

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА АСТРОФИЗИКИ И ЗВЁЗДНОЙ АСТРОНОМИИ

*На правах рукописи*

**Уткин Никита Денисович**  
**Кинематика и динамика галактических подсистем**

1.3.1. Физика космоса, астрономия

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Расторгуев Алексей Сергеевич

Москва – 2022

## Содержание

<b>Введение .....</b>	<b>6</b>
Актуальность темы исследования .....	6
Цели и задачи диссертационной работы .....	9
Научная новизна.....	10
Научная и практическая значимость.....	11
Методология и методы исследования.....	12
Положения, выносимые на защиту .....	12
Степень достоверности результатов .....	14
Апробация результатов .....	14
Публикации по теме диссертации .....	15
Личный вклад автора .....	17
Структура и содержание диссертации.....	17
<b>Глава 1. Прошлое и настоящее в исследовании Галактики .....</b>	<b>21</b>
1.1 История развития представлений о структуре Млечного Пути.....	21
1.2 Кинематика диска Галактики .....	29
1.2.1 Нейтральный водород .....	30
1.2.2 Тёмные газопылевые облака.....	32
1.2.3 Звёзды – цефеиды, OB-ассоциации, красные гиганты рассеянные скопления .....	33
1.2.4 Мазерные источники .....	35
1.2.5 Имеющиеся неопределённости .....	37
1.3 Кинематика гало Галактики.....	38
1.3.1 Образование гало .....	38
1.3.2 Звёзды поля.....	39
1.3.3 Шаровые скопления.....	43
1.3.4 Продолжающееся образование гало .....	45

1.4 Основная проблема звёздной динамики.....	47
<b>Глава 2. Кинематика диска - мазеры.....</b>	<b>50</b>
2.1 Метод максимума правдоподобия .....	50
2.1.1 Входные данные.....	50
2.1.2 Используемые системы координат .....	51
2.1.3 Составляющие модельной скорости.....	52
2.1.3.1 Поступательное локальное движение выборки относительно Солнца .....	52
2.1.3.2 Круговые движения .....	53
2.1.3.3 Некруговые движения, вызванные возмущениями от спиральных волн плотности .....	53
2.1.4 Матрица ковариации .....	55
2.1.5 Функция правдоподобия .....	59
2.1.6 Оценка погрешностей параметров модели .....	60
2.2 Используемые данные .....	62
2.2.1 Пакет программ Astro Space Locator.....	62
2.3 Результаты .....	64
2.3.1 Варианты моделей и значения параметров.....	64
2.3.2 Кривая вращения.....	65
2.3.3 Комментарии по значениям параметров .....	67
2.3.4 Спиральный узор .....	70
2.3.5 Уточнение шкалы расстояний .....	70
2.3.6 Оценка шкалы диска на основе данных о локальной кинематике .....	74
2.4 Выводы по Главе 2.....	76
<b>Глава 3. Кинематика гало – переменные звёзды типа RR Лиры .....</b>	<b>78</b>
3.1 Абсолютизация собственных движений .....	79
3.1.1 Сведения о данных из каталогов.....	80

3.1.2	Общая часть двух методов.....	81
3.1.3	«Центрированный» метод.....	83
3.1.3.1	Абсолютизация координат из каталога .....	83
3.1.3.2	Определение собственных движений.....	86
3.1.4	«Коллективный» метод .....	87
3.1.4.1	Определение относительных собственных движений.....	87
3.1.4.2	Абсолютизация собственных движений .....	89
3.1.5	Проверка «центрированного» метода.....	90
3.2	Метод максимума правдоподобия - модификация.....	92
3.2.1	Сферическая система координат и изменённые выражения.....	92
3.2.2	Адаптация для двумерного поля скоростей.....	93
3.2.3	Итерационная модификация.....	93
3.3	Используемые данные .....	94
3.3.1	Распределение звёзд по металличностям.....	95
3.3.2	Абсолютизация собственных движений и данные из Gaia DR2.	97
3.4	Результаты .....	99
3.4.1	Глобальные значения параметров.....	99
3.4.2	Изменение параметров с удалением от центра Галактики.....	102
3.4.3	Оценка скорости вращения объектов гало.....	106
3.5	Выводы по Главе 3 .....	107
<b>Глава 4. Кинематика гало – звёзды голубой горизонтальной ветви .....</b>		<b>113</b>
4.1	Используемые данные .....	113
4.2	Результаты .....	114
4.2.1	Глобальные значения параметров.....	115
4.2.1.1	Учёт отклонения эллипсоида скоростей .....	117
4.2.1.2	Учёт вращения.....	117
4.2.1.3	Дисперсии скоростей – сравнение со звёздами типа RR Лиры .....	118

4.2.2 Изменение параметров с удалением от центра Галактики.....	119
4.3 Выводы по Главе 4.....	124
<b>Глава 5. Звёздная динамика.....</b>	<b>128</b>
5.1 Множитель Агекияна.....	128
5.2 Два подхода к описанию влияния иррегулярных сил.....	132
5.3 Выражения для коэффициентов диффузии.....	134
5.4 Вычисление интегралов .....	138
5.5 Окончательные выражения для коэффициентов диффузии.....	140
5.6 Выводы по Главе 5.....	142
<b>Заключение.....</b>	<b>143</b>
Благодарности .....	146
<b>Список литературы .....</b>	<b>147</b>

## Введение

### Актуальность темы исследования

Более двух столетий понадобилось учёным, чтобы на хотя бы качественном уровне понять, как устроена наша Галактика [1, 2]. Она представляет собой действительно сложную звёздную систему – она не только представлена многообразием объектов, её населяющих (около 200 миллиардов звёзд и остатков их эволюции, межзвёздная среда – облака газа и пыли, центральная сверхмассивная чёрная дыра с массой в 4,6 миллиона масс Солнца, загадочная тёмная материя) – но и состоит из отличающихся друг от друга структурных компонентов, различающихся формой, возрастом объектов, а также характером их движения [1]. В общих чертах Галактику можно разделить на дисковую и сферическую составляющие [10], которые, в свою очередь состоят из нескольких отличающихся друг от друга компонентов. Не только различия в физической природе населяющих их объектов, но и их движения довольно интересны для исследования и могут многое сказать об особенностях структурных компонент Галактики, и даже об их образовании.

Наша Галактика – одна из примерно сотен миллиардов других звёздных систем, населяющих нашу Вселенную, это типичная гигантская спиральная галактика с перемычкой. Вот почему детальное изучение её подсистем необходимо для решения важных задач не только звёздной, но и внегалактической астрономии.

**Предметом** данного диссертационного исследования является характер и параметры движения объектов разных подсистем Галактики. Известно, что в каждой подсистеме можно выделить систематические движения и остаточные, носящие случайный характер [89]. В тонком диске Галактики систематическими движениями являются круговое движение вокруг центра Галактики и отклонения от него, вносимые возмущениями от спиральных волн плотности [21-22, 42-46, 96-97]. Характерные скорости остаточных движений довольно малы по сравнению с круговыми движениями. В гало Галактики ситуация обратная – орбиты отдельных

объектов (как звёзд поля, так и шаровых скоплений) сильно вытянуты и ориентированы хаотично [123], поэтому систематическое вращение практически отсутствует, и основной вклад в кинематику вносят именно остаточные движения [113, 130, 137, 140, 145, 147-148]. Для описания систематических и пекулярных движений используются модели поля скоростей, содержащие наборы параметров. Стоит подобрать такие значения этих параметров, чтобы модельные скорости наилучшим образом воспроизводили наблюдаемое поле скоростей разных объектов. В данной работе, как и в ряде ранее опубликованных, эта задача решается методом статистических параллаксов, применение которого основано на методе максимума правдоподобия [22, 87-89].

Полученные значения параметров модели поля скоростей необходимы для решения большого набора задач исследования структуры и динамики Галактики: например, построения кривой вращения диска [18-20, 24, 27-29, 34-36, 41, 47-48, 87], оценки его поверхностной плотности и размеров [108, 109], уточнения свойств довольно сложного и красивого природного явления – спиральных волн плотности, распространяющихся по диску [90-91]; давно известно, что большую часть массы Галактики составляет невидимое тёмное гало, проявляющее себя только своей гравитацией, его вклад в гравитационное поле на периферии Галактики является доминирующим. Кроме тёмного гало в сферической составляющей Млечного пути имеются компоненты, состоящие из обычного, наблюдаемого вещества – например, барионное гало. По результатам наблюдений можно определить параметры поля скоростей объектов барионного гало. Тёмное гало в основном управляет движением объектов барионного гало – тем самым, определение параметров этого движения позволит уточнить параметры тёмного гало, может внести некоторый вклад в исследование тёмной материи нашей Галактики. Также давно известно, что гало не является однородной системой – разные его популяции отличаются друг от друга и по кинематике, и по внутренним свойствам объектов (например, химическому составу), а также по происхождению [56, 58]. Установленные различия в кинематике объектов могут указать на различия в их

происхождении, способствовать построению гипотез формирования гало Галактики [56-58, 64-76].

Движение объектов Галактики управляется взаимодействием между огромным количеством звёзд, облаков газа, под влиянием тёмной материи, поэтому при изучении этого движения важно коснуться не только его описания, но и его объяснения, которым занимается звёздная динамика. Несмотря на то что в звёздной динамике, на первый взгляд, «уже всё открыто» (в качестве теоретической основы вполне хватает механики Ньютона и классической статистической физики), имеются проблемы, ждущие своего решения уже многие десятилетия. И одной такой проблемой является обращение в бесконечность коэффициентов диффузии – величин, описывающих результирующий эффект изменения скорости пробной звезды от большого количества сближений с членами звёздной системы [81]. В прошлом обычно применялся довольно искусственный метод решения этой проблемы, паллиативный и в каком-то смысле небесспорный [79-84].

Одной из самых сложных, если не сложнейших, задач науки астрономии, отличающей её от общей физики, является определение расстояний до небесных объектов, они изначально неизвестны. Ясно, что адекватная оценка расстояний имеет определяющее влияние на получаемые из наблюдений значения многих параметров, описывающих физическое состояние небесных тел (например, размеры и светимость звёзд), и не только на них, но и, в частности, на значения параметров модели поля скоростей. Поэтому в исследованиях лучше всего опираться на объекты одного и того же типа, расстояния до которых надёжно определены, например, с помощью известных калибровочных соотношений. В качестве таких объектов могут использоваться, например, пульсирующие переменные звёзды типа  $\delta$  Цефея, для которых хорошо установлена зависимость «период-светимость», или переменные звёзды типа RR Лиры, для которых также есть похожие зависимости в оптическом и ИК-диапазонах [130-131, 137]. Кроме переменных звёзд могут использоваться объекты любого типа с хорошо определёнными расстояниями. Поэтому **объектом** данного диссертационного исследования стали выборки небесных тел одинакового типа – в тонком диске это



космические мазеры, связанные с областями звездообразования [37-51], и поэтому дающие адекватное представление о кинематике молодых объектов, в гало это переменные звёзды типа RR Лиры [60-63, 113, 126-128, 130-131, 136-137, 149], а также близкие к ним по эволюционному статусу звёзды голубой горизонтальной ветви [145]. Для решения проблемы классической расходимости коэффициентов диффузии в качестве объекта исследования выбрана наиболее простая модель трёхмерной однородной статической звёздной системы [163], однако, как будет показано в соответствующей главе, решение этой проблемы имеет более общее значение и применимо и для неоднородной звёздной среды.

В настоящее время исследование кинематики населения Галактики не является завершённым, и вряд ли оно будет завершённым в ближайшие десятилетия: данные пока имеются далеко не для всех звёзд и объектов других типов, населяющие подсистемы Галактики. Поэтому это направление работ имеет большие перспективы, особенно ввиду недавнего выхода 3-го выпуска данных проекта Gaia и ожидаемого появления последующих релизов, в которых будут более точные и многочисленные данные о звёздах. Поэтому, несмотря на свою традиционность и классический характер, изучение кинематики Галактики остаётся актуальным и востребованным.

### **Цели и задачи диссертационной работы**

Целями диссертационной работы является изучение кинематики некоторых галактических подсистем – тонкого диска и гало Галактики, исследование на основе кинематических данных неоднородности гало, а также решение одной из важных проблем звёздной динамики – устранение классической расходимости, возникающей при вычислении коэффициентов диффузии, характеризующих суммарный эффект звёздных сближений.

Поставленные цели предполагают решение следующих задач:

- Создание нового алгоритма изучения кинематики, впервые реализующего наиболее полную версию метода статистических

параллакс для поля пространственных скоростей диска, включающего дифференциальное вращение и гравитационные возмущения от спиральной волны плотности.

- Анализ кинематики тонкого диска – определение параметров поля пространственных скоростей выборки галактических мазеров методом статистических параллаксов, построение кривой вращения тонкого диска и исследование его спирального узора.
- Определение собственных движений объектов гало методами абсолютизации на основе данных о положениях объектов на как можно более широком интервале эпох наблюдений и сравнение с имеющимися данными из Gaia DR2.
- Анализ кинематики гало – определение параметров поля скоростей выборок из переменных звёзд типа RR Лиры и звёзд голубой горизонтальной ветви, в частности, попытка определения расстояния от Солнца до центра Галактики по данным о звёздах голубой горизонтальной ветви; построение графиков зависимостей параметров поля скоростей от расстояния до центра Галактики, выделение внутреннего и внешнего гало.
- Численный расчёт коэффициентов диффузии в пространстве скоростей для однородной статической звёздной системы с учётом кратности далёких сближений на основе статистического подхода Т.А. Агеяна и попытка устранения логарифмической расходимости.

### **Научная новизна**

- Впервые реализована наиболее полная версия метода статистических параллаксов для модели поля пространственных скоростей, включающей как дифференциальное вращение диска, так и спиральные возмущения от волн плотности, позволяющая также уточнять нуль-пункт шкалы используемых расстояний. С помощью этого алгоритма, учитывающего

также результаты звёздной динамики (связь компонентов тензора дисперсии скоростей), детально изучена кинематика галактических мазеров.

- Для анализа кинематики диска использована крупнейшая на момент выполнения работы выборка галактических мазеров, для которой впервые методом статистических параллаксов получен полный набор кинематических параметров, включая параметры спирального узора, и построена кривая вращения диска Галактики.
- Получено простое аналитическое выражение радиальной шкалы диска на основе данных о локальной кинематике населяющих его объектов с использованием уравнений звёздной гидродинамики и сделана оценка радиальной шкалы диска.
- Впервые получена кинематическая оценка расстояния от Солнца до центра Галактики по выборке звёзд поля, принадлежащих сферической составляющей, и проанализировано радиальное изменение компонентов дисперсии скоростей и параметра анизотропии скоростей.
- Оригинальным методом устранена логарифмическая расхожимость, возникающая при вычислении коэффициентов диффузии на основе метода Т.А. Агеяна учёта кратности звёздных сближений.

### **Научная и практическая значимость**

В ходе выполнения данной работы были созданы или модифицированы и отлажены алгоритмы определения параметров поля скоростей популяций разных подсистем Галактики на основе наблюдательных данных; в частности, на основе абсолютизированных собственных движений объектов, вычисленных с использованием их положений во всех имеющихся астрометрических и астрофизических каталогах на интервале порядка 60-70 лет. Эти методы использованы и будут использоваться для детального изучения кинематики галактических подсистем.

Приведённые в данной работе результаты (значения параметров поля скоростей популяций объектов, кривая вращения диска Галактики, графики изменения параметров поля скоростей с расстоянием до центра Галактики для объектов гало) получены на основе наблюдательного материала, собранного в рамках «всенебесных» обзоров, и представляют научную ценность для решения смежных задач исследования Млечного Пути и подобных ему галактик.

### **Методология и методы исследования**

Теоретико-методологической базой диссертации являются работы зарубежных и российских авторов, посвящённые анализу кинематики структурных компонент Галактики, а также изучению процессов релаксации в звёздных системах.

Для решения поставленных задач были использованы общенаучные (анализ, формализация, моделирование, индукция, дедукция) и специальные (анализ данных «всенебесных» обзоров, параметризация, программирование в средах Matlab и Python, программирование в среде символьных вычислений Wolfram Mathematica для расчётов коэффициентов диффузии, методы математической статистики, в частности, методы максимального правдоподобия) методы. Ряд методов был реализован в виде программного кода на языках Matlab, Python и Wolfram.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Впервые реализованная наиболее полная версия метода статистических параллаксов, применяемая к анализу поля пространственных скоростей, включающему дифференциальное вращение диска Галактики и возмущения от спиральной волны плотности, позволяет определить набор кинематических параметров диска и уточнить нуль-пункт шкалы расстояний используемых объектов.

2. Наилучшее согласие кинематической модели популяции 131 мазерного источника в областях звездообразования с наблюдениями достигается в предположении постоянства радиальной дисперсии скоростей и связи горизонтальных осей эллипсоида скоростей через зависящие от галактоцентрического расстояния значения угловой скорости и эпициклической частоты (теорема Линдблада). Кривая вращения выборки мазеров, построенная на интервале расстояний от 4 до 15 кпк, оказалась «плоской», полученные значения параметров апекса Солнца и 4-рукавного спирального узора, включая амплитуды спиральных возмущений скорости, а также кинематическая оценка расстояния от Солнца до центра Галактики согласуются с результатами других исследований.
3. Алгоритм определения абсолютных собственных движений объектов гало по данным об их положениях во «всемирных» каталогах на интервале эпох, достигающем 70 лет, позволяет определить их собственные движения с точностью около 1 мсд/год в хорошем согласии с появившимися позднее данными каталога Gaia DR2 и успешно использовать их для изучения кинематики гало.
4. Переменные звёзды типа RR Лиры, в отличие от голубых звёзд горизонтальной ветви (ВНВ) демонстрируют кинематическое деление на объекты внутреннего и внешнего гало по профилю дисперсии скоростей и величине общей скорости вращения, с границей между ними на расстояниях около 10-15 кпк. Независимая кинематическая оценка расстояния от Солнца до центра Галактики, полученная методом статистических параллаксов в применении к выборке звёзд ВНВ, согласуется с результатами исследования объектов диска.
5. Учёт кратности звёздных сближений в однородной статической звёздной системе с помощью рассчитанного Т.А. Агеяном множителя не приводит к логарифмической расходимости при вычислении коэффициентов диффузии в пространстве скоростей. Эффективное

«экранирование» звёздных сближений происходит уже на 2-3 средних межзвёздных расстояниях.

### **Степень достоверности результатов**

Достоверность результатов диссертации обосновывается использованием современных астрометрических и астрофизических данных, полученных в рамках «всенебесных» обзоров, адекватностью использования математических и статистических методов анализа данных (в частности, метода максимального правдоподобия), использованием ряда стандартных пакетов статистического анализа (например, пакета оптимизации), а также успешным сравнением результатов диссертации с результатами работ других исследователей.

Используемый в данной работе алгоритм определения параметров поля скоростей имеет надёжную теоретическую основу [88-89] и был неоднократно использован в исследованиях на данную тематику [22-24, 27, 130-131, 137, 149-150]. Алгоритмы абсолютизации собственных движений также были использованы в других исследованиях [120, 123] и проверены здесь.

О достоверности результатов исследования также свидетельствуют публикации автора в рецензируемых астрономических журналах и их апробация на всероссийских конференциях.

### **Апробация результатов**

Всероссийские конференции:

1. Современная звёздная астрономия-2016, КГО ГАИШ МГУ, Россия, 8-10 июня 2016 г., *Кратность звёздных сближений и классические расходимости* (устный)
2. Вторая астрометрическая конференция-школа «Современная астрометрия», ГАИШ МГУ, Россия, 23-25 октября 2017 г., *Кинематика RR Лирид гало Галактики* (устный)

3. XIII съезд Международной общественной организации «Астрономическое общество» и приуроченная к нему Научная конференция «Астрономия - 2018», ГАИШ МГУ, Россия, 22-26 октября 2018 г., *Кинематика и динамика гало Галактики на основе данных о звёздах горизонтальной ветви* (устный)
4. Третья астрометрическая конференция-школа «Астрометрия вчера, сегодня, завтра» Москва, МГУ им М.В. Ломоносова, ГАИШ им П.К.Штернберга, Россия, 14-16 октября 2019 г., *Уточнение собственных движений и кинематика сверхвысокоскоростных звёзд* (устный)
5. УСПЕХИ РОССИЙСКОЙ АСТРОФИЗИКИ 2020: Теория и Эксперимент, МГУ ГАИШ, Россия, 18 декабря 2020 г., *Кинематика гало Галактики на основе данных о звёздах голубой горизонтальной ветви* (устный)

### Публикации по теме диссертации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 печатных изданиях, 4 из которых опубликованы в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базе данных Web of Science/Scopus/RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности:

1. Расторгуев А.С., Уткин Н.Д., Чумак О.В. *Эффекты кратности звёздных сближений и коэффициенты диффузии в локально-однородной трёхмерной звёздной среде: устранение классической расходимости / Письма в Астрономический журнал. – 2017. – Т. 43. – С. 591-600. DOI: 10.7868/S03200108170006X (РИНЦ IF: 1.159) // Переводная версия: Rastorguev A.S., Utkin N.D., Chumak O.V. *The effect of multiplicity of stellar encounters and the diffusion coefficients in a locally homogeneous three-dimensional stellar medium: Removing the classical divergence / Astronomy Letters. – 2017. – Vol. 43. – P. 536-544. DOI: 10.1134/S1063773717080060 (WoS IF: 1.384)**

2. Расторгуев А.С., **Уткин Н.Д.**, Заболотских М.В., Дамбис А.К., Байкова А.Т., Бобылёв В.В. *Галактические мазеры: кинематика, спиральная структура и динамическое состояние диска* / *Астрофизический бюллетень*. – 2017. – Т. 72. – С. 134-155. DOI: 10.1134/s1990341317020043 (РИНЦ IF: 0.996) // Переводная версия: Rastorguev A.S., **Utkin N.D.**, Zabolotskikh M.V., Dambis A.K., Bajkova A.T., Bobylev V.V. *Galactic masers: Kinematics, spiral structure and the disk dynamic state* / *Astrophysical Bulletin*. – 2017. – Vol. 72. – P. 122-140. DOI: 10.1134/s1990341317020043 (WoS IF: 1.022)
3. **Уткин Н.Д.**, Дамбис А.К., Расторгуев А.С., Клиничев А.Д., Аблимит И., Чжао Г. *Кинематика и динамика гало Галактики на основе данных о переменных звёздах типа RR Лиры* / *Письма в Астрономический журнал*. – 2018. – Т. 44. – С. 751-762. DOI: 10.1134/S0320010818110074 (РИНЦ IF: 1.159) // Переводная статья: **Utkin N.D.**, Dambis A.K., Rastorguev A.S., Klinichev A.D., Ablimit I., Zhao G. *Kinematics and Dynamics of the Galactic Halo from RR Lyrae Variable Stars* / *Astronomy Letters*. – 2018. – Vol. 44. – P. 688-698. DOI: 10.1134/S106377371811075 (WoS IF: 1.384)
4. **Utkin N.D.** and Dambis A.K. *Calibrating the BHB distance scale and the halo kinematic distance to the Galactic Centre* / *Monthly Notices of The Royal Astronomical Society*. – 2020. – Vol. 499. – P. 1058-1071. DOI: 10.1093/mnras/staa2819 (WoS IF: 5.235)

а также две публикации – в сборниках трудов конференций:

1. Дамбис А.К., Бердников А.Н., Ковалёва Д.А., Малков О.Ю., Расторгуев А.С., **Уткин Н.Д.** *Пульсирующие звёзды, шкала расстояний и кинематика галактического гало и толстого диска* / М.: ИЗМИРАН. – «Астрономия-2018. Современная звёздная астрономия 2018». – 2018. – Т. 1. – С. 141-144. // Переводная статья: Dambis A.K., Berdnikov L.N., Kovaleva D.A., Malkov O.Yu., Rastorguev A.S., **Utkin N.D.** *Pulsating Stars, the Distance Scale and Kinematics of the Milky-Way Halo and Thick Disk* /



Modern Star Astronomy. Vol. 1, Astronomy-2018 (XIII Congress of the International Public Organization «Astronomical Society»). Conference Abstracts. – Moscow: IZMIRAN Москва. – 2018. – Vol. 1. – P. 144-147. DOI: 10.31361/eaas.2018-1.029

2. Zhuiko S.V., **Utkin N.D.**, Chemel A.A., Dambis A.K. *Gaia DR2 and Hypervelocity Stars* / Modern Star Astronomy. Vol. 1, Astronomy-2018 (XIII Congress of the International Public Organization «Astronomical Society»). Conference Abstracts. – Moscow: IZMIRAN Москва. – 2018. – Vol. 1. – P. 167-171. DOI: 10.31361/eaas.2018-1.035

### **Личный вклад автора**

В работе [87] автору диссертации принадлежит равный с соавторами вклад в разработку, отладку и использование наиболее полного варианта метода статистических параллаксов для сложного поля пространственных скоростей в диске Галактики (дифференциальное вращение и некруговые движения) (Глава 2). Автор самостоятельно вывел выражения для радиальной шкалы диска и сделал её оценку. Автору принадлежит адаптация алгоритма статистических параллаксов к исследованию кинематики подсистем гало и основной вклад в проведение вычислительных работ и анализ результатов в статьях [113, 145] (Главы 3 и 4). Автором также были полностью реализованы методы абсолютизации собственных движений (Глава 3). Автором проведён поиск аналитической аппроксимации для множителя Т.А. Агеяна, учитывающего кратность звёздных сближений, и проведены вычисления коэффициентов диффузии в статье [163] (Глава 5).

### **Структура и содержание диссертации**

Диссертация состоит из Введения, пяти Глав, Заключение и списка литературы. Общий объём диссертации составляет 163 страниц, включая 29 рисунков и 16 таблиц. Список литературы включает 163 наименования на 17 страницах.

Во **Введении** показана актуальность работы, обозначены предметы и объекты, цели и задачи исследования, научная новизна, научная и практическая значимость полученных результатов, сформулированы положения, выносимые на защиту, и приведён список работ, в которых опубликованы основные результаты диссертации.

В **Главе 1** приведён исторический обзор исследования структуры и кинематики подсистем Галактики – от работ Уильяма Гершеля до самых недавних исследований, рассказывается о многообразии объектов, используемых для изучения кинематики диска и гало, упоминается о сложном строении сферической составляющей Галактики, в общих чертах описывается одна из важнейших проблем звёздной динамики.

**Глава 2** посвящена изучению кинематики тонкого диска на основе данных о самой большой на то время выборке, включающей 131 мазерный источник [87]. В этой главе подробно представлено описание и дан вывод всех формул наиболее полной версии метода статистических параллаксов [87-89]. Приведена теоретическая основа, описаны все необходимые расчёты, поэтому при изучении этой Главы этот метод возможно реализовать «с нуля». В разделе, посвящённом результату анализа кинематики выборки мазеров, приводятся используемые варианты моделей поля скоростей, определённые значения параметров, кривая вращения диска Галактики, карта кинематического спирального узора, выводы об уточнении шкалы расстояния до мазеров. Отдельная часть посвящена аналитической оценке радиальной шкалы диска по данным кинематики объектов вблизи солнечного круга – проводится вывод соответствующей формулы и сравнение результатов с определением параметров поля скоростей для всей выборки, а также с другими работами.

В **Главе 3** подробно описываются два метода абсолютизации собственных движений на основе данных о положениях объектов и их погрешностей на разные эпохи, приведённые во «всенебесных» астрометрических и астрофизических каталогах; проводится проверка одного из этих методов, поскольку другой уже был с успехом применён при исследовании шаровых скоплений [123], задача

определения собственных движений которых сложнее, чем в случае отдельных звёзд. Также приводится упрощённая модель поля скоростей для объектов гало и итерационная модификация метода максимума правдоподобия, необходимая при использовании далёких объектов, наблюдательные данные по которым страдают большими погрешностями. В разделе, посвящённом результатам, проводится сравнение всех значений и графиков, полученных с использованием абсолютизированных собственных движений и имеющихся в Gaia DR2. Помимо значений параметров поля скоростей для глобальной выборки переменных звёзд типа RR Лиры показаны графики определённых зависимостей этих параметров от расстояния до центра Галактики, в частности, оценивается скорость вращения гало на разных удалениях. На основе этих результатов выделяются внутреннее и внешнее гало и делаются выводы о возможных механизмах их формирования.

**Глава 4** также посвящена кинематике гало, но на основе данных о звёздах голубой горизонтальной ветви. В отличие от выборки переменных звёзд типа RR Лиры, у всех используемых звёзд голубой горизонтальной ветви имеется информация о лучевых скоростях, поэтому возможно не только уточнить шкалу расстояния до них, но и с их помощью среди прочих параметров поля скоростей определить расстояние от Солнца до центра Галактики. Также проводится оценка скорости вращения гало и величины отклонения оси эллипсоида остаточных скоростей от направления на центр Галактики. В конце проводится сравнение результатов анализа кинематики выборки переменных звёзд типа RR Лиры и звёзд голубой горизонтальной ветви.

В **Главе 5** решается проблема логарифмической расходимости коэффициентов диффузии в однородной звёздной системе. Рассказывается о подходе Т.А. Агеяна к учёту кратности далёких звёздных сближений, объясняется физический смысл множителя Агеяна, проводится его численная аппроксимация. Далее непосредственным образом с применением множителя Агеяна выводятся выражения для коэффициентов диффузии, проводится их численный расчёт и демонстрируется отсутствие расходимости. Полученные результаты

сопоставляются с классическими «искусственными» вариантами устранения данной расходимости [79-84].

В **Заключении** делаются основные выводы по результатам диссертационного исследования и обозначается направление дальнейшей работы.

## **Глава 1. Прошлое и настоящее в исследовании Галактики**

В данной главе проведён исторический обзор исследований структуры и кинематики структурных компонент Млечного Пути. Сообщается об установлении сложного строения нашей Галактики и различия её составляющих. Приводятся основные результаты работ, в которых для решения данной задачи использовались объекты определённого типа. В последнем разделе сообщается об одной из важных проблем звёздной динамики, которая решена в данной работе.

### **1.1 История развития представлений о структуре Млечного Пути**

Мы живём в гигантской звёздной системе – Галактике «Млечный Путь». Ясной безлунной ночью, вдали от городских огней, мы можем наблюдать её часть в виде тусклого белёсого размытого пояса, проходящего по небесной сфере. Ещё с глубокой древности люди пытались выяснить природу этого пояса, придумывая разные догадки – от религиозных до вполне разумных объяснений. Однако серьёзное изучение этого объекта невозможно было без достаточного уровня развития науки, наблюдательной базы – телескопов, позволяющих разглядывать звёзды, что намного дальше и слабее различимых невооружённым глазом. Также требовалось достаточное развитие математики, в первую очередь статистики, поскольку звёзд, позволяющих хоть как-то проследить структуру нашей Галактики, требуется намного больше, чем несколько тысяч, видимых без телескопа.

Как упомянуто во многих источниках, в частности, в [1] и [2], одним из первых учёных, попытавшихся проследить структуру Млечного Пути, был Уильям Гершель. Помимо открытия планеты Уран, нескольких сотен двойных звёзд, он по праву является основателем внегалактической астрономии – исследовал не только Млечный Путь, но и другие маленькие «млечные туманности», выдвигая гипотезы

об их природе. Некоторые из них оказались верными. Для исследования нашей Галактики Гершель применил «метод черпков» – разбил небесную сферу на 683 площадки и в каждой из них подсчитывал звёзды с разными значениями видимого блеска. Было выдвинуто упрощающее предположение, что все звёзды имеют одинаковую светимость. Гершель не только попытался определить форму Млечного Пути, но и получил первые оценки размеров нашей звёздной системы. Но оценки расстояний до звёзд были очень сильно занижены и искажены по сравнению с их реальными значениями. Это было связано с тем, что Гершель использовал неправильную связь видимой звёздной величины небесного светила с расстоянием до него – он считал, что блеск пропорционален расстоянию. Хотя, как известно, если предположить, что светимости всех звёзд одинаковы, то зависимость видимой звёздной величины от расстояния будет логарифмической. В итоге его Галактика имела размеры 1700 пк в длину и 400 пк в толщину. Несмотря на все ошибки, ему удалось установить, что Млечный Путь представляет собой вытянутую звёздную систему – её поперечник примерно в 5 раз больше толщины. Главным недостатком такой модели было центральное положение Солнца в Галактике.

Такого же недостатка не была лишена и модель Галактики, построенная Якобусом Корнелиусом Каптейном [2]. Для установления структуры Галактики был организован обзор звёзд почти всего неба, для его проведения было привлечено много обсерваторий. Наблюдательных данных было получено очень много – например, «Фотографическое обозрение на мысе Доброй Надежды» включало примерно 400 000 звёзд до 10-й звёздной величины. По сравнению с наблюдениями Гершеля этот обзор имел заметные преимущества. Во-первых, наблюдения уже были не визуальными, а фотографическими, и блески звёзд определялись точнее. Во-вторых, помимо звёздных величин определялись кинематические характеристики – собственные движения и лучевые скорости (привлекалась ещё и спектроскопия). По собственным движениям расстояния можно определить гораздо точнее. Все эти величины были вовлечены в

статистический анализ. Для более точного установления структуры Млечного Пути было выбрано 206 избранных площадок на небесной сфере.

В результате большой работы, проделанной под руководством Каптейна за последние полтора десятка лет XIX века, в 1901 году Каптейном и ван-Райном была получена новая модель Галактики, которую впоследствии стали называть «Вселенной Каптейна» [2]. Сжатие получилось таким же, как у Гершеля, а по размерам Галактика стала больше – концентрация звёзд спадала примерно в 100 раз на расстоянии 8,5 кпк от центра модели, если отсчитывать в плоскости диска. Но Солнце находилось на расстоянии всего лишь 650 пк от центра. Как упомянуто в [1], такое положение Солнца в Галактике было бы маловероятным.

И Гершель, и Каптейн получили гелиоцентрическую Галактику потому, что не учли межзвёздное поглощение, открытое ещё В.Я. Струве в 1847 году [2]. Но в конце XXI века за рубежом о том открытии никто ничего не знал, и только в 1930 году Ю. Трюмплер это межзвёздное поглощение переоткрыл.

Тем не менее ещё до этого удалось понять, что наше Солнце находится не в центре Галактики, и помогли этому шаровые скопления – группы звёзд, имеющих общее происхождение и связанные взаимным тяготением. Они имеют сферическую симметрию и содержат от десятков тысяч до миллионов звёзд. К 2011 году их было известно 157 [3], а в начале XX века – 93. Систему шаровых скоплений исследовал Харлоу Шепли [2]. Он обнаружил, что шаровые скопления не концентрируются в плоскости Млечного Пути, а разбросаны по всему небу, однако неравномерно – имеется их повышенная концентрация в направлениях созвездий Скорпиона, Змееносца и Стрельца. В 1918 году Шепли был сделан очень простой, но меткий вывод – шаровые скопления прослеживают структуру Млечного Пути, а раз в направлении тех созвездий их особенно много, то и всех остальных объектов Галактики там тоже много. Значит, Солнечная система находится совсем не в центре, а на окраине Млечного Пути. Шепли оценил расстояние от нас до центра и получил значение в примерно 15 кпк, а сама Галактика, согласно его расчётам, имела диаметр около 100 кпк – оба значения заметно больше нынешних оценок, но они были уже гораздо ближе к истине, чем

в модели «Вселенной Каптейна». Фактически Шепли установил, что наша Галактика имеет сложное строение – помимо известной с древности дискообразной структуры в ней есть сфероидальная система из шаровых скоплений.

В следующем десятилетии новое представление о структуре Галактики получило дополнительную наблюдательную и, что особенно важно, теоретическую опору. Как упоминается в [2], в начале XX века начал развиваться новый раздел звёздной астрономии – звёздная динамика, в котором изучаются движения объектов в звёздных системах под действием сил гравитации, а движения совсем не такие, как например, в Солнечной системе, поскольку звёзд в скоплениях и галактиках очень много. Хотя бы потому, что из-за большого числа частиц в свойствах этих движений имеется много случайностей, так что звёздная динамика – это не отдельный раздел небесной механики, а скорее приложение статистической физики к звёздным системам.

Заметный вклад в развитие звёздной динамики послужило открытие Каптейном двух звёздных «потоков», двигающихся в противоположные стороны. Впоследствии было дано верное объяснение этого наблюдательного эффекта, связанное с несферичностью распределения остаточных (пекулярных) скоростей звёзд диска Млечного Пути: распределение скоростей звёзд является эллипсоидальным, с тремя взаимно-перпендикулярными направлениями главных осей эллипсоида. С учётом скорости звёзд относительно Солнца это выглядит в проекции на небесную сферу как Каптейновские «потоки» (которые иногда называли «калошами Каптейна»).

Через пару десятков лет было обнаружено ещё одно похожее на звёздные «потоки» Каптейна свидетельство сложности строения нашей Галактики – если Шепли его установил по пространственному распределению объектов, то в тех случаях на него указала кинематика объектов. Стрёмберг [4], исследуя 1300 звёзд спектральных классов от F до M установил, что звёзды с большими скоростями относительно Солнца движутся в направлениях, преимущественно ограниченных галактическими долготами  $160^\circ$  и  $340^\circ$ . Причём эта асимметрия в направлениях движения не связана с каким-то определённым, чётко выделяющимся потоком –



имеется непрерывное распределение звёзд по скоростям относительно Солнца: есть звёзды со всеми значениями скоростей. Причём было установлено, что чем больше скорость отставания звёзд от Солнца, тем больше характерный разброс скоростей звёзд друг относительно друга, описывающийся трёхосным эллипсоидальным распределением, предложенным Карлом Шварцшильдом, известным также своим решением системы уравнений ОТО А. Эйнштейна, описывающим самый простой вид чёрной дыры.

Данную асимметрию Стрёмберга, обнаруженную не только им, но и другими авторами по небольшим выборкам звёзд, теоретически объяснил Бертил Линдبلاد [5]. Было выдвинуто предположение, что наша Галактика действительно имеет сложное строение – её можно рассматривать как совокупность вложенных друг в друга подсистем разной степени сплюснутости, вращающихся вокруг одной общей оси. Также они отличаются по кинематике: чем более сплюснутая подсистема, тем быстрее она вращается, но в то же время тем меньше остаточные скорости звёзд друг относительно друга в этой подсистеме. Помимо строгого доказательства возникновения асимметрии Стрёмберга в начале работы Линдبلادом было приведено простое объяснение с привлечением энергетических соображений: каждая такая подсистема могла возникнуть в результате слияния двух других подсистем. При этом возникали взаимные превращения энергий – потенциальной энергии взаимодействия подсистем, потенциальной гравитационной энергии каждой из подсистем, кинетических энергий движения систем как целого и кинетических энергий, связанных с внутренними движениями звёзд в этих подсистемах. В результате среди прочих имеется следующая корреляция: при возрастании кинетических энергий движения систем как целого уменьшаются кинетические энергии внутренних движений. Ясно, что от кинетических энергий движения систем как целого после их слияния зависит то, насколько быстро вращается как целое образовавшаяся система, а от кинетических энергий внутреннего движения зависит то, насколько большими могут быть остаточные скорости. Отсюда получаем ту корреляцию, которая наблюдалась в асимметрии Стрёмберга. Ян Оорт привёл дополнительные наблюдательные подтверждения – в

своей работе [6] по лучевым скоростям некоторых звёзд и шаровых скоплений он установил, что центры подсистем этих объектов наблюдаются практически в одинаковых направлениях на небе. Данные по собственным движениям подтвердили эту картину. Также было установлено, что подсистема шаровых скоплений быстрее всего двигалась относительно Солнца – значит, в неподвижной системе отсчёта она практически не вращалась. Помимо подтверждений теории Линдблада Оорту удалось получить приближённое выражение для силы притяжения, действующей на пробное тело со стороны всей звёздной системы, а также оценить расстояние до центра Галактики – было получено значение около 6 кпк, что гораздо ближе к современному, чем полученные ранее.

Помимо наблюдений Оорт предложил своё собственное теоретическое объяснение асимметрии Стрёмберга [7]. Теперь Галактика не рассматривалась как набор вложенных друг в друга звёздных систем, а как одна система, просто содержащая звёзды разных типов, обращающихся с разными скоростями вокруг центра и имеющие разные значения характерных остаточных скоростей. Деление всей системы звёзд на группы нужно было только для удобства расчётов, причём модель была подобрана так, чтобы лучше всего соответствовать наблюдательным данным.

Впоследствии было дополнительно подтверждено, что звёзды можно разделить на две группы не только по их движению относительно Солнца, то есть по кинематике, но и по их собственным характеристикам. Нередко случалось, что нечто имеющееся в нашей Галактике (например, спиральный узор) сначала обнаруживалось у других звёздных систем, и только потом находились свидетельства наличия подобных свойств у нашего звёздного острова. Это понятно, ведь живём мы в плоскости диска Галактики, видим его с ребра, и поэтому из-за сильного поглощения света межзвёздной пылью не всё нам бывает так доступно.

В начале 40-х годов Вальтер Бааде проводил астрономические наблюдения ближайших галактик. По причинам, связанным со Второй Мировой войной, а подробнее об этом можно узнать в [2], ему удалось провести довольно точные и

качественные наблюдения. В конце лета-начале осени 1943 года Бааде получил изображения центральной области туманности Андромеды, а также её карликовых спутников – компактной эллиптической галактики M32 и карликовой эллиптической галактики NGC 205, на которых стали заметны отдельные звёзды [8]. До этого те изображения получались туманообразными, поскольку применялись фотопластинки с максимумом чувствительности, приходящимся на голубую область спектра. Бааде применил аммонизированные фотопластинки, имеющие максимум чувствительности в красной области спектра, и в итоге даже без увеличения диаметра объектива телескопа на изображениях стали проявляться отдельные звёзды. Это удалось потому, что они были все красного цвета, с большим показателем цвета  $CI = m_{pg} - m_{pr} = 1,3^m$  ( $m_{pg}$  – фотографическая звёздная величина,  $m_{pr}$  – звёздная величина на фотопластинке, чувствительной к красной области спектра), а в голубой области спектра они очень тусклые. По известному модулю расстояния до системы туманности Андромеды были получены абсолютные звёздные величины этих замеченных ярчайших красных звёзд – например, в галактике NGC 205 они составляли  $M_{pg} = -1,1^m$ . Что интересно, по этим характеристикам они практически совпадали со звёздами шаровых скоплений. Выходит, что звёздные населения карликовой эллиптической галактики («раннего типа») и шаровых скоплений были очень похожи.

Но на этом сходство не заканчивалось. Оказалось, что и диаграммы Герцшпрунга-Рассела галактик раннего типа и эллиптических галактик очень похожи – есть горизонтальная ветвь звёзд умеренной светимости, через которую проходит полоса нестабильности. На пересечении полосы нестабильности и горизонтальной ветви находятся переменные звёзды типа RR Лиры (в те годы их называли короткопериодическими цефеидами). Более того, Мартин Шварцшильд по своим наблюдениям 51 переменной типа RR Лиры в шаровом скоплении M3, а также сравнению популяции переменных звёзд этого скопления с популяцией скопления омега Центавра [9] установил, что *все* звёзды, попадающие на это пересечение, являются переменными типа RR Лиры, относительно стационарных там нет. На этих диаграммах главные последовательности были лишены левого

верхнего участка, содержащего звёзды высокой светимости спектральных классов О и В.

