

ОТЗЫВ научного консультанта
на диссертацию на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Федорова Глеба Владимировича
на тему: «Теория функциональных непрерывных дробей в
гиперэллиптических полях и ее приложения»
по специальности 1.1.5 «Математическая логика,
алгебра, теория чисел и дискретная математика»

Диссертация Федорова Г.В. посвящена следующим важным и трудным проблемам современной математики: проблема существования и нахождения фундаментальных единиц в гиперэллиптических полях, проблема кручения в якобианах гиперэллиптических кривых над полем рациональных чисел, проблема периодичности разложения в функциональную непрерывную дробь элементов гиперэллиптических полей, проблема разрешимости функциональных аналогов уравнения Пелля. Эти проблемы имеют глубокую связь и находятся на стыке таких актуальных областей математики, как арифметическая геометрия, алгебраическая теория чисел, алгебраическая геометрия. На настоящий момент нет единого подхода для решения этих проблем, и каждое продвижение дается с большим трудом. Полное решение указанных проблем невозможно без построения эффективных алгоритмов и высокопроизводительных компьютерных вычислений.

В главе 3 диссертации Федорова Г.В. развита теория функциональных непрерывных дробей, построенных в полях формальных степенных рядов $K((x))$ и $K((1/x))$ для произвольных полей констант K . Одним из наиболее ярких результатов этой главы является доказательство следующей принципиально новой теоремы. Пусть в гиперэллиптическом поле L , определенном над полем алгебраических чисел K , кольцо целых элементов содержит нетривиальные единицы. Тогда для любого числа N в поле L найдется элемент, имеющий периодическое разложение в функциональную

непрерывную дробь с длиной периода больше N . Следствием этого результата является теорема о наличии элементов таких гиперэллиптических полей, имеющих сколь угодно большую длину периода последовательности степеней неполных частных функциональной непрерывной дроби.

В главе 4 диссертации рассматривается проблема классификации эллиптических полей по принципу периодичности ключевых элементов этих полей. Эта проблема привносит новое видение связи теории функциональных непрерывных дробей и теории эллиптических кривых. Под ключевыми элементами имеются ввиду элементы вида \sqrt{f}/x^s для целых s , где гиперэллиптическое поле имеет вид $L = K(x)(\sqrt{f})$. Известно, что из квазипериодичности ключевых элементов следует их периодичность, поэтому эти элементы играют важную роль в проблеме описания периодических элементов эллиптических и гиперэллиптических полей. Необходимо отметить, что даже над полем рациональных чисел $K=\mathbb{Q}$ поиск эллиптических или гиперэллиптических полей L , для которых элемент \sqrt{f} имеет периодическую функциональную непрерывную дробь, построенную в $K((x))$, является трудной задачей, в которой ранее были известны только частные примеры. Важнейшим результатом главы 4 является доказательство теорем классификации эллиптических полей над полем рациональных чисел. Для кубических эллиптических полей с точностью до эквивалентности за исключением одного тривиального семейства оказалось только 3 нетривиальных случая, когда элемент \sqrt{f} имеет периодическую функциональную непрерывную дробь, построенную в $K((x))$. Для эллиптических полей, заданных многочленом четвертой степени, за исключением четырех тривиальных семейств оказалось ровно 7 нетривиальных случаев, когда элемент \sqrt{f} имеет периодическую функциональную непрерывную дробь, построенную в $K((x))$. Эти результаты являются принципиально новым и имеют концептуальный характер в рассматриваемой области.

В главе 5 диссертации Федорова Г.В. построена совершенно новая теория функциональных непрерывных дробей обобщенного типа. Мотивация, которая легла в основу построения новой теории, вполне ясна и естественна. Дело в том, что классическая теория функциональных непрерывных дробей является важнейшим арифметическим инструментом в проблеме поиска и построения фундаментальных единиц гиперэллиптических полей, а также дает глубокую связь с проблемой описания рациональных точек кручения в якобианах гиперэллиптических кривых. Но для не алгебраически замкнутых полей констант K ранее не существовало подобных арифметических инструментов в проблеме поиска и построения фундаментальных S -единиц, когда множество S состоит не обязательно из нормирований первой степени. В главе 5 построенная новая теория функциональных непрерывных дробей обобщенного типа решает эту проблему для нормирований второй степени, давая новые арифметические инструменты для поиска нерациональных точек кручения в якобианах гиперэллиптических кривых. Найденный новый подход с помощью функциональных непрерывных дробей обобщенного типа имеет большие перспективы для решения проблем рассматриваемой области.

Диссертация Федорова Г.В. представляет собой крупное научное достижение в области алгебраической теории чисел и арифметической геометрии. Разработанные в ней методы являются новыми, актуальными и востребованными, а глубина их проработанности демонстрирует высокую квалификацию в выбранной области исследований.

Диссертация Федорова Г.В. отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете

по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Рекомендую присудить её автору – Федорову Глебу Владимировичу – ученую степень доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Научный консультант:

Академик РАН,
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник
ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН,

ПЛАТОНОВ Владимир Петрович

Дата:

Контактные данные:

e-mail: platonov@mi-ras.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Адрес места работы:

117218, Москва, Нахимовский просп., 36, к.1

ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН

e-mail: platonov@niisi.ras.ru

Подпись главного научного сотрудника ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН

В.П. Платонова удостоверяю:

руководитель/кадровый работник

_____/_____
Дата: