#### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ВОДНЫХ ПРОБЛЕМ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

## Егорова Виктория Михайловна

# Вихревая динамика над неосесимметричной топографией дна во вращающейся стратифицированной жидкости (в приложении к Кипрскому вихрю)

1.6.17 – Океанология

### ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Соколовский Михаил Абрамович

## оглавление

ВВЕДЕНИЕ
Глава 1 Аналитическое решение залани о Кипрском вихре 17
1.1.О природе топографического вихря — закон сохранения потенциального вихря 17
1.2. Аналитическое описание топографических вихрей
1.3. Аналитическое решение задачи о Кипрском вихре
1.4. Вертикальные движения над неосесимметричной топографией дна. Спиральность.
Температурный анализ
Глава 2. Численное моделирование вихревой динамики <i>Кипрской системы</i> 32
2.1. Теоретическое описание численного метода контурной динамики - МКД 32
2.2. Численное решение задачи о Кипрском вихре через МКД в однородном океане. 35
2.3. Трехслойная модель океана и стратификация 40
2.4. Результаты численных экспериментов с постоянными скоростями морских течений
(тип I)48
2.5. Результаты численных экспериментов с меридионально-широтными
направлениями фонового потока (тип II)50
2.6. Меридиональный сдвиг скорости: моделирование воздействия течения ММЈ на
систему Кипрских вихрей (тип <b>III</b> ) <b>53</b>
2.7. Влияние свободных вихрей на топографические вихревые структуры (тип IV)57
Глава З. Лабораторные эксперименты64
3.1. Описание установки и ход эксперимента
3.2. Результаты лабораторного моделирования
3.3. Валидация результатов. Сравнительный анализ

Заключение	74
Список сокращений и условных обозначений	
Список цитируемых литературных источников	
Благодарности	101

### введение

Течения в различных областях океана имеют относительно высокую скорость В его глубоководных слоях, где испытывают воздействие неоднородностей донной топографии, выражающееся, в частности, в образовании мезомасштабных «топографических вихрей», проникающих иногда до поверхности моря, несмотря на плотностную стратификацию.

Объектом исследования диссертационной работы являются мезомасштабные вихри, формирующиеся в океанских потоках в окрестности локализованных особенностей дна — топографические вихри.

**Предметом** приложения различных методов **исследования** выбран Кипрский вихрь и циклон, расположенные южнее острова Кипр в Средиземном море над неосесимметричной неоднородностью рельефа дна, представленной в виде горы Эратосфена, возвышающейся внутри юго-восточной периферии глубокой впадины.

Локальный рельеф, включающий в себя гору Эратосфена и близлежащую впадину, далее будем называть структурой «впадина-гора», а топографическую квазидипольную вихревую структуру, состоящую из Кипрского вихря и соседнего циклона, — Кипрской вихревой системой.

В работе выдвинута гипотеза, что, так называемая *Кипрская вихревая система* (в частности, сам Кипрский вихрь), имеет «топографическую природу». Данная гипотеза проверяется и обосновывается на основе использования различных **методов исследования** (лабораторный эксперимент, аналитическое и численное решение задачи топографического вихреобразования, базирующееся на законе сохранения потенциального вихря в приближении безграничного океана с условием безотрывного скольжения на дне в рамках моделей однородного (Козлов 1983б), стратифицированного (Зырянов, 1985) и трехслойного (Соколовский 1991) океанов.

В этом и заключается основная тема диссертационного исследования.

3

Степень разработанности темы исследования. Современные исследования океана при помощи буев нейтральной плавучести показали, что водный поток ниже главного термоклина значительно меняется в пространстве и во времени, что противоречит ранним представлениям о неподвижности водных масс в глубинных слоях океана (Козлов 1983а; Зырянов 1985). Сейчас известно, что немалый вклад в эти изменения вносит рельеф морского дна.

В начале 20-х годов прошлого века Джефри Тейлор проводил эксперименты с перемещением небольшого возмущения (в виде кругового цилиндра) по дну вращающегося резервуара, заполненного однородной жидкостью. Он обнаружил, что над подвижным возмущением формируется цилиндрический антициклонический вихрь (Taylor 1921; 1922; 1923).

С открытием Большого Красного Пятна Юпитера (БКПЮ) (Рисунок 1) началось активное исследование вихрей Тейлора. Долго образование самого большого атмосферного вихря в Солнечной системе связывали с некоторым, пока неизвестным, возмущением поверхности Юпитера (Hide 1961). И хотя природа данного явления носит иной характер, изучение БКПЮ стимулировало теоретические исследования по описанию формирования вихрей Тейлора (топографических вихрей) применительно к атмосфере Земли и Мировому океану.



Рисунок 1. Большое Красное Пятно Юпитера (Nasa Space Images (снимок HACA), 2018)

Топографические вихри в океане над подводными горами были открыты в 70-х годах прошлого века (Понтекорво 1974; Huppert 1975; Huppert and Bryan 1976). Это стало важным этапом в развитии теории океанских вихревых структур.

Топографическим называют вихрь, сформированный за счет воздействия на океанское течение мезомасштабных неоднородностей рельефа дна, таких как подводные горы, хребты, впадины, подводные вулканы и т. д (Козлов 1983а; Зырянов 1985; 1995; Zyryanov 2006; Sokolovskiy and Verron 2014). В приближении однородного океана топографические вихри имеют форму вертикальных цилиндров (вихри Тейлора) (Taylor 1921; 1923), в стратифицированном океане они имеют тенденцию к сужению снизу вверх (Davies 1971; 1972; Hogg 1973), представляя собой усеченные конусы Тейлора-Хогга (Зырянов 1995).

В присутствии волн Россби, захваченных топографией в контексте  $\beta$ *плоскостного* приближения водного потока, направленного на восток, возможна вихревая инверсия, т.е. изменение знака вращения вихря в верхних слоях океана (Huppert 1975; Huppert and Bryan 1976; Козлов 1983а; Зырянов 1985).

Основные особенности топографических вихрей хорошо изучены численно с помощью метода контурной динамики (МКД), теоретические основы которого изложены в работах Zabusky et al. (1979); Kozlov (1983); Dritschel (1985; 1986; 1988; 1989; 1990) Polvani et al. (1989); Polvani (1991) и Pullin (1992).

Задачи геофизической гидродинамики изучались с использованием МКД и его модификаций в работах Overman II and Zabusky (1982); Wu et al. (1984); Kozlov (1983; 1994); Kozlov and Makarov (1984; 1985); Козлов и др. (1986); Sokolovskiy (1988; 1989; 1997a; 1997b); Соколовский (1991); Waugh and Dritschel (1991); Waugh (1992); Lin (1992); Nycander et al. (1992); Polvani and Plumb (1992); Dritschel and Legras (1993); Dritschel and Saravanan (1994); Dritschel and de la Torre Juárez (1996); Dritschel and Ambaum (1997); Sokolovskiy and Verron (2000a; 2000b); Sokolovskiy et al. (2001; 2010; 2016; 2018; 2020a,b); Reinaud and Dritschel (2002; 2005; 2009; 2018); Reinaud et al. (2003; 2017; 2022); Viúdez and Dritschel (2003; 2004); Gryanik et al. (2006); Bambrey et al. (2007); Dritschel and McIntyre (2008); Sokolovskiy and Carton (2010); Perrot et al. (2010); Waugh and Polvani (2010); Makarov et al. (2012); Scott and Dritschel (2014; 2019); Sokolovskiy and Filyushkin (2015); Bersanelli et al. (2016); Ryzhov and Sokolovskiy (2016); Shteinbuch-Fridman et al. (2017); Jalali and Dritschel (2018; 2020); Reinaud (2020; 2022); Santeva et al. (2021) и Oulhen et al. (2022).

Аналитическая теория топографических вихрей освещена в работах Jacobs, (1964); Hogg (1971); Козлов (1975); McCartney (1975; 1976); Huppert (1975); Huppert and Bryan (1976); Johnson (1977; 1978); Kozlov and Sokolovskiy (1978; 1980; 1981); Hart (1979); Зырянов (1985; 1995); Holloway (1987); Kozlov (1994); Sokolovskiy et al. (1998); Dewar (2002) и Zyryanov et al. (2022).

Общая циркуляция восточной части Средиземного моря, по натурным данным, представляет собой совокупность сильно меандрирующих течений и несколько крупномасштабных вихрей (например, круговорот Родоса; Рисунок 2) (Овчинников и др. 1976; Ovchinnikov et al. 1990; Robinson et al. 1991; 1992; Fusco et al. 2003; Pinardi et al. 2006; 2015; Schroeder et al. 2012; Akpinar et al. 2016; Mauri et al. 2019; Kubin et al. 2019; Menna et al. 2012; 2021; 2022; Schroeder and Chiggiato 2022; Zodiatis et al. 2023).

К югу от острова Кипр в левантийском бассейне Средиземного моря располагается стационарный теплый Кипрский вихрь (Рисунок 2), получивший это название в Brenner S. (1989).

Спутниковое дистанционное зондирование SST (Hamad et al. 2006; Abudaya and Hararah 2013), численное моделирование (Alhammoud et al. 2005; Pinardi et al. 2015; Ozer et al. 2017) и in-situ данные, собранные во время десятков океанографических экспедиций: *Marine Climate* (Hecht et al. 1998); *POEM* (Robinson et al. 1987; 1992; Brenner 1989 и Özsoy et al. 1989; 1993), *EDDY* (Brenner 1993), *CYBO* и *CYCLOPS* (Zodiatis et al. 2005а;b; 2023), внесли значительный вклад в уточнение мезомасштабной циркуляции Левантийского бассейна, включая Кипрский вихрь.



Рисунок 2. Слева сверху: средняя за десятилетие (2007 - 2016) поверхностная циркуляция в Левантийском бассейне из набора данных повторного анализа MEDREA16 (Simoncelli et al. 2014). Слева снизу: средняя десятилетняя циркуляция на глубине 300 м за тот же период. Справа по центру: батиметрическая карта Левантийского бассейна, включающая остров Кипр и подводную гору Эратосфен (центр в точке 2), расположенную в глубокой впадине (центр в точке 1). Наложенная белая прямоугольная рамка ограничивает моделируемую область с включенной в нее топографией, не учитывающей твердые границы (острова, континенты)

Кипрский вихрь представляет собой локализованный в верхних 700 метрах квазистационарный теплый антициклонический вихрь с азимутальными скоростями, достигающими 30-45 см/с (Brenner 1989; 1993; Brenner et al. 1991; Hecht et al. 1998; Zodiatis et al. 1998; 2005a; b; 2023; Kubryakov and Shapiro 1999; Groom et al. 2005; Krom et al. 2005; Hayes et al. 2011; 2014; 2019; Menna et al. 2012; 2022). Его средний радиус находится в пределах 40-50 км (Hayes et al. 2019; Mauri et al. 2019). Положение центра Кипрского вихря подвержено сезонным колебаниям, но в среднем имеет координаты 33.5°N, 33°E. Спутниковые данные о значениях

7

температуры поверхности моря подтверждают теплую природу Кипрского вихря (Hayes 2016).

Вдоль северной периферии Кипрского вихря фиксируется восточное струйное течение MMJ (Mid-Mediterranean Jet) (Golnaraghi and Robinson 1994), которое переносит атлантические воды (Zodiatis et al. 2005b; 2023).

Вrenner (1989) упоминает антициклонический Кипрский вихрь, сосуществующий с холодным циклоном. В работе Zodiatis et al. (2015) Кипрский вихрь изображается вместе с циклоном меньшего масштаба на его западных границах. Выборочные карты абсолютной динамической топографии и треки дрифтеров, представленные в Mauri et al. (2019), подтверждают периодическое появление циклона северо-западнее Кипрского вихря.

Актуальность темы исследования. Несмотря на многочисленные исследования (Brenner 1993; Özsoy, 1993; Zodiatis et al. 2023), механизмы генерации Кипрского вихря все еще не до конца определены. В данной работе сосуществование антициклонического Кипрского вихря с циклоном меньшего масштаба трактуется как топографическая квазидипольная вихревая структура, состоящая из антициклонического вихря над горой Эратосфена, и циклонического вихря в потоке над крупной впадиной.

Гора Эратосфена (Рисунок 2) расположена примерно в 100 км к югу от острова Кипр, вблизи  $33^{\circ}$  меридиана, и имеет длину около 120 км и ширину 80 км. Ее вершина расположена на глубине около 700 м от поверхности моря, а подножие — во впадине на глубине около 2700 м. Центр горы (точка 2) смещен к юго-востоку относительно центра впадины (точка 1). Топография региона более детально описана в работах Ben-Avraham et al. (1976; 2002); Robertson (1998); Sergi and François (2004); Robertson and Mountrakis (2006); Staudigel and Koppers (2015); Kokinou and Panagiotakis (2018); Coletti et al. (2019).

Аналитическая теория топографических вихрей достаточно хорошо развита для осесимметричных форм неоднородностей донной топографии. Изучение особенностей формирования *Кипрской вихревой системы* над структурой «впадина-гора» показало, что требуется обобщение теории на несимметричные случаи.

В диссертации приводятся расчеты вертикальных скоростей над структурой «впадина-гора», исследование температурных аномалий вод вблизи *Кипрской вихревой системы* и анализ спиральности топографического вихря. Наличие вертикальных движений над донными неоднородностями может объяснить хорошо наблюдаемые перемешанные вертикальные столбы жидкости над подводными горами (Kitani and Shimazaki 1971; Зырянов 2009; 2012; Koshel et al. 2014; Зырянов 2015; Зырянов и Егорова 2022), а также поднятие биопродуктивных глубинных вод (биогенов) в верхние слои океана (Boehlert 1987).

Изучение Кипрского вихря в рамках теории топографических вихрей (в частности, используя МКД) актуально в связи с отсутствием аналогичных работ применительно к данному динамически активному региону.

**Цель** исследования динамики *Кипрской вихревой системы* в водах Левантийского бассейна — дать объяснение возникновению системы двух связанных друг с другом вихрей — антициклонического Кипрского вихря и циклона, расположенных южнее острова Кипр.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

- Получить аналитическое решение задачи о Кипрском вихре, обусловленном воздействием топографии дна, в рамках приближения *β-плоскости* для однородного океана и с простейшей непрерывной стратификацией (представленной в виде гиперболической параметризации профиля частоты плавучести N(z), предложенной Козловым (1968), Мониным и др. (1970)). Исследовать явление формирования Кипрского вихря.
- 2. Численно (с помощью МКД) решить задачу о Кипрском вихре в приближении *f-плоскости* вначале для однородного океана, а потом в рамках квазигеострофической трехслойной модели океана. Провести сравнительный анализ полученных решений.

- 3. Сравнивая линии тока горизонтального движения в каждом слое трехслойного океана, определить роль стратификации вод океана в процессе формирования топографических вихрей. Исследовать вертикальную структуру вихрей и получить оценки горизонтальных масштабов вихревых пятен в каждом слое.
- 4. Выявить причины доминирования антициклонического Кипрского сопутствующим циклоном воздействием вихря над под неосесимметричного рельефа инициирующего «впадина-гора», формирование дипольной антициклон-циклонической структуры для Кипрской вихревой системы. С этой целью провести численные эксперименты с различными вариантами форм фонового потока: (a) набегающего на рельеф под разными углами, (б) имеющего горизонтальный меридиональный сдвиг, (в) содержащего свободные вихри или пятна пассивной примеси.
- Получить фото- и видеоматериалы генерации вихрей по результатам лабораторных экспериментов во вращающемся резервуаре с жидкостью над различной топографией.

Научная новизна и значимость работы. Даётся *первое* теоретическое обоснование природы формирования и сосуществования антициклонического Кипрского вихря и циклона как топографической квазидипольной вихревой структуры. Обоснование основывается на применении теории топографических вихрей, адаптированной для решения задач с неосесимметричной формой неоднородности рельефа дна, что представляет теоретическую значимость.

Под свободными вихрями, взаимодействующими с *Кипрской вихревой системой*, понимаются различные типы свободных океанских вихрей, захваченных фоновым течением. В качестве примера мы рассматриваем антициклонические вихри у берегов Египта (например, Египетский вихрь), отдельные вихри круговорота Родоса или ринги, отделившиеся от меандрирующего течения MMJ.

Помимо этого, под свободными вихрями можно понимать их частный случай — пятна примеси (например, нефтяные слики), знание о характере эволюции которых представляет **практическую значимость**.

#### Положения, выносимые на защиту.

- 1. Подтверждение гипотезы о формировании Кипрской вихревой системы под влиянием неосесимметричной топографии дна на набегающее течение.
- Плотностная стратификации вод Левантийского бассейна обеспечивает формирование Кипрской вихревой системы при больших значениях скорости набегающего потока по сравнению с однородной по плотности водной средой.

Стратификация также ответственна за вертикальную структуру вихрей: они сужаются к поверхности океана, представляя собой наклонные усеченные конусы Тейлора-Хогга.

- 3. Направление фонового потока, набегающего на неоднородность донной топографии, играет важную роль в формировании Кипрской вихревой системы, а именно: при его восточном и северо-восточном направлениях циклонический вихрь ослабляется вплоть до полного вырождения. Антициклонический Кипрский вихрь обладает высокой устойчивостью.
- 4. «Теплая» поверхностная аномалия над Кипрским вихрем образована даунвеллингом, «холодные» пятна рядом с ним апвеллингами, обусловленными трехмерной вихревой динамикой.

Степень достоверности результатов. Исследования базируются на фундаментальных законах гидродинамики с использованием при аналитическом исследовании и численном моделировании натурных и экспериментальных данных об океанографических параметрах Левантийского бассейна и его батиметрии. Для уточнения и верификации моделей используются данные лабораторных экспериментов, а также результаты моделирования воздействия неоднородной топографии на динамику вращающейся стратифицированной жидкости, полученные другими авторами.

Апробация результатов. Основные результаты диссертации представлены на восьми российских и международных конференциях: XVIII Международная конференция «Современные научно-техническая методы средства И океанологических исследований» (МСОИ-2023) (Москва, 2023); Всероссийская конференция «3D технологии в решении научно-практическая научнопрактических задач» (онлайн, 2023, диплом I степени); 9-ая Международная научная конференция-школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах» (Москва, 2022); 6-ая Международная научная конференция-школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах» (онлайн, 2020); Конкурс научных студенческих работ имени академика Р.В. Хохлова, Физический факультет МГУ (онлайн, 2020, диплом III степени); Всероссийская научная конференция с международным участием «Научные проблемы оздоровления российских рек и пути их решения» (Нижний Новгород, 2019); 4-ая Международная научная конференция-школа «Физическое молодых ученых И математическое моделирование процессов в геосредах» (Москва, 2018); Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2018», МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, 2018).

Материалы диссертации обсуждались на научных заседаниях: семинара лаборатории гидродинамики ИВП РАН – 25 октября 2023; совета молодых ученых ИВП РАН – 14 февраля 2024; Ученого совета физического направления ИО РАН им. П.П. Ширшова – 03 ноября 2023 и 9 февраля 2024; секции Ученого совета ИВП РАН "Гидрология суши, водные ресурсы, управление" - 20 февраля 2024; семинара ОГФ Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова – 21 февраля 2024».

По теме диссертации опубликованы 3 работы в изданиях, рекомендованных ВАК РФ и входящих в Scopus и WoS, в том числе, 2 статьи в международном научном журнале Ocean Dynamics (Q2); 6 статей в сборниках материалов конференций, издания которых входят в РИНЦ.

Список работ, опубликованных по теме диссертации.

<u>Статьи, опубликованные в рецензируемых научных изданиях, входящих в</u> международные базы цитирования Web of Science, Scopus, RSCI:

 Egorova V.M. A Three-Layer Model of Hydrodynamic Processes in the Cyprus Eddy System / V.M. Egorova, M.A. Sokolovskiy, G. Zodiatis // Ocean Dynamics – 2024. – vol 74(1). – P. 19-36.

(Импакт-фактор = 2.3, Q2) (Авторский вклад: анализ литературы, обработка и подготовка данных, постановка задачи, проведение МКДэкспериментов, анализ результатов, формулирование выводов и подготовка к публикации в журнале)

Egorova, V.M. The hydrodynamic theory of the Cyprus Eddy / V.M.
 Egorova, V.N. Zyryanov, M.A. Sokolovskiy // Ocean Dynamics – 2022. – vol 72(1). – P.
 1-20.

(Импакт-фактор = 2.3, Q2) (Авторский вклад: анализ литературы, постановка задачи, написание программы аналитического решения, обработка результатов, формулирование выводов и публикация результатов в журнале)

**3.** Зырянов В.Н. Теоретическое и лабораторное моделирование бифуркации топографического вихря на вихревые торы над двухступенчатой осесимметричной возвышенностью / В.Н. Зырянов, **В.М. Егорова** // Водные ресурсы. – 2022. – 49(2). – С. 173-183.

<u>На английском</u>: Theoretical and laboratory modeling of topographic vortex bifurcation on vortex tori over two-stage axisymmetric elevation / Zyryanov V.N., Egorova V.M. // Water Resources. – 2022. 49(2). – Р. 173-183.

(Импакт-фактор = 1.229, Q3) (Авторский вклад: участие в подготовке и проведении лабораторных экспериментов, обработка результатов)

<u>Иные статьи в сборниках материалов конференций, издания которых входят</u> <u>в РИНЦ</u>: 1. Егорова В.М., Зырянов Д.В. Лабораторное моделирование кипрских топографических вихрей над сложным подводным препятствием при использовании 3d-технологий // Сб. статей Всероссийской научно-практической конференции «3D технологии в решении научно-практических задач». Красноярск, Изд-во ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва», 2023. С. 147-152.