В отличие от тех диаграмм, диаграммы для звёзд солнечной окрестности, движущихся медленно относительно нашего светила, имели главную последовательность, заполненную наверху яркими голубыми звёздами, также на ней наблюдался пробел Герцшпрунга – область между главной последовательностью и ветвью гигантов, лишённая звёзд. У шаровых скоплений и галактик раннего типа пробела Герцшпрунга не было – примерно на его месте проходила горизонтальная ветвь.

По результатам своих наблюдений и предыдущих работ Бааде разделил звёзды нашей Галактики на две большие группы – население I и население II. Снова, среди звёзд населения I встречаются яркие голубые звёзды, а среди звёзд населения II таких ярких нет, но зато есть звёзды горизонтальной ветви, яркие гиганты и переменные типа RR Лиры. Имеется и кинематическое различие – население I вращается с примерно такой же скоростью вокруг центра Галактики, как и Солнце, а население II практически не вращается. Впоследствии было установлено, что они отличаются и по возрасту – население I по галактическим меркам молодое, а население II старое. В галактиках раннего типа и шаровых скоплениях почти все звёзды населения II, а в галактиках позднего типа – и населения I, и населения II.

Борис Васильевич Кукаркин в 1943-1944 годах также на основе изучения переменных звёзд предложил более подробное деление Галактики на составляющие – плоскую, сферическую и промежуточную, причём в его делении на населения тоже отмечалось различие по возрасту [10].

Таким образом, к середине XX века в общих чертах сложилась картина сложного строения нашей Галактики, более-менее соответствующая нашим современным представлениям. Перейдём к обзору исследований кинематики галактических подсистем, проведённых в прошлом веке и начале XXI-го.

## 1.2 Кинематика диска Галактики

Диск нашей Галактики содержит большое разнообразие объектов. Как уже упоминалось, в нём встречаются и молодые, и старые звёзды, находящиеся на «продвинутых» стадиях эволюции – после главной последовательности. Пространство между звёздами не пустое – его занимает межзвёздная среда, состоящая из газа и межзвёздной пыли, составляющей 1 % от массы газа. И хотя межзвёздная среда составляет по массе всего несколько процентов от всей массы звёзд, её исследование тоже довольно важно, в том числе и для изучения кинематики диска.

Чтобы проследить движения звёзд и газа на разных расстояниях от центра Галактики, нужно уметь с хорошей точностью определять расстояния до разных объектов. Вообще проблема определения расстояний – одна из сложнейших проблем астрономии, отличающей её от других наук.

Для определения расстояний по звёздам желательно использовать объекты одного и того же типа, желательно имеющие одинаковые светимости, а значит, и абсолютные звёздные величины. Тогда по простой формуле для модуля расстояния можно определить расстояние до них. Если светимости объектов и не одинаковые, то пусть хотя бы имеют чётко установленную зависимость от других параметров, которые легко определяются из наблюдений. Заметным примером являются цефеиды – пульсирующие переменные типа  $\delta$  Цефея, для которых ещё в начале XX века была установлена, а впоследствии многократно уточнена зависимость «период-светимость». В таком случае можно легко уточнить шкалу расстояний.

Но помимо звёзд для определения расстояний и установления поля скоростей в диске можно использовать и межзвёздную среду – например, нейтральный водород, космические мазеры, а также целые звёздные системы, коими в диске Галактики в основном являются рассеянные скопления.

### 1.2.1 Нейтральный водород

Несколько тысячелетий единственным источником информации в астрономии было электромагнитное излучение в видимом диапазоне. И хотя инфракрасное излучение было открыто Уильямом Гершелем ещё в 1800 году, оно до конца XX века не использовалось, поскольку все наблюдения были наземными, а земная атмосфера ИК-излучение не пропускает (за исключением окон прозрачности в диапазоне 1-2 мкм).

Ситуация изменилась случайным образом в 1933 году, когда Карл Гуте Янский, радиоинженер компании Bell Laboratories, исследовал помехи в метровом диапазоне, он обнаружил странный шум. Причём этот шум менялся с периодом  $23^{\text{h}}56^{\text{m}}$  – одни звёздные сутки, он участвовал в видимом суточном движении небесных светил, что указывало на его внеземное происхождение. Удалось установить, что шум исходит из направления созвездия Стрельца. Впоследствии этот радиоисточник стали называть Sgr A\*, и, как сегодня известно, в радиодиапазоне излучает центр нашей Галактики. Так начался переход в другой диапазон электромагнитного спектра.

Уже в следующем десятилетии были проведены исследования, крайне важные для кинематики дисков нашей и других галактик. И.С. Шкловский и ван де Хюлст теоретически предсказали, что нейтральный атомарный водород, занимающий большую часть межзвёздной среды, даже вдали от способных его возбудить горячих звёзд может излучать на длине волны 21 см в запрещённой линии. Методами квантовой механики была рассчитана вероятность соответствующего перехода между двумя уровнями энергии основного состояния атома водорода. Напомним, что такое так называемое сверхтонкое расщепление возникает в результате того, что магнитный момент электрона взаимодействует с магнитным моментом протона. И хотя вероятность этого перехода очень мала, нейтрального водорода в нашей Галактике очень много, и поэтому излучение в этой линии довольно заметно. В 1951 году оно было обнаружено в наблюдениях – Юэном и Парселлом в США, Кристиансенсом в Австралии и Мюллером и Оортом в Нидерландах [1].

Довольно простым методом тангенциальной точки излучение в этой линии было использовано Квее, Мюллером и Вестерхутом [11] для построения кривой вращения диска – одной из важнейших задач кинематики Галактики. По этим наблюдениям было замечено, что внутри расстояния 3 кпк от центра Галактики есть заметные отклонения от круговых движений, также были обнаружены неявные признаки наличия двух спиральных рукавов внутри солнечного круга. На расстояниях от 7,5 кпк до 8,0 кпк от центра тоже было обнаружено уменьшение скорости в сравнении с круговым движением – было выдвинуто три возможных объяснения этому, но какое именно из них верное, не установили. На основе этих наблюдений Мартин Шмидт построил модель распределения массы в диске Галактики [12], диск представлялся как набор вытянутых сфероидов с неравномерным распределением плотности.

По наблюдениям нейтрального водорода Оорт, Керр и Вестерхут [13] построили карту распределения водорода в плоскости диска Галактики. При этом было сделано предположение, что облака газа движутся вокруг центра Галактики по круговым орбитам. Кинематика была нужна для того, чтобы однозначно определять расстояния до облаков, наблюдаемых в определённом направлении (галактической долготы) с помощью лучевых скоростей. По наблюдениям установили, что радиус диска Галактики составляет примерно 15 кпк, а сам диск довольно тонкий – его толщина в 100 раз меньше размеров. Также обнаружили наличие спирального узора в диске и было выдвинуто три предположения о его природе. Помимо спирального узора на периферии диска наблюдался изгиб – если внутри радиуса 10 кпк он составлял несколько десятков пк, то за этим радиусом он систематически возрастал, достигая 600-800 пк в самых периферийных областях. Но было понятно, что предположение о круговых движениях газа было довольно приближённым – спиральный узор в любом случае должен приводить к отклонениям от круговых движений, что и было обнаружено, а на расстояниях меньше 3 кпк от центра Галактики отклонения были очень сильными.

### 1.2.2 Тёмные газопылевые облака

В межзвёздной среде диска Галактики встречаются облака молекулярного водорода, содержащие также большое количество пыли и сильно поглощающие излучение в видимом диапазоне. В миллиметровом диапазоне их основной газофазный компонент, молекулярный водород, не излучает, но на длине волны 2,6 мм излучает другая молекула, CO. Поскольку соотношение концентраций  $H_2$  и CO везде примерно одинаково, по интенсивности излучения в линии CO возможно определять содержание молекулярного водорода, а также восстанавливать кривую вращения. Бёртон и Гордон [14] исследовали излучение в линии CO тёмных облаков и установили их распределение по диску Галактики – в основном они заключены на расстояниях от 4 до 8 кпк от центра и образуют довольно тонкую подсистему с характерной толщиной всего 50 пк. Методом тангенциальной точки по ним (охватывался первый квадрант галактических долгот) была определена кривая вращения и оказалось, что она согласуется с результатами наблюдений атомарного водорода на длине волны 21 см.

Фич, Блиц и Старк [15] построили кривую вращения Галактики не только внутри солнечного круга – методом тангенциальной точки по наблюдению нейтрального водорода с использованием данных из работы [14], но и за его пределами – по излучению в линии молекулы CO. В итоге кривая вращения была получена на интервале расстояний от 3 до 17 кпк. Для получения кривой вращения за пределами солнечного круга использовались кинематические данные для 104 НП областей, в которых имелись облака, излучающие в линии CO, а внутри солнечного круга – по 150 источникам. Причём по ним строился не только график зависимости линейной скорости вращения от расстояния до центра  $R$ , но и график зависимости угловой скорости вращения  $\omega$  от  $R$ . Последнюю зависимость аппроксимировали простой аналитической формулой, рассматривалось несколько вариантов. В итоге лучшими вариантами оказалось линейная зависимость  $\omega$  от  $R$ , а также степенная зависимость с показателем степени, близким к 1. Было отмечено, что такая аппроксимация стала наилучшей только для вполне определённых значений расстояния от Солнца до центра Галактики и его скорости вращения, принятых



тогда равными  $R_0 = 8,5$  кпк и  $\Theta_0 = 220$  км/с – из примера этой работы становится ясно, насколько важно их определение.

По объектам того же типа Бренд и Блиц [16] построили кривую вращения на расстояниях от  $R_0$  до  $2R_0$ . Выборка объектов содержала 400 НП областей и отражательных туманностей, также НП области из каталога Блица, Фича и Старка [17], содержащего 242 таких объекта – он был использован и в работе [15]. Кривая вращения, полученная по этим данным, также оказалась плоской, но на самых далёких расстояниях в ней наблюдается совсем небольшой рост скорости. По остаточным скоростям были прослежены спиральные рукава в диске, которые не были замечены по наблюдениям молодых звёзд. Перейдём к некоторым результатам использования именно звёзд, а не облаков газа.

### 1.2.3 Звёзды – цефеиды, OB-ассоциации, красные гиганты и рассеянные скопления

Главное удобство в использовании классических переменных звёзд типа  $\delta$  Цефея – это имеющаяся у них зависимость «период-светимость». Она позволяет с лёгкостью применять данные многоцветной фотометрии. Если же известны не только лучевые скорости, но и собственные движения звёзд, то в нашем распоряжении имеется 3-мерный набор скоростей, по которому наиболее точно можно определить параметры поля скоростей всей популяции.

Расторгуев, Дамбис, Глушкова и Мельник в ряде своих работ использовали эти данные. Например, в работе [18] по данным о фотометрии и кинематике 279 классических цефеид расстояние  $R_0$  было оценено равным  $7,1 \pm 0,5$  кпк, а также две компоненты скорости Солнца относительно выборки цефеид. Позже удалось определить уже 3 компоненты скорости Солнца относительно более крупной выборки – не только из 363 классических цефеид, но и 202 молодых рассеянных скоплений и 128 красных гигантов – всего по 693 молодым объектам населения I [19]. Было получено приближённое выражение для кривой вращения – разложение в степенной ряд зависимости угловой скорости вращения диска от центра

Галактики с центром в  $R_0$ . Расстояние до центра Галактики стало равным  $R_0 = 7,3 \pm 0,3$  кпк. То же самое было проделано в [20], но уже по более крупной выборке – из 770 объектов населения I. Далее проводилось исследование не только чисто круговых движений, но и отклонений от них, а также одной из причин, их вызывающей – возмущений от 4-рукавного спирального узора: в работе [21] оно было проведено по 226 цефеидам. Работа [22] данных авторов – первая, в которой подробно изложен метод статистических параллакс по определению параметров поля скоростей выборки объектов, он был применён для выборки из 270 цефеид с данными о собственных движениях из каталогов HIPPARCOS и Tycho Reference Catalogue, части каталога Tycho, содержащей положения и собственные движения звёзд, определённые с особо высокой точностью. До этого ими использовался нелинейный метод наименьших квадратов. Исследования, аналогичные упомянутому выше, проводились в работах [23-28] – причём с помощью молодых объектов – рассеянных скоплений, OB-ассоциаций – не только определялись параметры поля скоростей, но и решалась не менее важная задача – уточнение шкалы расстояний, состоящее в вычислении поправочного коэффициента, с помощью которого расстояния до объектов лучше соответствовали наблюдениям. Бобылёв, Гончаров, Байкова и Лебедева в своих работах [29-32] сконцентрировались на исследование локальной кинематики диска, в солнечной окрестности, причём в работе [29] исследовалась локальная структура – пояс Гулда. Мельник и Дамбис в своей работе [33] не только исследовали кинематику OB-ассоциаций, уточнили шкалу расстояний, но и сравнили улучшенные и прежние значения собственных движений, полученных HIPPARCOS.

Бови и другие [34] построили кривую вращения на большом интервале расстояний от центра Галактики – от 4 до 14 кпк на основе данных о 3365 звёзд-красных гигантов из проекта APOGEE. Скорость движения Солнца вокруг центра Галактики получилась равной (239-252) км/с, что согласуется с другими работами, однако расстояние от Солнца до центра Галактики получилось оценить с не очень большой точностью – (8-9) кпк, хотя согласие с другими работами имеется.

Демерс и Баттинелли построили кривую вращения за пределами солнечного круга – на расстояниях дальше 9 кпк от центра Галактики. В своей работе [35] на основе данных о ЛНК-фотометрии и лучевых скоростях 76 звёзд с большим содержанием углерода кривая вращения была построена на интервале расстояний от 9 до 15 кпк от центра Галактики, а в [36], по данным о ещё 36 углеродных звёздах кривая вращения была продолжена до 24 кпк от центра. Любопытно, что начиная с 12 кпк наблюдалось её небольшое спадание.

#### 1.2.4 Мазерные источники

В межзвёздной среде, а также в оболочках звёзд на поздних стадиях эволюции имеются образования, в которых заметно усилено излучение в линиях молекул по сравнению с другими областями межзвёздной среды – от таких областей спектральная освещённость намного выше, а яркостная температура не физически высока, что указывает на нетепловой характер излучения. Такое усиление имеет тот же самый механизм, что и в обычном лазере, но поскольку излучение приходится на микроволновый диапазон, то эти области межзвёздной среды называются мазерами. В отличие от обычного лазера, у которого излучение узконаправлено, мазерные конденсации излучают во все стороны. Впервые мазерное излучение было обнаружено в линии молекулы ОН (на длине волны 18 см) в 1965 году, немного позже обнаружили мазерное излучение  $\text{H}_2\text{O}$  (на длине волны 1,35 см). Выяснение параметров источников мазерного излучения было возможно только с применением радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ), позволяющей достигать намного большего углового разрешения, чем при наблюдениях в режиме одиночной антенны [37]. Впоследствии установили, что мазерные конденсации либо связаны с областями звездообразования, например, находятся рядом с протопланетными дисками, либо в околозвёздных оболочках проэволюционировавших звёзд – красных гигантов, например, переменных типа о Кита, или сильно излучающих в ИК-диапазоне [38]. Здесь же интересны именно

мазеры, связанные с областями звездообразования. Помимо упомянутых выше молекул, наблюдается излучение в молекулах SiO, CH<sub>3</sub>OH и некоторых других.

Рид и другие [39] с использованием данных VLBA и японского проекта VERA определили параллаксы и собственные движения 18 источников, с помощью чего удалось подтвердить наличие четырёх спиральных рукавов в диске Галактики, оценить расстояние до центра Галактики равным  $R_0 = 8,4 \pm 0,6$  кпк, установить, что в среднем области звездообразования движутся на 15 км/с медленнее, чем в случае движения по круговым орбитам. Круговая скорость на солнечном круге получилась довольно высокой – 250 км/с, тогда как во многих других работах её значение получалось заметно меньше. У обоих проектов имеется совместная программа Bar and Spiral Structure Legacy Survey, в рамках которой проводится исследование кинематики, например, в ещё одной работе Рида и других [40].

Бобылёв, Байкова и Степанищев в ряде своих работ [41-48] использовали данные о мазерных источниках для построения кривой вращения диска, оценки параметров спирального узора, определения расстояния от центра Галактики до Солнца и его скорости движения. В частности, значение скорости движения Солнца получалось согласующимся с результатами других работ – около 239 км/с. В работах [41-46] расстояние от Солнца до центра Галактики не определялось, а принималось равным  $R_0 = 8,0$  кпк. В работе [47] оно уже входило в набор определяемых параметров и составило  $R_0 = (8,3 \pm 0,2)$  кпк, такое же значение, но с погрешностью 0,4 кпк было получено в работе [48].

Интересный результат получился у Мак Миллана и Бинни [49] – по выборке из 18 мазеров не удалось надёжно определить ни расстояние от Солнца до центра Галактики, ни его скорость, но их отношение получилось вполне определённым, как и составляющая скорости Солнца в направлении его кругового движения относительно выборки мазеров.

Баба и другие [50] провели численное моделирование, комбинирующее методы N-body и звёздной гидродинамики, в котором рассматривалось формирование и поддержание спирального узора, а также движение областей

звздообразование, и были воспроизведены заметные пекулярные движения молодых звёзд и областей звездообразования.

Выборка используемых в разных работах для решения задач кинематики диска мазеров возросла с 18 до 52 [51]. В данной работе кинематика диска исследуется по более крупной выборке, содержащей почти в 3 раза больше мазеров.

### 1.2.5 Имеющиеся неопределённости

Исследования кинематики диска по популяциям объектов разного типа могут давать различающиеся результаты, причём, как было видно выше, довольно заметно. В частности, различаются полученные в разных работах кривые вращения. Софью и другие [52] отметили, что это может быть вызвано не только разными методами и погрешностями в наблюдательных данных, но и разными принятыми значениями параметров, например, упомянутыми выше  $R_0$  и  $\Theta_0$ . Чтобы по возможности свести к минимуму эти факторы, данные по наблюдениям разных объектов были объединены, а расстояния до них пересчитаны с учётом выбранных значений  $R_0 = 8,0$  кпк и  $\Theta_0 = 200$  км/с. Использовалась информация о кинематике нейтрального водорода, облаках, излучающих в линии CO, и мазерах. Затем была проведена декомпозиция полученной кривой вращения на составляющие, объясняемые притяжением балджа с профилем поверхностной плотности де Вокулёра, экспоненциального диска и изотермического гало. Этими компонентами удалось объяснить не все особенности кривой вращения, не удалось воспроизвести её локальные впадины на расстояниях 3 и 9 кпк от центра. Скорее всего, спадание на расстоянии 3 кпк вызвано влиянием неосесимметричного потенциала галактического бара, а на 9 кпк – некоторой локальной структурой. Влияние бара на кривую вращения было отмечено и в некоторых других работах [53-55] – по наблюдениям нейтрального водорода было установлено различие кривых вращения, построенных по объектам, находящимся севернее и южнее галактического экватора.

С учётом упомянутых сложностей становится наиболее ясно, что для упрощения работы требуется как можно точнее определить кинематические параметры, а для этого, в свою очередь, стоит решить упомянутую выше задачу уточнения шкалы расстояния.

### 1.3 Кинематика гало Галактики

В отличие от тонкого диска Галактики, сферическая составляющая, в частности её периферийная наблюдаемая часть – звёздное гало, может показаться не таким разнообразным: в нём встречаются только старые по галактическим меркам объекты, если вращение и имеется, то довольно слабое. Однако уже почти полвека назад исследователи отказались от прежнего представления о гало как об однокомпонентной системе. Здесь приведён обзор исследований, показывающих разнообразие его структуры и кинематики.

#### 1.3.1 Образование гало

Первая гипотеза происхождения гало была выдвинута Эггеном, Линден-Беллом и Сэндиджом [56] на основе анализа поля скоростей и избытка блеска в UV-диапазоне по сравнению с молодым рассеянным скоплением Гиады локальной выборки из более 200 звёзд-карликов. Было установлено, что звёзды с большими значениями UV-избытка обращаются по более вытянутым орбитам. Такое было возможно только при быстром (за примерно  $10^8$  лет) монолитном коллапсе протогалактики, в результате которого образовалось гало (ELS-сценарий).

Несколько иной сценарий был предложен Сирлем и Зинном [57] (SZ-сценарий), однако предыдущий не отвергался, а был ограничен до внутренней части гало. Разделение на внутреннее и внешнее гало было проведено по шаровым скоплениям.

Было установлено, что на расстояниях меньше 8 кпк у шаровых скоплений показатель металличности (содержания железа по отношению к водороду)  $[Fe/H] \gtrsim -1,0$ . У шаровых скоплений, находящихся за пределами 8 кпк,

исследовалась морфология горизонтальных ветвей их диаграмм Герцшпрунга-Рассела по доле звёзд, более голубых, чем переменные типа RR Лиры, находящиеся на пересечении горизонтальной ветви и полосы неустойчивости. Обнаружилось отсутствие корреляции между морфологией горизонтальной ветви и металличностью скопления, на основе чего был сделан вывод о большом разбросе возрастов шаровых скоплений. Также по содержанию тяжёлых элементов в шаровых скоплениях было установлено, что химическая эволюция внешнего гало была незамкнутой, после быстрого образования внутреннего гало в течение длительного промежутка времени (более 1 млрд лет) на внешнее гало проходила аккреция карликовых спутников.

Наличие двух частей гало – внутреннего и внешнего – было подтверждено в ряде работ по исследованию кинематики и химического состава объектов, населяющих гало – как звёзд поля, так и шаровых скоплений.

### 1.3.2 Звёзды поля

В работе Каролло и других [58] исследовалась локальная выборка из более 32 000 звёзд, находящихся от Солнца не дальше 4 кпк, данные о которых имеются в SDSS DR7. Среди прочих задач была поставлена цель выяснить, сколько отдельных компонент галактического гало следует подобрать для удовлетворительного описания результатов наблюдений. Оказалось, что достаточно двух компонент, а именно внутреннего и внешнего гало.

Далее выборка разбивалась на группу по разным интервалам значений металличностей, и для каждой из них методом максимального правдоподобия определялись параметры поля скоростей. Было получено, что внешнее гало Галактики вращается в обратную сторону (по отношению к дисковой составляющей) со скоростью примерно 80 км/с, а внутреннее – почти не вращается. Обратное вращение было установлено также, например, в работе Бирса и других [59]. Дисперсия скоростей звёзд внешнего гало заметно превышает дисперсию скоростей звёзд у внутреннего гало, в некоторых направлениях – на 50 км/с.

Для пространственного отделения компонентов гало использовались максимальные высоты  $Z_{max}$  звёзд над плоскостью Галактики (для каждой из звёзд рассчитывалась орбита с использованием выбранной модели гравитационного потенциала в Галактике). Оказалось, что на  $Z_{max} = 10$  кпк доминируют звёзды внутреннего гало, при  $Z_{max} > 10$  кпк их доля начинает уменьшаться с ростом  $Z_{max}$ . Доля звёзд внешнего гало монотонно растёт с ростом  $Z_{max}$ , начиная с 10 кпк.

Для разных интервалов модулей текущих  $Z$ -координат звёзд были построены функции распределения по металличностям, и по ним было установлено, что переход от внутреннего гало к внешнему наблюдается при  $|Z| \approx 5$  кпк, максимумы функций приходятся на  $[Fe/H] \sim -1,6$  для внутреннего гало и на  $[Fe/H] \sim -2,2$  для внешнего.

Заметная доля объектов внешнего гало имеет внегалактическое происхождение – образовались в карликовых спутниках Галактики. Оказывается, можно не только установить внегалактическое происхождение, но и воспроизвести свойства звёздной системы, которая пополнила популяцию гало.

Фиорентино и другие [60] для такого воспроизведения решили использовать переменные звёзды типа RR Лир. Был выбраны именно они по ряду причин, перечисленных в [61]:

- довольно старые, их возраст превышает 10 млрд лет;
- встречаются практически везде – и в гало Галактики в поле, и в шаровых скоплениях, и в карликовых спутниках Галактики, и в толстом диске, и в балдже Галактики;
- они также являются «стандартными свечами»: по фотометрическим данным можно сравнительно легко определить расстояния до тех звёздных систем, в которых они находятся;
- их очень легко отделить от переменных звёзд других типов.

Приведём некоторые из основных сведений об этом довольно важном для исследования Галактики типе пульсирующих переменных звёзд, которые можно найти в книге Гофмейстера, Рихтера и Венцеля [62], а также в пособии Самуся [63].



Переменные звёзды типа RR Лиры впервые были обнаружены в 1895 году С. Бейли на Гарвардской обсерватории вовсе не в направлении созвездия Лиры, и даже не в солнечной окрестности, а в скоплении  $\omega$  Центавра, которое, скорее всего, является ядром распавшейся карликовой галактики. Позже в шаровых скоплениях были открыты сотни таких звёзд, их даже стали называть «cluster variables». На данный момент, разумеется, известно, что в больших количествах такие звёзды встречаются не только в шаровых скоплениях, но и в поле. Прототипом этих переменных звёзд является сравнительно недалёкая (расстояние до неё примерно 270 пк, согласно данным 1-го выпуска каталога Gaia) от нас звезда 7-й величины.

Звёзды типа RR Лиры находятся на продвинутой стадии эволюции, при которой в недрах водород уже давно «выгорел», и основным источником энергии является тройной альфа-процесс – «горение» гелия, при котором образуются ядра углерода. Водород же горит в слоевом источнике. Такие звёзды, если они отличаются дефицитом тяжёлых элементов по сравнению с Солнцем, лежат на *горизонтальной ветви* диаграммы Герцшпрунга-Рассела. На пересечении этой ветви и полосы неустойчивости и находятся звёзды типа RR Лиры. Вспомним, что стационарных звёзд на этом *пробеле Шварцшильда* ничтожно мало.

Бейли также обнаружил, что кривые блеска разных звёзд типа RR Лиры отличаются по форме, и выделил три подтипа со сходными кривыми блеска:

- тип *RRa* – кривые блеска обладают заметной асимметрией, доля периода, приходящаяся на увеличение её яркости  $0.1 \leq (m - M) \leq 0.2$  (здесь  $(m - M)$  – это не модуль расстояния, а именно доля периода), амплитуда изменения блеска у них максимальна – в синей области спектра достигает  $1.5^m - 2.0^m$ , период  $0.35^d \leq P \leq 0.55^d$ ;
- тип *RRb* – у них  $0.2 \leq (m - M) \leq 0.3$ , амплитуда изменения блеска чуть меньше, чем у звёзд типа RRa, а период побольше:  $0.5^d \leq P \leq 1.0^d$ ;
- тип *RRc* – кривые блеска симметричны:  $0.4 \leq (m - M) \leq 0.5$ , амплитуда изменения блеска среди всех звёзд типа RR Лиры минимальна, примерно  $0.5^m$ , это относится и к периоду – у RRc  $0.2^d \leq P \leq 0.4^d$ , скорее всего, они пульсирует в первом обертоном.

Типы RRa и RRb имеют довольно сходные сходства и оба заметно отличаются от RRc, поэтому их объединяют в один тип RRab.

При исследовании брались значения амплитуд изменения блеска и периодов звёзд типа RR Лиры. Достоинством использования этих величин является их независимость от межзвёздного покраснения.

Оказалось, что в галактическом гало и Большом Магеллановом Облаке имеются звёзды, у которых периоды изменения блеска достаточно коротки ( $P < 0,48^d$ ), а амплитуды велики ( $\Delta_V > 0,75^m$ ). В карликовых сфероидальных галактиках и очень слабых галактиках (также карликовых) такие звёзды отсутствуют. Получается, что последние не являлись основным «строительным материалом» для аккрецированной части гало. Как показывают расчёты, их вклад может составлять не более 50%.

Вдобавок, по исследованию звёзды типа RR-Лиры в шаровых скоплениях, было установлено, что звёзды с  $P < 0,48^d$  и  $\Delta_V > 0,75^m$  имеют металличности  $[Fe/H] > -1,5$ . Результаты моделирования эволюции звёзд также говорят об уменьшении возможного периода с ростом металличности. Отсюда следует, что для формирования имеющегося гало требовались звёздные системы с бóльшим содержанием тяжёлых элементов, чем карликовые сфероидальные галактики.

Именно такие достаточно массивные системы, как Большое Магелланово Облако, в течение первых нескольких миллиардов лет жизни Вселенной успели «набрать» достаточно большое относительное содержание тяжёлых элементов, которое наблюдается у звёзд типа RR Лиры в гало.

Среди всех показателей, которые помогают отделить звёзды внегалактического происхождения от образовавшихся в результате монолитного коллапса и дать некоторую информацию об аккрецированных звёздных системах, можно выделить содержание магния по отношению к железу  $[Mg/Fe]$ .

В работах Марсакова и Борковой [64, 65] популяции звёзд гало отделялись друг от друга по кинематическим признакам. Затем были исследованы разбросы в значениях  $[Mg/Fe]$  звёзд, предположительно принадлежащих к обеим популяциям. Оказалось, что у звёзд, предположительно образовавшихся в нашей

Галактике,  $[Mg/Fe]$  лежат в сравнительно узком интервале ( $0,2 \div 0,4$ ), в то время как у звёзд внегалактического происхождения имеется очень большой разброс в значении  $[Mg/Fe]$ .

На значения  $[Mg/Fe]$  влияет не только история звездообразования, но и начальная функция масс (IMF).

Скорее всего, значения  $[Mg/Fe] > 0,4$  можно объяснить очень большими значениями IMF для массивных звёзд (очень много массивных звёзд, значит, они дадут очень много сверхновых, возникающих в результате коллапса ядра – SNI, SNIb/c), а также тем, что звёзды, демонстрирующие такой большой показатель, родились во время вспышки звездообразования. Чёткие объяснения  $[Mg/Fe] \approx 0$  при крайне низкой металличности отсутствуют, но все равно понятно, что история звездообразования в карликовой галактике сильно отличалась от таковой в нашей.

### 1.3.3 Шаровые скопления

Де Анжели и другие [66] определяли *относительные* возрасты 55 шаровых скоплений по так называемому вертикальному параметру – разности звёздных величин между точкой поворота и горизонтальной ветвью диаграммы «цвет-звёздная величина». Чем старше скопление, тем меньше светимость звёзд вблизи точки поворота, в то время как абсолютный блеск звёзд на горизонтальной ветви практически не изменяется с возрастом. Получается, что чем больше разница, тем старше скопление.

По возрастам исследуемые скопления чётко разделились на две группы. Бедные металлами ( $[Fe/H] \leq -1,7$ ) являются в то же время и самыми старыми в выборке, причём характерное отклонение возрастов скоплений от среднего по этой подвыборке меньше 0,6 млрд лет.

Скопления, которые богаче в содержании металлов ( $-1,7 < [Fe/H] < -0,8$ ), в среднем на 1,5 млрд лет моложе самых старых. Отклонение от среднего возраста составляет примерно 1 млрд лет, тогда как максимальное различие в возрастах скоплений из этой подвыборки составляет 3 млрд лет, 15% процентов этих

скоплений с промежуточными металличностями имеют тот же возраст, что и самые старые.

Хотя в выборке нет чёткой зависимости между расстоянием скопления до центра Галактики и его возрастом, все наиболее старые и бедные металлами скопления находятся на расстояниях от центра Галактики, больших, чем 20 кпк.

Можно понять, что старые и бедные металлами скопления участвовали в быстром коллапсе, являющимся основой ELS-сценария, а скопления средней металличности образовались в рамках SZ-сценария. Однако странно, что скопления от быстрого коллапса находятся дальше, а не ближе, чем скопления с большим разбросом возрастов. Получается, что деление на внутреннее и внешнее гало может быть не таким чётким, как могло бы показаться.

В исследовании Марин-Френч и других [67] также были проведены измерения относительных возрастов 64 шаровых скоплений, исследованных в рамках обзора ACS с помощью космического телескопа им. Хаббла. На данный момент предложено несколько методов определения относительных возрастов, у всех из них имеются свои недостатки. Авторами данной работы был предложен свой, альтернативный метод, состоящий в совмещении главных последовательностей диаграмм двух скоплений и последующем определении разности блесков точек поворота этих диаграмм, дающих информацию об относительном возрасте.

Используемая выборка скоплений чётко разделяется на две группы. В одной из них скопления имеют почти одинаковые возрасты, с дисперсией в 5% в относительных возрастах, что соответствует разбросу в 0,6 млрд лет в абсолютных возрастах, и для них нет чёткой зависимости между возрастом и металличностью. Другая группа, наоборот, демонстрирует чёткую зависимость «возраст-металличность»: чем моложе скопление, тем больше в нём тяжёлых элементов.

Как и в результатах работы [66], первая группа скорее всего участвовала в ELS-сценарии галактического гало – быстром коллапсе. А представители 2-й группы, с их разбросом в 6 млрд лет и чёткой зависимостью «возраст-металличность», явно свидетельствуют в пользу наличия SZ-сценария.

Довольно необычный результат получен у Лиман и других [68]. Ими была изучена выборка из 61 шарового скопления и построена диаграмма «возраст-металличность». Оказалось, что на ней чётко выделяются две ветви. Они охватывают довольно широкие диапазоны возрастов, похожие друг на друга, а по металличности смещены относительно друг друга на 0,6 dex. После анализа кинематики скоплений было установлено, что на низкометалличной ветви находятся скопления, пришедшие из аккрецированных Галактикой её карликовых спутников, а другая ветвь содержит скопления, образовавшиеся в диске (!) Галактики.

По металличности пришедших скоплений были оценены массы тех карликовых спутников, в которых они изначально находились. Также их низкометалличная ветвь хорошо соответствует ветви нескольких карликовых спутников Местной группы.

Сильным обоснованием того, что скопления на высокометалличной ветви именно из диска, является соответствие этой ветви соотношению «возраст-металличность» наиболее бедных металлами звёзд диска.

#### 1.3.4 Продолжающееся образование гало

Пополнение гало звёздами и газом происходит и в настоящее время. В удалённых областях сферической составляющей наблюдаются приливные потоки от карликовых галактик.

Наиболее заметным является звёздный поток от карликовой сфероидальной галактики, наблюдаемой в направлении созвездия Стрелец (Sgr dSph). Она находится на расстоянии примерно 16 кпк от центра Млечного Пути. Её приливной распад был открыт Ибата и другими [69] по вытянутости профилей поверхностной яркости в направлении на плоскость Млечного пути (как упомянуто у Джонстон и других [70]).

Впоследствии было проведено много исследований по кинематике звёздного потока, определению параметров тёмного гало Млечного пути с помощью

звёздного потока, рассмотрению тёмного гало галактики Sgr dSph. На самом деле, как установили Херничек и другие [71], имеется целых два приливных потока, занимающих на небесной сфере по  $180^\circ$  каждый. По расстояниям до центра Галактики они простираются от 20 до 100 кпк.

Данные «всенебесных» обзоров тоже были активно использованы в исследовании потоков от карликовой галактики Sagittarius. Например, Белокуров и другие [72], используя результаты восьмого выпуска обзора (DR8) SDSS, по звёздам на точке поворота главной последовательности, красным гигантам и звёздам голубой горизонтальной ветви (ВНВ-звёзды) исследовали прецессию орбит звёзд, составляющих два потока, а также определили апоцентрические расстояния этих потоков – 47,8 кпк и 102,5 кпк. Херничек и другие [71] по 44 000 звёздам типа RR-Лиры из обзора PanSTARRS1 (охватывающего  $3\pi$  стерадиан небесной сферы) исследовали геометрию потоков и получили ограничения на их моделирование.

Другим свидетельством бурных приливных процессов в гало являются потоки, связанные с Магеллановыми облаками. Ещё в середине 70-х годов XX века по данным об излучении нейтрального водорода в линии на длине волны 21 см был открыт газовый поток, который вроде связан с ними [73]. И уже сразу возникла проблема объяснения кинематики Магелланова потока. Несколько работ были посвящены его моделированию. Например, в исследовании Коннора и других [74] было проведено N-body моделирование, а проверены его результаты были данными из обзора HIPASS. Было установлено, что источником Магелланова потока, а также ещё одного потока под названием Leading Arm Feature, является Малое Магелланово облако. Оба объекта возникли в результате приливного взаимодействия Малого Магелланового Облака с Большим Магеллановым Облаком и Галактикой. Имеются и другие гипотезы происхождения Магелланова потока, которые описаны в обзоре Д'Онгиа и Фокса [75].

Белокуров и Копосов [76] по ВНВ-звёздам из обзора Dark Energy Survey обнаружили четыре звёздных потока, находящихся по угловому удалению не так далеко от Магеллановых облаков. Один из них точно принадлежит Малому

Магелланову Облаку. Ещё два находятся дальше от нас, чем Магеллановы облака. Они достаточно узкие, что явно свидетельствует о том, что они образовались в результате распада карликовой галактики. Пока не определены точно орбиты звёзд, составляющих эти потоки, но по некоторым свидетельствам Магеллановы облака тоже могут быть их источниками. Ответ на вопрос о происхождении четвёртого потока требует дальнейшего моделирования.

Все упомянутые выше факты свидетельствуют, что гало Галактики действительно является крайне неоднородной системой и по происхождению, и по химическому составу, и по кинематике.

#### **1.4 Основная проблема звёздной динамики**

В кинематике описывается движение без выяснения его причин, в том числе и при изучении звёздных систем. Чтобы понять, почему наблюдаются конкретные его особенности, нужно исследовать взаимодействие большого числа звёзд, которых в звёздных скоплениях насчитывается десятки-сотни тысяч, а то и миллионы, а в галактиках – миллиарды и сотни миллиардов. Также, как известно, звёздные системы бывают разных форм, и в общем случае задачи звёздной динамики могут быть сколь угодно сложными – решить их можно только с помощью численного моделирования с привлечением мощных вычислительных средств.

Тем не менее даже сравнительно простые модели звёздных систем позволяют получить представление о таких особенностях взаимодействия. В качестве примера можно рассмотреть однородную звёздную систему с единым спектром масс звёзд и постоянной концентрацией. Даже с такой примитивной моделью связана одна проблема, для которой не могли найти решение в течение нескольких десятилетий.

Для учёта эффекта сил притяжения, действующих между объектами в звёздной системе, применяется довольно простой подход, описанный в большом количестве литературы, в частности, в [77]. Силы, действующие между объектами в звёздной системе, как было предложено Амбарцумяном, разбиваются на две

составляющие – регулярные силы, действующие со стороны усреднённого непрерывного распределения масс (как от сплошной среды), и иррегулярные силы – остаток, связанный с тем, что звёздная система всё же имеет дискретное строение. Иррегулярные силы довольно быстро меняются и носят случайный характер. Они становятся заметными, например, при звёздных сближениях. Наиболее вероятными являются парные сближения, при которых звезда под действием другой звезды изменяет направление своей скорости. Рассмотрение парного сближения представляет собой решение классической задачи о рассеянии. Для оценки суммарного эффекта множественных сближений на компоненты скорости звезды за единицу времени нужно каким-то образом просуммировать изменения компонентов скорости и моментов более высоких порядков, вызванных всеми сближениями с различными значениями параметров. Количественно эти изменения в единицу времени выражаются коэффициентами диффузии. Однако при неограниченном росте максимального значения прицельного параметра в коэффициентах диффузии имеется хорошо известная логарифмическая расходимость. Чандрасекар [78] показал, что суммарное изменение энергии звезды за счёт всех сближений также имеет логарифмическую расходимость по максимальному значению прицельного параметра.

Для решения этой проблемы было предложено рассматривать не все значения прицельного параметра вплоть до бесконечного, а ограничить их сверху конечным максимальным значением. Имеется два варианта выбора этого максимального значения. Вильямсон и Чандрасекар [79], Паренаго [80] и Энон [81] предложили в качестве такого эффективного верхнего предела взять среднее расстояние между звёздами в системе. Такой выбор оправдан тем, что если брать существенно большие значения прицельного параметра, то такие сближения будут не парными, а кратными, и стандартный способ их учёта в рамках парных сближений будет очень сильно завышать их суммарный эффект, приводя к логарифмической расходимости. При таком подходе кумулятивный эффект по сути дела будет включать какую-то долю регулярной силы. Тем не менее Амбарцумян [82], Огородников [83], Бинни и Тримэн [84] в качестве максимального значения



прицельного параметра выбрали характерный размер звёздной системы. На самом деле в силу сравнительно слабой логарифмической расходимости окончательные значения коэффициента диффузии, рассчитанные в обоих вариантах, отличаются не так сильно – всего лишь на несколько десятков процентов, что не очень существенно для практических нужд звёздной динамики. Обсуждение решения проблемы классической расходимости проводилось также в работе Волкова [85].

Как уже было упомянуто выше, сближения с большими значениями прицельных параметров парными уже считать никак нельзя. Агекян [77, 86] разработал подход, позволяющий учитывать кратность далёких сближений и снижать их реальный вклад в иррегулярную силу. Реализация этого подхода в применении к расчёту коэффициентов диффузии также проведена в этой работе.

## **Глава 2. Кинематика диска – мазеры**

Как было упомянуто в Главе 1, среди прочих объектов тонкого диска для анализа его кинематики используются космические мазеры. Результаты некоторых других исследований по мазерным источникам можно найти в работах [39-49, 51].

При написании данной Главы диссертации использована публикация [87], выполненная автором диссертации совместно с коллегами, в которых, согласно Положению о присуждении учёных степеней МГУ, отражены методы, основные результаты, положения и выводы исследования.

### **2.1 Метод максимума правдоподобия**

В основе метода статистических параллаксов, успешно использованного в некоторых упомянутых выше работах по исследованию кинематики подсистем Галактики, лежит метод максимального правдоподобия, применение которого к изучению кинематики и уточнению нуль-пункта шкалы используемых расстояний в самых общих чертах впервые было предложено Марреем [88]. Вывод основных формул этого метода был впервые подробно показан в учебном пособии [89]. Однако ввиду необходимости анализа заметно отличающихся моделей поля скоростей для изучения разных подсистем Галактики имеет смысл изложить этот метод и в данной работе. В данной главе впервые рассмотрен наиболее сложный вариант модели поля пространственных скоростей, предназначенный для детального изучения кинематики тонкого диска. Это описание, наиболее полное среди приведённых во всех работах, дано и в статье [87].

#### **2.1.1 Входные данные**

На вход созданного автором диссертации совместно с коллегами пакета программ поступает следующая информация о кинематике объектов исследуемой выборки:

- принятые (измеренные) гелиоцентрические расстояния до объектов  $r$  и погрешности их определения  $\sigma_r$ ;
- лучевые скорости  $V_r$  и погрешности их определения  $\sigma_{V_r}$ ;
- компоненты собственных движений в галактической системе координат  $\mu_l$ ,  $\mu_b$ , погрешности их определения  $\sigma_{\mu_l}$ ,  $\sigma_{\mu_b}$ , а также коэффициент корреляции ошибок компонент собственных движений  $\rho_{lb}$ .

Для всех последующих расчётов для каждого объекта нужно рассчитать:

- расстояние до оси вращения Галактики:

$$R^2 = (r \cos b)^2 + R_0^2 - 2r \cos b \cos l, \quad (2.1)$$

где  $R_0$  – расстояние от Солнца до центра Галактики (превышением Солнца над диском, составляющим около 20 пк, можно пренебречь);

- $z$ -координату, отсчитываемую от плоскости диска с положительным направлением на Северный полюс Галактики:

$$z = r \sin b \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Используемые системы координат

В вычислениях понадобятся следующие системы координат:

- *галактическая сферическая*  $(r, l, b)$  с началом в Солнце;
- *галактическая прямоугольная*  $(x, y, z)$  с началом в Солнце и осями, направленными:
  - к центру Галактики (ось  $x$ );
  - в сторону вращения Галактики (ось  $y$ );
  - на северный полюс Галактики (ось  $z$ );
- *прямоугольная, сопутствующая звезде* с началом в этой звезде и осями, направленными аналогично галактической прямоугольной, но по отношению к звезде.

