

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

комиссии диссертационного совета МГУ.011.8
по предварительному рассмотрению диссертации Денисова Петра Васильевича
на тему
«О поведении решений параболических уравнений при больших значениях времени», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (физико-математические науки)

Комиссия диссертационного совета МГУ.011.8 (по физико-математическим наукам) в составе: председателя — доктора физико-математических наук, профессора Фурсикова А.В. и членов комиссии — доктора физико-математических наук, профессора Шамаева А.С., доктора физико-математических наук, доцента Филиновского А.В. в соответствии с п. 4.2 Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (утверждено Ректором МГУ имени М.В.Ломоносова 19 января 2023 г.), на основании ознакомления с кандидатской диссертацией Денисова Петра Васильевича и состоявшегося обсуждения приняла **следующее заключение:**

1. Тема и содержание диссертации в полной мере соответствуют специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (по физико-математическим наукам), к защите по которой представлена работа.

2. Основные положения и выводы диссертационного исследования в полной мере изложены в 3 научных работах, опубликованных Денисовым Петром Васильевичем, в том числе в 3 публикациях в рецензируемых научных изданиях, определённых п. 2.3 Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Представленные соискателем сведения об опубликованных им работах, в которых изложены основные научные результаты диссертации, достоверны.

3. Некорректных заимствований в текстах диссертации и автореферата не выявлено; цитирование оформлено корректно; заимствованного материала, использованного в диссертации без ссылки на автора либо источник заимствования, не обнаружено; научных работ, выполненных соискателем учёной степени в соавторстве, без ссылок на соавторов, не выявлено.

4. Диссертация соответствует критериям, определённым пп. 2.1, 2.2., 2.5., 3.1 Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 8, 9 Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

5. Дополнительно комиссия считает необходимым отметить следующие факты о диссертации Денисова Петра Васильевича.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, включающего 77 наименований.

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель, аргументирована научная новизна исследований, отмечена значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В главе 1 получены критерии стабилизации решения задачи Коши для параболических по И. Г. Петровскому систем уравнений без младших коэффициентов, также и для систем с младшими коэффициентами.

В главе 2 изучаются вопросы стабилизации для средних по времени от решения параболических уравнений высокого порядка.

В заключении подводятся итоги проведенной работы и приводятся основные результаты.

Диссертация представляет результаты исследований в области теории дифференциальных уравнений. Тема, объект и предмет исследований диссертации соответствуют паспорту специальности 1.1.2 —

«Дифференциальные уравнения и математическая физика» (физико-математические науки).

Области диссертационного исследования соответствуют следующим положениям паспорта специальности.

2. Начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
8. Аналитическая теория дифференциальных уравнений.
10. Теория дифференциально-операторных уравнений.
11. Теория функционально-дифференциальных уравнений и нелокальных краевых задач.

Научная новизна диссертации определяется следующими результатами.

1. Получены критерии существования предела средних по времени от решения параболической системы, равномерного в E^N , а также критерий существования равномерного предела средних по времени Чезаро неотрицательного порядка от решений.
2. Получены критерии существования пределов средних по t в терминах средних по кубам или средних по шарам, равномерно по x в E^N .
3. Установлено, что если $\beta \geq p-1$, а начальные функции $\varphi_l(x)$, ($l=1, \dots, p-1$) имеют пределы шаровых средних типа Рисса порядка $\alpha_l \geq 0$ равномерно по x на каждом компакте K в E^N , тогда решение задачи имеет предел средних типа Рисса по t порядка $\beta \geq p-1$.

Теоретическая и практическая значимость. Предлагаемая работа имеет теоретический характер. Развитые в работе подходы могут быть применены к более общим параболическим задачам. Изучены вопросы о нелокальном поведении (при больших значениях времени) решения задачи Коши для параболических по И.Г.Петровскому систем уравнений и поведения при

больших значениях времени обобщённой задачи Коши для итерированного уравнения теплопроводности. Изучаются два случая указанных выше задач: 1) система параболических по И.Г.Петровскому уравнений с постоянными коэффициентами без младших членов; 2) система параболических по И.Г.Петровскому уравнений с коэффициентами, зависящими от времени и содержащая младшие коэффициенты не нулевого порядка. Кроме того, изучается поведение и применение интеграла Пуассона при стремлении времени к бесконечности для итерированного уравнения теплопроводности, с начальными условиями при $t=0$. На основе проведенных исследований можно сделать вывод, что результаты имеют научную новизну.