2. Егорова В.М. Моделирование кипрских топографических вихрей над особым подводным препятствием // Материалы конференции «Современные методы и средства океанологических исследований» (МСОИ-2023). Москва, Издво ИО РАН, 2023. Т. 2. С. 148-150.

3. **Егорова В.М.**, Соколовский М.А. Моделирование гидродинамических особенностей системы Кипрских вихрей в рамках трехслойной модели океана // Сб. материалов 13-ой международной конференции - школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». Москва, Изд-во: ООО «ИСПО-принт», 2022. С. 98-102.

4. Зырянов B.H., Егорова **B.M.** Топографические вихри над возмущением рельефа // Сб. Шестой неосесимметричным дна трудов международной научной конференции-школы молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, Изд-во: ООО «ИСПО-принт», 2020. С. 97-100.

5. Зырянов В.Н., Егорова В.М. Вихри в стратифицированной вращающейся жидкости со сложным рельефом дна // Сб. трудов Всероссийская научная конференция с международным участием «Научные проблемы оздоровления российских рек и пути их решения». Нижний Новгород, Изд-тво: Студия Ф1, 2019. С. 144-149.

6. **B.M.**, Чебанова М.К. Зырянов B.H., Егорова Лабораторное моделирование тороидальных топографических вихрей // Сб. Четвертой конференции-школы молодых ученых «Физическое международной И математическое моделирование процессов в геосредах». Москва, Изд-во: ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2018. С. 152-153.

14

**Личный вклад.** Автор диссертации разрабатывала и писала программу аналитического решения задачи о Кипрском вихре, проводила серии численных МКД-экспериментов по изучению *Кипрской вихревой системы*, обрабатывала массивы натурных данных для учета стратификации Левантийского бассейна в исследовании, участвовала в подготовительной работе и в последующем проведении лабораторных экспериментов. Автор лично проводила анализ литературных данных, активно участвовала в постановке цели и задач исследования, строила модели, обрабатывала и анализировала результаты, проводила сравнения и формулировала выводы. Автор активно участвовала в подготовке публикаций, а также докладов на научных конференциях.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения, списка сокращений и условных обозначений, благодарностей и списка цитируемых литературных источников.

В диссертационной работе представлено аналитическое (Глава 1) и набегания численное (Глава 2) решения задачи потока с различной кинематической структурой и переменного направления на неосесимметричный рельеф случаев однородного и стратифицированного дна для океанов, распределение вертикальной скорости и спиральности движения над топографией (Глава 1), а также сравнительный анализ результатов проведенных расчетов с данными наблюдений (Глава 3).

Представлены результаты серии численных МКД-экспериментов по взаимодействию *Кипрской вихревой системы* со свободными вихрями разных форм, размеров и завихренностей. В экспериментах такие вихри набегали вместе с фоновым потоком на структуру «впадина-гора». Получены множественные результаты, наиболее интересные из них представлены в работе (Глава 2).

В работе также представлены наглядные результаты лабораторных экспериментов по формированию топографических вихрей над неоднородностью во вращающемся резервуаре с жидкостью (Глава 3).

15

Работа изложена на 101 странице, иллюстрирована 38 рисунками и содержит 2 таблицы. Список цитируемых литературных источников включает в себя 172 наименований, из которых 22 на русском языке.

# ГЛАВА 1. Аналитическое решение задачи о Кипрском вихре

# 1.1. О природе топографического вихря — закон сохранения потенциального вихря

При рассмотрении мезомасштабных особенностей рельефа дна (линейные масштабы L = 50-200 км) и, соответственно, движений вод Мирового океана этих же масштабов, нельзя не учитывать влияние вращения Земли вокруг своей оси. Учет вращения планеты отображается в системе уравнений, описывающих движение жидкости во вращающейся с угловой скоростью  $\vec{\Omega}$  системе координат

$$\frac{d\vec{U}}{dt} + 2\vec{\Omega} \times \vec{U} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \vec{F}, \qquad (1.1.1)$$

где  $\vec{U}(x, y, z) = (u, v, \omega)$  — вектор скорости движения частицы жидкости,  $\rho$  — плотность частицы, P — редуцированное давление,  $\vec{F}$  — массовая сила.

Второе слагаемое в левой части уравнения (1.1.1) представляет собой ускорение Кориолиса, которое в декартовой системе координат имеет вид  $2\vec{\Omega} \times \vec{U} = f\vec{k} \times \vec{U}$ , где  $f = f(\varphi) = 2\omega \sin\varphi$  — параметр Кориолиса,  $\omega$  — угловая скорость вращения Земли,  $\varphi$  — широта,  $\vec{k} = (0,0,1)$ .

Разложим  $f(\varphi)$  в ряд Тейлора по  $\varphi$ , ограничиваясь первым приближением:

$$f \approx f_o + \beta y, \tag{1.1.2}$$

где  $f_o = 2\omega \sin \varphi_o$  при  $\varphi = \varphi_o = const; \beta = \frac{1}{R} \frac{df}{d\varphi}; y = R \sin \varphi; R$  — радиус Земли.

Ось ОУ направлена на север по меридиану, ось ОХ — на восток вдоль круга широты, а ось ОZ — вертикально вниз. При  $f(\varphi) = f_o$ , говорят о приближении *f*-*плоскости*, а в случае (1.1.2) — о приближении *β*-*плоскости*.

Закон сохранения потенциального вихря (ЗСПВ) представляет собой инвариант в невязком приближении. Его применяют для описания процессов формирования и дальнейшей эволюции топографических и свободных вихрей

(Sokolovskiy and Verron 2014). Приведем краткий вывод данного закона, записанного в безразмерном виде в приближении  $\beta$ -*плоскости* (Зырянов 1985; 1995).

За основу берем систему (1.1.1), дополненную уравнением неразрывности (пространственно-временные масштабы считаем синоптическими), принимаем квазигеострофическое приближение и приближение стационарности, влиянием ветрового и вязких членов пренебрегаем.

Выполним асимптотические разложения основополагающих параметров движения —  $u, v, w, \rho, P$  — в ряды по малому параметру  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = R_o = \frac{U}{fL}$  — число Кибеля-Россби, U – характерная скорость движения) до членов первого порядка включительно. Подставим их в безразмерную систему уравнений (1.1.1) и уравнение неразрывности, получим ЗСПВ для стратифицированной жидкости:

$$J(P^{(o)}, \zeta(P^{(o)})) = 0, \qquad (1.1.3)$$

$$\zeta = \Delta_{x,y} P^{(o)}(x, y, z) + B^{-2} \frac{\partial}{\partial z} \left( N^{-2}(z) \frac{\partial P^{(o)}(x, y, z)}{\partial z} \right) + by, \qquad (1.1.4)$$

где  $J(f_1, f_2) = \frac{\partial f_1}{\partial x} \frac{\partial f_2}{\partial y} - \frac{\partial f_1}{\partial y} \frac{\partial f_2}{\partial x}, \quad \zeta = \zeta(x, y, z)$  — потенциальная завихренность частицы жидкости;  $P^{(o)}(x, y, z)$  — первый член асимптотического разложения давления,  $B = \frac{H\overline{N}}{fL}$  — число, характеризующее стратификацию и выражающееся через отношение радиуса деформации Россби  $\frac{H\overline{N}}{f}$  и характерного горизонтального масштаба движения L,  $N(z) = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}}$  — частота Вяйсяля-Брента,  $b = \frac{\beta L^2}{U}$  планетарный параметр, H — общая глубина бассейна,  $\overline{N}$  — среднее значение частоты Вяйсяля-Брента N(z), g — ускорение свободного падения.

Для однородного океана с учетом малости относительных размеров подводного возмущения h(x, y) уравнение (1.1.3) с учетом (1.1.4) примет вид:

$$\Delta_{x,y} P^{(o)}(x,y) + by - \tilde{\sigma}h(x,y) = F(P^{(o)}), \qquad (1.1.5)$$

где  $\Delta_{x,y}P^{(o)}(x,y)$  — относительная завихренность частицы жидкости,  $\tilde{\sigma} = \frac{h}{HR_o}$  — топографический параметр и  $F(P^{(o)})$  — произвольная непрерывнодифференцируемая функция, зависящая от  $P^{(o)}(x,y,z)$ , определяемая на внешней границе области  $h(x,y) \neq 0$ .

Проанализируем процесс образования топографического вихря над одиночной подводной горой, имеющей форму прямого кругового цилиндра радиуса R и высоты h < 0:  $h(x, y) = \begin{cases} h(r), \ r < R \\ 0, \ r \ge R \end{cases}$ .

Пусть в начальный момент времени (t = 0) относительный вихрь скорости  $\Delta P$  столба жидкости A равен нулю; при перемещении на возвышенность (t > 0) столб A приобретает завихренность  $\Delta P(x, y)$ , и интеграл (1.1.5) дает:

$$0 + by - \tilde{\sigma} * 0 = \Delta P(x, y) + by - \tilde{\sigma}h(x, y),$$
  
$$\Delta P(x, y) = \tilde{\sigma}h(x, y) < 0, \qquad (1.1.6)$$

т.е. относительная завихренность над подводной горой отрицательна ( $\Delta P < 0$ ), что означает антициклоническую циркуляцию. Аналогично, над подводной впадиной (h(x, y) > 0) будем иметь циклоническую циркуляцию ( $\Delta P = \tilde{\sigma}h(x, y) > 0$ ).

В дальнейшем для нахождения горизонтальных компонент вектора скорости используем геострофические соотношения:

$$\begin{cases} u = -\frac{\partial P}{\partial y} \\ v = \frac{\partial P}{\partial x}, \end{cases}$$
(1.1.7)

и для придонной вертикальной компоненты скорости w на поверхности z = h(x, y) имеем условие безотрывного обтекания дна:

$$w = u \frac{\partial h(x,y)}{\partial x} + v \frac{\partial h(x,y)}{\partial y}.$$
 (1.1.8)

#### 1.2. Аналитическое описание топографического вихря

Геострофическое приближение выражается в равенстве силы барического градиента и силы Кориолиса: жидкость стремится к движению из областей с высоким давлением в области с низким давлением, однако влияние вращения Земли (сила Кориолиса) отклоняет жидкость вправо в Северном полушарии и влево в Южном полушарии. Отклонение увеличивается до тех пор, пока сила Кориолиса и сила барического градиента не сбалансируют друг друга, в результате чего жидкость продолжает свое движение строго вдоль изобар — изолиний равного давления.

крупномасштабных мезомасштабных Для течений применимы И геострофические соотношения (1.1.7). Учитывая выбранное приближение, продолжим рассмотрение зонального потока, набегаюшего на донную неоднородность h(x, y). Будем считать жидкость однородной по плотности и сообщим ей постоянную скорость, направленную вдоль оси ОХ:  $\vec{U} = (U, 0)$ . Тогда из (1.1.7) выражение для давления  $\overline{P}(x, y)$  примет вид:  $\overline{P}(x, y) = \overline{P}(y) = -Uy$ . Это справедливо и для восточного потока (U > 0), и для западного потока (U < 0).

Задача обтекания подводных возмущений в однородной жидкости задаётся через функцию давления  $P^{(o)}(x, y)$ , которая складывается из давления  $\overline{P}(y)$  в зональном потоке и из возмущения  $\psi(x, y)$  давления  $P^{(o)}(x, y)$  относительно  $\overline{P}(y)$ . Коэффициентом пропорциональности для возмущения  $\psi(x, y)$  служит топографический параметр  $\tilde{\sigma}$ :

$$P^{(o)}(x,y) = -Uy + \tilde{\sigma}\psi(x,y). \qquad (1.2.1)$$

Подставив (1.2.1) в ЗСПЗ для **однородного** океана (1.1.5), получим неоднородное двумерное **линейное** уравнение Гельмгольца с постоянным коэффициентом, описывающее гармонические волны

$$\Delta_{x,y}\psi(x,y) + \frac{b}{U}\psi(x,y) = h(x,y).$$
(1.2.2)

Граничные условия можно определить в следующем виде:  $\psi |_{x_{up}} \rightarrow 0$ ,  $\psi |_{x_{down}}$ — ограничено, где  $x_{up}$  означает движение зонального потока вверх по течению,  $x_{down}$ — вниз. В зависимости от знака U (U > 0 или U < 0) будут наблюдаться разные режимы возмущенного потока.

Взяв за основу решение однородного уравнения Гельмгольца, можно сказать, что в случае западного потока ( $c = \frac{b}{U} < 0$ ) уравнение (1.2.2) будет иметь монотонные решения. Напротив, для восточного потока ( $c = \frac{b}{U} > 0$ ) будут наблюдаться колеблющиеся решения. В задаче о Кипрском вихре требуется решение для восточного потока.

Линейность уравнения (1.2.2) позволяет рассматривать не только единичные возмущения рельефа дна, но и их всевозможные комбинации. Это означает, что задачи топографического вихреобразования являются **аддитивными** по возмущению рельефа дна. Приведем решение уравнения (1.2.2) и краткий вывод этого решения, опираясь на работу Зырянова (1995).

Применим ко всем частям уравнения прямое преобразование Фурье:

$$\begin{split} \psi(x,y) &\stackrel{F_{xy}}{\longrightarrow} \iint_{-\infty}^{+\infty} \psi(x,y) \exp\{ik_1x + ik_2y\} dx dy = \tilde{\psi}(k_1,k_2), \\ h(x,y) &\stackrel{F_{xy}}{\longrightarrow} \iint_{-\infty}^{+\infty} h(x,y) \exp\{ik_1x + ik_2y\} dx dy = \tilde{h}(k_1,k_2), \\ \Delta_{x,y} \psi(x,y) &\stackrel{F_{xy}}{\longrightarrow} \iint_{-\infty}^{+\infty} \psi(x,y) \Delta_{x,y} \left[\exp\{ik_1x + ik_2y\}\right] dx dy = \overline{\psi}, \\ &= \overline{\psi}(k_1,k_2) = -(k_1^2 + k_2^2) \cdot \tilde{\psi}(k_1,k_2). \end{split}$$

где  $\overline{\psi}$ 

Последнее преобразование получено по правилам интегрирования по частям с учетом теоремы о преобразовании Фурье от производной. В результате имеем:  $\tilde{\psi}(k_1, k_2) = \frac{\tilde{h}(k_1, k_2)}{b/U^{-}(k_1^2 + k_2^2)}.$ 

Далее получим формальное решение уравнения Гельмгольца (1.2.2), выполнив обратное преобразование Фурье для функции  $\tilde{\psi}(k_1, k_2)$  в виде:

$$\tilde{\psi} \xrightarrow{F_{xy}^{-1}} \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{h}(k_1, k_2) \exp\{-ik_1 x - ik_2 y\}}{b/U^{-(k_1^2 + k_2^2)}} dk_1 dk_2 = \psi.$$
(1.2.3)

Будем вычислять интеграл (1.2.3) через функцию Грина G(x, y). Для этого воспользуемся теоремой о свертке, которая применима в случае, если  $f(x, y), g(x, y) \in L_1(\mathbb{R})$ , тогда

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(k_1, k_2) \cdot \tilde{g}(k_1, k_2) e^{(-ik_1 x - ik_2 y)} dk_1 dk_2 = (f * g)(x, y) - \text{свёртка} f \mathrel{\text{ и }} g, \mathrel{\text{ и }} (f * g)(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x - \zeta, y - \eta) g(\zeta, \eta) d\zeta d\eta.$$

В итоге имеем:

$$\psi(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} G(x-\zeta, y-\eta) h(\zeta,\eta) d\zeta d\eta, \qquad (1.2.4)$$

$$G(x-\zeta, y-\eta) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{(-ik_1(x-\zeta)-ik_2(y-\eta))}dk_1dk_2}{b/_U - (k_1^2 + k_2^2)}.$$
 (1.2.5)

Уравнение (1.2.4) есть формальное решение уравнения (1.2.2), записанное через функцию Грина (1.2.5). В случае U > 0, подынтегральное выражение в (1.2.5) имеет особую точку  $b/U = k_1^2 + k_2^2$ . Вычисление этого интеграла происходит с помощью вычетов (Лаврентьев и Шабат 1987; Зырянов 1995).

Для осесимметричного возвышения морского дна  $h(x, y) = \begin{cases} -h(r), \ r < R \\ 0, \ r \ge R' \end{cases}$ (*R* — радиус основания возвышения, знак «минус» перед *h* отвечает возвышенности, вертикальная ось ОZ направлена вниз) имеем следующее решения топографической задачи обтекания подводных возвышенностей в однородной жидкости для восточного потока:

$$\psi(r,\varphi) = -\frac{1}{\pi} \int_0^R J_0(\sigma\rho)\rho d\rho \int_{|\varphi|}^{\pi/2} \sin(\sigma r \sin\phi) d\phi + \int_0^{\pi} \int_0^r J_0(\sigma\rho)h(\rho)\rho d\rho + J_0(\sigma r) \int_r^R N_0(\sigma\rho)h(\rho)\rho d\rho], \ r < R - \frac{\pi}{2} N_0(\sigma r) \int_0^R J_0(\sigma\rho)h(\rho)\rho d\rho, \ r \ge R.$$
(1.2.6)

где  $\sigma = \sqrt{b/U}$ , J<sub>o</sub> — функции Бесселя нулевого порядка, N<sub>o</sub> — функция Неймана нулевого порядка. Для случая осесимметричной впадины радиуса *R* — переменная *h* берется со знаком «плюс».

Влияние стратификации может существенно изменить картину течений. Однородное по вертикали вихревое движение над топографическим препятствием

- колонка Тейлора, при наличии стратификации приобретает коническую форму и превращается в конус Тейлора-Хогта (Davies 1971; 1972; Hogg 1973, Зырянов 1995). Возможно и явление инверсии вихря по вертикали (Huppert 1975; Huppert and Bryan 1976; Козлов 1983а; Зырянов 1985).

Далее, следуя (Зырянов 1995), приведем основные выкладки из теории вихреобразования в **стратифицированном** восточном потоке. Уравнение (1.2.1) теперь имеет вид

$$P^{(o)}(x, y, z) = -Uy + \tilde{\sigma}\Psi(x, y, z).$$
(1.2.7)

где  $\Psi(x, y, z)$  — возмущение давления  $P^{(o)}(x, y, z)$  относительно создаваемого фоновым потоком давления  $\overline{P}(y) = -Uy$ , возникшее из-за особенностей рельефа в стратифицированной жидкости.

Применение преобразования Фурье в приближении экспоненциально стратифицированного океана:  $N(z) = \frac{C}{z+h_e}$ ,  $(h_e = h_{e_o}/H$  — безразмерная толщина слоя пикноклина,  $C = h_e N_e/\overline{N}$ ,  $N_e$  — значение частоты Вяйсяля-Брента в нижней точке поверхностного слоя Экмана = слоя пикноклина,  $\overline{N}$  — среднее значение частоты Вяйсяля-Брента), приводит к решению (Рисунок 3) задачи обтекания подводных возвышенностей вида  $h(x, y) = \begin{cases} -h(r), \ r < R \\ 0, \ r \ge R \end{cases}$  в стратифицированной жидкости в восточном потоке:

$$\begin{split} \Psi_{r$$

$$\Psi_{r>R}(\rho, \varphi, z) = F(z) \left( A_o \left[ \psi_{east_{r>R}}(r, \varphi) \right] + \frac{4\pi^2}{\ln^2 h_e} \sum_{k=k_o+1}^{\infty} k^2 \tilde{A}_k \left[ K_o(\sigma_k r) \int_0^R I_o(\sigma_k \rho) h(\rho) \rho d\rho \right] - \frac{4\pi^2}{\ln^2 h_e} \sum_{k=0}^{k_o} k^2 \tilde{A}_k \left[ -\frac{1}{\pi} \int_0^R J_o(\sigma_k \rho) \rho d\rho \int_{|\varphi|}^{\pi/2} \sin(\sigma_k r \sin \phi) d\phi - \frac{-\frac{\pi}{2} N_o(\sigma_k r) \int_0^R J_o(\sigma_k \rho) h(\rho) \rho d\rho \right] \right),$$
(1.2.8)

где  $F(z) = N_{bed}^2 / [2Q\sqrt{z + h_e}\ln(h_e)], N_{bed}$  — безразмерное значение частоты Вяйсяля-Брента на дне,  $Q = B^2 C^2, A_o(z) = \tau(z) - 2 + \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{A}_k, \tau(z) = \ln \frac{h_e}{z + h_e},$  $\tilde{A}_k(z) = (-1)^k \frac{\ln(h_e)\sin(k\pi\tau(z)/\ln(h_e)) - 2k\pi\cos(k\pi\tau(z)/\ln(h_e))}{2k\pi(0.25 + k^2\pi^2/\ln^2(h_e))}, \psi_{east}(r, \varphi)$  — возмущение

давления в уравнении (1.2.6),  $\sigma_k = \sqrt{|P_k|/Q}$ ,  $P_k = 0.25 + Q\sigma^2 + \left[\frac{k^2\pi^2}{\ln^2(h_e)}\right]$ .



