

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Балыбин Степан Николаевич

**ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И
ПЕРЕПУТЫВАНИЕ АТОМНЫХ СИСТЕМ С
КВАНТОВЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ**

Специальность:

1.3.6. Оптика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Тихонова Ольга Владимировна

Москва — 2024

Оглавление

	Стр.
Введение	5
Глава 1. Современное состояние исследований в физике неклассических полей и их взаимодействия с атомными системами	17
1.1 Неклассические состояния света	17
1.1.1 Фоковские состояния	17
1.1.2 «Шредингеровские коты» и $N00N$ - состояния	19
1.1.3 Когерентные состояния с малым числом фотонов	20
1.1.4 Сжатые состояния и яркий сжатый свет	21
1.2 Эффективное взаимодействие малого числа фотонов с атомами и перспективы ридберговских атомов	23
1.3 Ионизация атомов классическим и неклассическим светом	25
1.4 Атомные кубиты	26
1.5 Кодирование и передача квантовой информации	27
1.6 Эффект фазовой самомодуляции ФСМ и его использование для генерации негауссовских состояний	29
1.7 Квантовые невозмущающие измерения числа квантов	32
Глава 2. Взаимодействие неклассических полей разного типа с атомными системами в режиме ионизации	35
2.1 Ионизация ридберговских атомов неклассическим светом в условиях рамановских переходов через континуум и резонансный уровень	35
2.1.1 Теоретический подход	35
2.1.2 Решение задачи в терминах квазиэнергетических состояний	39
2.1.3 Случай кубита из двух фоковских состояний	41
2.1.4 Случай когерентного состояния малой интенсивности и случай состояния сжатого вакуума	43
2.1.5 Зависимость ионизации от фазы поля и сверхточное измерение фазы по сигналу ионизации	45
2.1.6 Перепутанность между атомной и полевой подсистемой и управление атомным состоянием	49

2.1.7	Выводы	54
2.2	Надпороговая и многофотонная ионизация атомов неклассическим электромагнитным полем	55
2.2.1	Теоретический подход	55
2.2.2	Скорость ионизации в зависимости от фотонной статистики	57
2.2.3	Анализ полевого матричного элемента	59
2.2.4	Особенности ионизации ярким сжатым вакуумом по сравнению с когерентным полем	60
2.2.5	Выводы	67
Глава 3. Генерация негауссовских состояний поля в нелинейной среде с фазовой самомодуляцией и их взаимодействие с атомными системами		68
3.1	Генерация квазифоковского состояния с помощью резонансной фазовой самомодуляции в оптических микрорезонаторах	68
3.1.1	«Банановые» состояния в системе с $\chi^{(3)}$ нелинейностью	68
3.1.2	Критерий негауссовости	73
3.1.3	Метод получения состояния с малой неопределенностью числа квантов	75
3.1.4	Точное решение с учетом оптических потерь	78
3.1.5	Функция Хусими яркого «бананового» состояния	80
3.1.6	Оценки для реальных микрорезонаторов	83
3.1.7	Выводы	84
3.2	Особенности взаимодействия квантовой точки с неклассическим светом в режиме фазовой самомодуляции	86
3.2.1	Аналитическое решение методом квазиэнергий	87
3.2.2	Динамика возбуждения квантовой точки	90
3.2.3	Случай превалирующей роли нелинейности	91
3.2.4	Режим сильной связи с квантовой точкой	97
3.2.5	Выводы	101
3.3	Квантовая точка, взаимодействующая с неклассическим полем в нелинейных керровских средах, как ресурс для повторяемых квантовых вычислений	102
3.3.1	Аналитическое решение	103

	Стр.
3.3.2	Оптимальный режим взаимодействия 104
3.3.3	Случай когерентного поля 105
3.3.4	Случай сжатого вакуума 112
3.3.5	Выводы 119
Глава 4.	Динамика неклассических полей в нелинейной среде
	и их использование для проведения квантового
	невозмущающего измерения 120
4.1	Генерация одномодового и двухмодового сжатого света в
	резонаторе с кубической нелинейностью 120
4.1.1	Анализ сжатия 121
4.1.2	Выводы 126
4.2	Квантовые неразрушающие измерения числа фотонов в
	кристаллических микрорезонаторах 127
4.2.1	Критерий квантового измерения 127
4.2.2	Упрощенный анализ 129
4.2.3	Погрешность измерения 131
4.2.4	Апостериорное состояние сигнальной моды 134
4.2.5	Оценки параметров 138
4.2.6	Выводы 140
4.3	Улучшение чувствительности КНИ с помощью сжатого света . . 141
4.3.1	Идея использования сжатого света 141
4.3.2	Учет эффекта фазовой само-модуляции и потерь в системе 143
4.3.3	Потери в сигнальной моде 149
4.3.4	Выводы 151
Заключение 152	
Публикации автора по теме диссертации 155	
Список литературы 159	

Введение

Актуальность темы. Одним из направлений современной физики взаимодействия излучения с веществом является исследование систем, «одетых» различными классическими или квантовыми полями. Для таких систем был обнаружен целый ряд интересных эффектов: ионизация и стабилизация атомов сильным лазерным полем [1; 2], вынужденное тормозное рассеяние и спонтанное тормозное излучение электронов в лазерном поле [3], «вакуумные» осцилляции Раби [4], коллапс и возрождение атомной инверсной населенности в модели Джейнса-Каммингса, нелинейные процессы на базе электромагнитно-индуцированной прозрачности [5] и т.д. Тем не менее, проблема динамики «одетой» неклассическим полем атомной системы на сегодняшний день достаточно мало исследована, хотя и является важной как для развития фундаментальной науки, так и для разработки перспективных практических приложений. Наличие полевой степени свободы и возникающее перепутывание между атомом и полем существенно затрудняет рассмотрение динамики такой «двухкомпонентной» системы и одновременно с этим приводит к возникновению новых физических эффектов, не имеющих места при воздействии на атом классических полей. В последние годы интерес к изучению таких систем сильно возрастает, поскольку стало возможным экспериментальное создание большого числа различных состояний квантового света. Это и однофотонные состояния, и фоковские состояния с малым числом фотонов, неклассические когерентные состояния малой интенсивности, состояния сжатого вакуума и др. [6–13]. Кроме того, стало доступным изготовление и использование высококачественных резонаторов, а также сильной фокусировки неклассического света в очень маленьком фокальном объеме, что позволяет обеспечить сильную связь между атомом и квантовым полем [14; 15].

Эффективное взаимодействие между атомной и полевой подсистемами открывает новые перспективы при работе с квантовой информацией и стимулирует развитие методов хранения, обработки и передачи квантовой информации, а также разработку квантовой памяти и квантовых логических элементов. Уже достигнута возможность «записи» и «считывания» фотонных состояний «по требованию» с использованием эффекта индуцированной прозрачности [16; 17]. Передавать информацию оказывается очень удобно, используя состояния

неклассического света, а манипулировать ею при помощи логических элементов на атомных кубитах. Поэтому очень важной и крайне востребованной задачей является разработка интерфейса между атомной и квантово-полевой подсистемами, осуществляющего передачу информации от одного к другому. Примерами уже частично изученных эффектов являются перепутывание между атомом и полем и обмен фазой между полевой и атомной подсистемами. Но польза атомных систем может проявляться не только в задачах хранения и обработки квантовой информации, но и в задачах генерации и томографии полевых состояний.

Таким образом, анализ и теоретическое описание взаимодействия между атомными системами и неклассическими полями представляет собой крайне актуальную задачу. В настоящей работе исследуется взаимодействие неклассических электромагнитных полей с атомами и полупроводниковыми наносистемами как в режиме ионизации, так и в случае резонансной связи. Проанализированы новые физические эффекты, обусловленные квантовой природой воздействующего излучения. Особое внимание уделено роли нелинейной фазовой самомодуляции поля в процессе взаимодействия и ее влиянию на динамику электронной подсистемы. Проведенный анализ и выявленные закономерности служат основой для создания как новых измерительных устройств, так и интегральной платформы для проведения квантовых операций с использованием перепутанных состояний атомных и полевых систем.

Цели и задачи Целью данной работы является теоретическое исследование взаимодействия неклассических состояний электромагнитного поля с атомами и полупроводниковыми системами в условиях сильной перестройки атомной и полевой подсистем (за рамками пертурбативных режимов), анализ перепутанности между ними, а также изучение влияния обнаруженных корреляций на динамику системы. Данные исследования открывают новые возможности для построения атомно-полевого контролируемого интерфейса, позволяющего управлять свойствами как атомной, так и полевой подсистем на основе возникающих новых физических эффектов. Проводимый анализ также нацелен на разработку новых измерительных квантовых схем со сверхвысоким разрешением, основанном на использовании рассматриваемых гибридных перепутанных систем.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Исследовать взаимодействие полевого и атомного кубита с учетом связи с ионизационным континуумом и проанализировать существование стабильных собственных состояний перепутанной атомно-полевой системы.
2. Разработать теоретический подход для анализа ионизации атома неклассическим светом в однофотонном и многофотонном режимах и исследовать ее особенности и наиболее значимые отличия от случая ионизации классическим полем.
3. Исследовать возможность формирования состояний неклассического света с новыми свойствами в процессе взаимодействия с атомными или полупроводниковыми системами.
4. Проанализировать возможность генерации сжатых состояний света, и особенно негауссовых серповидных состояний, с использованием керровской нелинейности в современном резонаторе с модой шепчущей галереи с высоким значением добротности.
5. Теоретически проанализировать возможность томографии, то есть разработать методы получения информации о неизвестном атомном или полевом состоянии по измерению другой подсистемы с повышенной точностью по сравнению с известными методами.
6. Разработать схему квантового невозмущающего измерения, использующую неклассическую природу света.

Объект и предмет исследования Объектом исследования являются атомы, полупроводниковые квантовые точки, атомные и сверхпроводящие кубиты, а также взаимодействующие с ними неклассические электромагнитные поля. Предметом исследования являются новые физические эффекты, возникающие при взаимодействии рассматриваемых атомных систем с неклассическими электромагнитными полями, обусловленные квантовыми свойствами полей, возникающими корреляциями и перепутанностью в системе, а также наличием нелинейности для поля.

Методология и методы исследования. Основные результаты, представленные в настоящей работе получены при помощи аналитического решения нестационарного уравнения Шредингера, а также уравнений Гейзенберга для операторов рождения и уничтожения поля. Используется метод квазиэнергий

и квазиэнергетических состояний, а также метод перехода к базису «одетых» состояний за счет преобразования оператора Гамильтона системы. Для анализа перепутанности между атомом и полем используется формализм матрицы плотности, а также параметр Шмидта. Для анализа возникающих состояний поля используется функция Вигнера, а также подход квантовых ковров. Для исследования роли потерь в оптической системе используется метод виртуального светоделителя. Все необходимые численные расчеты, взятие интегралов и вычисление сумм, а также построение графиков производилось в вычислительной системе Wolfram Mathematica.

Научная новизна:

1. Впервые представлен теоретический подход к описанию ионизации атомных систем неклассическим полем, в том числе в состоянии сжатого вакуума, за рамками теории возмущений.
2. Разработан атомно-полевой интерфейс, реализующий эффективную передачу фазовой информации от полевого кубита к атомному.
3. Предложен метод, позволяющий за счет канала ионизации измерять фазу когерентного состояния поля с рекордной точностью.
4. Разработан теоретический подход для анализа динамики полевых мод в нелинейной среде с керровской нелинейностью, предсказано формирование негауссовских состояний поля и выполнены оценки для реальных оптических систем.
5. Впервые аналитически исследована динамика квантовой точки под действием неклассического когерентного и сжатого состояний поля в условиях нелинейности и исследована структура «коллапсов» и «возрождений» возбуждений и перепутанности в системе.
6. Обнаружен новый режим строго периодических атомных возбуждений, позволяющий контролируемо управлять состояниями атомно-полевой системы и перепутанностью в ней, что имеет принципиальное значение для реализации квантовых логических операций и квантовых вычислений.
7. Впервые представлена схема квантового невозмущающего измерения числа фотонов с использованием сжатых состояний.

Теоретическая и практическая значимость данной работы состоит в разработанных новых теоретических подходах, обнаруженных новых физических эффектах, выявленных особенностях взаимодействия атомных и

полупроводниковых наностистем с квантовыми полями, а также предложенных схемах высокоточных квантовых измерений, разработанных на основе квантовых свойств гибридных перепутанных систем. В результате работы была построена фундаментальная теория ионизации атомных систем неклассическими электромагнитными полями, на основе которой были выявлены особенности режимов ионизации и стабилизации атомных систем, обусловленные квантовыми свойствами воздействующих полей и возникающей перепутанностью между атомной и полевой подсистемами. На основе разработанного теоретического подхода к исследованию динамики квантовой точки при взаимодействии с произвольными неклассическими полями в условиях нелинейной фазовой самомодуляции были предложены схемы по управлению возбуждением квантовой точки, а также ее перепутанностью с полевой подсистемой, что имеет практическую значимость для построения квантовых логических алгоритмов и развития квантово-информационных технологий. Полученные результаты вносят важный вклад в разработку сверхчувствительных квантовых измерений. Предложен принципиальный метод сверхточных измерений на основе эффекта фазовой чувствительности скорости ионизации. Кроме того предложена схема квантовых невозмущающих измерений, а также проведено её усовершенствование за счет использования сжатых состояний поля. Данное улучшение позволяет приблизиться к однофотонным пределам чувствительности, что является ключевым для реализации множества квантовых оптических устройств.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Интерференция переходов в континуум из двух близких атомных уровней, индуцированных неклассическим электромагнитным полем, приводит к формированию перепутанного атомно-полевого состояния, устойчивого к ионизации, свойства которого существенно зависят от фазы поля.
2. Наблюдаемый в процессе ионизации эффект захвата населенности в стабильное собственное состояние перепутанной атомно-полевой системы, позволяет осуществлять обмен фазовой информацией между квантовым полем и атомом.
3. Разработанный в диссертации аналитический метод описания ионизации атома квантованным электромагнитным полем позволяет получить значение скорости ионизации за рамками теории возмущений как в од-

нофотонном, так и в многофотонном режиме для любых начальных состояний поля, включая состояние сжатого вакуума.

4. Исчезновение эффекта «закрытия каналов» в случае ионизации атома квантовым полем в состоянии сжатого вакуума обусловлено широким распределением и большой квантовой неопределенностью по числу фотонов рассматриваемого полевого квантового состояния.
5. Существенное уширение и перекрытие пиков в спектре фотоэлектронов, наблюдаемое при ионизации атома квантовым полем в состоянии сжатого вакуума, обусловлено возникающей интерференцией переходов различного порядка многофотонности.
6. Взаимодействие и перепутывания квантовой точки с квантовым электромагнитным полем в условиях керровской фазовой самомодуляции приводит к формированию новых типов негауссовских полевых состояний.
7. Оптимальная отстройка квантового поля от резонанса при взаимодействии с атомным кубитом в условиях керровской фазовой самомодуляции приводит к новому режиму строго периодических коллапсов и возрождений атомных возбуждений и перепутанности в системе, который наблюдается даже в случае воздействия сжатого вакуума и позволяет контролируемо управлять атомно-полевыми состояниями.
8. Найденная аналитическая формула для оптимальной отстройки является универсальной и не зависит от начального состояния поля и среднего числа фотонов в нем.
9. Использование квантового поля в состоянии сжатого вакуума в схеме с кроссфазовым взаимодействием, разработанной для квантового невозмущающего измерения числа фотонов, позволяет улучшить точность измерения более чем в 7 раз по абсолютной величине при использовании сжатия 10 дБ.

Достоверность полученных результатов определяется использованием обоснованных теоретических подходов, совпадением решений с известными предельными или частными случаями, использованием различных методов решения и сходством результатов, полученных разными способами, а также согласием полученных результатов с имеющимися расчетами других исследователей и с экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на научных семинарах в МГУ и Российском Квантовом Центре, а также были представлены на 20 международных конференциях и симпозиумах:

1. International Conference on Many Particle Spectroscopy of Atoms, Molecules, Clusters and Surfaces (MPS2016), Москва, Россия, 23-26 августа 2016.
2. The International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO 2016) / The Lasers, Applications, and Technologies Conference (LAT 2016) ICONO/LAT 2016, Минск, Беларусь, 26-30 сентября 2016.
3. XXIV Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2017», МГУ имени М.В.Ломоносова, Россия, 20 апреля 2017.
4. Quantum 2017 Advances in Foundations of Quantum Mechanics and Quantum Technologies with atoms and photons, Турин Италия, Италия, 7 мая - 11 июня 2017.
5. 26th International Laser Physics Workshop (LPHYS'17), Казань, РФ, Россия, 17-21 июля 2017.
6. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2018», МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 10-11 апреля 2018.
7. Студенческая конференция «От ядер галактик до атомных масштабов» факультета физики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», учебный центр Вороново, Московская область, Россия, Россия, 20-22 апреля 2018.
8. XVI Всероссийская школа-семинар "Волновые явления в неоднородных средах" имени профессора А.П. Сухорукова («Волны-2018»), Красновидово, Моск. обл., Россия, 27 мая - 1 июня 2018.
9. 27th International Laser Physic Workshop, Ноттингем, Великобритания, Великобритания, 16-20 июля 2018.
10. The International Conference on Many Particle Spectroscopy of Atoms, Molecules, Clusters and Surfaces, Будапешт, Венгрия, 21-24 августа 2018.
11. XVII Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова (Волны 2019), Красновидово, Московская область, Россия, 26-31 мая 2019.

12. 26th Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO-2019), Падерборн, Германия, 3-7 июня 2019.
13. 28th Annual International Laser Physics Workshop (LPHYS'19), Gyeongju, Корея, Республика, 8-12 июля 2019.
14. 5th International Conference on Quantum Technologies (ICQT2019), Москва, Россия, 15-19 июля 2019.
15. XIX Научная школа «Нелинейные Волны – 2020», Нижний Новгород, Институт прикладной физики РАН, Россия, 28 февраля - 6 марта 2020.
16. 19th International Conference on Laser Optics «ICLO 2020», Санкт-Петербург, Россия, 2-6 ноября 2020.
17. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2020», Москва, Россия, 10-27 ноября 2020.
18. 6th International Conference on Quantum Technologies (ICQT2021), Москва, Россия, 12-16 июля 2021.
19. 5th International School of Quantum Technologies (QTS'22), Хоста, Сочи, Россия, 3-8 октября 2022.
20. «Нелинейные волны - 2022», Нижний Новгород, Россия, 7-13 ноября 2022.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в 25 печатных работах, в том числе в 8 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова, и 17 публикациях в других научных изданиях и сборниках тезисов конференций. Список работ автора приведен в конце диссертации перед списком литературы.

Личный вклад. Все представленные в диссертационной работе результаты получены автором лично, либо при его определяющем участии.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка цитируемой литературы. Полный объём диссертации составляет 177 страниц с 52 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 201 наименование.