В диссертации автором получены следующие основные результаты. Все они являются новыми.

1. Получен критерий существования равномерного в E^N предела средних по времени от решения задачи Коши;
2. Впервые также получен критерий существования равномерного по x в E^N предела средних Чезаро порядка $\alpha \geq 0$ от решения системы.
3. Получен критерий существования пределов в терминах поведения средних по кубам K^{xR} , а также в терминах существования предела по шарам, равномерно по x в E^N .
4. Если выполнены условия роста и $\alpha(t)=t^{m+p-1}$ порядок средних, то решения задачи Коши и функция $v(x, t, \alpha(t))$ равностабилизируется при $t \rightarrow \infty$, равномерно по x на каждом компакте K в E^N со скоростью не менее чем $t^{-m/2}$.
5. Установлено, что если $\beta \geq p-1$ и функция $\varphi_l(x)$, ($l=1, \dots, p-1$) имеют пределы шаровых средних типа Рисса по t при $\beta \geq p-1$, существует предел, то существует предел.

В своих научных трудах соискатель рассмотрел все поставленные задачи и получил все нужные результаты с полными доказательствами.

Апробация диссертации.

Результаты диссертации докладывались на заседаниях следующих научных семинаров.

- МПГУ, Институт математики и информатики, семинар кафедры теоретической информатики и дискретной математики.
- МГУ им. М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, семинар кафедры общих проблем управления.
- МГУ им. М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, семинар «Актуальные проблемы геометрии и механики» имени профессора В.В.Трофимова под руководством Д.В.Георгиевского и М.В.Шамолина.
- МГУ им. М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, семинар «Прикладные задачи оптимального управления и численные методы» под руководством М.П.Заплетина и И.С.Григорьева.

Публикации.

Основные идеи и положения работы изложены в 3 научных работах автора (в открытой печати) общим объемом 2.87 п.л., в том числе в 3 публикациях (объемом 2.87 п.л.) в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (физико-математические науки) и индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus и RSCI:

1. Denisov P.V. On the asymptotics of averages values of solutions to the Cauchy problem for a system of parabolic equations. Journal of Mathematical Sciences, 2020, V. 245, No. 4, pp. 524--527, DOI: 10.1007/s10958-020-04708-1 [Scopus, SJR-0,31].
2. Denisov, P.V. On the Stabilization of Time Averages of the Solution to a Petrovskii-Parabolic System of Equations. Diff Equat 58, 1558–1562 (2022). DOI: 10.1134/S00122661220110118 [Scopus, SJR - 0,60] (перевод статьи О стабилизации средних по времени от решения параболической по И. Г. Петровскому системы уравнений // Дифференц. уравнения, 2022, т. 58, № 11, с. 1557-1561).
3. Денисов П.В. О стабилизации средних Рисса по времени решения задачи Коши для итерированного уравнения теплопроводности // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика, 2022, № 2, с. 13--16, DOI: 10.31857/S0374064122110115 [RSCI, ИФ РИНЦ-0,15].

В работах [1-3] автором разработаны методы решения задач и получены все основные результаты, а научными руководителями Шамолиным М.В. и Заплетиним М.П. поставлены задачи и указаны направления проводимых исследований.

В качестве оппонентов комиссией предлагаются следующие учёные, имеющие научные результаты и публикации по специальности представленной диссертации.

