

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Хлопунов Михаил Юрьевич

**Гравитационно-волновые эффекты в теориях
с большими дополнительными измерениями**

Специальность 1.3.3 – «Теоретическая физика»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2024

Диссертация подготовлена на кафедре теоретической физики физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: **Гальцов Дмитрий Владимирович**
доктор физико-математических наук,
профессор

Официальные оппоненты: **Алексеев Станислав Олегович**
доктор физико-математических наук,
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга, отдел релятивистской астрофизики, ведущий научный сотрудник

Ахмедов Эмиль Тофик оглы
доктор физико-математических наук, доцент,
ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт», кафедра теоретической физики, заведующий

Иващук Владимир Дмитриевич
доктор физико-математических наук,
ФГБУ «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы», отдел координации научных исследований и разработок, ведущий научный сотрудник

Защита диссертации состоится «17» октября 2024 г. в 16 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.2 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ, дом 1, стр. 2, физический факультет, южная физическая аудитория.

E-mail: ff.dissovet@gmail.com

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3048>

Автореферат разослан «___» _____ 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук
профессор

П.А. Поляков

Общая характеристика диссертации

Актуальность темы исследования

За последние два десятилетия было разработано множество модификаций общей теории относительности (ОТО) [1]. Среди них важным классом являются теории гравитации с дополнительными измерениями пространства-времени, мотивированные во многом развитием теории струн, являющейся в настоящее время основной моделью квантовой гравитации и требующей существования дополнительных измерений для своей самосогласованности [2]. В частности, широкое развитие получили модели мира на бране, направленные на решение определенных проблем физики высоких энергий и космологии [3, 4]. Так модели Аркани-Хамед–Димопулоса–Двали [5] и Рэндалл–Сундрума [6, 7] предлагают решение проблемы иерархии, а модель Двали–Габададзе–Поррати (DGP) [8] рассматривалась в качестве возможного решения проблемы космологической постоянной [9, 10]. Важной особенностью данных моделей является то, что за счет локализации полей Стандартной Модели на бране они допускают существование дополнительных измерений большого размера, вплоть до бесконечного, в отличие от моделей Калуцы–Клейна [11]. В результате, рождение легких калуца-клейновских гравитонов может значительно модифицировать астрофизические процессы [12], открывая возможность экспериментального исследования дополнительных измерений с помощью астрофизических и космологических наблюдений.

В последние годы одним из самых перспективных инструментов поиска и исследования дополнительных измерений становится активно развивающаяся гравитационно-волновая астрономия [13, 14]. Однако, так как анализ зарегистрированных гравитационно-волновых сигналов основывается на их сравнении с банком теоретически смоделированных шаблонов [15], то для экспериментальной проверки моделей мира на бране необходимо предварительное теоретическое исследование характерных для них гравитационно-волновых эффектов. Существует обширная литература, посвященная изучению признаков дополнительных измерений в гравитационных волнах [16–19] (см. обзор [14]). Однако, в большинстве работ рассматривались лишь процессы гравитационного излучения в моделях с четным числом дополнительных измерений. Во многом это связано с нарушением принципа Гюйгенса в нечетных размерностях, заключающимся в локализации запаздывающих функций Грина безмассовых полей внутри светового конуса локализованного источника [20, 21] и, таким образом, затрудняющим выделение излучаемой части запаздывающего поля. При этом, нарушение принципа Гюйгенса уже само по себе должно приводить к интересным нелокальным эффектам в гравитационном излучении в присутствии нечетного числа дополнительных измерений.

Также отдельный интерес представляют гравитационно-волновые эффекты, связанные с метастабильным характером эффективного гравитона на бране в DGP-модели [22]. В частности, в работе [23] обсуждалась возможность экспериментальной проверки DGP-модели с помощью совместных наблюдений гравитационно-волновых и электромагнитных сигналов от слияний двойных нейтронных звезд. Так метастабильный характер гравитона должен приводить на космологических масштабах к утечке гравитационных волн в дополнительное измерение, выражающейся в более быстром, по сравнению с ОТО, затухании амплитуды гравитационных волн с расстоянием от источника. За счет этого расстояние до удаленных двойных нейтронных звезд, определяемое из гравитационного сигнала, должно казаться больше расстояния, определяемого по сопутствующему электромагнитному сигналу. В результате, гравитационно-волновая и электромагнитная диаграммы Хаббла для слияний нейтронных звезд должны разойтись на больших красных смещениях. Основываясь на поведении ньютоновского потенциала в DGP-модели [8], С. Деффайе и К. Мену предложили эмпирическую формулу для зависимости амплитуды гравитационных волн от расстояния до источника, описывающую интенсивность утечки гравитационного излучения в дополнительное измерение [23]

$$h_{\times/+} \propto \frac{1}{d_L(1 + (d_L/r_c)^{n/2})^{1/n}}, \quad (1)$$

где \times и $+$ обозначают поляризации гравитационных волн. Здесь d_L – это расстояние светимости до источника, r_c – переходный масштаб расстояний в теории, определяемый параметрами DGP-модели [8], а n – эмпирический параметр, характеризующий резкость перехода от четырехмерного к пятимерному поведению гравитационного поля на больших расстояниях от источника

$$h_{\times/+} \xrightarrow{d_L \ll r_c} \frac{1}{d_L}, \quad h_{\times/+} \xrightarrow{d_L \gg r_c} \frac{1}{d_L^{3/2}}. \quad (2)$$