Рисунок 3. Линии тока горизонтального движения в однородном океане. Серыми стрелками указано направление течения U = 0.4, штрихом отмечены вертикальные срезы параболоида вращения, выступающего в качестве подводного возмущения h(r); внутреннюю часть петли сепаратрисы (рыжая область) мы ассоциируем с захваченным антициклоном (направление вращения показывают красные стрелки), за вихрем вниз по потоку наблюдаются волны Россби на  $\beta$ -*плоскости* (направление вращения показывает области высокого (рыжий цвет) и низкого (синий цвет) давлений. Это повторяется далее в других решениях.  $\sigma = \sqrt{5}$ ,  $h(r) = \frac{h}{R^2}(R^2 - r^2)$ )

В восточном потоке в условиях сильной стратификации и большой глубины бассейна могут возникать  $k_o$  бароклинных мод, ведущих к инверсии вихрей:

$$\sigma^{2} - \frac{1}{Q} \left( 0.25 + \frac{k^{2} \pi^{2}}{\ln^{2}(h_{e})} \right) > 0, k = 1, 2, \dots, k_{0}$$
  
$$\sigma^{2} - \frac{1}{Q} \left( 0.25 + \frac{k^{2} \pi^{2}}{\ln^{2}(h_{e})} \right) < 0, k = k_{o} + 1, k_{o} + 2, \dots$$

В случае задачи о Кипрском вихре  $k_o = 0$ .

#### 1.3. Аналитическое решение задачи о Кипрском вихре

В Левантийском бассейне к югу от острова Кипр на глубине около 2 км находятся крупная безымянная впадина, максимальная глубина которой превышает 2.5 км, и массивная подводная гора Эратосфена, расположенная у юговосточного края впадины и имеющая линейный масштаб порядка 50 км.

Решается задача о Кипрском вихре для стратифицированной жидкости. Стратификация берется в виде гиперболической параметризации профиля частоты плавучести N(z), предложенной Козловым (1968) и Мониным и др. (1970). В качестве входных данных используются сведения о стратификации Левантийского бассейна, в частности о профиле N(z), представленные в Law (2005).

Неосесимметричная топография аппроксимируется двумя параболическими функциями (Рисунок 4). На топографию набегает восточный поток, средняя поверхностная скорость которого составляет 10 см/с (Brenner 1991).

Аппроксимация поверхностей топографии параболическими функциями и учет сохранения объема вымещения жидкости дали следующие точки минимума и максимума для впадины и горы: 600 м и –900 м, соответственно.

Функции  $\Psi_{1,2}(\rho, \varphi, z)$  (в уравнении (1.2.8)) получены отдельно при решении задач осесимметричного обтекания восточным потоком впадины (1) и горы (2), соответственно.

В силу линейности уравнения (1.2.2) задача для структуры «впадина-гора» (Рисунок 4) решалась через поточечное суммирование обеих функций  $\Psi_{1,2}(\rho, \varphi, z)$ со сдвигом к северо-западу расчетных точек функции  $\Psi_1(x_i, y_j)$  (от впадины) на пространственной сетке  $x_i = i\Delta x_i$ ,  $y_j = j\Delta y_j$  (Рисунок 5).



Рисунок 4. Трехмерное представление структуры «впадина-гора», аппроксимируемой двумя осесимметричными параболическими функциями; (Рисунок носит демонстрационный характер)



Рисунок 5. Схематичное представление пространственного смещения границы впадины (штриховая линия) к северо-западу от горы; новая модельная область ограничена красными прямыми,  $\Delta x_i = \Delta y_j = 0.1$ 

Изолинии суммарной функции тока ( $P^{(o)}(x, y, z) = -Uy + \tilde{\sigma} \sum_{i=1}^{2} \Psi_i(x, y, z)$ ) получены средствами MatLab при:  $\sigma = \sqrt{2}$ ,  $\tilde{\sigma}_1 = 12$ ,  $\tilde{\sigma}_2 = 18$ , U = 0.8 (1 см/с),  $R_1 = 2$ ,  $R_2 = 1$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  — безразмерные радиусы впадины и горы соответственно (Рисунок 5). Принято приближение гиперболического распределения частоты плавучести с глубиной. Значение средней скорости U взято меньше, чем средние значения скорости течения на поверхности (10 см/с), так как бралось усредненное значение скорости для всей толщи бассейна.

На Рисунках 6 и 7 соответственно представлены получившиеся аналитические решения (в терминах вертикальных распределений функции тока в отдельных горизонтальных сечениях) задачи о формировании *Кипрской вихревой системы* на *β-плоскости*. На крайних сечениях прослеживается изменчивость вихрей с глубиной (эти два сечения и представлены на Рисунке 6: панель А — на глубине 20 метров, панель Б — на глубине 920 метров).

Пространственное распределение вихрей демонстрирует, что чем ближе циклон или антициклон к топографической неоднородности (ко дну), тем больший линейный масштаб они имеют. Это свидетельствует о тенденции вихрей к принятию конусовидной формы, т.е. к превращению топографических вихрей в усеченные конусы Тейлора-Хогга (Рисунок 7).



Рисунок 6. Линии тока суммарного поля возмущения в стратифицированном океане. Панель А: на глубине z = 0 (20 м), панель Б: на глубине z = 0.6 (920 м), соответственно. Серыми стрелками указано направление внешнего течения u = 0.8, штрихом отмечена структура «впадина-гора», внутренние части петель сепаратрис мы ассоциируем с захваченными вихрями: Кипрский вихрь – рыжая область, циклон – синяя, за вихрями вниз по потоку – волна Россби



Рисунок 7. Схематическое представление пространственной вихревой структуры восточного стратифицированного течения над структурой «впадина-гора»

В работах Brenner (1991) и Law (2005) обнаружены меридиональные колебания центра Кипрского вихря, периодически достигающие 100 км. Анализ эллиптических точек вихрей на разных глубинах показал, что циклон и антициклон не только сужаются к поверхности, но и локально смещаются (Рисунок 8): центр циклона перемещается на  $\Delta x = -5$  на запад и  $\Delta y = -2$  на север ( $\approx 17$  км и  $\approx 7$  км, соответственно), центр Кипрского вихря, приближаясь к поверхности, перемещается на запад на  $\Delta x = -0.5$  ( $\approx 1.75$  км).



Рисунок 8. Направление и масштаб смещения центров вихрей с глубиной *z*: панель А – для циклона (с неравномерным шагом по оси ОХ), панель Б – для Кипрского вихря

Анализ координат центров вихрей и горы Эратосфена показал тенденцию к формированию антициклона над южной областью подводной возвышенности, а также возможность сильного наклона вихревой оси.

# 1.4. Вертикальные движения над неосесимметричной топографией дна. Спиральность. Температурный анализ

В океанологии при решении геофизических задач с использованием квазигеострофического приближения принято полагать вертикальные компоненты скорости движения *w* крайне малыми. Тогда становится возможной приближенная оценка ротора скорости Кипрского вихря ( $\vec{\omega} = rot \vec{U}, \vec{U} = (u, v, w)$ ) по аналогии с вычислением ротора векторного поля скорости точек твёрдого тела, вращающегося по часовой стрелке с единичной по величине угловой скоростью;  $\vec{U} = y\vec{i} - x\vec{j}$ . Если положить *z*-компоненту поля  $\vec{U}$  нулевой, константой или зависящей только от *z*,

ротор будет иметь вид: 
$$rot \vec{U} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y & -x & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{k}.$$

Таким образом, приближенно можно положить ротор скорости Кипрского вихря постоянным и направленным вертикально **вниз**. По сонаправленности векторов  $\vec{U}$  и *rot* $\vec{U}$  можно судить о картине вертикальных движений в вихре. С этой целью был выполнен подсчет спиральности  $\mathcal{H}$ :

$$\mathcal{H} = \vec{U} \cdot \operatorname{rot}\vec{U}, \qquad (1.4.1)$$

где «·» — скалярное произведение трехмерных векторов.

Спиральность  $\mathcal{H}$  есть проекция оси вращения вихря на вектор скорости, она показывает степень трёхмерности движения — при плоских движениях жидкости спиральность всегда равняется нулю.

По оценке направления ротора скорости внутри области Кипрского вихря можно выдвинуть предположение, что если жидкость в вихре опускается

(даунвеллинг), то вектора  $\vec{U}$  и rot $\vec{U}$  можно принять за сонаправленные; спиральность  $\mathcal{H}$  положительна. Напротив, если наблюдается поднятие жидкости (апвеллинг), то спиральность  $\mathcal{H}$  отрицательна.

На Рисунке 9 представлен результат вычислений спиральности (1.4.1) на разных глубинах. Над южным краем горы Эратосфена преобладают положительные значения спиральности. В северо-восточной и северо-западной областях горы — отрицательные. Это свидетельствует об опускании (поднятии) вод у южных (северных) границ топографической системы.



Рисунок 9. Спиральность  $\mathcal{H}$  на разных глубинах. Панель А: z = 0.6 (920 м), панель Б: z = 0.4 (620 м), панель В: z = 0.2 (320 м), панель Г: z = 0 (20 м), границы структуры «впадина-гора» отмечены штриховыми линиями

Картина вертикальных движений жидкости в непрерывно стратифицированном океане, полученная на основе уравнений (1.1.7) – (1.1.8), представлена на Рисунке 10 (Панель А). Здесь вертикальные скорости w достигали 2.5 мм/с. Наблюдаются области апвеллинга — поднятия холодных вод в северовосточной части горы Эратосфена и даунвеллинга — опускания прогретых поверхностных вод на юго-западе горы. Температурный анализ проведен с учетом областей даунвеллига и апвеллинга.

Сравнение значений спиральности  $\mathcal{H}$  и направлений вертикальных движений показало хорошее соответствие.

В Hayes (2016) представлены спутниковые данные измерений температуры поверхности океана в восточной части Левантийского бассейна (Рисунок 10, панель Б). Поле температуры подтверждает наличие теплого и холодного пятен вблизи структуры «впадина-гора». В работе Brenner (1989) упоминается холодное пятно, расположенное восточнее тёплого Кипрского вихря.



Рисунок 10. Панель А: Вертикальные скорости непрерывно стратифицированной жидкости над структурой «впадина-гора» (нанесена отдельно сплошными линиями). Панель Б: Температура поверхности моря южнее острова Кипр, данные со спутника (Hayes 2016)

Анализ профиля вертикальной скорости показал тёплую природу антициклонического Кипрского вихря. Результаты соотносятся с расчетами спиральности *H* (Рисунок 9), данными спутниковых наблюдений и с натурными и численными данными (Zodiatis et al. 2015; 2016).

# ГЛАВА 2. Численное моделирование вихревой динамики *Кипрской системы*

2.1. Теоретическое описание численного метода контурной динамики — МКД

В предыдущей главе рассмотрен аналитический подход к описанию стационарной задачи топографического вихреобразования. Настоящая глава посвящена численному методу — методу контурной динамики (МКД), позволяющему получать не только стационарные картины вихревых течений, обусловленных неоднородностями океанического дна, но и изучать эволюцию свободных вихрей (вихревых пятен<sup>1</sup>) океана и их взаимодействие с топографическими вихрями.

Последнее представляет интерес, так как под вихревым пятном с нулевым значением относительной завихренности можно понимать пятно пассивной примеси (например, нефтяное пятно).

Также отметим, что МКД, основанный на лагранжевом подходе, дает возможность изучать сколь угодно мелкие структурные изменения контуров вихревых пятен (Zabusky et al. 1979; Kozlov 1983; Dritschel 1988), недоступные при использовании сеточных численных методов.

В используемой нами трехслойной версии МКД (Соколовский 1991) предусмотрена так называемая процедура контурной хирургии (Макаров 1991). Она позволяет производить отсечение длинных и тонких динамически незначимых вихревых нитей, а также удалять покрывающие друг друга участки границ при сближении вихревых пятен с одинаковыми значениями потенциальной завихренности.

Далее приведем основные формулы МКД (Козлов 1983б; Зырянов 1995).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Вихревым пятном называется жидкая область с постоянным значением потенциальной завихренности.

Обтекание подводных неоднородностей морского дна произвольным потоком  $\vec{U}(x, y, t) = \vec{U}(u(x, y, t), v(x, y, t))$  будем описывать моделью безграничного по горизонтали и однородного по вертикали океана, где ось ОУ направлена на север по меридиану, ось ОХ — на восток вдоль круга широты, а ось ОZ — вертикально **вверх**. Задачу топографического вихреобразования будем решать с учётом геострофических приближений на *f* –*плоскости*. В качестве подводной неоднородности рельефа дна возьмём прямой круговой цилиндр радиуса *R* и высоты *h* > 0.

ЗСПВ для однородного океана (1.1.5) перепишется в виде

$$\frac{d}{dt}(\Delta_{x,y}P(x,y,t) + \tilde{\sigma}h(x,y)) = 0, \qquad (2.1.1)$$

где  $P(x, y, t) = \overline{P}(x, y, t) + P_T(x, y) + P_S(x, y, t).$ 

 $\overline{P}(x, y, t)$  — произвольная гармоническая функция, описывающая потенциальное течение жидкости и удовлетворяющая уравнению (2.1.1) в случае ровного морского дна (h = 0).

 $P_T(x, y)$  — возмущение давления, стационарное по своей природе, обусловленное топографией и удовлетворяющее уравнению Пуассона

$$\Delta_{x,y} P_T(x,y) = -\tilde{\sigma}h(x,y)$$
(2.1.2)

и условию затухания скорости возмущенного течения на бесконечности:

$$P_T(x,y) \to 0, \ r = \sqrt{(x^2 + y^2)} \to \infty.$$

 $P_{S}(x, y, t)$  — функция возмущения давления, описывающая поле свободных вихрей.  $P_{S}(x, y, t)$  должна удовлетворять условию затухания на бесконечности и начальному условию отсутствия вихревых структур над возвышением в момент времени t = 0:

$$\Delta_{x,y} P_S(x, y, 0) = \tilde{\sigma} h(x, y). \tag{2.1.3}$$

Решения уравнений (2.1.2) – (2.1.3) ищутся по аналогии с решениями уравнений Пуассона стандартного вида (Бабич и др. 1964). Таким образом, для уравнений (2.1.2) – (2.1.3), определенных на носителях *T* и *S* (равных по площади, как следует из начальных условий рассматриваемой задачи), получаем

$$P_T(x,y) = -\frac{\tilde{\sigma}}{2\pi} \iint_T h(x',y') \ln \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} dx' dy', \qquad (2.1.4)$$

$$P_{S}(x,y,t) = \frac{\tilde{\sigma}}{2\pi} \iint_{S(x,y,t)} h(x',y') \ln \sqrt{(x-x')^{2} + (y-y')^{2} dx' dy'}.$$
 (2.1.5)

В силу принятых геострофических приближений суммарное поле течений — соленоидальное (вихревое). Следовательно, в процессе движения площадь, занятая вихрями, сохраняется, хоть форма вихрей может и изменяться.

Суммарное поле скоростей будет складываться из скорости произвольного набегающего потока  $\vec{U}(x, y, t)$  и добавки  $\vec{U}_{S}(u_{S}(x, y, t), v_{S}(x, y, t))$ , индуцируемой свободным вихрем (вихрями), где  $u(x, y, t) = \frac{-\partial P_{1}(x, y, t)}{\partial y}$ ,  $v(x, y, t) = \frac{\partial P_{1}(x, y, t)}{\partial x}$  и  $u_{S}(x, y, t) = \frac{-\partial P_{2}(x, y, t)}{\partial y}$ ,  $v_{S}(x, y, t) = \frac{\partial P_{2}(x, y, t)}{\partial x}$ .

Здесь учтено, что  $P(x, y, t) = P_1(x, y, t) + P_2(x, y, t)$ , где  $P_1(x, y, t)$  — поле давления топографической задачи (аналогично стационарной задаче топографического вихреобразования из Главы 1):  $P_1(x, y, t) = \overline{P}(x, y, t) + P_T(x, y)$ , а  $P_2(x, y, t)$  — возмущение давления, вызванное (в общем случае) свободными вихрями:  $P_2(x, y, t) = P_S(x, y, t)$  (см. уравнения (2.1.4) – (2.1.5)).

Переходя к полярным координатам  $x' - x = r_s \cos\theta$ ,  $y' - y = r_s \sin\theta \left( \text{где } r_s = r_s \sin\theta \right)$ 

 $\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$  и учитывая вышесказанное, получаем выражения для компонент скорости свободного вихря произвольной интенсивности  $\sigma_S$ , формы области *S*, имеющей контур *C*:

$$u_{S}(x, y, t) = \frac{\sigma_{S}}{2\pi} \oint_{C(x, y, t)} r_{S} \sin\theta d\theta$$
  

$$v_{S}(x, y, t) = -\frac{\sigma_{S}}{2\pi} \oint_{C(x, y, t)} r_{S} \cos\theta d\theta.$$
(2.1.6)

В правых частях уравнений (2.1.6) неизвестной является лишь конфигурация эволюционирующего контура C(x, y, t) свободного вихря, что и определяет наименование метода.

Пусть  $x = \xi(t, v), y = \eta(t, v)$  — параметрическое представление контура C(x, y, t), где функции  $\xi(t, v)$  и  $\eta(t, v)$  периодичны по параметру v > 0,

непрерывно меняющемуся вдоль контура против часовой стрелки с некоторым периодом  $N \in \mathbb{Z}$  ( $0 < \nu < N$ ), и задаются начальным видом носителя (пятна).

Эволюция маркерных точек контура свободного вихря (функциональная зависимость между временем и положением каждой точки ( $\xi_i$ ,  $\eta_i$ ) i = 1, ..., N контура C, ограничивающего свободный вихрь) будет описываться следующей динамической системой 2N обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = u(\xi_i, \eta_i, t) + u_S(\xi_i, \eta_i, t) \\ \frac{\partial \eta_i}{\partial t} = v(\xi_i, \eta_i, t) + v_S(\xi_i, \eta_i, t) \end{cases}$$
(2.1.7)

Численное интегрирование (2.1.7) в МКД производится с помощью метода Рунге-Кутты 4-го порядка, при этом все функции ( $\xi_i^{t_j}, \eta_i^{t_j}$ ), ( $\xi_{i+1}^{t_j}, \eta_{i+1}^{t_j}$ ), задающие параметрически контур *C*, интегрируются, дифференцируются и интерполируются с привлечением техники периодических кубических сплайнов (Козлов, 1983б). На каждом шаге по времени контролируется условие сохранения площади, занятой свободным вихрем.

## 2.2. Численное решение задачи о Кипрском вихре через МКД в однородном океане

В первых численных решениях задачи о Кипрском вихре с помощью МКД в качестве подводного возмущения h(r) бралась неосесимметричная структура «впадина-гора», составленная из двух смещенных друг относительно друга круговых цилиндров. Радиусы цилиндров были взяты аналогично радиусам параболоидов вращения, рассмотренных в Главе 1:  $R_1 = 2$ ,  $R_2 = 1$  и  $\tilde{\sigma}_1 = -0.25$ ,  $\tilde{\sigma}_2 = 0.83$ , соответственно. Центр цилиндра, моделирующего гору, был смещен к юго-востоку от центра цилиндра-впадины.

Результаты численного решения задачи в предположении об однородном океане на *f* –*плоскости* представлены на Рисунке 12 (задача решалась на

f – *плоскости* в силу особенностей МКД,  $\beta$  – эффектами пренебрегали в силу схожести МКД-решения и аналитического решения). Изолинии, максимально повторяющие картину течений на Рисунке 7, возникали в потоке со скоростями: u = 0.008 (8 мм/с) (Панель А) и u = 0.006 (6 мм/с) (Панель Б). Однородный океан более чувствителен к изменениям скорости; при скорости u = 0.01 (1 см/с), (этот случай на рисунке не изображен), топографические вихри не формировались (петля сепаратрисы вырождалась в точку, и сама сепаратриса исчезала).



Рисунок 12. Линии тока горизонтального движения в однородном океане при разных скоростях фонового течения, полученные численно с помощью МКД. Панель А: *u* = 0.008, панель Б: *u* = 0.006, границы структуры «впадина-гора» обозначены штрихом. Внутренние области петель сепаратрис ассоциируются с захваченными топографическими вихрями *Кипрской вихревой системы*: голубая петля — содержит циклон, красная — антициклон

Поведение пятен нулевой завихренности полностью подчиняется картине изолиний, сформированных топографией: пятно следует по изолинии, определенной начальным положением пятна. Пятна, изначально находившиеся вне сепаратрис вихрей, не захватываются топографией. Наоборот, пятна, попавшие внутрь сепаратрисы, захватываются вихрем пропорционально площади попадания. Близко расположенные контура сливаются.

Поведение пятен ненулевой завихренности довольно трудно прогнозировать. Такие свободные вихри сильно меняют вид изолиний, сформированных набегающим потоком и топографией. Часто свободные вихри после прохождения
подводной неоднородности рельефа выбрасывают вихревые нити, продолжающие своё движение отдельно от ядра вихря вниз по течению.

1) При взаимодействии свободного антициклонического пятна (первоначально круговой формы и относительной завихренности  $\zeta = -0.5$ ) с Кипрской вихревой системой больше половины первоначальной площади пятна (52%) захвачено Кипрским вихрем (Рисунок 13).



