherence // *PoS.* — 2021. — Vol. ICHEP2020. — P. 216.
- [63] *Chen Z., Kouzakov K., Li Y.-F. et al.* Collective neutrino oscillations in moving and polarized matter // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2021. — Vol. 2156, no. 1. — P. 012180.

- [64] *Shakhov V. and Stankevich K., Studenikin A.* Spin and spin-flavor oscillations due to neutrino charge radii interaction with an external environment // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2021. — Vol. 2156. — P. 012241.
- [65] *Kouzakov K., Lazarev F., Shakhov V. et al.* Astrophysical neutrino oscillation accounting for neutrino charge radii // *PoS.* — 2021. — Vol. ICHEP2020. — P. 217.
- [66] *Kouzakov K., Li Y.-F., Shakhov V. et al.* Interplay of neutrino flavor, spin and collective oscillations in supernovae // *PoS.* — 2021. — Vol. ICHEP2020. — P. 206.
- [67] *Aker M. et al.* Direct neutrino-mass measurement with sub-electronvolt sensitivity // *Nature Phys.* — 2022. — Vol. 18, no. 2. — Pp. 160–166.
- [68] *Thomas Sh. A., Abdalla F. B., Lahav O.* Upper bound of 0.28eV on the neutrino masses from the Largest Photometric Redshift Survey // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 105. — P. 031301.
- [69] *Babu K. S., Dev P. S. B., Jana S.* Probing neutrino mass models through resonances at neutrino telescopes // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 2022. — Vol. 37, no. 11n12. — P. 2230003.
- [70] *Giunti C., Studenikin A.* Neutrino electromagnetic interactions: A window to new physics // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Vol. 87. — P. 531.
- [71] *Studenikin A. I., Tokarev I.* Millicharged neutrino with anomalous magnetic moment in rotating magnetized matter // *Nucl. Phys. B.* — 2014. — Vol. 884. — Pp. 396–407.
- [72] *Shrock R. E.* Electromagnetic properties and decays of dirac and majorana neutrinos in a general class of gauge theories // *Nucl. Phys. B.* — 1982. — Vol. 206. — Pp. 359–379.
- [73] *Fujikawa K., Shrock R.* The magnetic moment of a massive neutrino and neutrino spin rotation // *Phys. Rev. Lett.* — 1980. — Vol. 45. — P. 963.
- [74] *Beda A. G., Brudanin V. B., Egorov V. G. et al.* The results of search for the neutrino magnetic moment in GEMMA experiment // *Adv. High Energy Phys.* — 2012. — Vol. 2012. — P. 350150.

- [75] *Agostini M. et al.* Limiting neutrino magnetic moments with Borexino Phase-II solar neutrino data // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 96, no. 9. — P. 091103.
- [76] *Vaananen D., McLaughlin G. C.* Uncovering the matter-neutrino resonance // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 93, no. 10. — P. 105044.
- [77] *Vaananen D., Volpe C.* Linearizing neutrino evolution equations including neutrino-antineutrino pairing correlations // *Phys. Rev. D.* — 2013. — Vol. 88. — P. 065003.
- [78] *Lindblad G.* On the generators of quantum dynamical semigroups // *Commun. Math. Phys.* — 1976. — Vol. 48. — P. 119.
- [79] *Gorini V., Kossakowski A., Sudarshan E. C. G.* Completely positive dynamical semigroups of N level systems // *J. Math. Phys.* — 1976. — Vol. 17. — P. 821.
- [80] *Falconi M., Faupin J., Fröhlich J., Schubnel B.* Scattering theory for Lindblad master equations // *Communications in Mathematical Physics.* — 2017. — Vol. 350, no. 3. — Pp. 1185–1218.
- [81] *Coelho J. A. B., Mann W. A.* Decoherence, matter effect, and neutrino hierarchy signature in long baseline experiments // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 96, no. 9. — P. 093009.
- [82] *Barenboim G., Mavromatos N. E., Sarkar S., Waldron-Lauda A.* Quantum decoherence and neutrino data // *Nucl. Phys. B.* — 2006. — Vol. 758. — Pp. 90–111.
- [83] *Coloma P., Lopez-Pavon J., Martinez-Soler I., Nunokawa H.* Decoherence in neutrino propagation through matter, and bounds from IceCube/DeepCore // *Eur. Phys. J. C.* — 2018. — Vol. 78, no. 8. — P. 614.
- [84] *Moss Z., Moulai M. H., Argüelles C. A., Conrad J. M.* Exploring a nonminimal sterile neutrino model involving decay at IceCube // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Vol. 97, no. 5. — P. 055017.
- [85] *Lundberg T., Pasechnik R.* Thermal Field Theory in real-time formalism: Concepts and applications for particle decays // *Eur. Phys. J. A.* — 2021. — Vol. 57, no. 2. — P. 71.