Приведём матрицы преобразований между этими системами координат:

- переход от галактической прямоугольной к галактической сферической:

$$G_0 = \begin{pmatrix} \cos b \cos l & \cos b \sin l & \sin b \\ -\sin l & \cos l & 0 \\ -\sin b \cos l & -\sin b \sin l & \cos b \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

- переход от сопутствующей прямоугольной к галактической сферической:

$$G = \begin{pmatrix} \cos b \cos L & \cos b \sin L & \sin b \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ -\sin b \cos L & -\sin b \sin L & \cos b \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где угол в интервале  $0^\circ$ - $360^\circ$

$$L = \text{atan2}(R_0 \cos l - D \cos b, R_0 \sin l) \quad (2.5)$$

- переход от сферической с началом в центре Галактики к сопутствующей прямоугольной:

$$G_r = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

где также угол в интервале  $0^\circ$ - $360^\circ$

$$\psi = \text{atan2}(R, z) \quad (2.7)$$

Параметрическая модель поля скоростей должна удовлетворительно описывать *наблюдаемые* скорости объектов, полученные в галактической сферической системе координат.

$$\vec{V}_{obs} = \begin{pmatrix} V_r \\ kD\mu_l \\ kD\mu_b \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

где  $V_r$  – лучевая скорость объекта. Расстояние  $D$  измеряется в кпк, а компоненты собственного движения – в мсд/год. Чтобы выразить компоненты  $\vec{V}_{obs}$  в км/с, коэффициент перевода должен быть равен  $k = 4.741 \frac{\text{км/с}}{\text{кпк} \cdot \text{мсд/год}}$ .

### 2.1.3 Составляющие модельной скорости

#### 2.1.3.1 Поступательное локальное движение выборки относительно

#### Солнца

В галактической сферической системе координат составляющая, связанная с движением всей выборки относительно Солнца, определяется выражением:

$$\vec{V}_{trans} = G_0 \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

где  $(U_0, V_0, W_0)^T$  – компоненты этой скорости в галактической прямоугольной системе координат.

### 2.1.3.2 Круговые движения

Компоненты скорости в галактической сферической системе координат, связанные с чистым дифференциальным вращением диска, рассчитываются по формулам Боттлингера:

$$\vec{V}_{rot} = \begin{pmatrix} R_0(\omega - \omega_0) \sin l \cos b \\ (R_0 \cos l - r \sin b)(\omega - \omega_0) - r\omega_0 \cos b \\ -R_0(\omega - \omega_0) \sin l \sin b \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

где  $\omega_0$  – угловая скорость вращения диска на солнечном круге. Угловая скорость на расстоянии  $R$  представляется с помощью первых членов разложения функции  $\omega = \omega(R)$  в ряд Тейлора с центром в  $R_0$ :

$$\omega - \omega_0 \approx \sum_{n=1}^N \frac{1}{n!} \cdot \left. \frac{d^n \omega}{dR^n} \right|_{R=R_0} (R - R_0)^n \quad (2.11)$$

В разных случаях  $N$  выбиралось равным 4 или 5.

С учётом только чистого вращения модельная скорость принимает вид:

$$\vec{V}_{mod} = G_0 \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} + \vec{V}_{rot} \quad (2.12)$$

### 2.1.3.3 Некруговые движения, вызванные возмущениями от спиральных волн плотности

Спиральный узор – довольно сложное явление, и описать его полностью в рамках простой параметрической модели не представляется возможным. Поэтому в диссертации и статьях была применена простая линейная аналитическая модель спиральных волн плотности, разработанная Линем и Шу [90] и Линем [91]. Согласно этой модели, фаза спиральной волны (линия гребня плотности звёзд)

$$\chi - \chi_0 = m \left( \Psi - ctg i \cdot \lg \frac{R}{R_0} \right), \quad (2.13)$$

где  $\chi_0$  – фаза спиральной волны у Солнца,  $i$  – угол закрутки спирального узора,  $m$  – число спиральных рукавов, в большинстве работ считающееся равным 4,  $\Psi$  – позиционный угол с вершиной на оси вращения Галактики, отсчитываемый по направлению от Солнца к объекту в сторону вращения диска, он рассчитывается по формуле:

$$\Psi = \arctg \left( \frac{r \cos b \sin l}{R_0 - r \cos b \cos l} \right) \quad (2.14)$$

Пусть  $f_R$  и  $f_\Theta$  – амплитуды радиального (по направлению от центра Галактики) и тангенциального возмущений (по направлению вращения диска) скоростей объектов, вызванных прохождением спирального узора. Тогда сами возмущения принимают вид:

$$\begin{cases} \Pi = f_R \cos \chi \\ \Theta = f_\Theta \sin \chi \end{cases} \quad (2.15)$$

у Солнца, соответственно,

$$\begin{cases} \Pi_0 = f_R \cos \chi_0 \\ \Theta_0 = f_\Theta \sin \chi_0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Считается, что  $\Pi > 0$  в направлении от центра Галактики.

С учётом возмущений, вносимых спиральной волной плотности, составляющая модельной скорости, связанная с дифференциальным вращением, меняется:

$$\vec{V}'_{rot} = \begin{pmatrix} R_0(\Omega - \Omega_0) \sin l \cos b \\ (R_0 \cos l - r \sin b)(\Omega - \Omega_0) - r\Omega_0 \cos b \\ -R_0(\Omega - \Omega_0) \sin l \sin b \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

где модифицированные с учётом тангенциальных возмущений угловые скорости

$$\begin{cases} \Omega = \omega + \frac{\Theta}{R} \\ \Omega_0 = \omega_0 + \frac{\Theta_0}{R_0} \end{cases} \quad (2.18)$$

Возмущённая скорость, связанная с радиальным возмущением со стороны спирального узора:

$$\vec{V}_{spir} = \begin{pmatrix} -\left(R_0 \left(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}\right) \cos l - r \frac{\Pi}{R} \cos b\right) \cdot \cos b \\ R_0 \left(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}\right) \sin l \\ \left(R_0 \left(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}\right) \cos l - r \frac{\Pi}{R} \cos b\right) \cdot \sin b \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

С учётом влияния спиральных волн плотности модельная пространственная скорость принимает вид:

$$\vec{V}_{mod} = G_0 \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} + \vec{V}'_{rot} + \vec{V}_{spir} \quad (2.20)$$

### 2.1.4 Матрица ковариации

Невязка (разность) между наблюдаемой и модельной скоростью  $\Delta\vec{V} = \vec{V}_{obs} - \vec{V}_{mod}$  представляет собой случайный вектор. Предполагается, что его компоненты распределены по нормальному закону, а систематической составляющей в нём нет. Поэтому его математическое ожидание – нулевой вектор, а аналогом дисперсии служит матрица ковариации. Она отражает ошибки наблюдений (компонентов собственных движений, лучевой скорости), «космическую» дисперсию – форму и размеры эллипсоида остаточных (пекулярных) скоростей, не связанные с наблюдениями, а также случайные и систематические ошибки расстояния и индуцируемые ими ошибки поля пространственных скоростей. Именно в оценку матрицы ковариации компоненты входит параметр  $p$ , связанный с уточнением шкалы расстояний – вместо наблюдаемого расстояния до объекта  $r$  используется «истинное» расстояние  $r_t = r/p$ . Она имеет три составляющие:

- матрица ковариации ошибок определения компонентов наблюдаемой скорости

$$L_{err} = \begin{pmatrix} \sigma_{Vr}^2 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 D^2 \sigma_{\mu l}^2 & k^2 D^2 \sigma_{\mu l} \sigma_{\mu b} \rho_{lb} \\ 0 & k^2 D^2 \sigma_{\mu l} \sigma_{\mu b} \rho_{lb} & k^2 D^2 \sigma_{\mu b}^2 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Изначально собственные движения, их ошибки и коэффициенты корреляции даются в экваториальной системе координат, поэтому сперва

матрицу ковариации ошибок нужно перевести из экваториальной системы в галактическую сферическую.

- матрица «космической» дисперсии, связанная с разбросом остаточных скоростей объектов (отклонений от систематических скоростей) – эти случайные отклонения описываются трёхмерным нормальным распределением Шварцшильда, для которого считается, что две его главные оси параллельны плоскости диска, а большая ось направлена на центр Галактики. В прямоугольной системе координат, сопутствующей объекту, матрица дисперсии скоростей имеет вид:

$$L_0 = \begin{pmatrix} \sigma_U^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_V^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_W^2 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

При переходе в галактическую сферическую систему координат с учётом исправления шкалы расстояния матрица дисперсии скоростей принимает вид:

$$L_{resid} = P \times G_S \times L_0 \times G_S^T \times P^T, \quad (2.23)$$

где

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

- дополнительная составляющая, пропорциональная квадрату ошибки определения расстояния:

$$dL = (\sigma_D/D)^2 \cdot (M \times G_S \times L_0 \times G_S^T \times M^T + \vec{Y} \times \vec{Y}^T), \quad (2.25)$$

где

$$\vec{Y} = M \times \left[ G_0 \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} + \vec{V}_{sys} \right] - \frac{r}{p} \cdot P \times \frac{\partial \vec{V}_{sys}}{\partial r}, \quad (2.26)$$

причём  $\vec{V}_{sys} = \vec{V}_{rot}$  только при учёте круговых движений и  $\vec{V}_{sys} = \vec{V}'_{rot} + \vec{V}_{spir}$  с учётом возмущений от спиральных волн плотности, а  $M = diag[0 \ 1 \ 1]$ .

Таким образом, оценка матрица ковариации имеет вид:

$$L = L_{obs} + L_{resid} + dL \quad (2.27)$$



Наиболее сложными являются выражения для частных производных компонент систематической скорости по расстоянию  $r$ .

Для чистого вращения:

$$\frac{\partial \vec{v}_{rot}}{\partial r} = \begin{pmatrix} R_0 \cdot \frac{d}{dr} (\omega - \omega_0) \cdot \sin l \cos b \\ (R_0 \cos l - r \cos b) \cdot \frac{d}{dr} (\omega - \omega_0) - \omega \cos b \\ -R_0 \cdot \frac{d}{dr} (\omega - \omega_0) \cdot \sin l \sin b \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

выражение для производной разности угловых скоростей:

$$\frac{d}{dr} (\omega - \omega_0) = \frac{\cos b}{R} (r \cos b - R_0 \cos l) \cdot \sum_{n=1}^N \frac{1}{(n-1)!} \cdot \left. \frac{d^n \omega}{dR^n} \right|_{R=R_0} (R - R_0)^{n-1} \quad (2.29)$$

В случае учёта возмущений от спирального узора расчёты гораздо сложнее; сначала будут представлены вспомогательные выражения для производных разных величин:

$$\begin{aligned} D &= R_0 \cos l - r \cos b \\ \frac{\partial R}{\partial r} &= -\frac{D}{R} \cos b \\ \frac{\partial \psi}{\partial r} &= \frac{R_0}{R^2} \cos b \sin l \\ \frac{\partial \chi}{\partial r} &= m \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial R}{\partial r} \cdot \frac{\text{ctg } i}{R} \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

В выражение для производной вектора систематической скорости по гелиоцентрическому расстоянию  $r$  входят не только производные от компонент скорости, вызванной спиральным узором, но и от вклада в скорость, вызванного дифференциальным вращением:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}'_{spir}}{\partial r} &= \left( \frac{\partial v'_{spir r}}{\partial r} \quad \frac{\partial v'_{spir l}}{\partial r} \quad \frac{\partial v'_{spir b}}{\partial r} \right)^T \\ \frac{\partial v'_{spir r}}{\partial r} &= \frac{f_R}{R} \cos b \left( \cos b \cos \chi + D \cdot \left( \cos \chi \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + \sin \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} \right) \right) - \\ &\quad - \frac{f_{\Theta R_0}}{R} \sin l \cos b \left( \cos \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} - \sin \chi \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial v'_{spir l}}{\partial r} &= -\frac{f_{R R_0}}{R} \sin l \left( \sin \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} + \cos \chi \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \\ &\quad + \frac{f_{\Theta}}{R} \left( \cos b \sin \chi + D \cdot \left( \sin \chi \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} - \cos \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} \right) \right) \\ \frac{\partial v'_{spir b}}{\partial r} &= -\frac{\partial v'_{spir r}}{\partial r} \cdot \text{tg } b \end{aligned} \quad (2.31)$$

В итоге

$$\frac{\partial \vec{v}_{sys}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{v}_{rot}}{\partial r} + \frac{\partial \vec{v}'_{spir}}{\partial r} \quad (2.32)$$

Используемая в исследовании кинематики диска выборка мазеров не является локальной, поэтому обязательно следует учитывать изменение компонентов «космической» дисперсии скоростей с расстоянием от центра Галактики.

Но задача учёта будет проще в силу двух соотношений:

- на любом расстоянии от центра Галактики компоненты дисперсии скоростей  $\sigma_U$  и  $\sigma_V$  должны удовлетворять соотношению Линдблада, отражающему движение всех звёзд по эпициклическим орбитам (эта идея в применении к нелокальному исследованию кинематики была в наших работах реализована впервые):

$$\frac{\sigma_V(R)}{\sigma_U(R)} = \sqrt{1 + \frac{R}{2\omega} \cdot \frac{d\omega}{dR}}; \quad (2.33)$$

- поскольку толщина молодой популяции диска Галактики с расстоянием от центра заметно не меняется вплоть до расстояния порядка 10-12 кпк, то в первом приближении можно предположить, что вертикальная дисперсия скоростей в рассматриваемом интервале галактоцентрических расстояний постоянна:

$$\sigma_W(R) = \sigma_W(R_0) \equiv \sigma_{W0} \quad (2.34)$$

Выражение для радиальной дисперсии скоростей можно получить в предположении, что звёздный диск находится в состоянии маргинальной (граничной) устойчивости к радиальным возмущениям концентрации звёзд, при котором выполняется соотношение Тоомре [92]:

$$\sigma_U(R) > \frac{3,36G \cdot \Sigma(R)}{\kappa(R)}, \quad (2.35)$$

где  $\Sigma(R)$  – поверхностная плотность диска на расстоянии  $R$  от центра Галактики,  $\kappa(R)$  – эпициклическая частота, представляющая собой частоту малых колебаний объектов диска относительно круговой орбиты, в виде которых можно представить их случайные отклонения от систематического движения, она определяется как:

$$\kappa(R) = 2\omega(R) \sqrt{1 + \frac{R}{2\omega(R)} \cdot \frac{d\omega}{dR}} \quad (2.36)$$

С учётом экспоненциального профиля поверхностной плотности диска  $\Sigma(R) = \Sigma_c \cdot \exp\left(-\frac{R}{H_D}\right)$  из анализа кинематики оказывается возможным оценить радиальную шкалу диска  $H_D$ .

В данной работе было впервые рассмотрено три варианта изменения радиальной дисперсии скоростей:

- 1) основанный на условии маргинальной устойчивости:

$$\sigma_U(R) = \sigma_U(R_0) \cdot \frac{\kappa(R_0)}{\kappa(R)} \cdot \exp\left(\frac{R_0 - R}{H_D}\right) \quad (2.37)$$

- 2) основанный на предположении о прямой пропорциональности радиальной дисперсии скоростей поверхностной плотности:

$$\sigma_U(R) = \sigma_U(R_0) \cdot \exp\left(\frac{R_0 - R}{H_D}\right) \quad (2.38)$$

- 3) предположение об одинаковом значении радиальной дисперсии скоростей по всему диску:

$$\sigma_W(R) = \sigma_W(R_0) \equiv \sigma_{W0} \quad (2.39)$$

### 2.1.5 Функция правдоподобия

В соответствии с Центральной Предельной Теоремой математической статистики (теоремой Чебышева) предполагается, как это обычно делается, что невязка  $\Delta\vec{V}(i)$  для  $i$ -го объекта выборки распределена по трёхмерному нормальному закону с плотностью вероятности, равной

$$f(\Delta\vec{V}(i)) = (2\pi)^{-3/2} \cdot [\det L(i)]^{-1/2} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \Delta\vec{V}(i)^T \times L(i)^{-1} \times \Delta\vec{V}(i)\right) \quad (2.40)$$

Как сами скорости, так и невязки разных объектов являются независимыми друг от друга случайными величинами, поэтому функция распределения совокупности невязок всех  $N$  объектов выборки равна:

$$F(\Delta\vec{V}(1), \Delta\vec{V}(2), \dots, \Delta\vec{V}(N)) = \prod_{i=1}^N f(\Delta\vec{V}(i)) \quad (2.41)$$

Сутью метода максимального правдоподобия является ключевое предположение о том, что набор наблюдаемых невязок  $\{\Delta\vec{V}(i)_{obs}\}_{i=1}^N$  является наиболее вероятным из всех возможных (раз он соответствует тому, что

наблюдается, тому, что уже реализовано). Получается, что функция  $F(\Delta\vec{V}(1), \Delta\vec{V}(2), \dots, \Delta\vec{V}(N))$  должна принимать *максимальное* значение на этом наборе.

В функцию распределения также, и притом естественным образом входит набор параметров модели поля скоростей  $\Lambda$ , значения которых надо определить. Можно представить функцию  $F(\Delta\vec{V}(1), \Delta\vec{V}(2), \dots, \Delta\vec{V}(N)) = F(\Lambda)$  как функцию набора этих параметров. Следовательно, нам надо найти тот набор параметров  $\Lambda_0$ , на котором  $F(\Lambda)$  принимает максимальное значение.

Дальше будем работать с *функцией правдоподобия* (**Likelihood Function**)

$$LF(\Lambda) = -\ln F(\Lambda) \quad (2.42)$$

Нетрудно показать, что

$$LF(\Lambda) = \frac{3}{2}N \ln 2\pi + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^N [\ln|L(i)| + \Delta\vec{V}(i)^T \times L(i)^{-1} \times \Delta\vec{V}(i)] \quad (2.43)$$

Несмотря на название метода, нужно найти как раз *минимум* этой функции. Эта задача может решаться разными методами, имеющимися в популярных математических и статистических пакетах программ. В данной работе был использован *метод градиентного спуска*, реализованный в виде стандартной функции в среде MATLAB.

### 2.1.6 Оценка погрешностей параметров модели

Вспомним, что сумма квадратов случайных величин, каждая из которых подчинена стандартизованному нормальному распределению (с мат. ожиданием  $\mu = 0$  и дисперсией  $\sigma^2 = 1$ ) подчиняется распределению  $\chi^2$  (распределение Пирсона).

Функция правдоподобия  $LF(\Lambda) = -\ln F(\Delta\vec{V}(1), \Delta\vec{V}(2), \dots, \Delta\vec{V}(N))$  является функцией невязок (случайных величин), и поэтому сама является случайной величиной. Из (2.43) следует, что она также является суммой функций от невязок, а каждая из невязок  $\Delta\vec{V}(i)$  сама подчиняется обобщённому нормальному распределению. Такая сумма подчиняется *обобщённому распределению Пирсона*.

Как уже было замечено выше, невязки определяются набором параметров поля скоростей  $\Lambda$ . Рассмотрим многомерное пространство  $\{\Lambda\}$ , в котором точки имеют в качестве наборов координат всевозможные наборы  $\Lambda$ . Имеется *истинный* набор значений параметров  $\Lambda_{true}$ , являющихся координатами точки  $M_{true}$ .

Точка  $M_0$ , соответствующая набору координат  $\Lambda_0$ , на котором функция правдоподобия достигает минимума, вообще-то говоря, не совпадает с точкой  $M_{true}$  (см. Рисунок 2.1).

Вспомним, что для случайной величины, подчиняющейся нормальному распределению с математическим ожиданием  $\mu$  и дисперсией  $\sigma^2$ , вероятность попадания в интервал  $[\mu - 1\sigma; \mu + 1\sigma]$  составляет примерно 68.3%.

Данное значение вероятности принимается и в решаемой задаче. Область  $G$  в пространстве параметров  $\{\Lambda\}$  с центром в точке  $M_0$  такая, что вероятность того, что  $M_{true}$  принадлежит ей, равна примерно 68.3%, называется *доверительной*. Оказывается, её граница  $\partial G$  определяется довольно легко – на ней значение функции правдоподобия  $LF(\partial G) = LF(M_0) + 1$ .

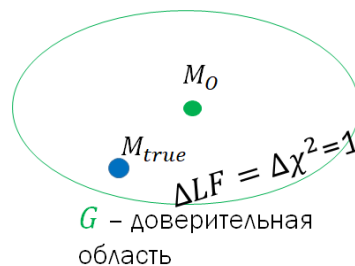


Рисунок 2.1 – К процедуре оценки погрешности параметров

На самом деле вместо 68.3% можно взять другое значение той вероятности, называемой ещё *уровнем доверия*, но тогда определение границы  $\partial G$  будет намного сложнее.

Проекция доверительной области на координатные оси пространства  $\{\Lambda\}$  называются *доверительными интервалами*. Величина доверительного интервала, лежащего на оси изменения параметра  $\Lambda^i$ , является оценкой погрешности определения этого параметра.

## 2.2 Используемые данные

В используемую для анализа кинематики диска Галактики выборку мазеров было взято 103 источника, для которых параллаксы, собственные движения и лучевые скорости были получены в рамках совместной программы Bar and Spiral Structure Legacy Survey, объединившей проекты VLBA и VERA [40]. Относительная погрешность определения параллаксов не превысила 10%, а погрешность собственных движений – 1 мсд/год. К этим 103 мазерам была добавлена информация об ещё 40 мазерах, основные сведения о которых и их источники можно найти в Приложении работы [87]. В результате имеется полный набор кинематических данных для 136 источников – на данный момент это самая крупная выборка из мазеров, использованная для анализа кинематики диска.

Из этой выборки были исключены мазеры, находящиеся ближе к центру Галактики, чем 3 кпк во избежание сильного влияния потенциала галактического бара на результаты анализа кинематики. Также было исключено 3 мазера, у которых расхождение между наблюдаемой и модельной скоростями сильно превышает погрешности определения наблюдаемой скорости. В итоге финальная выборка содержит 131 источник.

### 2.2.1 Пакет программ Astro Space Locator

Кинематические данные о мазерах получены большой группой европейских и японских радиоастрономов в результате сложной обработки оригинальных радиоинтерферометрических наблюдений, проведённых в основном сетью РСДБ VERA. Такая обработка невозможна без наличия программного обеспечения, способного выполнять большое количество задач, необходимых для математической обработки. В настоящее время имеется множество программ (AIPS, CASA, VNSIM, DifMap и др.), однако некоторые из них способны выполнять только узкий набор задач, например, DifMap способен только восстанавливать изображения. Также для работы со всеми этими пакетами требуются отнюдь не интуитивные навыки работы с командной строкой, и много

времени может уйти на освоение навыков работы с указанными пакетами. Однако хотелось бы сконцентрироваться на научной стороне задачи, используя простые и понятные программы, не требующие специальных навыков. (И хотя материал, включённый в данный раздел диссертации, стоит несколько особняком от непосредственного изучения кинематики галактических подсистем, автор диссертации считает возможным очень кратко остановиться на результатах работы по созданию пакета программ, в которой он принял участие). Для этой цели сотрудниками АКЦ ФИАН был разработан пакет программ радиоинтерферометрических данных Astro Space Locator (ASL). Он предназначен для работы в операционной системе Windows и построен на основе принципа WYSIWYG («что видишь, то и получишь») – работу значительно облегчает понятный графический интерфейс.

В пакете ASL реализованы все стадии многосложной пост-корреляционной обработки, программы выполняют следующие задачи:

- ASL VisView – понятная любому пользователю визуализация откоррелированных радиоинтерферометрических данных: построение графиков функции видности и спектров, а также контурных графиков динамических спектров;
- ASL Editor – редактирование радиоинтерферометрических данных, кратко можно выделить следующие задачи, решаемые этой программой:
  - конвертирование входных и выходных файлов;
  - редактирование данных о самих наблюдениях и об источнике;
  - усреднение по времени и частоте;
- ASL Imager – процедура калибровки и восстановление изображений источников, в частности, в этой программе реализован довольно часто используемый метод CLEAN;
- ASL Modeler – моделирование источников и радиоинтерферометрических наблюдений;
- дополнительные утилиты для конкретных задач.

Более подробное описание пакета изложено в работе Лихачёва и других [93]. Для программ ASL VisView, ASL Editor и ASL Modeler в рамках данной работы написана документация (User Guide), которую можно найти на сайте проекта [94].

## 2.3 Результаты

Обработка данных по результатам РСДБ-наблюдений мазеров сводилась не только к определению параметров поля скоростей выборки методом максимума правдоподобия и оценке погрешностей этих параметров, но и решению некоторых задач кинематики и динамики: построению кривой вращения диска, а также спирального узора, уточнению шкалы расстояний, к кинематической оценке радиальной шкалы диска с помощью полученных результатов и пониманию динамического состояния молодого диска Млечного Пути.

### 2.3.1 Варианты моделей и значения параметров

При расчёте кинематических параметров были использованы четыре модели поля пространственных скоростей и состояния диска:

1. Включает чистое круговое вращение и учёт возмущений от спирального узора, использовано выражение (2.37) для радиальной дисперсии скоростей.
2. Включает только чистое круговое вращение, использовано выражение (2.37), коэффициент шкалы расстояний зафиксирован:  $p = 1,00$ .
3. Включает чистое круговое вращение и учёт возмущений от спирального узора, использовано предположение о постоянной радиальной дисперсии скоростей.
4. Включает только чистое круговое вращение, использовано предположение о постоянной радиальной дисперсии скоростей, коэффициент шкалы расстояний зафиксирован:  $p = 1,00$ .



Значения параметров, а также минимальные значения функции правдоподобия для моделей 1 и 2 приведены в Таблице 2.1, а для моделей 3 и 4 – в Таблице 2.2.

В рамках моделей 1 и 2 среди прочих параметров было получено значение радиальной шкалы диска, составившее  $H_D = (4,3 \pm 0,9)$  кпк. Помимо перечисленных выше моделей использовались ещё две модели, отличающиеся от 1 и 2 выражением (2.38) для радиальной дисперсии скоростей. Для них значения шкалы диска получились равными  $H_D = (8 - 78)$  кпк и  $H_D = (10 - 46)$  кпк соответственно, хотя значения всех остальных параметров близки к полученным в рамках модели 1 и 2. По причине больших значений шкалы диска и не менее больших погрешностей результаты применения моделей с выражением (2.38) для  $\sigma_U$  дальше не рассматривались.

Минимальные значения функции правдоподобия в модели 3 и модели 4 меньше соответствующих значений для модели 1 и модели 2. Это означает, что простое предположение о постоянной радиальной дисперсии скоростей вдоль радиуса лучше соответствует наблюдаемым скоростям мазеров.

### 2.3.2 Кривая вращения

На Рисунке 2.2 показана кривая вращения, построенная по параметрам модели 3 по разложению 4-го порядка угловой скорости как функции расстояния от центра Галактики. Видно, что на большом интервале расстояний – от 5-6 до 15 кпк – она остаётся практически плоской. На расстоянии около 9 кпк имеется небольшой провал, а также небольшие колебания на масштабах около 1 кпк. Возможно, они связаны с возмущениями от спирального узора. Скорость вращения диска на солнечном круге составляет примерно  $V_{rot}(R_0) \approx (235 - 238) \pm 7$  км/с.

На Рисунке 2.3 показаны изменения с расстоянием от центра Галактики компонентов отклонений скоростей мазеров от модели 4 с чисто круговым движением – радиального  $\Delta_{VR}$ , в направлении от центра Галактики, тангенциального  $\Delta_{VT}$ , по направлению вращения диска и вертикального  $\Delta_{Vz}$ ,

перпендикулярно плоскости диска в северном направлении. Заметна квазипериодичность этих отклонений, сильнее всего она выражена у  $\Delta_{VR}$ , не так заметно у  $\Delta_{VT}$  и слабее всего у  $\Delta_{VZ}$ . Впервые такие колебания  $\Delta_{VZ}$  были отмечены в исследовании [95].

Таблица 2.1 – Оптимальные оценки кинематических параметров и минимальные значения функции правдоподобия для моделей 1 и 2

Модель 1		Модель 2	
$p$	0,979±0,018	$p$	1,00
$R_0$ , кпк	8,21±0,12	$R_0$ , кпк	8,31±0,13
$H_D$ , кпк	4,31±0,90	$H_D$ , кпк	4,34±0,75
$U_0$ , км/с	-11,06±1,31	$U_0$ , км/с	-7,73±1,52
$V_0$ , км/с	-18,26±1,19	$V_0$ , км/с	-17,69±1,20
$W_0$ , км/с	-8,76±1,06	$W_0$ , км/с	-8,64±0,91
$\sigma_{U_0}$ , км/с	10,02±0,90	$\sigma_{U_0}$ , км/с	11,59±0,95
$\sigma_{W_0}$ , км/с	5,74±0,75	$\sigma_{W_0}$ , км/с	5,65±0,80
$f_R$ , км/с	-6,80±1,37	$\omega_0$ , км/(с·кпк)	29,03±0,52
$f_\Theta$ , км/с	+3,10±0,95	$d\omega/dR$ , км/(с·кпк <sup>2</sup> )	-3,94±0,08
$\chi_0$ , °	123,1±10,1	$d^2\omega/dR^2$ , км/(с·кпк <sup>3</sup> )	1,13±0,07
$i$ , °	-10,44±0,29	$d^3\omega/dR^3$ , км/(с·кпк <sup>4</sup> )	-0,06±0,11
$\omega_0$ , км/(с·кпк)	28,94±0,51	$d^4\omega/dR^4$ , км/(с·кпк <sup>5</sup> )	-0,30±0,02
$d\omega/dR$ , км/(с·кпк <sup>2</sup> )	-3,91±0,07	$d^5\omega/dR^5$ , км/(с·кпк <sup>6</sup> )	0,14±0,02
$d^2\omega/dR^2$ , км/(с·кпк <sup>3</sup> )	0,86±0,03	$LF_{min}$	1465,8692
$d^3\omega/dR^3$ , км/(с·кпк <sup>4</sup> )	0,01±0,03		
$d^4\omega/dR^4$ , км/(с·кпк <sup>5</sup> )	-0,08±0,10		
$LF_{min}$	1085,7870		

Таблица 2.2 – Оптимальные оценки кинематических параметров и минимальные значения функции правдоподобия для моделей 3 и 4

Модель 3		Модель 4	
$p$	0,961±0,020	$p$	1,00
$R_0$ , кПК	8,27±0,13	$R_0$ , кПК	8,19±0,12
$U_0$ , км/с	-10,98±1,40	$U_0$ , км/с	-7,57±1,55
$V_0$ , км/с	-19,62±1,15	$V_0$ , км/с	-18,17±1,20
$W_0$ , км/с	-8,93±1,05	$W_0$ , км/с	-8,64±0,92
$\sigma_{U_0}$ , км/с	9,43±0,88	$\sigma_{U_0}$ , км/с	10,87±0,91
$\sigma_{W_0}$ , км/с	5,86±0,80	$\sigma_{W_0}$ , км/с	5,65±0,80
$f_R$ , км/с	-7,00±1,48	$\omega_0$ , км/(с·кПК)	28,64±0,53
$f_\Theta$ , км/с	+2,62±1,05	$d\omega/dR$ , км/(с·кПК <sup>2</sup> )	-4,00±0,09
$\chi_0$ , °	130,3±10,8	$d^2\omega/dR^2$ , км/(с·кПК <sup>3</sup> )	1,28±0,04
$i$ , °	-10,39±0,25	$d^3\omega/dR^3$ , км/(с·кПК <sup>4</sup> )	-0,10±0,02
$\omega_0$ , км/(с·кПК)	28,35±0,45	$d^4\omega/dR^4$ , км/(с·кПК <sup>5</sup> )	-0,37±0,02
$d\omega/dR$ , км/(с·кПК <sup>2</sup> )	-3,83±0,08	$d^5\omega/dR^5$ , км/(с·кПК <sup>6</sup> )	0,19±0,02
$d^2\omega/dR^2$ , км/(с·кПК <sup>3</sup> )	1,17±0,05	$LF_{min}$	1463,7012
$d^3\omega/dR^3$ , км/(с·кПК <sup>4</sup> )	-0,08±0,04		
$d^4\omega/dR^4$ , км/(с·кПК <sup>5</sup> )	-0,30±0,03		
$LF_{min}$	1079,2939		

### 2.3.3 Комментарии по значениям параметров

Значения параметров, связанные с возмущениями от спиральных волн плотности, полученные в рамках моделей 1 и 3, получились с довольно хорошими погрешностями – радиальные и тангенциальные амплитуды составляют  $f_R = (-6,9 \pm 1,4)$  км/с и  $f_\Theta = (+2,8 \pm 1,0)$  км/с соответственно, фаза спиральной волны у Солнца  $\chi_0 = (125 \pm 10)^\circ$ , угол закрутки спирального узора  $i = (-10,4 \pm 0,3)^\circ$  определён лучше всего. Значит, модели с включённым

возмущением от спиральных волн плотности хорошо воспроизводят наблюдаемые скорости мазеров. Это также можно понять, сопоставив минимальные значения функции правдоподобия для моделей 1 и 3 с моделями 2 и 4 – они меньше, чем у моделей, в которые включены только круговые движения. Найденные значения параметра спирального узора не противоречат полученным по анализу кинематики 565 цефеид [96] – в той работе были получены значения  $\chi_0 = (121 \pm 3)^\circ$ ,  $i = (-9,5 \pm 0,1)^\circ$ . Имеется расхождение с результатами ряда работ Бобылёва и других [42-46], однако в работах [42-44] считалось, что спиральных рукавов 2, а не 4. Например, значения параметров, полученные в работе [44] на основе данных о лучевых скоростях, собственных движениях и параллаксах 73 мазеров методом разложения в ряд Фурье наблюдаемых скоростей мазеров  $f_R = (-7,8 \pm 0,7)$  км/с,  $f_\Theta = (7,0 \pm 1,2)$  км/с,  $\chi_0 = (160 \pm 15)^\circ$ ,  $i = (-5,2 \pm 0,7)^\circ$  – различие с результатами данной работы превышает погрешности, но по порядку величины значения, полученные в данной работе и [44], согласуются, даже при разных принятых числах спиральных рукавов.

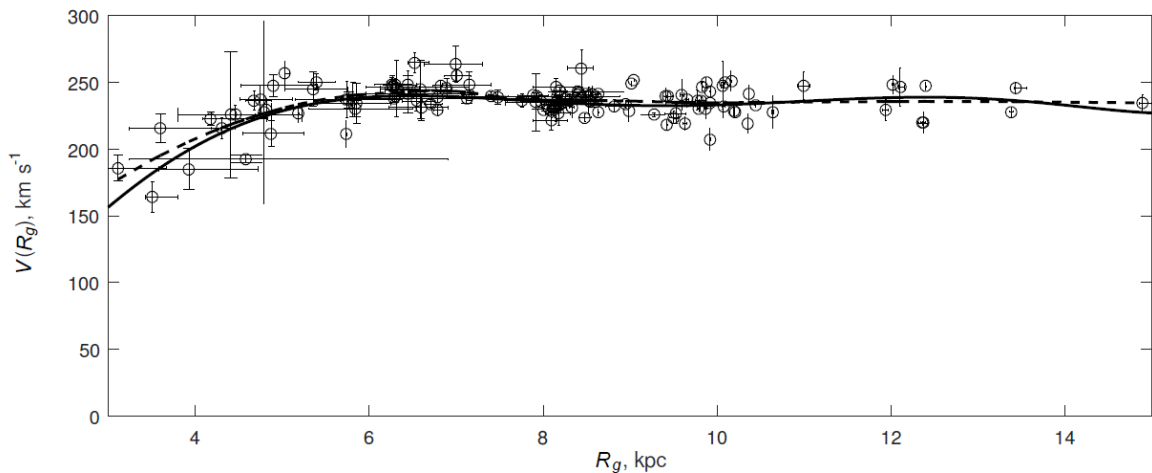


Рисунок 2.2 – Кривая вращения диска Галактики. Сплошная линия соответствует разложению угловой скорости вращения до 4-го порядка, полученному по параметрам модели 3. Показаны составляющие скорости мазеров по направлению вращения диска и их ошибки, а также расстояния от центра Галактики до них и их ошибки. Штриховой линией показана зависимость составляющей скорости мазеров по направлению вращения диска от расстояния до центра Галактики, полученная методом скользящей регрессии 2-го порядка

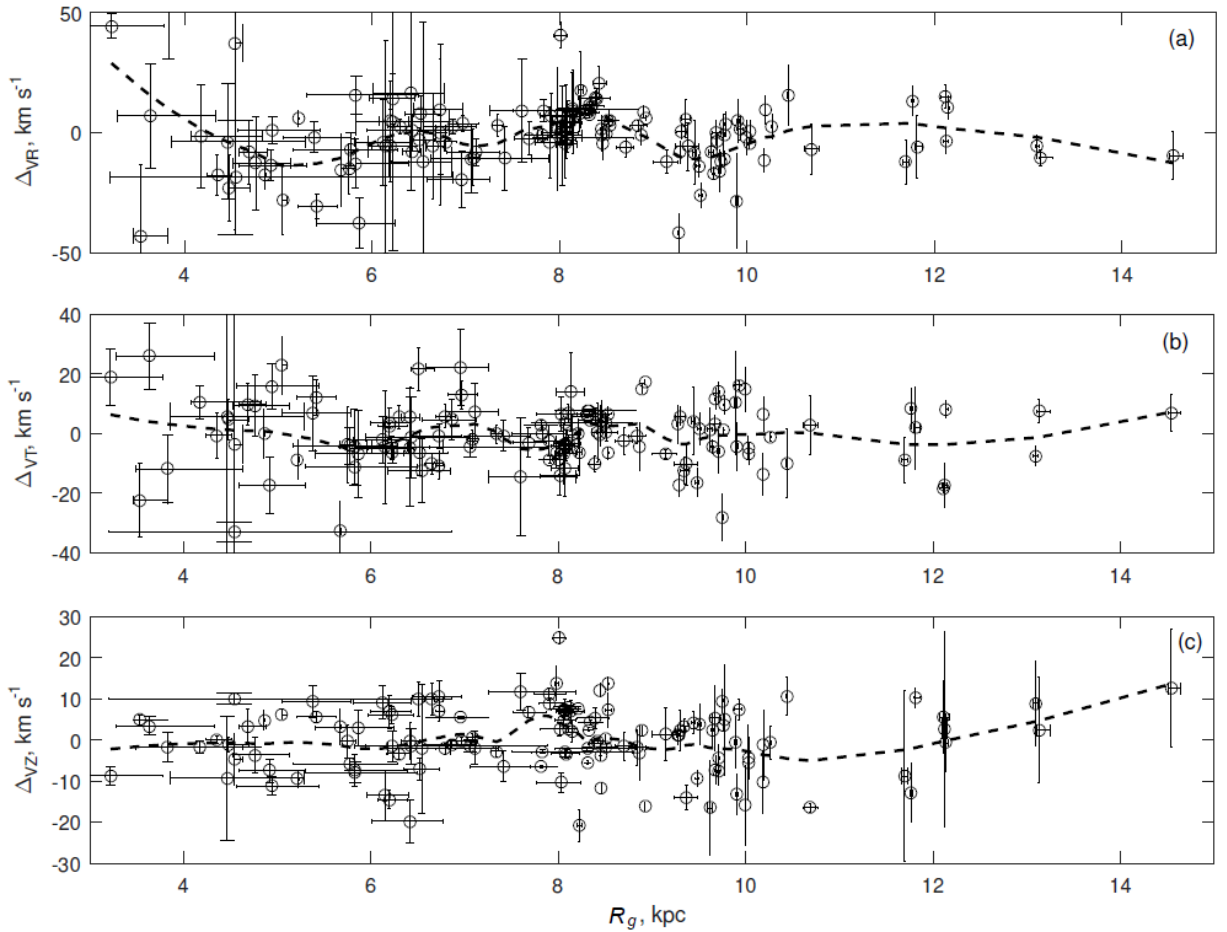


Рисунок 2.3 – Остаточные уклонения скорости мазеров от кругового движения в рамках модели 4 – радиальные (а), тангенциальные (б) и вертикальные (с)

Из всех моделей значение  $LF_{min}$  меньше всего у модели 3. Для неё  $\sigma_{U0} = (9,4 \pm 0,9)$  км/с, а  $\sigma_{W0} = (5,9 \pm 0,9)$  км/с. Для подсистем рассеянных скоплений и цефеид значения этих параметров заметно больше, как установлено в [22, 24, 27, 97]. Однако значения этих параметров, полученные здесь, сравнимы со значениями для цефеид [98] (на основе данных TGAS из Gaia DR1 [99]) и OB-ассоциаций [23, 33]. Холодная межзвёздная среда, из которой образуются звёзды, также имеет очень низкие дисперсии скоростей, поэтому неудивительно, что не слишком большие они у мазеров, связанных с областями звездообразования.

### 2.3.4 Спиральный узор

На Рисунке 2.4 показан спиральный узор, восстановленный по кинематическим данным, а также положения и векторы скоростей мазеров в проекции на плоскость диска. Хорошо заметна концентрация мазеров к рукавам Персея, Киля–Стрельца, ко Внутреннему рукаву, а также небольшое число мазеров вблизи Внешнего рукава.

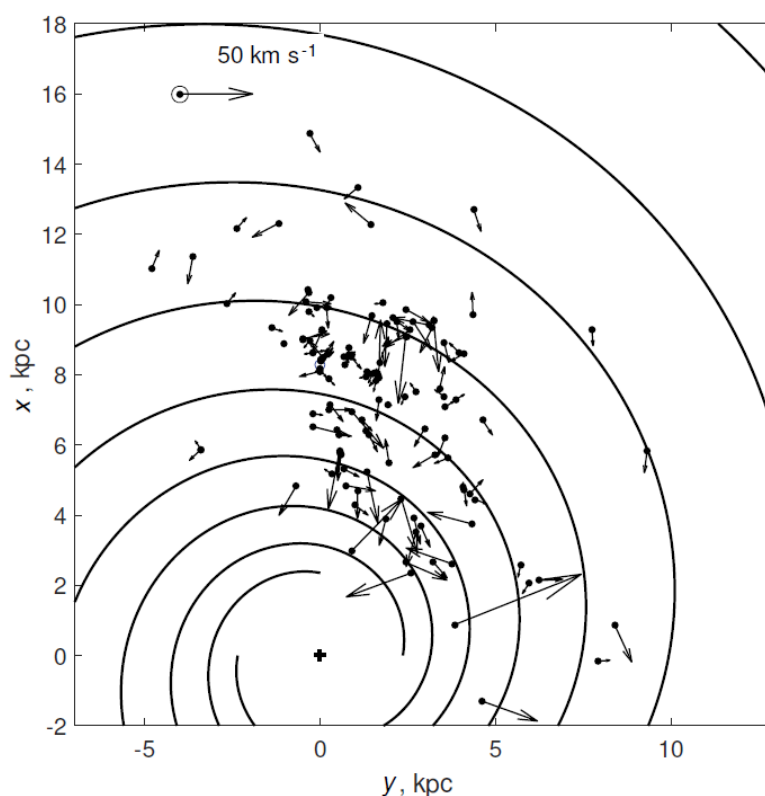


Рисунок 2.4 – 4-рукавный спиральный узор, полученный по кинематическим данным, положения и векторы скорости мазеров в прямоугольной системе координат, связанной с центром Галактики. Пустой кружок с координатами (0,0; 8,2) кпк – положение Солнца

### 2.3.5 Уточнение шкалы расстояний

Значения коэффициентов шкалы расстояния, полученные при использовании моделей 1 и 3, довольно близки к единице, что указывает на вполне надёжную шкалу расстояний.