Рисунок 13. Поведение антициклонического пятна (первоначально круговой формы (Панель A) и завихренности ζ = -0.5), переносимого зональным восточным потоком (u = 0.006) над топографией вида «впадина-гора». Форма пятна постепенно изменяется и вытягивается под влиянием топографии (Панели Б-В), 52% начальной площади свободного пятна захватывается Кипрским вихрем (Панель Г), а вихревая нить продолжает движение на восток вниз по течению

2) При взаимодействии свободного антициклонического пятна (первоначально эллиптической формы и завихренности  $\zeta = -0.3$ ) с *Кипрской* 

*вихревой системой* проявилась конвергентная особенность Кипрского вихря (Рисунок 14). Захваченная площадь пятна оказалась меньше его исходной площади (потеря < 5%), но примерно такой же, как в предыдущем эксперименте (ясно, что захватывающие способности топографии в большей мере определяются ее геометрическими масштабами), пятно выбросило компактную часть и вихревую нить, которые продолжили двигаться вниз по течению.



Рисунок 14. То же самое что на Рисунке 13, но для первоначально эллиптического антициклонического вихревого пятна (ζ = -0.3, отношение полуосей равно 1:3, Панель А). Форма пятна постепенно меняется под влиянием топографии (Панели Б-В), наблюдается выбрасывание пятном компактной части и вихревой нити (Панель Г), при этом небольшая часть пятна (< 5%) захватывается Кипрским вихрем

3) Напротив, эллиптическое свободное пятно тех же размеров, но меньшей завихренности ( $\zeta = -0.15$ ), набегающее на *Кипрскую вихревую систему* в непосредственной близости, сильнее чувствует топографию (Рисунок 15). Проходя область над структурой «впадина-гора», пятно деформируется, причем в двух направлениях, как под влиянием антициклона, так и циклона (Панель Б). Происходит выброс вихревой нити и захват ядра пятна сепаратрисой Кипрского вихря (Панели В-Г).



Рисунок 15. То же самое, что на Рисунке 14, но при завихренности пятна ζ = -0.15 и его непосредственной близости над структурой «впадина-гора» (Панель А); форма вихревого пятна постепенно изменяется под влиянием топографии (Панель Б), наблюдается выбрасывание пятном вихревой нити (Панель В), часть пятна захватывается Кипрским вихрем (Панель Г)

#### 2.3. Трехслойная модель океана и стратификация

Работы Holmboe (1968); Davey (1977); Wright (1980); Smeed (1988) и Ikeda (1993) обеспечивают теоретический фундамент реализованной в работе трехслойной модели океана. Ориентируясь на эти работы, далее приведем краткие выкладки по описанию модели.

Безразмерные толщины каждого слоя  $D_1, D_2, D_3$  являются основными параметрами модели,  $D_1 + D_2 + D_3 = \tilde{D}/\tilde{H}$ .  $\tilde{D}$  — размерная общая толщина всех слоев, а  $\tilde{H}$  — размерная средняя глубина океана. Слои характеризуются плотностями  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  ( $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ ) верхнего, среднего и нижнего слоев соответственно.

Выражения для функций тока в каждом слое с номером *j* (*j* = 1,2,3) можно записать, следуя работе Соколовский (1991):

$$\begin{split} \Psi_{j} &= \Psi_{0j} + \iint_{-\infty}^{+\infty} \left[ \Pi_{j} G_{1} + q_{j2} (s_{21} \Pi_{1} + s_{22} \Pi_{2} + s_{23} \Pi_{3}) \check{G}_{1} + q_{j3} (s_{31} \Pi_{1} + s_{32} \Pi_{2} + s_{33} \Pi_{3}) \check{G}_{2} \right] dx_{1} dy_{1} \quad (2.3.1) \\ G_{2} - G_{1}; \; \check{G}_{2} &= G_{3} - G_{1} \, u \, G_{j}(r) = \frac{1}{2\pi} \begin{cases} \ln r, & j = 1, \\ -K_{0}(\gamma_{1} r), & j = 2, \\ -K_{0}(\gamma_{2} r), & j = 3, \end{cases} \end{split}$$

где  $r = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$ , (x, y) координаты точки наблюдения, а  $(x_1, y_1)$  координаты точки интегрирования в уравнении (1),  $G_j$  — функции Грина для двумерных уравнений Лапласа (j = 1) и Гельмгольца (j = 2, 3),  $K_0$  — функция Бесселя второго рода нулевого порядка,

 $\check{G}_1 =$ 

$$\gamma_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{F_1}{D_1} + \frac{F_1 + F_2}{D_2} + \frac{F_2}{D_3} \mp \sqrt{\left( \frac{F_1}{D_1} + \frac{F_1 + F_2}{D_2} + \frac{F_2}{D_3} \right)^2 - 4 \frac{F_1 F_2}{D_1 D_2 D_3}} \right]}, \ F_n = \frac{\rho_0 (f\tilde{L})^2}{(g\Delta\rho_n \tilde{D})} - \text{аналоги$$

числа Фруда,  $\rho_0$  — усредненное значение плотности жидкости рассматриваемой области, f — параметр Кориолиса,  $\tilde{L}$  — характерный линейный масштаб особенности,  $g = 9.8 \text{ M}/_{\text{C}^2}$ ,  $\Delta \rho_n = \rho_{n+1} - \rho_n$ , n = 1, 2;  $\Pi_j (j = 1, 2, 3)$  — значения

двумерных распределений потенциальной завихренности в слоях,  $q_{mn}$ ,  $s_{mn}$  являются элементами матриц Q и S (3 × 3):

$$\begin{split} Q &= \left(\vec{q}^{(1)}, \vec{q}^{(2)}, \vec{q}^{(3)}\right) = \\ \begin{pmatrix} 1 & \frac{D_3\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\frac{F_1}{D_1\lambda_3} \\ 1 & \frac{D_3\lambda_3 + F_2/\lambda_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\left(\frac{F_1}{D_1\lambda_3} + 1\right) \\ 1 & \frac{D_3\lambda_3 + F_2/\lambda_2 + \lambda_2 + F_1(D_1 + D_2)/D_1D_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\left(\frac{F_1}{D_1\lambda_3} + 1 + \frac{D_2(\lambda_3 + F_1(D_1 + D_2)/D_1D_2)}{F_2}\right) \end{pmatrix}, \\ S &= Q^{-1} = \begin{pmatrix} D_1 & D_2 & D_3 \\ -\frac{D_2(\lambda_3 + F_1(D_1 + D_2)/D_1D_2)}{F_2} & \frac{D_2(\lambda_3 + (F_1(D_1 + D_2) + F_2D_1)/D_1D_2)}{F_2} & -1 \\ -\frac{\lambda_2 + F_1(D_1 + D_2)/D_1D_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & \frac{\lambda_2 + (F_1(D_1 + D_2) + F_2D_1)/D_1D_2}{\lambda_3 - \lambda_2} & -\frac{F_2}{(\lambda_3 - \lambda_2)D_2} \end{pmatrix}, \end{split}$$

где  $\lambda_1 = 0$ ;  $\lambda_{2,3} = -(\gamma_{1,2})^2$  — собственные значения спектральной задачи  $Tq + \lambda q = 0$ , столбцы матрицы  $Q(\vec{q}^{(1)}, \vec{q}^{(2)}, \vec{q}^{(3)})$  — собственные векторы  $(\vec{q}^{(1)})$  соответствует баротропной моде); матрица T определяет структуру линейного дифференциального оператора, связывающего трехмерные векторы потенциальной завихренности  $\vec{\Pi}$  и функции тока  $\vec{\Psi}$ :

$$\vec{\Pi} = \nabla^{2} \vec{\Psi} + T \vec{\Psi},$$
  
$$\vec{\Pi} = \begin{pmatrix} \Pi_{1} \\ \Pi_{2} \\ \Pi_{3} \end{pmatrix}, \quad \vec{\Psi} = \begin{pmatrix} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} -\frac{F_{1}}{D_{1}} & \frac{F_{1}}{D_{1}} & 0 \\ \frac{F_{1}}{D_{2}} & -\frac{F_{1}+F_{2}}{D_{2}} & \frac{F_{2}}{D_{2}} \\ 0 & \frac{F_{2}}{D_{3}} & -\frac{F_{2}}{D_{3}} \end{pmatrix}$$

Подробнее описано в работах Соколовский (1991); Filyushkin et al. (2010); Sokolovskiy et al. (2013; 2020a;b) and Sokolovskiy and Verron (2014).

Первый член  $\Psi_{0j}$  в уравнении (2.3.1) характеризует так называемое «внешнее» поле течения, определяемое в работе внешним потоком и функцией возмущения рельефа морского дна. Выражение для  $\Psi_{0j}$  дано в уравнении (2.3.3).

Потенциальная завихренность  $\Pi_j$  в уравнении (2.3.1) представляется кусочно-постоянным распределением  $\Pi_j = \sum_{i=1}^{k_j} \Pi_{ji}$  с постоянными значениями  $\Pi_{ji}$  на конечных носителях  $S_{ji}$ ;  $k_j \ge 1$  — число вихревых пятен в *j*-м слое, j = 1, 2, 3.

Используя теорему Стокса, переходим к контурным интегралам в уравнении (2.3.1), которое теперь определяет теоретическую основу трехслойной МКД-модели:

$$\begin{split} \Psi_{j}(x,y, t) &= \Psi_{0j}(x,y) + \sum_{i=1}^{k_{j}} \Pi_{ji} \oint_{C_{ji}} M w dv_{ji} + \\ &+ q_{j2} \sum_{l=1}^{3} s_{2l} \sum_{i=1}^{k_{l}} \Pi_{ji} \oint_{C_{ji}} M_{1} w dv_{ji} + q_{j3} \sum_{l=1}^{3} s_{3l} \sum_{i=1}^{k_{l}} \Pi_{ji} \oint_{C_{ji}} M_{2} w dv_{ji}, \quad (2.3.2) \\ \text{где } j &= 1, 2, 3; \quad M = \binom{r^{2}}{4\pi} (\ln r - 1/2); \quad M_{1,2} = \binom{\gamma_{1,2}}{2\pi} (\gamma_{1,2} r K_{1}(\gamma_{1,2} r) - 1); \\ C_{ji}(t) &- \text{ контуры жидкости в эволюционирующей области } S_{ji}(t), \text{ описываемые} \\ \text{параметром } v_{ji} \text{ непрерывно меняющимся вдоль них; } w &= (x_{1} - x)\dot{x}_{1} - (y_{1} - y)\dot{y}_{1}. \\ (\dot{\phantom{x}}) \text{ означает частное дифференцирование относительно } v_{ji}. \end{split}$$

Решение (Рисунок 12) демонстрирует формирование циклона, размеры которого сопоставимы с размерами Кипрского вихря. Однако из натурных наблюдений известно, что циклон представляет собой небольшую вихревую особенность, лишь периодически наблюдаемую рядом с квазистационарным мезомасштабным Кипрским вихрем. С целью устранения вышеописанного несоответствия в работе была уточнена аппроксимация топографии вида «впадинагора» и добавлена плотностная стратификация через реализацию трехслойной модели океана. Задача решается в приближении квазибаротропного океана, допустимом при условии отсутствия бароклинных мод (см. раздел 1.2).

Новая вид батиметрии включает гору Эратосфена и окружающую ее впадину, каждая из которых аппроксимируется 5-ю соосными цилиндрами (вместо 1цилиндровой аппроксимации, реализованной при решении однородной задачи (пункт. 2.1)).  $\tilde{L} = 50$  км — характерный линейный масштаб особенности, являющийся единицей обезразмеривания для координатных осей ХҮ.  $\tilde{H} = 2000$  м — единица обезразмеривания для оси Z (размерная средняя глубина моря).

Физико-географические параметры модели рельефа представлены в Таблице 1 и получены после уточнения батиметрии области:

Параметры	Общая	Высота	Высота	Радиус	Радиус
	средняя	впадины	горы	впадины	горы
	глубина (Н)	( <i>H</i> <sub>1</sub> )	$(H_2)$	$(R_1)$	$(R_2)$
Размерные	2	0.75	2	75	50
величины,					
((~̀), км)					
Безразмерные	1	0.375	1	1.5	1
величины					

Таблица 1. Батиметрические параметры структуры «впадина-гора»

Впадина и гора аппроксимируются 5-ю цилиндрами каждый, радиусы имеют средний шаг 0.08 (4 км) вдоль радиальной координаты. Высоты каждого цилиндра составляют  $\sigma_1 = -0.075$  (150 метров) и  $\sigma_2 = 0.2$  (400 метров) для впадины и горы, соответственно. На Рисунке 16 координата центра впадины (0;0) показана черной точкой, а горы (0.35; -0,35) красной точкой.



Рисунок 16. Схематичное изображение структуры «впадина-гора» (вид сверху на безразмерной координатной плоскости XY). Ось ОУ направлена на север по меридиану, ось ОХ – на восток вдоль параллели, шаг по осям – 0.5 (25 км). Вставка 1-1 демонстрирует ступенчатую структуру среднего уровня морского дна: асимметрия, возникшая из-за горы, приводит к срезающему эффекту конфигурации впадины. Вставка 1-1 проходит через центры впадины и горы (изображены черной и красной линиями соответственно). Ось ОZ направлена наверх к морской поверхности, шаг по оси ОZ равен |σ<sub>1</sub>| = 0.075 (150 метров)

Для более детального описания вертикальной картины вихрей обработаны CTD-профили из двух океанографических рейсов: CYBO-18, проведенной с 16 по 25 августа 2004 года, и CYBO-20 с 16 по 24 мая 2006 года (Zodiatis et al. 2023), с использованием программного обеспечения Ocean Data View (ODV, Schlitzer 2023). Были произведены оценки плотности морской воды до глубин 700 метров.

Разница между максимальным ( $\rho_{max}$ ) и минимальным ( $\rho_{min}$ ) значениями плотности в каждом наборе экспедиционных данных разделена на три равные части  $\Delta = \frac{\rho_{max} - \rho_{min}}{2}$  для целей реализации трехслойной МКД-модели.

Затем, используя значения плотности  $\rho_{min} + \Delta$  и  $\rho_{min} + 2\Delta$ , по вертикальным профилям плотности найдены глубины этих слоев. Усредненные толщины слоев воды для обеих экспедиций составили: 75 метров для верхнего слоя воды ( $\widetilde{D}_1$ ) и 315 метров для верхнего и среднего слоев воды ( $\widetilde{D}_1 + \widetilde{D}_2$ ) (Рисунок 17).

Далее проводилось интегрирование функции плотности в каждом слое воды, чтобы вычислить средние плотности жидкости в каждом из слоев  $\rho_1, \rho_2$  и  $\rho_3$ .

В результате получены значения:  $\rho_0 = 1030.4 \text{ кг/м}^3$  (средняя плотность всей толщи воды),  $f = 0.8 \cdot 10^{-4} \text{c}^{-1}$  (на широте 34°),  $\Delta \rho_1 = \rho_2 - \rho_1 = 1.67 \text{ кг/м}^3$ ,  $\Delta \rho_2 = \rho_3 - \rho_2 = 1.82 \text{ кг/м}^3$ , и числа Фруда  $F_1 = 1.44$ ,  $F_2 = 1.32$ , среднее значение частоты плавучести имеет тот же порядок, что и в случае непрерывной стратификации (Глава 1). Толщины  $D_j$  и плотности  $\rho_j$  каждого слоя *j* в трехслойной МКД-модели приведены в Таблице 2:

Номер слоя, ј	1	2	3
Толщина, $\widetilde{D}_{j}$ (м)	75	240	1685
Толщина, <i>D<sub>j</sub></i>	0.0375	0.1200	0.8425
(безразмерная)			
Плотность, $\rho_{j}$ (кг/м <sup>3</sup> )	1027.90	1029.57	1031.39

Таблица 2. Параметры трехслойной модели



Рисунок 17. Панель А: Профиль условной плотности вод южнее острова Кипр, рассчитанный по 64 СТD-профилям во время СҮВО18. Разделение океана на три водных слоя по данным СҮВО18 и СҮВО20 наложено сверху, при этом каждый водный слой характеризуется своим средним значением плотности  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  и  $\rho_3$ , которые дают соответствующие два скачка плотности  $\Delta \rho_1$  и  $\Delta \rho_2$ .

Панель Б: Экспедиционные станции показаны синим цветом, а станции, используемые для целей настоящей работы, обведены красным контуром.

Данные обработаны в программном обеспечении Ocean Data View. Средние по глубине скорости одинаковы для всех слоев и находятся в диапазоне  $\overline{U} = 0.007 \div 0.02$  (в зависимости от широты)

Общая размерная толщина воды  $\tilde{D}$  принималась равной 700 м, что соответствует высоте столба морской воды над плоской вершиной горы Эратосфена. Генерация вихревых структур происходила только над топографией модели, т.е. вплоть до глубин 700 м от поверхности моря. Сама топография была включена в нижний слой на глубину  $\tilde{H} = 2000$  м.

Значение плотности воды на глубинах ниже 700 метров меняется незначительно, поэтому полученные данные по плотности мы экстраполировали на весь нижний слой, т. е. до глубин 2000 м. Таким образом, общая толщина  $\widetilde{D}$  равна 2000 м, и  $D_1 + D_2 + D_3 = 1$ .

Параметры из Таблиц 1-2 использованы для получения  $\Psi_{0j}$ , одного из слагаемых в уравнении (2.3.2):

$$\Psi_{0j}(x,y) = \Psi_{(0)} - \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{5} \sigma_{ik} c_k^j, \qquad (2.3.3)$$

45

где  $j = 1, 2, 3; \sigma_{ik}$  — высота аппроксимирующего цилиндра с номером  $k \in [1, 5]$ , отрицательное для впадины (i = 1) и положительным для горы (i = 2);

$$c_{k}^{j}(\gamma_{1},\gamma_{2},r,R_{ki}) = \\ = \begin{cases} \frac{r^{2}}{4} + \frac{q_{j2}s_{23}}{s_{13}\gamma_{1}^{2}}[1-\gamma_{1} K_{1}(\gamma_{1}R_{k})I_{1}(\gamma_{1}r)] + \frac{q_{j3}s_{33}}{s_{13}\gamma_{2}^{2}}[1-\gamma_{2}K_{1}(\gamma_{2}R_{k})I_{1}(\gamma_{2}r)], & r \leq R_{ki}; \\ \frac{1+\ln r^{2}}{2r} - \frac{q_{j2}s_{23}}{s_{13}\gamma_{1}}I_{1}(\gamma_{1}R_{k})K_{0}(\gamma_{1}r) - \frac{q_{j3}s_{33}}{s_{13}\gamma_{2}}I_{1}(\gamma_{2}R_{k})K_{0}(\gamma_{2}r), & r > R_{ki}. \end{cases}$$

 $R_{ki}$  — радиус каждого k-ого цилиндра, аппроксимирующего впадину (i = 1) или гору (i = 2); I<sub>1</sub> и K<sub>1</sub> — это модифицированные функции Бесселя первого и второго рода, соответственно.

Функция  $\Psi_{(0)}$  рассматривает зональные ( $\overline{U}$ ) и меридиональные ( $\overline{V}$ ) скорости вертикально-однородного фонового потока.  $\Psi_{(0)}$  определялась в работе (описано ниже) путем выбора поля скоростей внешнего потока, наложенного на западную границу модельной области.

Трехслойная модель океана предполагает вертикально усредненную скорость, которая, очевидно, намного меньше наблюдаемой скорости на морской поверхности.

Получены оценки средних значений скорости набегающего потока  $\overline{U}$ , направленного на восток и характеризующего исследуемую область.

На основе океанографических in-situ данных (СТД-профили с экспедиционных рейсов СҮВО-18 и СҮВО-20 (Zodiatis et al. 2023)) и средней скорости поверхностного течения по данным Brenner et al. (1991) и Hecht et al. (1998), проведен количественный анализ распределения скоростей течений с глубиной. Средняя скорость определялась путем усреднения значений  $U_j$  в каждом

слое 
$$j: \overline{U} = \frac{U_1 \widetilde{D}_1 + U_2 \widetilde{D}_2 + U_3 \widetilde{D}_3}{\widetilde{H}}.$$

Далее, на широте 33° с. ш., полученное среднее значение  $\overline{U} = 0.007$  (7 мм/с) использовалось как минимальное значение входящего восточного потока, а на широте 34° с. ш. полученное значение  $\overline{U} = 0.02$  (2 см/с) принималось за максимальную скорость морского течения. Этот диапазон необходим для

последующего моделирования влияния течения MMJ (Mid Mediterranean Jet), протекающего на широте  $34^{\circ}$  с. ш., на генерацию *Кипрской вихревой системы*. Значения скорости MMJ на поверхности моря обычно достигают высоких значений в диапазоне  $30 \div 35$  см/с по сравнению со средней поверхностной скоростью  $10 \div 15$  см/с.

Моделировался сдвиг скорости в северных точках области (раздел 2.6). В результате получен приблизительный интервал скоростей  $\overline{U} = 0.007 \div 0.02$ .

Таким образом, поставлена следующая математическая задача: фоновый (преимущественно восточный) поток набегает на неоднородность донной топографии (типа «впадина-гора»), локализованную в нижнем слое трехслойной жидкости в центре модельной области на безразмерной плоскости XY. Ось ОХ ось направлена вдоль параллели на восток, а ось ОУ ось вдоль меридиана на север, (безразмерная область  $-8 \le x, y \le 8$ ).

Проведены четыре типа экспериментов с использованием различных внешних полей скорости:

(тип I) однородно зональное течение  $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y$  восточного направления, (раздел 2.4),

(тип II) течение северо- или юго-восточного направления  $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y + \overline{V}x$  (раздел 2.5),

(тип III) восточное течение, усиливающееся вдоль меридиана, т.е. имитирующее течение MMJ (раздел 2.6), и

(тип IV) однородно зональное течение  $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y$ , переносящее свободные океанические вихри (раздел 2.7).