Первые ограничения на число измерений пространства-времени и параметры DGP-модели на основе данной формулы были получены с помощью наблюдения слияния двойной нейтронной звезды GW170817 и сопутствующего гамма-всплеска GRB170817A [24, 25]. Также обсуждалась возможность проверки DGP-модели в зависимости от значений переходного масштаба r_c и параметра n в ур. (1) с помощью наблюдений на космической гравитационно-волновой обсерватории LISA [26]. Однако, аналитически эффект утечки гравитационных волн в дополнительное измерение в DGP-модели до настоящего времени исследован не был.

Цели и задачи исследования

Целью данной работы является исследование гравитационно-волновых эффектов в теориях гравитации с большими дополнительными измерениями пространства-времени вида моделей мира на бране, связанных с нарушением принципа Гюйгенса в балке нечетной размерности и метастабильным характером эффективного гравитона на бране, анализ возможности их экспериментального наблюдения современными и будущими гравитационно-волновыми обсерваториями, а также развитие скалярно-полевых аналогов таких моделей, допускающих простое качественное изучение данных эффектов, и обобщение и развитие аппарата классической теории поля, в частности теории излучения, на случай рассматриваемых моделей.

Для достижения данных целей были поставлены следующие задачи:

1. В модели безмассового скалярного поля в пространстве Минковского нечетной размерности изучить какую роль играет нарушение принципа Гюйгенса в формировании излучения и структуре западывающего поля в волновой зоне. В частности, исследовать излучение точечного заряда в нерелятивистском и ультрарелятивистском пределах.
2. В модели скалярного поля в пространстве Минковского нечетной размерности изучить признаки нарушения принципа Гюйгенса в излучении заряда на эллиптической орбите. Исследовать возникающие в излучении нелокальные хвостовые сигналы и определить их зависимость от эксцентриситета орбиты.
3. В ОТО с одним бесконечным дополнительным измерением исследовать гравитационное излучение двойной системы, локализованной на бране, в пятимерный балк. Определить, генерирует ли двойная система на бране дополнительные поляризации пятимерных гравитационных волн. Получить закон орбитальной эволюции двойной системы, связанной с потерей ею энергии на гравитационное излучение в пятимерный балк.
4. В скалярном аналоге DGP-модели оценить интенсивность утечки гравитационных волн в дополнительное измерение, связанной с метастабильным характером эффективного гравитона на бране. Проанализировать возможность наблюдения данного эффекта современными и будущими гравитационно-волновыми обсерваториями в зависимости от значений переходного масштаба r_c .
5. Изучить процесс гравитационного излучения в DGP-модели гравитации. Получить аналог квадрупольной формулы для эффективной

мощности гравитационного излучения произвольного нерелятивистского источника на бране. На основе него получить оценки для параметров эмпирической формулы Деффайе-Мену (1), характеризующей интенсивность утечки гравитационных волн в дополнительное измерение в DGP-гравитации.

Методология исследования

Исследование проводится на основе моделей мира на бране с большими дополнительными измерениями пространства-времени, предложенных в работах [5, 8, 27]. На начальном этапе рассматриваемые гравитационно-волновые эффекты изучаются в пробных моделях скалярного поля в многомерном пространстве Минковского, которые несмотря на свою заведомую нереалистичность улавливают их основные особенности. Далее полученные результаты расширяются и уточняются в рамках моделей гравитации. Для этого в работе применяется подход Рорлиха-Тейтельбойма к излучению и его обобщение на случай пространства-времени размерности отличной от четырех, представленные в работах [28–31]. Помимо этого, в работе широко применяются методы классической теории поля и дифференциальной геометрии, а также предлагается обобщение и развитие ряда методов классической теории поля на случай рассматриваемых моделей.

Положения, выносимые на защиту

1. В моделях безмассового скалярного поля в пространстве Минковского размерности три и пять получены формулы для мощности излучения нерелятивистского заряда и мощности синхротронного излучения. За счет нарушения принципа Гюйгенса полученные формулы содержат интегралы по истории движения заряда, предшествующей запаздывающему времени. Показано взаимное сокращение расходимостей, содержащихся в запаздывающем поле на световом конусе заряда. Предложена формула для мощности скалярного синхротронного излучения в произвольной размерности.
2. В модели скалярного поля в размерности три показано, что нарушение принципа Гюйгенса приводит к формированию нелокальных хвостовых сигналов в излучении заряда на эллиптической орбите. В частности, точки экстремума мощности излучения заряда сдвигаются во времени от моментов прохождения зарядом перицентра и апоцентра орбиты, в отличие от четырехмерной теории. Получены выражения для данных сдвигов с точностью до вкладов квадратичных по эксцентриситету орбиты.