Тем не менее дополнительно было проведено сравнение с результатами применения Байесовского подхода к интерпретации параллаксов, впервые предложенного Лютцем и Келькером [100]. Измеренное значение параллакса  $\varpi$  является случайной величиной, оно могло принять некоторое значение с той или иной степенью вероятности. Эта вероятность является условной – имеется некоторое истинное значение параллакса  $\varpi_t$ , которое из-за множества случайных факторов мы не знаем. Естественно предположить, что плотность условной вероятности измерить значение параллакса при некотором (неизвестном) истинном параллаксе  $f(\varpi|\varpi_t)$  подчиняется нормальному распределению:

$$f(\varpi|\varpi_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\varpi-\varpi_t)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2.44)$$

где  $\sigma$  – погрешность определения измеренного значения параллакса  $\varpi$ .

Поскольку мы не знаем истинного значения параллакса  $\varpi_t$ , то можно допустить, что оно тоже является случайной величиной, и связать выражение для его апостериорной плотности вероятности с распределением измеренного параллакса и априорным распределением вероятности истинного параллакса  $\varpi$  с помощью формуле Байеса:

$$f(\varpi|\varpi_t) \cdot \rho(\varpi_t) = f(\varpi_t|\varpi) \cdot \rho(\varpi) \quad (2.45)$$

Безусловная плотность вероятности для измеренного значения  $\rho(\varpi)$  фиксирована для данного наблюдения, она обусловлена техническими причинами и интереса для нас не представляет, в то время как априорная плотность вероятности для объекта принять какое-то истинное значение параллакса  $\varpi_t$  определяется, как легко понять, пространственным распределением объектов по расстоянию от Солнца. Можно легко показать, что для модели плоского слоя, которая вполне применима для описания кинематики тонкого диска и распределения звёзд в нём, что  $\rho(\varpi_t) \propto \varpi_t^{-3}$ . Таким образом, апостериорная плотность вероятности для распределения истинного значения параллакса:

$$f(\varpi_t|\varpi) \propto \varpi_t^{-3} \cdot \exp\left(-\frac{(\varpi-\varpi_t)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.46)$$

Данное выражение для апостериорного распределения истинных параллаксов можно преобразовать в более удобный вид:

$$f(\varpi_t|\varpi) \propto \left(\frac{\varpi_t}{\varpi}\right)^{-3} \cdot \exp\left(-\frac{\left(\frac{\varpi_t}{\varpi}-1\right)^2}{2\left(\frac{\sigma}{\varpi}\right)^2}\right) \quad (2.47)$$

В качестве оценки истинного значения параллакса объекта  $\varpi_t$  разумно выбрать самое вероятное – то значение, на котором апостериорная плотность вероятности достигает максимума.

Заметим, что коэффициент шкалы расстояний  $p = r/r_t = \varpi_t/\varpi$ , а относительная погрешность определения параллакса  $\varepsilon_\varpi = \sigma/\varpi$ . Тогда получится распределение по разным значениям  $p$ :

$$f(p) \propto p^{-3} \cdot \exp\left(-\frac{(p-1)^2}{2\varepsilon_\varpi^2}\right) \quad (2.48)$$

На Рисунке 2.5 приведены графики апостериорной плотности вероятности для значений коэффициента шкалы расстояний для пяти значений  $\varepsilon_\varpi = 0,04; 0,06; 0,08; 0,10; 0,12$ . В рамках модели 1 было получено значение  $p = (0,98 \pm 0,02)$ , а для модели 3  $p = (0,96 \pm 0,02)$ . Из гистограммы распределения относительных погрешностей определения параллаксов по используемой выборке мазеров, приведённой на Рисунке 2.6, видно, что в основном относительная погрешность параллакса принимает значение  $\varepsilon_\varpi = 0,06$ , а максимум распределения  $f(p)$  при данном значении как раз приходится на значение  $p$ , в пределах погрешности совпадающее с полученными в рамках модели 1 и 3. Таким образом, нет необходимости проводить систематическое исправление шкалы расстояний до мазеров, именно поэтому в моделях 2 и 4 коэффициент шкалы расстояний был взят равным 1.

При сопоставлении результатов всех моделей получается, что значение расстояния от Солнца до центра Галактики составляет примерно  $R_0 = (8,24 \pm 0,12)$  кпк, что хорошо согласуется с результатами ряда недавних работ. Например, у Бови и других [34] в результате анализа кинематики красных гигантов значение  $R_0$  получилось равным примерно 8-9 кпк. Изучение кинематики менее крупной, чем здесь, выборки мазеров в работе [47] дало значение  $R_0 = (8,3 \pm 0,2)$  кпк. В обзоре Бленда-Хоторна и Герхарда [101] в качестве лучшей оценки было получено  $R_0 =$



$(8,2 \pm 0,1)$  кпк. В более недавних обзорах были предложены значения  $R_0 = (8,0 \pm 0,3)$  кпк [102] и  $R_0 = (8,0 \pm 0,2)$  кпк [103].

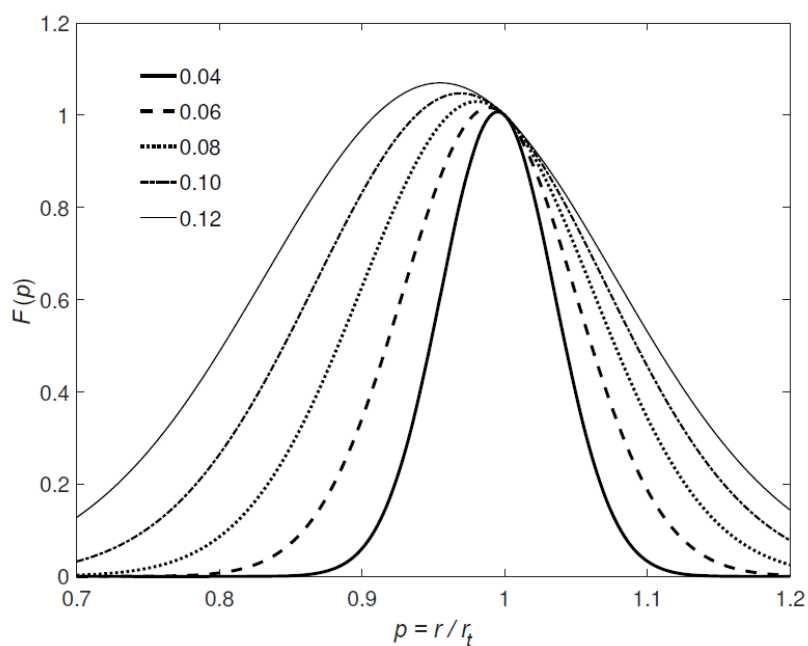


Рисунок 2.5 – Распределения по коэффициентам шкалы расстояний для пяти значений относительной погрешности определения параллакса для модели плоского слоя

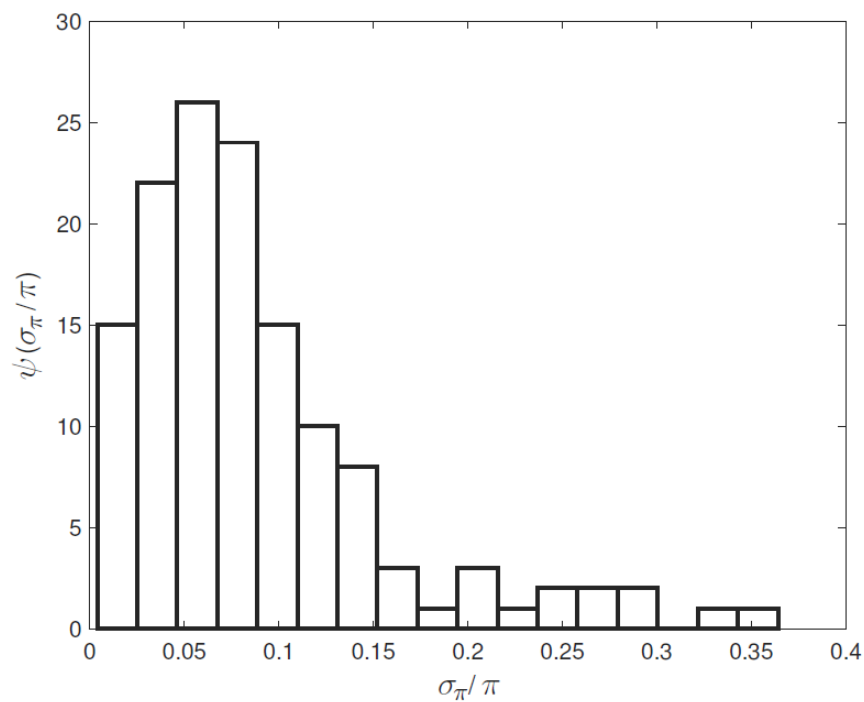


Рисунок 2.6 – Гистограмма распределения относительных погрешностей измерения параллаксов мазеров в используемой выборке

### 2.3.6 Оценка шкалы диска на основе данных о локальной кинематике

Полученные результаты допускают провести независимую оценку радиальной шкалы диска с привлечением гидродинамического подхода в звёздной динамике (учитывающего только наличие регулярных сил).

В основе несложного получения аналитического выражения для радиальной шкалы диска были приняты следующие допущения:

1. Диск является бесстолкновительным (отсутствуют иррегулярные силы) и тонким.
2. Поверхностная плотность диска описывается экспоненциальным законом Фримена  $\Sigma(R) = \Sigma_c \cdot \exp\left(-\frac{R}{H_D}\right)$ , а его толщина на большом протяжении  $h_z = const$ .
3. Диск находится в состоянии маргинальной устойчивости, поэтому выполняется критерий Тоомре (2.35), в котором неравенство можно заменить приближённым равенством.

Также для этой цели использовано довольно известное гидродинамическое уравнение для моментов распределения скоростей второго порядка (уравнение Джинса) для скорости отставания объектов дисковых подсистем от круговой скорости (Местного Стандарта Покоя), полученное на основе интегрирования бесстолкновительного уравнения Больцмана для фазовой плотности осесимметричной звёздной системы для случая малых дисперсий скоростей:

$$\Delta\theta \equiv \theta_c - \theta_0 \approx \frac{\sigma_U^2}{2\theta_c} \cdot \left( \frac{\sigma_V^2}{\sigma_U^2} - R \cdot \frac{d}{dR} \ln(R \cdot \nu \cdot \sigma_U^2) \right), \quad (2.49)$$

где  $\theta_0$  – линейная скорость вращения диска на расстоянии  $R$  от оси его вращения,  $\theta_c$  – круговая скорость, определяемая только осесимметричным потенциалом гравитационного поля диска,  $\nu$  – концентрация объектов.

При предположении 2 концентрация объектов  $\nu(R) = \Sigma(R)/h_z$ , и она также следует экспоненциальному профилю с той же самой шкалой  $H_D$ .

При получении выражения для производной  $\frac{d}{dR} \ln(R \cdot \nu \cdot \sigma_U^2)$  используется критерий Тоомре (2.35) и выражение для эпициклической частоты (2.36), а также упомянутая выше экспоненциальная зависимость для концентрации объектов.

В работах Денена, Бини и Шонриха [104, 105] было получено, что величину отставания объектов от чисто кругового движения можно представить в виде

$$\Theta_c - \Theta_0 = \zeta \cdot \sigma_U^2, \quad (2.50)$$

где  $\zeta \approx 1/80$  с/км.

Отношение  $\sigma_V/\sigma_U$  можно выразить через другие параметры с помощью соотношения Линдблада (2.33).

После сравнительно простых преобразований получим:

$$H_D = \frac{3R}{2\Theta_0\zeta - \frac{6R\omega\omega' + 1.5R^2\omega'^2 + R^2\omega\omega''}{\omega(2\omega + R\omega')}} \quad (2.51)$$

После подстановки найденных значений кинематических параметров, а также оценки среднеквадратичной ошибки методом Монте-Карло с привлечением ошибок определения этих параметров значение радиальной шкалы диска  $H_D = (2,7 \pm 0,2)$  кпк. Оно вполне согласуется с оценками, полученными по исследованию пространственного распределения гигантов красного сгущения –  $H_D = (2,7 - 3,8)$  кпк в работе [106], а также по трёхмерному распределению звёзд из обзора SDSS  $H_D = (2,60 \pm 0,52)$  кпк [107]. Однако полученная оценка заметно меньше значения  $H_D = (3,9 \pm 0,6)$  кпк, соответствующего данным ИК-обзора GLIMPSE [108], в то же время превышая динамическую оценку  $H_D = (2,15 \pm 0,14)$  кпк из работы [109].

Тем не менее полученная здесь оценка радиальной шкалы диска вполне согласуется с результатами N-body моделирования [110] –  $H_D \sim 3$  кпк, а также по результатам моделирования распределения массы в Галактике для наилучшего согласования с наблюдательными данными по кинематике объектов [111]  $H_D = (3,00 \pm 0,22)$  кпк. В работе [40] динамическая оценка дала  $H_D = (2,44 \pm 0,16)$  кпк, а в [112]  $H_D = (2,0 - 2,9)$  кпк.

Значение, полученное в данной работе на основе исследования глобальной кинематики мазеров, заметно превышает полученное выше по аналитической формуле:  $H_D = (4,3 \pm 0,8)$  кпк. Такое расхождение с локальной оценкой объяснить не трудно: скорее всего, выборка мазеров является довольно однородной по кинематике, на это также указывает тот факт, что модели 3 и 4 с постоянной

радиальной дисперсией скоростей подходит лучше, чем модели 1 и 2 с более сложными зависимостями.

## 2.4 Выводы по Главе 2

Результаты анализа кинематики тонкого диска Галактики, проведённого на основе данных о 131 мазерном источнике, находятся в хорошем согласии с результатами исследований кинематики молодых объектов, выполненных другими авторами. Сравнение разных моделей поля скоростей показало, что наблюдаемые значения скоростей мазеров наилучшим образом воспроизводит модель, учитывающая круговые движения и возмущения от спирального узора, при которой радиальная дисперсия скоростей не зависит от расстояния до центра Галактики. На необходимость учёта возмущений от спиральных волн плотности указывает также профиль построенной кривой вращения, на котором наблюдаются волнообразные отклонения от модели чистого вращения.

Здесь скорость движения Солнца вокруг центра Галактики получилась равной  $V_{rot}(R_0) \approx (235 - 238) \pm 7$  км/с – примерно такое же значение было получено, например, в работе [34].

Значения параметров спирального узора довольно хорошо согласуются с результатом анализа кинематики цефеид [96], однако имеются некоторые расхождения с их значениями, полученными в предыдущих исследованиях кинематики мазеров [42-46], однако они не так сильны и вполне могут быть объяснены различиями используемых моделей (2 спиральных рукава в некоторых из тех работ вместо 4 рукавов здесь).

Значения компонент скорости всей выборки мазеров относительно Солнца составили  $U_0 = (-11,0 \pm 1,3)$  км/с,  $V_0 = (-19,0 \pm 1,2)$  км/с и  $W_0 = (-9,0 \pm 1,1)$  км/с. Что касается радиальной  $\sigma_{U_0} = (9,4 \pm 0,9)$  км/с и вертикальной  $\sigma_{W_0} = (5,9 \pm 0,8)$  км/с дисперсий скоростей, то их значения в пределах погрешности совпадают с полученными по недавнему анализу кинематики цефеид [98], а также по исследованиям кинематики ОВ-ассоциаций [23, 33].

Дополнительный анализ на основе подхода, предложенного Лютцем и Келькером, показал, что шкала расстояний до мазеров (устанавливаемая их параллаксами, полученными по РСДБ-наблюдениям) не нуждается в исправлении. Значение расстояния от Солнца до центра Галактики  $R_0 = (8,24 \pm 0,12)$  кпк согласуется с результатами других современных работ, как видно из сравнения с обзорами [101-103].

Независимым методом, основанным на анализе локальной кинематики объектов с применением гидродинамических уравнений, получено значение радиальной шкалы диска  $H_D = (2,7 \pm 0,2)$  кпк, что согласуется как с результатами наблюдений [106, 107], так и моделирования [109-111]. Тем не менее оно заметно меньше значения, полученного как один из параметров поля скоростей – данное расхождение является следствием однородности выборки мазеров, это свойство выборки также объясняет, почему модель с постоянной радиальной дисперсией скоростей наилучшим образом воспроизводит наблюдаемые скорости.

### Глава 3. Кинематика гало – переменные звёзды типа RR Лиры

Несмотря на то что, на первый взгляд, исследование кинематики звёздного гало Галактики, использующее более примитивную модель поля скоростей, может показаться заметно проще, чем исследование кинематики диска, оно может дать довольно интересные результаты. Как было показано в ряде работ [57-60, 64-68], исследуемые выборки объектов гало (например, состоящие из переменных звёзд типа RR Лиры) демонстрируют сильную неоднородность как по внутренним свойствам, так и по кинематике, что указывает на различающееся происхождение звёзд.

Задачей исследования, результаты которого приведены в данной главе, является не только определение оптимальных значений параметров поля скоростей для всей исследуемой выборки из переменных звёзд типа RR Лиры, но и установление хода зависимости этих параметров с расстоянием от центра Галактики для установления наличия отличающихся друг от друга внутреннего и внешнего гало.

Следует также отметить, что переменные звёзды типа RR Лиры как типичные объекты галактического гало обладают большими пространственными скоростями (до сотен км/с), и использование даже не очень точных собственных движений всё же несёт полезную информацию об их скоростях; это означает, что влияние ошибок их собственных движений на результаты изучения их кинематики не так значительно, как для объектов диска.

При написании данной Главы диссертации использована работа [113], опубликованная автором диссертации совместно с коллегами и соавторами, в которой, согласно Положению о присуждении учёных степеней МГУ, отражены методы, основные результаты, положения и выводы исследования.

### 3.1 Абсолютизация собственных движений

На момент начала проведения настоящего исследования кинематики гало на основе данных о переменных звёздах типа RR Лиры в свободном доступе имелся только 1-й выпуск каталога Gaia. За первые 14 месяцев работы космического аппарата были проведены астрометрические, фотометрические и спектральные наблюдения более, чем 1,1 миллиардов объектов ярче звёздной величины 20,7 в собственной полосе обзора G [99]. Погрешность определения положений и параллаксов для примерно 2 млн звёзд, имеющих в каталогах HIPPARCOS и Tycho-2, составила 0,3 мсд, а собственных движений – 1 мсд/год. Они были определены с использованием положений из тех каталогов. Для 94000 звёзд из каталога HIPPARCOS собственные движения измерены с точностью в 0,06 мсд/год. Погрешность положений остальных звёзд составляет 10 мсд.

Доля звёзд с определёнными собственными движениями от всех объектов, охваченных обзором Gaia DR1, очень мала. Поэтому до выхода Gaia DR2 мы решили определить собственные движения самостоятельно – на основе информации об их положениях в широком диапазоне моментов наблюдений (достигающем 60-70 лет) в различных астрометрических и астрофизических «всенебесных» обзорах.

Имеется два варианта абсолютизации собственных движений, которые были использованы в данной работе. Условно назовём их «центрированный» и «коллективный». Оба были предложены в работе Клиничева и других [114].

Использовались координаты звёзд как на эпохи 70-летней давности – каталог USNO B1.0 [115], так и на современные: UCAC5 [116], Gaia [99], URAT1 [117], 2MASS [118], WISE [119].

Доступ к координатам осуществлялся с помощью программы, написанной А.Д. Клиничевым на языке Java и обеспечивающей удобный интерфейс работы с известной программой STILTS. Она была использована в расчётных программах, реализующих методы абсолютизации. Последние были написаны на языке Python.

### 3.1.1 Сведения о данных из каталогов

Определения координат звёзд и эпох для некоторых каталогов потребовало дополнительных действий. Среди всех каталогов, используемых здесь, особое внимание стоит уделить USNO B1.0.

В рамках этого обзора было проведено сканирование фотопластинок Паломарской обсерватории от наблюдений, проводившихся с 1950 по 2002 годы. Также была реализована своя фотометрическая система, состоящая из 5 полос: голубых B1, B2, красных R1, R2 и инфракрасной I. Для каждого объекта имеется своя эпоха наблюдения для любой из 5 полос.

В самом же каталоге приводятся координаты на эпоху 2000.0, поэтому координаты на эпохи  $T_{USNO}$ , соответствующие разным фотометрическим полосам, приходится вычислять с помощью имеющихся собственных движений, вычисленных по разности эпох фотопластинок:

$$\begin{cases} \alpha(T_{USNO})' = \alpha(2000.0) + \frac{d\alpha}{dt} \cdot (T_{USNO} - 2000.0) \\ \delta(T_{USNO})' = \delta(2000.0) + \frac{d\delta}{dt} \cdot (T_{USNO} - 2000.0) \end{cases}, \quad (3.1)$$

где

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\mu_{\alpha}(USNO)}{\cos \delta(2000.0)} \\ \frac{d\delta}{dt} = \mu_{\delta}(USNO) \end{cases} \quad (3.2)$$

Также надо прибавить смещения (offset), различающиеся для разных фотометрических полос:

$$\begin{cases} \alpha(T_{USNO}) = \alpha(T_{USNO})' + \xi \\ \delta(T_{USNO}) = \delta(T_{USNO})' + \eta \end{cases} \quad (3.3)$$

Соответственно, погрешности определения координат на собственные эпохи каталога USNO B1.0:

$$\begin{cases} \sigma_{\alpha}(T_{USNO}) = \left[ \sigma_{\alpha}(2000.0)^2 + \left( \frac{\sigma_{\mu_{\alpha}}(USNO)}{\cos \delta(2000.0)} \right)^2 \cdot (T_{USNO} - 2000.0)^2 \right]^{0.5}, \\ \sigma_{\delta}(T_{USNO}) = \left[ \sigma_{\delta}(2000.0)^2 + \sigma_{\mu_{\delta}}(USNO)^2 \cdot (T_{USNO} - 2000.0)^2 \right]^{0.5} \end{cases}, \quad (3.4)$$



где  $\sigma_\alpha(2000.0)$ ,  $\sigma_\delta(2000.0)$  – погрешности координат на эпоху 2000.0, также имеющиеся в каталоге,  $\sigma_{\mu\alpha}(USNO)$ ,  $\sigma_{\mu\delta}(USNO)$  – погрешности компонентов собственных движений.

Заметим, что  $\sigma_\alpha(2000.0)$ ,  $\sigma_\delta(2000.0)$  не равны имеющимся в каталоге, а больше их в  $\sqrt{N}/\cos\delta(2000.0)$  и  $\sqrt{N}$  раз соответственно, где  $N$  – число наблюдений данного объекта в разных полосах.

Также стоит упомянуть о погрешностях определения координат из каталога UCAC5. Если брать имеющиеся непосредственно в каталоге погрешности, то абсолютизированные собственные движения будут иметь неправдоподобно малые погрешности, и это на самом деле сильно повлияет на определение параметров поля скоростей: компоненты дисперсии скоростей будут сильно завышены.

Для определения координат в этом каталоге в качестве опорных звёзд были взяты имеющиеся в подкаталоге TGAS каталога Gaia (звёзды из каталога Tycho-2, для которых положения на эпоху 2015.0 и собственные движения были определены точнее всего), а собственные движения каталога UCAC5 были определены по разностям посчитанных положений UCAC5 и положений из каталога Gaia [99].

Поэтому можно предложить следующую оценку погрешности координат из UCAC5 по погрешностям собственных движений из UCAC5  $\sigma_{\mu\alpha}(UCAC5)$ ,  $\sigma_{\mu\delta}(UCAC5)$ :

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha(UCAC5) &= |\sigma_{\mu\alpha}(UCAC5) \cdot (2015 - T_{UCAC5})| \\ \sigma_\delta(UCAC5) &= |\sigma_{\mu\delta}(UCAC5) \cdot (2015 - T_{UCAC5})|\end{aligned}\tag{3.5}$$

В Таблице 3.1 приведены основные сведения об эпохах из разных каталогов.

### 3.1.2 Общая часть двух методов

Пусть звезда, положения которой будут определяться на разные эпохи, а по ним – собственные движения, будет называться *основной*, и ей будет присвоен условно 0-й номер.

Таблица 3.1 – Эпохи используемых каталогов

Каталог	Эпоха
USNO B1.0	имеются в данных, сопровождающих каталог, для каждой фотометрической полосы эпоха своя
WISE	2010.5589
2MASS	$2000.0 + (JD - 2451545.0)/365.25$ , $JD$ – юлианская дата эпохи наблюдения
URAT1	имеются непосредственно в каталоге
UCAC5	имеются непосредственно в каталоге
Gaia	2015.0

Для абсолютизации координат потребуются звёзды, находящиеся на небольшом угловом удалении от основной – внутри поля с угловым радиусом, например, в  $10'$ . Пусть их число равно  $n$ , назовём их *опорными*.

Центр поля зрения не обязательно должен совпадать с положением основной звезды в некоторую эпоху (более того, координаты основной звезды меняются от эпохи к эпохе). Пусть экваториальные координаты центра поля равны  $(\bar{\alpha}, \bar{\delta})$ .

Также для расчётов нужно проецировать положения основной и опорной звёзд на плоскость, касающуюся небесной сферы в точке  $M_0(\bar{\alpha}, \bar{\delta})$ . На ней вводится система координат  $(M_0xy)$ , координатные оси  $M_0x$  и  $M_0y$  которой параллельны соответственно суточной параллели и кругу склонения, проходящих через точку  $M_0$ .

Переход на касательную плоскость осуществляется преобразованием координат  $(\alpha, \delta) \rightarrow (x, y)$ :

$$\begin{cases} x = \frac{\cos \delta \cdot \sin(\alpha - \bar{\alpha})}{\cos \bar{\delta} \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - \bar{\alpha}) + \sin \bar{\delta} \cdot \sin \delta} \\ y = \frac{-\sin \bar{\delta} \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - \bar{\alpha}) + \cos \bar{\delta} \cdot \sin \delta}{\cos \bar{\delta} \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - \bar{\alpha}) + \sin \bar{\delta} \cdot \sin \delta} \end{cases} \quad (3.6)$$

погрешности координат на плоскости можно оценить с помощью следующих упрощённых выражений:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_\alpha \cdot \cos \delta \\ \sigma_y = \sigma_\delta \end{cases}, \quad (3.7)$$

при этом  $\sigma_\alpha, \sigma_\delta$  нужно перевести в радианную меру.

Обратное преобразование  $(x, y) \rightarrow (\alpha, \delta)$  имеет вид:

$$\begin{cases} \alpha = \bar{\alpha} + \arctan\left(\frac{x}{\cos \bar{\delta} - y \cdot \sin \bar{\delta}}\right) \\ \delta = \arctan\left(\frac{\sin \bar{\delta} + y \cdot \cos \bar{\delta}}{\sqrt{(\cos \bar{\delta} - y \cdot \sin \bar{\delta})^2 + x^2}}\right), \end{cases} \quad (3.8)$$

погрешности определения координат  $(\alpha, \delta)$  по  $(x, y)$  определяются с использованием выражений (3.7).

Среди всех каталогов также выбирается *основной*. Обозначим набор каталогов  $\{Cat_k\}_{k=1}^K$ . Положения звёзд из основного каталога будут сопоставляться с данными из остальных.

### 3.1.3 «Центрированный» метод

Здесь в качестве основного каталога выбирается UCAC5, поскольку в нём имеются собственные движения для большого числа звёзд.

#### 3.1.3.1 Абсолютизация координат из каталога

Из каталога UCAC5 берутся координаты с погрешностями основной звезды  $(\alpha(UCAC5)_0, \delta(UCAC5)_0)$  и опорных звёзд  $\{(\alpha(UCAC5)_i, \delta(UCAC5)_i)\}_{i=1}^n$  на эпохи  $T_{UCAC5j}, j = \overline{0, n}$  – для разных звёзд эпохи могут быть разными.

Также из неосновного каталога *Cat* берутся с погрешностями координаты  $(\alpha(Cat)_0, \delta(Cat)_0)$  и  $\{(\alpha(Cat)_i, \delta(Cat)_i)\}_{i=1}^n$  на эпоху  $T_{Cat}$ .

С использованием компонент собственных движений звёзд из UCAC5  $\{(\mu_\alpha(UCAC5)_j, \mu_\delta(UCAC5)_j)\}_{j=0}^n$  и их погрешностей координаты из UCAC5 переводятся на эпоху  $T_{Cat}$ :

$$\begin{cases} \alpha(U5, T_{Cat})_j = \alpha(UCAC5)_j + \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_j \cdot (T_{Cat} - T_{UCAC5j}) \\ \delta(U5, T_{Cat})_j = \delta(UCAC5)_j + \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_j \cdot (T_{Cat} - T_{UCAC5j}) \end{cases}, j = \overline{0, n}, \quad (3.9)$$

где

$$\begin{cases} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_j = \frac{(\mu_\alpha(UCAC5))_j}{\cos \delta(UCAC5)_j} \\ \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_j = (\mu_\delta(UCAC5))_j \end{cases} \quad (3.10)$$

Погрешности определения переведённых на эпоху  $T_{Cat}$  координат:

$$\begin{cases} \sigma_\alpha(U5, T_{Cat})_j = \left[ \sigma_\alpha(UCAC5)_j^2 + \left( \frac{\sigma_{\mu\alpha}(UCAC5)_j}{\cos \delta(UCAC5)_j} \right)^2 \cdot (T_{Cat} - T_{UCAC5j})^2 \right]^{0.5} \\ \sigma_\delta(U5, T_{Cat})_j = \left[ \sigma_\delta(UCAC5)_j^2 + \sigma_{\mu\delta}(UCAC5)_j^2 \cdot (T_{Cat} - T_{UCAC5j})^2 \right]^{0.5} \end{cases}, \quad (3.11)$$

$j = \overline{0, n}$

Но эпохи, на которые рассчитаны координаты в  $UCAC5$ , могут сильно отличаться друг от друга. Поэтому в расчёт брались не все опорные звёзды, а те, для которых различие эпох не сильное, например,  $|T_{UCAC5j} - T_{UCAC50}| \leq 0.1$  года.

Ещё одним ограничением для опорных звёзд является равенство эпох, на которые рассчитаны координаты опорных звёзд из каталога  $Cat$  с эпохой для основной звезды  $T_{Cati} = T_{Cat0}$ .

Дальнейшие расчёты проводятся только при числе опорных звёзд, не меньшем 20.

Координаты  $\{(\alpha(Cat)_i, \delta(Cat)_i)\}_{i=1}^n$  и  $\{(\alpha(U5, T_{Cat})_j, \delta(U5, T_{Cat})_j)\}_{j=0}^n$  с помощью проективных преобразований (3.6) переводятся на касательную плоскость. Между полученными декартовыми координатами опорных звёзд полагается линейная связь (радиус поля достаточно мал, чтобы пренебречь нелинейными эффектами):

$$x(U5, T_{Cat})_i = A \cdot x(Cat)_i + B \cdot y(Cat)_i + C, i = \overline{1, n} \quad (3.12)$$

$$y(U5, T_{Cat})_i = D \cdot x(Cat)_i + E \cdot y(Cat)_i + F, i = \overline{1, n} \quad (3.13)$$

Неизвестные коэффициенты  $A, B, C, D, E, F$  ищутся методом наименьших квадратов с учётом погрешностей декартовых координат. Причём поиск коэффициентов  $A, B, C$  и  $D, E, F$  осуществляется отдельно. В этой работе было применено SVD-разложение для реализации МНК.

Для более аккуратного определения коэффициентов связи была применена итерационная процедура. Опишем её на примере определения коэффициентов  $A, B, C$ .

На каждой итерации после расчёта самих коэффициентов с помощью тех же соотношений (3.12) по координатам  $\{x(Cat)_i, y(Cat)_i\}_{i=1}^n$  определяются восстановленные значения координат  $\{x(rec, T_{Cat})_i\}_{i=1}^n$ . Затем рассчитывается статистика  $\chi^2$ :

$$\varepsilon_0^2 = \frac{1}{n-3} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_x(U5, T_{Cat})_i^2} \cdot [x(rec, T_{Cat})_i - x(U5, T_{Cat})_i]^2 \quad (3.14)$$

Она является мерой дисперсии отклонений  $|(x(rec, T_{Cat})_i - x(U5, T_{Cat})_i)/\sigma_x(U5, T_{Cat})_i|$ .

Производится сравнение  $|(x(rec, T_{Cat})_i - x(U5, T_{Cat})_i)/\sigma_x(U5, T_{Cat})_i|$  с величиной  $3\varepsilon_0$  для всех звёзд. Те, у которых  $|(x(rec, T_{Cat})_i - x(U5, T_{Cat})_i)/\sigma_x(U5, T_{Cat})_i| \geq 3\varepsilon_0$ , исключаются из набора опорных звёзд.

После этого осуществляется следующая итерация – расчёт коэффициентов по «очищенной» выборке опорных звёзд, величины  $\varepsilon_0$  и сравнение отклонений восстановленных значений координат от имеющих в выборке с  $3\varepsilon_0$ .

Прекращение итераций осуществляется тогда, когда для всех оставшихся опорных звёзд  $|(x(rec, T_{Cat})_i - x(U5, T_{Cat})_i)/\sigma_x(U5, T_{Cat})_i| < 3\varepsilon_0$  или когда осталось всего 3 опорных звезды (что, как правило, не случается).

Полученные коэффициенты и их погрешности используются для определения *абсолютизированных* декартовых координат *основной* звезды на касательной плоскости, соответствующих каталогу  $Cat$ :

$$\begin{cases} x(U5, T_{Cat})_0 = A \cdot x(Cat)_0 + B \cdot y(Cat)_0 + C \\ y(U5, T_{Cat})_0 = D \cdot x(Cat)_0 + E \cdot y(Cat)_0 + F \end{cases} \quad (3.15)$$

Погрешности определения этих координат входят в соотношения:

$$\begin{cases} \sigma_x(U5, T_{Cat})_0^2 = [\sigma_A \cdot x(Cat)_0]^2 + [A \cdot \sigma_x(Cat)_0]^2 + \\ \quad + [\sigma_B \cdot y(Cat)_0]^2 + [B \cdot \sigma_y(Cat)_0]^2 + \sigma_C^2 \\ \sigma_y(U5, T_{Cat})_0^2 = [\sigma_D \cdot x(Cat)_0]^2 + [D \cdot \sigma_x(Cat)_0]^2 + \\ \quad + [\sigma_E \cdot y(Cat)_0]^2 + [E \cdot \sigma_y(Cat)_0]^2 + \sigma_F^2 \end{cases} \quad (3.16)$$

Обратным преобразованием (3.8) из  $x(U5, T_{cat})_0, y(U5, T_{cat})_0$  получаются *абсолютизированные* экваториальные координаты *основной* звезды на эпоху  $T_{cat}$  ( $\alpha_0(T_{cat}), \delta_0(T_{cat})$ ) с их погрешностями.

### 3.1.3.2 Определение собственных движений

После прохождения по всем каталогам имеем набор абсолютизированных координат для исследуемой звезды  $\{(\alpha(T_k), \delta(T_k))\}_{k=1}^K$  с погрешностями на эпохи  $\{T_k\}_{k=1}^K$ . В этот набор включаются также без изменений координаты с погрешностями из *UCAC5* на соответствующую эпоху.

Считается, что координаты звезды меняются со временем линейным образом – эффекты годового параллакса малы из-за большой удалённости звёзд. У всего лишь примерно 40 звёзд из всех значений абсолютизированных собственных движений сравнимы с большими полуосями параллактических эллипсов, и не учёт годового параллактического смещение на результаты практически не повлияет. В данной проверке использовались именно абсолютизированные собственные движения, поскольку заметная доля исходных собственных движений из *UCAC5* имеет большие погрешности.

Тогда можно выбрать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha(T_k) = \frac{d\alpha}{dt} \cdot (T_k - 2000) + \alpha_0 \\ \delta(T_k) = \frac{d\delta}{dt} \cdot (T_k - 2000) + \delta_0 \end{cases}, k = \overline{1, K} \quad (3.17)$$

Здесь тоже применяется МНК и SVD-разложение, причём отдельно для  $\alpha$  и  $\delta$ . Окончательный расчёт производится только тогда, когда имеются координаты, рассчитанные на 3 эпохи. При наличии только двух эпох погрешность определения собственных движений с применением SVD-разложения даст формальную бесконечность.

Искомые абсолютизированные собственные движения:

$$\begin{cases} \mu_{\alpha}^{ABS} = \frac{d\alpha}{dt} \cdot \cos \delta_0 \\ \mu_{\delta}^{ABS} = \frac{d\delta}{dt} \end{cases} \quad (3.18)$$

### 3.1.4 «Коллективный» метод

Он имеет большое сходство с *central-overlap algorithm* из работы Тюхолке и других [120]. Изначально этот метод был разработан для определения собственных движений звёздных скоплений, для этого надо знать собственные движения всех предполагаемых членов скопления, деление звёзд на основную и опорную не производится. Можно сказать, что в каком-то смысле каждая из звёзд является основной, а все остальные – опорные по отношению к ней.

Но применять его можно и при изучении какой-то одной звезды.

Здесь приведено краткое изложение описания метода, изложенного в описании задачи «Определение абсолютного собственного движения шарового скопления» специального практикума для студентов 4 курса астрономического отделения физического факультета МГУ, опубликованное в электронном виде [121].

#### 3.1.4.1 Определение относительных собственных движений

В качестве основного каталога здесь выбран *Gaia*, поскольку координаты в нём определены точнее всего и понадобятся для уточнения координат на эпохи остальных каталогов. Применяется итерационная схема.

На первой итерации координаты из всех звёзд каталога *Cat*  $\{(\alpha(Cat)_j, \delta(Cat)_j)\}_{j=0}^n$  на эпохи каталога  $\{T_{Catj}\}_{j=0}^n$  сопоставляются с координатами из каталога *Gaia*  $\{(\alpha(Gaia)_j, \delta(Gaia)_j)\}_{j=0}^n$  на эпоху 2015.0. Эпохи наблюдения разных звёзд могут отличаться друг от друга, но здесь это не является проблемой.

Дальнейшие расчёты для каталога *Cat* будут производиться только в том случае, если число звёзд, у которых имеются все нужные данные (координаты, погрешности, эпохи наблюдения), не меньше 20.

После этого осуществляется преобразование координат (3.6)

$$\begin{aligned}(\alpha(Cat)_j, \delta(Cat)_j) &\rightarrow (x(Cat)_j, y(Cat)_j), \\(\alpha(Gaia)_j, \delta(Gaia)_j) &\rightarrow (x(Gaia)_j, y(Gaia)_j),\end{aligned}$$

Между полученными декартовыми координатами полагается линейная связь:

$$\begin{cases} x(Gaia)_j = A \cdot x(Cat)_j + B \cdot y(Cat)_j + C \\ y(Gaia)_j = D \cdot x(Cat)_j + E \cdot y(Cat)_j + F, \end{cases} j = \overline{0, n} \quad (3.19)$$

Опять же, коэффициенты определяются с помощью МНК, и по координатам  $(x(Cat)_j, y(Cat)_j)$  производится уточнение координат на эпохи  $\{T_{Catj}\}_{j=0}^n$ :

$$\begin{cases} x(Gaia, T_{Catj})_j = A \cdot x(Cat)_j + B \cdot y(Cat)_j + C \\ y(Gaia, T_{Catj})_j = D \cdot x(Cat)_j + E \cdot y(Cat)_j + F, \end{cases} j = \overline{0, n} \quad (3.20)$$

Обратным преобразованием (3.8) получаются уточнённые экваториальные координаты

$$(x(Gaia, T_{Catj})_j, y(Gaia, T_{Catj})_j) \rightarrow (\alpha(Cat - G)_j, \delta(Cat - G)_j),$$

которые затем используются для определения *относительных* собственных движений. При этом, опять же, расчёты проводятся только при наличии данных для не менее, чем трёх эпох.

$$\begin{cases} \alpha(Cat_k - G)_j = \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_j \cdot (T_{kj} - 2000) + \alpha_{0j} \\ \delta(Cat_k - G)_j = \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_j \cdot (T_{kj} - 2000) + \delta_{0j} \end{cases}, k = \overline{1, K}, j = \overline{0, n}, \quad (3.21)$$

$$\begin{cases} \mu_{\alpha j}^{rel} = \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_j \cdot \cos \delta_{0j} \\ \mu_{\delta j}^{rel} = \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_j \end{cases}, j = \overline{0, n} \quad (3.22)$$

Полученные собственные движения используются в следующей итерации – координаты из каталога *Cat*  $\{(\alpha(Cat)_j, \delta(Cat)_j)\}_{j=0}^n$  на эпохи каталога  $\{T_{Catj}\}_{j=0}^n$  сопоставляются с координатами из *Gaia*, переведённые на эпохи  $\{T_{Catj}\}_{j=0}^n$  с помощью относительных собственных движений  $\{\mu_{\alpha j}^{rel}\}_{j=0}^n, \{\mu_{\delta j}^{rel}\}_{j=0}^n$ :

$$\begin{cases} \alpha(G, T_{Cat})_j = \alpha(Gaia)_j + \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_j \cdot (T_{Catj} - 2015.0) \\ \delta(G, T_{Cat})_j = \delta(Gaia)_j + \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_j \cdot (T_{Catj} - 2015.0) \end{cases}, j = \overline{0, n}, \quad (3.23)$$

где



$$\begin{cases} \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_j = \frac{\mu_{\alpha j}^{rel}}{\cos \delta_{0j}} \\ \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_j = \mu_{\delta j}^{rel} \end{cases} \quad (3.24)$$

Погрешности определения переведённых на эпохи  $\{T_{Catj}\}_{j=0}^n$  координат:

$$\begin{cases} \sigma_{\alpha}(G, T_{Cat})_j = \left[ \sigma_{\alpha}(Gaia)_j^2 + \left( \frac{\sigma_{\mu\alpha j}^{rel}}{\cos \delta_{0j}} \right)^2 \cdot (T_{Catj} - 2015.0)^2 \right]^{0.5} \\ \sigma_{\delta}(G, T_{Cat})_j = \left[ \sigma_{\delta}(Gaia)_j^2 + \sigma_{\mu\delta}^{rel^2} \cdot (T_{Catj} - 2015.0)^2 \right]^{0.5} \end{cases}, j = \overline{0, n} \quad (3.25)$$

Дальше проводятся те же самые действия, что и в начальной итерации, и значения относительных собственных движений уточняются. Всего было проведено 6 итераций.