Краткое содержание диссертации. Первая глава представляет собой подробный обзор литературы по теме исследования, в котором обсуждаются работы по неклассическим полям разного типа, исследованию ионизации атомных систем, влиянию нелинейности и квантовым невозмущающим измерениям.

Вторая глава посвящена исследованию взаимодействия атомных систем с квантовым электромагнитным полем в режиме возможной ионизации атома. Первоначально рассматривается взаимодействие между модельным ридберговским атомом и малофотонным квантовым электромагнитным полем в условии перезаселения состояний атома рамановскими переходами как через континуум, так и через нижнее резонансное состояние. Учитываются и атомные, и полевые степени свободы системы. Рассматриваются однофотонные переходы электрона в ионизационный континуум и обратно, и демонстрируется возможность атомных состояний «выживать» в процессе ионизации. Задача решается с помощью нахождения энергий и волновых функций квазиэнергетических состояний, характеризующих атомную систему, «одетую» полем. Обнаружено формирование состояния, стабильного относительно процесса ионизации. Отдельно рассмотрен случай, когда квантовое поле изначально представляет собой фотонный кубит с некоторой относительной фазой между состояниями. Разработаны методы когерентного контроля атомного квантового состояния в результате взаимодействия с неклассическим полем. Реализована схема передачи относительной фазы от полевого кубита к атомному в процессе их взаимодействия. Также разработан метод измерения неизвестной фазы полевого кубита в процессе взаимодействия с атомом. В условиях, когда фаза полевого состояния изначально неизвестна, атомная подсистема может выступать в качестве прибора для ее измерения. Для такого режима была исследована запутанность между атомной и полевой подсистемами в процессе взаимодействия и выявлено влияние фазы полевого кубита на характеристики атомного состояния, формирующегося в процессе динамики. Обнаружено существенное влияние фазы полевого состояния на процесс ионизации атомной подсистемы и на вероятность ионизации. Также рассмотрены случаи других неклассических начальных состояний поля, характеризующихся определенной фазой: когерентного состояния с малым средним числом фотонов и состояния сжатого вакуума. Продемонстрирована возможность получения информации о полевым состоянии при помощи измерений вероятности ионизации атома. Далее в данной главе в качестве отдельной задачи исследуется взаимодействие невозбужденного атома с квантовым электромагнитным полем и анализируются особенности ионизации атомной системы при воздействии многофотонных (ярких) сжатых состояний поля. Разработан теоретический подход, основанный на использовании собственных состояний свободного электрона, «одетого» квантованным

электромагнитным полем, найденных Берсоном в релятивистском случае и Бергу в нерелятивистском режиме. Этот подход позволяет исследовать зависимость процесса ионизации от среднего числа фотонов в поле и от вида фотонной статистики. В данной главе рассматривается надпороговая ионизация с учетом каналов различного порядка многофотонности и выводятся аналитические выражения для скорости ионизации в квантовом поле различного типа: когерентного и сжатого. Наиболее важным является то, что все решения найдены за рамками стандартной теории возмущений, поскольку влияние квантового поля на электрон в континууме учтено точно. На основе удачно найденного аналитического приближения для полевого матричного элемента перехода впервые получены замкнутые аналитические выражения для скорости ионизации атома в квантовом поле. Было обнаружено, что в случае ионизации атома сжатым светом вклады каналов высокого порядка многофотонности оказываются существенно выше по сравнению со случаем воздействия когерентным излучением. Как следствие, суммарная вероятность ионизации в единицу времени в сжатом поле оказывается на несколько порядков выше для одинакового среднего числа фотонов. Также в работе впервые выявляются особенности спектров фотоэлектронов в континууме в случае ионизации сжатым светом и физические механизмы их возникновения.

Третья глава посвящена изучению эффекта нелинейной фазовой самомодуляции и его влиянию на взаимодействие неклассических полей с атомными системами. В первой части главы рассматривается одномодовый свет и его эволюция в Керровской среде. Обсуждается сосредоточенная модель микрорезонатора, выполненного из материала с керровской нелинейностью, и находятся характерные значения квантового сжатия, которые могут быть получены в системе. Также проводятся оценки возможности экспериментальной генерации квантовых состояний на эффекте фазовой самомодуляции в нелинейной среде. Далее исследуется динамика оптического поля при прохождении когерентного состояния и состояния сжатого вакуума через среду с более сильной кубичной нелинейностью. При исследовании динамики когерентного состояния обнаруживается формирование негауссовских состояний, аналогичных состояниям кота Шредингера. В случае сжатого вакуума впервые демонстрируются новые негауссовские состояния света, динамика которых проанализирована как в рамках формализма функций Вигнера, так и при помощи квантовых ковров. Для анализа практической пользы таких состояний исследовано

их действие на полупроводниковые квантовые точки. Рассматривается взаимодействие однофотонной моды с полупроводниковой квантовой точкой в твердотельном нелинейном резонаторе с использованием модели Джейнса-Каммингса. Динамика взаимодействия квантовой точки с неклассическим полем в условиях нелинейности анализировалась в рамках нестационарного уравнения Шредингера, и было найдено аналитическое решение данной задачи. Продемонстрировано, что динамика системы характеризуется различными режимами, которые были проанализированы: режим слабого взаимодействия поля с квантовой точкой, режим их сильного взаимодействия, а также режим оптимального взаимодействия с учетом отстройки от резонанса. Для всех исследованных режимов были найдены возможности их использования для практических приложений в области разработки квантовых алгоритмов, а также передачи и хранения квантовой информации. В частности, было продемонстрировано, что при наличии нелинейности повторяющиеся коллапсы и возрождения возбуждения квантовой точки оказываются более проявленными. Также был обнаружен новый физический эффект, заключающийся в компенсации влияния нелинейности за счет выбора оптимальной отстройки, что приводит к строго периодическому повторению «коллапсов» и «возрождений» электронных возбуждений. Существенно, что данный эффект имеет место и в случае воздействия поля в состоянии сжатого вакуума, что не было обнаружено ранее. В диссертации было получено выражение для оптимальной отстройки, которое является универсальным, поскольку не зависит ни от начального состояния поля, ни от среднего числа фотонов в нем. Для более глубокого понимания динамики в диссертации также рассматривается перепутывание между полевой подсистемой и квантовой точкой. Доказывается, что в данном режиме взаимодействия периодически возникают моменты времени, когда подсистемы оказываются распутанными, чего ранее не удавалось обнаружить в подобных системах. Данный эффект можно использовать для периодического воздействия на каждую из подсистем в моменты распутывания для измерений или внешнего воздействия.

В четвертой главе диссертации изучается проблема генерации двумодовых сжатых состояний за счет эффекта фазовой кроссмодуляции в открытой квантовой системе. Аналитически выводится коэффициент качества, указывающий на такую возможность в произвольном оптическом резонаторе и зависящий от кубической нелинейности резонатора, затухания и объема моды. В резуль-

тате показывается, что существующие сверхвысокодобротные кристаллические микрорезонаторы могут генерировать сжатый свет в реалистичных экспериментальных условиях при достаточно высокой добротности и высокой связью накачки с микрорезонатором. Данные оценки позволяют вернуться к идее квантового неразрушающего измерения оптических квантов через резонансно усиленную керровскую нелинейность с учетом квантового обратного действия. Показано, что кристаллические микрорезонаторы позволяют проводить квантовые неразрушающие измерения числа фотонов в поле слабого сигнала с использованием классического пробного поля. Получено точное решение уравнений Гейзенберга для этой системы и вычислена погрешность измерения с учетом оптических потерь на детекторах. В результате продемонстрировано, что лучшие современные кристаллические микрорезонаторы позволяют достичь погрешности измерения в несколько раз лучше стандартного квантового предела. В заключении данной главы предлагается способ увеличения чувствительности квантового неразрушающего измерения почти на порядок за счет использования сжатого вакуума.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

Глава 1. Современное состояние исследований в физике неклассических полей и их взаимодействия с атомными системами

1.1 Неклассические состояния света

Одной из ключевых проблем современной экспериментальной квантовой оптики является создание качественных источников неклассического света, что подразумевает генерацию в режиме счета фотонов. Существует множество различных неклассических состояний, например однофотонные состояния, произвольные фоковские состояния, состояния типа «шредингеровского кота» и, так называемые, $N00N$ -состояния, когерентные состояния с малым числом фотонов, «сжатые» состояния света и т.д. На сегодняшний день стало возможным создание таких состояний, причем каждое требует собственного способа генерации. Далее рассмотрим в отдельности каждый из озвученных типов неклассического излучения.

1.1.1 Фоковские состояния

Начнем с рассмотрения фоковских состояний, поскольку они очень часто выступают в роли базиса для описания других неклассических состояний электромагнитного поля и описывают состояния с фиксированным числом фотонов, в том числе и состояния одиночных фотонов. При этом одиночные фотоны представляют собой фундаментальное квантовое возбуждение электромагнитного поля и вызывают особый интерес. Математически фоковское, или n -фотонное, состояние света представляет собой собственное состояние оператора числа фотонов $\hat{n} = a^\dagger a$, а соответствующий ему вектор состояния обычно записывают как $|n\rangle$, или в виде волновой функции Φ_n . Способность создавать фоковские состояния в режиме с заданным числом возбуждений одной моды электромагнитного поля имеет не только фундаментальный интерес, но и практический интерес в приложении к квантовым технологиям, где состояния Фока являются кирпичиками для построения одномодовых и многомодовых квантовых состо-

яний. Построение источников одиночных фотонов, которые генерируют ровно один квант электромагнитного поля в виде управляемого волнового пакета, является ключевым моментом в развитии квантовой информации. Например, протоколы для реализации квантовой криптографии и распределенных квантовых сетей опираются на существование таких источников, так же как и модели масштабируемого квантового вычисления с однофотонными импульсами в виде кубитов.

Самые ранние установки по генерации одиночного фотона использовали флуоресцентный свет, который обладал существенно неклассическим характером. Но флуктуации числа излучающих атомов приводили к ограничениям на качество состояний, генерируемых таким образом. Эту проблему решили с появлением первых атомных ловушек, которые позволяют изолировать один атом и использовать его в качестве излучателя. На сегодняшний момент для генерации однофотонных состояний экспериментаторы используют захваченные в ловушку атомы [6; 7; 18], ионы [8], а также квантовые точки в твердотельных системах [9; 10; 19; 20]. Например, в работе [6] авторы сообщают о способе генерации однофотонных импульсов с помощью одиночного охлажденного атома цезия, пойманного в ловушку и находящегося в режиме сильной связи с окружающим его оптическим резонатором. При этом, полученные таким образом состояния находятся в конфигурации, подходящей для использования в протоколах квантовой информации.

Помимо однофотонных состояний важную роль в квантовых коммуникациях и вычислениях играют состояния Фока с произвольным малым числом фотонов и различные их суперпозиции. Такие состояния можно использовать для улучшения чувствительности интерферометров вплоть до гейзенберговского предела. Поэтому многие теоретические и экспериментальные усилия направлены на создании фоковских состояний с использованием различных схем [21–23]. Так в работе [21] показано, что состояния Фока могут быть условно созданы при добавлении нескольких фотонов в состояние сжатого вакуума. Для демонстрации этого факта авторы исследуют распределение числа фотонов и функцию Вигнера полученного состояния. А в работе [22] были экспериментально созданы одно-, двух- и трехфотонные состояния в сверхкоротком импульсном режиме при помощи эффекта спонтанного параметрического рассеяния. Полученный источник согласован со вспомогательным когерентным состоянием, которое может быть использовано для создания перепутывания

состояний на полупрозрачном зеркале, а затем для создания неклассических квантовых состояний при проведении условного (проекционного) измерения.

1.1.2 «Шредингеровские коты» и $N00N$ - состояния

Наряду с исследованием чисто квантовых состояний с нулевым средним значением квадратур большой интерес вызывает также создание и изучение суперпозиции макроскопически различимых состояний, которые характеризуются значительной величиной средней квадратуры и на фазовой диаграмме находятся далеко друг от друга. Канонический пример представляет собой суперпозицию двух когерентных состояний гармонического осциллятора $|\alpha\rangle$ и $|-\alpha\rangle$, при больших $|\alpha|$ известный как состояние типа «шредингеровского кота». Две компоненты такой суперпозиции соответствуют различным квазиклассическим волновым пакетам, по аналогии с котом Шредингера, который будучи помещенным в закрытую коробку является одновременно и мертвым и живым. Существует большое число работ посвященных созданию подобных состояний, например [21; 24; 25]. В работе [25] были экспериментально сгенерированы перепутанные шести-, восьми- и десятикубитные состояния шредингеровских котов. А в работе [24] создано двухмодовое состояние кота на микроволновых полях в двух сверхпроводящих резонаторах.

Активно исследуемым частным случаем состояния шредингеровского кота является так называемое $N00N$ -состояние, которое для двухчастичной перепутанной системы записывается в виде $\psi \sim (|N,0\rangle + \exp(i\phi)|0,N\rangle)$, что соответствует вакууму в одной моде и N фотонам в другой. В работе [26] оно было создано для двух циркулярно-поляризованных фотонов и в дальнейшем использовано для преодоления стандартного квантового предела в измерении информации Фишера.

1.1.3 Когерентные состояния с малым числом фотонов

Еще одним очень важным с практической точки зрения состоянием света является когерентное состояние, которое наиболее близко описывает классическое электромагнитное поле при огромном среднем числе фотонов. Когерентный волновой пакет обладает минимальной неопределенностью, а соответствующий вектор состояния представляет собой когерентное состояние $|\alpha\rangle$, которое является собственным состоянием оператора уничтожения поля a [5]:

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (1.1)$$

Такие состояния удобно описывать при помощи квадратур поля:

$$p = \frac{a - a^\dagger}{i\sqrt{2}}, q = \frac{a + a^\dagger}{\sqrt{2}}, \quad (1.2)$$

где a^\dagger, a - операторы рождения и уничтожения фотона. Дисперсии квадратур в когерентном состоянии равны $1/2$, поэтому на фазовой диаграмме (p, q) когерентное состояние изображают в виде кружка с центром, отстоящим от начала координат на расстояние пропорциональное корню из среднего числа фотонов в когерентном состоянии $\sqrt{2\bar{n}} = \sqrt{2}|\alpha|$ под углом, равным фазе когерентного состояния $\varphi = \text{Arg}(\alpha)$.

При большом среднем числе фотонов когерентное состояние описывает классическое электромагнитное поле, поэтому для получения неклассического состояния с малым средним числом фотонов используют ослабление лазерного пучка при помощи поглощающих пластинок вплоть до режима счета фотонов. Создать неклассическое когерентное состояние оказывается сравнительно несложно, на сегодняшний день его генерация осуществима даже в сверхпроводящем электромагнитном резонаторе [27]. Однако для целей квантовой оптики гораздо более привлекательным оказывается когерентное состояние, сжатое в направлении одной из полевых квадратур, и представляющее собой сжатое состояние электромагнитного поля.

1.1.4 Сжатые состояния и яркий сжатый свет

Сжатые состояния электромагнитного поля могут быть получены экспериментально, например, в процессе параметрического рассеяния света. Волну накачки пропускают через кристалл с нелинейной восприимчивостью второго порядка $\chi^{(2)}$, благодаря которой один фотон накачки преобразуется в два фотона с суммарной частотой равной начальной частоте $\omega_s + \omega_i = \omega$. Полученные фотоны сильно скоррелированы друг с другом, а результирующее поле называется двухмодовым сжатым светом. При совпадении волновых векторов сигнального и холостого фотонов $\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_i$ в случае синхронизма типа I происходит вырождение, и говорят об одномодовом сжатом свете. При изначальном отсутствии фотонов в выходной моде сжатого света, говорят о генерации поля в состоянии сжатого вакуума, который не является вакуумом в привычном смысле этого слова. Важным свойством такого света является сильное уменьшение (сжатие) дисперсии одной из полевых квадратур по сравнению с вакуумным состоянием. Сжатые состояния света были в числе первых неклассических состояний, полученных экспериментально, и являются основой для множества информационно-квантовых протоколов с непрерывными параметрами, в то время как для протоколов с дискретными параметрами используют фоковские состояния. Существует большое количество работ, посвященных созданию и изучению свойств сжатых состояний и яркого света [12; 13; 28; 29]. В работе [28] обсуждается генерация сжатого по числу фотонов (шум числа фотонов уменьшен, а фазы – увеличен) света при помощи многомодового лазера, имеющего однородно уширенную линию, а в работе [29] состояния сжатого вакуума генерируются при параметрическом рассеянии на двух нелинейных кристаллах.

На сегодняшний день удастся создавать яркий сжатый вакуум, содержащий до 10^{15} фотонов в одной моде [30]. Такие состояния можно отнести к макроскопическим неклассическим состояниям света, их называют яркими сжатыми состояниями. Большая интенсивность такого света позволяет рассматривать его перспективным для возбуждения и ионизации атомно-молекулярных систем и взаимодействия с веществом. При этом основной задачей является обнаружение особенностей указанных процессов, обусловленных неклассическими свойствами сжатого света

Для описания состояния сжатого вакуума, рассмотрим волновую функцию такого полевого состояния ψ_f в виде разложения по фоковским состояниям полевого осциллятора Φ_n :

$$\psi_f = \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n} \Phi_{2n} \quad (1.3)$$

Квадрат модуля коэффициента C_{2n} определяет вероятность детектирования $2n$ фотонов. Для яркого сжатого вакуума возможно детектирование только четного числа фотонов, что отражает факт парного рождения сигнального и холостого фотонов. Статистика сжатого вакуума по числу фотонов выглядит следующим образом [31]:

$$|C_{2n}|^2 = \frac{2R}{1+R^2} \frac{(2n)!}{(n!)^2} \left(\frac{1-R^2}{2(1+R^2)} \right)^{2n}, \quad (1.4)$$

$$|C_{2n+1}|^2 = 0, \quad (1.5)$$

где R определяет степень сжатия одной из квадратур поля и связано со средним числом фотонов \bar{n} в состоянии сжатого вакуума:

$$\bar{n} = (R^{-1} + R)^2/4. \quad (1.6)$$

Как видно из (1.4), при большой степени сжатия вероятность обнаружения $2n$ фотонов слабо уменьшается с ростом n , что формирует очень широкое распределение по числу фотонов. Ширина распределения определяется корнем из дисперсии числа квантов и оказывается равной

$$\sqrt{D_n} = \sqrt{2(\bar{n}^2 + \bar{n})}. \quad (1.7)$$

Для сравнения приведем статистику числа фотонов когерентного состояния, применимого для описания поля лазерного излучения в случае большого среднего числа фотонов [5]:

$$|C_n^{coherent}|^2 = \frac{\bar{n}^n}{n!} \exp(-\bar{n}). \quad (1.8)$$

При достаточно больших средних числах фотонов статистика обретает гауссову форму, то есть все возможные числа фотонов сосредоточены в узкой области шириной

$$\sqrt{D_n^{coherent}} = \sqrt{\bar{n}}. \quad (1.9)$$

Таким образом, состояние сжатого вакуума обладает в значительной степени более широким распределением по числу фотонов в сравнении с когерентным светом, что во многом определяет особенности его взаимодействия с атомными системами.