3. В ОТО с одним бесконечным дополнительным измерением получена пятимерная квадрупольная формула для мощности гравитационного излучения двойной системы, локализованной на 3-бране. Показано, что двойная система на бране генерирует все пять поляризации гравитационных волн в балке. Также показано, что единственная дополнительная поляризация, доступная для регистрации наблюдателем на бране, – так называемая «дышащая» мода [19] – имеет ненулевое значение на бране, но переносит на 25% меньше энергии, чем остальные поляризации. Получен закон эволюции квазикруговой орбиты двойной системы на бране под действием гравитационного излучения в пятимерный балк. Обнаружено, что относительная скорость сжатия двойной системы на бране оказывается ниже по сравнению с четырехмерной теорией.
4. В скалярном аналоге DGP-модели [8] получена формула для эффективной мощности излучения нерелятивистского заряда на круговой орбите на бране, характеризующая интенсивность утечки гравитационных волн в дополнительное измерение. Обнаружено, что в соответствии с инфракрасной прозрачностью балка в DGP-модели [32] интенсивность утечки зависит от частоты гравитационно-волнового сигнала и оказывается выше для низкочастотных сигналов.
5. Оценена возможность экспериментального наблюдения утечки гравитационных волн современными и будущими гравитационно-волновыми обсерваториями LIGO и LISA. Показано, что при реалистичном выборе параметров DGP-модели $r_c \sim 6$ Гпк [9, 10] интенсивность утечки гравитационных волн с частотами в диапазонах чувствительности LIGO и LISA крайне мала. С другой стороны, чтобы данный эффект было доступен для наблюдения, параметры DGP-модели должны иметь значения, выходящие за рамки экспериментальных ограничений.
6. В DGP-гравитации получена квадрупольная формула для эффективной мощности гравитационного излучения произвольного нерелятивистского источника на бране. На основе метода Нетер разработана процедура построения эффективного тензора энергии-импульса (ТЭИ) гравитационного поля на бране из нелокального эффективного действия DGP-гравитации. Показано, что нелокальные члены эффективного действия не дают вклад в эффективный ТЭИ, и он может быть вычислен по стандартной формуле для канонического ТЭИ. На основе найденной квадрупольной формулы получены оценки для параметров эмпирической формулы Деффайе-Мену (1).

Научная новизна

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми. В частности, впервые в научной литературе было представлено аналитическое исследование эффекта утечки гравитационных волн в дополнительное измерение за счет непосредственного вычисления эффективной мощности излучения точечной частицы на бране в рамках скалярного аналога DGP-модели и проанализирована возможность его экспериментального наблюдения современными и будущими гравитационно-волновыми обсерваториями, а также исследованы нелокальные эффекты в гравитационном излучении двойных систем, связанные с нарушением принципа Гюйгенса в балке нечетной размерности, и предложена общая формула для мощности скалярного синхротронного излучения в пространстве Минковского произвольной размерности.

Теоретическая и практическая значимость

Основная теоретическая значимость данной работы состоит в разработке новых методов вычисления гравитационного излучения в теориях с нечетным числом больших дополнительных измерений и изучении признаков дополнительных измерений, связанных с нарушением принципа Гюйгенса и метастабильным характером эффективного гравитона на бране в DGP-модели, в гравитационно-волновых сигналах от слияний двойных черных дыр и нейтронных звезд. Помимо теоретической значимости, данная задача приобретает отдельную практическую значимость в связи с современным развитием гравитационно-волновой астрономии, использующей для анализа зарегистрированных сигналов банк теоретически смоделированных шаблонов.

Достоверность результатов

Достоверность представленных в работе результатов обеспечивается применением надежно установленных методов анализа классической теории поля и дифференциальной геометрии, взаимным согласованием результатов между собой, а также их согласованием с результатами работ других авторов в частных случаях. В частности, полученная в Главе 1 формула для мощности скалярного синхротронного излучения в размерности три согласуется с результатом, представленным в работе [33]. Помимо этого, данные результаты были также проверены за счет вычисления спектральных распределений мощности излучения, свободных от затруднений присущих координатному подходу. Также полученная в Главе 3 пятимерная квадрупольная формула для мощности гравитационного излучения двойной системы на 3-бране укладывается в общую схему для

мощности гравитационного излучения двойной системы, полученную в работе [16] для случая пространства-времени произвольной четной размерности. Более того, данная формула согласуется с пятимерной квадрупольной формулой, полученной в работе [34] с помощью Фурье-преобразования запаздывающих функций Грина по времени. Также зависимость интенсивности утечки гравитационных волн в дополнительное измерение от частоты сигнала, обнаруженная в Главе 4, согласуется с эффектом инфракрасной прозрачности балка DGP-модели, обнаруженным на основе анализа структуры пропагатора гравитона в DGP-модели [32].

