

ОТЗЫВ
научного руководителя о диссертационной работе
Галстяна Арсена Хачатуровича
«Проблема Ферма-Штейнера в гиперпространствах»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 –
«Геометрия и топология»

В диссертационной работе А.Х. Галстяна исследуется задача Ферма-Штейнера в гиперпространствах над конечномерными нормированными пространствами. В произвольном метрическом пространстве эта задача формулируется так: требуется найти все точки в пространстве, которые реализуют минимум суммы расстояний до фиксированного изначально заданного набора точек.

Галстян в своей работе развивает теорию, относящуюся к области экстремальных параметрических сетей. Как демонстрирует автор, его результаты оказываются полезными на практике, они помогают решать задачи Ферма-Штейнера гораздо более эффективней, прозрачней и методичней.

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Введение включает в себя краткую историческую сводку, постановку проблемы Ферма-Штейнера в гиперпространствах, обоснование научной новизны проведённого исследования, а также перечисление по каждому из разделов всех основных результатов работы.

Первая глава содержит необходимые определения и вспомогательную теорию, некоторые части которой имеют самостоятельный интерес. А именно, Галстян доказал, что пересечение замкнутой окрестности радиуса r одного компакта с другим непрерывно зависит от r в случае, когда оба компакта являются выпуклыми. При этом автор также привёл пример, когда при отказе от условия выпуклости компактов непрерывность нарушается.

Во второй главе изучается непосредственно сама проблема Ферма-Штейнера. Часть 2.1 этой главы посвящена развитию соответствующей теории для так называемых финитных границ, то есть границ, все компакты в которых являются конечными множествами. Здесь Галстян совместно с А.А. Тужилиным и А.О. Ивановым с равнозначным вкладом всех трёх специалистов вывел и доказал ряд критериев того, когда элемент гиперпространства является минимальным в классе решений компактом Штейнера, на основе этих результатов предъявил оценки на количество точек в минимальном компакте Штейнера, получил алгоритм построения минимальных компактов для имеющегося вектора решения, а также обнаружил некоторые геометрические свойства максимального по включению в классе решений компакта Штейнера. Развитая в работе теория показала свою эффективность на практике, что продемонстрировано в подразделе 2.1.7.

Далее все результаты работы А.Х. Галстяна являются самостоятельными. А именно, в разделах 2.2 и 2.3 Галстян вводит специальные геометрические объекты – множества сцепки, и разрабатывает соответствующую теорию, описывающую свойства таких объектов для различных границ, не только финитных. Эта теория сыграла ключевую роль в выводе и доказательстве достаточных условий неустойчивости границы (финитные границы, минимум суммы расстояний для которых не меняется при переходе к выпуклым оболочкам исходных граничных множеств, называются устойчивыми, иначе – неустойчивыми).

Затем в части 2.4 Галстян самостоятельно доказал три достаточных условия неустойчивости границы в гиперпространствах над конечномерными нормированными пространствами. Одно из этих условий для неустойчивого случая предоставляет оценку снизу на уменьшение веса минимальной сети типа звезда при переходе к выпуклым оболочкам граничных компактов. Здесь автор также продемонстрировал пользу развитой теории на практике.

А именно, Галстян применил третье достаточное условие неустойчивости к одной известной из недавних работ границе: посредством соответствующей теоремы автор доказал неустойчивость этой границы и выписал оценку снизу на уменьшение веса минимальной сети при переходе к выпуклым оболочкам граничных компактов.

А.Х. Галстян в своих рассуждениях применяет методы математического анализа, метрической геометрии, топологии, теории графов и теории минимальных сетей. Результаты диссертационной работы опубликованы в четырёх различных высокорейтинговых печатных изданиях. Помимо опубликованных и принятых к печати работ материалы проделанного исследования прошли апробацию на различных семинарах и конференциях разного уровня.

Диссертационная работа Галстяна обладает как теоретической, так и практической значимостью. Она может быть интересна специалистам, работающим в областях метрической геометрии и геометрической оптимизации.

Таким образом, в диссертационной работе А.Х. Галстяна «Проблема Ферма-Штейнера в гиперпространствах», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 – «Геометрия и топология», автором получено существенное продвижение в исследовании проблемы Ферма-Штейнера, сконструированы методы, позволяющие сильно упростить решение во множестве конкретных случаев. Вся работа хорошо структурирована и прозрачно написана, несмотря на нетривиальность поставленных задач. Диссертационная работа также удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней». Полученные Галстяном многочисленные новые и полезные как в теории, так и на практике результаты вкупе со всем

сказанным выше дают основание порекомендовать эту работу к защите в диссертационном совете МГУ.011.4.

Научный руководитель
профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений
Механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова
(119991 Москва, Ленинские горы 1, МГУ, Главное здание,
механико-математический факультет, тел. +74959391423, факс
+74959392090, сайт: <https://www.math.msu.ru/>),
доктор физико-математических наук, профессор
(тел. +79161261765, email: tuz@mech.math.msu.su)

А.А. Тужилин

19.09.2023

дата

Подпись профессора А.А. Тужилина удостоверяю.
Декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова
член-корр. РАН, доктор физико-математических наук, профессор

А.И. Шафаревич

19.09.2023

дата