# 2.4. Результаты численных экспериментов с постоянными скоростями морских течений (тип I)

В этом разделе рассмотрены численные эксперименты с меридиональнопостоянным потоком вида  $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y$ , то есть направленным на восток, набегающим на топографическую систему типа «впадина-гора», расположенную в нижнем слое трехслойно стратифицированной жидкости. Здесь И далее пространственные координаты значения рассмотрены И скорости как безразмерные.

В ходе численных экспериментов с постоянными скоростями  $\overline{U} \leq 0.01$  наблюдалось формирование двух топографических вихрей: циклона (синяя область) и более крупного антициклона (красная область) (например, Рисунок 18). В среднем, диаметр антициклона в верхнем слое фиксировался в пределах 120-150 км, в то время как диаметр циклона изменялся в более широком диапазоне (от 20 км при  $\overline{U} = 0.01$  до 75 км при  $\overline{U} = 0.007$ ). Сравнение рисунков показало значительное сужение циклона к поверхности моря. Антициклон оказался более однородным по вертикали, он сужался к поверхности моря, но незначительно.

Результаты моделирования показали, что по мере увеличения средней скорости  $\overline{U}$ , захватывающие способности рельефа дна ослабевают. В наибольшей степени это затронуло впадину, влияющую на образование циклона. Например, в численных экспериментах со скоростью  $\overline{U} = 0.011$  (Рисунок 19) циклон не генерировался в верхнем слое (Панель А), где петля сепаратрисы выродилась в точку. Пространственный масштаб циклона в среднем слое значительно уменьшился (Панель Б). Здесь и далее нижний водный слой не рассматривался, в связи с тем, что проявление вихревого влияния рельефа там всегда максимально.

Антициклонический Кипрский вихрь образуется во всех трех слоях со скоростями потока  $\overline{U} = 0.015 \div 0.02$ , тогда как циклонический вихрь генерируется

только в нижнем слое. При скоростях  $\overline{U} \ge 0.025$  в верхнем и среднем слоях образование вихрей не зафиксировано, в нижнем слое присутствует только антициклонический Кипрский вихрь. При скоростях  $\overline{U}_c \ge 0.037$  вихреобразование отсутствует во всех слоях.



Рисунок 18. Линии тока горизонтального движения в стратифицированном океане (уравнение (2.3.3)) в (А) верхнем, (Б) среднем и (В) нижнем слоях, т.е. при j = 1, 2, 3 соответственно, при постоянном зональном потоке  $\overline{U} = 0.01$ ,  $\overline{V} = 0$  (жирные стрелки указывают направление движения), штриховая линия обозначает границу структуры «впадина-гора», а внутренние части петель сепаратрис ассоциируются с захваченными топографическими вихрями *Кипрской вихревой системы*: циклон (синяя область) и более крупный Кипрский вихрь (красная область)



Рисунок 19. То же, что и на Рисунке 18, но со скоростью  $\overline{U} = 0.011$ ,  $\overline{V} = 0$ , в (A) верхнем и (Б) нижнем слоях. Синяя пунктирная линия в (A) изображает вырожденную сепаратрису (ее петля вырождена в точку), т.е. для скорости  $\overline{U} \ge 0.01$  циклон в верхнем слое не образуется

## 2.5. Результаты численных экспериментов с меридиональноширотными направлениями фонового потока (тип II)

Течение ММЈ периодически разветвляется к юго-востоку от острова Кипр, тем самым формируя поток, направленный не только на восток, но и на северо- и юго-восток вдоль периферии Кипрского вихря. В этом разделе представлены результаты численных МКД-экспериментов с набегающим потоком вида  $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y + \overline{V}x \ (\overline{U} = 0.009 = const, \ \overline{V} \neq 0)$  при различных углах наклона (до ±45° вдоль широтного круга).

В экспериментах с северо-восточным фоновым потоком ( $\bar{V} > 0$ ) зафиксировано «подавление» циклона, поскольку в этом случае поток достигает впадины после того, как приобретает антициклоническую закрутку под воздействием подводной горы.

Напротив, в случае юго-восточного потока ( $\overline{V} < 0$ ) циклон демонстрирует большую устойчивость, поскольку открытый край впадины первым «встречает» набегающий поток, в результате чего в нем инициируется циклоническая завихренность. Далее описано подробнее.

Численные эксперименты показали, что в случае северо-восточного потока квазидипольная вихревая структура (циклон-антициклон) сохранялась до угла наклона  $+25^{\circ}$  (Рисунок 20). При более высоких значениях положительного наклона набегающего потока циклон в верхнем слое не формировался. Аналогично, циклон не формировался в верхнем и среднем слоях, когда угол наклона был в пределах от  $+35^{\circ}$  до  $+45^{\circ}$ .

Однако при тех же углах наклона антициклон (Кипрский вихрь) формировался регулярно, а при наклоне в +45°, его средний горизонтальный размер достиг 100 км (Рисунок 21).

Напротив, в случае юго-восточного набегающего потока, квазидипольная вихревая структура формировалась вплоть до крайнего значения угла наклона в  $-45^{\circ}$ , т.е. когда  $\overline{U} = 0.009$  и  $\overline{V} = -0.009$  (Рисунок 22).

Проведенные примеры показывают, что вихревая картина *Кипрской вихревой системы* может быть значительно изменена и модифицирована в зависимости от направления входящего фонового течения (северо-восточного или юговосточного). Почти во всех рассмотренных случаях было обнаружено, что Кипрский вихрь сохраняется и менее чувствителен к изменениям скорости набегающего потока.



Рисунок 20. Линии тока в (А) верхнем и (Б) среднем слоях при постоянной скорости фонового потока ( $\bar{U} = 0.0090$ ,  $\bar{V} = 0.0042$ ), направленного на северо-восток под углом +25° вдоль широтного круга. Топографическая структура «впадина-гора» обозначена штриховой линией



Рисунок 21. То же, что и на Рисунке 20, но под углом +45° ( $\overline{U} = \overline{V} = 0.009$ )



Рисунок 22. Линии тока в (A) верхнем и (Б) среднем слоях при постоянной скорости потока ( $\overline{U} = -\overline{V} = 0.009$ ), направленного на юго-восток под углом  $-45^{\circ}$ . Топографическая структура «впадина-гора» обозначена штриховой линией

52

## 2.6. Меридиональный сдвиг скорости: моделирование воздействия течения MMJ на систему Кипрских вихрей (тип III)

В этой серии численных экспериментов задавался градиент скорости фонового потока, текущего на восток, вдоль оси ОҮ ( $\overline{U} > 0$ ,  $\overline{V} = 0$ , антициклонический сдвиг), как, например:

$$\overline{U} = \begin{cases} 0.8, & y \le -4, \\ 0.8 + 0.03(y+4), & y > -4; \end{cases} \Psi_{(0)} = -\begin{cases} 0.8y, & y \le -4, \\ 0.8y + 0.03\left(\frac{y^2}{2} + 4y\right), & y > -4. \end{cases} (2.6.1)$$

Затем рассчитывалась функция тока (уравнение (2.3.3)), учитывающая такой градиент скорости. Уравнение (2.6.1) задавало увеличение скорости  $\overline{U}$  в 1.3 раза: от 0.008 до 0.0104 в области от -4 до +4 вдоль оси ОҮ.

Результаты моделирования уравнения (2.3.3) при учете (2.6.1) свидетельствуют о формировании как циклона, так и антициклона (Кипрского вихря) во всех трех слоях (Рисунок 23). Размер циклона на поверхности не превышает 20 км. Его можно охарактеризовать как вихревую особенность. (Под размером вихря понимается горизонтальный масштаб петли сепаратрисы функции тока).

Увеличение скорости фонового потока  $\overline{U}$  в 1.4 раза, т.е. от 0.008 до 0.0112, на участке от -4 до +4 вдоль ОУ оси:

$$\overline{U} = \begin{cases} 0.8, & y \le -4, \\ 0.8 + 0.04(y+4), & y > -4; \end{cases} \Psi_{(0)} = -\begin{cases} 0.8y, & y \le -4, \\ 0.8y + 0.04\left(\frac{y^2}{2} + 4y\right), & y > -4 \end{cases} (2.6.2)$$

приводит к тому, что циклон не формируется в верхнем слое и заметно ослабляется в среднем слое (Рисунок 24).

Исчезновение циклона в среднем, а затем и в нижнем слое обусловлено усилением сдвига скорости до максимальных значений  $\overline{U} = 0.02$ ,  $\overline{V} = 0$  (см. раздел 2.3).



Рисунок 23. Линии тока в (А) верхнем и (Б) среднем слоях с набегающим фоновым потоком вида (2.6.1). Длины черных стрелок пропорциональны скоростям потока: самая короткая стрелка отвечает скорости  $\overline{U} = 0.008$  (0.8 см/с), а самая длинная –  $\overline{U} = 0.0116$  (1.16 см/с). Сдвиг скорости происходит в области y > -4. Топографическая структура «впадина-гора» отмечена штриховой линией, внутренние части сепаратрис связаны с захваченными топографическими вихрями



Рисунок 24. То же, что и на Рисунке 23, но с набегающим потоком вида (2.6.2); самая короткая стрелка соответствует скорости  $\overline{U} = 0.008$  (0.8 см/с), самая длинная –  $\overline{U} = 0.0128$  (1.28 см/с). Сдвиг скорости происходит в области y > -4. На поверхности циклон не образуется

Уравнения (2.6.3-2.6.4) показывают отдельные примеры таких градиентных сдвигов скорости. Средний слой, т.е. при *j* = 2, показан на Рисунке 25 для обоих

54

случаев. Положительный сдвиг скорости фонового потока частично объясняет редкое образование циклона.



Рисунок 25. Линии тока в среднем слое, на структуру «впадина-гора» (отмечена штриховой линией) набегает фоновый поток вида (2.6.3) (панель А: самая короткая стрелка соответствует скорости  $\overline{U} = 0.008$  (0.8 см/с), а самая длинная –  $\overline{U} = 0.028$  (2.8 см/с), сдвиг скорости происходит при y > -2) и вида (2.6.3) (панель Б: самая короткая стрелка соответствует  $\overline{U} = 0.008$  (0.8 см/с), самая длинная –  $\overline{U} = 0.026$  (2.6 см/с), сдвиг скорости происходит при y > -4)

Примеры показывают, что антициклонический Кипрский вихрь незначительно подвержен влиянию вариаций скорости, довольно устойчив. При такой стратификации он располагается в основном над юго-восточной областью горы Эратосфена. Смоделированные горизонтальные размеры Кипрского вихря варьируются от 100 до 160 км, что согласуется с данными натурных наблюдений.

Захватывающее свойство впадины усиливается в случае обратного градиента скорости (циклонического сдвига), т.е. при более высоких скоростях на южных границах модельной области (Рисунок 26). Например, при:

$$\overline{U} = \begin{cases} 0.8, & y \ge 4, \\ 0.8 - 0.15(y - 4), & y < 4; \end{cases} \Psi_{(0)} = -\begin{cases} 0.8y, & y \ge 4, \\ 0.8y - 0.15\left(\frac{y^2}{2} - 4y\right), & y < 4. \end{cases}$$
(2.6.5)

зафиксировано сильное уменьшение размеров антициклона (в некоторых сериях экспериментов – даже его полное исчезновение) и, напротив, существенное доминирование циклона.

Структура квазидипольного вихря меняется при обратном градиенте скорости восточного потока (с 0.008 до 0.02 в интервале от +4 до -4 против оси OY). Повышенные значения скорости в окрестности подводной горы препятствуют формированию крупномасштабного антициклона. Это обстоятельство, а также уменьшение скорости над впадиной, способствуют усилению циклона.



Рисунок 26. То же, что и на рис. 8, но для внешнего потока с обратным градиентом скорости вида (2.6.5): самая короткая черная стрелка соответствует скорости  $\overline{U} = 0.008$  (0.8 см/с), а самая длинная –  $\overline{U} = 0.0245$  (2.45 см/с). Сдвиг скорости происходит при  $y \le 4$ 

Все вышеупомянутые ситуации соответствуют правилу, согласно которому вихрь не может образовываться над рельефом, если скорость фонового течения превышает некоторое критическое значение. В этой ситуации ослабляются захватывающие способности рельефа.

## 2.7. Влияние свободных вихрей на топографические вихревые структуры (**IV**)

В этом разделе представлены результаты численных МКД-экспериментов по вихревым взаимодействиям. Различные свободные вихревые пятна радиуса R (т.е. вихри в форме цилиндров с постоянным значением потенциальной завихренности), расположенные в определенном слое j = 1,2,3, взаимодействуют с *Кипрской вихревой системой* в верхнем и среднем слоях.

Под «вихревыми пятнами» понимаются различные типы свободных океанических вихрей, которых фоновое течение, в данном случае направленное на восток, несет к западной границе модельной области типа «впадина-гора». В качестве примера можно рассмотреть антициклонические вихри у берегов Египта (например, Египетский вихрь), отдельные вихри круговорота Родоса или ринги, отделившиеся от меандрирующего течения MMJ.

Эволюция вихревых пятен может быть изучена с помощью МКД, через рассмотрение эволюции их контуров. Форма и размер каждого вихревого контура изменяются при взаимодействии с внешним полем. Если два контура находятся рядом друг с другом в совместном слое, они могут слиться. МКД включает и технику контурной хирургии, которая позволяет разделять контуры на два и более.

В диссертационной работе рассмотрено, как первоначально осесимметричные вихревые пятна взаимодействуют с *Кипрской вихревой системой*. Основной акцент делается на то, как они влияют на структуру фазового портрета при прохождении структуры «впадина-гора».

Также анализируется процесс слияния вихрей, например, между Кипрским вихрем и вихрем Шикмона.

Внешнее поле течения  $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y$ ,  $\overline{U} = 0.011$  (показанное на Рисунке 19) принято за базовое в расчетах функции тока. Антициклонический вихрь, генерируемый в этом поле, близок по размеру к реально наблюдаемому Кипрскому вихрю.

В случаях взаимодействия топографического вихря и вихревого пятна одного знака, размер вихря увеличивается (стоит напомнить, что под размером вихря понимается средний горизонтальный размер петли сепаратрисы). Потенциальная завихренность сохраняется, происходит увеличение относительной завихренности системы вихрей. Вихревое пятно либо захватывается соответствующим топографическим вихрем, либо проходит между топографическими вихрями. Эта область характеризуется сильным струйным течением с высокой густотой линий тока. Близкие к ней вихревые пятна, например, расположенные около оси ОХ, всегда проходят сквозь нее, существенно вытягиваясь по форме.

1) При взаимодействиях антициклонического пятна с антициклоническим Кипрским вихрем в верхнем слое (например, Рисунок 27) ядро вихревого пятна обычно не захватывается. Пятно натекает на *Кипрскую вихревую систему* вместе с фоновым течением восточного направления ( $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y$ ) и проходит по периферии Кипрского вихря, тем самым увеличивая его горизонтальный размер (Панели Б-В). В результате пятно отделяется от системы и продолжает двигаться вниз по течению (Панель Г).

Однако, когда антициклоническое пятно распложено в среднем слое, то наблюдается его существенный захват топографией (Рисунок 28). Расчеты показывают, что антициклонические пятна среднего слоя сильнее меняют картину вихревого течения, они «стремятся слиться» с антициклоническим Кипрским вихрем. Лишь небольшая их часть продолжает движение вниз по течению.

В обеих ситуациях, когда антициклоническое пятно достигает *Кипрской вихревой системы*, топографический циклон формируется, но подавляется. В конце концов, линии тока возвращаются к своей первоначальной форме. Размер Кипрского вихря увеличивается.

58



Рисунок 27. Поведение изначально кругового антициклонического вихревого пятна верхнего слоя при его набегании в зональном потоке со скоростью  $\overline{U} = 0.011$  на *Кипрскую вихревую систему*. Панель A: t = 0, R = 1.0,  $\zeta = -0.8$ , (-5.0; -5.0) – начальные координаты центра красной области (вихревое пятно). Панели Б-В: t = 350, 450. Панель Г: t = 650, пятно движется вниз по течению, его ядро не захватывается. Структура «впадина-гора» отмечена штриховой линией

2) В потоке северо-восточного направления ( $\Psi_{(0)} = -\overline{U}y + \overline{V}x$ ;  $\overline{U}, \overline{V} = 0.011$  Рисунок 29), циклон не формируется. Входя в *Кипрскую вихревую систему*, антициклоническое пятно верхнего слоя имеет тенденцию проходить по периферии Кипрского вихря, увеличивая его в размере (Панели Б-В). При дальнейшем продвижении пятна на северо-восток Кипрский вихрь несколько

59

смещается к юго-восточному краю горы Эратосфена, в данном случае примерно на 20 км (Панель Г). Захватывающие способности горы проявляются сильнее (по сравнению со случаем восточного направления потока), небольшая часть вихревого пятна попадает внутрь петли сепаратрисы поля функции тока вихря.



Рисунок 28. То же, что и на Рисунке 27, только для среднего слоя. Панель A: t = 0, панели Б-В: t = 400,450. Панель Г: t = 650, наблюдается захват ядра пятна областью топографического Кипрского вихря



Рисунок 29. Поведение первоначально кругового антициклонического вихревого верхнего слоя при его набегании вместе с фоновым течением *северо-восточного направления*  $(\overline{U} = \overline{V} = 0.011)$  на *Кипрскую вихревую систему*. Панель A:  $t = 0, R = 1.0, \zeta = -1.6, (-5.0; -6.0)$  – начальные координаты центра красной области (вихревого пятна); желтым цветом закрашена внутренняя область петли сепаратрисы поля функции тока, порожденной воздействием вихревого пятна. Панели Б-В: t = 500, 600, пятно перемещается вниз по течению. Кипрский вихрь смещается к юго-восточному краю горы Эратосфена. Панель Г: t = 1000, часть ядра захвачена горой, остальные части выносятся потоком из области неоднородности топографии

3) При взаимодействии циклонического пятна с топографическим циклоном ядро пятна захватывается как в верхнем, так и в среднем слоях. Такая ситуация может наблюдаться по причине того, что центральная ось струйного течения находится ближе к антициклоническому Кипрскому вихрю, и циклоническая

61

окрестность оказывается менее подверженной его влиянию. В результате топографический циклон увеличивается в размере, успевая захватить часть циклонического пятна, прежде чем оно будет унесено струйным течением.

Тем не менее, в верхнем слое изменения размера топографического циклона незначительны, а подавление антициклонического Кипрского вихря слабо выражено. Захваченное ядро маленькое: площадь захвата пятна в 10 раз меньше его исходной площади (например, Рисунок 30).



Рисунок 30. Поведение изначально кругового циклонического вихревого пятна верхнего слоя при его набегании в зональном потоке со скоростью  $\overline{U} = 0.011$  на *Кипрскую вихревую систему*. Панель A:  $t = 0, R = 1.0, \zeta = 0.5, (-6.0; 2.0)$  – начальные координаты центра синей области (вихревое пятно). Панели Б-В: t = 350, 450. Панель Г: t = 650, вихревой хвост движется вниз по течению, ядро пятна захватывается циклоном над впадиной. Структура «впадина-гора» отмечена штриховой линией

С другой стороны, значительная часть циклонического пятна захватывается в среднем слое, увеличивая горизонтальный размер циклона и подавляя антициклон (Рисунок 31).

Можно заключить, что свободные вихревые пятна среднего слоя более инертны и имеют более выраженную тенденцию захватываться топографией.



Рисунок 31. То же, что и на Рисунке 30, только для среднего слоя. Панель A: t = 0, панели Б-В: t = 350, 400, часть пятна движется вниз по течению, в то время как топографический циклон захватывает ядро пятна. Панель Г: t = 650, значительная часть площади пятна заключена внутрь сепаратрисы циклона

## ГЛАВА 3. Лабораторные эксперименты

#### 3.1. Описание установки и ход эксперимента

Настоящая глава посвящена лабораторному моделированию топографических вихрей, в частности, — *Кипрской вихревой системы*. Описаны эксперименты, проводимые в лаборатории гидродинамики ИВП РАН на специальной установке.

В основе лабораторной установки лежит вращающаяся против часовой стрелки платформа с установленной на неё ёмкостью для жидкости (Рисунок 31, Панель А). Ёмкость представляет собой цилиндрический стеклянный сосуд высотой 38 см, диаметром 30 см и фальшь-дном того же диаметра (Панель Б).

В фальшь-дно внутри сосуда встроена подводная неоднородность, вид и размеры которой подбираются в соответствии с аппроксимируемым рельефом морского дна. Фальшь-дно позволяет проводить эксперименты не только с возвышенностями (горами), но и с понижениями (впадинами), а также их комбинациями любой формы: цилиндрической, параболической и т. д. Изготавливаются формы (как и фальшь-дно) на современном 3D-принтере Prusa i3 МКЗ (Рисунок 32).



Рисунок 31. Панель А: экспериментальная установка лаборатории гидродинамики ИВП РАН, панель Б: ёмкость для жидкости со встроенным в фальшь-дно подводной неоднородностью рельефа цилиндрической формы



Рисунок 32. Модели «подводных» возмущений, создаваемые на 3-D принтере Prusa i3 МКЗ

Сосуд может наполняться различными жидкостями: вода, раствор глицерина, масло. Это требуется для достижения определенных значений вязкости жидкости и/или имитации слоистой жидкости. Предусмотрена и система поворота ассиметричной модели рельефа вокруг своей оси: фальшь-дно имеет 12 круговых отверстий, что позволяет поворачивать модели с угловым шагом в 30° (рисунок 33, Панель А). Учитывается, что линейные скорости у границы ёмкости выше.