Личный вклад соискателя

Основные результаты диссертации представлены в 4 работах [A1—A4], опубликованных в международных научных журналах, индексируемых в международных базах Web of Science и Scopus. Помимо этого 6 работ [B1—B6] были опубликованы в материалах конференций и тезисах докладов. В работах, написанных вместе с соавторами, автор принимал активное участие в постановке задач, проведении аналитических и численных вычислений, анализе и систематизации полученных результатов, а также подготовке научных статей к публикации. Вклад автора во все указанные работы является определяющим. Все результаты, выносимые на защиту, были получены автором лично.

Апробация результатов

По результатам, представленным в диссертации, автором лично были сделаны следующие доклады на всероссийских и международных научных конференциях и семинарах:

1. “Modification of the radiation definition in odd dimensions”, научный семинар ИТМФ МГУ, Москва, Россия, 28 октября 2020.
2. “Синхротронное излучение в нечетномерном пространстве-времени”, Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2020», МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, 10–27 ноября 2020.
3. “Скалярное излучение нерелятивистских источников в нечетных размерностях”, Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2021», МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, 12–23 апреля 2021.
4. “Retarded potentials and radiation in odd dimensions”, 16th Marcel Grossmann Meeting, University of Rome and ICRANet, Рим, Италия, 5–10 июля 2021 (дистанционно).

5. “Odd-dimensional gravitational waves from the binary system on three-brane”, 16th Marcel Grossmann Meeting, University of Rome and ICRA-Net, Рим, Италия, 5–10 июля 2021 (дистанционно).
6. “Five-dimensional gravitational waves from the binary system on a three-brane”, Gravitex 2021, Astrophysics Research Centre of the University of KwaZulu Natal, Дурбан, ЮАР, 9–12 августа 2021 (дистанционно).
7. “Гравитационные волны в многомерных теориях”, научный семинар теоретической группы ЛФВЭ МФТИ, Долгопрудный, Россия, 26 октября 2021.
8. “Гравитационное излучение двойной системы в нечетномерном пространстве-времени”, Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2022», МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, 11–22 апреля 2022.
9. “Leakage of gravitational waves into extra dimension in DGP model”, 23rd International Conference on General Relativity and Gravitation, Institute of Theoretical Physics of Chinese Academy of Sciences, Лиян, Китай, 3–8 июля 2022 (дистанционно).
10. “Утечка гравитационных волн в дополнительное измерение в DGP модели”, Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2023», МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, 10-21 апреля 2023.
11. “Signatures of extra spacetime dimensions in gravitational waves”, Научная школа по физике элементарных частиц и космологии имени В.А. Рубакова, Саров, Россия, 3-7 июля 2023 (постер).
12. “Признаки дополнительных измерений в гравитационных волнах”, Летняя школа «Квантовые поля: от гравитации и космологии до физики конденсированного состояния» фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС», Одинцовский городской округ, Россия, 31 июля - 11 августа 2023.
13. “Гравитационно-волновые эффекты в теориях с большими дополнительными измерениями”, научный семинар кафедры теоретической физики Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия, 25 декабря 2023.
14. “Гравитационно-волновые эффекты в теориях с большими дополнительными измерениями”, научный семинар теоретической группы ЛФВЭ МФТИ, Долгопрудный, Россия, 20 марта 2024.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, восьми приложений и списка литературы. Полный объем диссертации 195 страниц, число рисунков 15, список литературы включает 181 наименование.

Краткое содержание диссертации

Во **Введении** дается обоснование актуальности темы исследования, представленного в диссертационной работе, а также приводится общая характеристика диссертации. В частности, дается обзор научной литературы по теме исследования, ставятся цели и задачи работы, описывается методология исследования, формулируются основные положения, выносимые на защиту, и обсуждаются теоретическая и практическая значимость исследования, достоверность полученных результатов, а также личный вклад автора диссертации в их получение. В заключение во **Введении** описывается структура работы и приводится ее краткое содержание.

Глава 1 посвящена изучению роли нарушения принципа Гюйгенса в формировании излучения и структуре запаздывающего поля в волновой зоне в пространстве-времени нечетной размерности. Дается описание подхода Рорлиха-Тейтельбойма к излучению [28–31], применяемого на протяжении всей диссертации для вычисления потока энергии излучения скалярных и гравитационных полей в нечетных размерностях. В пробных моделях безмассового скалярного поля, взаимодействующего с точечным зарядом, в пространстве Минковского размерности три и пять вычисляются мощность излучения нерелятивистского заряда, движущегося по произвольной траектории, а также мощность скалярного синхротронного излучения ультрарелятивистского заряда на круговой орбите. На основе последних предлагается общая формула для мощности скалярного синхротронного излучения в произвольной размерности. Обнаружено, что за счет нарушения принципа Гюйгенса поток энергии излучения заряда оказывается зависящим от полной истории его движения, предшествующей запаздывающему времени. Корректность полученных результатов проверяется за счет вычисления спектральных распределений мощности излучения скалярного поля, нечувствительных к размерности пространства-времени.