Наличие такого разнообразия неклассических состояний света приводит к необходимости теоретического анализа их взаимодействия с атомно-молекулярными системами, что открывает новые возможности для практических приложений, а также предсказания новых физических эффектов. При этом возникает вопрос о возможности и эффективности взаимодействия такого света с атомными системами.

1.2 Эффективное взаимодействие малого числа фотонов с атомами и перспективы ридберговских атомов

Свет достаточно слабо взаимодействует с одиночными атомами или молекулами, о чем свидетельствует прозрачность нашей атмосферы вплоть до ультрафиолетового диапазона. В то время как изолированный возбужденный атом с легкостью излучает фотон, обратный процесс обычно не очень эффективен: единственный фотон, летящий на атом, будет поглощаться лишь изредка, что соответствует слабой связи между атомом и полем. Согласно «Золотому Правилу Ферми» вероятность переходов между состояниями пропорциональна квадрату матричного элемента гамильтониана взаимодействия. В дипольном приближении матричный элемент пропорционален произведению амплитуды электромагнитного излучения и матричному элементу дипольного момента в случае классического поля. Для отдельных фотонов он пропорционален матричному элементу дипольного момента и квадратному корню из числа фотонов \sqrt{n} . Таким образом, для увеличения вероятности перехода можно увеличивать электромагнитное поле или увеличивать дипольный момент. Если свет изначально слабый, а малофотонный неклассический свет таковым и является, то для осуществления эффективной связи между атомом и светом необходимо использовать атомы с большим дипольным моментом – ридберговские атомы, представляющие собой атомы щелочного металла с валентным электроном, находящимся в высоковозбужденном состоянии. Дополнительно для достижения

еще большей связи между атомом и полем атом помещают в высокодобротный микрорезонатор. Например, в работе [32] авторы описывают наблюдение осцилляций Раби в вакуумном и в слабом когерентном поле в режиме теории возмущений. Время взаимодействия атома с полем и время жизни фотонов в резонаторе оказываются достаточно велики для разрешения частот Раби, которые соответствуют микросекундным временам для этих условий.

В свободном пространстве процесс спонтанного испускания фотона характеризуется экспоненциальным распадом заселенности возбужденного состояния атома, что связано со взаимодействием между атомом и бесконечным числом мод плоских электромагнитных волн. Эти моды можно рассматривать как внешний термостат, и поэтому процесс спонтанного излучения в свободном пространстве часто считается необратимым. Однако эту необратимость следует понимать с термодинамической позиции, а не с позиции нарушения симметрии относительно обращения времени. Уравнение Шредингера инвариантно относительно обращения времени, и если процесс излучения запустить в обратном направлении, то атом поглотит такое излучение. Так как излучение происходит из атомарного объема, то для обратного процесса необходимо сфокусировать неклассическое поле в маленький объем. Более того, необходимо использовать временной профиль обратный профилю излучения. При такой генерации неклассических состояний света достигается сильная связь между атомом и полем [14; 15].

Таким образом, взаимодействие даже малого числа фотонов с атомной системой может привести к важным особенностям ее нелинейной динамики и проявлению эффектов «сильного» поля. Например, к появлению эффекта стабилизации атомов, наиболее интересному для сохранения когерентности атомного состояния. Ранее он уже обсуждался в литературе как для случая классических полей, так и для неклассического света [1; 33]. При этом необходимо рассматривать не только процессы возбуждения атомных систем, но и ионизацию.

1.3 Ионизация атомов классическим и неклассическим светом

В качестве атомной подсистемы при решении задач взаимодействия с полем часто используют высоковозбужденные ридберговские уровни атома [34; 35]. На ридберговских атомах осуществляется очень много интересных и важных приложений [36; 37], а из-за больших значений матричных элементов переходов между ридберговскими уровнями такая система будет обладать высокой эффективностью взаимодействия с квантовым полем. При изучении взаимодействия атомной системы с квантовым светом, ионизационные процессы вовсе не учитываются из-за сложности рассмотрения переходов в континуум и возникновения паразитного эффекта уменьшения населенности связанных состояний. Однако эффективное взаимодействие между двумя ридберговскими уровнями требует очень жестких условий резонанса, при нарушении которых неизбежно начнется заселение вышележащих уровней и увеличится вероятность переходов в континуум. Значит при рассмотрении динамики кубита следует детально анализировать влияние возможной ионизации ридберговского атома и учитывать возникающие при этом эффекты. Для этого необходимо произвести детальное исследование ионизации атомных систем под действием неклассических состояний поля и изучить возможности управления процессом ионизации при помощи характеристик полевой подсистемы, таких как среднее число фотонов, вид статистики фотонов и фаза полевого состояния.

В случае классического лазерного излучения задача об ионизации была решена Келдышем, а затем Рисом с использованием функций Волкова, характеризующих свободный электрон в поле электромагнитной волны [38—40]. Результаты этих работ были подтверждены экспериментально при исследовании спектров и угловых распределений фотоэлектронов [41; 42].

Ранее уже производились попытки построить полностью квантовую теорию теории ионизации [43; 44]. В работе [43] показано, что в режиме теории возмущений по интенсивности поля ионизация атомов электромагнитным полем в состоянии яркого сжатого вакуума будет происходить значительно более эффективно по сравнению с ионизацией в когерентном поле с тем же средним числом фотонов. А в работе [44] получены выражения для скорости ионизации фоковским полевым состоянием в пределе больших номеров фотонов, однако не представлены результаты для сжатого или когерентного состояния. Недав-

но было получено значительное продвижение в исследовании ионизации атома электромагнитным полем в состоянии сжатого вакуума для средних чисел фотонов до ста [45; 46]. В [45] авторы численно исследовали временную динамику процесса ионизации различными типами полевого состояния, в том числе и сжатым вакуумом. В исследовании [46] в рамках теории возмущений было произведено сравнение интенсивности процесса ионизации атома в сжатом вакууме и других неклассических полях при наличии резонансного возбуждения. Таким образом, на сегодняшний день не существует полного описания ионизации атома неклассическими полями, в широком диапазоне параметров, выходящего за пределы теории возмущений, а в существующих работах рассмотрены далеко не все эффекты. При этом ионизация может происходить и играть важную роль в задачах по хранению и передаче квантовой информации с участием атомных кубитов.

1.4 Атомные кубиты

Одним из важных приложений взаимодействия неклассических полей с атомными системами является управление динамикой атомных кубитов и обмен информации между атомом и полем. На сегодняшний день перспективными системами для обработки квантовой информации и квантовых коммуникаций являются одиночные захваченные атомы или их ансамбли. Атомы могут служить в качестве удобных и надежных устройств квантовой памяти для информации, передаваемой при помощи фотонов, обеспечивая интерфейс между летящими (фотонными) и статическими (атомными) кубитами. Для построения такого интерфейса используют Рамановское рассеяние, например эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности [16]. На сегодняшний день существует большое число систем, играющих роль атомных кубитов. Это ридберговские атомы, атомные кубиты в Λ конфигурации на парах Rb , искусственные атомы на основе эффекта Джозефсона, а также квантовые точки.

Конструирование квантовых логических элементов при помощи одних лишь фотонных кубитов, распространяющихся или хранящихся в атомных системах, представляет собой проблему имеющую ряд трудностей. В работе [17] было продемонстрировано создание квантовой памяти на поляризацон-

ных кубитах, основанных на пойманном в ловушку одиночном атоме. А в [34] показана возможность создания квантовых логических элементов на ансамблях холодных атомов, захваченных вблизи СВЧ резонатора. При этом было продемонстрировано, что такие ансамбли могут взаимодействовать друг с другом посредством обмена виртуальными фотонами между оптически возбужденными атомными ридберговскими состояниями. Эта система может быть использована для реализации различных протоколов обработки квантовой информации с ансамблевыми кубитами и одиночными фотонами.

Следует отметить, что несмотря на широкий спектр атомных кубитов, выбор теоретических моделей атомных систем, наиболее приближенных по свойствам к реальным, остается важной задачей, имеющей первостепенное значение. На сегодняшний день продолжаются поиски наиболее удачных систем для кодирования и декодирования квантовой информации.

1.5 Кодирование и передача квантовой информации

Наименьшим элементом для хранения и передачи квантовой информации является квантовый бит, или кубит, который представляет собой суперпозицию двух состояний $|\alpha| |\uparrow\rangle + |\beta| e^{i\varphi} |\downarrow\rangle$, при этом $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. При любом измерении состояния кубита его можно обнаружить в состоянии $|\uparrow\rangle$ с вероятностью $|\alpha|^2$ и в состоянии $|\downarrow\rangle$ – с вероятностью $|\beta|^2$. На сегодняшний день наиболее перспективным способом кодирования квантовой информации является фазовое кодирование, когда информацию записывают в относительную фазу φ между собственными состояниями кубита. В этом случае получается построить «алфавит» большой длины, что дает преимущество квантовой информации над классической. Однако важным является не только кодировка информации, но и правильное ее считывание.

Идеальное определение неортогональных квантовых состояний невозможно, не существует физического измерения, которое позволило бы определить такие состояния безошибочно. Квантовая криптография в форме квантового распределения ключа (КРК) использует неортогональные состояния для создания секретного ключа, гарантирующего безопасность связи. Для КРК, использующих когерентные состояния, скорость передачи ключа ограничена

производительностью детектирования состояния, приходящего на приемник [47]. Что связано со схожестью между сигнатурой ошибок, совершаемых приемником, и сигнатурой хищения информации злоумышленниками. Поэтому в последнее время так много сил тратится на поиски стратегии измерений для селекции и разделения неортогональных состояний с точностью, приближающейся к квантовомеханическим пределам.

В случае кодирования информации в фазе когерентных состояний, минимальная вероятность ошибки при детектировании обычными приемниками задается гомодинным пределом, обусловленным наличием перекрытия $\langle \alpha | \beta \rangle$ между двумя сдвинутыми по фазе когерентными состояниями со средним числом фотонов n [48]:

$$P_{e.Hom} = 1 - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \int_0^{\infty} e^{-|rexp(i\theta) - \sqrt{n}|^2} r dr d\theta. \quad (1.10)$$

Однако квантовая механика допускает более низкие вероятности ошибок при определении таких неортогональных состояний. В работе [49] авторы описывают стратегию определения фазы когерентного состояния с вероятностью ошибки ниже гомодинного предела, используя апостериорный пересчет вероятностей и прогнозирование. Они показывают, что для этого достаточно использовать обычные приемники, производя несколько этапов измерения. Такая схема позволяет опуститься ниже гомодинного предела для достаточно малого среднего числа фотонов в когерентном состоянии, но перестает работать при среднем числе фотонов равном двум-трем. Возникает вопрос о разработке новых методов измерения фазы квантово-полевых состояний, основанных на их взаимодействии с атомными системами. При этом наиболее перспективными представляются неклассические и, в особенности, негауссовские состояния поля. Такие состояния могут быть получены в режиме нелинейной фазовой самомодуляции света.

1.6 Эффект фазовой самомодуляции ФСМ и его использование для генерации негауссовских состояний

Распространение света по оптической среде, характеризующейся кубической нелинейностью сопровождается эффектами самовоздействия. В этом случае можно наблюдать квантовое сжатие квадратуры оптического поля, основанное на эффектах фазовой самомодуляции (ФСМ, SPM), а также на эффектах фазовой кросс-модуляции (ФКМ, XPM) и связанный с процессом четырехволнового смешения (ЧВС, FWM) [50–53]. Эффективность процесса может быть повышена за счет использования оптических резонаторов из нелинейного материала, либо из материалов, встроенных в вакуумную полость [54–57].

В случае чистого непрерывного эффекта от ФСМ нелинейный показатель преломления среды приводит к квантовой корреляции между числом фотонов и фазой света. Непрерывный ФСМ не изменяет количество фотонов или их пуассоновскую статистику [58–60]. Корреляция приводит к уменьшению неопределенности квадратуры света по сравнению с когерентным состоянием, что, по сути, представляет собой явление квантового сжатия.

Квантовые состояния света, создаваемые этим процессом, выходят за рамки класса «обычных» квантовых сжатых состояний, описываемых неотрицательными гауссовскими функциями Вигнера [61]. Последние состояния могут быть подделаны классической моделью локальных скрытых переменных и поэтому не могут рассматриваться как «истинно квантовые» [62; 63].

Квантовое состояние, генерируемое процессом ФСМ, можно рассматривать как квадратурное сжатое состояние только асимптотически. В общем случае его функция Вигнера не является гауссовой и принимает отрицательные значения. Это действительно неклассическое состояние можно трактовать как обобщенное гауссово состояние [64; 65], отличающееся от когерентного состояния дополнительными n -зависимыми фазовыми множителями при его разложении на фоковские состояния $|n\rangle$. Такое состояние можно преобразовать в состояние со сжатым числом фотонов, характеризующееся субпуассоновской статистикой, путем смешивания света с классическим гетеродином, имеющим оптимальную амплитуду и фазу [66–71]. Часто его называют *смещенным со-*

стоянием Керра из-за процедуры его подготовки или банановым состоянием из-за его внешнего вида в фазовом пространстве.

Отличительной особенностью такого бананового состояния является подавленная неопределенность числа квантов, ограниченная следующим фактором [67]

$$\Delta n_{cres} \approx \bar{n}^{1/6}, \quad (1.11)$$

который значительно меньше, чем

$$\Delta n_{sqz} \approx \bar{n}^{1/3}, \quad (1.12)$$

достижимый с гауссовскими сжатыми состояниями [72], и

$$\Delta n_{coh} = \bar{n}^{1/2}, \quad (1.13)$$

достижимый при когерентных состояниях и называемый пределом дробового шума или стандартным квантовым пределом СКП. Здесь \bar{n} — среднее число квантов в моде. Δn_{cres} , Δn_{sqz} и Δn_{coh} представляют минимальные неопределенности числа фотонов, достижимые для конкретных состояний.

Обычное сжатие в керровских средах экспериментально наблюдалось в нескольких работах. Сжатие 0,6 дБ в 114-метровом одномодовом оптическом волокне было зарегистрировано в 1986 году [73]. Волокно охлаждалось жидким гелием для подавления направленной акустической волны Бриллюэновского рассеяния (GAWBS), что является одной из самых сложных технических задач в экспериментах такого типа. В 1991 г. такое же сжатие наблюдалось в 50-метровом интерферометре Саньяка [74], достигая цифры 5 дБ. Этот эксперимент был проведен с использованием коротких (100 пс) оптических импульсов, что является альтернативным подходом к сокращению GAWBS. Еще более короткие импульсы позволяют реализовать умеренное 1,1 дБ керровское сжатие при комнатной температуре [75]. Но для таких коротких импульсов необходимо управлять сильной дисперсией групповой скорости. С этой целью в интерферометрах Саньяка был использован солитонный режим для создания сжатия: 3,9 дБ при импульсах длительностью 126 фс [76] и 5,7 дБ при импульсах длительностью 182 фс [77].

В большинстве экспериментов обнаружение сжатия выполнялось при годинном измерении. ФСМ может привести к уменьшению количества фотонов в экспериментах с использованием оптических импульсов. Прямое измерение

сжатия числа фотонов является альтернативным типом измерения, которое также выполнялось в солитонном режиме, генерируя сжатие 2,3 дБ с импульсами 2,3 пс [78] и 3,8 дБ с импульсами 130 фс [79]. В последнем эксперименте сжатие ширины полосы достигло 2 ГГц.

Керровское сжатие может быть особенно эффективным в оптических кристаллах и волокнах с полой сердцевиной, потому что такие волокна обеспечивают лучшую инженерию дисперсии и локализацию оптического поля. Накачивая такое волокно короткими импульсами вблизи его нулевой дисперсии групповой скорости, в работе [80] наблюдали широкополосное сжатие до 4,6 дБ. Также наблюдались высокочистые состояния со сжатием 3,9 дБ [81].

Несколько других платформ можно использовать для квантового сжатия. Например, полые волокна предлагают уникальную платформу для создания сжатых состояний благородных газов или паров металлов, заполняющих волокно. Это было продемонстрировано с аргоном [82] и с парами ртути [83]. Оптические кристаллы могут иметь ненулевые недиагональные элементы тензора $\chi^{(3)}$, что позволяет проводить ФКМ между ортогональными поляризациями. Этот механизм использовался для создания сжатого вакуума мощностью 3 дБ из импульсов длительностью 150 фс [84]. Интегральный резонатор из нитрида кремния был предложен в качестве сверхкомпактного источника яркого одномодового квадратурного сжатого света на длине волны 850 нм с предсказанным сжатием 6 дБ [85].

Фотонные кристаллы [86; 87] и кремниевые микрокольцевые резонаторы [88–94] также использовались в качестве источников фотонных пар с высоким потоком, используемых для демонстрации запутанности энергии-времени и поляризации, а также нарушения неравенств Белла [92–94]. SiN резонатор на подложке, который имеет преимущество низких потерь при распространении и интегральной масштабируемости, использовался для демонстрации почти вырожденного квадратурного сжатия 1,34 дБ [95] и одномодового квадратурного сжатия 1,5 дБ с использованием четырехволнового смешения с двойной накачкой [96].

1.7 Квантовые невозмущающие измерения числа квантов

При создании неклассических и, в особенности, негауссовских состояний необходимо измерять их характеристики. Однако при измерении зачастую состояния уничтожаются или в них вносятся существенные возмущения. Поэтому одним из важных направлений является разработка схем неразрушающих и невозмущающих измерений. Основой такого измерения является перепутывание сигнальной измеряемой характеристики поля с пробной системой. Дальнейшее измерение пробной моды позволяет получить информацию о сигнале без его разрушения. Особый вид взаимодействия также может позволить произвести измерение и вовсе без возмущения сигнала. Схемы квантового невозмущающего измерения количества оптических квантов (КНИ, QND), использующие связь двух оптических волн с помощью эффекта фазовой кросс-модуляции (ФКМ), возникающего из-за кубической нелинейности оптического материала, были впервые предложены более 40 лет назад [97; 98]. Примерно в то же время началась экспериментальная работа, основанная на этой идее [99]. Оптические резонаторы с модами шепчущей галереи (МШГ) рассматривались как одни из перспективных устройств для реализации КНИ из-за их высокой добротности и вместе с тем малого объема моды [100].

Фазовая самомодуляция (ФСМ) ограничивает чувствительность измерений в предлагаемых резонансных схемах. Метод устранения ФСМ был предложен в работе [101]. В этом методе используется оптимизированная отстройка как поля сигнала, так и поля зонда от соответствующих резонансных частот нелинейного микрорезонатора. Как следует из этого исследования, такой подход компенсирует не только ФСМ в зондирующем пучке, но и возмущение фазы моды сигнала, что в конечном счете противоречит соотношению неопределенностей Гейзенберга.