- [86] *Ghiglieri J., Kurkela A., Strickland M., Vuorinen A.* Perturbative thermal QCD: Formalism and applications // *Phys. Rept.* — 2020. — Vol. 880. — Pp. 1–73.
- [87] *Grasso D., Semikoz V.* Radiative neutrino decay in media // *Phys. Rev. D.* — 1999. — Vol. 60. — P. 053010.
- [88] *Knee A. M., Contreras D., Scott D.* Cosmological constraints on sterile neutrino oscillations from Planck // *JCAP.* — 2019. — Vol. 07. — P. 039.
- [89] *Babu K. S., Kolda C. F., March-Russell J.* Implications of generalized Z - Z-prime mixing // *Phys. Rev. D.* — 1998. — Vol. 57. — Pp. 6788–6792.
- [90] *Foot R., He X.-G.* Comment on Z Z-prime mixing in extended gauge theories // *Phys. Lett. B.* — 1991. — Vol. 267. — Pp. 509–512.
- [91] *Pan J.-X., He M., He X.-G., Li G.* Scrutinizing a massless dark photon: basis independence // *Nucl. Phys. B.* — 2020. — Vol. 953. — P. 114968.
- [92] *Bollig R., Janka H. Th., Lohs A. et al.* Muon creation in supernova matter facilitates neutrino-driven explosions // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 119, no. 24. — P. 242702.
- [93] *Tamborra I., Raffelt G., Hudepohl L., Janka H.-Th.* Impact of eV-mass sterile neutrinos on neutrino-driven supernova outflows // *JCAP.* — 2012. — Vol. 01. — P. 013.
- [94] *Wu M.-R., Fischer T., Huther L. et al.* Impact of active-sterile neutrino mixing on supernova explosion and nucleosynthesis // *Phys. Rev. D.* — 2014. — Vol. 89, no. 6. — P. 061303.
- [95] *de Holanda P. C.* Solar neutrino limits on decoherence // *JCAP.* — 2020. — Vol. 03. — P. 012.
- [96] *Stapleford C. J., Väänänen D. J., Kneller J. P. et al.* Nonstandard neutrino interactions in supernovae // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Vol. 94, no. 9. — P. 093007.
- [97] *Fabbricatore R., Grigoriev A., Studenikin A.* Neutrino spin-flavor oscillations derived from the mass basis // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2016. — Vol. 718, no. 6. — P. 062058.

- [98] *Cadeddu M., Giunti C., Kouzakov K. A. et al.* Neutrino charge radii from coherent elastic neutrino-nucleus scattering // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Vol. 98, no. 11. — P. 113010. — [Erratum: *Phys.Rev.D* 101, 059902 (2020)].

Приложение А

Экспериментальные ограничения на параметры нейтрино

Значения параметров смешивания для нейтрино.

Параметр	Значение
δm_{21}^2	$(7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$
δm_{32}^2	$(-2.536 \pm 0.034) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ (IO)}$
δm_{32}^2	$(2.453 \pm 0.033) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ (NO)}$
$\sin^2 \theta_{12}$	(0.307 ± 0.013)
$\sin^2 \theta_{13}$	$(2.20 \pm 0.07) \times 10^{-2}$
$\sin^2 \theta_{23}$	$(0.539 \pm 0.022) \text{ (IO)}$
$\sin^2 \theta_{23}$	$(0.546 \pm 0.021) \text{ (NO)}$
δ_{13}	$1.36^{+0.20}_{-0.16} \pi \text{ rad}$

Ограничения на зарядовый радиус нейтрино [98].

Процесс	Коллаборация	Ограничение [10^{-32} cm^2]
Reactor $\bar{\nu}_e - e$	Krasnoyarsk	$ \langle r_{\nu_e}^2 \rangle < 7.3$
	TEXONO	$-4.2 < \langle r_{\nu_e}^2 \rangle < 6.6$
Accelerator $\nu_e - e$	LAMPF	$-7.12 < \langle r_{\nu_e}^2 \rangle < 10.88$
	LSND	$-5.94 < \langle r_{\nu_e}^2 \rangle < 8.28$
Accelerator $\nu_\mu - e$ and $\bar{\nu}_\mu - e$	BNL-E734	$-5.7 < \langle r_{\nu_\mu}^2 \rangle < 1.1$
	CHARM-II	$ \langle r_{\nu_\mu}^2 \rangle < 1.2$

Приложение Б

Программный код

Variables and Initial conditions

Neutrino mass difference, eV

$$\delta m = 2.4 \cdot 10^{-3};$$

Mixing Angle,

$$\theta = 0.1571;$$

Neutrino energy, eV

$$E = 20 \cdot 10^6;$$

Neutrino ratio e- μ

$$\beta = 0.48;$$

$$b\beta = 0.6;$$

Neutrino-antineutrino ratio

$$\alpha = 0.8;$$

Neutrino-sphere, eV

$$R = 10 (0.506 \cdot 10^{10});$$

Radius, eV

$$R_s = 42 (0.506 \cdot 10^{10});$$

Constants

$$a = 0.308;$$

$$b = 0.121;$$

Neutrino, eV

$$\mu = 10^{-4};$$

Neutron potential, eV

$$n = 10^{-4};$$

Hierarchy (+NH, -IH)