Доктор физико-математических наук, профессор, Солдатов Александр Павлович, ведущий научный сотрудник Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и

управление». За последние 5 лет имеет следующие основные публикации по специальности 1.1.2:

1. А.П. Солдатов, “Аналог теоремы Келлога для кусочно-ляпуновских областей”//Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 63:8 (2023), 1332–1342. DOI: 10.31857/S0044466923080148
2. А.П. Солдатов, “Сингулярные интегральные операторы с обобщенным ядром Коши”// Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр., 503 (2022), 76–82. DOI: 10.31857/S2686954322020163
3. А.П. Солдатов, “Об одной краевой задаче для эллиптического уравнения четвертого порядка на плоскости”// Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 62:4 (2022), 616–624. DOI: 10.31857/S0044466922040111
4. А.П. Солдатов “Об одной задаче факторизации на гладкой двумерной поверхности”, Матем. заметки, 108:2 (2020), 285–290. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0001434620070275>
5. M.Otelbaev, A.P. Soldatov “Integral representations of vector functions based on the parametrix of first-order elliptic systems”//Comput. Math. Math. Phys., 61:6 (2021), 964–973. <https://doi.org/10.1134/S0965542521030143>

Доктор физико-математических наук, доцент, Васильев Владимир Борисович, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный национальный исследовательский университет» (НИУ «БелГУ»), заведующий кафедрой. За последние 5 лет имеет следующие основные публикации по специальности 1.1.2:

1. В. Б. Васильев, А. А. Ходырева, “О дискретной задаче Дирихле в четверти плоскости”// Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 226 (2023), 34–46 DOI:<https://doi.org/10.36535/0233-6723-2023-226-34-46>

2. В. Б. Васильев, “О некоторых эллиптических краевых задачах в конических областях”//Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 63:8 (2023), 1309–1315 DOI:<https://doi.org/10.31857/S0044466923080161>

3. В. Б. Васильев, Ш. Кутаиба, “Эллиптические задачи в областях с вырожденными особенностями”// Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 216 (2022), 50–56 DOI: <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2022-216-50-56>

4. В. Б. Васильев, Н. В. Эберлейн, “Задача сопряжения для эллиптических псевдодифференциальных уравнений на плоскости”// Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 207 (2022), 10–15 DOI: <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2022-207-10-15>

5. В. Б. Васильев, “Фредгольмовы операторные многообразия”// Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 187 (2020), 12–18 DOI: <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2020-174-12-19>

Доктор физико-математических наук, доцент, Половинкин Игорь Петрович, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет», профессор. За последние 5 лет имеет следующие основные публикации по специальности 1.1.2:

1. M.V. Polovinkina M.V., I.P. Polovinkin «ON THE STABILITY OF STATIONARY STATES IN DIFFUSION MODELS IN BIOLOGY AND HUMANITIES»// Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. Т. 43. № 6. С. 1389-1400 DOI:10.1134/S1995080222090220

2. A. Debbouche, M.V. Polovinkina, I.P. Polovinkin, C.A.Valentim, S.A. David «ON THE STABILITY OF STATIONARY SOLUTIONS IN DIFFUSION MODELS OF ONCOLOGICAL PROCESSES» // European Physical Journal Plus. 2021. Т. 136. № 1. С. 131. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-020-01070-8>

3. I.P. Polovinkin, V.M. Polovinkina «MEAN VALUE THEOREMS AND PROPERTIES OF SOLUTIONS OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS» // Trends in Mathematics. 2020. С. 587-602. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-35914-0_26

4. M.V. Polovinkina, I.P. Polovinkin, A.L.Muglanov «TWO-POINT MEAN VALUE FORMULAS»// Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. Т. 41. № 5. С.

853-868 <https://doi.org/10.1134/S1995080220050091>

5. M. V. Polovinkina, I. P. Polovinkin, A. L. Muglanov, Two-point mean value formulas // Lobachevskii J. Math. 41, No. 5, 853-868 (2020) <https://doi.org/10.1134/S1995080220050091>

Комиссия рекомендует принять к защите в диссертационном совете МГУ.011.8 кандидатскую диссертацию Денисова Петра Васильевича на тему: «О поведении решений параболических уравнений при больших значениях времени» по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (физико-математические науки).

Председатель комиссии:
д.ф.-м.н., профессор

Фурсиков А.В.

Член комиссии:
д.ф.-м.н., профессор

Шамаев А.С.

Член комиссии:
д.ф.-м.н., доцент

Филиновский А.В.