В **Главе 2** на основе использованной в предыдущей главе пробной модели скалярного поля рассматриваются нелокальные эффекты в излучении, связанные с нарушением принципа Гюйгенса, которые также ожидаются в гравитационном излучении двойных систем в теориях с нечетным числом дополнительных измерений. Так, в модели скалярного поля в пространстве Минковского размерности три демонстрируется формиро-

вание нелокальных хвостовых сигналов в излучении нерелятивистского заряда на эллиптической орбите. Обнаружено, что хвостовые сигналы проявляются в излучении за счет сдвигов точек экстремума мощности излучения заряда во времени от моментов прохождения зарядом перигелия и апогелия орбиты. Выражения для данных сдвигов вычисляются с точностью до вкладов квадратичных по эксцентриситету орбиты. Найдено также спектральное распределение мощности излучения заряда. Показано, что в размерности три заряд на эллиптической орбите излучает на более низких гармониках спектра, по сравнению с четырехмерной теорией. При этом в высших размерностях картина противоположная: излучение заряда на эллиптической орбите в размерностях больше четырех сосредоточено в основном на высших гармониках спектра.

В **Главе 3** в рамках ОТО с одним бесконечным дополнительным измерением исследуется гравитационное излучение двойной системы точечных масс, локализованных на 3-бране. Так как в размерности пять ньютоновский потенциал частицы зависит от расстояния как $1/r^2$ и, таким образом, не содержит стабильных Кеплеровских орбит [35], то для связи частиц в двойную систему вводится безмассовое скалярное поле, также локализованное на бране. Более того, это позволяет ограничиться линейным приближением для уравнений движения гравитационного поля, рассматривая при этом сохраняющийся источник гравитационного излучения. Для учета вклада скалярного поля в источник гравитационного излучения дается обобщение подхода DIRE к постньютоновским разложениям [36] на случай пространства-времени нечетной размерности. Получен пятимерный аналог квадрупольной формулы для мощности гравитационного излучения двойной системы, зависящий от истории ее движения. Показано, что двойная система на бране генерирует все пять поляризаций гравитационных волн в балке. Однако, для регистрации наблюдателем на бране доступны лишь три из них – две стандартные «плюс» и «крест» поляризации, а также так называемая «дышащая» мода [19]. Показано, что «дышащая» мода имеет ненулевое значение на бране, но переносит на 25% меньше энергии, по сравнению с другими поляризациями, что может затруднять ее потенциальную регистрацию. Анализируется эволюция квазикруговой орбиты двойной системы под действием потери ею гравитационного излучения в пятимерный балк. Так, относительная скорость сжатия двойной системы под действием гравитационного излучения в дополнительное измерение оказывается ниже по сравнению с предсказанием четырехмерной ОТО. Это связано с тем, что в пяти измерениях в нерелятивистском приближении гравитационное излучение является эффектом более высокого порядка малости, по сравнению с четырехмерной теорией.

Глава 4 посвящена изучению эффекта утечки гравитационных волн с дополнительное измерение в рамках скалярной DGP-модели, взаимо-

действующей с точечным зарядом на бране. Получено явное выражение для запаздывающей функции Грина поля на бране, а также выражение для нее в виде интеграла по непрерывному спектру Калуца-Клейновских масс. Для выделения излучаемой части скалярного поля на бране дается обобщение подхода Рорлиха-Тейтельбойма к излучению на случай массивного поля. Получена формула для эффективной четырехмерной мощности излучения заряда на круговой орбите на бране как поток энергии излучения, проходящий через 2-сферу на бране, характеризующая интенсивность утечки излучения с браны по мере его удаления от источника. В соответствии с инфракрасной прозрачностью балка DGP-модели, интенсивность утечки излучения оказывается выше для низкочастотных сигналов. Обнаружено, что при реалистичном выборе параметров DGP-модели, соответствующем ее переходному масштабу расстояний порядка $r_c \sim 6$ Гпк [9, 10] (соответственно, переходный масштаб энергии $m_c = 1/r_c$ имеет значение порядка $m_c \sim 10^{-42}$ ГэВ), интенсивность утечки гравитационно-волновых сигналов с частотами из диапазонов чувствительности современных и будущих гравитационно-волновых обсерваторий LIGO и LISA крайне мала, делая данный эффект недоступным для экспериментального наблюдения. Более того, показано, что для того, чтобы данный эффект мог быть обнаружен на LIGO и LISA, параметры DGP-модели должны иметь значения $m_c > 10^{-27}$ ГэВ, противоречащие современным экспериментальным ограничениям [37, 38].