В работе [102] был проведен теоретический анализ оптических мод, связанных с помощью эффекта ФКМ, который показал, что с использованием таких систем могут быть получены сильно негауссовские квантовые состояния света. Однако эта работа была направлена только на подготовку квантового состояния сигнальной моды для частного случая начального когерентного состояния с малой интенсивностью. Также не учитывался эффект ФСМ, и проводилась только линеаризованная обработка.

Следуя первоначальным полумысленным предложениям [103–105], реалистичная схема КНИ-измерения числа электромагнитных фотонов была предложена в работах [97; 98]. В нем используются две пространственно перекрывающиеся оптические моды, сигнальная (объектная) и измерительная (зондовая), взаимодействующие посредством кубической оптической нелинейности $\chi^{(3)}$, возникающей за счет эффекта Керра. При взаимодействии фаза зондирующей моды смещается на величину, пропорциональную числу фотонов в сигнальной моде, что вызвано эффектом фазовой кросс-модуляции (ФКМ). Число фотонов сигнальной моды сохраняется при взаимодействии в идеальном случае без потерь. Фаза этой моды возмущена неопределенностью числа квантов зондовой моды из-за того же механизма ФКМ. Это возмущение обеспечивает выполнение принципа неопределенности Гейзенберга, означающего, что уменьшение неопределенности наблюдаемой сигнала должно приводить к увеличению неопределенности сопряженной с сигналом наблюдаемой.

В дальнейшем был проведен значительный объем экспериментальных работ, основанных на этой идее, начиная с пионерской работы [99], подробнее см. обзоры [106–108]. В этих экспериментах была продемонстрирована чувствительность, превышающая (СКП, SQL), но предел однофотонной точности достигнут не был.

Параллельно другой класс схем КНИ, в которых в качестве нелинейных элементов используются одиночные атомы [109–111] или сверхпроводящие нелинейные цепи (искусственные атомы) [112] активно развивалась в последние десятилетия. Эти, по сути, сосредоточенные устройства способны обеспечить резонансную кубическую нелинейность, на много порядков превышающую электронную нелинейность прозрачных диэлектриков, что позволяет успешно измерять единичный фотон.

Важным недостатком измерений КНИ на основе атомов является их сложность. Измерения желательно проводить на чипе, без привлечения громоздкой аппаратуры, необходимой для атомных систем. Сверхпроводящие схемы могут быть реализованы и обычно реализуются на кристалле, но они работают в микроволновом диапазоне и требуют криогенного охлаждения. Кроме того, оба этих класса измерений, хотя и чувствительны к одному или нескольким квантам, плохо масштабируются для ярких (многоквантовых) состояний.

Основная проблема с чисто оптическими реализациями КНИ заключается в том, что высокая оптическая нелинейность обычно связана с высоким

поглощением. Перспективным способом преодоления этой проблемы является использование микрорезонаторов с модой шепчущей галереи (МШГ, WGM) [100; 113], которые сочетают в себе очень высокие добротности Q , превышающие 10^{11} в кристаллических микрорезонаторах [114] и 10^9 в интегральном исполнении [115; 116], с высокой концентрацией оптической энергии в малом объеме оптических мод.

Другая важная проблема, характерная для $\chi^{(3)}$ -нелинейности, связана с эффектом фазовой самомодуляции (ФСМ), приводящим к возмущению фаз как зондирующей, так и сигнальной мод за счет энергетического соотношения неопределенности [117]. Для сигнального режима он не столь критичен, поскольку, искажая (сжимая) его конечное квантовое состояние, не влияет на количество квантов в этом режиме. В то же время он вносит дополнительную неопределенность в фазу зондирующего режима, пропорциональную неопределенности числа квантов в этом режиме, ограничивая тем самым точность измерения. Это так называемый квантовый эффект обратного воздействия.

В работе [117] были предложены два простых метода устранения этого эффекта: либо с помощью резонансной $\chi^{(3)}$ среды, либо путем пропускания зондирующего луча через отрицательную $\chi^{(3)}$ среду перед детектированием. Совсем недавно были экспериментально изучены реализации оптических измерений КНИ с использованием атомов рубидия в магнитооптической ловушке [118]. Также было замечено, что полупроводниковые квантовые точки могут обеспечивать отрицательную нелинейность надлежащей величины для компенсации СЗМ в экспериментах с квантовыми солитонами [119].

К сожалению, эти методы нельзя назвать простыми. В работе [120] был предложен более практичный метод, основанный на измерении оптимальной квадратуры выходного зондирующего поля вместо фазовой. Это измерение позволяет исключить большую линейную часть СЗМ и может быть выполнено с помощью обычных гомодинных детекторов.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что исследование динамики атомной системы, взаимодействующей с различными квантовыми полями, такими как когерентные состояния поля, полевые кубиты на состояниях Фока и яркие сжатые состояния, представляет собой нерешенную и весьма актуальную на сегодняшний день проблему. Возникающие в таких системах эффекты представляют широкий интерес для различных квантовых приложений и требуют детального изучения.

Глава 2. Взаимодействие неклассических полей разного типа с атомными системами в режиме ионизации

Основные результаты данной главы представлены в статьях [A1–A3].

2.1 Ионизация ридберговских атомов неклассическим светом в условиях рамановских переходов через континуум и резонансный уровень

В данном разделе исследуется взаимодействие квантового электромагнитного поля и модельного ридберговского атома с возможными переходами в континуум и в низколежащее резонансное состояние. Для такой системы впервые предлагается метод передачи фазовой информации от полевого кубита к атомарному и анализируется роль ионизации в данном методе. Обнаруживается формирование перепутанного атомно-полевого состояния, стабильного относительно процесса ионизации. Показывается, что атомное состояние, образующееся при взаимодействии, контролируется относительной фазой поля кубита. В качестве обобщения рассматриваются и более классические состояния поля, такие как когерентное и сжатое. Обнаруживается сильная чувствительность атомной динамики к фазе приложенного когерентного и сжатого вакуумного света. Предлагаются методы измерения фазы квантового поля при проведении измерений в атомной системе. В случае малофотонного когерентного состояния демонстрируется высокая точность определения фазы, которая оказывается значительно выше по сравнению с обычно используемыми квантово-оптическими методами, такими как гомодинное детектирование.

2.1.1 Теоретический подход

Для решения данной задачи был разработан теоретический подход, который базируется на решении нестационарного уравнения Шредингера для

двухчастичной атомно-полевой системы:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left(\hat{H}_{at} + \hat{H}_{field} + \hat{H}_{int}\right)\Psi. \quad (2.1)$$

Взаимодействие между атомом и квантовым электромагнитным полем рассматривается в дипольном приближении. В этом случае Гамильтониан взаимодействия принимает следующий вид:

$$\hat{H}_{int} = -\hat{d}\varepsilon_0q, \quad (2.2)$$

где \hat{d} – оператор атомного дипольного момента, q – безразмерная псевдокоордината квантового поля, $\varepsilon_0 = \sqrt{4\pi\hbar\omega/L^3}$ – нормировочная константа и L^3 – эффективный объем взаимодействия. Мы анализируем взаимодействие между атомом и квантовым полем в режиме сильной связи, который можно реализовать либо в высококачественном резонаторе, либо при сильной фокусировке неклассического поля.

В данной работе рассматривается одна мода квантового поля, которая характеризуется Гамильтонианом, записанным в псевдокоординатном представлении:

$$\hat{H}_{field} = \frac{\hbar\omega}{2} \left(q^2 - \frac{\partial^2}{\partial q^2} \right). \quad (2.3)$$

Начальное состояние квантового поля полагается в виде различных неклассических состояний поля, которые можно описать при помощи фоковских состояний в следующей форме:

$$\Psi_{field}|_{t=0} = \sum_n C_n e^{in\varphi} \Phi_n, \quad (2.4)$$

допускающей рассмотрение фоковского кубита, а также когерентного и сжатого состояния поля.

Следует отметить, что при решении (2.1) учтены переходы во все фоковские состояния, которые только могут заселяться в процессе взаимодействия. Для практических целей важно рассмотреть два разных случая. Если фаза φ изначально известна, то целью является ее передача от полевого кубита к атомному в процессе взаимодействия. Кроме того, большой интерес представляет осуществление когерентного контроля атомного квантового состояния в результате взаимодействия с полевым кубитом. Если же фаза полевого состояния изначально неизвестна, то взаимодействие с атомом можно использовать в качестве «прибора» для ее измерения.

Атомный Гамильтониан \hat{H}_{at} в (2.1) характеризует модель атомной системы, которая включает в себя два близких ридберговских уровня, один нижележащий резонансный уровень и континуум. Учитываются V и Λ переходы между ридберговскими уровнями через резонансный уровень и континуум, анализируется как возбуждение, так и ионизация атома. Схема атома и возможных переходов под действием поля представлена на Рис. 2.1.

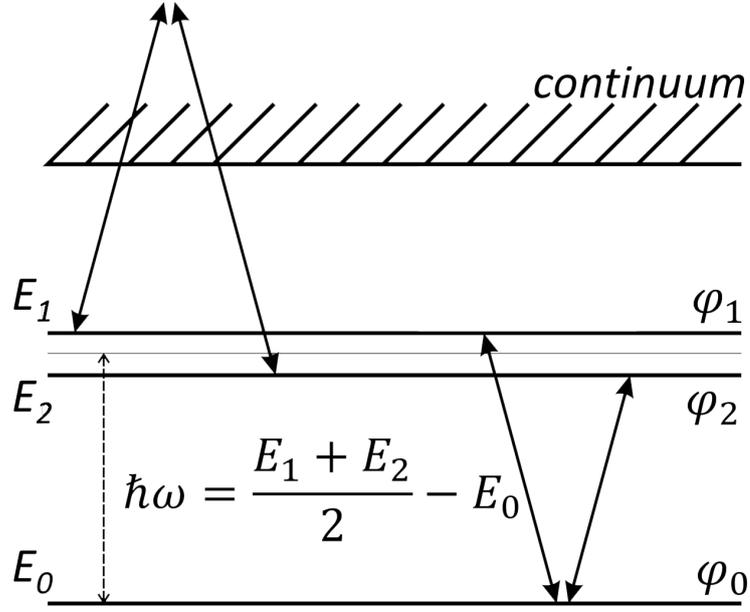


Рисунок 2.1 — Атомные уровни и возможные энергетические переходы, вызванные действием поля.

Предполагается, что атомная подсистема изначально находится в следующей суперпозиции атомных состояний:

$$\psi_{at}|_{t=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} + e^{i\theta} \varphi_0 \right), \quad (2.5)$$

что может трактоваться как начальное состояние атомного кубита. Такой вид начального состояния выбран не случайно, далее будет показано, что именно такой выбор позволяет системе «выживать» в процессе ионизации.

Для решения уравнения (2.1) полная волновая функция всей системы разлагается по собственным функциям полевой и атомной подсистем в отсутствие взаимодействия, включая ионизационный континуум атома:

$$\psi(\mathbf{r}, q, t) = \sum_{l,k} C_{lk}(t) \varphi_l(\mathbf{r}) \Phi_k(q) + \sum_k \int_0^\infty dE [C_{Ek}(t) \varphi_E(\mathbf{r})] \Phi_k(q). \quad (2.6)$$

Здесь φ_l – собственные функции связанных состояний атома ($l = 0, 1, 2$), φ_E – собственные функции континуальных состояний, Φ_k – состояния Фока с соответствующими энергиями $E_k = \hbar\omega(k + 1/2)$.

Подстановкой решения (2.6) в уравнение (2.1) получена следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{C}_{lk}(t) - (E_l + E_k)C_{lk}(t) &= \sum_{k'} \int_0^\infty dE [C_{Ek'}(t) d_{lE}\varepsilon_0 q_{kk'}], \\ i\hbar\dot{C}_{Ek}(t) - (E + E_k)C_{Ek}(t) &= \sum_{l', k'} C_{l'k'}(t) d_{El'}\varepsilon_0 q_{kk'}; \end{aligned} \quad (2.7)$$

где $d_{El} = \langle \varphi_E | d | \varphi_l \rangle$ и $q_{kk'} = \langle \Phi_k | q | \Phi_{k'} \rangle$ – соответствующие атомные и полевые матричные элементы переходов, свободно-свободные переходы между состояниями не учитываются. В системе (2.7) примечательно, что амплитуды вероятностей связанных и континуальных состояний напрямую связаны друг с другом и представляют собой общее решение (2.6). Следует отметить, что решение такой системы представляется достаточно сложной проблемой из-за бесконечного числа уравнений в (2.7), это связано с несчетным числом состояний континуума.

Для решения (2.7) использовалась процедура адиабатического исключения континуума, описанная в [1], которая приводит к следующей системе дифференциальных уравнений для амплитуд вероятностей только связанных атомных состояний.

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{C}_{0k+1} - (E_0 + E_{k+1})C_{0k+1} &= \hbar\Omega_k(C_{1k} + C_{2k}), \\ i\hbar\dot{C}_{1k} - \left(E_1 + E_k - i\frac{\Gamma_k}{2}\right)C_{1k} &= \hbar\Omega_k C_{0k+1} - i\frac{\Gamma_k}{2}C_{2k}, \\ i\hbar\dot{C}_{2k} - \left(E_2 + E_k - i\frac{\Gamma_k}{2}\right)C_{2k} &= \hbar\Omega_k C_{0k+1} - i\frac{\Gamma_k}{2}C_{1k}; \end{aligned} \quad (2.8)$$

где $\Omega_k = \frac{d_{01}\varepsilon_0}{\hbar} \sqrt{\frac{k+1}{2}}$ – частота Раби для резонансных переходов ($k = 0, 1, 2, \dots$), $\Gamma_k = 2\pi d_{1E}\varepsilon_0 d_{2E}\varepsilon_0 \frac{k}{2}$ – компонента тензора ионизационных ширин атома. При этом полагалось $\hbar\omega = (E_1 + E_2)/2 - E_0$, $d_{01} \approx d_{02}$ и $d_{1E} \approx d_{2E}$, поэтому Γ_k/\hbar описывает скорость ионизации под действием k фотонов для каждого из двух рассмотренных ридберговских состояний.

Следует подчеркнуть, что хотя сама система (2.8) очень похожа на систему, описывающую поведение трехуровневого атома с учетом диссипаций, физически это разные случаи. В нашей задаче скорость ионизации Γ

характеризует переходы между связными и континуальными состояниями атомной системы, которые заселяются согласно поведению амплитуд вероятности, определяемым системой (2.7). Эта система позволяет получить амплитуды заселения состояний континуума с учетом их фаз.

Если решить данную систему и найти коэффициенты C_{1k} и C_{2k} , тогда за счет исключения континуальных состояний и условия нормировки, можно будет вычислить вероятность заселения всех связанных состояний W_b и всех состояний континуума $W_i = 1 - W_b$, что и даст вероятность ионизации атомной подсистемы:

$$W_i = 1 - \sum_{l=0}^2 \sum_{k=0}^{\infty} |C_{lk}|^2. \quad (2.9)$$

Для разных полевых состояний вероятность ионизации будет разной. Так, например, для полевого кубита будет обсуждаться механизм передачи фазы, а для когерентного состояния будет предложен способ сверхточного измерения фазы по каналу ионизации.

2.1.2 Решение задачи в терминах квазиэнергетических состояний

Систему (2.8) можно решать по-разному. Одним из наиболее удобных в данном случае аналитических методов является решение с помощью квазиэнергий (КЭ) и квазиэнергетических состояний (КЭС). Этот подход позволяет получить информацию об атомной системе «одетой» квантовым полем. Используя этот подход, были получены следующие три КЭС $\psi_{\gamma_k^0}$, $\psi_{\gamma_k^{\pm}}$ и три КЭ системы, которые определяются выражениями:

$$\gamma_k^0 = \frac{E_1 + E_2}{2} + E_k, \quad (2.10)$$

$$\gamma_k^+ = \frac{E_1 + E_2}{2} + E_k + i\sqrt{\left(\frac{\Gamma_k}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\hbar\Omega_k\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2} - i\frac{\Gamma_k}{2}, \quad (2.11)$$

$$\gamma_k^- = \frac{E_1 + E_2}{2} + E_k - i\sqrt{\left(\frac{\Gamma_k}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\hbar\Omega_k\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2} - i\frac{\Gamma_k}{2}; \quad (2.12)$$

здесь $\Delta = E_1 - E_2$.

Удобство подхода в терминах КЭС заключается в простом виде эволюции найденных КЭС:

$$\psi_\gamma(t) = \psi_\gamma|_{t=0} e^{-\frac{i}{\hbar}\gamma t}. \quad (2.13)$$

В сильных полях в условиях $\Gamma_k \gg d, \hbar\Omega_k$ КЭ (2.11) оказывается практически стабильной относительно ионизации поскольку характеризуется очень маленькой скоростью распада, при этом для КЭ (2.12) характерна обратная ситуация очень быстрого распада. В нашем же случае Γ_k не удастся сделать настолько большой, и поэтому обе КЭ (2.11, 2.12) характеризуются одинаковой ионизационной шириной, согласующейся с Золотым Правилем Ферми. Ключевым же моментом в расчете квазиэнергий системы является отсутствие распада КЭ (2.10), то есть ее абсолютная стабильность и независимость от Γ_k вообще. Поэтому вся заселенность состояния, соответствующего этой КЭ, будет сохраняться. Соответствующая квазиэнергетическая волновая функция при $t = 0$ дается выражением:

$$\psi_{\gamma_k^0} = \frac{2\sqrt{2}\hbar\Omega_k}{\sqrt{8(\hbar\Omega_k)^2 + \Delta^2}} \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_k + \frac{\Delta/2}{\sqrt{2}\hbar\Omega_k} \varphi_0 \Phi_{k+1} \right). \quad (2.14)$$

В этом смысле процесс ионизации играет роль фильтра для квантового состояния, приводя к тому, что система «атом + квантовое поле» занимает множество состояний (2.14) с соответствующими энергиями (2.10) для $k = 0, 1, 2, \dots$ Кроме того, ширина ионизации Γ_k пропорциональна количеству фотонов k , и КЭС, соответствующее $k = 0$, не распадается и вносит вклад в итоговое связанное состояние атома. Таким образом, стабильными компонентами, которые остаются в решении, являются КЭС, соответствующие γ_k^0 и γ_0^\pm , а также основное состояние двухчастичной системы $\varphi_0 \Phi_0$. При следующем упрощающем условии:

$$\sqrt{2}\hbar\Omega_m = \Delta/2, \quad (2.15)$$

которое определяет $\sqrt{m+1} = \Delta/(2d_{01}\varepsilon_0)$, соответствующие волновые функции стабильных КЭС будут иметь вид:

$$\Psi_{\gamma_0^\pm} = \frac{1}{\sqrt{2m+4}} \varphi_0 \Phi_1 - \sqrt{\frac{m+1}{2m+4}} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_0 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_0, \quad (2.16)$$

$$\Psi_{\gamma_k^0} = \sqrt{\frac{m+1}{m+k+2}} \varphi_0 \Phi_{k+1} + \sqrt{\frac{k+1}{m+k+2}} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_k, \quad (2.17)$$

$$\Psi_{00} = \varphi_0 \Phi_0. \quad (2.18)$$

Найденные КЭС были использованы для аналитического решения системы (2.8) с различными начальными условиями для полевой подсистемы.