Платформа приводится в движение с помощью электромотора с импульсным питанием. Управление электромотора осуществляется через программируемый модуль «Arduino Uno». Обратная связь реализована через систему постоянных магнитов и датчика Холла: под платформой установлены четыре постоянных магнита (Рисунок 34). Когда магнит проходит над датчиком, информация по сигналу поступает в процессор ATmega328P, где происходит ее обработка и вычисление угловой скорости вращения платформы в режиме онлайн.

После запуска платформы требуется некоторое время для раскрутки всей установки и выхода на стационарный режим твердотельного вращения. Система меняет количество подаваемых на электромотор импульсов и интервалы между ними в соответствии с предварительно вычисленным значением угловой скорости, чтобы скорость вращения платформы соответствовала заданной скорости, например, 15-20 оборотов в минуту с точностью до двух/трех оборотов в минуту

(Рисунок 35). Скорости вращения лабораторной установки в 15 об/мин соответствует  $\omega = \pi/2$  рад/с, т. е.  $f = \pi c^{-1}$ .



Рисунок 33. Панель А: система поворота модели рельефа вокруг своей оси с шагом в 30° через 12 круговых отверстий, встроенных в круговое углубление фальшь-дна. Панель Б: система впрыскивания красочного элемента в виде тонкого полого стержня с малыми отверстиями, идущими наверх под углом 15°



Рисунок 34. Система магнитов, расположенных под вращающейся платформой и проходящих над датчиком Холла. Связь с процессором ATmega328P реализована через красный провод

Когда достигнуто состояние твердотельного вращения, оно (вращение) начинает останавливается. Жидкость продолжает вращаться по инерции, т. е. появляется движение жидкости относительно неподвижной топографии, позволяющее зафиксировать кратковременное формирование вихря.

Одновременно с этим происходит плавное добавление красящего вещества рядом с подводным препятствием (марганцовки, алюминиевой пудры или чернил)

для визуализации движения жидкости. Система впрыскивания красочного элемента имеет вид тонкого полого стержня с малыми отверстиями, идущими наверх под углом 15° (рисунок 33, Панель Б).



Рисунок 35. Скользящее среднее значений скорости вращения резервуара, выход скорости на стационарный режим около 15 об/мин. Горизонтальная ось градуирована в секундах

Чтобы избежать влияния кривизны свободной поверхности жидкости на топографический вихрь при больших скоростях вращения резервуара, в ранних экспериментах сверху на штативе располагалась круглая пластиковая пластина. В результате слой жидкости над подводным объектом был фиксирован по высоте  $\tilde{D}$ .

Сбоку к платформе крепится видеокамера, веб-камера, источник света и лазер. Видеоизображение с веб-камеры через вращающиеся контакты передается по USB-кабелю на компьютер и записывается. Изображение с видеокамеры (телефона) записывается в режиме онлайн.

### 3.2. Лабораторное моделирование. Результаты

Первые эксперименты проводились с водопроводной водой, в качестве средства визуализации была выбрана марганцовка. Топографический вихрь над областью донной неоднородности не проявился, потоки воды проносились над

горой, не захватываясь. Фотоматериалы, полученные с марганцовкой, не обладали достаточной наглядностью. После серий экспериментов с марганцовкой решили использовать ее в связке с алюминиевой пудрой (или чернилами) для лучшей визуализации. Также было принято решение оценить критерий подобия и постараться добиться его соответствия, меняя масштабы «подводных» неоднородностей рельефа и вязкость жидкости.

В качестве критерия подобия взято число Кибеля-Россби:  $R_o = \frac{U}{fL}$  (раздел 1.1). Параметры, использующиеся в эксперименте:  $U_{lab} = \omega r = \frac{f}{2}r$ , где r расстояние от оси вращения ёмкости до центра «подводной» неоднородности,  $r\sim0.1$  м;  $L_{lab}\sim0.025$  м. И параметры в моделировании:  $f = 0.8 \cdot 10^{-4} c^{-1}$ ,  $L_{ocean} = \tilde{L} = 50$  км,  $U_{ocean} = \bar{U} = 1$  см/с. Величина расхождения критериев подобия составила 3 порядка:  $R_{olab} = 0.5$ ,  $R_{oocean} = 2.5 \cdot 10^{-3}$ . Число Кибеля-Россби  $R_{olab}$ в 200 раз превышало критерий подобия  $R_{oocean}$ . Требовалось уменьшить скорость и увеличить размер «подводной» неоднородности.

Увеличение характерного масштаба неоднородности  $L_{lab}$  затруднительно изза ограниченных размеров вращающейся ёмкости и рабочей платформы 3D принтера. Уменьшение скорости сильно ниже 15 об/мин приводило к большим погрешностям (рывкам скорости), которые и так составляют 2-3 об/мин (см. раздел 3.2). С целью максимально близко соответствовать критерию подобия было решено увеличить вязкость жидкости, повышающей скорость затухания течения и способной «погасить» рывки скорости.

Теперь вместо водопроводной воды использовался 30%-ный раствор глицерина, кинематическая вязкость которого  $v_{lab} = 2.330 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{c}.$ Кинематическая вязкость воды при тех же условиях —  $v_{lab} = 1.006 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{c}.$ 

Первая, тестовая, задача решалась для случая неоднородности рельефа дна в виде двух соосных цилиндров разных радиусов, помещенных один над другим. В эксперименте с 30%-ым раствором глицерина и неоднородностью дна в виде двух соосных цилиндров разных радиусов  $\tilde{R}_{1,2}$  хорошо наблюдался цилиндрический столбик Тейлора над меньшим из цилиндров (Рисунок 36). В момент набегания жидкости на цилиндры (t = 1 с) в область над ними впрыскивалась алюминиевая пудра (Панель A). Поток подкрашенной жидкости подхватывался течением и сносился в сторону (Панель Б, t = 8 с). Захваченный возмущением вихрь не покидал область захвата, продолжительное время циркулировал антициклонически над меньшим цилиндром (Панель B, t = 28 с).

Удалось подтвердить образование вертикальных слоев Стьюартсона над боковыми границами цилиндров: видна четкая вертикальная граница вихря, особенно над меньшим цилиндром.



Рисунок 36. Кадры видеозаписи эксперимента с двумя соосными цилиндрами разных радиусов в 30%-ом растворе глицерина. Пункт А: t = 1 с, добавляется алюминиевая пудра на вытягивающиеся из фальшь-дна соосные цилиндры. Пункт Б: t = 8 с, подкрашенный поток жидкости сносится течением. Пункт В: t = 28 с, наблюдается цилиндрический антициклонический столбик Тейлора, движущийся, как показано черной стрелкой, также наблюдается четкая жидкая вертикальная граница вихря, особенно отчетливая над меньшим цилиндром, — вертикальные слои Стьюартсона

В эксперименте (Рисунок 37) с 30%-ым раствором глицерина и неоднородностью дна вида «впадина (1)-гора (2)», встроенным в фальшь-дно (3), видно, как подкрашенная чернилами (4) жидкость набегает на параболическую впадину (1) с выходящей из неё параболической горой (2), расположенной ближе к оси вращения. Далее, жидкость разделяется на два потока, каждый из которых подкручивается в свою сторону (Панель A, t = 1 с, скорость набегания уже мала). Гора (2) инициирует антициклоническую закрутку: на рисунке наблюдается закручивающаяся по часовой стрелке спираль чернил над «подводной» горой (Панели Б-В, t = 17; 25 с).



Рисунок 37. Эксперимент с параболической системой *впадина* (1)-*гора* (2), встроенных в фальшь-дно (3), и 30%-ым раствором глицерина во вращающейся ёмкости (вид сверху). Из канала (4) впрыскиваются чернила. Панель А: t = 1 с, фоновый поток расходится на две части. Панели Б-В: t = 17; 25 с, поток над горой (1) закручивается как, потоки над впадиной (2) подкручиваются циклонически. Панель Г: t = 37 с, объем (5) сносит в сторону, при этом антициклон (6) фиксирован на месте. Циклон (7) наблюдается над впадиной и впоследствии исчезает, сносясь в сторону течением

В эти же моменты времени видно, как над впадиной (1) проходят потоки жидкости, «пытаясь» закрутиться циклонически. Скорость потока над впадиной (2) больше, чем над горой (1), так как впадина находится дальше от оси вращения

70

сосуда. Такое расположение выбрано не случайно, поскольку учитывается аналогия с реальным течением ММЈ, протекающим севернее *Кипрской вихревой системы* над впадиной. Предположительно, циклон над впадиной не успевает полностью сформироваться, его сносит течение.

На Панели  $\Gamma$  (t = 37 c) видно, как часть потока (5) успевает продвинуться в сторону от впадины (1), при этом антициклон (6) остается на прежнем месте над горой (2). В этот же момент наблюдается замыкание кольца чернил (7) над впадиной (1). Циклон (7) оказывается нестабилен и быстро уносится в сторону течением.

### 3.3. Валидация результатов. Сравнительный анализ

Результаты математического и лабораторного моделирований задачи о Кипрском вихре сравнивались с данными, полученными во время экспедиций СҮВО-18 и СҮВО-20 в соответствующем регионе над горой Эратосфена. Валидация результатов моделирования проводилась в основном с использованием данных этих двух экспедиций, поскольку эти данные были использованы для расчета вертикального распределения плотности, применяемого при численном моделировании (раздел 2.3).

Карта высот морской поверхности ВМП (Dynamic Height), полученная с использованием натурных данных, собранных в августе 2004 года во время экспедиции СҮВО-18, показывает одну из возможных картин течений юговосточной части Левантийского бассейна (Рисунок 38, Панель А). На рисунке показан крупномасштабный антициклонический Кипрский вихрь (Панель А, 1), являющийся доминирующей особенностью региона. Его центр расположен к востоку от горы Эратосфена (33° в.д., 33°30' с.ш.).

Более слабый циклон (Панель А, 3) меньшего масштаба сосуществует с ним вблизи западных границ Кипрского вихря. Вторичный мезомасштабный антициклонический вихрь, расположенный дальше к востоку от горы Эратосфена и Кипрского вихря, ассоциируют с вихрем Шикмона (Панель A, 2). Поток восточного направления, движущийся со скоростью 0.1 – 0.2 м/с вдоль северной периферии топографического Кипрского вихря и циклона (оценки получены из «Средиземноморской системы прогнозирования» во время СҮВО-18), соотносят со струйным течением MMJ (Панель A, 4).

Аналогично, динамическая топография высот, она же ВМП (Рисунок 38, Панель Б), полученная на основе натурных данных, собранных в мае 2006 года во время рейса СҮВО-20, демонстрирует преобладание мезомасштабного Кипрского вихря (Панель Б, 1). Кроме того, в этот период Кипрский вихрь располагался почти на вершине горы Эратосфена, т.е. к западу от 33° в. д. и вдоль 32°30' с. ш.



Рисунок 38. Панель А: ВМП (Dynamic Height) Левантийского бассейна южнее острова Кипр во время рейса СҮВО-18, август 2004 г. Показаны Кипрский вихрь (1) и вихрь Шикмона (2), циклон (3) к западу от Кипрского вихря и восточное течение (4), текущее вдоль северных границ Кипрской вихревой системы. Панель Б: ВМП того же региона во время рейса СҮВО-20, май 2006 г. Показано преобладание Кипрского вихря (1) и восточного течения (2), текущего вдоль его северо-западной, северной и восточной границ. Черными точками показаны места расположения измерительных станций, шкала ВМП градуирована в метрах

Кипрский вихрь окружен меньшими циклоническими вихрями на его южном и восточном фронтах, в то время как большая циклоническая активность к северозападу от него обусловлена восточным продолжением круговорота Родоса.
Топографический циклон предположительно подавляется мощным струйным течением MMJ (Панель Б, 2), которое проходит вдоль западной, северной и восточной периферий Кипрского вихря (скорость течения 0.25-0.35 м/с согласно данным «Средиземноморской системы прогнозирования», полученным в тот же период СҮВО-20). Более того, это течение разделяет вихрь Шикмона (антициклонический вихрь к востоку от горы Эратосфена у берегов Ливана) на два меньших вихря.

Панели А-Б демонстрируют качественное согласие между представленными в работе численными результатами и оценками, полученными по данным экспедиций СҮВО-18 и СҮВО-20 (данные предоставлены коллегой из университета Кипра Джорджем Зодиатисом — George Zodiatis).

Поверхностная картина течений частично повторяется на глубине. Кипрский вихрь (1) и окружающие его небольшие циклоны практически не изменяются с глубиной. Напротив, во время СҮВО-20, антициклонический вихрь Шикмона (2), расположенный восточнее от Кипрского вихря (1), ослабевает с глубиной, что говорит о совершенно другой природе его формирования (не топографической).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты решения задачи топографически индуцированного вихреобразования в водном потоке над неосесимметричной неоднородностью рельефа дна (задача о Кипрском вихре). Разработан алгоритм аналитического решения гидродинамических задач со неосесимметричной топографией дна.

Основной интерес при написании данной работы представляла вихревая динамика вод Левантийского бассейна южнее острова Кипр, предположительно обусловленная неосесимметричным рельефом дна региона — горой Эратосфена, расположенной в глубоководной впадине. В результате проделанной работы было получено аналитическое решение задачи формирования Кипрского вихря для стратифицированного океана. Был получен сам Кипрский вихрь и циклон к северозападу от него.

Приведены соображения, позволяющие утверждать, что причиной возникновения системы двух вихрей — циклона и антициклона (Кипрского вихря), расположенных южнее острова Кипр, является воздействие топографии дна вида «впадина-гора» южной части Левантийского бассейна на фоновое течение.

Адаптация мощного численного метода — метода контурной динамики к задаче о Кипрском вихре позволила подтвердить правильность результатов аналитического моделирования. Численные эксперименты по взаимодействию свободных вихрей, переносимых внешним течением, с рельефом дна вида «впадина-гора» привели К выводу, ЧТО гора Эратосфена генерирует антициклонический Кипрский квазистационарный вихрь, который может увеличивать (уменьшать) свои горизонтальные размеры при взаимодействии с антициклоническим (циклоническим) свободным вихревым пятном.

Реализация трехслойной МКД-модели океана дополнила картину топографических вихрей *Кипрской вихревой системы*, по сравнению с первым

МКД-подходом в приближении однородного океана. В **однородном** решении размеры циклона были сопоставимы размерам Кипрского вихря. Но известно, что циклон — это небольшая вихревая особенность, лишь периодически наблюдаемая рядом с квазистационарным мезомасштабным Кипрским вихрем.

Плотностная **стратификация**, реализованная через трехслойную МКДмодель океана, устранила вышеописанное несоответствие. Уточненная стратификация была включена в применяемую трехслойную МКД-модель с более точной формой рельефа морского дна и набегающим потоком различной кинематической структуры и переменных направлений.

Результаты численного моделирования показали качественное согласие с натурными наблюдениями и спутниковыми снимками. Как результат воздействия топографии, в потоке генерировался мезомасштабный антициклон диаметром от 50 до 150 км, ассоциирующийся с Кипрским вихрем, и циклон меньшего масштаба, периодически возникающий поблизости к северо-западу от антициклона.

Периодическое появление циклона в стратифицированной трехслойной МКД-модели в основном зависело от структуры фонового потока, набегающего с запада на топографию вида «впадина-гора». Проведенные численные эксперименты (I), (II), (III) и (IV) показали следующие зависимости:

а) от скорости набегающего восточного потока (эксперименты (I)): до тех пор, пока средняя скорость потока  $\overline{U}$  не превышала 0.01, циклон моделировался во всех трех слоях. Когда средняя скорость превышала 1 см/с, циклон не образовывался в верхнем слое, а при скорости более 2 см/с циклон не образовывался вобще.

**б)** *от направления набегающего потока* (эксперименты (**II**)): циклон подавлялся при северо-восточном направлении средней скорости потока, и прекращал свое существование в верхнем и среднем слоях при увеличении угла наклона набегающего потока до +25° вдоль широтного круга, даже в случаях относительно слабых потоков. Для углов, превышающих +45°, циклон не возникал в нижнем слое.

Однако в случае юго-восточного направления потока подавление циклона было незначительным. Антициклонический Кипрский вихрь возникал почти во всех рассмотренных случаях, при различных направлениях и значениях скорости внешнего потока.

**в)** *от моделируемого в экспериментах* (**III**) *влияния течения MMJ*, протекающего над северной границей структуры «впадина-гора»: положительный меридиональный сдвиг средней зональной скорости способствовал ослаблению циклона вплоть до его отсутствия в верхнем, среднем и нижнем слоях. В то же время было показано, что антициклонический Кипрский вихрь обладает высокой устойчивостью во всех исследованных случаях.

сдвига Г) om скорости входящего потока. рассмотренной в (**III**): циклона значительно увеличился экспериментах размер за счет (обратного) меридионального отрицательного сдвига, В то время как антициклонический Кипрский вихрь уменьшился до размеров небольшой особенности. Это произошло за счет увеличения средней скорости  $\overline{U}$  в 2 раза против оси ОҮ. Повышенные скорости в окрестности подводной горы препятствовали формированию мезомасштабного антициклона.

Все вышеупомянутые ситуации соответствуют правилу, согласно которому вихрь не может образовываться над рельефом (в частности, проявляться до поверхности), если скорость водного потока превышает некоторое критическое значение  $R_o > R_{o_c} = 2.5 \cdot 10^{-3}$ . В этой ситуации наблюдается ослабление захватывающих свойств рельефа.

Наличие свободных вихревых пятен (как циклонических, так и антициклонических), перенесенных потоком в *Кипрскую вихревую систему,* являлось еще одним примером переменчивой структуры входящего потока. Применение МКД позволило провести серию численных экспериментов (**IV**) по взаимодействию стационарных вихрей с вихревыми пятнами. Вихревые пятна (свободные океанические вихри) либо увеличивали горизонтальные размеры *Кипрской вихревой системы* (при их взаимодействии и слиянии друг с другом

вихрей одного знака), либо подавляли и даже устраняли топографические вихри (последнее относилось лишь к циклону).

Ядра вихревых пятен, прямо набегающие на структуру «впадина-гора», обычно захватывались рельефом. Это было более выражено для пятен, расположенных в среднем слое.

Применение в работе численной трехслойной квазигеострофической модели углубило понимание механизмов, ответственных за генерацию Кипрского вихря. Показано, что взаимодействие восточного потока, частично приписываемого течению MMJ, с местным рельефом при определенной интенсивности и углах атаки входящего потока приводит к генерации топографической квазидипольной вихревой структуры (*Кипрской вихревой системы*), состоящей из Кипрского вихря и соседствующего с ним циклона.

Наличие определенной вертикальной стратификации плотности также показало свою важную роль в формировании пары антициклон-циклон как на поверхности, так и в глубине моря. Из сравнений решений задачи о Кипрском вихре в однородном и стратифицированном случаях выявлена роль стратификации вод Левантийского бассейна. В однородной жидкости формирование Кипрского вихря, наблюдаемых размеров (около 100 км в диаметре), невозможно. Стратификация ответственна за возникновение и эволюцию вихрей: они сужаются к поверхности океана, представляя собой усеченные конусы Тейлора-Хогга, и значительно смещаются в западном направлении. Смещения центра Кипрского вихря зафиксированы в Brenner et al. 1991; Zodiatis et al. 2005 и подтверждены в данной работе.

Исследования вертикальных движений в области топографического Кипрского вихря, в частности анализ спиральности  $\mathcal{H}$  в задаче, учитывающей непрерывную стратификацию плотности, позволили подтвердить причину «теплой» природы этого вихря — утолщение слоя прогретых вод за счет

77

даунвеллинга. Холодное пятно, наблюдаемое со спутников рядом с Кипрским вихрем, мы объясняем апвеллингом.

Расчеты вертикальной скорости опровергли прошлые представления о слабых вертикальных движениях в вихревых структурах. Качественный анализ температуры и линейных масштабов вихрей хорошо соотносился с данными спутниковых измерений и натурными судовыми наблюдениями.

Лабораторные эксперименты, моделирующие топографические вихри над особенностями дна разных форм и размеров, помещенных в ёмкость с 30%-ым раствором глицерина на вращающейся платформе, позволили получить фото и видео материалы, частично подтверждающие теоретические оценки, а именно:

**а)** Наблюдалось формирование цилиндрического столбика Тейлора над системой двух соосных цилиндров разных радиусов. Вихрь фиксировался строго над областью меньшего цилиндра.

**б)** Обнаружено образование вертикальных слоев Стьюартсона над боковыми границами цилиндров. Четкая вертикальная граница обрамляла размеры вихрей.

в) Удалось установить возможность формирования антициклона над возвышенностью и циклона над впадиной для неосесимметричной топографии дна вида «впадина-гора».

г) Зафиксирован продолжительный захват горой антициклона. Захват впадиной циклона оказался непродолжительным, и вихрь сносился вниз по течению, так как скорость течения над впадиной была больше, чем над горой. Предположительно, наблюдалась аналогия с течением MMJ, периодически оказывающим подавляющее воздействие на формирование Кипрского топографического циклона.

На сегодняшний момент продолжаются работы по экспериментальному изучению данной обширной темы, в частности, механизма топографического вихреобразования. В будущем планируется проведение лабораторных

экспериментов на вращающейся установке с другими моделями топографии, а также эксперименты с двухслойной/трехслойной жидкостью. Будут продолжаться и численные МКД-эксперименты.