$$p = -1;$$

Decoherence parameter, eV

$$\kappa_1 = 10^{-12};$$

$$\kappa_2 = 0 \cdot 10^{-12};$$

Neutrino full Hamiltonian

$$H_x[r_-] = p \frac{\delta m}{4E} \sin[2\theta] + \mu \left(\frac{R}{r}\right)^4 ((1 + \beta)P_x[r] - \alpha(1 + \beta)bP_x[r]);$$

$$\begin{aligned} \text{Hy}[r_] &= \mu \left(\frac{R}{r}\right)^4 \left((1 + \beta)\text{Py}[r] + \alpha(1 + \beta)\text{bPy}[r]\right); \\ \text{Hz}[r_] &= -p\frac{\delta m}{4E}\text{Cos}[2\theta] + \frac{1}{2}n \left(\frac{R}{r}\right)^3 \left(a + b\text{ArcTan}\left[\frac{r-R}{R_s}\right]\right) + \\ &\mu \left(\frac{R}{r}\right)^4 \left((1 + \beta)\text{Pz}[r] - \alpha(1 + \beta)\text{bPz}[r]\right); \end{aligned}$$

Antineutrino full Hamiltonian

$$\begin{aligned} \text{bHx}[r_] &= p\frac{\delta m}{4E}\text{Sin}[2\theta] - \mu \left(\frac{R}{r}\right)^4 \left((1 + \beta)\text{Px}[r] - \alpha(1 + \beta)\text{bPx}[r]\right); \\ \text{bHy}[r_] &= \mu \left(\frac{R}{r}\right)^4 \left((1 + \beta)\text{Py}[r] + \alpha(1 + \beta)\text{bPy}[r]\right); \\ \text{bHz}[r_] &= -p\frac{\delta m}{4E}\text{Cos}[2\theta] - \frac{1}{2}n \left(\frac{R}{r}\right)^3 \\ &\left(a + b\text{ArcTan}\left[\frac{r-R}{R_s}\right]\right) - \mu \left(\frac{R}{r}\right)^4 \left((1 + \beta)\text{Pz}[r] - \alpha(1 + \beta)\text{bPz}[r]\right); \end{aligned}$$

Effective mixing angle

$$\theta_{\text{mm}}[x_] = \frac{1}{2}\text{ArcSin}\left[\sqrt{\frac{\delta m^2\text{Sin}[2\theta]^2}{\left(\delta m\text{Cos}[2\theta] - 2En\left(\frac{R}{x}\right)^3 \left(a + b\text{ArcTan}\left[\frac{x-R}{R_s}\right]\right)\right)^2 + \delta m^2\text{Sin}[2\theta]^2}}\right];$$

Solutions

$$\begin{aligned} \{\text{PxS}, \text{PyS}, \text{PzS}, \text{bPxS}, \text{bPyS}, \text{bPzS}\} &= \text{NDSolveValue}\{ \\ \text{Px}'[r] &== -\text{Hz}[r]\text{Py}[r] + \text{Hy}[r]\text{Pz}[r] - \\ &\kappa 1(\text{Px}[r]\text{Cos}[2\theta_{\text{mm}}[r]] + \text{Pz}[r]\text{Sin}[2\theta_{\text{mm}}[r]]), \\ \text{Py}'[r] &== \text{Hz}[r]\text{Px}[r] - \text{Hx}[r]\text{Pz}[r] - \\ &\kappa 1\text{Py}[r], \\ \text{Pz}'[r] &== -\text{Hy}[r]\text{Px}[r] + \text{Hx}[r]\text{Py}[r] - \\ &\kappa 2(\text{Pz}[r]\text{Cos}[2\theta_{\text{mm}}[r]] - \text{Px}[r]\text{Sin}[2\theta_{\text{mm}}[r]]), \\ \text{bPx}'[r] &== -\text{bHz}[r]\text{bPy}[r] + \text{bHy}[r]\text{bPz}[r] - \\ &\kappa 1(\text{bPx}[r]\text{Cos}[2\theta_{\text{mm}}[r]] + \text{bPz}[r]\text{Sin}[2\theta_{\text{mm}}[r]]), \\ \text{bPy}'[r] &== \text{bHz}[r]\text{bPx}[r] - \text{bHx}[r]\text{bPz}[r] - \\ &\kappa 1\text{bPy}[r], \\ \text{bPz}'[r] &== -\text{bHy}[r]\text{bPx}[r] + \text{bHx}[r]\text{bPy}[r] - \\ &\kappa 2(\text{bPz}[r]\text{Cos}[2\theta_{\text{mm}}[r]] - \text{bPx}[r]\text{Sin}[2\theta_{\text{mm}}[r]]), \\ \text{Px}[R] &== \text{Py}[R] == \text{bPx}[R] == \text{bPy}[R] == 0, \\ \text{Pz}[R] &== \frac{1-\beta}{1+\beta}, \\ \text{bPz}[R] &== \frac{1-b\beta}{1+b\beta} \}, \\ \{\text{Px}, \text{Py}, \text{Pz}, \text{bPx}, \text{bPy}, \text{bPz}\}, \\ \{r, R, 1000000000000000\}; \end{aligned}$$