2.1.3 Случай кубита из двух фоковских состояний

В качестве первого варианта рассмотрим начальное состояние поля (2.4) в состоянии кубита, который характеризуется равновероятным заселением двух соседних фоковских состояний с некоторым фазовым фактором между ними:

$$\psi_{f1}|_{t=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Phi_k + e^{i\varphi} \Phi_{k+1}). \quad (2.19)$$

В этом случае волновая функция всей системы, найденная в терминах КЭС, дается выражением:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}, q, t) = & A_0 \psi_{\gamma_{k-1}^0}(t) + A_1 \psi_{\gamma_k^0}(t) + A_2 \psi_{\gamma_{k+1}^0}(t) + B_0 \psi_{\gamma_{k-1}^+}(t) + \\ & + B_1 \psi_{\gamma_k^+}(t) + B_2 \psi_{\gamma_{k+1}^+}(t) + C_0 \psi_{\gamma_{k-1}^-}(t) + C_1 \psi_{\gamma_k^-}(t) + C_2 \psi_{\gamma_{k+1}^-}(t). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Коэффициенты A_i , B_i , C_i , присутствующие в выражении (2.20), могут быть найдены с помощью проекции полного начального состояния в виде произведения (2.5) и (2.19) на КЭ волновые функции $\psi_{\gamma_{k-1+i}^0}$, $\psi_{\gamma_{k-1+i}^+}$ и $\psi_{\gamma_{k-1+i}^-}$ соответственно при $t = 0$. В пределе физически больших времен $t \rightarrow \infty$ только абсолютно стабильные КЭС $\psi_{\gamma_j^0}$ выживут, а решение будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi_1(\mathbf{r}, q, t)|_{t \rightarrow \infty} = & -\frac{e^{i\theta}}{2} \frac{\sqrt{k_0(k_0+1)}}{2k_0+1} e^{i\omega t} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_{k_0-1} + \\ & + \frac{e^{i\theta}}{2} \frac{k_0+1}{2k_0+1} e^{i\omega t} \varphi_0 \Phi_{k_0} + \frac{1 - e^{i(\varphi+\theta)}}{4} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_{k_0} + \\ & + \frac{-1 + e^{i(\varphi+\theta)}}{4} \varphi_0 \Phi_{k_0+1} + \frac{e^{i\varphi}}{2} \frac{k_0+2}{2k_0+3} e^{-i\omega t} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} \Phi_{k_0+1} + \\ & + \frac{-e^{i\varphi}}{2} \frac{\sqrt{(k_0+1)(k_0+2)}}{2k_0+3} e^{-i\omega t} \varphi_0 \Phi_{k_0+2}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Таким образом, решение (2.21) определяет волновую функцию двухчастичной атомно-полевой системы в пределе больших времен в зависимости как от атомных, так и от полевых координат. Но в первую очередь мы интересуемся состоянием именно атомного кубита. Существует два известных пути

нахождения атомного состояния: первый путь состоит в возможности проведения проекционного измерения на конкретное поле состояние, второй – в исследовании атомной подсистемы, независимо от того, в каком состоянии находится поле. Первая возможность соответствует так называемым «условным» измерениям, которые заключаются в нахождении атомного состояния при условии, что квантовое поле находится в строго определенном состоянии. Вторая возможность относится к случаю, когда состояние полевой подсистемы не анализируется. В этом случае говорят о безусловном измерении. В этом пункте остановимся на условном измерении и рассмотрим проекцию общей волновой функции системы (2.21) на различные фоковские состояния. В случае, когда система обнаружена в состоянии с k_0 числом фотонов, можно вычислить соответствующее атомное состояние:

$$\langle \Phi_{k_0} | \psi(\vec{r}, q, t \rightarrow \infty) \rangle \sim \frac{k_0 + 1}{2k_0 + 1} \varphi_0 + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} e^{-i\omega t} e^{i\varphi/2} \cos \frac{\varphi}{2}. \quad (2.22)$$

Нетрудно заметить, что такое состояние соответствует заселению атомного кубита с относительной фазой между состояниями атомного кубита равной $\varphi/2$. То есть фазовая информация оказывается переданной от полевого кубита к атомному. Более того, абсолютные значения амплитуд вероятностей атомного кубита так же зависят от φ , а это дает возможность для последующего измерения фазы. Разработанную методику можно использовать в качестве способа приготовления атомного кубита с определенной относительной фазой между состояниями, что является очень важным для практических приложений.

Следует отметить, что при условии обнаружить в системе k_0 фотонов, вероятность ионизации атома (нахождения атомного электрона в континууме) не равна нулю. А значит, эффективность процедуры передачи фазы меньше единицы. Однако, если система найдена в состоянии с $(k_0 + 1)$ фотоном, то проекция полной волновой функции производится на $(k_0 + 1)$ -е фоковское состояние Φ_{k_0+1} , и вероятность ионизации обращается в ноль. В этом случае атомное состояние описывается следующим выражением:

$$\langle \Phi_{k_0+1} | \psi(\vec{r}, q, t \rightarrow \infty) \rangle \sim \frac{k_0 + 2}{3k_0 + 2} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} + \varphi_0 e^{i\omega t} e^{i(\pi-\varphi)/2} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (2.23)$$

и видно, что фаза похожим образом передается к атомному кубиту. Амплитуды вероятностей получаются несколько иными по сравнению с (2.22), но вероятность нахождения атома в состоянии (2.23), при условии $(k_0 + 1)$ фотонов в системе, равна единице.

Таким образом, в данном случае разработан метод приготовления атомной системы в чистом состоянии, которое является суперпозицией состояний кубита с относительной фазой между ними, определяемой фазой полевого кубита.

2.1.4 Случай когерентного состояния малой интенсивности и случай состояния сжатого вакуума

Рассмотрим взаимодействие между атомной подсистемой и квантовым полем, начальное состояние которого задается следующей волновой функцией:

$$\psi_{f2}|_{t=0} = e^{-\bar{n}/2} \sum_k \sqrt{\frac{\bar{n}^k}{k!}} e^{i\varphi k} \Phi_k, \quad (2.24)$$

где \bar{n} – фиксированное среднее число фотонов, а φ – неизвестная фаза когерентного состояния. Чтобы определить зависимость вероятности ионизации атома в зависимости от фазы когерентного состояния необходимо, как и раньше, решить начальную задачу на уравнение Шредингера (2.1) с начальным условием, определяемым произведением функций (2.5) и (2.24), что соответствует факторизованным полевой и атомной подсистемам.

Решение задачи, как и в случае фоковского кубита, было произведено в терминах квазиэнергий (2.10 - 2.12). В пределах больших времен было получено решение в виде суперпозиции волновых функций (2.16)-(2.18) аналогичное (2.21):

$$\begin{aligned} \psi_2(\mathbf{r}, q, t)|_{t \rightarrow \infty} &= A_+ \Psi_{\gamma_0^+} e^{-\frac{i}{\hbar} \gamma_0^+ t} + A_- \Psi_{\gamma_0^-} e^{-\frac{i}{\hbar} \gamma_0^- t} \\ &+ \sum_{k=0}^{\infty} A_k \Psi_{\gamma_k^0} e^{-\frac{i}{\hbar} \gamma_k^0 t} + \bar{A} \Psi_{00} e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 + \frac{\hbar \omega}{2}) t}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Амплитуды вероятности A_{\pm} , A_k и \bar{A} уже не зависят от времени t и могут быть найдены следующим образом:

$$A_+ = A_- = \frac{e^{-\bar{n}/2} \sqrt{\bar{n}}}{2\sqrt{(m+2)}} \left(e^{i(\varphi+\theta)} - \sqrt{\frac{m+1}{\bar{n}}} \right), \quad (2.26)$$

$$A_k = \frac{e^{-\bar{n}/2} \sqrt{\bar{n}^{k+1}(m+1)} e^{i\varphi k}}{\sqrt{2k!(k+m+2)}} \left(\frac{e^{i(\varphi+\theta)}}{\sqrt{k+1}} + \sqrt{\frac{k+1}{\bar{n}(m+1)}} \right), \quad (2.27)$$

$$\bar{A} = \frac{e^{-\bar{n}/2}}{\sqrt{2}} e^{i\theta}. \quad (2.28)$$

Значения этих амплитуд наряду с общим видом волновой функции будут в дальнейшем использованы для расчета вероятности ионизации, а также величины перепутывания атомной и полевой подсистемы. Будет показано, что по каналу ионизации можно измерять фазу когерентного поля с повышенной точностью по сравнению со стандартными методами.

Данный подход является достаточно общим и может быть применен и для других полевых состояний с заданным начальным видом волновой функции в виде разложения по фоковским состояниям. Так, для случая сжатого вакуума начальное состояние в соответствии с (1.3) с учетом полевой фазы задается следующей волновой функцией:

$$\psi_{f3}|_{t=0} = \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n} e^{2in\varphi} \Phi_{2n}. \quad (2.29)$$

Для такого состояния ненулевыми являются только четные амплитуды вероятности C_{2n} :

$$C_{2n} = (-1)^n \sqrt{\frac{2R}{1+R^2}} \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} \left(\frac{1-R^2}{1+R^2} \right)^n, \quad (2.30)$$

где $ln(R)$ является известным параметром сжатия.

В этом случае решение выражается аналогично случаю когерентного поля, только с другими амплитудами A_{\pm} , A_k и \bar{A} , выражения для которых оказываются весьма громоздкими, поэтому тут не приводятся.

2.1.5 Зависимость ионизации от фазы поля и сверхточное измерение фазы по сигналу ионизации

Как уже было сказано ранее, помимо перезаселения связанных состояний атома, под действием квантового поля также может происходить ионизация. В случае начального условия (2.19) вероятность ионизации W_i в пределе больших времен была найдена и при $\theta = 0$ может быть вычислена по формуле:

$$W_i|_{t \rightarrow \infty} = 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{k_0 + 1}{2k_0 + 1} + \frac{k_0 + 2}{2k_0 + 3} + 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \right). \quad (2.31)$$

Видно, что вероятность ионизации оказывается очень чувствительной по отношению к фазе полевого кубита, что показано на Рис. 2.2. В принципе,

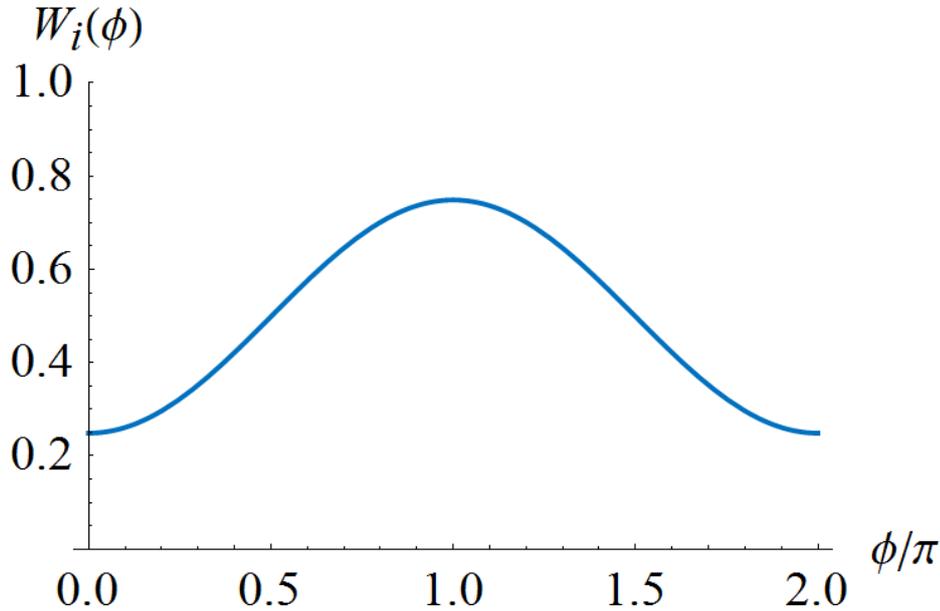


Рисунок 2.2 — Зависимость вероятности ионизации W_i от относительной фазы φ между фоковскими состояниями в полевого кубита.

этот факт можно использовать для измерения фазы полевого состояния, если она изначально неизвестна. Возможность такого измерения представляет очень большой интерес для целей квантовой томографии и определения неизвестного квантового состояния поля.

С прикладной точки зрения куда больший интерес представляет исследование не фоковского кубита, ввиду его относительно сложного приготовления, а когерентного состояния света с малым числом фотонов. Интерес этот вызван существующей проблемой определения фазы когерентного состояния с хорошей

точностью. Существуют различные методы квантовой оптики, которые позволяют это сделать. Но методы квантовой оптики не позволяют определить фазу когерентного состояния с ошибкой ниже так называемого предела гомодинного детектирования. Выражение для вероятности ошибки при достижении этого предела дается выражением (1.10). Попробуем использовать атом в качестве прибора по измерению фазы когерентного состояния.

Из решения для когерентного поля (2.25) мы можем для атомного состояния определить вероятность нахождения в связанном состоянии:

$$W_b = \frac{e^{-\bar{n}}}{2} \left[2 + \bar{n} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{n}^k}{k!(k+m+2)} \left(\frac{\bar{n}(m+1)}{k+1} + k + 1 + 2\sqrt{\bar{n}(m+1)} \cos(\varphi + \theta) \right) \right], \quad (2.32)$$

где параметр m определяется из (2.15).

Это автоматически дает возможность определить зависимость вероятности ионизации $W_i = 1 - W_b$, как от среднего числа фотонов \bar{n} , так и от неизвестной фазы когерентного состояния φ и от параметра m . Для определения при каком m достигается наибольшая контрастность вероятности ионизации по отношению к фазе когерентного состояния обратимся к трехмерному графику, изображенному на Рис. 2.3. На нем отложена зависимость вероятности ионизации одновременно от фазы φ и от параметра m при фиксированном среднем числе фотонов равном 50.

Анализируя эту зависимость, можно увидеть, что для $m < \bar{n}$ вероятность ионизации слабо зависит от фазы, для $m \approx \bar{n}$ зависимость достигает наилучшего контраста, а для $m > \bar{n}$ снова ослабевает. Именно поэтому при дальнейшем анализе ионизации мы остановились на оптимальном условии $m \approx \bar{n}$, которое дает наилучшую фазовую чувствительность. Далее была проанализирована зависимость вероятности ионизации W_i от фазы φ при различных фиксированных \bar{n} и $\theta = 0$, которая изображена на Рис. 2.4. Видно, что при уменьшении среднего числа фотонов ухудшается возможность определения фазы по данной зависимости, и при стремлении среднего числа фотонов к нулю будет невозможно определить фазу когерентного состояния. Для понимания поведения зависимости вероятности ионизации от фазы при увеличении среднего числа фотонов удобнее рассмотреть график одновременной зависимости W_i как от φ ,

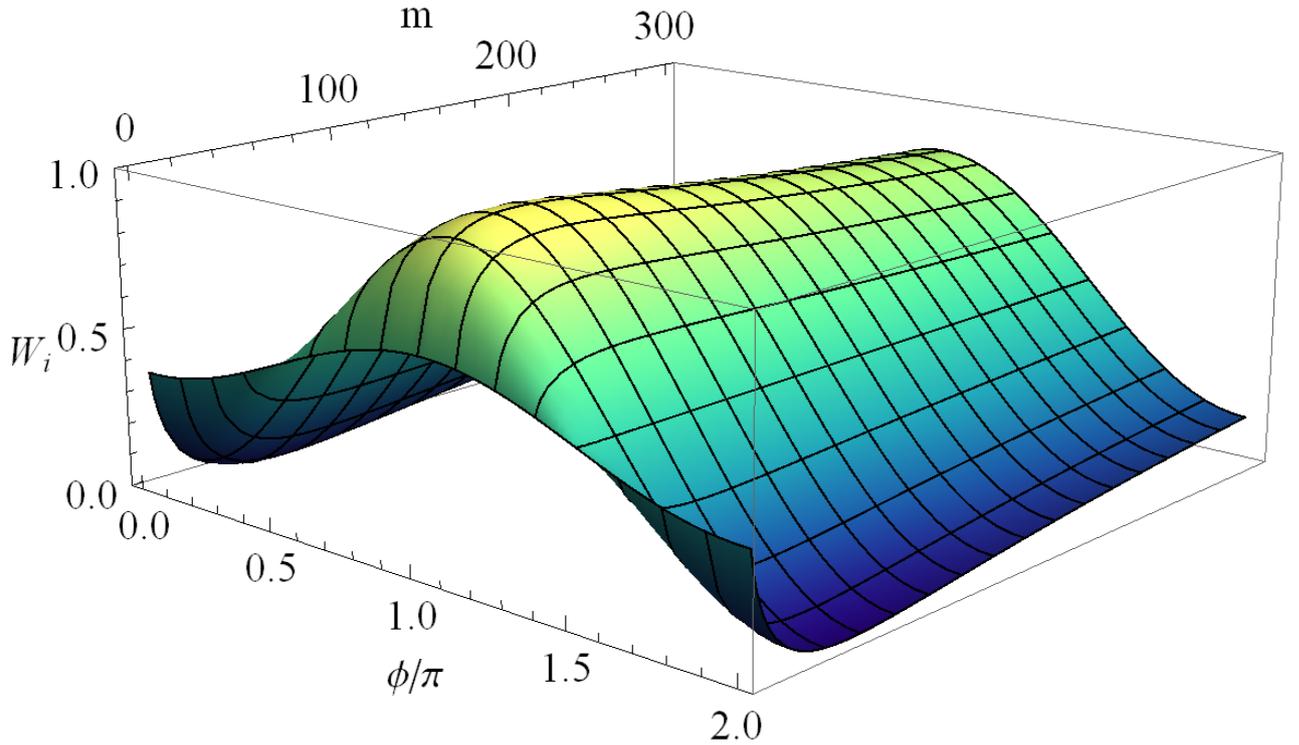


Рисунок 2.3 — Зависимость вероятности ионизации от относительной фазы начального полевого состояния φ и параметра m при $\bar{n} = 50$.

так и от \bar{n} , изображенный на Рис. 2.5. При $\bar{n} = 5$ достигается наиболее ярко выраженный характер зависимости от φ , а с дальнейшим ростом \bar{n} не изменятся. При этом практически во всем диапазоне за исключением $\varphi = 0$, фаза хорошо разрешается и может быть достоверно определена, поскольку вероятность ионизации при изменении фазы изменяется на десятки процентов.