В **Главе 5** исследуется процесс гравитационного излучения в DGP-модели гравитации. Так как эффективное действие DGP-гравитации на бране является нелокальным, на основе метода Нетер предлагается процедура построения эффективного тензора энергии-импульса гравитационного поля на бране. С помощью данной процедуры показано, что он может быть получен из нелокального эффективного действия за счет применения к нему стандартной формулы для канонического тензора энергии-импульса в пренебрежении нелокальными массовыми членами. Для вычисления эффективной мощности гравитационного излучения материи на бране строится эффективный тензор энергии-импульса динамических степеней свободы DGP-гравитации. Получен аналог квадрупольной формулы для эффективной мощности гравитационного излучения произвольного нерелятивистского источника на бране. Показано, что оценки для интенсивности утечки гравитационных волн с браны, полученные в рамках скалярной DGP-модели, остаются справедливыми и в случае DGP-гравитации. На основе найденной квадрупольной формулы получены оценки для параметров эмпирической формулы Деффайе-Мену (1). В соответствии с результатами Главы 4, обнаружено, что частота гравитационно-волнового сигнала ω определяет эффективный переходный радиус r_{eff} , за которым начинает проявляться эффект утечки излучения в дополнитель-

ное измерение, а параметр резкости перехода от четырехмерного к пяти-мерному характеру гравитационного поля должен иметь значение $n = 1$. В результате, формула Деффайе-Меноу должна быть модифицирована следующим образом

$$h_{\times/+} \propto \frac{1}{d_L(1 + \sqrt{d_L/r_{\text{eff}}})}, \quad r_{\text{eff}} = 2\bar{\omega}r_c, \quad \bar{\omega} = \omega/m_c. \quad (3)$$

Отсюда следует, что при реалистичном выборе параметров DGP-модели $m_c \sim 10^{-42}$ ГэВ [9, 10] для частот из диапазонов чувствительности LIGO и LISA эффективный переходный радиус r_{eff} принимает значения, приводящие к крайне низкой интенсивности утечки гравитационных волн в дополнительное измерение

$$\omega \sim 10^2 \text{ Гц} \implies \bar{\omega} \sim 10^{20} \implies r_{\text{eff}} \sim 10^{20} r_c. \quad (4)$$

Заключение содержит краткое описание основных результатов диссертации.

Приложения содержат ряд технических вычислений, опущенных в основных главах работы.

Заключение

Данная диссертация посвящена изучению гравитационно-волновых эффектов в моделях мира на бране с большими дополнительными измерениями пространства-времени. Исследованы нелокальные эффекты, возникающие в гравитационном излучении за счет нарушения принципа Гюйгенса в балке нечетной размерности, а также эффект утечки гравитационных волн с браны в дополнительные измерения, связанный с метастабильным характером эффективного гравитона на бране в DGP-модели гравитации. При изучении данных эффектов был развит ряд пробных моделей скалярного поля, улавливающих основные черты рассматриваемых эффектов, а также дано обобщение ряда методов классической теории поля на случай нелокальных эффективных теорий скалярного и гравитационного полей на бране. Основные результаты диссертации заключаются в следующем:

1. В моделях безмассового скалярного поля в пространстве Минковского размерности три и пять показано, что за счет нарушения принципа Гюйгенса поле в волновой зоне и поток энергии излучения зависят от истории движения источника, предшествующей запаздывающему времени. Получены формулы для мощности скалярного излучения нерелятивистского заряда и формулы для мощности скалярного синхротронного излучения. Обнаружено, что нарушение

принципа Гюйгенса приводит к формированию характерных хвостовых сигналов в излучении заряда на эллиптической орбите. В частности, точки экстремума мощности излучения заряда сдвигаются во времени от моментов прохождения зарядом перицентра и апоцентра орбиты. Получены выражения для данных сдвигов с точностью до вкладов квадратичных по эксцентриситету орбиты.

2. В ОТО с одним бесконечным дополнительным измерением получен пятимерный аналог квадрупольной формулы для мощности гравитационного излучения нерелятивистской двойной системы, локализованной на 3-бране. Показано, что двойная система на бране генерирует все пять поляризаций гравитационных волн в пятимерном балке. Однако, для регистрации наблюдателем на бране доступны лишь три из них – две стандартные «крест» и «плюс» поляризации, а также так называемая «дышащая» мода [19]. Обнаружено, что последняя имеет ненулевое значение на бране, но переносит на 25% меньше энергии, чем остальные поляризации. Получен закон эволюции квазикруговой орбиты двойной системы на бране при потере ею энергии на гравитационное излучение в пятимерный балк. Обнаружено, что относительная скорость сжатия двойной системы на бране при потере ею энергии на гравитационное излучение в пятимерный балк оказывается ниже по сравнению со своим четырехмерным аналогом.
3. В скалярном аналоге DGP-модели получена формула для эффективной мощности излучения нерелятивистского заряда на круговой орбите на бране, характеризующая интенсивность утечки гравитационных волн в дополнительное измерение. В соответствии с инфракрасной прозрачностью балка в DGP-модели, обнаружено, что интенсивность утечки зависит от частоты гравитационно-волнового сигнала и оказывается выше для низкочастотных сигналов. Оценена возможность экспериментального наблюдения эффекта утечки гравитационных волн современными и будущими гравитационно-волновыми обсерваториями. Показано, что при реалистичном выборе параметров DGP-модели $m_c \sim 10^{-42}$ ГэВ [9, 10] интенсивность утечки гравитационных волн с частотами в диапазонах чувствительности LIGO и LISA крайне мала.
4. В DGP-гравитации получен аналог квадрупольной формулы для эффективной мощности гравитационного излучения произвольного нерелятивистского источника на бране. Для этого на основе метода Нетер была разработана процедура построения эффективного тензора энергии-импульса гравитационного поля на бране из нелокального эффективного действия DGP-гравитации. Показано, что нело-

