

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**  
**о диссертации на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Александрова Ильи Игоревича**  
**на тему «Дисперсионная цепочка уравнений Власова»**  
**по специальности 1.3.3. – «теоретическая физика»**

Диссертационная работа И. И. Александрова посвящена подробному и глубокому рассмотрению теории цепочки уравнений Власова. Автору удалось расширить эту теорию, включив функции распределения смешанного типа для соответствующих кинематических величин, чтобы установить соотношения, которые в работе были названы дисперсионной цепочкой уравнений Власова.

Отметим, что первоначально эта теория была сформулирована А. А. Власовым в 60-е годы прошлого века и обобщена в его монографии «Статистические функции распределения» как подход, дающий новое понимание физических процессов с точки зрения обобщенного фазового пространства высших кинематических величин. Фундаментальность дисперсионной цепочки уравнений Власова позволяет единым образом рассматривать различные области физики: классическую механику, статистическую физику, механику сплошных сред и квантовую механику.

Однако исходные рассуждения Власова, как правило, достаточно формальны, и поэтому требуют математических пояснений и доказательств. Этот аспект является важной частью настоящей работы, которая также содержит подробные демонстрации приложения этой теории, например, в главе 3. Результаты, полученные в диссертации, имеют строгое математическое обоснование. Поставленные цели и задачи выполнены в полном объеме.

Диссертационная работа И. И. Александрова состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы, содержащего 87 источников.

Введение содержит обоснование актуальности темы диссертации, формулировку основных положений, выносимых на защиту, описание основных методов исследования. Обзор литературы подтверждает новизну исследования.

В главе 1 рассматривается обобщенное фазовое пространство кинематических величин всех порядков. Вводятся понятия обобщенной фазовой траектории, функции распределения и обобщенной скорости. На основании первого принципа — закона сохранения вероятностей — описывается построение исходной цепочки уравнений Власова. Исследуются общие свойства решений цепочки уравнений.

Глава 2 посвящена построению дисперсионной цепочки уравнений Власова для функций распределения смешанного типа, то есть содержащих произвольный набор независимых кинематических величин. С этой целью для описания функций распределения, кинематических средних и дифференциальных операторов используется понятие экстенсива как расширенной конструкции тензора. Непосредственное интегрирование исходной цепочки уравнений Власова по различным фазовым подпространствам приводит к дисперсионной цепочке уравнений, имеющей тензорную форму записи. Уравнения дисперсионной цепочки группируются по рангам. Величина ранга соответствует числу независимых кинематических величин, содержащихся в функции распределения. Формальный вид уравнений дисперсионной цепочки определяет аналог полной производной по времени в обобщенном фазовом подпространстве от смешанной функции распределения вдоль фазовой траектории. Таким образом, эволюция смешанной функции распределения определяется источниками диссипаций средних кинематических величин. На основании дисперсионной цепочки уравнений в главе 2 получаются законы сохранения,

которые условно можно классифицировать на три типа: сохранения «массы/вероятностей», «количества движения» и сохранения «энергии». Указанные названия вводятся по аналогии с частным случаем уравнением первого ранга, которое имеет классические законы сохранения. Для функций распределения смешанного типа строятся так называемые  $H_n$ -аналоги функции Больцмана и эволюционные уравнения, которым они удовлетворяют.

В главе 3 описывается применение метода дисперсионной цепочки уравнений Власова для системы с электромагнитным излучением (третье уравнение Власова) и простейшего модельного примера квантового осциллятора. В §3.1–§3.3, учитывая соотношения связи средних кинематических величин и их производных через аналоги тензоров давления, полученные в главе 2, рассматриваются различные типы динамических аппроксимаций средних кинематических величин для разрыва цепочки уравнений на третьем ранге. С учётом уравнения Лоренца–Абрагама–Дирака строится динамическая аппроксимация для средней кинематической величины третьего порядка. Рассматриваются свойства решений третьего уравнения Власова и различные методы его численного решения. В §3.4–§3.6 описывается частный случай решения уравнения первого и второго ранга дисперсионной цепочки для квантовой системы с бесконечно глубокой потенциальной ямой. Рассмотрены нестационарные решения уравнения Шрёдингера, выражающиеся через тета-функции Якоби с дополнительным параметром, соответствующим аналогу обратной температуры для квантовой системы. Построена функция Вигнера, исследованы полюса средней энергии в потенциальной яме, описано поведение квантового давления, динамика волн вероятностей и перераспределения энергии в зависимости от «температуры» квантовой системы. Показано, что квантовая система может быть рассмотрена с позиций статистической физики с использованием таких понятий, как распределение Гиббса и энтропия. В предельном переходе при

стремлении «температуры» к нулю («заморозка» квантовой системы) происходит переход к стационарному решению уравнения Шрёдингера с нулевой энтропией и соответствующему ему энергетическому спектру.

По диссертации имеются следующие замечания:

- На с. 1 цитируется Собрание научных трудов Н. Н. Боголюбова [1] в общем контексте, но нигде не упоминается цепочка уравнений Боголюбова и не указывается ее принципиальное отличие от цепочки уравнений Власова, что было бы уместно отметить, например, на с. 5.
- На с. 4 отмечена знаменитая работа М. В. Остроградского, опубликованная в 1850 г. (в диссертации ошибочно указан 1860 г.), в которой дано обобщение метода Лагранжа на лагранжианы, содержащие высшие производные координат по времени. Однако в списке литературы отсутствует необходимая ссылка на эту работу, которая продолжает активно цитироваться в настоящее время.
- Уравнение Мойэла (см. ф-лу (i.15) на с. 9) можно записать в компактном виде, если ввести функцию  $\sin x$  от соответствующего операторного аргумента, как это сделано в оригинальной работе Мойэла (1949).
- В главе 3 описывается применение третьего уравнения Власова и приведен численный алгоритм его решения для моделирования плазмы с излучением. С прикладной точки зрения, было бы полезно рассмотреть простейший модельный пример численного расчета такой системы.

Указанные замечания не снижают значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.3.3 — «теоретическая физика» (по физико-математическим

наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Александров Илья Игоревич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 — «теоретическая физика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, профессор,

профессор кафедры теоретической физики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

**Анатолий Викторович Борисов**

**04.05.2023**

Контактные данные:

тел.: +7(495)939-31-77, e-mail: borisov@phys.msu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.04.02 – теоретическая физика

Адрес места работы:

119991, г. Москва, Ленинские горы д.1, стр. 2

физический факультет ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Тел.: +7 495 939-16-82; e-mail: info@physics.msu.ru

Подпись профессора кафедры теоретической физики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова» А. В. Борисова удостоверяю:

**Ученый секретарь Ученого совета**

**физического факультета МГУ**

**профессор**

**В. А. Карavaев**

**05.05.2023**