Теперь перейдем непосредственно к определению фазы когерентного состояния по измеренной вероятности ионизации атомной подсистемы. Если мы можем измерить вероятность ионизации с абсолютной погрешностью δW_i , то по зависимости $W_i(\varphi)$ можно определить абсолютную погрешность определения фазы:

$$\delta\varphi = \frac{\delta W_i}{|\partial W_i / \partial \varphi|_{\varphi=\varphi_0}}, \quad (2.33)$$

где φ_0 — определенная по вероятности ионизации фаза. В таком случае величина $\delta\varphi/\varphi_0$ будет определять относительную ошибку измерения. На Рис. 2.6 в зависимости от n изображена относительная ошибка измерения для методов балансного гомодинного детектирования, гомодинного предела и описанного выше ионизационного метода при фазе когерентного состояния равной $\pi/4$. Видно, что при среднем числе фотонов в промежутке от 0.25 до 5 предлагаемый

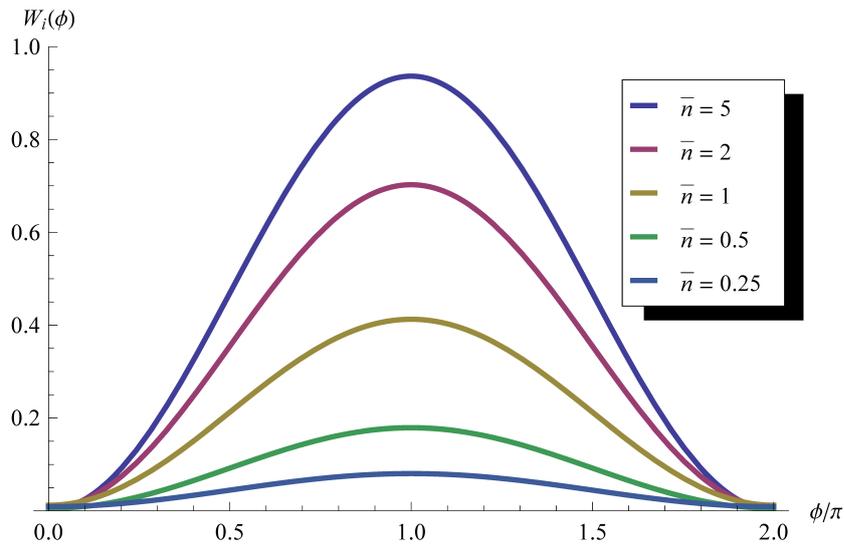


Рисунок 2.4 — Зависимость вероятности ионизации W_i от фазы когерентного состояния ϕ при различных значениях среднего числа фотонов когерентного состояния \bar{n} в диапазоне от 0.25 до 5.

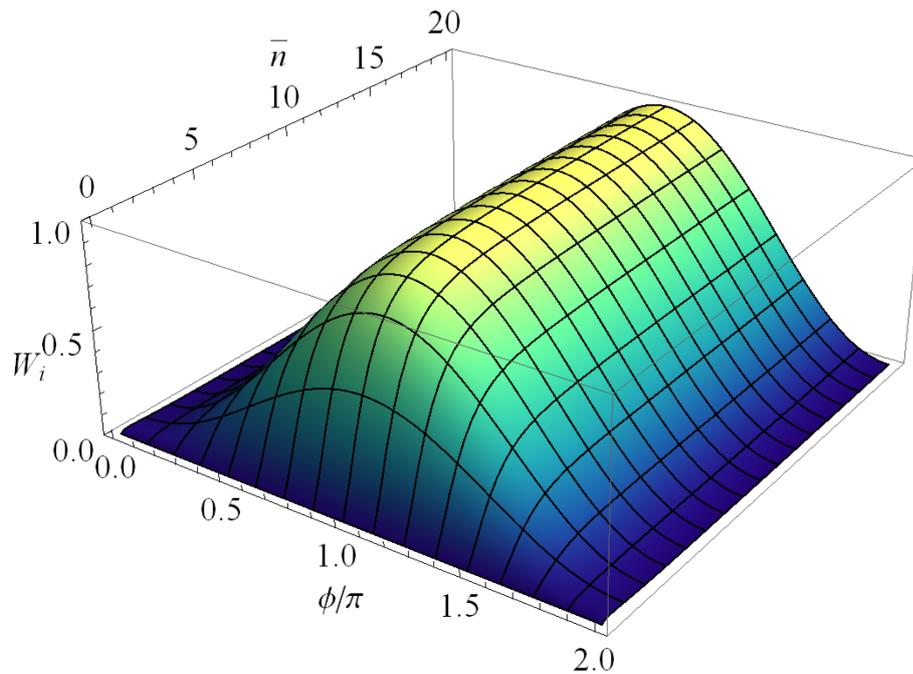


Рисунок 2.5 — Зависимость вероятности ионизации W_i от фазы когерентного состояния ϕ и среднего числа фотонов когерентного состояния \bar{n} .

метод интерференционного измерения фазы когерентного состояния позволяет произвести измерение с ошибкой, лежащей ниже гомодинного предела. То есть использование атома как прибора может на порядок улучшить точность детектирования фазы когерентного состояния в сравнении с методами квантовой оптики.

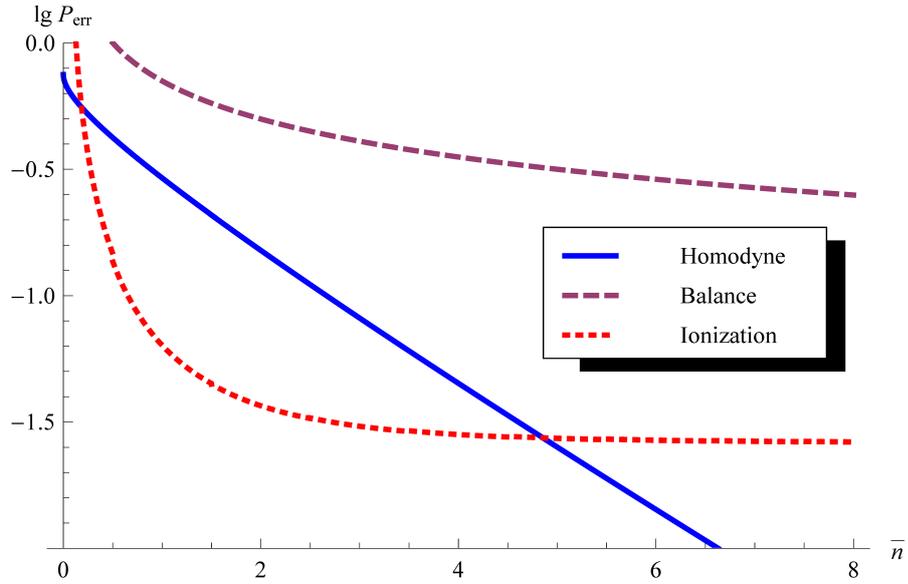


Рисунок 2.6 — Зависимость вероятности ошибки в определении фазы P_{err} от среднего числа фотонов когерентного состояния \bar{n} при разных способах детектирования, $\varphi = \pi/4$.

Наконец обсудим зависимость вероятности ионизации атома от фазы в случае ионизации сжатым вакуумом (2.29). В этом случае было обнаружено, что ионизация никак не зависит от фазы начального сжатого состояния. Причиной этому является структура волновых функций стабильных КЭС (2.16-2.18), а именно присутствие в каждой функции фоковских состояний с номерами, отличающимися на единицу. В то время как сжатый вакуум состоит только из четных фоковских состояний. И поэтому при расчете проекции начального состояния сжатого вакуума на функции стабильных КЭС мы будем неизменно получать вклад различных фаз в разные КЭС, то есть вероятность ионизации окажется независимой от фазы полевого состояния.

2.1.6 Перепутанность между атомной и полевой подсистемой и управление атомным состоянием

Кроме процесса ионизации интересно рассмотреть динамику двухкомпонентной системы в различных случаях и проанализировать перепутанность между атомом и полем.

Рассмотрим матрицу плотности атомной подсистемы, которая содержит в себе всю информацию об атомной динамике. Вместо базиса собственных функций атомной подсистемы φ_0 , φ_1 и φ_2 гораздо более подходящий атомный базис может быть выбран, исходя из выражений для волновых функций КЭС (2.16)-(2.18), следующим образом:

$$\tilde{\varphi}_1 = (\varphi_1 - \varphi_2)/\sqrt{2}, \quad (2.34)$$

$$\tilde{\varphi}_2 = \varphi_0, \quad (2.35)$$

$$\tilde{\varphi}_3 = (\varphi_1 + \varphi_2)/\sqrt{2}. \quad (2.36)$$

Чтобы найти матрицу плотности атомной подсистемы, мы сначала рассчитываем полную матрицу плотности системы:

$$\rho_{tot} = |\Psi_{tot}\rangle \langle \Psi_{tot}|, \quad (2.37)$$

а затем вычисляем след от нее по полевым компонентам:

$$\rho_{at} = Tr[\rho_{tot}]_f. \quad (2.38)$$

Как и ранее, матрицу плотности мы получаем в пределе физически больших времен, когда выживают только абсолютно стабильные КЭС. Как правило, эта матрица получается зависящей от всех характеристик начального состояния поля, включая фазу, а так же может зависеть от времени. Однако физически более интересно проанализировать степень перепутывания между атомной и полевой подсистемами, которая может быть определена, например, через параметр Шмидта:

$$K = Tr^{-1}[\rho_{at}^2]. \quad (2.39)$$

При этом обратная величина $P = K^{-1}$ определяет чистоту квантового состояния каждой отдельной подсистемы.

Для начального состояния поля в виде фоковского кубита, поскольку в (2.21) отсутствует третья базисная функция (2.36), атомная матрица плотности получается размерности 2×2 и выглядит следующим образом:

$$\rho_{at}|_{t \rightarrow \infty} \approx \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{e^{i\frac{\varphi}{2}} e^{-i\omega t} \cos \frac{\varphi}{2}}{2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + 1} \\ \frac{e^{-i\frac{\varphi}{2}} e^{i\omega t} \cos \frac{\varphi}{2}}{2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + 1} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

Выражение (2.40) для упрощения представлено в пределе больших k_0 , который достигается уже при $k_0 = 10$. Видно, что атомная матрица плотности сильно зависит от полевой фазы φ . В то время как заселение состояний атомного кубита в основном регулируется соотношением $\Delta/(\hbar\Omega_k)$, недиагональные матричные элементы сильно зависят от фазы. Изменение фазы дает возможность кардинально изменять характеристики атомного состояния, переходя от практически чистого состояния к абсолютно смешанному и наоборот.

Зависимость параметра Шмидта от относительной фазы полевого кубита представлена на Рис. 2.7, а наибольшая чистота атомного состояния, как видно, достигается при фазе равной π , что соответствует наименьшей запутанности с полем в процессе их взаимодействия.

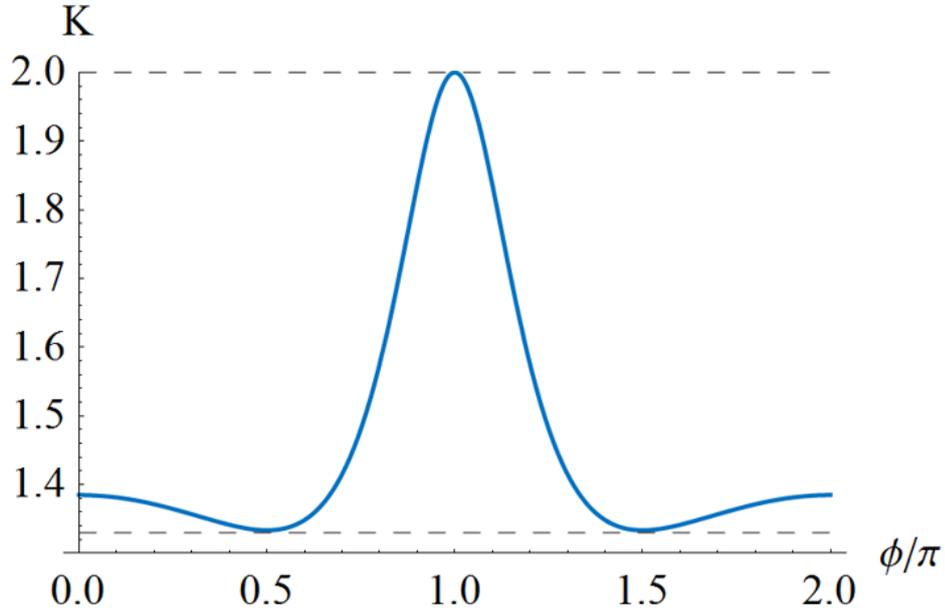


Рисунок 2.7 — Зависимость параметра Шмидта K от относительной фазы φ между фоковскими состояниями в полевого кубита.

Таким образом, запутанность атомной системы и характеристики атомной матрицы плотности определяются и контролируются относительной фазой полевого кубита.

Дополнительно было исследовано взаимодействие полевого кубита с атомом, изначально находящемся в смешанном состоянии, и проанализирована возможность появления когерентности между состояниями атомного кубита в процессе взаимодействия, хотя изначально он представляет собой максимально смешанное состояние, которое характеризуется следующей матрицей плотно-

сти:

$$\rho_{at}|_{t=0} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

Такое состояние является максимально смешанным и характеризуется минимально возможной чистотой равной $1/2$ и максимальным параметром Шмидта равным двум. После взаимодействия с полевым кубитом (2.19), в пределе больших времен атомная система оказывается в состоянии, характеризующемся следующей матрицей плотности:

$$\rho_{at}|_{t \rightarrow \infty} \approx \begin{pmatrix} 1/2 & -e^{-i\varphi} e^{i\omega t}/4 \\ -e^{i\varphi} e^{-i\omega t}/4 & 1/2 \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

Видно, что в матрице плотности появляются недиагональные матричные элементы (2.42) в отличие от начального атомного состояния (2.41). Это означает, что за счет взаимодействия с полем в атоме индуцируется частичная когерентность. Этот вывод качественно подтверждается значением чистоты полученного состояния (2.42), которое оказывается больше, чем $1/2$: $P = 0.625$. Очень важно появление фазового множителя $e^{\pm i\varphi}$, который возникает в недиагональных элементах матрицы плотности атома в процессе взаимодействия с полем. Более того, если рассчитать поляризацию атома $\langle d_f \rangle$ в состоянии (2.42) в направлении поляризации поля, то получится следующее выражение:

$$\langle d_f \rangle = Sp \left[\hat{d}_f \hat{\rho}_{at}^{red} \right] = -\frac{1}{4} d_{10} e^{i(\omega t - \varphi)} + h.c. \quad (2.43)$$

Точно такое же выражение для поляризации атомной системы можно получить при рассмотрении когерентной суперпозиции состояний атомного кубита с относительной фазой φ между ними:

$$\psi_{coh} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\varphi_0 - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sqrt{2}} e^{i(\varphi - \omega t)} \right). \quad (2.44)$$

То есть мы продемонстрировали, что даже в случае максимально смешанного начального состояния атомной подсистемы, когерентность может быть частично перенесена от полевого кубита на атомный вследствие их взаимодействия.

Рассмотрим динамику степени перепутанности атома и поля при других начальных состояниях поля: когерентном и сжатом вакууме. В этих случаях матрицы плотности получаются достаточно громоздкими и здесь не приводятся. Параметр Шмидта был рассчитан в обоих случаях в зависимости от фазы φ

и времени. В случае когерентного поля эта зависимость изображена на Рис. 2.8 для среднего числа фотонов равного двум (а) и двадцати (б). В случае малого

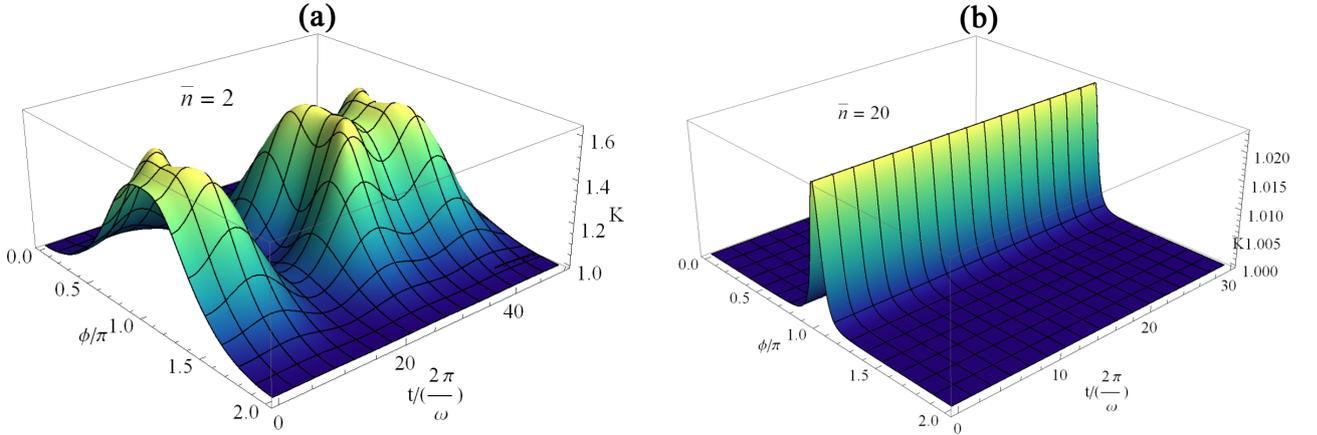


Рисунок 2.8 — Зависимость параметра Шмидта K от фазы начального полевого состояния φ и времени (в оптических периодах) при взаимодействии атома с когерентным светом для $\bar{n} = 2$ (а) и $\bar{n} = 20$ (б).

среднего числа фотонов (а) зависимость атомно-полевой запутанности как от времени, так и от фазы весьма нетривиальна благодаря значительному вкладу вакуумного состояния поля. В этом случае можно добиться высокой степени перепутанности и атомная система будет характеризоваться сильно смешанным состоянием. Противоположная ситуация наблюдается в случае (б), так как роль вакуума в начальном поле становится малозначительной. Перепутывание между подсистемами становится пренебрежимо мало, кроме небольшой окрестности фаз вблизи $\varphi = \pi$, и всякая зависимость от времени полностью пропадает. Таким образом, уже при не очень больших \bar{n} полная волновая функция системы факторизуется, и атомные системы оказываются почти в чистом состоянии.

Ситуация для начального поля в состоянии сжатого вакуума резко отличается. Как чистота, так и степень запутанности сильно зависят от времени и фазы поля. Соответствующий трехмерный график представлен на Рис. 2.9. В этом случае параметр Шмидта зависит от времени для любых средних чисел фотонов \bar{n} с характерным периодом, определяемым частотой Раби. Запутанность достигает своего максимального значения (в данном случае равного двум) для разных фаз поля в разные моменты времени. Этот результат обусловлен как существенной долей вакуумного состояния Φ_0 , присутствующей при любом \bar{n} , так и растущим числом фоковских состояний, вносящим вклад в начальное состояние (2.29) с увеличением \bar{n} .