### 3.1.4.2 Абсолютизация собственных движений

Далее полученные относительные собственные движения  $\{\mu_{\alpha j}^{rel}\}_{j=0}^n$ ,  $\{\mu_{\delta j}^{rel}\}_{j=0}^n$  с их погрешностями  $\{\sigma_{\mu\alpha j}^{rel}\}_{j=0}^n$ ,  $\{\sigma_{\mu\delta j}^{rel}\}_{j=0}^n$  исправляются с помощью собственных движений из каталога *UCAC5* (он приведён в систему координат каталога *Gaia*)  $\{\mu_{\alpha j}^{UCAC5}\}_{j=0}^n$ ,  $\{\mu_{\delta j}^{UCAC5}\}_{j=0}^n$  и их погрешностей  $\{\sigma_{\mu\alpha j}^{UCAC5}\}_{j=0}^n$ ,  $\{\sigma_{\mu\delta j}^{UCAC5}\}_{j=0}^n$ . Абсолютизирующая поправка для каждой компоненты собственных движений является одной и той же для всех рассматриваемых звёзд:

$$\begin{cases} \Delta\mu_{\alpha} = \sum_{j=0}^n w_{\alpha j} \cdot (\mu_{\alpha j}^{UCAC5} - \mu_{\alpha j}^{rel}) / \sum_{j=0}^n w_{\alpha j} \\ \Delta\mu_{\delta} = \sum_{j=0}^n w_{\delta j} \cdot (\mu_{\delta j}^{UCAC5} - \mu_{\delta j}^{rel}) / \sum_{j=0}^n w_{\delta j} \end{cases} \quad (3.26)$$

Веса для каждой звезды определяется так:

$$\begin{cases} w_{\alpha j} = (\sigma_{\mu\alpha j}^{rel})^2 + (\sigma_{\mu\alpha j}^{UCAC5})^2 \\ w_{\delta j} = (\sigma_{\mu\delta j}^{rel})^2 + (\sigma_{\mu\delta j}^{UCAC5})^2, j = \overline{0, n} \end{cases} \quad (3.27)$$

Обозначим  $C_{\alpha j} = w_{\alpha j} / \sum_{k=0}^n w_{\alpha k}$ ,  $C_{\delta j} = w_{\delta j} / \sum_{k=0}^n w_{\delta k}$ . Погрешности определения поправок входят в выражения:

$$\begin{cases} \sigma_{\Delta\mu\alpha}^2 = \sum_{j=0}^n C_{\alpha j}^2 \cdot [(\sigma_{\mu\alpha j}^{rel})^2 + (\sigma_{\mu\alpha j}^{UCAC5})^2] \\ \sigma_{\Delta\mu\delta}^2 = \sum_{j=0}^n C_{\delta j}^2 \cdot [(\sigma_{\mu\delta j}^{rel})^2 + (\sigma_{\mu\delta j}^{UCAC5})^2] \end{cases} \quad (3.28)$$

Искомые абсолютизированные собственные движения:

$$\begin{cases} \mu_{\alpha j}^{ABS} = \mu_{\alpha j}^{rel} + \Delta\mu_{\alpha} \\ \mu_{\delta j}^{ABS} = \mu_{\delta j}^{rel} + \Delta\mu_{\delta} \end{cases}, j = \overline{0, n} \quad (3.29)$$

Их погрешности определяются обычным образом:

$$\begin{cases} \sigma_{\mu_{\alpha j}^{ABS}}^2 = \sigma_{\mu_{\alpha j}^{rel}}^2 + \sigma_{\Delta\mu_{\alpha}}^2 \\ \sigma_{\mu_{\delta j}^{ABS}}^2 = \sigma_{\mu_{\delta j}^{rel}}^2 + \sigma_{\Delta\mu_{\delta}}^2 \end{cases}, j = \overline{0, n} \quad (3.30)$$

При отсутствии необходимых данных из UCAC5 брались соответствующие данные из обзора UCAC4 [122]. Если абсолютизация по-прежнему не получалась, то приходилось брать значения собственных движений из самих обзоров UCAC5 и UCAC4.

### 3.1.5 Проверка «центрированного» метода

«Коллективный» метод с успехом применяется для определения абсолютных собственных движений шаровых скоплений [123], и в данной работе его проверка не проводилась. В последней работе показано хорошее согласие собственных движений, определенных описанным методом, с результатами Gaia DR2 [124-125]. В качестве простого варианта проверки «центрированного» метода было выбрано сравнение разбросов компонент собственных движений звёзд рассеянных скоплений из UCAC5 и абсолютизированных.

Для проверки использовались старые рассеянные скопления M67 и NGC188. На Рисунке 3.1 представлены диаграммы «цвет-звёздная величина» для ИК-диапазона (полосы J и H), выделенные среди звёзд, находящихся по угловым расстояниям вблизи от скопления. Звёзды, принадлежащие скоплению, выделены синим цветом.

Из Рисунка 3.2 – двумерных диаграмм для звёзд собственных движений – видно, что разброс точек на диаграммах, соответствующих абсолютизированным собственным движениям, меньше соответствующего данным из UCAC5, причём для обоих скоплений. Также это можно продемонстрировать количественно – например, стандартное выборочное отклонение для компонент  $\mu_{\alpha}$  звёзд скопления

М67, полученных из UCAC5, составляет 5,62 мсд/год, а «центрированным методом» – 4,46 мсд/год. Компоненты собственных движений звёзд, населяющих скопления, и должны иметь близкие значения. Получается, что значительных принципиальных ошибок данный метод не содержит и может применяться, как и «коллективный» метод.

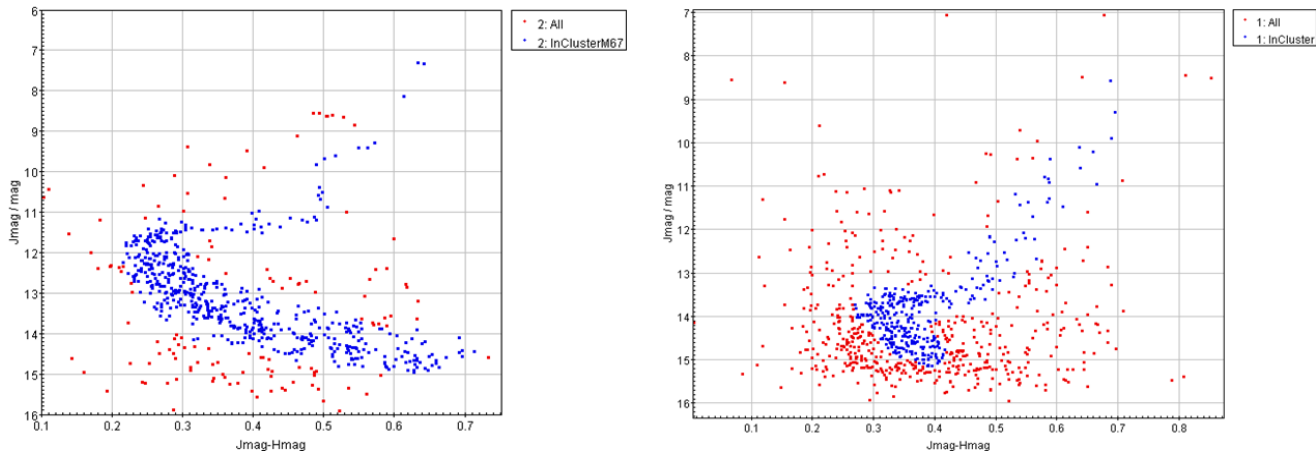


Рисунок 3.1 – Диаграммы «цвет-звёздная величина» для рассеянных скоплений М67 (слева) и NGC188 (справа)

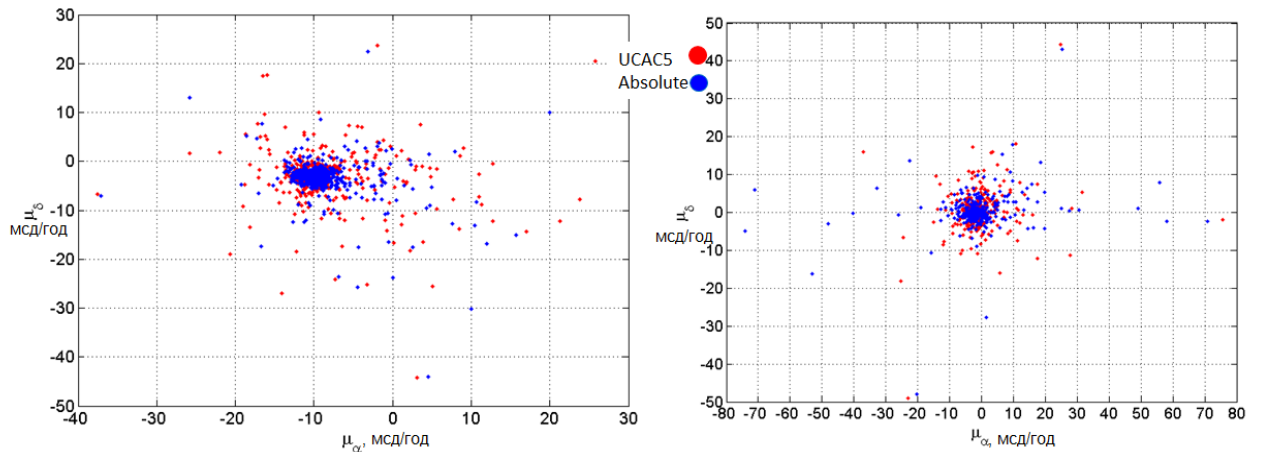


Рисунок 3.2 – Двумерные диаграммы собственных движений для звёзд скоплений М67 (слева) и NGC188 (справа)

### 3.2 Метод максимума правдоподобия – модификация

Для анализа кинематики объектов гало используется модель поля скоростей, которая намного проще, чем для объектов тонкого диска. Она основана на предположении, что гало практически не вращается. Она применяется как для выборки переменных звёзд типа RR Лиры, так и выборки из звёзд голубой горизонтальной ветви, анализу которой будет посвящена следующая Глава.

Поскольку исследуемые объекты гало располагаются гораздо дальше, и погрешности наблюдений заметно больше, чем для объектов диска, то для исключения данных с большими погрешностями реализация метода максимума правдоподобия претерпела некоторые модификации.

#### 3.2.1 Сферическая система координат и изменённые выражения

При исследовании кинематики звёзд гало, помимо систем координат, перечисленных в подразделе 2.1.2, понадобится *сферическая система координат*  $(r, \theta, \varphi)$  с началом в центре Галактики, направления отсчёта координат которой показаны на Рисунке 3.3.

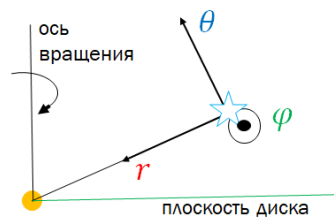


Рисунок 3.3 – Сферическая система координат

Матрица преобразования от сферической системы координат с началом в центре Галактики к сопутствующей прямоугольной:

$$G_r = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix}, \quad (3.31)$$

где также угол в интервале  $0^\circ$ - $360^\circ$

$$\psi = \text{atan2}(R, z) \quad (3.32)$$

Популяции гало практически не вращаются, поэтому в модельную скорость включается только скорость поступательного движения Солнца относительно выборки объектов:

$$\vec{V}_{mod} = G_0 \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Компоненты матрицы дисперсии скоростей рассчитываются в сферической системе координат с началом в центре Галактики:

$$L_0 = \begin{pmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^2 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Соответствующая составляющая матрицы ковариации принимает вид:

$$L_{resid} = P \times G_r \times G_S \times L_0 \times G_S^T \times G_r^T \times P^T \quad (3.35)$$

### 3.2.2 Адаптация для двумерного поля скоростей

Только для небольшой доли выборки переменных звёзд типа RR Лиры имелись данные о лучевых скоростях, поэтому они при анализе кинематики не использовались. Для анализа двумерного поля скоростей – только на основе данных о собственных движениях – стоит формально положить  $V_r = 0$ ,  $\sigma_{V_r} = 0$ . Параметр шкалы расстояний следует положить равным единице. В функцию правдоподобия будут входить лишь две компоненты векторов невязок  $\Delta\vec{V}_2 = \Delta\vec{V}(2:3)$  вместо всего  $\Delta\vec{V}$  и лишь часть тензора ковариации  $L_2 = L(2:3,2:3)$  вместо  $L$ .

### 3.2.3 Итерационная модификация

При однократном определении экстремального набора параметров  $\Lambda_0$  невязки  $\Delta\vec{V}$  могут оказаться очень большими по модулю, и из-за этого  $\Lambda_0$  будет «искажённым». Для более аккуратного определения параметров поля скоростей была введена итерационная схема. Она была применена при исследовании

кинематики далёких объектов гало, для которых наблюдательные данные получены с большими ошибками.

На первой итерации определяется минимум функции правдоподобия. Для этого нужно некоторое начальное приближение  $\Lambda_{start}$ . По вычисленному набору поля скоростей  $\Lambda_{01}$ , являющемуся приближением к экстремальному с помощью соотношений вычисляются модули невязки  $|\Delta\vec{V}_i| = |\vec{V}_{obs\ i} - \vec{V}_{mod\ i}|$  для всех звёзд и определяются:

- выборочное среднее этих модулей:

$$\langle |\Delta\vec{V}| \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |\Delta\vec{V}_i| \quad (3.36)$$

- стандартное выборочное отклонение  $\varepsilon_{|\Delta\vec{V}|}$ :

$$\varepsilon_{|\Delta\vec{V}|}^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (|\Delta\vec{V}_i| - \langle |\Delta\vec{V}| \rangle)^2. \quad (3.37)$$

Исключаются те звёзды, у которых  $|\Delta\vec{V}_i| > 3 \cdot \varepsilon_{|\Delta\vec{V}|} + \langle |\Delta\vec{V}| \rangle$ .

На следующей итерации в качестве начального приближения выбирается  $\Lambda_{01}$ . Снова минимизируется функция правдоподобия, но уже только с данными об оставшихся звёздах. Далее проводятся те же процедуры, что и на предыдущей итерации. Практика показывает, что достаточно 9 итераций, чтобы звёзды перестали исключаться из набора.

### 3.3 Используемые данные

Для выборки были взяты переменные звёзды типа RR Лиры, подтип RRab, фотометрическая и спектральная информация о которых имеется в следующих работах:

- Дрейка и других [126] – звёзды из первого выпуска обзора CATALINA, охватывающего всю часть небесной сферы с  $\delta < +65^\circ$ ;
- Шцигеля и других [127] – звёзды из обзора ASAS, имеющие склонения  $\delta < +28^\circ$ ;

- Торреальба и других [128] – звёзды из обзора CATALINA, находящиеся в южном небе.

Если данных о межзвёздном поглощении не было, то использовалась трёхмерная карта поглощения, построенная на основе фотометрических данных из обзоров PanSTARRS1 и 2MASS и покрывающая три четверти неба; информацию о ней можно найти в [129].

После различных операций с данными, включая применение кросс-идентификации, удалось получить выборку, состоящую из 9255 звёзд.

### 3.3.1 Распределение звёзд по металличностям

На Рисунке 3.4 показано распределение звёзд выборки по металличности.

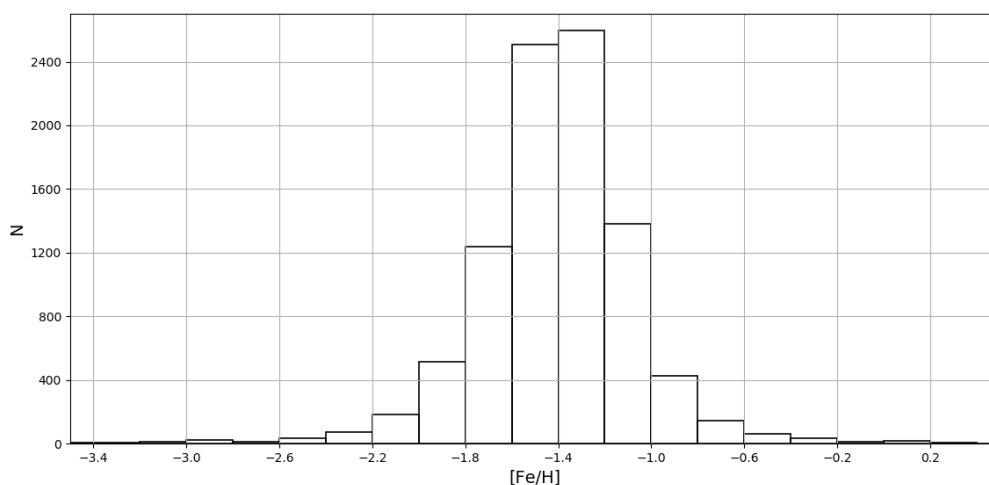


Рисунок 3.4 – Распределение числа звёзд основной выборки по металличности, величина каждого интервала составляет 0,2 dex

Видно, что подавляющее большинство звёзд имеет  $[Fe/H]$ , лежащую в пределах от -2,2 до -1,0 dex. Следует, однако, помнить, что в данной выборке могут находиться не только звёзды гало, но и звёзды толстого диска. Само по себе отделение толстого диска от гало представляет собой довольно сложную задачу хотя бы потому, что до сих пор многое не ясно в истории этих популяций. Скорее

всего, не существует надежного простого критерия их отделения друг от друга, опирающегося только на один из следующих типов информации: пространственное распределение, химический состав звёзд, кинематические данные.

В работах Дамбиса и Расторгуева [130] и Расторгуева и других [131] указано, что в качестве приближённого критерия отделения звёзд типа RR Лиры толстого диска от звёзд типа RR Лиры гало можно использовать граничное значение металличности  $[Fe/H] = -1$ . Такой критерий был достаточно хорошо обоснован построениями функции распределения числа звёзд по металличностям на основе наблюдательных данных. Например, по данным из обзора SEGUE для звёзд-карликов спектрального класса G и K было получено, что функция распределения по металличности дисковой составляющей заметно спадает на  $[Fe/H] = -1$  [132]. Пенг и другие [133] исследовали звёзды главной последовательности, имеющиеся в обзорах BATC и SDSS, и обнаружили изменение градиента металличности как раз при  $[Fe/H] = -1$ . Также в работе Бенсби и других [134] было получено, что звёзды с  $[Fe/H]$  показывают увеличение  $[\alpha/Fe]$  с уменьшением  $[Fe/H]$ , тогда как у остальных звёзд содержание  $\alpha$ -элементов выходит на плато, что указывает на их принадлежность к гало. Оно также подтверждается и результатами моделирования. В работе Миранды и других [135] представлена модельная функция распределения металличности звёзд толстого диска, где видно, что звёзд толстого диска с  $[Fe/H] = -1$  действительно очень мало.

Также можно оценить вклад звёзд гало в звёзды толстого диска, используя значение их вертикальной дисперсии скоростей. Например, значению 96 км/с [130] соответствует доля звёзд гало в толстом диске примерно 20%. Не исключено, что звёзды, относимые к низкометалличной компоненте толстого диска, могут на самом деле оказаться звёздами гало.

Здесь мы тоже будем руководствоваться этим приближённым критерием, согласно которому звёзды с  $[Fe/H] \leq -1$  можно считать звёздами гало.



### 3.3.2 Абсолютизация собственных движений и данные из Gaia DR2

Гистограммы распределения ошибок компонент собственных движений, полученных «центрированным» методом, показаны на Рисунке 3.5. У подавляющего большинства звёзд погрешности определения собственных движений близки к значению 1 мсд/год.

Также для анализа кинематики были использованы не только абсолютизированные собственные движения, но и данные из Gaia DR2. На Рисунке 3.6 показана гистограмма распределения разностей компонент собственных движений, полученных «центрированным» методом абсолютизации и имеющихся в Gaia DR2. Среднеквадратичные отклонения составляют примерно 3,1 мсд/год для  $\mu_\alpha$  и 3,0 мсд/год  $\mu_\delta$ , так что различия небольшие, и поэтому ожидается, что значения параметров поля скоростей, полученные на основе данных о собственных движениях из обоих наборов, будут не сильно отличаться друг от друга.

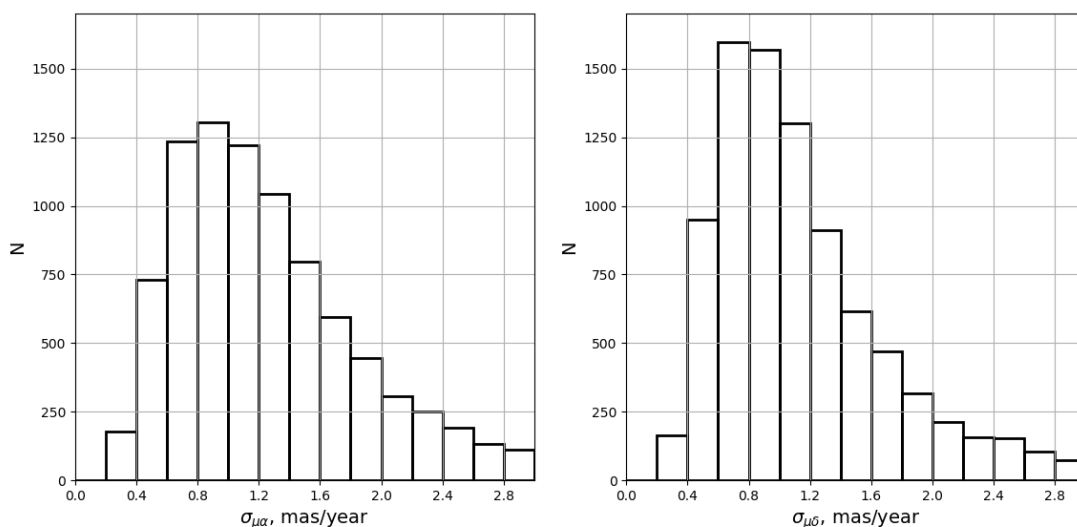


Рисунок 3.5 – Гистограмма распределения числа звёзд по ошибкам компонент собственных движений, даваемых «центрированным» методом

К сожалению, в этой выборке сравнительно небольшая доля звёзд имеет лучевые скорости, поэтому от этих малочисленных данных пришлось отказаться и составить ещё одну выборку, в которой имеются данные о лучевых скоростях для

всех звёзд. В неё было взято 860 звёзд из работ Аблимита и Чжао [136] (имеются данные о лучевых скоростях из обзоров LAMOST DR4 и SDSS DR8 и 402 звезды из работы Дамбиса и других [137]).

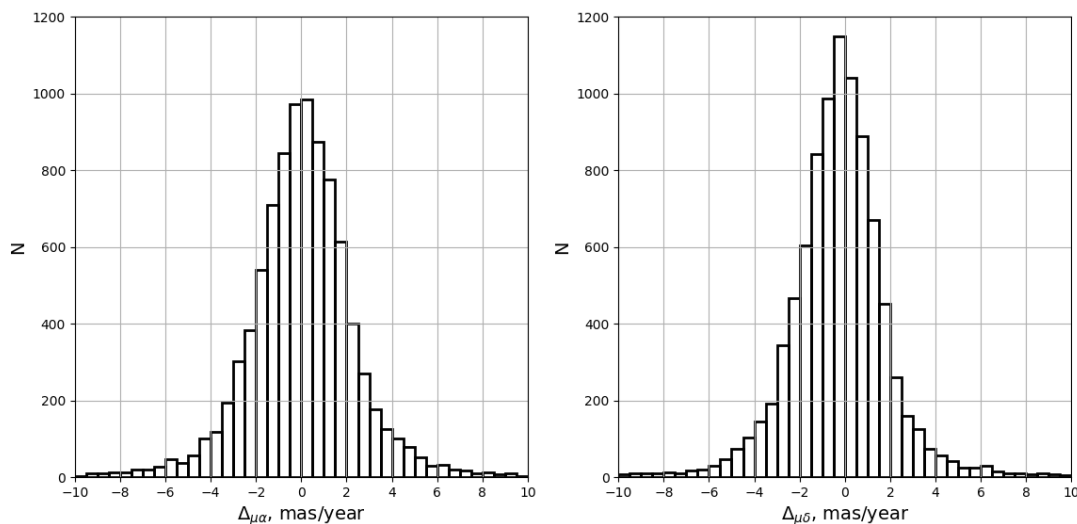


Рисунок 3.6 – Гистограмма распределения числа звёзд по разностям значений компонент собственных движений, полученных «центрированным» методом и имеющихся в Gaia DR2. Среднеквадратичное отклонение разностей составляет примерно 3,1 мсд/год по  $\mu_\alpha$  и 3,0 мсд/год по  $\mu_\delta$

Для определения фотометрического расстояния до звёзд типа RR Лиры была использована зависимость «светимость-металличность» для оптического диапазона Дамбисом и другими [137] по локальной выборке из 403 звёзд, в основном состоящей из звёзд подтипа RRab, на основе данных о поглощении в направлении на звёзды и полученным ранее вариантам данного калибровочного соотношения:

$$\langle M_V \rangle = 1,094 + 0,232 \cdot [Fe/H] \quad (3.38)$$

Погрешность определения  $\langle M_V \rangle$  с применением данного соотношения составляет  $\sigma_{M_V} = 0,089^m$ .

После фильтрации по значениям погрешностей компонент собственных движений и показателя металличности было взято примерно 8500 звёзд из основной выборки и 650 звёзд из выборки с данными о лучевых скоростях.

### 3.4 Результаты

В ходе анализа кинематики гало – как переменных звёзд типа RR Лиры, так и звёзд голубой горизонтальной ветви помимо компонентов дисперсии скоростей  $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\varphi)$  также определялись:

- полная дисперсия скоростей

$$\sigma = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_\varphi^2} \quad (3.39)$$

- параметр анизотропии

$$\beta = 1 - \frac{\sigma_\theta^2 + \sigma_\varphi^2}{2\sigma_r^2} \quad (3.40)$$

Последняя величина наглядно показывает характер орбит объектов в звёздной системе: например, в случае чисто кругового движения  $\beta = -\infty$ , если дисперсии скоростей одинаковы во всех направлениях, то  $\beta = 0$ , при чисто радиальных предельно вытянутых орбитах  $\beta = +1$ .

#### 3.4.1 Глобальные значения параметров

В Таблице 3.2 приведено сравнение параметров поля скоростей, полученных на основе результатов применения «центрированного» и «коллективного» методов абсолютизации собственных движений, в Таблице 3.3 сравниваются параметры на основе центрированного метода абсолютизации и данных из Gaia DR2.

Значения дисперсии скоростей и её компонентов, полученных «коллективным» методом, почти во всех частях выборки больше полученных «центрированным» на 10-20 км/с. Но полная дисперсия скоростей, полученная обоими методами, по порядку величины сравнимы со скоростью вращения диска Галактики у солнечного круга, составляющей, согласно [87], примерно 240 км/с. Это ожидаемо, поскольку характерная кинетическая энергия (на единицу массы) хаотических движений в гало вроде должна быть сравнимой с кинетической энергией кругового движения в диске, а относительное различие параметров, полученных обоими методами абсолютизации, небольшое.

Примерно такое же расхождение в оценках параметров имеется при сравнении результатов «центрированного» метода и использования данных из Gaia DR2. Далее сравнение результатов «центрированного» и «коллективного» методов проводиться не будет.

Таблица 3.2 – Параметры поля скоростей, полученные для основной выборки с помощью «центрированного» и «коллективного» методов абсолютизации собственных движений. Указаны оптимальные значения параметров («Опт»), а также минимальные («Мин») и максимальные («Макс») границы их доверительных интервалов или погрешности («Неопр»)

Метод абсолютизации	«Центрированный»			«Коллективный»		
	Опт	Мин	Макс	Опт	Мин	Макс
Значения						
$\sigma_r$ , км/с	162,1	160,3	165,9	174,4	172,6	178,5
$\sigma_\theta$ , км/с	104,4	103,2	107,8	112,6	111,3	116,3
$\sigma_\varphi$ , км/с	91,0	89,8	94,5	102,0	100,9	105,8
$U_0$ , км/с	-3,7	-6,6	-0,8	-10,0	-13,1	-6,9
$V_0$ , км/с	-236,2	-239,3	-234,8	-243,3	-246,6	-241,9
$W_0$ , км/с	-25,1	-27,8	-22,9	-27,2	-30,2	-24,8
	Опт	Неопр		Опт	Неопр	
$\sigma$ , км/с	213,2	3,67		231,3	3,9	
$\beta$	0,635	0,019		0,621	0,019	

В Таблице 3.4 сравнены параметры, полученные на основе центрированного метода абсолютизации и данных из Gaia DR2 для выборки с информацией о лучевых скоростях. Поскольку объектов было гораздо меньше, чем в основной выборке, а данные по ним сопровождались заметными неопределённостями, то задача уточнения шкалы расстояния не ставилась. Заметно, что расхождения между

данными, соответствующими обоим источникам собственных движений, примерно такие же, как и для основной выборки.

Таблица 3.3 – Параметры поля скоростей, полученные для основной выборки с помощью «центрированного» метода абсолютизации собственных движений и на основе данных из Gaia DR2. Указаны оптимальные значения параметров («Опт»), а также минимальные («Мин») и максимальные («Макс») границы их доверительных интервалов или погрешности («Неопр»)

Источник $\mu$	«Центрированный» метод			Gaia DR2		
	Опт	Мин	Макс	Опт	Мин	Макс
$\sigma_r$ , км/с	162,1	160,3	165,9	169,0	166,7	171,3
$\sigma_\theta$ , км/с	104,4	103,2	107,8	86,3	84,9	87,6
$\sigma_\varphi$ , км/с	91,0	89,8	94,5	93,8	92,2	95,4
$U_0$ , км/с	-3,7	-6,6	-0,8	-8,7	-11,1	-6,1
$V_0$ , км/с	-236,2	-239,3	-234,8	-231,4	-233,0	-229,8
$W_0$ , км/с	-25,1	-27,8	-22,9	-10,1	-12,1	-8,1
	Опт	Неопр		Опт	Неопр	
$\sigma$ , км/с	213,2	3,67		211,7	2,0	
$\beta$	0,635	0,019		0,716	0,007	

Значения компонентов дисперсии скоростей, полученные здесь, превышают примерно на 20 км/с значений, полученных в предыдущих исследованиях. В работах Смита и других [138] (получено, что  $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\varphi) = (143 \pm 2, 77 \pm 2, 82 \pm 2)$  км/с), Бонда и других [139], Пости и других [140] (получено, что  $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\varphi) = (142 \pm 6, 89 \pm 4, 74 \pm 6)$  км/с) использовались локальные выборки звёзд, из них самой большой выборкой располагали Бонд и другие, звёзд с лучевыми скоростями было около 17000, намного больше, чем в данном исследовании, с расстояниями от Солнца, не превышающими 10 кпк. Во всех этих работах, например, радиальная дисперсия скоростей оценивалась в (141-143) км/с. Тем не менее значение

параметра анизотропии  $\beta = (0,68 - 0,72)$ , полученное нами, не очень сильно отличается от  $\beta = (0,67 - 0,69)$  в вышеупомянутых работах. Следовательно, подтверждается вытянутость эллипсоида скоростей в радиальном направлении.

В работе Дамбиса и других [137], где была использована локальная выборка из 403 звёзд типа RR Лиры, вошедшая в данную выборку, было получено, что  $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\phi) = (153 \pm 9, 101 \pm 6, 96 \pm 5)$  км/с. Здесь же, в результате анализа кинематики основной выборки с использованием данных из Gaia DR2 получилось, что  $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\phi) = (169,0 \pm 2,3, 86,3 \pm 1,4, 93,8 \pm 1,6)$  км/с – также наблюдается заметное превышение радиальной дисперсии скоростей, полученной здесь, однако значения других компонент заметно близки друг к другу. Значение параметра анизотропии  $\beta = (0,59 \pm 0,04)$ , полученное в [137], заметно меньше полученного здесь. Скорее всего, это расхождение связано с тем, что используемая в работе Дамбиса и других [137] выборка была локальной.

Компоненты скорости выборки относительно Солнца в работе [137] получились равными  $(U_0, V_0, W_0) = (-7 \pm 9, -214 \pm 10, -10 \pm 6)$  км/с – различие с результатами, полученными здесь –  $(U_0, V_0, W_0) = (-8,7 \pm 2,6, -231,4 \pm 1,6, -10,1 \pm 2,0)$  км/с есть только в значении компоненты  $V_0$ , его, опять же, можно объяснить локальностью выборки из [137].

### 3.4.2 Изменение параметров с удалением от центра Галактики

Для установления хода параметров поля скоростей с расстоянием до центра Галактики выборка до 17 кпк была разбита на бины размером 1 кпк, звёзды с расстояниями дальше 17 кпк рассматривались в одной подвыборке. В каждом бине полученные значения параметров приписывались расстоянию, равному выборочному среднему расстоянию всех звёзд, входящих в данный бин, погрешность этого расстояния оценивалась среднеквадратичным отклонением расстояний звёзд от среднего. Во избежание ненадёжности полученных значений контролировалось, чтобы число звёзд, попавших в данный бин, превышало 50.

Таблица 3.4 – Параметры поля скоростей, полученные для выборки с данными о лучевых скоростях помощью «центрированного» метода абсолютизации собственных движений и на основе данных из Gaia DR2. Указаны оптимальные значения параметров («Опт»), а также минимальные («Мин») и максимальные («Макс») границы их доверительных интервалов или погрешности («Неопр»)

Источник $\mu$	«Центрированный» метод			Gaia DR2		
	Опт	Мин	Макс	Опт	Мин	Макс
$\sigma_r$ , км/с	171,4	165,4	179,4	169,5	159,4	176,2
$\sigma_\theta$ , км/с	103,5	100,1	110,0	84,3	77,2	89,2
$\sigma_\varphi$ , км/с	89,3	86,3	95,3	93,5	78,2	95,1
$U_0$ , км/с	-11,3	-18,8	-2,7	-12,8	-19,8	13,2
$V_0$ , км/с	-225,6	-233,7	-220,8	-219,7	-234,4	-217,5
$W_0$ , км/с	-23,1	-29,1	-17,5	-17,8	-20,9	1,6
	Опт	Неопр		Опт	Неопр	
$\sigma$ , км/с	219,3	7,9		211,1	0,7	
$\beta$	0,68	0,03		0,72	0,05	

На Рисунке 3.7 – для основной выборки и Рисунке 3.8 – для выборки с данными о лучевых скоростях приведены полученные профили изменения параметров поля скоростей с расстоянием от центра Галактики с использованием «центрированного» метода (результаты, полученные с помощью «коллективного» метода, практически не отличаются) и информации о собственных движениях из обзора Gaia DR2. Отрадно, что результаты отличаются не сильно. В Таблицах 3.5-3.8 приведены значения полученных параметров для каждого из бинов. Интересно, что для обеих выборок наблюдается минимум и полной дисперсии скоростей, и ее радиальной составляющей на расстояниях 12-14 кпк. Что касается параметра анизотропии, то можно уверенно сказать, что на расстояниях 3-4 кпк он меньше, чем за солнечным кругом. Это означает, что там поле остаточных скоростей ближе

к изотропному, что может указывать на большой вклад монолитного коллапса в образование внутреннего гало (как показали, в частности, Белокуров и другие [141]). Заметная анизотропия у солнечного круга и на периферии может быть следствием ряда причин, из которых наиболее вероятной, по мнению тех же авторов, является аккреция массивного спутника ( $M > 10^{10} M_{\odot}$ ).

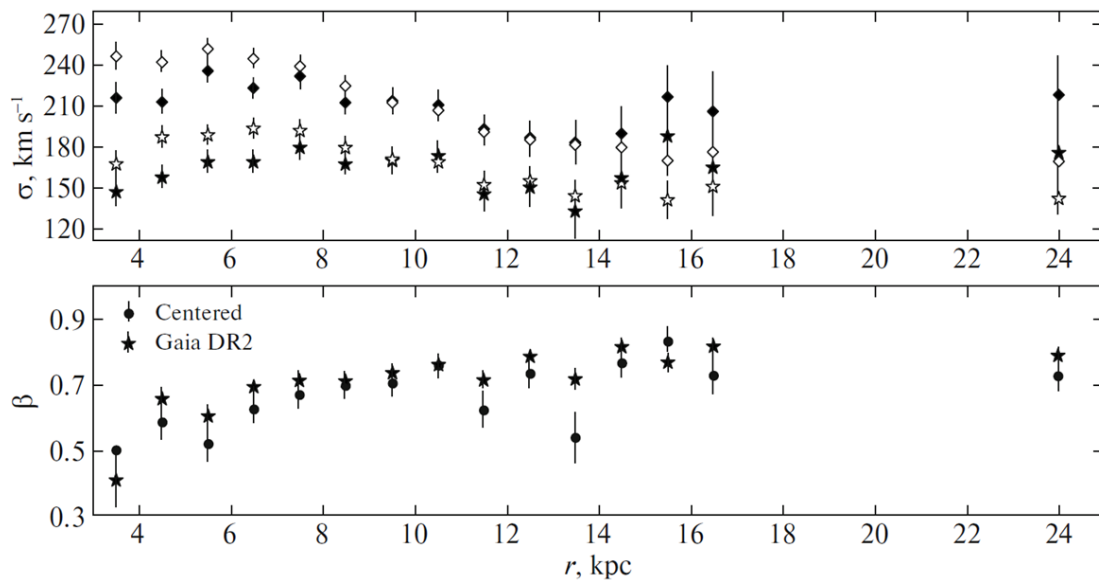


Рисунок 3.7 – Изменение радиальной  $\sigma_r$  и полной  $\sigma$  дисперсии скоростей, а также параметра анизотропии  $\beta$  с расстоянием от центра Галактики, полученная для основной выборки с применением «центрированного» метода абсолютизации собственных движений («Centered», чёрные символы на верхнем графике) и на основе данных из Gaia DR2 (белые символы на верхнем графике)



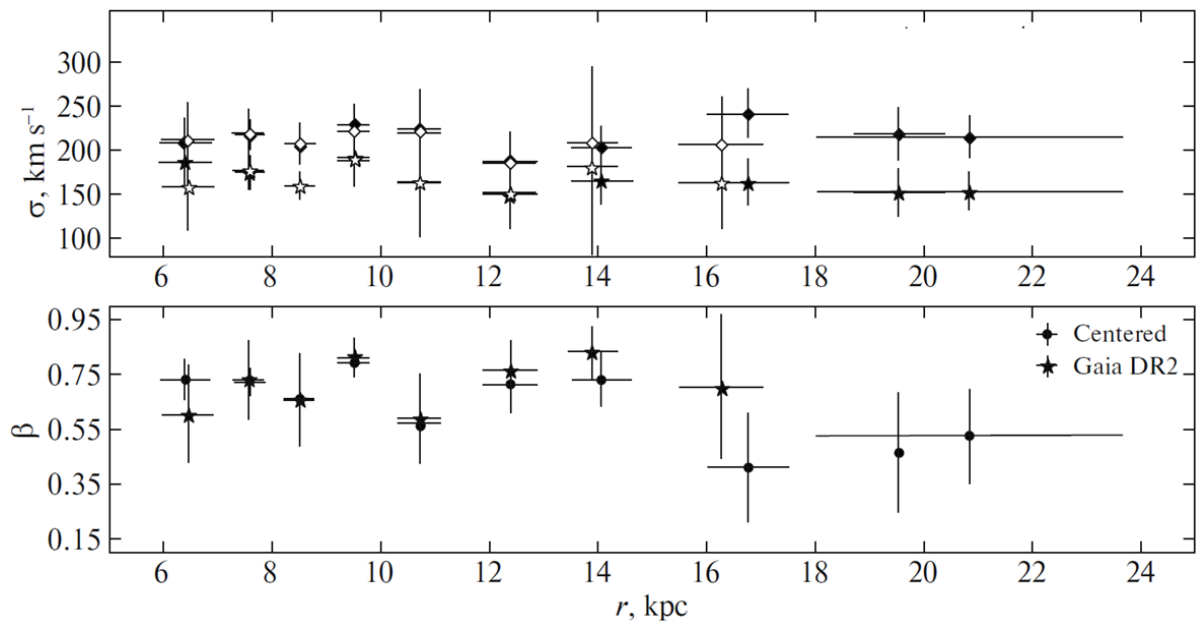


Рисунок 3.8 – Изменение радиальной  $\sigma_r$  и полной  $\sigma$  дисперсии скоростей, а также параметра анизотропии  $\beta$  с расстоянием от центра Галактики, полученная для выборки с данными о лучевых скоростях с применением «центрированного» метода абсолютизации собственных движений («Centered», чёрные символы на верхнем графике) и на основе данных из Gaia DR2 (белые символы на верхнем графике)

Можно также провести дополнительные проверки соответствия результатов данной работы с предыдущими. Напомним, в работе Белокурова и других [141] было проведено подробное исследование анизотропии поля остаточных скоростей и выявлены различия в кинематике для популяций с разными металличностями. Выделим подобным образом части в нашей выборке. В качестве граничного значения металличности тоже возьмем  $[Fe/H] = -1,7$ . Получается, что у звёзд с  $[Fe/H] < -1,7$  и  $r < 10$  кпк параметр анизотропии  $\beta = (0,42 \pm 0,05)$ , что находится в общем согласии с результатом указанного выше исследования. Возможно, такая небольшая степень анизотропии связана с монолитным коллапсом, породившим самые низкометаллические, а значит, самые старые звёзды, преобладающие во внутреннем гало.

При коллапсе происходило заметное перераспределение масс во внутреннем гало, и поэтому анизотропия может быть такой низкой. Для подвыборки с

$[Fe/H] > -1,7$ , расположенных на периферии гало ( $r > 12$  кпк), степень анизотропии достаточно велика  $\beta = (0,834 \pm 0,010)$ . Не исключено, что одним из возможных механизмов возникновения такой анизотропии может быть аккреция массивного карликового спутника, принесшего в популяцию звёзд внешнего гало объекты с более высокой металличностью.

### 3.4.3 Оценка скорости вращения объектов гало

Хотя в использованной кинематической модели вращение не учитывалось, всё же имеется возможность провести простые оценки скорости вращения гало. Для этого использована величина скорости местного стандарта покоя, оценённая Расторгуевым и другими [87]  $V_{LSR} = (237 \pm 7)$  км/с и составляющую пекулярной скорости Солнца в направлении вращения Галактики  $V_{pec \odot} = (13,4 \pm 0,4)$  км/с (Коскуноглу и другие [142]). Составляющая скорости движения Солнца, направленная вдоль вращения Галактики, равна  $V_{LSR} + V_{pec \odot}$ . Напомним, что  $V_0$  – составляющая скорости движения всей выборки относительно Солнца, тоже направленная вдоль вращения Галактики. Тогда составляющая скорости движения выборки относительно центра Галактики, направленная вдоль вращения Млечного Пути, составляет  $V_0 + V_{LSR} + V_{pec \odot}$ . Здесь рассматривается именно мгновенная скорость, поэтому по её составляющей можно оценить скорость вращения выборки. Путём разбиения выборок звёзд на бины было исследовано изменение скорости вращения звёзд гало с расстоянием. На Рисунке 3.9 показаны полученные по основной выборке профили, соответствующие «центрированному» методу абсолютизации собственных движений и данным из обзора Gaia DR2, частные значения скоростей вращения подвыборок приведены в Таблицах 3.5-3.7. Заметно совпадение профилей в пределах погрешностей за исключением звёзд, находящихся на далекой периферии, для которых полученные значения компонент собственных движений страдают большой неопределённостью. Таким образом, подтверждается отсутствие заметных расхождений между собственными движениями, вычисленными нами и взятыми из Gaia DR2. Результаты, полученные

по второй выборке, показывают качественное согласие, хотя обладают большей ошибкой.

