

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук

Калинина Александра Николаевича
на тему «Связь задач Монжа и Канторовича»

по специальности 1.1.1 —

«вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Диссертация Александра Николаевича Калинина посвящена классическим, но вместе с тем актуальным вопросам анализа — задачам Монжа и Канторовича транспортировки вероятностных мер.

Если μ, ν — две вероятностные меры на пространствах X, Y , $c(x, y)$ — неотрицательная измеримая функция (так называемая функция стоимости) на $X \times Y$, то в задаче Канторовича требуется минимизировать стоимость переноса $\int c(x, y) d\pi(x, y)$ по всем мерам π на $X \times Y$ с проекциями μ, ν ; в задаче Монжа тот же минимум ищется по мерам специального вида — сосредоточенным на графиках отображений (x, Tx) , где $T^{-1}\mu = \nu$. Существование минимайзера в задаче Монжа является, таким образом, значительно более деликатным вопросом, чем для задачи Канторовича, а совпадение соответствующих инфимумов выполняется лишь при достаточно сильных предположениях на меры. Этот вопрос привлекал и продолжает привлекать внимание математиков, что подтверждает актуальность тематики диссертации.

В ней получены следующие результаты:

в главе 1 построен пример непрерывной функции стоимости на (не метризуемом) компакте $X = Y$, для которого инфимумы в задачах Монжа и Канторовича конечны и не совпадают;

в главе 2 приведено естественное и общее достаточное условие совпадения значений в задачах Монжа и Канторовича: от функции

стоимости требуется непрерывность — или, если говорить в чисто метрических терминах, виртуальная непрерывность в смысле Вершика, Петрова и Затицкого, — а от мер возможность транспортировки равновеликих частей;

глава 3 посвящена общим задачам вариационного исчисления для мер: выделению игл — это один из основных инструментов в этой науке — и изучению структуры крайних точек семейств α -вонутых мер.

Результаты снабжены полными доказательствами. Считаю их содержательными и интересными.

Следует отметить, что изложение могло бы быть лучше. Автор пренебрегает не только пунктуацией (допустим, пунктуация — тонкое дело), но и орфографией: встречаемые в тексте слова "вероятностные", "локальных", "непрерывности", "словия" легко было заменить на верные с помощью общедоступных автоматических средств проверки. Несколько больше усилий требовало исправление оборотов вроде "существование ... было установлено любых абсолютно непрерывных мер", "непрерывная функция h on $X \times X$ ", "доказательство теоремы этой". Хотя исторический обзор в главе 2 интересен и хорошо написан, при копировании его из статьи оборот "в беседах с первым автором в конце 2015 года" следовало заменить: у диссертации один автор. Непонятно, зачем приводить дважды один и тот же пример 1.2.2=1.3.1. Равносильное определение сепарабельности меры на странице 22 вызывает недоумение: ему не удовлетворяет даже мера Лебега на отрезке.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Результаты диссертации представляют интерес для специалистов по анализу и теории вероятностей. Они надлежащим образом опубликованы.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к рабо-

там подобного рода. Содержание диссертации полностью соответствует паспорту специальности 1.1.1 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель А. Н. Калинин заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор факультета математики и компьютерных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Петров Федор Владимирович

21 ноября 2022 г.

Контактные данные: тел.: +7 (812)3178730,

e-mail: fedyapetrov@gmail.com

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Адрес места работы: Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7-9, тел.: +7 (812)3636871; e-mail: math-cs@spbu.ru, сайт <https://spbu.ru/>