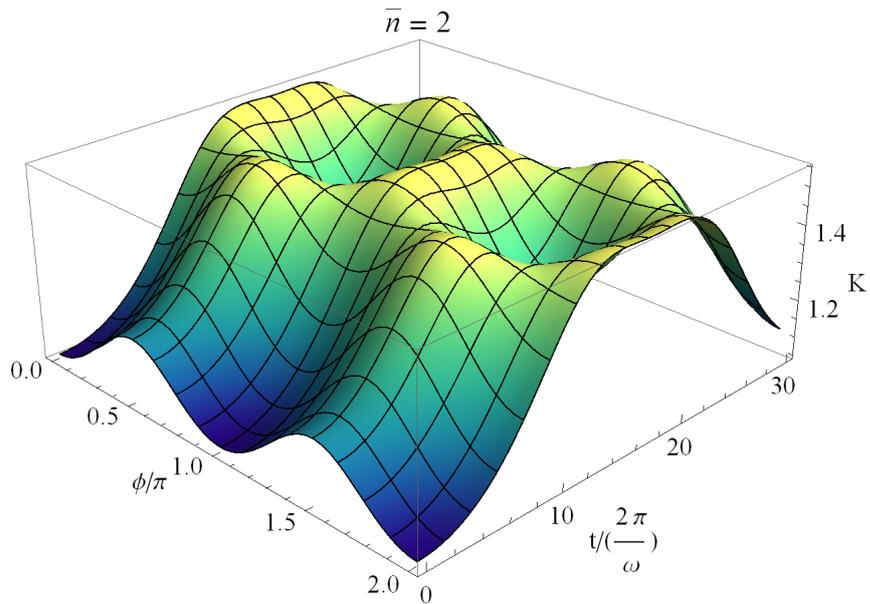


Рисунок 2.9 — Зависимость параметра Шмидта K от фазы начального полевого состояния φ и времени (в оптических периодах) при взаимодействии атома со сжатым вакуумом для $\bar{n} = 5$.

2.1.7 Выводы

В данном разделе была исследована ионизация модельного ридберговского атома с квантовым полем в условиях рамановских переходов через континуум и нижележащий резонансный уровень. Показано, что перепутанность между атомной и полевой подсистемами и характеристики смешанного атомного состояния обладают высокой фазочувствительностью, что позволяет контролировать атомное состояние при помощи состояния квантового поля. В случае состояния полевого кубита возможна реализация механизма передачи относительной фазы полевого кубита к атомному, что имеет большое практическое значение. Также была проанализирована роль атомной ионизации в процессе взаимодействия подсистем и обнаружено, что канал ионизации играет существенную роль, особенно в режиме сильной связи между подсистемами. Ионизационный процесс производит «дисциплинацию» атомных состояний, приводящую к сохранению только долгоживущих КЭС с необходимыми характеристиками. А канал ионизации может быть использован для определения информации о состоянии квантового поля, взаимодействующего с атомом, включая фазовую информацию. Более того, на примере когерентного состояния было показано, что в случае малого числа фотонов измерение фазы полевого

состояния может оказаться более точным, чем стандартные методы квантовой оптики, что имеет большое значение для высокоточной селекции и разделения неортогональных состояний.

Таким образом, продемонстрировано, что в процессе ионизации атомов неклассическим светом возникают новые и важные эффекты, обусловленные квантовой природой воздействующего света, открывающие новые перспективы, как для дальнейших фундаментальных исследований в области взаимодействия атома с полем, так и для практических приложений в области квантовых измерений.

2.2 Надпороговая и многофотонная ионизация атомов неклассическим электромагнитным полем

В настоящем разделе исследовано взаимодействие атома с неклассическим светом в режиме ионизации. Для решения задачи разработан теоретический подход, который является обобщением решения Келдыша, полученного для классических полей, на случай квантового электромагнитного поля. Получены выражения для различных типов квантованных полей, в зависимости от среднего числа фотонов для разных каналов ионизации. Показаны особенности электронных спектров и угловых распределений электронов в континууме в зависимости от начального состояния квантового поля.

2.2.1 Теоретический подход

В нерелятивистском случае ионизация атома квантовым полем описывается нестационарным уравнением Шредингера с учетом полевой степени свободы:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{1}{2m} \left(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c} \hat{\mathbf{A}} \right)^2 + \frac{\hbar \omega}{2} \left(q^2 - \frac{\partial^2}{\partial q^2} \right) + U \right] \psi, \quad (2.45)$$

с заданным начальным условием

$$\psi_{in}|_{t=0} = \varphi_g(\mathbf{r}) \cdot \psi_f(q), \quad (2.46)$$

где $\varphi_g(\mathbf{r})$ – связанное состояние электрона в атоме, $\psi_f(q)$ – начальное состояние поля, а взаимодействие атома с полем учитывается в дипольном приближении. Для описания полевой степени свободы в уравнении используется безразмерная полевая координата $q = (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)/\sqrt{2}$, через которую можно выразить векторный потенциал квантового поля $\mathbf{A} = q\mathbf{e}_z A_0$, а размерная константа выражается через частоту и объем локализации поля L^3 : $A_0 = (c/\omega)\sqrt{4\pi\hbar\omega/L^3}$. Изначально атом предполагается в основном состоянии с волновой функцией $\varphi_g(\mathbf{r})$, взятой для конкретности аналогичной $1s$ состоянию атома водорода. Начальное состояние поля $\psi_f(q)$ определяется выражением (1.3) с фотонной статистикой (1.4) в случае ионизации атома сжатым вакуумом или (1.8) для когерентного состояния поля, что позволяет провести сравнение с классическим полем для случая $\bar{n} \gg 1$.

Решение уравнения (2.45) ищется в виде разложения по волковским функциям в p - A калибровке для свободного электрона в квантовом поле. Волновые функции и энергии таких состояний в нерелятивистском пределе были получены в [121] и имеют следующий вид:

$$\Psi_{\mathbf{p},n}^V(\mathbf{r},q) = \varphi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) \cdot \Phi_n^{\tilde{\omega}}(q - \Delta_{\mathbf{p}}), \quad (2.47)$$

$$E_{p,n}^V = \frac{p^2}{2m} + \frac{\hbar\omega}{2}(n + 1/2) + U_{pond}(n). \quad (2.48)$$

Фактически в результате взаимодействия с электроном изменяется частота $\tilde{\omega} = \omega\sqrt{1 + e^2 A_0^2/mc^2\hbar\omega}$ и возникает сдвиг фоковских состояний Φ_n полевого осциллятора на величину $\Delta_{\mathbf{p}} = ep_z A_0/\hbar\omega mc$. Изменение частоты полевой моды оказывается малым и вносит вклад только в энергию состояний (2.48), за счет чего возникает слагаемое $U_{pond}(n) = e^2 A_0^2 n/2mc^2$, представляющее собой аналог пондеромоторного потенциала, известного в случае классического поля, и возникающее в данном подходе естественным образом благодаря использованию p - A калибровки. Из-за малости нормировочной константы это слагаемое играет роль только для больших значений $n > n_{cr}$:

$$n_{cr} = \alpha^{-3} \frac{(L/\lambda)^3}{\hbar\omega/2Ry}. \quad (2.49)$$

Аналогично подходам Келдыша [38] и Риса [39] для классического поля, решение задачи (2.45, 2.46) представляется в виде суммы исходного состояния и разложенного по состояниям (2.47) волнового пакета, характеризующего атомный электрон в континууме. При этом эффекты воздействия квантового поля

на электрон в континууме учитываются точно. В работе атомный потенциал полагается короткодействующим и пренебрегается заселением других состояний дискретного спектра. При таком рассмотрении возможно возникновение двух существенно различных режимов, схематично изображенных на Рис. 2.10.

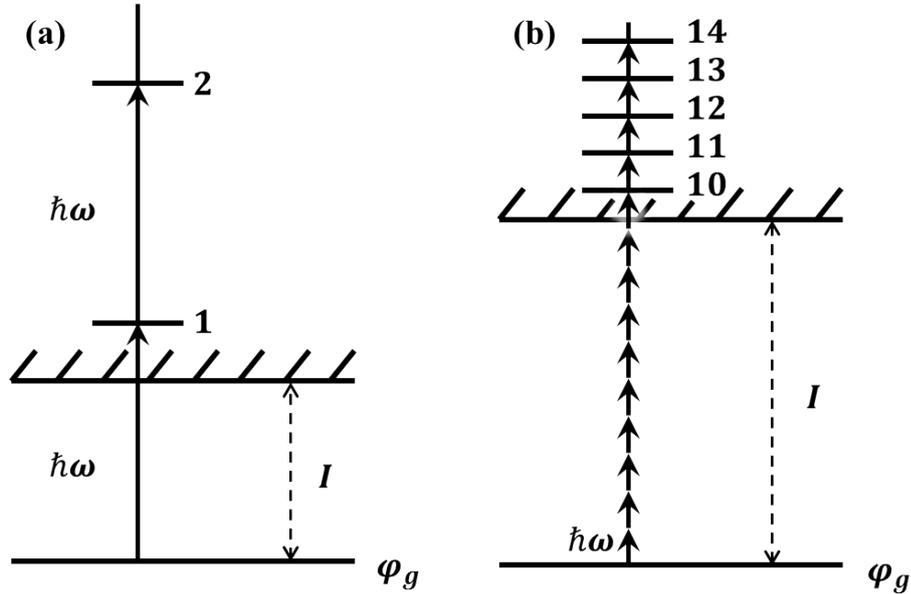


Рисунок 2.10 — Схемы энергетических переходов из основного состояния двухкомпонентной системы в континуальные состояния, описываемые волковскими функциями. Случай (а) соответствует режиму $I < \hbar\omega$, доступны каналы ионизации $k = 1, 2, 3$ и т.д. Случай (б) соответствует режиму $I \gg \hbar\omega$, доступны каналы ионизации $k = 10, 11, 12$ и т.д.

В случае (а) потенциал ионизации меньше энергии фотона ($I < \hbar\omega$) и наибольший интерес вызывает надпороговая ионизация атома. В противоположном случае (б) потенциал ионизации много больше энергии фотона ($I \gg \hbar\omega$), возникает многофотонная ионизация, которая в пределе малых частот переходит в режим туннельной ионизации в случае классических полей.

2.2.2 Скорость ионизации в зависимости от фотонной статистики

Искомая волновая функция полагается в виде свободной эволюции начального состояния (2.46) и разложенного по волковским функциям (2.47) малого

возмущения:

$$\psi(\mathbf{r}, q, t) = C_g \psi_{in}(\mathbf{r}, q, t) + \sum_{n'=0}^{\infty} \int d\mathbf{p}' C_{\mathbf{p}', n'}(t) \Psi_{\mathbf{p}', n'}^V(\mathbf{r}, q) e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{p}', n'}^V t}, \quad (2.50)$$

где $C_g \approx 1$ и $|C_{\mathbf{p}, n}(t)|^2 \ll 1$, при этом результаты выходят за рамки традиционной теории возмущений, так как полевые эффекты полностью учитываются в волковских функциях. Используя этот вид решения, для атомного электрона можно получить вероятность перехода в единицу времени в состояние континуума с импульсом \mathbf{p} :

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{W}}{d\mathbf{p}} = & \frac{\alpha^3}{\pi\tau} \left(\frac{\lambda}{L}\right)^3 \left(\frac{\hbar\omega}{2Ry}\right)^2 \left(\frac{p_z}{\hbar/a_0}\right)^2 |\varphi_g(\mathbf{p})|^2 2Ry \times \\ & \times \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=k}^{\infty} |C_n|^2 |V_{n-k, n}|^2 \delta\left(\frac{p^2}{2m} + U_{pond}(n) + I - \hbar\omega k\right), \end{aligned} \quad (2.51)$$

где $\tau = \hbar/2Ry \approx 2.4 \times 10^{-17}$ с – атомное время. Интегрирование по модулю импульса электрона в континууме дает полную скорость ионизации в зависимости от угла вылета:

$$\begin{aligned} \dot{W}_i = & \frac{2\alpha^3}{\tau} \left(\frac{\lambda}{L}\right)^3 \left(\frac{\hbar\omega}{2Ry}\right)^2 \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=k}^{\infty} |C_n|^2 |\varphi_g(p_{nk})|^2 \times \\ & \times p_{nk}^3 \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \cdot |V_{n-k, n}(\mathbf{p}_{nk})|^2 \cos^2 \theta, \end{aligned} \quad (2.52)$$

где $p_{nk} = \sqrt{2m(\hbar\omega k - U_{pond}(n) - I)}$, θ – угол между импульсом электрона и направлением поляризации поля \mathbf{e}_z , суммирование ведется по всем каналам ионизации k и начальному распределению поля по числу фотонов n .

Переход между полевыми состояниями определяется матричным элементом $V_{n-k, n}$:

$$V_{n-k, n} = \int_{-\infty}^{+\infty} dq \cdot \Phi_{n-k}^*(q - \Delta_{\mathbf{p}}) q \Phi_n(q). \quad (2.53)$$

Аналогичный матричный элемент использовался в [44] для анализа ионизации атома в квантовом поле, но в качестве начального состояния поля были рассмотрены только фоковские состояния в пределе больших номеров $n_0 \gg 1$,

поскольку производить суммирование по начально-заселенным полевым состояниям с номерами n представляет серьезную трудность. В случае ионизации сжатым светом эта проблема стоит особенно остро: дисперсия распределения по фоковским состояниям определяется выражением (1.7) и для больших \bar{n} суммировать необходимо от нуля и вплоть до номеров порядка нескольких \bar{n} . Для решения этой проблемы в данной работе было получено приближенное выражение для полевого матричного элемента:

$$|V_{n-k,n}(\mathbf{p})|^2 \approx \left| \sqrt{\frac{n+1}{2}} J_{k+1}(\sqrt{2n}|\Delta_{\mathbf{p}}|) + \sqrt{\frac{n}{2}} J_{k-1}(\sqrt{2n}|\Delta_{\mathbf{p}}|) \right|^2, \quad (2.54)$$

которое во многом базируется на аппроксимации проекций полевых состояний со сдвинутым аргументом, примененной и исследованной на пределы применимости в [122] для задачи о вынужденном тормозном эффекте в квантовом поле. Данное выражение аппроксимирует (2.53) с хорошей точностью для $n > n_{cr}$, а для $n < n_{cr}$ в работе производилось точное вычисление. Таким образом, на основе (2.54) удалось впервые получить результаты по ионизации в ярком сжатом свете.

2.2.3 Анализ полевого матричного элемента

Полученный матричный элемент (2.54) содержит в себе две функции Бесселя, которые в пределе теории возмущений могут трактоваться как переходы в состояние поля с уменьшением (J_{k-1}) и увеличением (J_{k+1}) номера полевого состояния при взаимодействии с атомом. Поведение квадратов первого и второго вкладов в матричный элемент представлено на рис. 2.11 в зависимости от общего числа фотонов n для количества поглощенных электроном фотонов $k = 12$ без учета (а) и с учетом (б) пондеромоторного потенциала U_{pond} . В обоих случаях при небольших значениях n вклад от первого слагаемого превалирует на несколько порядков и только при достижении некоторого порогового значения на число фотонов в районе $n \approx 10^8$ оба слагаемых оказываются важны, что соответствует сильной перестройке полевого состояния за счет взаимодействия с электроном. В случае (б) дальнейшее увеличение n приводит к синхронному обнулению обоих вкладов за счет величины U_{pond} , что означает закрытие канала с данным k .

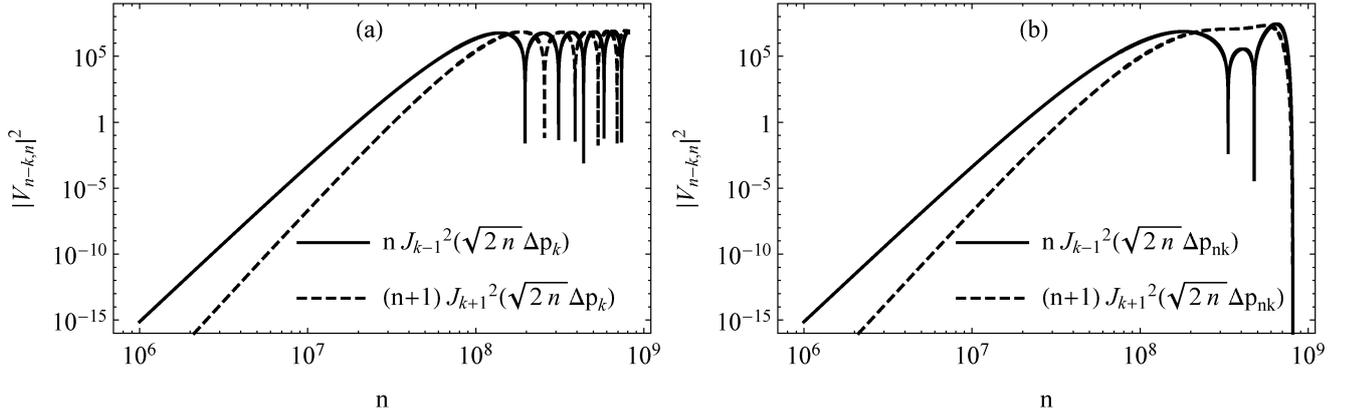


Рисунок 2.11 — Зависимость полевого матричного элемента (2.54) от числа фотонов без учета пондеромоторного потенциала (a) и с учетом (b) при $k = 12$.