Текущее применение МКД к *Кипрской вихревой системе* может быть улучшено в будущих исследованиях путем уточнения внешнего поля скорости фонового потока или добавления уточненной топографии бассейна, включая склон Кипра и/или склон Левантийского бассейна.

Используемая трехслойная модель указывает на огромный потенциал этого метода для изучения других региональных динамических особенностей, таких как, например, антициклонический вихрь Мерса-Матрух в Восточном Средиземноморье.

## Список сокращений и условных обозначений

- о БКПЮ → Большое красное пятно юпитера.
- о ВМП → Высота морской поверхности.
- $\circ$  3СПВ  $\rightarrow$  Закон сохранения потенциального вихря.
- ИВП РАН→ Институт водных проблем Российской академии наук.
- МКД → Метод контурной динамики.
- СТD-профиль → Профиль проводимости, температуры и глубины.
- ∘ СҮВО → Экспедиция «Океанографические экспедиции в Кипрском бассейне».
- СҮСLOPS → Экспедиция «Круговорот фосфора в Средиземном море».
- $\circ$  MMJ  $\rightarrow$  Средне-средиземноморское струйное течение (Mid-Mediterranean Jet).
- РОЕМ → Экспедиция «Физическая океанография восточного Средиземноморья».
- $\circ$  SST  $\rightarrow$  Температура поверхности моря.

## Список использованной литературы

Бабич, В.М. Линейные уравнения математической физики / В.М. Бабич, М.Б. Капилевич, С.Г. Михлин, Г.И. Натансон, П.М. Риз, Д.Н. Слободецкий, М.М. Смирнов. – М.: Наука, 1964. – 368 с.

Зырянов, В.Н. Теория установившихся океанических течений / В.Н. Зырянов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1985. – 248 с.

Зырянов, В.Н. Топографические вихри в динамике морских течений / В.Н. Зырянов. – М.: ИВП РАН, 1995. – 240 с.

Зырянов, В.Н. Вторичные тороидальные вихри Тейлора над возмущениями дна во вращающейся жидкости / В.Н. Зырянов // ДАН. – 2009. – т. 427. – № 2. – С. 192-198.

Зырянов, В.Н. Вихревые торы над возмущениями дна во вращающейся жидкости / В.Н. Зырянов, Е.А. Рыжов, К.В. Кошель // ДАН. – 2012. – т. 450. – № 2. – С. 171-175.

Зырянов, В.Н. Экспериментальные исследования вихревых торов над возмущениями дна во вращающейся однородной жидкости / В.Н. Зырянов // Процессы в геосредах. – 2015. – № 2(2). – С. 46-55.

Зырянов, В.Н. Теоретическое и лабораторное моделирование бифуркации топографического вихря на вихревые торы над двухступенчатой осесимметричной возвышенностью / В.Н. Зырянов, В.М. Егорова // Водные ресурсы. – 2022. – т. 49 – №2. – С. 173-183.

Козлов, В.Ф. Использование однопараметрических моделей плотности воды для исследования термохалинной циркуляции в океане конечной глубины / В.Ф. Козлов // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1968. – т. 4. – № 6. – С. 622-632.

Козлов, В.Ф. К вопросу о взаимном приспособлении поля масс и течений к рельефу дна в бароклинном океане / В.Ф. Козлов // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1975. – т. 11. – № 1. – С. 43-52.

Козлов, В.Ф. Модели топографических вихрей в океане / В.Ф. Козлов. – М.: Наука, 1983а. – 200 с.

Козлов, В.Ф. Метод контурной динамики в модельных задачах о топографическом циклогенезе в океане / В.Ф. Козлов // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1983б. – т. 19. – № 8. – С. 845-854.

Козлов, В.Ф. Численная модель бароклинной неустойчивости осесимметричных вихрей в двухслойном океане / В.Ф. Козлов, В.Г. Макаров, М.А. Соколовский // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1986. – т. 22. – № 8. – С. 868-874.

Лаврентьев, М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Наука, 1987. – 688 с.

Макаров, В.Г. Вычислительный алгоритм метода контурной динамики с изменяемой топологией исследуемых областей / В.Г. Макаров // Моделирование в механике. – 1991. – т. 5(22). – № 4. – С. 83-95.

Монин, А.С. О стратификации плотности в океане / А.С. Монин, В.Г. Нейман, Б.Н. Филюшкин // Доклады АН СССР. – 1970. – т. 191 – № 6. – С. 1277-1279.

Овчинников, И.М. Гидрология Средиземного моря / И.М. Овчинников, Е.А. Плахин, Л.В. Москаленко и др.; под. ред. В.А. Буркова. – Л.: Гидрометеоиздат, 1976. – 375 с.

Понтекорво, Т.Б. Некоторые особенности распределения гидрологических и биологических характеристик в районах банок Гавайского подводного хребта / Т.Б. Понтекорво // Изв. ТИНРО. – 1974. – т. 92. – С. 32-37.

Соколовский, М.А. Моделирование трехслойных вихревых движений в океане методом контурной динамики / М.А. Соколовский // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1991. – т. 27. – № 5. – С. 550-562.

Abudaya, M. Spatial and temporal variations in water quality along the Coast of Gaza Strip / M. Abudaya, S. Hararah // J Envir Earth Sci. – 2013. – vol 3. – P. 53-63.

Akpinar, A. Physical oceanography of the Eastern Mediterranean Sea. In: K. Turan,
B. Salihoglu, E.O. Ozbek, B. Ozturk (eds) The Turkish Part of the Mediterranean Sea /
A. Akpinar, E. Yilmaz, B. Fach, B. Salihoglu // Turkish Marine Research Foundation. P.
1-14.

Alhammoud, B. Surface circulation of the Levantine Basin: Comparison of model results with observations. / B. Alhammoud, K. Béranger, L. Mortier, M. Crépon, I. Dekeyser // Progr Oceanogr. – 2005. – vol 66(2-4). – P. 299-320.

Bambrey, R.R. Strong interactions between two co-rotating quasi-geostrophic vortices / R.R. Bambrey, J.N. Reinaud, D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 2007. – vol 592. – P. 117-133.

Ben-Avraham, Z. Magnetic anomalies in the Eastern Mediterranean and the tectonic setting of the Eratosthenes Seamount / Z. Ben-Avraham, Y. Shoham, A. Ginzburg // Geophys J Int. -1976. -vol 45(1). -P. 105-123.

Ben-Avraham, Z. Crustal structure of the Levant Basin, eastern Mediterranean / Z. Ben-Avraham, A. Ginzburg, J. Makris, L. Eppelbaum // Tectonophysics. – 2002. – vol 346(1– 2). – P. 23-43.

Bersanelli, M. Models of interacting pairs of thin, quasi-geostrophic vortices: steady-state solutions and nonlinear stability / M. Bersanelli, D.G. Dritschel, C. Lancellotti, A.C. Poje // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 2016. – vol 110(6) – P. 491-517.

Boehlert, G.W. A review of the effect of seamounts on biological processes / G.W. Boehlert, A. Genin // Seamounts, Islands and Atolls. – 1987. – vol 43. – P. 319-334.

Brenner, S. Structure and evolution of warm core eddies in the eastern Mediterranean Levantine Basin / S. Brenner // J Geophys Res. – 1989. – vol 94(C9). – P. 12.593-12.602.

Brenner, S. The mixed–layer/thermocline cycle of a persistent warm core eddy in the eastern Mediterranean / S. Brenner, Z. Rozentraub, J. Bishop, M. Krom // Dyn Atmos Oceans. – 1991. – vol 15(3-5). – P. 457-476.

Brenner, S. Long-term evolution and dynamics of a persistent warm core eddy in the Eastern Mediterranean Sea / S. Brenner // Deep-Sea Res II. – 1993. – vol 40. – P. 1193-1206.

Coletti, G. Environmental evolution and geological significance of the Miocene carbonates of the Eratosthenes Seamount (ODP Leg 160) / G. Coletti, D. Basso, C. Betzler, A.H.F. Robertson, G. Bosio, E.I. Kateb, A. Foubert, A. Meilijson, S. Spezzaferri // Palaeogeogr, Palaeoclimatol, Palaeoecol. – 2019. – vol 530. – P. 217-235.

Davey, M.K. Baroclinic instability in a fluid with three layers / M.K. Davey // J Atmos Sci. – 1977. – vol 34(8). – P. 1224-1234.

Davies, P.A. Experiments on Taylor columns in rotating, stratified fluids / P.A. Davies // Ph.D. thesis, University of Newcastle-upon-Tyne. – 1971.

Davies, P.A. Experiments on Taylor columns in rotating stratified fluids / P.A. Davies // J. Fluid Mech. – 1972. – vol 54. – P. 691-718.

Dewar, W.K. Baroclinic Eddy Interaction with Isolated Topography / W.K. Dewar // J Phys Oceanogr. – 2002. – vol 32(10). – P. 2789-2805.

Dritschel, D.G. The stability and energetics of corotating uniform vortices / D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 1985. – vol 157. – P. 95-134.

Dritschel, D.G. The nonlinear evolution of rotating configurations of uniform vorticity / D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 1986. – vol. 172. – P. 157-182.

Dritschel, D.G. Contour surgery: a topological reconnection scheme for extended integrations using contour dynamics / D.G. Dritschel // J Comput Phys. -1988. - vol 77(1). - P. 240-266.

Dritschel, D.G. Contour dynamics and contour surgery: numerical algorithms for extended, high-resolution modelling of vortex dynamics in two-dimensional, inviscid, incompressible flows / D.G. Dritschel // Comput Phys Rep. – 1989. – vol 10(3). – P. 77-146.

Dritschel, D.G. The stability of elliptical vortices in an external straining flow / D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 1990. – vol 210. – P. 223-261.

Dritschel, D.G. Modeling oceanic and atmospheric vortices / D.G. Dritschel, B. Legras // Phys Today. – 1993. – vol 46(3). – P. 44-51.

Dritschel, D.G. Three-dimensional quasi-geostrophic contour dynamics, with an application to stratospheric vortex dynamics / D.G. Dritschel, R. Saravanan // Quart J Roy Met Soc. – 1994. – vol 120(519). – P. 1267-1297.

Dritschel, D.G. The instability and breakdown of tall columnar vortices in a quasigeostrophic fluid / D.G. Dritschel, M. de la Torre Juárez // J Fluid Mech. – 1996. – vol 328. – P. 129-160.

Dritschel, D.G. A contour-advective semi-Lagrangian algorithm for the simulation of fine-scale conservative fields / D.G. Dritschel, M.H.P. Ambaum // Quart J Roy Meteor Soc. – 1997. – vol 123. – P. 1097-1130.

Dritschel, D.G. Multiple jets as PV staircases: The Phillips effect and the resilience of eddy-transport barriers / D.G. Dritschel, M.E. McIntyre // J Atmos Sci. – 2008. – vol 65(3). – P. 855-874.

Egorova, V.M. The hydrodynamic theory of the Cyprus Eddy / V.M. Egorova, V.N. Zyryanov, M.A. Sokolovskiy // Ocean Dyn. – 2022. – vol 72(1). – P. 1-20.

Filyushkin, B.N. Dynamics of intrathermocline lenses / B.N. Filyushkin, M.A. Sokolovskiy, N.G. Kozhelupova, V.M. Vagina // Doklady Earth Sci. – 2010. – vol 434(2). – P. 1377-1380.

Fusco, G. Variability of mesoscale features in the Mediterranean Sea from XBT data analysis / G. Fusco, G.M.R. Manzella, A. Cruzado, M. Gaĉic, G.P. Gasparini, V. Kovaĉević, C. Millot, C. Tziavos, Z.R. Velasquez, A. Walne, V. Zervakis, G. Zodiatis // Ann Geophys. – 2003. – vol 21. – P. 21-32.

Golnaraghi, M. Dynamical Studies of the Eastern Mediterranean Circulation. In: P. Malanotte-Rizzoli and A.R. Robinson (eds) Ocean Processes in Climate Dynamics: Global and Mediterranean Examples / M. Golnaraghi, A.R. Robinson // NATO ASI Series, Springer, Dordrecht. – 1994. – vol 419. doi: 10.1007/978-94-011-0870-6\_17

Gryanik, V.M. Dynamics of heton-like vortices / V.M. Gryanik, M.A. Sokolovskiy, J. Verron // Reg Chaot Dyn. – 2006. – vol 11(3). – P. 383-434.

Groom, S. Satellite-derived spatial and temporal biological variability in the Cyprus Eddy / S. Groom, B. Herut, S. Brenner, G. Zodiatis, S. Psarra, N. Kress, M.D. Krom, C.S. Law, P. Drakopoulos // Deep-Sea Res II. – 2005. – vol 52. – P. 2990-3010.

Hamad, N. The surface circulation in the eastern basin of the Mediterranean Sea / N. Hamad, C. Millot, I. Taupier-Letage // Sci Mar. – 2006. – vol 70(3). – P. 457-503.

Hart, J.E. Barotropic quasi-geostrophic flow over anisotropic mountains / J.E. Hart // J Atmos Sci. – 1979. – vol 36(9). – P. 1736-1746.

Hayes, D.R. Glider transects in the Levantine Sea: Characteristics of the warm core Cyprus eddy / D.R. Hayes, G. Zodiatis, G. Konnaris, A. Hannides, D. Solovyov, P. Testor // OCEANS 2011 IEEE – Spain. – 2011. – P. 1-9. doi: 10.1109/Oceans-Spain.2011.6003393

Hayes, D.R. Description of the long-lived subsurface mesoscale eddy south of Cyprus / D.R. Hayes, A. Hannides, G. Goergiou, P. Testor, H. Gildor, G. Zodiatis // 6th EGO meeting and final Symposium of the COST Action ES0904, Kiel, Germany, 2014 (hal-01139537)

Hayes, D.R. Operational Assimilation of glider temperature and salinity in a mesoscale flow field: Eastern Mediterranean test case / D.R. Hayes, S. Dobricic, H. Gildor // Ocean Sci. Discuss., 2016. doi: 10.5194/os-2016-43

Hayes, D.R. Operational assimilation of glider temperature and salinity for an improved description of the Cyprus eddy / D.R. Hayes, S. Dobricic, H Gildor, A. Matsikaris // Deep-Sea Res Part II. – 2019. – vol 164. – P. 41-53.

Hecht, A. Currents, water masses, eddies, and jets in the Mediterranean Levantine Basin / A. Hecht, N. Pinardi, A.R. Robinson // J Phys Oceanogr. – 1998. – vol 18(10). – P. 1320-1353.

Hide, R. Origin of Jupiter's Great Red Spot / R. Hide // Nature. – 1961. – vol 190. – P. 895-896.

Hogg, N.G. The influence of topography on steady currents and internal waves / N.G. Hogg // Report:71-1, Department of Earth and Planetary Sciences, Massachusetts Institute of Technology. – 1971. – P. 134-136.

Hogg, N.G. On the stratified Taylor column / N.G. Hogg // J. Fluid Mech. – 1973. – vol 58(3). – P. 517-537.

Holloway, G. Systematic forcing large-scale geophysical flows by eddy-topography interaction / G. Holloway // J Fluid Mech. – 1987. – vol 184. – P. 463-487.

Holmboe, J. Instability of baroclinic three-layered models of the atmosphere / J. Holmboe // Geophys Publ. – 1968. – vol 28. – P. 1-27.

Huppert, H.E. Some remarks on the initiation of inertial Taylor columns / H.E. Huppert // J Fluid Mech. – 1975. – vol 67. – P. 397-412.

Huppert, H.E. Topographically generated eddies / H.E. Huppert, K. Bryan // Deep Sea Res. – 1976. – vol 23(8). – P. 655-679.

Ikeda, M. Linear instability of a current flowing along a bottom sloping using a threelayer model / M. Ikeda // J Phys Oceanogr. – 1983. – vol 13(2). – P. 208-223.

Jacobs, S.J. On stratified flow over bottom topography / S.J. Jacobs // J Marine Res. – 1964. – vol 22(3). – P. 223-235.

Jalali, M. The interaction of two asymmetric quasi-geostrophic vortex patches / M. Jalali, D. Dritschel // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 2018. – vol 112(6). – P. 375-401.

Jalali, M. Stability and evolution of two opposite-signed quasi-geostrophic shallow-water vortex patches / M. Jalali, D. Dritschel // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 2020. – vol 114(4-5). – P. 561-587.

Johnson, E.R. Stratified Taylor columns on a beta-plane / E.R. Johnson // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 1977. – vol 9(1). – P. 159-177.

Johnson, E.R. Trapped vortices in rotating flow / E.R. Johnson // J Fluid Mech. – 1978. – vol 86(2). – P. 209-224.

Kitani, K. On the hydrography of the northern part of the Okhotsk Sea in summer / K. Kitani, K. Shimazaki // Bull Fac Fish Hokkaido Univ. – 1971. – vol 12. – P. 231-242.

Kokinou, E. Structural pattern recognition applied on bathymetric data from the Eratosthenes Seamount (Eastern Mediterranean, Levantine Basin) / E. Kokinou, C. Panagiotakis // Geo-Marine Letters. – 2018. – vol 38. – P. 527-540.

Koshel, K.V. Toroidal vortices over isolated topography in geophysical flows / K.V. Koshel, E.A. Ryzhov, V.N. Zyryanov // Fluid Dyn Res. – 2014. – vol 46(3). – P. 031405.

Kozlov, V.F. Stationary motion of a stratified fluid above a rough bottom (geostrophic approximation on the beta-plane) / V.F. Kozlov, M.A. Sokolovskiy // Oceanology. – 1978. – vol 8(4). – P. 383-386.

Kozlov, V.F. Influence of cylindrical topographic disturbanced on a nonstationary zonal flow of a stratified fluid on the beta plane / V.F. Kozlov, M.A. Sokolovskiy // Izvestiya Atmos Ocean Phys. – 1980. – vol 16(8). – P. 596-604.

Kozlov, V.F. Meander of a barotropic zonal current crossing a bottom ridge (periodic regime) / V.F. Kozlov, M.A. Sokolovskiy // Oceanology. – 1981. – vol 21(6). – P. 684-687.

Kozlov, V.F. The method of contour dynamics in model problems of the ocean topographic cyclogenesis / V.F. Kozlov // Izvestiya Atmos Ocean Phys. – 1983. – vol 19(8). – P. 635-640.

Kozlov, V.F. Evolution modeling of unstable geostrophic eddies in a barotropic ocean / V.F. Kozlov, V.G. Makarov // Oceanology. – 1984. – vol 24(5). – P. 556-560.

Kozlov, V.F. Simulation of the instability of axisymmetric vortices using the contour dynamics method / V.F. Kozlov, V.G. Makarov // Fluid Dyn. – 1985. – vol 20(1). – P. 28-34.

Kozlov, V.F. Geophysical hydrodynamics of vortical patches / V.F. Kozlov // Phys Oceanogr. – 1994. – vol 6(1). – P. 25-34.

Krom, M.D. Nutrient cycling in the southeast Levantine Basin of the eastern Mediterranean: results from a phosphorus starved system / M.D. Krom, E.M.S. Woodward, B. Herut, N. Kress, P. Carbo, R.F.C. Mantoura, G. Spyres, T.F. Thingstad, P. Wassmann, C. Wexels-Riser, V. Kitidis, C.S. Law, G. Zodiatis // Deep-Sea Res II. – 2005. – vol 52. – P. 2879-2896.

Kubin, E. Levantine intermediate and Levantine deep water formation: An Argo float study from 2001 to 2017 / E. Kubin, P-M. Poulain, E. Mauri, M. Menna, G. Notarstefano // Water. – 2019. – vol 11(9). – P. 1781. doi: 10.3390/w11091781

Kubryakov, A.I. The study of a persistent warm core eddy in winter 1993 and the water mass formation in the Eastern Mediterranean Sea. In: P. Malanotte-Rizzoli, V.N. Eremeev (eds) The Eastern Mediterranean as a Laboratory Basin for the Assessment of Contrasting Ecosystems / A.I. Kubryakov, N.B. Shapiro // Springer, Dordrecht. – 1999. – P. 19-31.

Law, C. The fate of phosphate in an in situ Lagrangian addition experiment in the Eastern Mediterranean / C. Law, E. Abraham, E. Woodward, M. Liddicoat, T. Fileman, T. Thingstad, V. Kitidis, T. Zohary // Deep-Sea Research II. – 2005. – vol 52. – P. 2911-2927.

Lin, S.J. Contour dynamics of tornado-like vortices / S.J. Lin // J Atmos Sci. – 1992. – vol 49(18). – P. 1745-1756.

Makarov, V.G. Doubly symmetric finite-core heton equilibria / V.G. Makarov, M.A. Sokolovskiy, Z. Kizner // J Fluid Mech. – 2012. – vol 708. – P. 397-417.

Mauri, E. On the variability of the circulation and water mass properties in the Eastern Levantine Sea between September 2016 - August 2017 / E. Mauri, L. Sitz, R. Gerin, P-M. Poulain, D. Hayes, H. Gildor // Water. – 2019. – vol 11(9). – P. 1741. doi: 10.3390/w11091741

McCartney, M.S. Inertial Taylor columns on a beta–plane / M.S. McCartney // J Fluid Mech. – 1975. – vol 68. – P. 71-95.