Скорости вращения звёзд гало показывают монотонное уменьшение с расстоянием от центра Галактики. Внутри солнечного круга она оценивается примерно в (20-30) км/с, на солнечном круге она составляет примерно (10-20) км/с, на расстояниях 10-15 кпк гало почти не вращается. За пределами 15 кпк наблюдается обратное вращение со скоростью (40-60) км/с. Похожий результат найден в работе Каролло и других [58], причём скорость обратного вращения достигает 80 км/с.

Рассмотрим вращение внутреннего гало. Для этого ограничим выборку, как и в работе [58], по расстоянию от плоскости Галактики, взяв звёзды с  $|z| < 10$  кпк, и по расстоянию от центра Галактики, взяв звёзды с  $4 \text{ кпк} < r < 12 \text{ кпк}$ . Тогда результаты «центрированного» метода дадут скорость вращения  $V_{rot} = (21 \pm 11)$  км/с, а данные из Gaia DR2 –  $V_{rot} = (20 \pm 7)$  км/с, что несколько больше результата  $(7 \pm 4)$  км/с, полученного в [58]. В интервале  $5 \text{ кпк} < |z| < 10 \text{ кпк}$  «коллективный» метод даёт  $V_{rot} = (9,2 \pm 18,2)$  км/с, что вполне согласуется с оценкой из указанной работы.

Суммируя эти результаты, можно отметить, что по кинематике переменных звёзд типа RR Лиры граница между внутренним и внешним гало проходит примерно на расстояниях 10-15 кпк от центра Галактики.

### 3.5 Выводы по Главе 3

Проведён анализ кинематики гало Галактики на основе данных о переменных звёздах типа RR Лиры. Работа начиналась тогда, когда в распоряжении имелся только первый выпуск данных Gaia, в котором имелась информация о собственных движениях лишь небольшого числа звёзд. Поэтому было проведено самостоятельное определение собственных движений двумя методами абсолютизации. Характерная погрешность определения собственных движений обоими методами составляет примерно 1 мсд/год. После выхода второго выпуска

данных Gaia было проведено сравнение собственных движений с Gaia DR2 и установлено, что по используемой выборке звёзд типа RR Лиры стандартное выборочное отклонение компонент собственных движений, полученных обоими методами и из Gaia DR2, составило 3,0-3,1 мсд/год.

Таблица 3.5 – Кинематические параметры частей основной выборки из бинов расстояний, полученные с помощью «центрированного» метода абсолютизации собственных движений. Указано число звёзд  $N$  в каждом бине

бин $r$ , кпк	$N$	$\sigma_r$ , км/с	$\sigma$ , км/с	$\beta$	$V_{rot}$ , км/с
3-4	374	146,5±10,5	215,5±11,6	0,42±0,09	41,4±10,4
4-5	658	157,5±8,8	212,9±8,8	0,59±0,05	39,5±7,6
5-6	794	168,4±8,4	236,0±8,7	0,52±0,05	24,9±8,0
6-7	751	168,4±8,3	222,8±8,3	0,63±0,04	35,0±7,5
7-8	665	179,3±9,5	231,1±9,4	0,67±0,04	14,0±8,4
8-9	692	167,2±8,9	212,1±8,9	0,70±0,04	9,2±7,7
9-10	629	169,4±10,3	213,8±9,8	0,70±0,04	21,2±8,3
10-11	589	172,0±12,0	209,9±11,1	0,76±0,04	5,2±8,3
11-12	542	144,6±13,0	191,6±11,4	0,62±0,06	-1,2±9,3
12-13	491	149,8±15,0	185,5±13,1	0,73±0,04	7,7±8,3
13-14	424	131,5±20,8	182,3±16,3	0,54±0,08	4,0±10,5
14-15	333	156,3±23,1	189,4±19,9	0,77±0,05	-0,7±10,7
15-16	310	188,1±25,6	216,6±23,0	0,84±0,04	9,2±11,3
16-17	253	165,0±36,7	204,8±30,4	0,73±0,06	-16, 1±13,6
>17	606	175,0±35,4	217,8±29,0	0,73±0,05	-52,8±9,5

Таблица 3.6 – Кинематические параметры частей основной выборки из бинов расстояний, полученные с помощью данных из Gaia DR2. Указано число звёзд  $N$  в каждом бине

Бин $r$ , кпк	$N$	$\sigma_r$ , км/с	$\sigma$ , км/с	$\beta$	$V_{rot}$ , км/с
3-4	402	166,6±9,3	246,3±10,0	0,41±0,07	23,4±9,5
4-5	619	186,9±8,4	242,9±8,0	0,66±0,03	14,3±7,0
5-6	791	188,4±7,5	252,6±7,3	0,60±0,03	21,7±6,7
6-7	780	192,7±7,7	245,1±7,2	0,69±0,03	22,4±6,4
7-8	697	191,3±8,4	239,7±7,9	0,71±0,03	16,8±6,6
8-9	723	178,9±7,8	224,8±7,1	0,71±0,03	16,8±6,2
9-10	643	171,0±8,2	211,4±7,5	0,74±0,03	21,3±6,1
10-11	633	168,3±8,6	204,9±7,7	0,76±0,02	21,1±6,0
11-12	550	151,3±9,5	189,9±8,3	0,71±0,03	25,0±6,2
12-13	543	154,5±9,4	184,8±8,3	0,78±0,02	19,8±5,5
13-14	469	143,4±11,5	179,6±9,7	0,72±0,03	7,8±6,4
14-15	376	153,5±12,9	179,3±11,4	0,82±0,02	17,8±6,1
15-16	335	140,2±14,0	169,6±11,9	0,77±0,03	20,3±6,6
16-17	282	150,8±17,4	176,2±15,1	0,82±0,02	7,2±6,8
>17	662	141,8±14,0	168,7±11,9	0,79±0,02	2,6±4,4

Таблица 3.7 – Кинематические параметры частей выборки с данными о лучевых скоростях из бинов расстояний, полученные с помощью «центрированного» метода абсолютизации собственных движений. Указано число звёзд  $N$  в каждом бине

Бин $r$ , кпк	$N$	$\sigma_r$ , км/с	$\sigma$ , км/с	$\beta$
5,0-7,0	47	185,8±28,7	209,0±28,3	0,73±0,08
7-8	113	174,9±19,4	218,2±16,9	0,72±0,05
8-9	130	160,5±16,1	208,1±13,9	0,66±0,05
9-10	74	192,9±27,0	229,1±24,0	0,79±0,05
10,0-11,4	52	164,4±28,3	224,8±25,7	0,57±0,13
11,5-13,2	51	149,9±25,2	188,1±23,4	0,71±0,10
13,2-15,2	55	164,5±25,8	204,1±24,1	0,73±0,09
15,2-18,2	51	163,9±27,2	241,9±28,4	0,41±0,20
18,2-21,0	44	152,3±27,1	219,6±29,8	0,46±0,22
>18,5	63	154,2±22,4	215,8±24,8	0,52±0,18

Значения параметров поля скоростей, соответствующие значениям собственных движений, полученных самостоятельно и имеющихся в Gaia DR2, различаются на 10-20 км/с, однако соответствующее относительное различие не такое сильное. Примерно на такую же величину радиальная и полная дисперсии скоростей звёзд гало, полученные здесь  $\sigma = (211,7 \pm 2,0)$  км/с  $\sigma_r = (169,0 \pm 2,3)$  км/с, превышают результаты предыдущих работ [138-140]. Возможно, это связано с тем, что в [138-140] использовались локальные выборки звёзд типа RR Лиры. Тем не менее значение параметра анизотропии, полученное здесь –  $\beta = (0,68 - 0,72)$ , совпадает с полученным в предыдущих работах, оно указывает на заметно вытянутые орбиты звёзд типа RR Лиры.

Помимо определения значений параметров поля скоростей для всей выборки, были получены зависимости радиальной дисперсии скоростей, полной дисперсии

скоростей, параметра анизотропии, а также скорости вращения гало с расстоянием от центра Галактики. Кроме основной использовалась дополнительная выборка звёзд типа RR Лиры с данными о лучевых скоростях. Обе выборки демонстрируют качественное согласие профилей радиальной и полной дисперсий скоростей – в обоих случаях для обеих выборок наблюдаются минимумы на расстояниях 12-14 кпк от центра Галактики.

По профилям параметра анизотропии выделяются внутреннее и внешнее гало – ближе к центру Галактики поле остаточных скоростей близко к изотропному, но на периферии эллипсоид скоростей более вытянут. Это указывает на возможные разные сценарии образования внутреннего и внешнего гало – по всей видимости, внутреннее гало образовалось в результате монолитного коллапса, а в образование внешнего заметный вклад внесла аккреция массивного карликового спутника, как предложено в работе Белокурова и других [141].

Таблица 3.8 – Кинематические параметры частей выборки с данными о лучевых скоростях из бинов расстояний, полученные на основе данных из Gaia DR2. Указано число звёзд  $N$  в каждом бине

Бин $r$ , кпк	$N$	$\sigma_r$ , км/с	$\sigma$ , км/с	$\beta$
5,0-7,0	51	158,9±49,8	212,7±42,2	0,60±0,18
7,0-8,0	116	177,1±22,3	220,2±27,4	0,72±0,15
8,0-9,0	131	160,6±15,9	208,7±24,3	0,65±0,17
9,0-10,0	75	188,3±27,9	221,5±26,2	0,81±0,07
10,0-11,4	52	163,5±62,1	220,8±49,1	0,59±0,16
11,6-13,2	50	152,7±40,8	185,1±36,1	0,77±0,11
13,2-14,9	50	180,9±99,3	209,7±86,7	0,83±0,09
14,9-17,6	50	164,3±53,5	207,6±54,4	0,70±0,27
>17,6	72	156,3±333,5	179,6±290,4	0,84±0,19

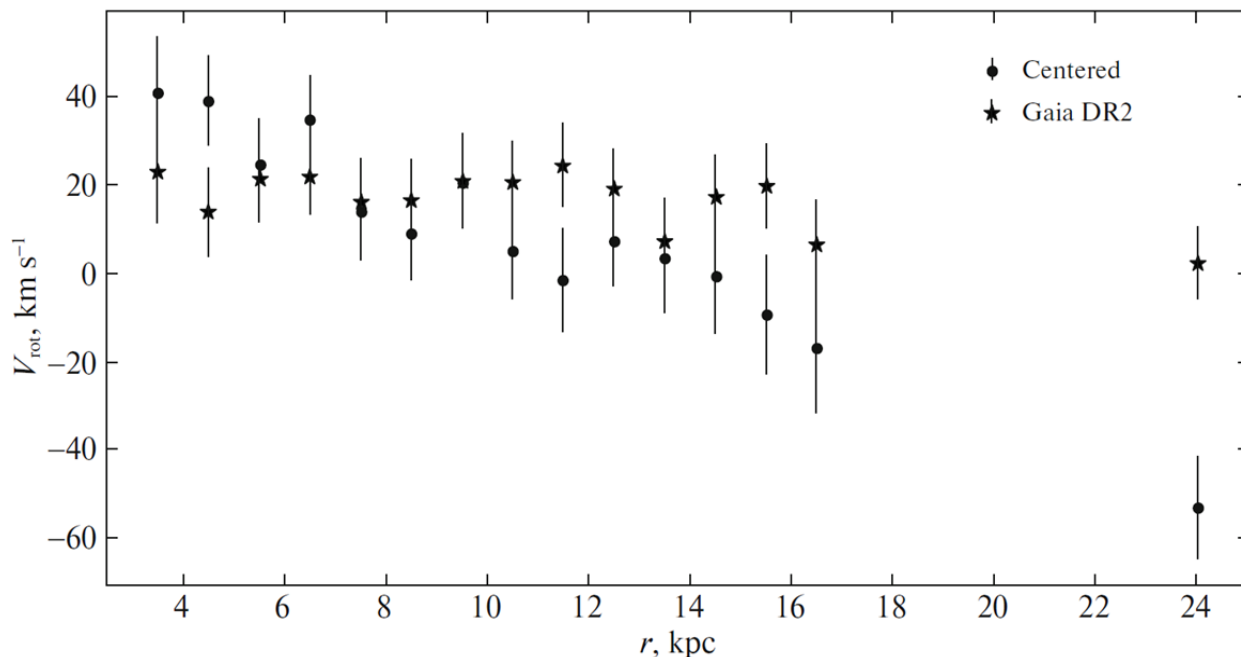


Рисунок 3.9 – Изменение средней скорости вращения гало  $V_{rot}$  с расстоянием от центра Галактики, полученная для основной выборки с применением «центрированного» метода абсолютизации собственных движений («Centered») и на основе данных из Gaia DR2

Внутреннее и внешнее гало чётко выделяются и на профилях скорости вращения. Внутри солнечного круга скорость вращения составляет примерно (20-30) км/с, на солнечном круге – около (10-20) км/с, на расстояниях 10-15 кпк гало почти не вращается. За пределами 15 кпк наблюдается обратное вращение со скоростью (40-60) км/с. Похожий результат были получены у Каролло и других [58].

Таким образом, анализ кинематики переменных звёзд типа RR Лиры полностью подтверждает обнаруженное в ряде предыдущих работ [57-59, 66, 67] деление периферийной части сфероидальной составляющей нашей Галактики на заметно отличающиеся друг от друга внутреннее и внешнее гало, однако граница между ними не совсем чёткая и занимает 10-15 кпк. На основании кинематических различий сделаны выводы о различии в происхождении популяций этих составляющих.



## Глава 4. Кинематика гало – звёзды голубой горизонтальной ветви

Кроме переменных звёзд типа RR Лиры для анализа кинематики гало Галактики были использованы звёзды голубой горизонтальной ветви (ВНВ-звёзды), выборка которых была взята из работы Сю и других [143]. Поскольку для звёзд этой выборки имеется информация о лучевых скоростях, то благодаря имеющемуся 3-мерному полю скоростей есть возможность уточнить шкалу расстояний до ВНВ-звёзд. Однако главной задачей является определение расстояния от Солнца до центра Галактики именно по объектам гало. Ещё в 1990 году Никифоровым [144] значение расстояния от Солнца до центра Галактики было определено по лучевым скоростям шаровых скоплений. Тем не менее такой расчёт с применением звёзд поля именно периферийной части сфероидальной составляющей проводится впервые.

При написании данной Главы диссертации использованы результаты работы [145], выполненной автором диссертации совместно с А.К. Дамбисом, в которой, согласно Положению о присуждении учёных степеней МГУ, отражены методы, основные результаты, положения и выводы исследования.

### 4.1 Используемые данные

Был использован каталог из 4985 звёзд голубой горизонтальной ветви из работы Сю и других [143], содержащий информацию о фотометрических расстояниях и лучевых скоростях звёзд, полученную в обзоре SDSS DR8 [146]. Для выявления ВНВ-звёзд и определения их параметров использовались спектры, полученные в рамках программы SEGUE, входящей в проект SDSS-II, данные которого были опубликованы в SDSS DR8.

После дополнения информацией о собственных движениях из Gaia DR2 [124, 125] получился набор из 4537 ВНВ-звёзд со всеми необходимыми данными кинематики. Из выборки были исключены звёзды, наблюдаемые в направлении

потока Sagittarius – попадающие в область небесной сферы, как было предложено в работе [147], информация о границах этой области имеется в работе [148]. Далее были исключены звёзды, удалённые от плоскости диска Галактики не более, чем на 5 кпк, чтобы исключить влияние звёзд толстого диска в определение кинематических параметров выборки гало. В работах [137, 149, 150] было показано, что толстый диск вращается гораздо быстрее и имеет заметно меньшую дисперсию скоростей звёзд, чем гало. Учитывая, что вертикальная шкала диска составляет примерно 0,9 кпк [107], звёзды толстого диска будут гарантированно исключены. Наконец, были исключены звёзды, скорости которых относительно центра Галактики превышают 600 км/с, поскольку либо они могли покинуть Галактику, либо такие большие значения скоростей были неверными. Окончательная отфильтрованная выборка содержит 2582 звёзд.

В каталоге Сю и других [143] не были даны погрешности определения расстояний до отдельных звёзд, вместо этого принималось, что относительные погрешности определения расстояния до каждой звезды одинаковы и равны 5%. Для простоты это значение использовано в исследовании кинематики и здесь.

## 4.2 Результаты

Для уточнения шкалы расстояний до далёких звёзд гало, данные о которых получены с большими погрешностями, была проведена итерационная модификация процедуры определения поля скоростей: на каждой итерации среди прочих параметров определялся коэффициент шкалы расстояний, затем все расстояния до звёзд исправлялись с учётом определённого коэффициента, и процесс определения параметров повторялся. Схема повторялась до тех пор, пока коэффициент шкалы расстояний не отличался от 1 на заданную величину  $\varepsilon$ . В данной работе было выбрано значение  $\varepsilon = 0,001$ . Искомый коэффициент шкалы расстояния вычисляется как произведение значений этого коэффициента, полученных на всех прошедших итерациях.

### 4.2.1 Глобальные значения параметров

В Таблице 4.1 приведены значения параметров поля скоростей, полученные для всей отфильтрованной выборки ВНВ-звезд. Значение расстояния от Солнца до центра Галактики  $R_0 = (8,23 - 9,00)$  кпк хорошо согласуется как с недавними исследованиями кинематики диска [34, 47], в том числе значением, полученным в данной работе –  $R_0 = (8,24 \pm 0,12)$  кпк, так и со значением, полученным в результате изучения центральных областей Галактики.

Попытка определения расстояния от Солнца до центра Галактики по объектам гало на самом деле является не первой. Никифоров [144] определил  $R_0$  по лучевым скоростям 113 шаровых скоплений, при этом предполагалось, что все шаровые скопления обращаются по круговым орбитам с плоскостями, параллельными плоскости симметрии Галактики. Считалось, что круговая скорость имеет небаротропное распределение – зависит не только от расстояния до оси вращения, но и от  $z$ -координаты. Для аппроксимации круговой скорости использовался полином 4-й степени, коэффициенты которого определялись с помощью линейного МНК.  $R_0$  входило в выражения нелинейно, и поэтому сперва выбиралось его некоторое значение, при котором проводилось вычисление остальных параметров. Из всех вариантов значений  $R_0$  был выбран тот, который соответствовал минимальным невязкам между наблюдаемыми и воспроизведёнными значениями лучевых скоростей скоплений. В работе [144] было получено значение  $R_0 = (7,0 \pm 1,5)$  кпк, что заметно меньше недавних оценок.

Самое точная на данный момент оценка расстояния от Солнца до центра Галактики была получена в работе [151] по исследованию звезды S2 вокруг сверхмассивной чёрной дыры в центре Галактики, она составляет  $R_0 = (8,178 \pm 0,013)$  кпк с систематической ошибкой 0,022 кпк.

Недавний анализ фотометрических данных цефеид II типа в балдже Галактики дал значение  $R_0 = (8,46 \pm 0,03)$  кпк с систематической ошибкой 0,11 кпк [152], тогда как данные по фотометрии в ближнем ИК-диапазоне переменных звезд типа RR Лиры, находящихся вблизи центра Галактики дают  $R_0 = (8,05 \pm 0,02)$  кпк [153].

Значение параметра  $V_0 = (-239 \pm 4)$  км/с вполне соответствует полученному по выборке переменных звёзд типа RR Лир –  $V_0 = (-231,4 \pm 1,6)$  км/с, а также результату анализа кинематики шаровых скоплений  $V_0 = (-231 \pm 19)$  км/с [114]. Нет расхождений и с результатом исследования выборки мазеров, проведённому здесь –  $V_0 = (-225 \pm 7)$  км/с.

Значение коэффициента шкалы расстояний  $p = (1,051 \pm 0,017)$ , хотя в работе Дамбиса и других [154], в которой была использована та же самая выборка ВНВ-звёзд он оказался меньше 1. Возможно, это связано тем, что собственные движения из Gaia DR2, использованные здесь, лучше собственных движений из обзора SDSS, использованных в той работе.

Таблица 4.1 – Параметры поля скоростей, полученные для всей выборки ВНВ-звёзд. Указаны оптимальные значения параметров («Опт»), а также минимальные («Мин») и максимальные («Макс») границы их доверительных интервалов или погрешности («Неопр»)

Значения	Опт	Мин	Макс
$\sigma_r$ , км/с	112,4	110,8	114,1
$\sigma_\theta$ , км/с	79,6	78,0	81,2
$\sigma_\varphi$ , км/с	77,6	76,0	79,6
$U_0$ , км/с	-7,5	-9,3	-5,7
$V_0$ , км/с	-240,2	-244,6	-236,4
$W_0$ , км/с	-5,4	-7,3	-3,5
$p$	1,051	1,032	1,068
$R_0$ , кпк	8,23	7,82	9,00
	Опт	Неопр	
$\sigma$ , км/с	158,1	2,9	
$\beta$	0,508	0,020	

#### 4.2.1.1 Учёт отклонения эллипсоида скоростей

Во многих работах, посвящённых анализу кинематики гало, считается, что эллипсоид распределения остаточных скоростей одной из своих осей направлен к центру Галактики. В работах [155, 156] было предложено учесть отклонение оси эллипсоида от направления на центр введением дополнительного параметра  $\alpha_0$ , входящего в выражение для угла между большой осью эллипсоида скоростей и плоскостью диска Галактики:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \arctg\left(\frac{|z|}{R}\right) \quad (4.1)$$

Значение параметра  $\alpha_0$ , полученное здесь (см. Таблицу 4.2), немногим больше единицы, что указывает на практически отсутствующее отклонение большой оси эллипсоида скоростей от направления к центру Галактики (чему соответствует значение  $\alpha_0 = 1$ ). Также значения всех остальных параметров в пределах погрешностей их определения практически не изменились по сравнению с расчётом без учёта отклонения эллипсоида скоростей. Так что этим отклонением можно пренебречь.

#### 4.2.1.2 Учёт вращения

Для попытки оценить скорость вращения гало в набор определяемых параметров было включено её значение  $V_{rot}$ , которое полагалось одинаковым для всех расстояний от оси вращения (твердотельное вращение). Из Таблицы 4.3 видно, что этот параметр в пределах погрешности близок к нулю. Данный результат не противоречит полученному в работе [157] –  $V_{rot} = (1 \pm 4)$  км/с и в [114]  $V_{rot} = (-17 \pm 17)$  км/с. Однако имеется расхождение с результатом работы [158] – по переменным звёздам типа RR Лиры, ВНВ-звёздам и гигантам спектрального класса К с использованием собственных движений, полученных до работы Gaia, было получено  $V_{rot} = (14 \pm 2)$  км/с с систематической ошибкой 10 км/с. Выборка гигантов спектрального класса К, использованная в работе [159], дала значение  $V_{rot} = (22 - 31)$  км/с – возможно, в ту выборку попали звёзды из толстого диска. Тем не менее, значение скорости вращения, полученное здесь, согласуется с

данными от другой выборки К-гигантов, использованной в работе [160] –  $V_{rot} = (-7 \pm 8)$  км/с.

Таблица 4.2 – Параметры поля скоростей, полученные для ВНВ-звёзд, находящихся дальше 5 кпк от плоскости диска, с введением параметра наклона эллипсоида скоростей  $\alpha_0$ . Указаны оптимальные значения параметров («Опт») и их погрешности («Неопр»)

Значения	Опт	Неопр
$\sigma_r$ , км/с	112,5	1,6
$\sigma_\theta$ , км/с	78,9	1,6
$\sigma_\varphi$ , км/с	77,9	1,9
$U_0$ , км/с	-7,3	1,8
$V_0$ , км/с	-240,6	3,9
$W_0$ , км/с	-5,5	1,9
$p$	1,052	1,018
$R_0$ , кпк	8,70	0,74
$\alpha_0$	1,172	0,080
$\sigma$ , км/с	157,9	1,7
$\beta$	0,515	0,023

#### 4.2.1.3 Дисперсии скоростей – сравнение со звёздами типа RR Лиры

Несмотря на практически одинаковый эволюционный статус, ВНВ-звёзды и переменные типа RR Лиры демонстрируют сильное кинематическое различие – у звёзд типа RR Лиры дисперсии скоростей заметно больше, чем у ВНВ-звёзд. Например, в интервале расстояний до центра Галактики 3-10 кпк полная дисперсия скоростей у звёзд типа RR Лиры  $\sigma = (208 \pm 4)$  км/с, а у ВНВ-звёзд  $\sigma = (167 \pm 4)$  км/с. Радиальная дисперсия скоростей у звёзд типа RR Лиры  $\sigma_r = (168 \pm 5)$  км/с, а у ВНВ-звёзд  $\sigma_r = (121 \pm 3)$  км/с. Отличия присутствуют и в параметре анизотропии – орбиты звёзд типа RR лиры более вытянуты – у них  $\beta =$

$(0,71 \pm 0,03)$  – чем у ВНВ-звёзд, для выборки которых  $\beta = (0,55 \pm 0,03)$ . Не менее заметные отличия имеются и в профилях изменения кинематических параметров с расстоянием до центра Галактики.

Таблица 4.3 – Параметры поля скоростей, полученные для ВНВ-звёзд, находящихся дальше 5 кпк от плоскости диска. В набор определяемых параметров включена скорость вращения всей выборки  $V_{rot}$ . Указаны оптимальные значения параметров («Опт») и их погрешности («Неопр»)

Значения	Опт	Неопр
$\sigma_r$ , км/с	112,3	1,7
$\sigma_\theta$ , км/с	79,5	1,6
$\sigma_\varphi$ , км/с	77,4	1,7
$U_0$ , км/с	-7,1	1,9
$V_0$ , км/с	-240,6	4,2
$W_0$ , км/с	-5,5	1,9
$p$	1,053	0,020
$R_0$ , кпк	8,18	0,41
$V_{rot}$ , км/с	1,6	2,1
$\sigma$ , км/с	157,9	1,7
$\beta$	0,512	0,024

#### 4.2.2 Изменение параметров с удалением от центра Галактики

Для построения профилей зависимостей кинематических параметров с удалением от центра Галактики выборка была разбита по бинам расстояний размером 2 кпк, на больших удалениях бины брались шире. В каждом бине полученные значения параметров приписывались расстоянию, равному выборочному среднему расстоянию всех звёзд, входящих в данный бин,

погрешность этого расстояния оценивалась среднеквадратичным отклонением расстояний звёзд от среднего. Профили строились для трёх вариантов:

- фиксированные значения параметров  $U_0$ ,  $V_0$ ,  $W_0$ , полученные по всей выборке – данные о полученных значениях представлены в Таблице 4.4;
- свободный параметр  $V_0$  – данные о значениях имеются в Таблице 4.5;
- свободные параметры  $U_0$ ,  $V_0$ ,  $W_0$  – данные о значениях имеются в Таблице 4.6.

На Рисунке 4.1 приведены профили радиальной  $\sigma_r$  и полной  $\sigma$  дисперсий скоростей, на Рисунке 4.2 – параметра анизотропии  $\beta$ , на Рисунке 4.3 – коэффициента шкалы расстояний  $p$ .

На Рисунке 4.4 сравнены профили  $V_0$  для популяций звёзд типа RR Лиры и ВНВ-звёзд, на Рисунке 4.5 – профили радиальной дисперсии скоростей  $\sigma$  и на Рисунке 4.6 – профили параметра анизотропии  $\beta$ . В отличие от исследования кинематики звёзд типа RR Лиры здесь не ставилась задача построения профиля скорости вращения – из Рисунка 4.4 видно, что  $V_0$  на всех расстояниях до центра Галактики остаётся близким по модулю к  $V_{LSR} + V_{pec \odot}$  – значит, популяция ВНВ-звёзд практически не вращается, что и было установлено при определении скорости вращения всей выборки. По этой причине, например, по ВНВ-звёздам не получается выделить чётко отличающиеся по кинематике внутреннее и внешнее гало.

Пока не ясны причины такого заметного различия в кинематике переменных звёзд типа RR Лиры и ВНВ-звёзд. Одним из возможных объяснений является не учёт объектов, движение которых сильно отличается от большинства используемых здесь звёзд, и эти объекты могли внести погрешности в определение параметров. Тем не менее можно чётко сказать, что это расхождение демонстрирует действительно сложное и неоднородное строение гало нашей Галактики.



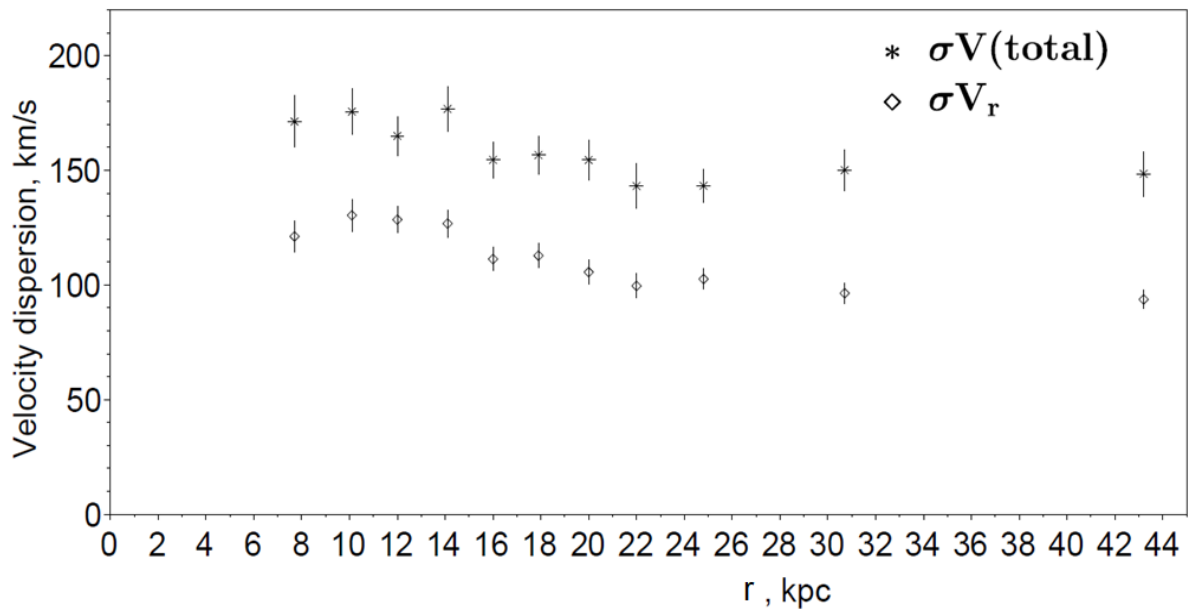


Рисунок 4.1 – Изменение радиальной  $\sigma_r$  и полной  $\sigma$  дисперсии скоростей с расстоянием от центра Галактики выборки ВНВ-звезд

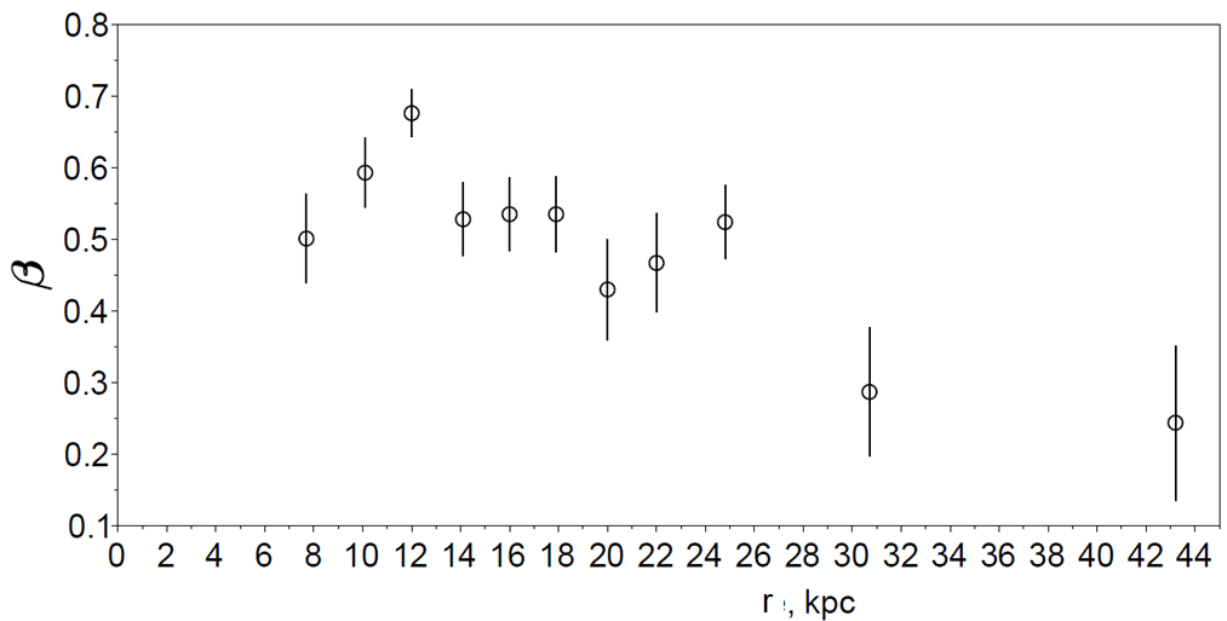


Рисунок 4.2 – Изменение параметра анизотропии  $\beta$  с расстоянием от центра Галактики выборки ВНВ-звезд

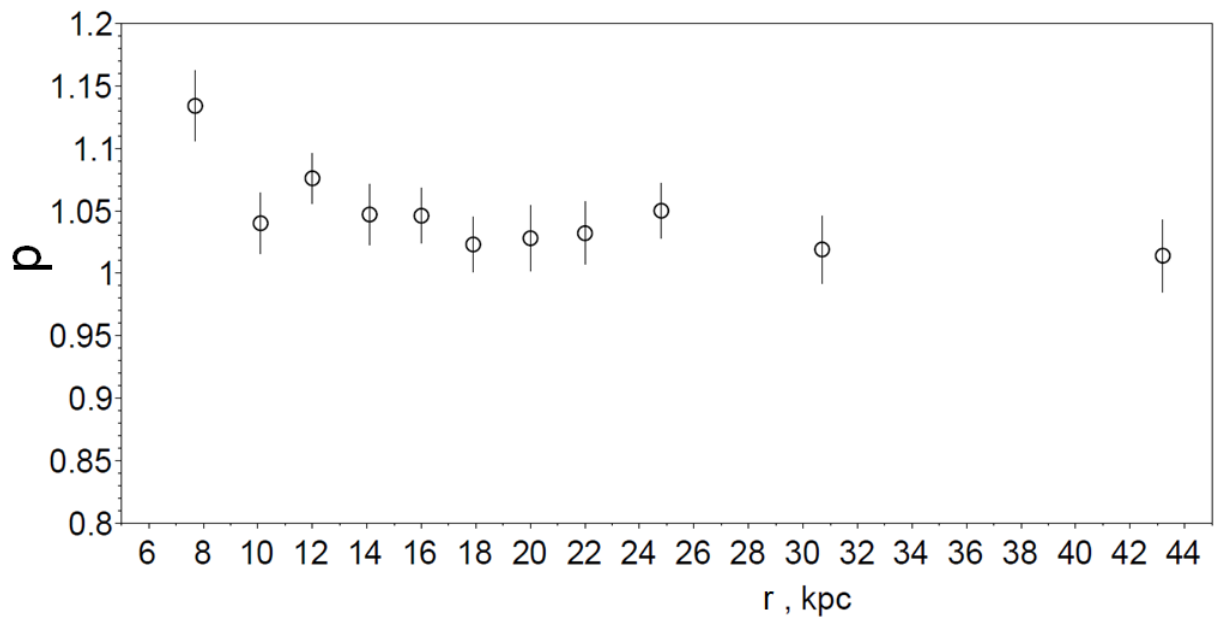


Рисунок 4.3 – Изменение коэффициента шкалы расстояния  $\rho$  с расстоянием от центра Галактики выборки ВНВ-звёзд

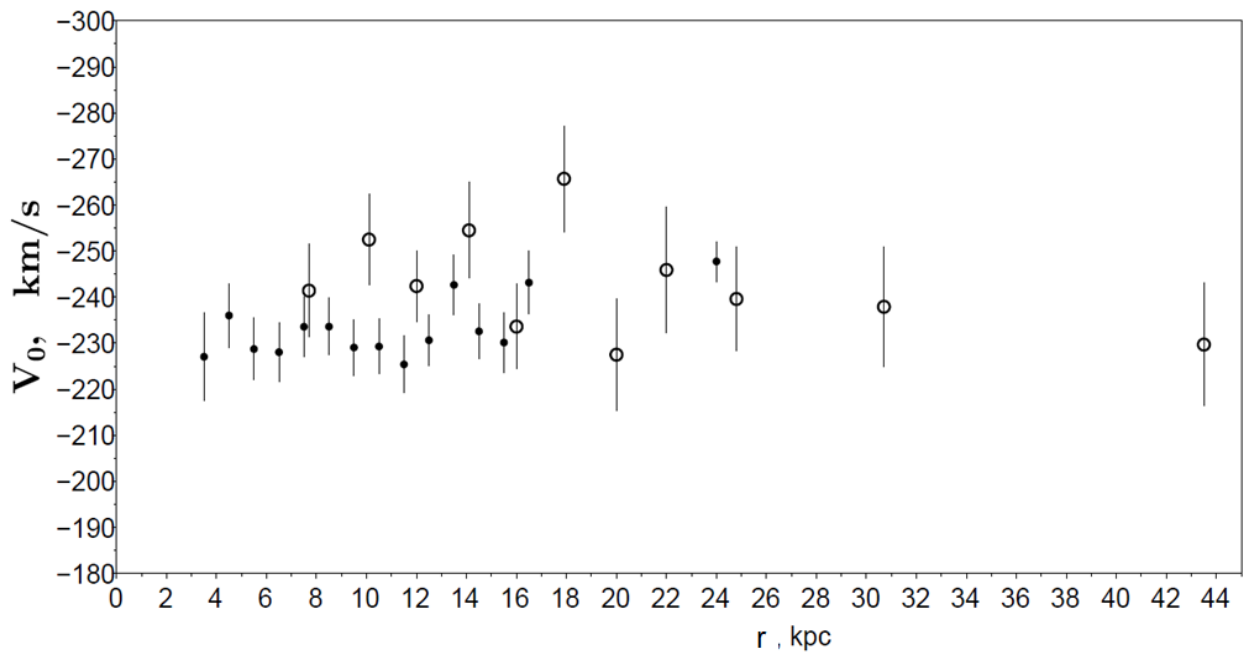


Рисунок 4.4 – Изменение параметра  $V_0$  с расстоянием до центра Галактики у переменных звёзд типа RR Лиры (белые кружки) и ВНВ-звёзд (чёрные кружки)

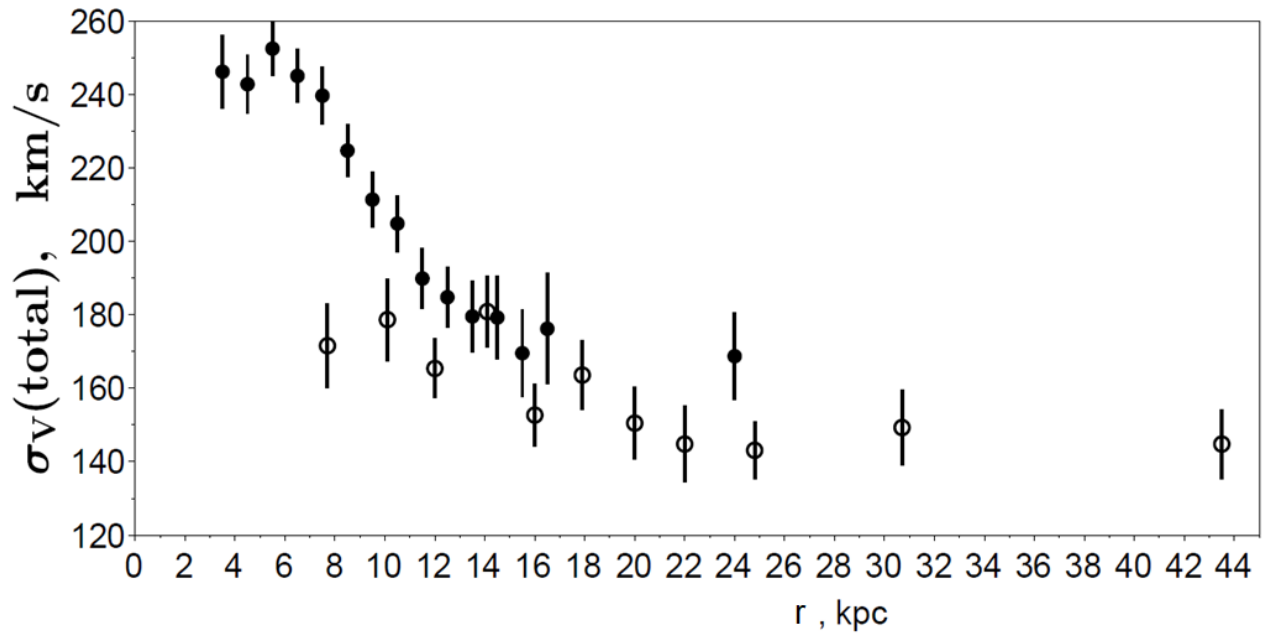


Рисунок 4.5 – Изменение полной дисперсии скоростей  $\sigma$  с расстоянием до центра Галактики у переменных звезд типа RR Лиры (белые кружки) и VHB-звезд (чёрные кружки)

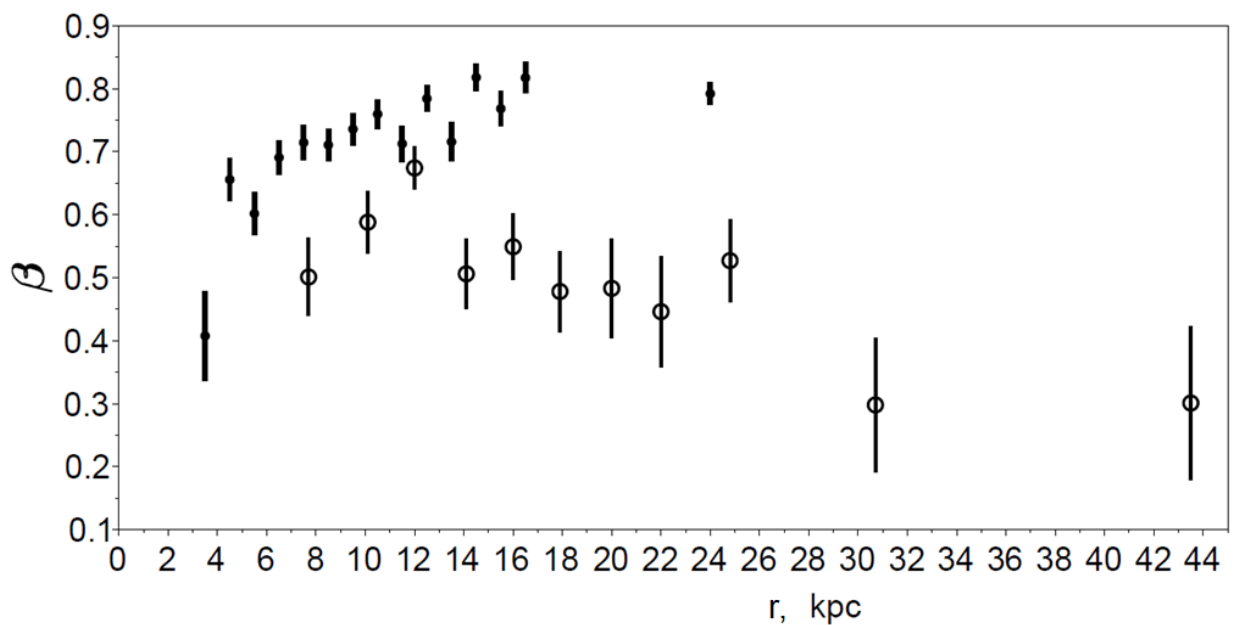


Рисунок 4.6 – Изменение параметра анизотропии  $\beta$  с расстоянием до центра Галактики у переменных звезд типа RR Лиры (белые кружки) и VHB-звезд (чёрные кружки)

### 4.3 Выводы по Главе 4

Впервые была решена задача определения расстояния от Солнца (принадлежащего дисковой составляющей) до центра Галактики по звёздам поля из периферии совершенно другой – сферической – составляющей в ходе анализа кинематики гало по звёздам голубой горизонтальной ветви. Полученное значение  $R_0 = (8,23 - 9,00)$  кпк вполне соответствует результатам анализа кинематики диска [34, 47, 87], а также центральных областей Галактики [151-153].