кальные массовые члены эффективного действия не дают вклад в эффективный тензор энергии-импульса, и он может быть вычислен по стандартной формуле для канонического тензора энергии-импульса в пренебрежении последними. На основе полученной квадрупольной формулы найдены оценки для параметров эмпирической формулы Деффайе-Мену (1).

Публикации автора по теме диссертации

в рецензируемых научных журналах, индексируемых в базах Web of Science и Scopus

- A1. *Gal'tsov D. V., Khlopunov M.* Synchrotron radiation in odd dimensions // *Physical Review D*. — 2020. — Т. 101, № 8. — С. 084054. — Импакт-фактор WoS 2022: 5.00 (JIF), 1.19 (JCI).
- A2. *Khlopunov M., Gal'tsov D. V.* Gravitational radiation from a binary system in odd-dimensional spacetime // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. — 2022. — Т. 04. — С. 014. — Импакт-фактор WoS 2022: 6.40 (JIF), 1.46 (JCI).
- A3. *Khlopunov M., Gal'tsov D. V.* Leakage of gravitational waves into an extra dimension in the DGP model // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. — 2022. — Т. 10. — С. 062. — Импакт-фактор WoS 2022: 6.40 (JIF), 1.46 (JCI).
- A4. *Khlopunov M.* Non-local tails in radiation in odd dimensions // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. — 2023. — Т. 10. — С. 019. — Импакт-фактор WoS 2022: 6.40 (JIF), 1.46 (JCI).

Публикации автора по теме диссертации

в материалах конференций

- B1. *Хлопунов М. Ю.* Синхротронное излучение в нечетномерном пространстве-времени // *Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2020» Секция физики. Сборник тезисов докладов*. — М.: МАКС Пресс, 2020.
- B2. *Хлопунов М. Ю.* Скалярное излучение нерелятивистских источников в нечетных размерностях // *Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2021» Секция физики. Сборник тезисов докладов*. — М.: МАКС Пресс, 2021.

- B3. *Gal'tsov D. V., Khlopunov M.* Retarded potentials and radiation in odd dimensions // 16th Marcel Grossmann Meeting on Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics and Relativistic Field Theories. — 2023. — С. 699.
- B4. *Gal'tsov D. V., Khlopunov M.* Odd-dimensional gravitational waves from a binary system on a three-brane // 16th Marcel Grossmann Meeting on Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics and Relativistic Field Theories. — 2023. — С. 3301.
- B5. *Хлопунов М. Ю.* Гравитационное излучение двойной системы в нечетномерном пространстве-времени // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2022» Секция физики. Сборник тезисов докладов. — М.: МАКС Пресс, 2022.
- B6. *Хлопунов М. Ю.* Утечка гравитационных волн в дополнительное измерение в DGP модели // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2023» Секция физики. Сборник тезисов докладов. — М.: МАКС Пресс, 2023.

Список литературы

1. Modified Gravity and Cosmology / T. Clifton [и др.] // Phys. Rept. — 2012. — Т. 513. — С. 1–189.
2. *Green M. B., Schwarz J. H., Witten E.* Superstring Theory. Vol. 1: Introduction. — 1988. — (Cambridge Monographs on Mathematical Physics).
3. *Rubakov V. A.* Large and infinite extra dimensions: An Introduction // Phys. Usp. — 2001. — Т. 44. — С. 871–893.
4. *Maartens R., Koyama K.* Brane-World Gravity // Living Rev. Rel. — 2010. — Т. 13. — С. 5.
5. *Arkani-Hamed N., Dimopoulos S., Dvali G. R.* The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter // Phys. Lett. B. — 1998. — Т. 429. — С. 263–272.
6. *Randall L., Sundrum R.* A Large mass hierarchy from a small extra dimension // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Т. 83. — С. 3370–3373.
7. *Randall L., Sundrum R.* An Alternative to compactification // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Т. 83. — С. 4690–4693.
8. *Dvali G. R., Gabadadze G., Porrati M.* 4-D gravity on a brane in 5-D Minkowski space // Phys. Lett. B. — 2000. — Т. 485. — С. 208–214.