McCartney, M.S. The interaction of zonal currents with topography with application to the Sourthern Ocean / M.S. McCartney // Deep-Sea Res. – 1976. – vol. 23(5). – P. 413-427.

Menna, M. On the surface circulation of the Levantine sub-basin derived from Lagrangian drifters and satellite altimetry data / M. Menna, P-M. Poulain, G. Zodiatis, I Gertman // Deep-Sea Res I. – 2012. – vol. 65. – P. 46-58.

Menna, M. On the circulation and thermohaline properties of the Eastern Mediterranean Sea / M. Menna, R. Gerin, G. Notarstefano, E. Mauri, A. Bussani, M. Pacciaroni, P-M. Poulain PM // Frontiers in Marine Science. – 2021. – vol 8(671469). – P. 1-19. doi:10.3389/fmars.2021.671469

Menna, M. Climatic, decadal, and interannual variability in the upper layer of the Mediterranean Sea using remotely sensed and in-situ data / M. Menna, M. Gačić, R. Martellucci, G. Notarstefano, G. Fedele, E. Mauri, R. Gerin, P-M. Poulain // Remote Sens. – 2022. – vol 14(6). – P. 1322. doi: 10.3390/rs14061322

Nycander, J. The dynamics of long frontal waves in the shallow-water equations / J. Nycander, D.G. Dritschel, G.G. Sutyrin // Phys Fluids A. – 1992. – vol 5(5). – P. 1089-1091.

Oulhen, E. Formation of small-scale vortices in the core of a large merged vortex / E. Oulhen, J.N. Reinaud, X. Carton // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 2022. – P. 411-432. doi: 10.1080/03091929.2022.2074983

Ovchinnikov, I.M. A study of the deep-water formation in the eastern Mediterranean Sea / I.M. Ovchinnikov, Yu.I. Popov, I.F. Gertman // Oceanology. – 1990. – vol 30(6). – P. 1039-1041.

Overman, E.A. II. Evolution and merger of isolated vortex structures / E.A. Overman II, N.J. Zabusky // Phys Fluids. – 1982. – vol 25(8). – P. 1297-1305.

Ozer, T. Interannual thermohaline (1979-2014) and nutrient (2002-2014) dynamics in the Levantine surface and intermediate water masses, SE Mediterranean Sea. / T. Ozer, I. Gertman, N. Kress, J. Silverman, B. Herut // Global and Planetary Change. – 2017. – vol. 151. – P. 60-67.

Özsoy, E. Circulation and hydrography of the Levantine Basin–Results of POEM coordinated experiments 1985-1986 / E. Özsoy, A. Hecht, U. Unluata // Prog Oceanogr. – 1989. – vol 22. – P. 125-170.

Özsoy, E. A synthesis of Levantine Basin circulation and hydrography, 1985-1990 / E. Özsoy // Deep-Sea Res II. – 1993. – vol 40(6). – P. 1075-1119.

Perrot, X. Homostrophic vortex interaction under external strain in a coupled QG-SQG model / X. Perrot, J.N. Reinaud, X. Carton, D.G. Dritschel // Reg Chaot Dyn. – 2010. – vol 15(1). – P. 66-83.

Pinardi, N. The physical, sedimentary and ecological structure and variability of shelf areas in the Mediterranean Sea / N. Pinardi, E. Arneri, A. Crise, M. Ravaioli, M. Zavatarelli // The Sea. – 2006. – vol 14. – P. 1245-1331.

Pinardi, N. Mediterranean Sea large-scale low-frequency ocean variability and water mass formation rates from 1987 to 2007: A retrospective analysis / N. Pinardi, M. Zavatarelli, M. Adani, G. Coppini, C. Fratianni, P. Oddo, S. Simoncelli, M. Tonani, V. Lyubartsev, S. Dobricic // Prog Oceanogr. – 2015. – vol 132. – P. 318-332.

Polvani, L.M. Two-layer geostrophic vortex dynamics. Part 1 Upper-layer V-states and merger / L.M. Polvani, N.J. Zabusky, G.R. Flierl // J Fluid Mech. – 1989. – vol 205. – P. 215-242.

Polvani, L.M. Two-layer geostrophic vortex dynamics. Part 2 Alignment and two-layer V-states / L.M. Polvani // J Fluid Mech. – 1991. – vol 225. – P. 241-270.

Polvani, L.M. Rossby wave breaking, filamentation and secondary vortex formation: The dynamics of a perturbed vortex / L.M. Polvani, R.A. Plumb // J Atm Sci. – 1992. – vol 49(6). – P. 462-476.

Pullin, D.L. Contour Dynamics Methods / D.L. Pullin // Annu Rev Fluid Mech. – 1992. – vol 24. – P. 89-115.

Reinaud, J.N. The merger of vertically offset quasi-geostrophic vortices / J.N. Reinaud, D.G. Dritschel // J. Fluid Mech. – 2002. – vol 469. – P. 297-315.

Reinaud, J.N. The shape of vortices in quasi-geostrophic turbulence / J.N. Reinaud, D.G. Dritschel, C.R. Koudella // J Fluid Mech. – 2003. – vol 474. – P. 175-191.

Reinaud, J.N. The critical merger distance between two co-rotating quasi-geostrophic vortices / J.N. Reinaud, D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 2005. – vol 522. – P. 357-381.

Reinaud, J.N. Destructive interactions between two counter-rotating quasi-geostrophic vortices / J.N. Reinaud, D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 2009. – vol 639. – P. 195-211.

Reinaud, J.N. Geostrophic tripolar vortices in a two-layer fluid: Linear stability and nonlinear evolution of equilibria / J.N. Reinaud, M.A. Sokolovskiy, X. Carton // Phys Fluids. – 2017. – vol. 29. – P. 036601. doi: 10.1063/1.4978806

Reinaud, J.N. The merger of geophysical vortices at finite Rossby and Froude number / J.N. Reinaud, D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 2018. – vol 848. – P. 388-420.

Reinaud, J.N. Self-similar collapse of three geophysical vortices / J.N. Reinaud // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 2020. - vol 115(4). – P. 369-392. doi: 10.1080/03091929.2020.1828402

Reinaud, J.N. Self-similar collapse of three vortices in the generalized Euler and quasigeostrophic equations / J.N. Reinaud, D.G. Dritschel, R.K. Scott // Physica D Nonlinear Phenomena. – 2022. – vol 434(3). – P. 133226. doi: 10.1016/j.physd.2022.133226 Reinaud, J.N. Finite-core quasi-geostrophic circular vortex arrays with a central vortex / J.N. Reinaud // AIP Adv. – 2022. – vol 12(2). – P. 025302. doi: 10.1063/5.0081687

Robertson, A.H.F. Tectonic significance of the Eratosthenes Seamount: a continental fragment in the process of collision with a subduction zone in the Eastern Mediterranean (Ocean Drilling Program Leg 160) / A.H.F. Robertson // Tectonophys. – 1998. – vol 289(30). – P. 63-82.

Robertson, A.H.F. Tectonic development of the Eastern Mediterranean region: an introduction. In: A.H.F. Robertson, D. Mountrakis (eds) Tectonic development of the eastern Mediterranean region / A.H.F. Robertson, D. Mountrakis // Geological Society, London, Special Publications. – 2006. - vol 260. – P. 1-9.

Robinson, A.R. Small synoptic/mesoscale eddies: the energetic variability of the Eastern Levantine Basin / A.R. Robinson, A. Hecht, N. Pinardi, Y. Bishop, W.G. Leslie, Z. Rosentroub, A.J. Mariano, S. Brenner // Nature. – 1987. – vol 327(6118). – P. 131-134.

Robinson, A.R. The Eastern Mediterranean general circulation: features, structures, and variability / A.R. Robinson, M. Golnaraghi, W.G. Leslie, W.G. Artegiani, A. Hecht, A. Lazzoni, A. Michelato, E. Sansone, A. Theocharis, U. Unluata // Dyn Atm Oceans. – 1991. – vol. 15. – P. 215-240.

Robinson, A.R. General circulation of the Eastern Mediterranean / A.R. Robinson,
P. Malanotte-Rizzoli, A. Hecht, A. Michelato, W. Roether, A. Theocharis, Ü. Ünlüata, N.
Pinardi, A. Artegiani, A. Bergamasco, J. Bishop, S. Brenner, S. Christianidis, M. Gacic,
D. Georgopoulos, M. Golnaraghi, M. Hausmann, H.G. Junghaus, A. Lascaratos, M.A.
Latif, W.G. Leslie, C.J. Lozano, T. Og, E. Özso, E. Papageorgiou, E. Paschini, Z.
Rozentroub, E. Sansone, P. Scarazzato, R. Schlitzer, G.C. Spezie, E. Tziperman, G.
Zodiatis, L. Athanassiadou, M. Gerges, M. Osman // Earth Sci Rev. – 1992. – vol 32. –
P. 285-309.

Ryzhov, E.A. Interaction of two-layer vortex pair with a submerged cylindrical obstacle in a two-layer rotating fluid / E.A. Ryzhov, M.A. Sokolovskiy // Phys Fluids. – 2016. – vol 28. – P. 056602.

Santeva, E.K. On the stability of the Lofoten vortex in the Norwegian Sea / E.K. Santeva, I.L. Bashmachnikov, M.A. Sokolovskiy // Oceanology. – 2021. – vol 61(3). – P. 308-318.

Sergi, T. Seamounts. In The Mediterranean Deep-sea Ecosystems: An Overview of Their Diversity, Structure, Functioning and Anthropogenic Impacts, with a Proposal for Their Conservation / T. Sergi, S. François // IUCN. – 2004. – P. 32-34.

Schlitzer R, Ocean Data View, https://odv.awi.de, 2023

Schroeder, K. Circulation of the Mediterranean Sea and its Variability. In: Climate of the Mediterranean Region. P. Lionello (Ed) / K. Schroeder, J. Garcia-Lafuente, S.A. Josey, V. Artale, B.B. Nardelli, A. Carrillo, M. Gacic, G.P. Gasparini, M. Herrmann, P. Lionello, W. Ludwig, C. Millot, E. Özsoy, G. Pisacane, J.C. Sánchez-Garrido, G. Sannino, R. Santoleri, S. Somot, M. Struglia, E. Stanev, I. Taupier-Letage, M.N. Tsimplis, M. Vargas-Yáñez, V. Zervakis, G. Zodiatis. – Amsterdam.: Elsevier, 2012. – 592 pp.

Schroeder, K. Oceanography of the Mediterranean Sea / K. Schroeder, J. Chiggiato. – Elsevier, 2022. – 561 pp.

Scott, R.K. Numerical simulation of a self-similar cascade of filament instabilities in the surface quasigeostrophic system / R.K. Scott, D.G. Dritschel // Phys Rev Lett. – 2014. – vol 112. – P. 144505. doi: 10.1103/PhysRevLett.112.144505

Scott, R.K. Scale-invariant singularity of the surface quasigeostrophic patch / R.K. Scott, D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 2019. – vol. 863. - R2, doi: 10.1017/jfm.2019.7

Shteinbuch-Fridman, B. Transitions and oscillatory regimes in two-layer geostrophic hetons and tripoles. / V. Makarov, Z. Kizner // J Fluid Mech. – 2017. – vol 810. – P. 535-553.

Simoncelli S, Fratianni C, Pinardi N, Grandi A, Drudi M, Oddo P (2014) Mediterranean Sea physical reanalysis (MEDREA 1987-2017) (Version 1) [Data set] (Copernicus Monitoring Environment Marine Service (CMEMS))

Smeed, D.A. Baroclinic instability of three-layer flows. Part I: Linear stability / D.A. Smeed // J Fluid Mech. – 1988. – vol 194. – P. 217-231.

Sokolovskiy, M.A. Numerical modelling of nonlinear instability for axisymmetric twolayer vortices / M.A. Sokolovskiy // Izvestiya Atmos Ocean Phys. – 1988. – vol 24(7). – P. 536-542.

Sokolovskiy, M.A. Head-on collisions of distributed hetons / M.A. Sokolovskiy // Trans Dokl USSR Acad Sci Earth Sci Sect. – 1989. – vol 306(3). – P. 215-217.

Sokolovskiy, M.A. Stability of an axisymmetric three-layer vortex / M.A. Sokolovskiy // Izvestiya Atmos Ocean Phys. – 1997a. – vol 33(1). – P. 16-26.

Sokolovskiy, M.A. Stability analysis of the axisymmetric three-layered vortex using contour dynamics method / M.A. Sokolovskiy // Comput Fluid Dyn J. – 1997b. – vol 6(2). – P. 133-156.

Sokolovskiy, M.A. On the influence of submerged obstacle on a barotropic tidal flow / M.A. Sokolovskiy, V.N. Zyryanov, P.A. Davies // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 1998. – vol 88. – P. 1-30.

Sokolovskiy, M.A. Finite-core hetons: Stability and interactions / M.A. Sokolovskiy, J. Verron // J Fluid Mech. – 2000a. – vol 423. – P. 127-154.

Sokolovskiy, M.A. Four-vortex motion in the two-layer approximation: Integrable case / M.A. Sokolovskiy, J. Verron // Reg Chaot Dyn. – 2000b. – vol 5(4). – P. 414-436.

Sokolovskiy, M.A. Effect of a submerged small-height obstacle on the dynamics of a distributed heton / M.A. Sokolovskiy, J. Verron, I.M. Vagina // Izvestiya Atmos Ocean Phys. – 2001. – vol 37(1). – P. 122-133

Sokolovskiy, M.A. Baroclinic multipole formation from heton interaction / M.A. Sokolovskiy, X.J. Carton // Fluid Dyn Res. – 2010. – vol 42(4). – P. 045501.

Sokolovskiy, M.A. On instability of elliptical hetons / M.A. Sokolovskiy, J. Verron, X.J. Carton, V. Gryanik // Theor Comput Fluid Dyn. – 2010. – vol 24(1–4). – P. 117-123.

Sokolovskiy, M.A. Dynamics of intrathermocline vortices in a gyre flow over a seamount chain / M.A. Sokolovskiy, B.N. Filyushkin, X.J. Carton // Ocean Dynamics. – 2013. – vol 63(7). – P. 741-760.

Sokolovskiy, M.A. Dynamics of Vortex Structures in a Stratified Rotating Fluid / M.A. Sokolovskiy, J. Verron. – Swidzerland: Springer, Atmos and Oceanogr Sci Lib. – 2014. – vol 47. – 382 pp.

Sokolovskiy, M.A. Interaction between synoptic gyres and intrathermocline lenses / M.A. Sokolovskiy, B.N. Filyushkin // Oceanology. – 2015. – vol 55(5). – P. 661-666.

Sokolovskiy, M.A. Interaction between a surface jet and subsurface vortices in a threelayer quasi-geostrophic model / M.A. Sokolovskiy, X.J. Carton, B.N. Filyushkin, O.I. Yakovenko // Geophys Astrophys Fluid Dyn. – 2016. – vol 110(3). – P. 201-223.

Sokolovskiy, M.A. The formation of new quasi-stationary vortex patterns from the interaction of two identical vortices in a rotating fluid / M.A. Sokolovskiy, J. Verron, X.J. Carton // Ocean Dyn. – 2018. – vol 68(6). – P. 723-733.

Sokolovskiy, M.A. N-symmetric interaction of N hetons. I. Analysis of the case N = 2 / / M.A. Sokolovskiy, K.V. Koshel, D.G. Dritschel, J.N. Reinaud // Phys Fluids. – 2020a. – vol 32(9). – P. 096601

Sokolovskiy, M.A. Mathematical modeling of vortex interaction using a three-layer quasi-geostrophic model. Part 2: Finite-core-vortex approach and oceanographic application / M.A. Sokolovskiy, X.J. Carton, B.N. Filyushkin // Mathematics. – 2020b. – vol 8(8). – P. 1267. doi: 10.3390/math8081267

Staudigel, H. Seamounts and island building. In: H. Sigurdsson (ed) The Encyclopedia of Volcanoes (Second Edition) / H. Staudigel, A.A.P. Koppers // Elsevier Inc All, Academic Press. – 2015. – P. 405-421.

Taylor, G.I. Experiments with rotating fluids / G.I. Taylor // Proc Roy Soc Lond Ser A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – 1921. – vol 100(703). – P. 114-121.

Taylor, G. I. The motion of a sphere in a rotating liquid / G.I. Taylor // Proc Roy Soc Lond Ser A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – 1922. – vol 102(715). – P. 180-189.

Taylor, G.I. Experiments on the motion of solid bodies in rotating fluids / G.I. Taylor // Proc Roy Soc Lond Ser A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – 1923. – vol 104(725). – P. 213-218.

Viúdez, A.Vertical velocity in mesoscale geophysical flows / A. Viúdez, D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 2003. – vol 483. – P. 199-223.

Viúdez, A. Potential vorticity and the quasigeostrophic and semigeostrophic mesoscale vertical velocity / A. Viúdez, D.G. Dritschel // J Phys Oceanogr. – 2004. – vol 34. – P. 865-887.

Waugh, D.W. The stability of filamentary vorticity in two-dimensional geophysical vortex-dynamics models / D.W. Waugh, D.G. Dritschel // J Fluid Mech. – 1991. – vol 231. – P. 575-598.

Waugh, D.W. The efficiency of symmetric vortex merger / D.W. Waugh // Phys Fluids A. – 1992. – vol 4(8). – P. 1745-1758.

Waugh, D.W. Stratospheric Polar Vortices. In: The Stratosphere: Dynamics, Transport, and Chemistry / D.W. Waugh, L.M. Polvani // Geophys Monogr Ser AGU. – 2010. – vol 190. – P. 43-56.

Wright, D.G. On the stability of a fluid with specialized density stratification. Part I: Baroclinic instability and constant bottom slope / D.G. Wright // J Phys Oceanogr. – 1980. – vol 10(5). – P. 639-666.

Wu, H.M. Steady-state solutions of the Euler equations: rotating and translating V-states with limiting cases. I. Numerical algorithms and results / H.M. Wu, E.A. Overman II, N.J. Zabusky // J Comput Phys. – 1984. – vol 53(1). – P. 42-71.

Zabusky, N.J. Contour dynamics for Euler equations in two dimensions / N.J. Zabusky, M.H. Hughes, K.V. Roberts // J Comput Phys. – 1979. – vol 30(1). – P. 96-106.

Zodiatis, G. Hydrography and circulation south of Cyprus in late summer 1995 and in spring 1996 / G. Zodiatis, A. Theodorou, A. Demetropoulos // Oceanol Acta. – 1998. – vol 21(3). – P. 447-458.

Zodiatis, G. Variability of the Cyprus warm core Eddy during the CYCLOPS project / G. Zodiatis, P. Drakopoulos, S. Brenner, S. Groom // Deep-Sea Res. – 2005a. – vol 52(2). – P. 2897-2910.

Zodiatis, G. The Atlantic Water Mesoscale Hydrodynamics in the Levantine Basin. In: F. Briand (Ed) Strategies for understanding mesoscale processes / G. Zodiatis, P. Drakopoulos, I. Gertman, S. Brenner, D. Hayes. – Monaco: CIESM Monographs. – 2005b. –  $N_{2}$  37.

Zodiatis, G. The general circulation in the SE Levantine / G. Zodiatis, I. Gertman, P-M. Poulain, M. Menna // PERSEUS Conference Proceedings: Integrated Marine Research in the Mediterranean and Black Sea, Brussels. – 2015. – P. 231-232.

Zodiatis, G. Two decades of monitoring and forecasting of the circulation in the Levantine (1995-2016) / G. Zodiatis, I. Gertman, P-M. Poulain, M. Menna, S. Sofianos // 41 CIESM Congress Proceedings, Kiel, Rapp Comm int Mer Médit. – 2016. – vol. 41. – P. 79.

Zodiatis, G. Twenty years of in-situ monitoring in the south-eastern Mediterranean Levantine Basin: basic elements of the thermohaline structure and of the mesoscale circulation during 1995-2015 / / G. Zodiatis, S. Brenner, I. Gertman, T. Ozer, S. Simoncelli, M. Ioannou, S. Savva // Frontiers Marine Science. Climate Change impacts on Mediterranean Coastal and Transitional Areas: Assessment, Projection, and Adaptation. – 2023. – vol 9. – P. 1074504. doi: 10.3389/fmars.2022.1074504

Zyryanov, V.N. Topographic eddies in a stratified ocean / V.N. Zyryanov // Reg Chaot Dyn. – 2006. – vol 11(4). – P. 491-521.

Zyryanov, V.N. Canyon vortices: Application of the theory of topographic vortices to the phenomenon of ice rings in Baikal / V.N. Zyryanov, M.K. Chebanova, D.V. Zyryanov // Water Res. – 2022. – vol 49(2). – P. 163-172.

## Благодарности

Выражаю благодарность своему научному руководителю и наставнику, Соколовскому Михаилу Абрамовичу, за постоянную поддержку и содействие в написании диссертационной работы, за терпение и отзывчивость.

Не могу не поблагодарить своего коллегу из Кипрского университета, Джорджа Зодиатиса (George Zodiatis), за предоставленные научные данные, за конструктивные замечания и рекомендации.

Выражаю признательность коллеге из Института ядерных исследований РАН, **Петрову Павлу Константиновичу**, за интересные идеи.

Благодарю Институт водных проблем РАН за разносторонние лекции.

Хочу сказать большое спасибо моей семье и моим друзьям.

Отдельная благодарность моему первому научному руководителю, Зырянову Валерию Николаевичу, за его большой вклад в мое развитие и научные достижения. Светлая ему память!