Введением дополнительных величин в набор определяемых параметров выборки было установлено, что одна из осей эллипсоида скоростей практически не отклоняется от направления на центр Галактики, а также популяция звёзд голубой горизонтальной ветви практически не вращается – это было подтверждено построенным графиком зависимости компоненты  $V_0$  скорости всей выборки относительно Солнца.

В отличие от переменных звёзд типа RR Лиры кинематические свойства выборки ВНВ-звёзд достаточно однородны, и невозможно по ним выделить внутреннее и внешнее гало. Различия есть и в дисперсии скоростей –  $\sigma$  и  $\sigma_r$  у ВНВ-звёзд на 40 км/с меньше, чем у звёзд типа RR Лиры, распределение остаточных скоростей у ВНВ-звёзд ближе к изотропному, чем у их переменных собратьев.

Данные расхождения, хотя и не имеют за собой чётких объяснений, но однозначно свидетельствуют о сложном строении гало Галактики. Много в нём ещё предстоит исследовать.

Таблица 4.4 – Кинематические параметры частей выборки ВНВ-звёзд из бинов расстояний, полученные при фиксированных значениях параметров  $U_0$ ,  $V_0$ ,  $W_0$  (см. Таблицу 4.1). Указано число звёзд  $N$  в каждом бине и выборочное среднее их расстояний до центра Галактики  $\langle r \rangle$

Бин $r$ , кпк	$N$	$\langle r \rangle$ , кпк	$\sigma_r$ , км/с	$\sigma$ , км/с	$\beta$	$P$
5-9	181	7,7	121,2±6,9	171,3±11,3	0,501±0,062	1,134±0,028
9-11	194	10,1	130,4±6,9	175,6±9,9	0,593±0,048	1,040±0,024
11-13	258	12,0	128,5±5,8	165,0±8,4	0,676±0,033	1,076±0,020
13-15	244	14,1	126,8±5,9	176,8±9,6	0,528±0,051	1,047±0,024
15-17	246	16,0	111,3±5,1	154,6±7,8	0,535±0,051	1,046±0,022
17-19	241	17,9	112,8±5,3	156,7±8,3	0,535±0,052	1,023±0,022
19-21	209	20,0	105,6±5,3	154,5±8,8	0,430±0,070	1,028±0,026
21-23	187	22,0	99,6±5,3	143,2±9,6	0,467±0,069	1,032±0,025
23-27	282	24,8	102,6±4,4	143,3±7,1	0,524±0,051	1,050±0,022
27-35	239	30,7	96,4±4,6	150,1±8,9	0,287±0,090	1,019±0,027
35-60	301	43,2	93,7±4,0	148,5±9,8	0,244±0,108	1,014±0,029

Таблица 4.5 – Кинематические параметры частей выборки ВНВ-звёзд из бинов расстояний, полученные при фиксированных  $U_0$ ,  $W_0$

Бин $r$ , кпк	$N$	$\langle r \rangle$ , кпк	$\sigma_r$ , км/с	$\sigma$ , км/с	$V_0$ , км/с
5-9	181	7,7	118,8±7,0	164,7±11,3	-237,7±9,6
9-11	194	10,1	134,8±7,5	182,6±11,6	-249,0±10,2
11-13	258	12,0	125,8±5,9	165,3±8,6	-240,8±7,9
13-15	244	14,1	127,6±6,2	174,7±9,8	-251,1±9,9
15-17	246	16,0	117,9±5,4	164,0±8,9	-240,6±9,6
17-19	241	17,9	115,4±5,5	164,7±9,4	-254,4±11,2
19-21	209	20,0	105,6±5,3	152,0±9,9	-244,7±13,3
21-23	187	22,0	102,0±5,2	148,1±9,2	-227,8±13,1
23-27	282	24,8	101,0±4,4	145,2±7,4	-249,9±11,6
27-35	239	30,7	102,0±4,6	149,8±8,5	-232,0±12,5
35-60	301	43,2	92,2±3,8	148,2±9,6	-231,4±12,6
Бин $r$ , кпк	$N$	$\langle r \rangle$ , кпк	$\beta$	$P$	
5-9	181	7,7	0,539±0,057	1,160±0,041	
9-11	194	10,1	0,583±0,052	1,038±0,037	
11-13	258	12,0	0,637±0,038	1,118±0,033	
13-15	244	14,1	0,563±0,050	1,035±0,038	
15-17	246	16,0	0,533±0,052	1,071±0,042	
17-19	241	17,9	0,481±0,065	1,005±0,045	
19-21	209	20,0	0,464±0,078	1,024±0,057	
21-23	187	22,0	0,446±0,078	1,133±0,067	
23-27	282	24,8	0,467±0,065	1,030±0,051	
27-35	239	30,7	0,422±0,085	1,092±0,063	
35-60	301	43,2	0,209±0,130	1,097±0,067	

Таблица 4.6 – Кинематические параметры частей выборки ВНВ-звёзд из бинов расстояний,  $U_0$ ,  $V_0$ ,  $W_0$  не фиксированы

Бин $r$ , кпк	$N$	$\langle r \rangle$ , кпк	$\sigma_r$ , км/с	$\sigma$ , км/с	$U_0$ , км/с	$V_0$ , км/с	$W_0$ , км/с
5-9	181	7,7	119,9±7,2	166,4±11,0	-0,9±6,9	-241,6±10,1	-14,6±7,6
9-11	194	10,1	133,9±7,5	180,9±11,7	-15,1±7,2	-247,4±10,3	-18,1±8,0
11-13	258	12,0	126,0±5,9	165,3±8,3	-8,5±5,5	-240,9±8,1	+5,2±5,9
13-15	244	14,1	127,2±6,2	173,9±9,9	-5,7±6,2	-251,7±10,0	+2,7±6,6
15-17	246	16,0	117,8±5,4	164,2±8,4	1,6±5,7	-242,5±9,6	-8,1±5,9
17-19	241	17,9	114,9±5,5	163,9±9,3	-4,2±6,0	-253,6±11,1	+6,0±6,3
19-21	209	20,0	105,7±5,3	152,1±9,7	-2,4±6,1	-245,2±13,4	+0,1±6,3
21-23	187	22,0	102,2±5,3	148,9±9,6	+2,4±6,1	-230,5±13,2	-10,8±6,3
23-27	282	24,8	100,7±4,5	145,0±8,1	-5,0±5,2	-251,3±11,4	-19,0±5,3
27-35	239	30,7	101,8±4,6	150,9±9,8	-11,5±5,7	-235,4±12,9	-14,9±6,0
35-60	301	43,2	92,4±3,9	144,2±9,7	-36,1±6,1	-229,5±13,4	-7,4±6,0
Бин $r$ , кпк	$N$	$\langle r \rangle$ , кпк	$\beta$	$P$			
5-9	181	7,7	0,537±0,057	1,146±0,043			
9-11	194	10,1	0,587±0,052	1,049±0,038			
11-13	258	12,0	0,639±0,038	1,114±0,033			
13-15	244	14,1	0,566±0,050	1,029±0,038			
15-17	246	16,0	0,528±0,053	1,062±0,041			
17-19	241	17,9	0,483±0,065	1,009±0,045			
19-21	209	20,0	0,465±0,084	1,020±0,058			
21-23	187	22,0	0,438±0,089	1,117±0,066			
23-27	282	24,8	0,463±0,072	1,024±0,050			
27-35	239	30,7	0,401±0,089	1,074±0,064			
35-60	301	43,2	0,282±0,130	1,115±0,074			

## Глава 5. Звёздная динамика

Величина, обращающаяся в бесконечность – это один из признаков того, что физическая теория не способна вполне адекватно описать некоторое явление, количественной характеристикой которого эта величина является. Казалось бы, то же самое касается и расчёта эффекта от взаимных сближений в звёздных системах. Но само по себе это явление достаточно простое, и вряд ли в классической звёздной динамике отсутствуют способы его адекватного описания. Отсутствие логарифмической расходимости по максимальному значению прицельного параметра при учёте кумулятивного эффекта звёздных сближений было показано ранее Кандрупом [161-162], однако используемый им подход, опирающийся на статистическое описание случайного процесса изменения скорости пробной звезды, был довольно громоздким и, к сожалению, не нашёл своего отражения в последующих работах, посвящённых описанию иррегулярных сил в рамках звёздной динамики. В данной работе та же самая задача решается гораздо более простым, интуитивно прозрачным и изящным способом.

При написании данной Главы диссертации использована работа [163], выполненная автором диссертации совместно с коллегами, в которой, согласно Положению о присуждении учёных степеней МГУ, отражены методы, основные результаты, положения и выводы исследования.

### 5.1 Множитель Агекияна

Т.А. Агемян [77, 86] использовал вероятностный подход к исследованию звёздных сближений и путём весьма сложных аналитических вычислений впервые получил выражение для плотности вероятности  $\Phi(V^2, h)$ , соответствующее изменению квадрата скорости пробной звезды за счёт звёздных сближений от значения  $V^2$  на величину  $\Delta V^2$  такую, что  $h = \frac{\Delta V^2}{V^2}$ . Но при этом оказалось, что при малых значениях  $h$   $\Phi(V^2, h) \propto |h|^{-3}$  снова возникла расходимость. Отметим, что



малые значения  $h$ , то есть малые изменения скорости соответствуют далёким звёздным сближениям, которые считать парными и завершёнными уже нельзя. Для учёта кратности звёздных сближений Т.А. Агекияном был введён множитель  $\lambda$ , дополнительно уменьшающий воздействие далёких сближений.

Физический смысл его довольно простой. Рассмотрим звёзды (для упрощения будем считать их массы одинаковыми), находящиеся в сферическом слое с радиусом и толщиной  $[p, p + dp]$  от пробной звезды. Пусть  $dN$  – число этих звёзд. Все  $dN$  звёзд, находящиеся на примерно одинаковом расстоянии от пробной, действуют на неё с силами, примерно равными по модулю, но различающимися по направлению. В результате суммарная сила, действующая на пробную звезду, должна представлять собой векторную сумму  $\delta\vec{F} = \sum_{i=1}^{dN} \vec{F}_i$  и быть по модулю заметно меньше, чем каждая из индивидуальных сил  $\vec{F}_i$  (см. Рисунок 5.1 слева). Поскольку пробная звезда одновременно взаимодействует со всеми звёздами этого слоя, то при таком кратном «сближении» с большим прицельным параметром эффективная сила будет действительно существенно меньше, чем в случае парного сближения (см. Рисунок 5.1 справа).

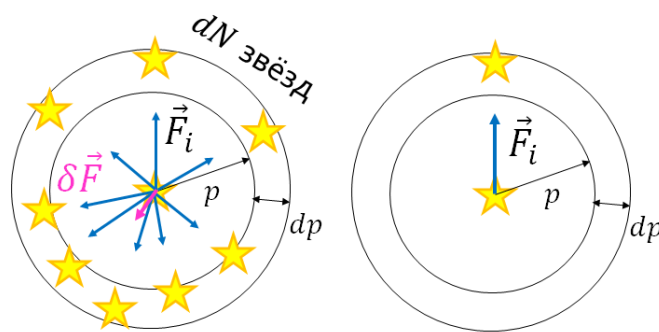


Рисунок 5.1 – К объяснению множителя кратности Агекияна  $\lambda$

Если бы кратное сближение было бы заменено несколькими парными, то фактически вместо реальной векторной суммы сил рассматривалась бы просто арифметическая сумма их модулей  $\sum_{i=1}^{dN} |\vec{F}_i|$ . Поэтому Т.А. Агекиян решил ввести множитель кратности сближений, записываемый в простом и очевидном виде:

$$\lambda = \frac{|\delta \vec{F}|}{\sum_{i=1}^{dN} |\vec{F}_i|} \quad (5.1)$$

Если разделить числитель и знаменатель на число звёзд в сферическом слое  $dN$ , то можно получить ещё один эквивалентный смысл этого множителя:

$$\lambda = \frac{dF_N}{dF_2}, \quad (5.2)$$

где  $dF_N$  – модуль среднего вклада от одной звезды при кратном сближении, а  $dF_2$  – при парном. Таким образом, при кратных сближениях звёзды поля в среднем воздействуют на пробную звезду гораздо слабее, чем если бы сближения были парными, и множитель Агекияна показывает величину этого ослабления.

Множитель Агекияна зависит от расстояния до звёзд  $p$ , действующих на пробную. Ясно, что в однородной звёздной системе чем больше это расстояние, тем более заметной становится эта однородность, а вклад от отдельной звезды  $dF_N$  уменьшается.

Для вывода конкретного выражения для множителя кратности Т.А. Агемян применил ту же самую методику, что и Хольцмарк для вывода выражения для плотности вероятности случайной силы, действующей на пробную звезду со стороны всех остальных звёзд поля в бесконечной однородной статической среде [80]. Множитель Агекияна как функция числа звёзд  $N$ , находящихся не далее некоторого расстояния от пробной звезды, имеет вид:

$$\lambda(N) = \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{x - \sin x}{x^3} \cdot \exp(-aNx^{1.5}) dx, \quad (5.3)$$

Где параметр  $a = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{2\pi}$ .

Пусть  $\nu$  – концентрация звёзд в однородной системе. Тогда среднее число звёзд, находящихся не далее некоторого расстояния  $p$  от пробной звезды,  $N = \frac{4}{3}\pi p^3 \cdot \nu$ , и множитель Агекияна можно равным образом представить как функцию прицельного параметра сближения  $p$ :

$$\lambda(p) = \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{x - \sin x}{x^3} \cdot \exp\left(-\frac{4}{3}\pi p^3 \nu a N x^{1.5}\right) dx \quad (5.4)$$

Справедлива следующая асимптотика:

$$\lambda(p) \sim \frac{4^{1/3} \Gamma(\frac{2}{3})}{3^{4/3} \pi (av)^{2/3}} \cdot p^{-2} \text{ при } p \rightarrow \infty \quad (5.5)$$

На Рисунке 5.2 изображена зависимость множителя Агекияна от расстояния  $p' = p/\bar{d}$ , выраженного в единицах среднего расстояния между звёздами, которое при концентрации  $\nu$  равно  $\bar{d} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{-1/3} \Gamma\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \nu^{-1/3} \approx 0,554 \cdot \nu^{-1/3}$ . Видно, что уже на расстоянии  $p' = 2$  множитель Агекияна уменьшается довольно заметно, в 10 раз, так что предложение Вильямсона, Чандрасекара и некоторых других специалистов в области звёздной динамики по выбору среднего межзвёздного расстояния  $\bar{d}$  в качестве максимального значения прицельного параметра вполне оправдано.

Интеграл, входящий в выражение для множителя Агекияна, не выражается в элементарных функциях, однако можно сделать его кусочно-непрерывную аппроксимацию. Для этого удобно сделать замену переменной  $n = \left(\frac{N}{N_0}\right)^{2/3}$ , где  $N_0 \approx 0,7122$  – математическое ожидание числа звёзд, попадающих внутри сферы с центром в пробной звезде и радиусом, равном среднему расстоянию между звёздами  $\bar{d}$ . С точностью порядка 2-3% была найдена следующая удачная аппроксимация:

$$\lambda(n) = \begin{cases} A \cdot \exp(-B \cdot n^C) + D, & n \leq 1 \\ E \cdot n^{-1}, & n > 1 \end{cases}, \quad (5.6)$$

где на уровне значимости 95% значения параметров получились равными  $A \approx 0,863 \pm 0,001$ ,  $B \approx 2,282 \pm 0,002$ ,  $C \approx 0,9240 \pm 0,0005$ ,  $D \approx 0,141 \pm 0,002$ ,  $E \approx 0,235 \pm 0,001$ . Графики аппроксимации приведены на Рисунке 5.3.

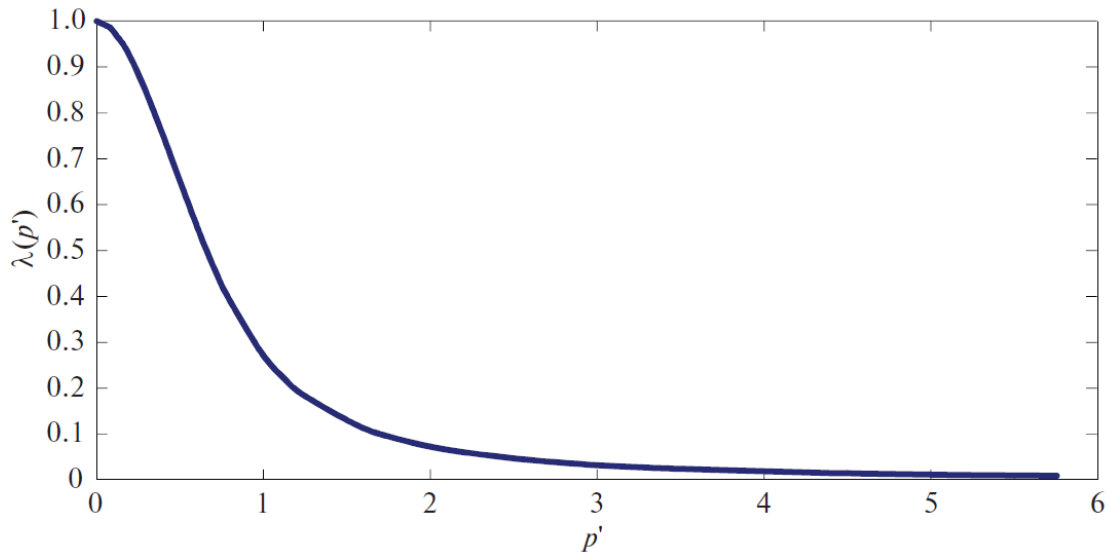


Рисунок 5.2 – Зависимость множителя Агекияна от расстояния  $p$ , выраженного в единицах среднего расстояния между звёздами,  $p' = p/\bar{d}$

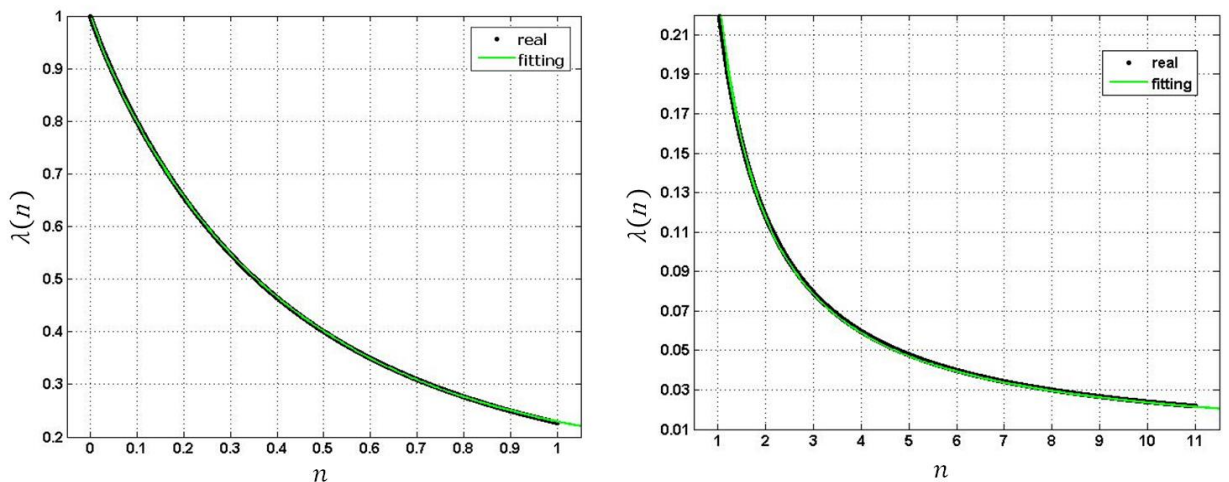


Рисунок 5.3 – Численные аппроксимации множителя Агекияна на интервалах  $p' = p/\bar{d}$   $[0,1]$  (слева) и  $[1,11]$  (справа)

## 5.2 Два подхода к описанию влияния иррегулярных сил

Напомним, что звёздные системы с большим числом объектов могут описываться только на языке статистики. Состояние звёздной системы обычно характеризуют одночастичной функцией распределения фазовой плотности  $f(t; \vec{r}, \vec{v})$ , имеющей следующий смысл:  $f(t; \vec{r}, \vec{v})d^3rd^3v$  – это число звёзд, занимающих элемент пространственного объёма  $d^3r$ , концы векторов скоростей

которых занимают элемент объёма  $d^3v$  пространства скоростей, «посаженный» на вектор  $\vec{v}$ . При учёте только регулярных сил эволюция фазовой плотности звёздной системы будет количественно описываться кинетическим уравнением Больцмана (master equation). Если же учесть влияние иррегулярных сил, то в этом уравнении появится член, называемый интегралом столкновений, который, строго говоря, опирается на N-частичную функцию распределения и выражается через двухчастичную функцию распределения  $f_2(t; \vec{r}_1, \vec{v}_1; \vec{r}_2, \vec{v}_2)$ . Для упрощения обычно интеграл столкновений приближённо выражается через одночастичную функцию фазовой плотности  $f(t; \vec{r}, \vec{v})$ , при этом существуют два подхода к выражению интеграла столкновений:

- запись интеграла столкновений через коэффициенты диффузии – величины, описывающие результирующее кумулятивное воздействие коэффициентов диффузии на параметры движения; этот подход приводит к уравнению Фоккера-Планка, описывающему процесс диффузии в пространстве скоростей;
- если известна вероятность изменения скорости звезды на заданную величину за единицу времени за счёт сближений, то интеграл столкновений вычисляется через эту вероятность и приводит к интегральному уравнению Колмогорова-Феллера.

Отсутствие реальной логарифмической расходимости коэффициентов диффузии, используемых в приближении Фоккера-Планка, появившейся за счёт далёких сближений, было впервые доказано ещё в работах Кандрупа [161, 162]. В работе [161] был сделан качественный вывод, что силы, действующие на пробную звезду со стороны далёких звёзд, должны эффективно компенсировать друг друга; в работе [162] рассматривалась локально однородная звёздная среда, и поле иррегулярных сил было описано количественно в рамках весьма сложного статистического подхода к случайным изменениям скорости. Именно при этих расчётах было отмечено отсутствие расходимости.

Т.А. Агекян, введя вероятность звёздного сближения с заданным изменением скорости, первым смог записать столкновительный член в интегральной форме

Колмогорова-Феллера. В расчёте плотности вероятности  $\Phi(V^2, h)$ , соответствующей изменению квадрата скорости пробной звезды со значения  $V^2$  на величину  $\Delta V^2 = hV^2$  нужно учитывать сближения, происходящие при всех возможных значениях прицельного параметра  $p$ . Если учитывать кратность сближений, то расчёты будут намного сложнее, потому что множитель  $\lambda$  также меняется с  $p$ . Для упрощения расчётов, скорее, даже для их принципиальной возможности Т.А. Агекян применил теорему о среднем, и оценил плотность вероятности изменения энергии с учётом кратных сближений следующим образом:

$$\tilde{\Phi}(V^2, h) = \lambda(\bar{p}) \cdot \Phi(V^2, h), \quad (5.7)$$

где  $\bar{p}$  – характерное среднее значение прицельного параметра, при котором  $\Delta V^2/V^2$  в среднем равно  $h$ . В итоге при малых  $|h|$  расходимость ослабла и могла быть описана асимптотикой  $\tilde{\Phi}(V^2, h) \propto |h|^{-1}$ .

В данной работе предложена простая демонстрация устранения классической расходимости без привлечения вероятности изменения скорости, причём выражения для коэффициентов диффузии будут получены прямым интегрированием как в Приложении L.6 монографии Бинни и Тримена [84].

### 5.3 Выражения для коэффициентов диффузии

Рассмотрим парное сближение пробной звезды массы  $m$  со звездой поля массы  $m_f$ , пусть  $p$  – прицельный параметр сближения, а начальная скорость пробной звезды относительно звезды поля равнялась  $\vec{V}'_0$ . В результате завершённого сближения модуль вектора скорости пробной звезды не изменится, но направление движения составит с первоначальным угол  $\psi$ , входящий в выражение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\psi}{2}\right) = \frac{G \cdot (m+m_f)}{p \cdot V_0'^2} \quad (5.8)$$

Сближение считается тесным, если вектор относительной скорости пробной звезды повернулся на заметный угол, например, на  $\psi = 90^\circ$ , это достигается при значении прицельного параметра

$$p_{\perp} = \frac{G \cdot (m + m_f)}{V_0'^2} \quad (5.9)$$

Результат сближения можно представить не только углом рассеяния  $\psi$  (см. Рисунок 5.4 слева), но и составляющими изменения скорости пробной звезды  $\Delta \vec{V}' = \vec{V}' - \vec{V}_0'$  (см. Рисунок 5.4 справа).

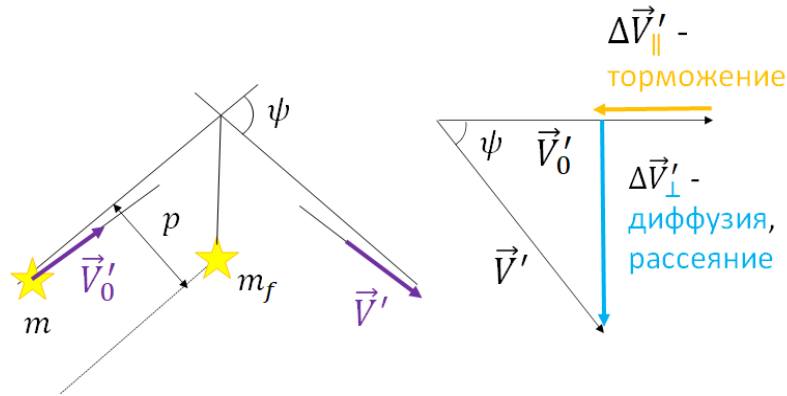


Рисунок 5.4 – Изменения скоростей в результате парного сближения

Составляющая  $\Delta \vec{V}'_{\parallel}$  вдоль изначального направления движения пробной звезды отвечает за её торможение, а составляющая в перпендикулярном направлении  $\Delta \vec{V}'_{\perp}$  – за рассеяние, диффузию потока пробных звёзд, движущихся изначальнo с одинаковыми скоростями в одном направлении. По модулю они равны

$$\begin{cases} \Delta V'_{\perp} = 2V_0 \cdot \frac{pp_{\perp}}{p^2 + p_{\perp}^2} \\ \Delta V'_{\parallel} = -2V_0 \cdot \frac{p_{\perp}^2}{p^2 + p_{\perp}^2} \end{cases} \quad (5.10)$$

Данные выражения получены в системе отсчёта, в которой звезда поля неподвижна. Поскольку на звезду поля действует сила притяжения со стороны пробной звезды, звезда поля движется с ускорением, и связанная с ней система отсчёта является неинерциальной.

Если при рассмотрении сближения пренебречь регулярными силами, то на центр масс системы из этих двух звёзд силы действовать не будут, и он может считаться инерциальной системой отсчёта. Выражения для модулей составляющих

изменения скорости пробной звезды, рассчитанных в системе центра масс, имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta V_{\parallel} = \left( \frac{m_f}{m+m_f} \right) \cdot \Delta V'_{\parallel} \\ \Delta V_{\perp} = \left( \frac{m_f}{m+m_f} \right) \cdot \Delta V'_{\perp} \end{cases} \quad (5.11)$$

За промежуток времени  $dt$  пробная звезда, движущаяся со скоростью  $\vec{V}'_0$  относительно звёзд поля испытывает сближения с разными значениями прицельного параметра. Число сближений, у которых значения прицельного параметра лежат в интервале  $[p, p + dp]$

$$dN(p) = 2\pi p dp \cdot V'_0 dt \cdot \nu \quad (5.12)$$

Каждое сближение можно считать независимым, поэтому за эти  $dN(p)$  сближений компоненты скорости и функции от них изменятся на:

$$\begin{cases} dV_{\parallel}(p) = \Delta V_{\parallel} \cdot dN(p) = \Delta V_{\parallel} \cdot 2\pi p dp \cdot V'_0 dt \cdot \nu \\ dV_{\perp}^2(p) = \Delta V_{\perp}^2 \cdot dN(p) = \Delta V_{\perp}^2 \cdot 2\pi p dp \cdot V'_0 dt \cdot \nu \end{cases} \quad (5.13)$$

Введём вдоль изначального направления движения координатную ось  $x$ , а перпендикулярно ему – ось  $y$ . С помощью II закона Ньютона поясним смысл изменения в единицу времени компонент скорости и функций от них:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{m} \cdot F_x \\ \frac{dV_y^2}{dt} = 2 \cdot V_y \cdot \frac{dV_y}{dt} = \frac{2}{m} \cdot m \frac{dV_y}{dt} \cdot V_y = \frac{2}{m} \cdot F_y \cdot V_y \end{cases} \quad (5.14)$$

Получается, что они пропорциональны составляющим результирующей иррегулярной силы  $\vec{F}$ , действующей на пробную звезду со стороны звёзд поля. Чтобы учесть кратность сближений, эту силу нужно умножить на множитель Агеяна  $\lambda(p)$ , поэтому и выражения для изменений составляющих скорости и функций от них таким же образом изменяются:

$$\begin{cases} dV_{\parallel}(p) = \Delta V_{\parallel} \cdot dN(p) = \lambda(p) \cdot \Delta V_{\parallel} \cdot 2\pi p dp \cdot V'_0 dt \cdot \nu \\ dV_{\perp}^2(p) = \Delta V_{\perp}^2 \cdot dN(p) = \lambda(p) \cdot \Delta V_{\perp}^2 \cdot 2\pi p dp \cdot V'_0 dt \cdot \nu \end{cases} \quad (5.15)$$

Для расчёта суммарного изменения нужно проинтегрировать по всем значениям прицельного параметра. Строго говоря, нужно учесть, что концентрация звёзд поля  $\nu$  соответствует определённому диапазону их скоростей  $[\vec{v}_f; \vec{v}_f + d\vec{v}_f]$ ,



также нужно интегрировать по всем значениям скоростей звёзд поля. Однако дальнейшая процедура ничем не отличается от классического подхода к вычислению коэффициентов диффузии, изложенного в монографии Бинни и Тримена [84] и приводит к тем же самым выражениям, в которую входят потенциалы Розенблата.

Искомые коэффициенты диффузии:

$$\begin{cases} D[V_{\parallel}] = \frac{dV_{\parallel}}{dt} = \int_{p=0}^{+\infty} \frac{dV_{\parallel}(p)}{dt} \\ D[V_{\perp}^2] = \frac{dV_{\perp}^2}{dt} = \int_{p=0}^{+\infty} \frac{dV_{\perp}^2(p)}{dt} \end{cases} \quad (5.16)$$

После некоторых преобразований получим:

$$\begin{cases} D[V_{\parallel}] = v \cdot \frac{2\pi G^2 m_f (m+m_f)}{v_0'^2} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{d(p^2)}{p^2+p_{\perp}^2} \cdot \lambda(p) \\ D[V_{\perp}^2] = v \cdot \frac{4\pi G^2 m_f^2}{v_0'} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{d(p^2)}{(p^2+p_{\perp}^2)^2} \cdot \lambda(p) \end{cases} \quad (5.17)$$

Затем в интегралах была проведена замена переменных с  $p$  на  $n$ , эти переменные связаны простым соотношением  $p^2 = \bar{d}^2 \cdot n$ :

$$\begin{cases} D[V_{\parallel}] = v \cdot \frac{2\pi G^2 m_f (m+m_f)}{v_0'^2} \cdot K^2 \cdot \int_0^{+\infty} \frac{dn}{K^2 n+1} \cdot \lambda(n) \\ D[V_{\perp}^2] = v \cdot \frac{4\pi G^2 m_f^2}{v_0'} \cdot K^4 \cdot \int_0^{+\infty} \frac{ndn}{(K^2 n+1)^2} \cdot \lambda(n) \end{cases}, \quad (5.18)$$

где  $K = \bar{d}/p_{\perp}$  - отношение двух характерных масштабов для звёздных систем. Для солнечной окрестности  $K \sim 10^5$ . В итоге задача сводится к вычислению двух интегралов по безразмерной переменной:

$$\begin{cases} I_1(K) = K^2 \cdot \int_0^{+\infty} \frac{dn}{K^2 n+1} \cdot \lambda(n) \\ I_2(K) = K^4 \cdot \int_0^{+\infty} \frac{ndn}{(K^2 n+1)^2} \cdot \lambda(n) \end{cases} \quad (5.19)$$

Эти интегралы можно разбить на две части – на интеграл от 0 до 1 и от 1 до  $\infty$ . С учётом аппроксимации (5.6) для  $\lambda(n)$  на отрезке  $[1, \infty]$  части интегралов легко берутся аналитически:

$$\begin{cases} K^2 \cdot \int_1^{+\infty} \frac{dn}{K^2 n+1} \cdot E \cdot n^{-1} = E \cdot K^2 \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{K^2}\right) \\ K^4 \cdot \int_1^{+\infty} \frac{ndn}{(K^2 n+1)^2} \cdot E \cdot n^{-1} = E \cdot \frac{K^2}{K^2+1} \end{cases} \quad (5.20)$$

Сходимость интегралов на интервале от 0 до 1 очевидна. Тем не менее, в диссертации мы приведём оценки интегралов, сделанные нами методом численного интегрирования, как и в цитируемой нашей статье, чтобы точно оценить вклад сближений с прицельным параметром от нуля до среднего межзвёздного расстояния, где столь же простой асимптотики, позволяющей вычислить интегралы аналитически, нет.

#### 5.4 Вычисление интегралов

Интегралы (5.19) были рассчитаны численно для широкого диапазона значений параметра  $K$  – от 1 до  $10^5$ .

Для значения  $K = 10^3$  была проведена проверка сходимости – вместо  $+\infty$  в верхних пределах  $I_1(K)$  и  $I_2(K)$  брались разные значения  $n_{max}$ . На Рисунке 5.5 видно, что рост интеграла  $I_1$  прекращается при  $n_{max}$ , равном примерно 3-4, а на Рисунке 5.6, что рост  $I_2$  прекращается при  $n_{max}$ , равном уже 1-2. Таким образом, расходимость в коэффициентах диффузии эффективно устранена, силы притяжения, действующие со стороны звёзд поля, эффективно компенсируются уже на нескольких значениях среднего расстояния между звёздами.

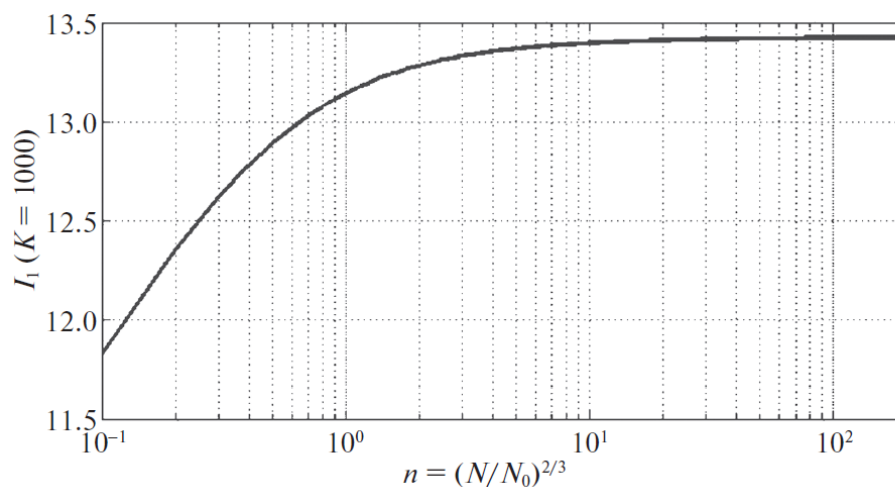


Рисунок 5.5 – График зависимости  $I_1$  от верхнего предела  $n_{max}$  при  $K = 1000$

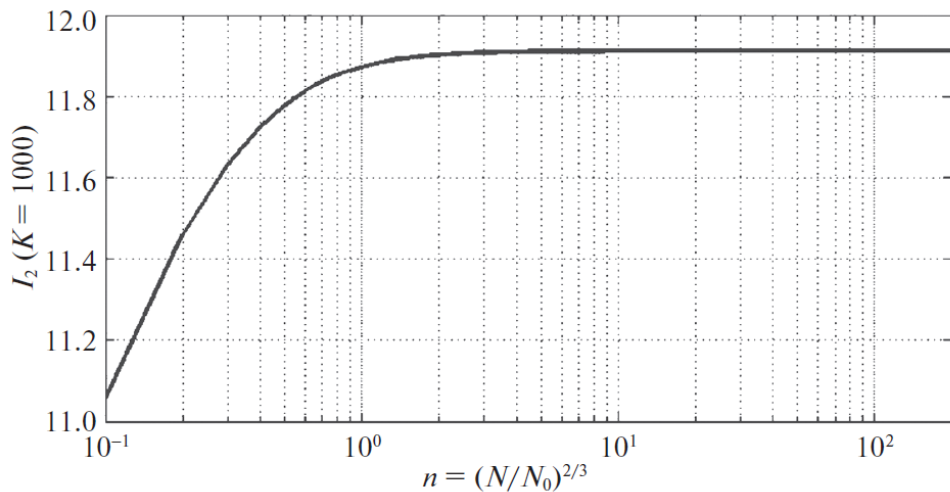


Рисунок 5.6 – График зависимости  $I_2$  от верхнего предела  $n_{max}$  при  $K = 1000$

Также численной аппроксимацией на интервале  $[10, 10^5]$  были получены приближённые аналитические выражения для  $I_1(K)$  и  $I_2(K)$ :

$$\begin{cases} I_1(K) \approx (2,306 \pm 0,010) \lg K^2 - (1,070 \pm 0,030) \\ I_2(K) \approx (2,302 \pm 0,040) \lg K^2 - (2,224 \pm 0,020) \end{cases} \quad (5.21)$$

На Рисунках 5.7 и 5.8 показаны графики зависимости интегралов  $I_1$  и  $I_2$  соответственно от  $K$ , полученных на интервале  $K$  от 10 до  $10^5$ . Точки соответствуют результатам численных расчётов интегралов с постоянным шагом  $\lg K^2$ , сплошные линии – линейной аппроксимации этих расчётов. Доверительные интервалы на уровне значимости 95% настолько малы, что незаметны на графиках.

Полученные приближённые выражения для интегралов можно представить в следующем более простом виде:

$$\begin{cases} I_1(K) \approx 2,003 \ln(K/1,705) \\ I_2(K) \approx 1,999 \ln(K/3,041) \end{cases} \quad (5.22)$$

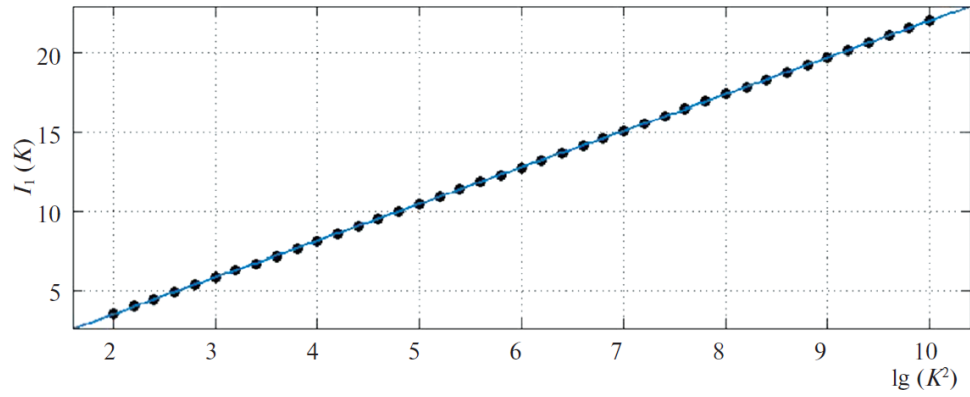


Рисунок 5.7 – Зависимость интеграла  $I_1$  от  $K$ , полученная на интервале  $K$  от  $10$  до  $10^5$

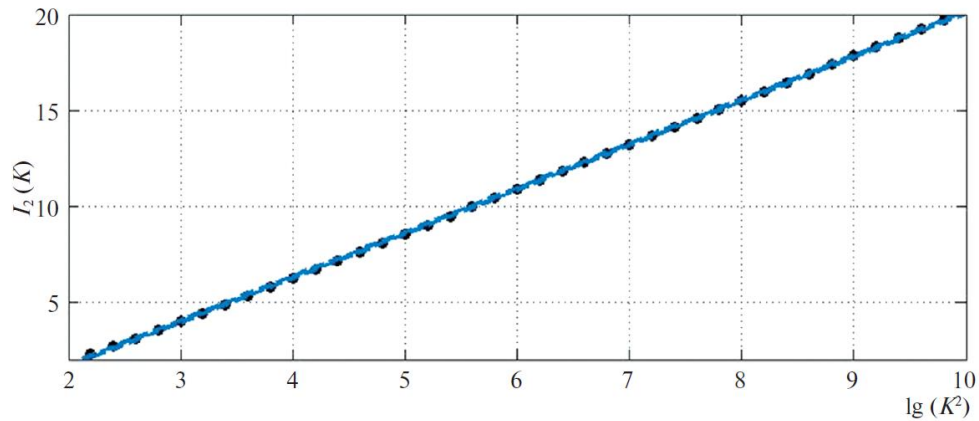


Рисунок 5.8 – Зависимость интеграла  $I_2$  от  $K$ , полученная на интервале  $K$  от  $10$  до  $10^5$

### 5.5 Окончательные выражения для коэффициентов диффузии

При использовании аппроксимационных выражений (5.22) выражения для коэффициентов диффузии принимают вид:

$$\begin{cases} D[V_{\parallel}] \approx 4.006 \cdot \nu \cdot \frac{\pi G^2 m_f (m + m_f)}{v_0'^2} \cdot \ln\left(\frac{\bar{d}}{1.705 \cdot p_{\perp}}\right) \\ D[V_{\perp}^2] \approx 7.998 \cdot \nu \cdot \frac{4\pi G^2 m_f^2}{v_0'^2} \cdot \ln\left(\frac{\bar{d}}{3.041 \cdot p_{\perp}}\right) \end{cases} \quad (5.23)$$

Сравним их с выражениями, получаемые при расчёте коэффициентов диффузии с учётом только парных сближений при верхнем пределе интегрирования, равном среднему расстоянию между звёздами  $\bar{d}$ :

$$\begin{cases} D[V_{\parallel}] \approx 4 \cdot \nu \cdot \frac{\pi G^2 m_f (m+m_f)}{V_0'^2} \cdot \ln\left(\frac{\bar{d}}{1 \cdot p_{\perp}}\right) \\ D[V_{\perp}^2] \approx 8 \cdot \nu \cdot \frac{4\pi G^2 m_f^2}{V_0'^2} \cdot \ln\left(\frac{\bar{d}}{\sqrt{e} \cdot p_{\perp}}\right) \end{cases} \quad (5.24)$$

Аргументы логарифмов различаются в обоих выражениях в 1,7-1,8 раза – сами логарифмы будут иметь относительное различие, составляющее примерно 0,58 – разница для расчёта коэффициентов диффузии совершенно несущественная. Также отродно видеть, что числовые коэффициенты, стоящие перед концентрацией в численных аппроксимациях (5.23) практически совпадают с соответствующими коэффициентами в выражениях с отсечкой по прицельному параметру (5.24). Это наводит уверенность, что различия между коэффициентами связаны только с вычислительной точностью, и при её повышении оно будет меньше.