9. *Deffayet C.* Cosmology on a brane in Minkowski bulk // *Phys. Lett. B.* — 2001. — T. 502. — C. 199–208.
10. *Deffayet C., Dvali G. R., Gabadadze G.* Accelerated universe from gravity leaking to extra dimensions // *Phys. Rev. D.* — 2002. — T. 65. — C. 044023.
11. *Duff M. J., Nilsson B. E. W., Pope C. N.* Kaluza-Klein Supergravity // *Phys. Rept.* — 1986. — T. 130. — C. 1–142.
12. *Arkani-Hamed N., Dimopoulos S., Dvali G. R.* Phenomenology, astrophysics and cosmology of theories with submillimeter dimensions and TeV scale quantum gravity // *Phys. Rev. D.* — 1999. — T. 59. — C. 086004.
13. *Ezquiaga J. M., Zumalacárregui M.* Dark Energy in light of Multi-Messenger Gravitational-Wave astronomy // *Front. Astron. Space Sci.* — 2018. — T. 5. — C. 44.
14. *Yu H., Lin Z.-C., Liu Y.-X.* Gravitational waves and extra dimensions: a short review // *Commun. Theor. Phys.* — 2019. — T. 71, № 8. — C. 991–1006.
15. *Maggiore M.* Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments. — OUP Oxford, 2008.
16. *Cardoso V., Dias O. J. C., Lemos J. P. S.* Gravitational radiation in D-dimensional space-times // *Phys. Rev. D.* — 2003. — T. 67. — C. 064026.
17. *Mironov A., Morozov A.* Is Strong Gravitational Radiation predicted by TeV-Gravity? // *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 2007. — T. 85. — C. 9–14. — [JETP Lett. 85, 6 (2007)].
18. *Cardoso V., Cavaglia M., Guo J.-Q.* Gravitational Larmor formula in higher dimensions // *Phys. Rev. D.* — 2007. — T. 75. — C. 084020.
19. *Andriot D., Lucena Gómez G.* Signatures of extra dimensions in gravitational waves // *JCAP.* — 2017. — T. 06. — C. 048. — [Erratum: JCAP 05, E01 (2019)].
20. *Hadamard J.* Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations. — Dover Publications, 2014.
21. *Иваненко Д. Д., Соколов А. А.* Классическая теория поля. — ГИТТЛ, 1951.
22. *Gabadadze G.* Looking at the cosmological constant from infinite-volume bulk // *From Fields to Strings: Circumnavigating Theoretical Physics: A Conference in Tribute to Ian Kogan.* — 08.2004. — C. 1061–1130.
23. *Deffayet C., Menou K.* Probing Gravity with Spacetime Sirens // *Astrophys. J.* — 2007. — T. 668. — C. L143–L146.

24. Limits on the number of spacetime dimensions from GW170817 / K. Pardo [и др.] // JCAP. — 2018. — Т. 07. — С. 048.
25. Constraining cosmological extra dimensions with gravitational wave standard sirens: From theory to current and future multimessenger observations / M. Corman [и др.] // Phys. Rev. D. — 2022. — Т. 105, № 6. — С. 064061.
26. *Corman M., Escamilla-Rivera C., Hendry M. A.* Constraining extra dimensions on cosmological scales with LISA future gravitational wave siren data // JCAP. — 2021. — Т. 02. — С. 005.
27. *Giudice G. F., Rattazzi R., Wells J. D.* Quantum gravity and extra dimensions at high-energy colliders // Nucl. Phys. B. — 1999. — Т. 544. — С. 3–38.
28. *Rohrlich F.* The definition of electromagnetic radiation // Il Nuovo Cimento (1955-1965). — 1961. — Т. 21, № 5. — С. 811–822.
29. *Teitelboim C.* Splitting of the Maxwell Tensor: Radiation Reaction without Advanced Fields // Phys. Rev. D. — 1970. — Т. 1, № 6. — С. 1572–1582.
30. *Kosyakov B. P.* Radiation in electrodynamics and in Yang-Mills theory // Sov. Phys. Usp. — 1992. — Т. 35. — С. 135–142.
31. *Spirin P. A.* Massless field emission in the space-time of extra dimensions // Grav. Cosmol. — 2009. — Т. 15. — С. 82–86.
32. *Dvali G. R., Gabadadze G.* Gravity on a brane in infinite volume extra space // Phys. Rev. D. — 2001. — Т. 63. — С. 065007.
33. *Shuryak E., Yee H.-U., Zahed I.* Self-force and synchrotron radiation in odd space-time dimensions // Phys. Rev. D. — 2012. — Т. 85. — С. 104007.
34. *Chu Y.-Z.* Electromagnetic and gravitational radiation in all dimensions: A classical field theory treatment // Phys. Rev. D. — 2021. — Т. 104, № 8. — С. 084074.
35. *Ландау Л. Д., Луфшиц Е. М.* Механика. — Физматлит, 2004. — (Теоретическая физика).
36. *Pati M. E., Will C. M.* PostNewtonian gravitational radiation and equations of motion via direct integration of the relaxed Einstein equations. 1. Foundations // Phys. Rev. D. — 2000. — Т. 62. — С. 124015.
37. *Gruzinov A.* On the graviton mass // New Astron. — 2005. — Т. 10. — С. 311–314.
38. *Dvali G., Gruzinov A., Zaldarriaga M.* The Accelerated universe and the moon // Phys. Rev. D. — 2003. — Т. 68. — С. 024012.