Расчёты, проведённые в данной работе, также свидетельствуют в пользу выбора среднего расстояния между звёздами, а не характерного размера звёздной системы в качестве верхнего предела интегрирования по прицельному параметру для расчёта коэффициентов диффузии, что было предложено Вильямсоном и Чандрасекаром. Получается, что сближения с  $p \leq \bar{d}/1,705 \approx 0,59\bar{d}$  можно вполне рассматривать как парные и завершённые, а с  $p > (2 - 3)\bar{d}$  – не вносящие никакого вклада в иррегулярные силы. Сам логарифмический множитель входит в выражения для коэффициентов диффузии уже не как результат искусственной отсечки по большим прицельным параметрам, а совершенно естественным образом и отражает наличие в однородной системе двух независимых пространственных масштабов: прицельного параметра тесного сближения  $p_{\perp}$ , характеризующего динамическое состояние звёздного поля, и среднего расстояния между звёздами  $\bar{d}$ , характеризующего только пространственное распределение звёзд.

Примерно к таким же выводам пришёл Кандруп в своей работе [162], однако он провёл соответствующие расчёты для локально-однородной среды намного более сложным способом – с применением плотности вероятности для изменения скоростей из-за случайной силы.

Можно также отметить, что полученные здесь результаты справедливы и для неоднородных звёздных систем, в которых характерные масштабы неоднородности превышают несколько средних расстояний между звёздами.

## 5.6 Выводы по Главе 5

С использованием подхода Т.А. Агеяна [77, 86] учёта кратности далёких звёздных сближений получено простое, прозрачное и изящное решение одной из важнейших проблем звёздной динамики, относящейся к её физическим основаниям – устранение классической логарифмической расходимости коэффициентов диффузии, количественно описывающих кумулятивный (суммарный) эффект от звёздных сближений. При этом, в отличие от работ Кандрупа [161-162], использовался намного более простой метод расчёта без привлечения сложных статистических вычислений.

Хотя аналитически эти интегралы взять нельзя, с применением современных математических пакетов вполне возможно получить численную аппроксимацию как для множителя Агеяна, так и для самих коэффициентов диффузии. В результате этой аппроксимации было установлено, что интегралы сходятся довольно быстро – уже на 2-4 средних расстояниях между звёздами. Путём замены переменной было получено, что они зависят от отношения двух характерных масштабов звёздной системы – среднего расстояния между звёздами и прицельного параметра тесного сближения.

Соответствующие окончательные выражения для коэффициентов диффузии практически не отличаются от соответствующих традиционному варианту расходимости – отсечке сближений с прицельными параметрами, превышающими среднее расстояние между звёздами, предложенной Вильямсоном и Чандрасекаром [79]. Однако здесь логарифмический множитель появляется совершенно естественным образом и уже никак не связан с расходимостью на больших значениях прицельного параметра, что обосновывает адекватность расчёта коэффициентов диффузии в неоднородных системах.

## Заключение

В диссертационной работе приводятся результаты исследования кинематики галактических подсистем – тонкого диска на основе данных о 131 мазерах и гало – на основе данных о 9255 переменных звёзд типа RR Лиры и 2582 звёзд голубой горизонтальной ветви, а также даётся решение одной из важнейших проблем звёздной динамики – устранения классической логарифмической расходимости. В диссертации получены следующие результаты:

1. Впервые реализован алгоритм самого полного варианта метода статистических параллаксов, используемого для анализа поля пространственных скоростей, включающего дифференциальное вращение диска и некруговые движения, отражающие влияние спиральных волн плотности, с одновременным уточнением нуль-пункта шкалы расстояний изучаемых объектов. Впервые для нелокальной выборки объектов применена теорема Линдблада, связывающая величины двух горизонтальных осей эллипсоида скоростей с угловой скоростью вращения и эпициклической частотой.
2. Методом статистических параллаксов детально исследована кинематика большой выборки мазерных источников в областях звездообразования. Значения основных параметров поля скоростей выборки мазеров хорошо согласуются с результатами других работ, посвящённых исследованию кинематики молодых объектов. Получены значения расстояния от Солнца до центра Галактики  $R_0 = (8,24 \pm 0,12)$  кпк, скорости вращения диска на солнечном круге  $V_{вр}(R_0) = (235 - 238) \pm 7$  км/с, а также оценены угол закрутки спирального узора, фазовый угол Солнца и амплитуды спиральных возмущений.
3. На большом интервале галактоцентрических расстояний от 5-6 до 15 кпк построена плоская кривая вращения диска и определены параметры апекса Солнца. Аналитическая оценка радиальной шкалы диска,

полученная с помощью уравнений звёздной гидродинамики,  $H_D = (2,7 \pm 0,2)$  кпк, хорошо согласуется с результатами прямых наблюдений и результатами численного моделирования.

4. Упрощённая двумерная версия метода максимального правдоподобия использована для изучения кинематики выборки, включающей более 9000 переменных звёзд типа RR Лиры поля, собственные движения которых были определены по данным из каталогов на основе наблюдений в интервале до 60-70 лет. Было установлено наличие двух компонентов гало и оценена их общая (малая) скорость вращения: внутреннее гало вращается в ту же сторону, что и диск Галактики со скоростью  $V_{вр} = (21 \pm 11)$  км/с, а внешнее – в обратную сторону со скоростью  $V_{вр} = (40 - 60)$  км/с, причём граница между внутренним и внешним гало проходит на расстояниях 10-15 кпк. Не исключено, что внешнее гало имеет приливное происхождение. Прослежено изменение основных кинематических параметров – дисперсий скоростей и параметра анизотропии с расстоянием от центра Галактики.
5. Методом статистических параллаксов изучена кинематика выборки, включающей около 4500 голубых звёзд горизонтальной ветви. Проведено сравнение кинематических параметров звёзд типа RR Лиры и звёзд голубой горизонтальной ветви. В интервале расстояний до центра Галактики 3-10 кпк полная дисперсия скоростей у звёзд типа RR Лиры  $\sigma = (208 \pm 4)$  км/с, а у ВНВ-звёзд  $\sigma = (167 \pm 4)$  км/с. Радиальная дисперсия скоростей у звёзд типа RR Лиры  $\sigma_r = (168 \pm 5)$  км/с, а у ВНВ-звёзд  $\sigma_r = (121 \pm 3)$  км/с. Параметр анизотропии звёзд типа RR Лиры  $\beta = (0,71 \pm 0,03)$  заметно превышает значение  $\beta = (0,55 \pm 0,03)$  для ВНВ-звёзд. Такому расхождению в кинематике объектов двух типов пока невозможно найти чёткое объяснение, но оно уверенно указывает на сложное строение гало Галактики. Выборка звёзд голубой горизонтальной ветви демонстрирует отсутствие вращения.



6. Впервые по выборке звёзд поля гало Галактики – звёздам голубой горизонтальной ветви – удалось определить расстояние от Солнца до центра Галактики, и его оценка  $R_0 = (8,23 - 9,00)$  кпк неплохо согласуется с результатами современных работ.
7. Получено простое решение важнейшей проблемы, относящейся к физическим основаниям звёздной динамики, а именно проблемы устранения классической логарифмической расходимости коэффициентов диффузии. Использована методика учёта кратности далёких звёздных сближений путём введения множителя Т.А. Агекяна. Полученные выражения для коэффициентов диффузии практически не отличаются от соответствующих классических выражений, предложенных, в частности, Вильямсоном и Чандрасекаром, которые использовали в качестве максимального значения прицельного параметра сближений среднее межзвёздное расстояние. Теперь логарифмический член входит в выражения для коэффициентов диффузии не в результате искусственной попытки как-то ограничить прицельный параметр, а естественным образом - как отражение наличия в звёздной среде двух характерных пространственных масштабов: среднего межзвёздного расстояния и динамического параметра тесного сближения.

Несмотря на такое многообразие и успешность результатов, исследование на этом не останавливается – 3-я версия каталога Gaia, появившаяся 13 июня 2022 г., хотя и не улучшит имеющиеся астрометрические данные, но предоставит более точные и многочисленные данные по лучевым скоростям. Это позволит заметно увеличить объёмы выборок интересных объектов с пространственными скоростями, к которым можно будет применить хорошо зарекомендовавший себя метод статистических параллаксов. Его применение тем более обоснованно, что в 3-й версии каталога Gaia всё ещё остаются систематические ошибки параллаксов, нуждающиеся в уточнении всевозможными методами, не связанными с процессом измерения в рамках проекта Gaia.

### **Благодарности**

Выражаю огромную благодарность своему научному руководителю – профессору Расторгуеву Алексею Сергеевичу – за прекрасное руководство, понятные объяснения и несказанную заботу; моим учителям по олимпиадной астрономии – Власову Андрею Дмитриевичу и Чепурному Кириллу Олеговичу – за то, что они сохранили моё увлечение астрономией и тем самым помогли поступить в МГУ по итогам олимпиад; своим коллегам-соавторам, особенно д.ф.-м.н. Дамбису Андрею Карловичу – за интересные идеи и предлагаемые усовершенствования методов. Выражаю искреннюю благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований за поддержку ряда проектов, в которых мне посчастливилось участвовать. Разумеется, благодарю свою главную мечту – Астрономию – которая будет всегда со мной и не оставит в трудную минуту одиночества и безысходности. И ещё благодарю за вдохновение при написании этой работы свою ученицу Митяеву Виолетту.

## Список литературы

1. Binney J., Merrifield M. *Galactic Astronomy* Princeton: Princeton University Press, 1998. 632 p.
2. Еремеева А.И. *История и методология астрономии. Основные этапы развития астрономической картины мира. Часть 2* / А.И. Еремеева, Ф.А. Цицин. – М.: Физический факультет МГУ, 2018. – 444 с.
3. Milky Way globular clusters [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.messier.seds.org/xtra/supp/mw\\_gc.html#harris](http://www.messier.seds.org/xtra/supp/mw_gc.html#harris)
4. Strömberg G. *The Asymmetry in the Distribution of Stellar Velocities* // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, Vol. 9, pp. 312-317 (1923)
5. Lindblad B. *On the State of Motion in the Galactic System* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 87, pp. 553-564 (1927)
6. Oort J. *Observational evidence confirming Lindblad's hypothesis of a rotation of the galactic system* // Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands, Vol. 3, pp. 275-282 (1927)
7. Oort J. *Dynamics of the galactic system in the vicinity of the Sun* // Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands, Vol. 4, pp. 269-284 (1928)
8. Baade W. *The resolution of Messier 32, NGC 205, and the Central Region of the Andromeda Nebula* // The Astrophysical Journal, Vol. 100, pp. 137-146 (1944)
9. Schwarzschild M. *On the variables in Messier 3* // Harvard College Observatory Circular, Vol. 437, pp. 1-12 (1940)
10. Кукаркин Б.В. *Исследование строения и развития звёздных систем на основе изучения переменных звёзд* / Б.В. Кукаркин. – М.-Л.: Гостехтеориздат, 1949. – 192 с.

11. Kwee K.K., Muller C.A., Westerhout G. *The rotation of the inner parts of the Galactic System* // Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands, Vol. 12, pp. 211-222 (1954)
12. Schmidt M. *A model of the distribution of mass of the Galactic system* // Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands, Vol. 13, pp. 15-41 (1956)
13. Oort J., Kerr F.G., Westerhout G. *The galactic system as a spiral nebula (Council Note)* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 118, pp. 379-391 (1958)
14. Burton W.B. and Gordon M.A. *Carbon monoxide in the Galaxy. III. The overall nature of its distribution in the equatorial plane* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 63, pp. 7-27 (1978)
15. Fich M., Blitz L., Stark A.A. *The Rotation Curve of the Milky Way to  $2R_0$*  // The Astrophysical Journal, Vol. 342, pp. 272-284 (1989)
16. Brand J. and Blitz L. *The velocity field of the outer galaxy* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 275, pp. 67-90 (1993)
17. Blitz L., Fich M., Stark A.A. *Catalogue of CO radial velocities toward galactic HII regions* // The Astrophysical Journal Supplement Series, Vol. 49, pp. 183-206 (1982)
18. Dambis A.K., Mel'Nik A.M., Rastorguev A.S. *Rotation curve of the system of classical Cepheids and the distance to the galactic center* // Astronomy Letters, Vol. 21, Issue 3, pp. 291-307 (1995)
19. Glushkova E.V., Dambis A.K., Mel'Nik A.M. and Rastorguev A.S. *Investigation of kinematics of young disk populations* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 329, pp. 514-521 (1998)
20. Glushkova E.V., Dambis A.K., Rastorguev A.S. *Rotation curve of the Milky Way* // Astronomical and Astrophysical Transactions, Vol. 18, Issue 2, pp. 349-365 (1999)

21. Mel'nik A.M., Dambis A.K., Rastorguev A.S. *Periodic pattern in the Cepheid space velocity field and the spiral arms of our Galaxy* // *Astronomy Letters*, Vol. 25, Issue 8, pp. 518-525 (1999)
22. Rastorguev A.S., Glushkova E.V., Dambis A.K. and Zabolotskikh M.V. *Statistical parallaxes and kinematical parameters of classical Cepheids and young stellar clusters* // *Astronomy Letters*, Vol. 25, Issue 9, pp. 595-607 (1999)
23. Dambis A.K., Mel'Nik A.M., Rastorguev A.S. *Trigonometric Parallaxes and a Kinematically Adjusted Distance Scale for OB Associations* // *Astronomy Letters*, Vol. 27, pp. 58-64 (2001)
24. Dambis A.K., Glushkova E.V., Mel'Nik A.M. and Rastorguev A.S. *The Distance Scale and the rotation curve of young supergiants and open clusters* // *Astronomical and Astrophysical Transactions*, Vol. 20, Issue 1, pp. 161-164 (2001)
25. Mel'Nik A.M., Dambis A.K., Rastorguev A.S. *Periodic pattern in the residual velocity field of OB-Associations* // *Astronomical and Astrophysical Transactions*, Vol. 20, Issue 1, pp. 107-110 (2001)
26. Mel'Nik A.M., Dambis A.K., Rastorguev A.S. *Periodic Pattern in the Residual-Velocity Field of OB Associations* // *Astronomy Letters*, Vol. 27, Issue 8, pp. 521-533 (2001)
27. Zabolotskikh M.V., Rastorguev A.S., Dambis A.K. *Kinematic Parameters of Young Subsystems and the Galactic Rotation Curve* // *Astronomy Letters*, Vol. 28, Issue 7, pp. 454-464 (2002)
28. Bobylev V.V., Bajkova A.T., Stepanishchev A.S. *Galactic rotation curve and the effect of density waves from data on young objects* // *Astronomy Letters*, Vol. 34, Issue 8, pp. 515-528 (2008)
29. Bobylev V.V. *Determination of the Rotation Curve for Stars of the Gould Belt Using Bottlinger's Formulas* // *Astronomy Letters*, Vol. 30, Issue 3, pp. 159-168 (2004)

30. Bobylev V.V., Goncharov G.A., Bajkova A.T. *The OSACA database and a kinematic analysis of stars in the solar neighborhood* // *Astronomy Reports*, Vol. 50, Issue 9, pp. 733-747 (2006)
31. Bobylev V.V., Bajkova A.T., Lebedeva S.V. *Galactic rotation parameters from data on open star clusters* // *Astronomy Letters*, Vol. 33, Issue 11, pp. 720-728 (2007)
32. Bobylev V.V. and Bajkova A.T. *Galactic kinematics from a sample of young massive stars* // *Astronomy Letters*, Vol. 39, Issue 8, pp. 532-549 (2013)
33. Mel'Nik A.M. and Dambis A.K. *Kinematics of OB-associations and the new reduction of the HIPPARCOS data* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 400, Issue 1, pp. 518-523 (2009)
34. Bovy J., Allende Prieto C., Beers T.C. et al. *The Milky Way's Circular-velocity Curve between 4 and 14 kpc from APOGEE data* // *The Astrophysical Journal*, Volume 759, Issue 2, article id. 131, 20 pp. (2012)
35. Demers S. and Battinelli P. *C stars as kinematic probes of the Milky Way disk from 9 to 15 kpc* // *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 473, Issue 1, pp. 143-148 (2007)
36. Battinelli P., Demers S., Rossi C. and Gigoyan K.S. *Extension of the C Star Rotation Curve of the Milky Way to 24 kpc* // *Astrophysics*, Vol. 56, Issue 1, pp. 68-75 (2013)
37. Reid M.J. and Moran J.M. *Masers* // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Vol. 19, pp. 231-276 (1981)
38. Рудницкий Г.М. *Конспект лекций по курсу «Радиоастрономия»* / Г.М. Рудницкий. – Нижний Архыз: Компьютерный информационно-издательский центр «CYGNUS», 2001. – 208 с.
39. Reid M.J., Menten K.M., Zheng X.W. et al. *Trigonometric Parallaxes of Massive Star-Forming Regions. VI. Galactic Structure, Fundamental Parameters, and Noncircular Motions* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 700, Issue 1, pp. 137-148 (2009)

40. Reid M. J., Menten K.M., Brunthaler A. et al. *Trigonometric Parallaxes of High Mass Star Forming Regions: The Structure and Kinematics of the Milky Way* // The Astrophysical Journal, Vol. 783, Issue 2, article id. 130, 14 pp. (2014)
41. Stepanishchev A.S. and Bobylev V.V. *Galactic rotation curve from the space velocities of selected masers* // Astronomy Letters, Vol. 37, Issue 4, pp. 254-266 (2011)
42. Bajkova A.T. and Bobylev V.V. *Redetermination of galactic spiral density wave parameters based on spectral analysis of masers radial velocities* // Astronomy Letters, Vol. 38, Issue 9, pp. 549-561 (2012)
43. Bajkova A.T. and Bobylev V.V. *Re-determining the parameters of the Galactic spiral density wave from data on masers with trigonometric parallaxes* // Astronomische Nachrichten, Vol. 334, Issue 8, pp. 851-856 (2013)
44. Bobylev V.V. and Bajkova A.T. *Galactic rotation curve and spiral density wave parameters from 73 masers* // Astronomy Letters, Vol. 39, Issue 12, pp. 809-818 (2013)
45. Bobylev V.V. and Bajkova A.T. *Estimation of the pitch angle of the Galactic spiral pattern* // Astronomy Letters, Vol. 39, Issue 11, pp. 759-764 (2013)
46. Bobylev V.V. and Bajkova A.T. *The Milky Way spiral structure parameters from data on masers and selected open clusters* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 437, Issue 2, pp. 1549-1553 (2014)
47. Bobylev V.V. and Bajkova A.T. *Determination of Galactic Rotation Parameters and the Solar Galactocentric Distance  $R_0$  from 73 Masers* // Astronomy Letters, Vol. 40, Issue 7, pp. 389-397 (2014)
48. Bobylev V.V. and Bajkova A.T. *Analysis of Galactic Rotation from Masers Based on a Nonlinear Oort Model* // Astronomy Letters, Vol. 40, Issue 12, pp. 773-782 (2014)

49. McMillan P. J. and Binney J. J. *The uncertainty in Galactic parameters* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 402, Issue 2, pp. 934-940 (2010)
50. Baba J., Asaki Y., Makino J. et al. *The Origin of Large Peculiar Motions of Star-Forming Regions and Spiral Structures of Our Galaxy* // The Astrophysical Journal, Vol. 706, Issue 1, pp. 471-481 (2009)
51. Honma M., Nagayama T., Ando K. et al. *Fundamental Parameters of the Milky Way Galaxy Based on VLBI astrometry* // Publications of the Astronomical Society of Japan, Vol. 64, article id. 136, 13 pp (2012)
52. Sofue Y., Honma M., Omodaka T. *Unified Rotation Curve of the Galaxy – Decomposition into de Vacouleurs Bulge, Disk, Dark Halo, and the 9-kpc Rotation Dip –* // Publications of the Astronomical Society of Japan, Vol. 61, pp. 227-236 (2009)
53. Kerr F.J. *The Galaxy and the Magellanic Clouds* // IAU Symposium, No. 20 (1964)
54. Kerr F.J. *The Large-Scale Distribution of Hydrogen in the Galaxy* // Annual Review of Astronomy and Astrophysics, Vol. 7, pp. 39-66 (1969)
55. Levine E.S., Heiles C., Blitz L. *The Milky Way Rotation Curve and Its Vertical Derivatives: Inside the Solar Circle* // The Astrophysical Journal, Vol. 679, Issue 2, pp. 1288-1298 (2008)
56. Eggen O.J., Lynden-Bell D., Sandage A.R. *Evidence from the motions of old stars that the Galaxy collapsed* // The Astrophysical Journal, Vol. 136, pp. 748-766 (1962)
57. Searle L. and Zinn R. *Composition of halo clusters and the formation of the galactic halo* // The Astrophysical Journal, Vol. 225, pp. 357-379 (1978)
58. Carollo D., Beers T.C., Chiba M. et al. *Structure and Kinematics of the Stellar Halos and Thick Disks of the Milky Way Based on Calibration Stars from Sloan Digital Sky Survey DR7* // The Astrophysical Journal, Vol. 712, Issue 1, pp. 692-727 (2010)



59. Beers T.C., Carollo, D., Ivezić Ž. et al. *The Case for the Dual Halo of the Milky Way* // The Astrophysical Journal, Vol. 746, Issue 1, article id. 34, 23 pp. (2012)
60. Fiorentino G., Bono G., Monelli M. et al. *Weak Galactic Halo-Dwarf Spheroidal Connection from RR Lyrae stars* // The Astrophysical Journal Letters, Vol. 798, Issue 1, article id. L12, 6 pp. (2015)
61. Fiorentino G. *RR Lyrae to understand the Galactic halo* // The General Assembly of Galaxy Halos: Structure, Origin and Evolution, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, Vol. 317, pp. 77-82 (2016)
62. Гофмейстер К. *Переменные звёзды: Пер. с нем.* / К. Гофмейстер, Г. Рихтер, В. Венцель, под ред. Н. Н. Самуся. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы – 1990. – 360 с.
63. Самуся Н.Н. *Переменные звёзды* / Н.Н. Самуся. – Москва [б. и.]. – 2000-2005. – Режим доступа:  
<http://heritage.sai.msu.ru/ucheb/Samus/index.html>
64. Borkova T.V. and Marsakov V.A. *Stars of Extragalactic origin in the Solar Neighborhood* // Astronomy Letters, Vol. 30, Issue 3, pp. 148-158 (2004)
65. Marsakov V.A. and Borkova T.V. *Formation of galactic subsystems in light of the magnesium abundance in field stars: The halo* // Astronomy Letters, Vol. 32, Issue 8, pp. 545-556 (2006)
66. De Angeli F., Piotto G., Cassisi, S. et al. *Galactic Globular Cluster Relative Age* // The Astronomical Journal, Vol. 130, Issue 1, pp. 116-125 (2005)
67. Marín-Franch A., Aparicio A., Piotto G. et al. *The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. VII. Relative Ages* // The Astrophysical Journal, Vol. 694, Issue 2, pp. 1498-1516 (2009)
68. Leaman R., Vandenberg D.A., Mendel J.T. *The bifurcated age-metallicity relation of Milky Way globular clusters and its implications for the accretion history of the galaxy* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2013, Vol. 436, Issue 1, pp. 122-135 (2013)

69. Ibata R.A., Girwin G.W., Irwin M.J. *A dwarf satellite galaxy in Sagittarius* // Nature, Vol. 370, Issue 6486, pp. 194-196 (1994)
70. Johnston K., Spergel D.N., Hernquist L. *The Disruption of the Sagittarius Dwarf Galaxy* // The Astrophysical Journal, 1995, Vol. 451, pp. 598-606 (1995)
71. Hernitschek N., Branimir S., Hans-Walter R. et al. *The Geometry of the Sagittarius Stream from Pan-STARRS1  $3\pi$  RR Lyrae* // The Astrophysical Journal, Vol. 850, Issue 1, article id. 96, 17 pp. (2017)
72. Belokurov V., Koposov S.E., Evans N.W. et al. *Precession of the Sagittarius stream* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 437, Issue 1, pp. 116-131 (2014)
73. Mathewson D.S., Cleary M.N., Murray J.D. *The Magellanic Stream* // The Astrophysical Journal, Vol. 190, pp. 291-296 (1974)
74. Connors T.W., Kawata D., Gibson B.K. *N-body simulations of the Magellanic stream* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 371, Issue 1, pp. 108-120 (2006)
75. D'Onghia E. and Fox A.J. *The Magellanic Stream: Circumnavigating the Galaxy* // Annual Review of Astronomy and Astrophysics, Vol. 54, pp. 363-400 (2016)
76. Belokurov V. and Koposov S.E. *Stellar streams around the Magellanic Clouds* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 456, Issue 1, pp. 602-616 (2016)
77. Агекян Т.А. *Курс астрофизики и звёздной астрономии*, том 2 / Т.А. Агекян, Б.А. Воронцов-Вельяминов, В.Т. Горбацкий, А.Н. Дейч, под ред. А.А. Михайлова. – М.: Физматгиз, 1962. – 688 с.
78. Chandrasekhar S. *The Time of Relaxation of Stellar Systems* // The Astrophysical Journal, Vol. 93, pp. 285-304 (1941)
79. Williamson R.E. and Chandrasekhar S. *The Time of Relaxation of Stellar Systems. II.* // The Astrophysical Journal, Vol. 93, pp. 305-322 (1941)

80. Паренаго П.П. *Курс звёздной астрономии* / П.П. Паренаго. – М.: Наука, 1954. – 476 с.
81. Henon M. *Un calcul amélioré des perturbations des vitesses stellaires* // *Annales d'Astrophysique*, Vol. 21, pp. 186-216 (1958)
82. Амбарцумян В.А. *К вопросу о динамике открытых скоплений* // *Учёные записки Ленинградского университета*, т. 22, с. 19-22 (1938)
83. Огородников К.Ф. *Динамика звёздных систем* / К.Ф. Огородников. – М.: Наука, 1958. – 627 с.
84. Binney J., Tremaine S. *Galactic Dynamics* // Princeton: Princeton University Press, 1994. 733 p.
85. Volkov E.V. *Probabilistic Approach to the Scattering of Gravitational Centers* // *Astrophysics*, Vol. 60, Issue 3, pp. 429-433 (2017)
86. Agekyan T.A. *The Probability of a Stellar Approach with a Given Change of the Absolute Velocity* // *Soviet Astronomy*, Vol. 3, pp. 46-58 (1959)
87. Rastorguev A.S., Utkin N.D., Zabolotskikh M.V. et al. *Galactic masers: Kinematics, spiral structure and the disk dynamic state* // *Astrophysical Bulletin*, Vol. 72, Issue 2, pp. 122-140 (2017)
88. Маррей К.Э. *Векторная астрометрия* / К.Э. Маррей. – Киев: Наукова думка, 1986. – 326 с.
89. Расторгуев А.С. *Применение метода максимального правдоподобия для изучения кинематики галактических подсистем* / А.С. Расторгуев. – Москва [б. и.]. – 2002-2015. – Режим доступа: <http://lnfm1.sai.msu.ru/~milkyway/Study/MaxLikelihood.pdf>.
90. Lin C.C. and Shu F.H. *On the Spiral Structure of Disk Galaxies* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 140, pp. 646-655 (1964)
91. Lin C.C., Yuan C., Shu F.H. *On the Spiral Structure of Disk Galaxies. III. Comparison with Observations* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 155, pp. 721-746 (1969)
92. Toomre A. *On the gravitational stability of a disk of stars* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 139, pp. 1217-1238 (1964)

93. Likhachev S.F., Girin I.A., Avdeev V.Yu. et al. *Astro Space Locator – A software package for VLBI data processing and reduction* // *Astronomy and Computing*, Vol. 33, article id. 100426, 45 pp. (2020)
94. *Astro Space Locator* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://millimetron.ru/dlya-uchenykh/astro-space-locator>
95. Bobylev V.V. and Bajkova A.T. *Detection of periodic variations in the vertical velocities of Galactic masers* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 447, pp. L50-L54 (2015)
96. Dambis A.K., Berdnikov L.N., Efremov Yu.N. et al. *Classical Cepheids and the spiral structure of the Milky Way* // *Astronomy Letters*, Vol. 41, Issue 9, pp. 489-500 (2015)
97. Rastorguev A.S., Glushkova E.V., Zabolotskikh M.V. and Baumgardt H. *Velocity field of young open clusters and cepheids and the effects of the spiral density wave* // *Astronomical and Astrophysical Transactions*, Vol. 20, Issue 1, pp. 103-106 (2001)
98. Bobylev V.V. *The Galaxy Kinematics from the Cepheids with the Proper Motions from the GAIA DR1 Catalog* // *ArXiv e-prints*, 1611.01766 (2016)
99. Gaia Collaboration, Brown A.G.A., Vallenari A. et al. *Gaia Data Release 1. Summary of the astrometric, photometric and survey properties* // *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 595, article id. A2, 23 pp. (2016)
100. Lutz T.E. and Kelker D.H. *On the Use of Trigonometric Parallaxes for the Calibration of Luminosity Systems: Theory* // *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, Vol. 85, pp. 573-578 (1973)
101. Bland-Hawthorn J. and Gerhard O. *The Galaxy in Context: Structural, Kinematic, and Integrated Properties* // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Vol. 54, pp. 529-596 (2016)
102. Camarillo T., Mathur V., Mitchell T., and Ratra B. *Median Statistics Estimate of the Distance to the Galactic Center* // *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, Vol. 130, Issue 984, P. 024101, 10 pp. (2018)

103. Vallée J.P. *Recent advances in the determination of some Galactic constants in the Milky Way* // *Astrophysics and Space Science*, Vol. 362, Issue 4, article id. 79, 6 pp. (2017)
104. Dehnen, W. and Binney J. *Local stellar kinematics from HIPPARCOS data* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 298, Issue 2, pp. 387-394 (1998)
105. Schönrich R., Binney J., and Dehnen W. *Local kinematics and the local standard of rest* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 403, Issue 4, pp. 1829-1833 (2010)
106. Lopez-Corredoira M., Cabrera-Lavers A., Garzón F. and Hammersley P.L. *Old stellar Galactic disc in near-plane regions according to 2MASS: Scales, cut-off, flare and warp* // *Astronomy & Astrophysics*, Vol. 394, pp. 883-899 (2002)
107. Jurić M., Ivezić Ž., Brooks A. et al. *The Milky Way Tomography with SDSS. I. Stellar Number Density Distribution* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 673, Issue 2, pp. 864-914 (2008)
108. Benjamin R.A., Churchwell E., Babler B.L. et al. *First GLIMPSE result on the Stellar Structure of the Galaxy* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 630, Issue 2, pp. L149-L152 (2005)
109. Bovy J. and Rix H.-W. *A Direct Dynamical Measurement of the Milky Way's Disc Surface Density Profile, Disk Scale Length, and Dark Matter Profile at  $4 \text{ kpc} < R < 9 \text{ kpc}$*  // *The Astrophysical Journal*, Vol. 779, Issue 2, article id. 115, 30 pp. (2013)
110. Khoperskov A.V. and Tyurina N.V. *A Dynamical Model of the Galaxy* // *Astronomy Reports*, Vol. 47, Issue 6, pp. 443-457 (2003)
111. McMillan P.J. *Mass models of the Milky Way* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 414, Issue 3, pp. 2446-2457 (2011)
112. McGaugh S.S. *The Surface Density Profile of the Galactic Disc from the Terminal Velocity Curve* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 816, Issue 1, article id. 42, 18 pp. (2016)

113. Utkin N.D., Dambis A.K., Rastorguev A.S. et al. *Kinematics and Dynamics of the Galactic Halo from RR Lyrae Variable Stars* // *Astronomy Letters*, Vol. 44, Issue 11, pp. 688-698 (2018)
114. Klinichev A.D., Glushkova E.V., Dambis A.K. et al. *Absolute Proper Motions and the Kinematics of Globular Clusters* // *Astronomy Reports*, Vol. 62, Issue 12, pp. 986-992 (2018)
115. Monet D.G., Levine S.E., Canzian B. et al. *The USNO-B Catalog* // *The Astronomical Journal*, Vol. 125, Issue 2, pp. 984-993 (2003)
116. Zacharias N., Finch C., Frouard J. *UCAC5: New Proper Motion Using Gaia DR1* // *The Astronomical Journal*, Vol. 153, Issue 4, article id. 166, 9 pp. (2017)
117. Zacharias N., Finch C., Subasavage J. et al. *The First U.S. Naval Observatory Robotic Astrometric Telescope Catalog* // *The Astronomical Journal*, Vol. 150, Issue 4, article id. 101, 13 pp. (2015)
118. Skrutskie M.F., Cutri R.M., Stiening R. et al. *The Two Micron All Sky Survey (2MASS)* // *The Astronomical Journal*, Vol. 131, Issue 2, pp. 1163-1183 (2006)
119. Wright E.L., Eisenhardt P.R.M., Mainzer A.K. et al. *The Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE): Mission Description and Initial On-orbit performance* // *The Astronomical Journal*, Vol. 140, Issue 6, pp. 1868-1881 (2010)
120. Tucholke H.-J., Scholz R.-D., Brosche P. *Proper motion study of the globular cluster M3* // *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, Vol. 104, pp. 161-167 (1994)
121. Глушкова Е.В. *Определение абсолютного собственного движения шарового скопления* / Е.В. Глушкова, Л.Н. Ялялиева – Москва [б. и.]. – 2019. – Режим доступа:  
[http://sai.msu.ru/ao/speccourses/posobiya/Proper\\_motion.pdf](http://sai.msu.ru/ao/speccourses/posobiya/Proper_motion.pdf)

122. Zacharias N., Finch C.T., Girard T.M. et al. *The Fourth US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog (UCAC4)* // The Astronomical Journal, Vol. 145, Issue 2, article id. 44, 14 pp. (2013)
123. Chemel A.A., Glushkova E.V., Dambis A.K. et al. *Globular clusters: Absolute Proper Motions and Galactic Orbits* // Astrophysical Bulletin, Vol. 73, Issue 2, pp. 162-177 (2018)
124. Gaia Collaboration, Brown A.G.A., Vallenari A. et al. *Gaia Data Release 2. Summary of the contents and survey properties* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 616, article id. A1, 22 pp. (2018)
125. Lindegren L., Hernández J., Bombrun A. et al. *Gaia Data Release 2: The Astrometric Solution* // Astronomy and Astrophysics Vol. 616, article id. A2 (2018)
126. Drake A.J., Catelan M., Djorgovski S.G. et al. *Probing the Outer Galactic Halo with RR Lyrae from the Catalina Surveys* // The Astrophysical Journal, Vol. 763, Issue 1, article id. 32, 20 pp. (2013)
127. Szczygieł D.M., Pojmański G., Pilecki B. *Galactic Fundamental Mode RR Lyrae Stars. Period-Amplitude Diagram, Metallicities and Distribution* // Acta Astronomica, Vol. 59, pp. 137-167 (2009)
128. Torrealba G., Catelan M., Drake A.J. et al. *Discovery of ~9000 new RR Lyrae in the southern Catalina surveys* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 446, Issue 3, pp. 2251-2266 (2015)
129. Green G.M., Schlafly E.F., Finkbeiner D.P. et al. *A Three-dimensional Map of Milky Way Dust* // The Astrophysical Journal, Vol. 810, Issue 1, article id. 25, 23 pp. (2015)
130. Dambis A.K. and Rastorguev A.S. *Absolute Magnitudes and Kinematical Parameters of the Subsystem of RR Lyrae Variables* // Astronomy Letters, Vol. 27, pp. 108-117 (2001)
131. Rastorguev A.S., Dambis, A.K., Zabolotskikh M.V. *Classical Cepheids and RR Lyrae Stars as Standard Candles* // ESA SP-576, pp. 707-710 (2005)

132. Schlesinger K.J., Johnson J.A., Rockosi C.M. et al. *The Metallicity Distribution Functions of SEGUE G and K Dwarfs: Constraints for Disk Chemical Evolution and Formation* // The Astrophysical Journal Vol. 761, Issue 2, article id. 160, 37 pp. (2012)
133. Peng X., Du C., Wu Z. *The stellar metallicity distribution in intermediate-latitude fields with BATC and SDSS data* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 422, Issue 4, pp. 2756-2764 (2012)
134. Bensby T., Adén D., Meléndez J. et al. *Chemical evolution of the Galactic bulge as traced by microlensed dwarf and subgiant. IV. Two bulge populations* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 533, article id. A134, 20 pp. (2011)
135. Miranda M.S., Pilkington K., Gibson B.K. et al. *Origin of the metallicity distribution in the thick disc* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 587, article id. A10, 14 pp. (2016)
136. Ablimit I. and Zhao G. *The Milky Way's Circular Velocity Curve and Its Constraint on the Galactic Mass with RR Lyrae Stars* // The Astrophysical Journal, Vol. 846, Issue 1, article id. 10, 7 pp. (2017)
137. Dambis A.K., Berdnikov L.N., Knyazev A.Y. et al. *RR Lyrae variables: visual and infrared luminosities, intrinsic colours and kinematics* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 435, Issue 4, pp. 3206-3220 (2013)
138. Smith M.C., Evans N.W., Belokurov V. et al. *Kinematics of SDSS subdwarfs: structure and substructure of the Milky Way halo* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 399, Issue 3, pp. 1223-1237 (2009)
139. Bond N.A., Ivezić Ž., Sesar B. et al. *The Milky Way Tomography with SDSS. III. Stellar Kinematics* // The Astrophysical Journal, Vol. 716, Issue 1, pp. 1-29 (2010)
140. Posti L., Helmi A., Veljanoski J. and Breddels M.A. *The dynamically selected stellar halo of the Galaxy with Gaia and the tilt of the velocity ellipsoid* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 615, article id. A70, 12 pp. (2018)



141. Belokurov V., Erkal D., Evans N.W. et al. *Co-formation of the disc and the stellar halo* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 478, Issue 1, pp. 611-619 (2018)
142. Coşkunoğlu B., Ak S., Bilir S. et al. *Local stellar kinematics from RAVE data – I. Local standard of rest* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 412, Issue 2, pp. 1237-1245 (2011)
143. Xue X.-X., Rix H.-W., Yanny B. et al. *Quantifying Kinematic Substructure in the Milky Way's Stellar Halo* // The Astrophysical Journal, Vol. 738, Issue 1, article id. 79, 12 pp. (2011)
144. Никифоров И.И. *Кинематика системы шаровых скоплений и расстояние до центра Галактики* // Вестник ЛГУ, Сер. 1, Вып. 4, с. 108-109 (1990)
145. Utkin N.D. and Dambis A.K. *Calibrating the BHB distance scale and the halo kinematic distance to the Galactic Centre* // Monthly Notices of The Royal Astronomical Society. Vol. 499, Issue 1, pp. 1058-1071 (2020)
146. Aihara H., Allende Prieto C., An D. et al. *The Eighth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey: First Data from SDSS-II* // The Astrophysical Journal Supplement Series, Vol. 193, article id. 29, 17 pp. (2011)
147. Deason A.J., Belokurov V., Evans N.W. *Rotation of halo populations in the Milky Way and M31* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 411, Issue 3, pp. 1480-1494 (2011)
148. Fermani F. and Schönrich R. *Rotational signature of the Milky Way stellar halo* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 432, Issue 3, pp. 2402-2419 (2013)
149. Layden A.C., Hanson R.B., Hawley S.L. et al. *The Absolute Magnitude and Kinematics of RR Lyrae Stars Via Statistical Parallax* // The Astronomical Journal, Vol. 112, pp. 2110-2131 (1996)
150. Dambis A.K. *The kinematics and zero-point of the  $\log P - \langle M_K \rangle$  relation for Galactic RR Lyrae variables via statistical parallax* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 396, Issue 1, pp. 553-569 (2009)

151. Gravity Collaboration, Abuter R., Amorim A. et al. *A geometric distance measurement to the Galactic center black hole with 0.3% uncertainty* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 625, article id. L10, 10 pp. (2019)
152. Braga V.F., Bhardwaj A., Contreras Ramos R. et al. *Structure and kinematics of Type II Cepheids in the Galactic bulge based on near-infrared VVV data* // Astronomy and Astrophysics, Vol. 619, article id. A51, 11 pp. (2018)
153. Contreras Ramos R., Minniti D., Gran F. et al. *The VVV Survey RR Lyrae Population in the Galactic Center Region* // The Astrophysical Journal, Vol. 863, Issue 1, article id. 79, 13 pp. (2018)
154. Dambis A.K. 2010, *Estimating the Kinematic Parameters and the Distance-Scale Zero Point for the Thin-Disk, Thick-Disk, and Halo Population Tracers via 3-D Velocity Data* // Variable Stars, the Galactic halo and Galaxy Formation, ed. C. Sterken, N. Samus and L. Szabados, Sternberg Astronomical Institute of Moscow University, 177, 2010
155. Binney J., Burnett B., Kordopatis G. et al. *Galactic kinematics and dynamics from Radial Velocity Experiment stars* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 439, Issue 2, pp. 1231-1244 (2014)
156. Büdenbender A., van de Ven G., Watkins L.L. *The tilt of the velocity ellipsoid in the Milky Way disc* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 452, Issue 1, pp. 956-968 (2015)
157. Bajkova A.T., Carraro G., Korchagin V.I. et al. *Milky Way Subsystems from Globular Cluster Kinematics Using Gaia DR2 and HST Data* // The Astrophysical Journal, Vol. 895, Issue 1, article id. 69, 18 pp. (2020)
158. Deason A.J., Belokurov V., Koposov S.E. et al. *The slight spin of the old stellar halo* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 470, Issue 2, pp. 1259-1273 (2017)
159. Tian H., Liu C., Xu Y. and Xue X. *Rotating Halo Traced by the K-giant Stars from LAMOST and Gaia* // The Astrophysical Journal, Vol. 871, Issue 2, article id. 184, 7 pp. (2019)

160. Kafle P.R., Sharma S., Robotham A.S.G. et al. *Galactic googly: the rotation-metallicity bias in the inner stellar halo of the Milky Way* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 470, Issue 3, pp. 2959-2971 (2017)
161. Kandrup H.E. *Stochastic gravitational fluctuations in a self-consistent mean field theory* // Physics Report, Vol. 63, Issue 1, pp. 1-59 (1980)
162. Kandrup H.E. *The Complexion of Forces in an Anisotropic Self-Gravitating System* // The Astrophysical Journal, Vol. 244, pp. 1039-1063 (1981)
163. Rastorguev A.S., Utkin N.D., Chumak O.V. *The effect of multiplicity of stellar encounters and the diffusion coefficients in a locally homogeneous three-dimensional stellar medium: Removing the classical divergence* // Astronomy Letters, Vol. 43, Issue 8, pp. 536-544 (2017)