2.2.4 Особенности ионизации ярким сжатым вакуумом по сравнению с когерентным полем

Рассмотрим сначала особенности ионизации атомов квантованным полем в режиме, когда потенциал ионизации меньше энергии фотона. На рис. 2.12 представлено отношение скорости ионизации сжатым светом к вероятности ионизации когерентным светом с тем же средним значением числа квантов \bar{n} для различных каналов ионизации k . Обнаружено, что во всем диапазоне

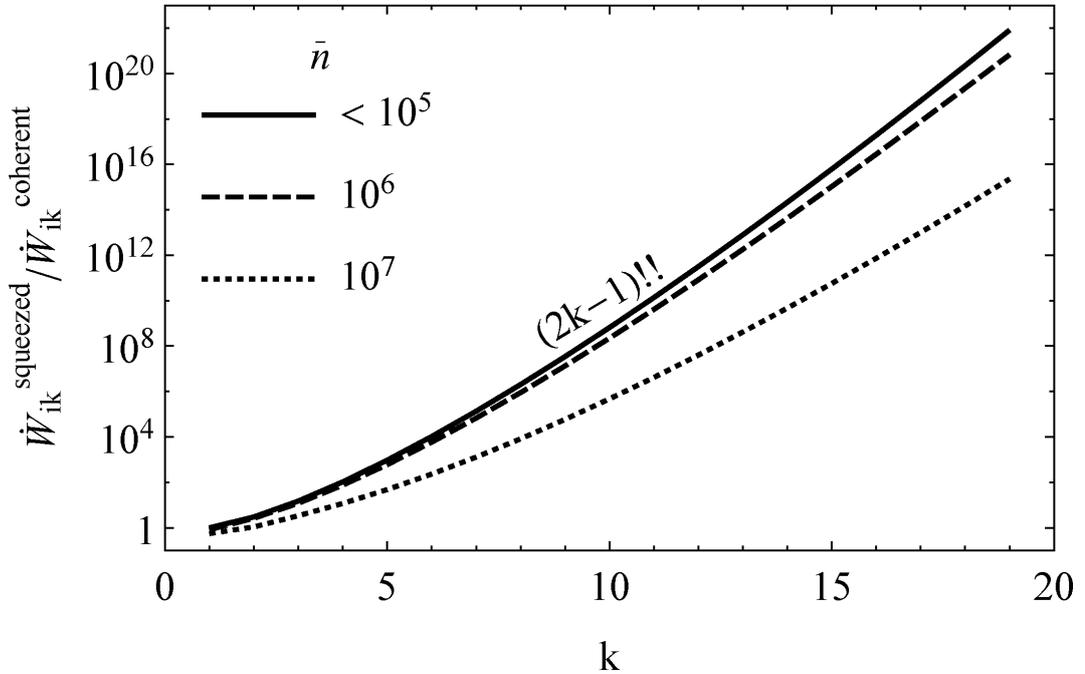


Рисунок 2.12 — Отношение скоростей ионизации атома сжатым светом и когерентным светом в зависимости от номера канала ионизации для различных интенсивностей полей в режиме $\hbar\omega > I$.

параметров скорость ионизации сжатым светом оказывается выше, причем в области слабых полей для любого номера канала k превалирует над ионизацией когерентным светом с фактором

$$\dot{W}_{ik}^{squeezed} / \dot{W}_{ik}^{coherent} = (2k - 1)!!, \quad (2.55)$$

что совпадает с результатом теории возмущений, найденным в работе [43]. Для более высоких значений \bar{n} этот фактор оказывается меньше, хотя скорость ионизации сжатым вакуумом остается все время выше. Более явно превалирование ионизации сжатым светом по сравнению с когерентным полем демонстрирует рис. 2.13, на котором представлены скорости ионизации в зависимости от номера канала k отдельно для сжатого и когерентного света при $\bar{n} = 10^7$. Хорошо видно, что с увеличением номера канала ионизация сжатым светом спадает довольно слабо, в то время как для когерентного поля имеет место «завал» при больших k . Таким образом, с увеличением номера канала ионизация в сжатом вакууме резко доминирует.

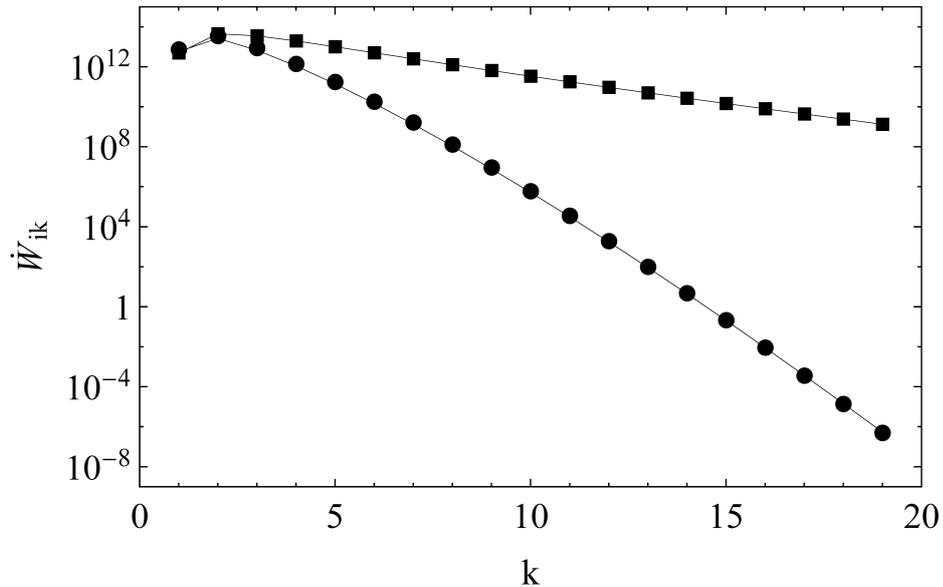


Рисунок 2.13 — Скорость ионизации для различных многофотонных каналов в режиме $\hbar\omega > I$ для среднего числа фотонов равного 10^7 при $\theta = 0$: кругами обозначено распределение в случае взаимодействия с когерентным полем, квадратами при взаимодействии со сжатым вакуумом.

Были также обнаружены существенные различия энергетических спектров фотоэлектронов, которые представлены на Рис. 2.14 в случае ионизации когерентным полем (сплошная линия) и сжатым вакуумом (пунктирная линия). Спектр в случае ионизации когерентным полем состоит из δ -образных

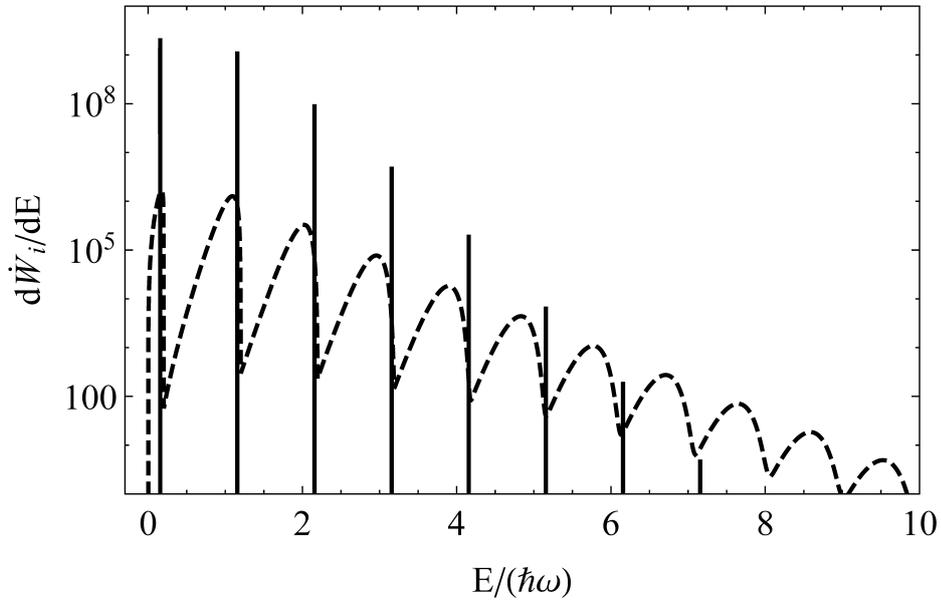


Рисунок 2.14 — Спектры фотоэлектронов, вылетающих в направлении $\theta = 0$, при ионизации атома в режиме $\hbar\omega > I$ для среднего числа фотонов в поле равного 5×10^6 : δ -образные пики при ионизации когерентным полем, пунктирная линия в случае сжатого света

эквидистантных пиков с расстоянием $\hbar\omega$ между ними. Это связано с законом сохранения энергии, диктуемым δ -функцией в (2.51):

$$E_{n,k} = \hbar\omega k - I - U_{pond}(n). \quad (2.56)$$

Кроме того, для когерентного поля при больших \bar{n} относительная ширина распределения (1.8) существенно уменьшается. Таким образом, распределение электрона по энергии в конкретном канале оказывается очень узким, и различные каналы не пересекаются друг с другом. Следовательно, каждый пик соответствует строго определенному каналу ионизации. При ионизации сжатым светом спектр претерпевает значительные изменения: благодаря широкому распределению сжатого состояния по числу фотонов энергия электрона в фиксированном канале сильно размывается. Это происходит из-за влияния последнего слагаемого в (2.56), которое пропорционально числу фотонов и соответственно обладает средним значением и дисперсией. Благодаря широкому распределению по числу фотонов сжатого света неопределенность этого слагаемого оказывается порядка его среднего значения. Поэтому спектры различных каналов перекрываются, и в одну и ту же энергию электрона вносят вклад разные k . В итоге мы получаем непрерывный спектр без возможности разделения на отдельные каналы ионизации.

В качестве второго предельного случая рассмотрим режим низкочастотной ионизации. В классической теории ионизации именно этот режим представляет собой наибольший интерес. Известны такие эффекты, как закрытие ионизационных каналов при увеличении интенсивности лазерного поля и выход на режим туннелирования, когда вклады различных многофотонных каналов в полную скорость ионизации оказываются сравнимы. Спектры вылетающих электронов обладают характерными пиками в угловом распределении, при этом пики не всегда соответствуют вылету электрона вдоль направления поляризации поля.

Проанализируем наличие эффекта закрытия каналов в случае ионизации атома неклассическим полем. Для этого рассмотрим Рис. 2.15, на котором показана скорость ионизации с поглощением фиксированного числа квантов в зависимости от средней интенсивности поля, пропорциональной среднему числу фотонов в поле $P = c\hbar\omega\bar{n}/L^3$. Данные представлены для различных каналов надпороговой ионизации и демонстрируют ряд важных особенностей. Во-первых, это степенная зависимость между скоростью k -фотонной ионизации и интенсивностью лазерного поля P , когда интенсивность мала. В двойном логарифмическом масштабе этот закон можно записать как

$$\log_{10}\dot{W}_{ik} = k \cdot \log_{10}P + C_k, \quad (2.57)$$

а на рисунке он проявляется в виде линейной зависимости при малых интенсивностях с возрастающим коэффициентом наклона для каналов с большим порядком многофотонности. Такая закономерность, известная для классического света, имеет место как в случае когерентного, так и сжатого полей. Однако количественно, скорость ионизации в сжатом свете доминирует и оказывается выше на несколько порядков. Наоборот, когда интенсивность лазерного поля достаточно высока, и пондеромоторный потенциал вносит существенный вклад, возникает отклонение от степенного закона (2.57) и резкое обнуление вероятности ионизации в данном конкретном канале. Этот эффект называется закрытием ионизационных каналов. На Рис. 2.15(а) можно увидеть, что с увеличением интенсивности когерентного света, начиная с определенного момента, увеличение скорости ионизации фиксированного канала сменяется резким уменьшением вероятности до нуля, поскольку в более сильном поле поглощения такого числа квантов уже не достаточно для выхода в континуум. Обнуление происходит достаточно резко из-за очень узкого распределения

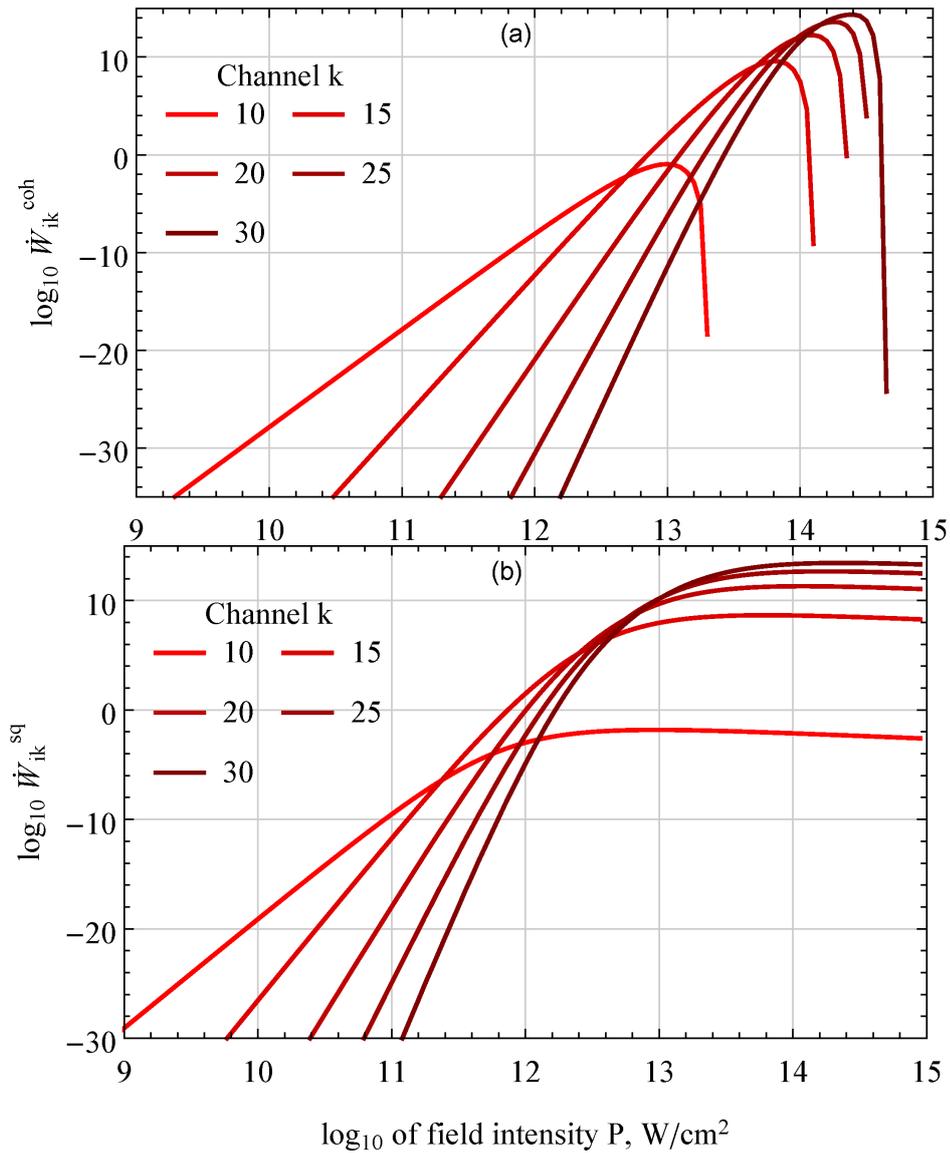


Рисунок 2.15 — Скорость ионизации атома когерентным полем (а) и сжатым вакуумом (б) для различных ионизационных каналов ($k = 10, 15, 20, 25, 30$) в зависимости от интенсивности поля.

когерентного состояния по количеству фотонов. Тот же график, но для сжатого вакуума представлен на Рис. 2.15(b). В этом случае ситуация совершенно иная из-за различий в фотонной статистике. Различные вклады в ионизационные каналы, соответствующие различным слагаемым из фотонной статистики сжатого света, начинают закрываться с хвоста распределения. Из-за очень большой дисперсии распределения по числу фотонов в случае сжатого вакуума закрытие определенного канала начинается на два порядка раньше, чем для когерентного поля, и происходит очень постепенно. Поэтому закрытие фиксированного канала становится очень плавным и больше напоминает выход на

насыщение. Фактически, закрытие каналов при ионизации в сжатом вакууме не имеет места.

Рассмотрим особенности энергетических спектров фотоэлектронов при многофотонной ионизации неклассическим полем. Энергетический спектр представляет собой зависимость $d\dot{W}_i/dE$ от энергии фотоэлектронов. Начнем с рассмотрения спектров, полученных для когерентного состояния в режиме низкой интенсивности и представленных на Рис. 2.16(a₁). Видно, что разные

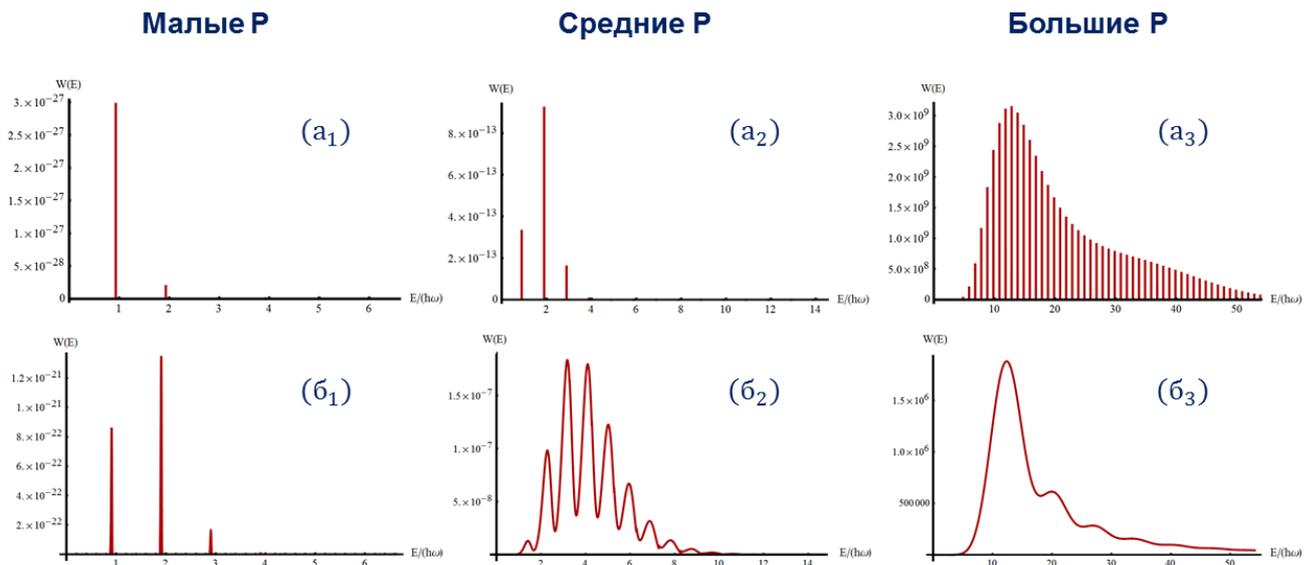


Рисунок 2.16 — Энергетические спектры фотоэлектронов для случая ионизации когерентным полем (верхний ряд) и сжатым вакуумом (нижний ряд) для различных интенсивностей (10^{13} , 10^{14} , 10^{15} Вт/см² слева направо).

каналы хорошо разделяются по энергии относительно друг друга, а спектр является эквидистантным. При этом выполняется режим теории возмущений и каждый следующий пик в спектре значительно ниже предыдущего. С ростом интенсивности (или среднего числа квантов поля), то есть при переходе от (a₁), соответствующего теории возмущений, к (a₂) происходит перераспределение вероятности выхода электрона в более высокие каналы ионизации. При дальнейшем увеличении интенсивности, то есть при переходе к случаю (a₃), спектр становится шире, а его максимум перемещается в область еще более высоких каналов.

В случае ионизации сжатым светом спектры значительно трансформируются. Из Рис. 2.16(б₁) видно, что теория возмущений перестает работать на порядок раньше по сравнению со случаем когерентного поля из-за большей ширины распределения сжатого состояния по фоковским состояниям. При средних

интенсивностях, как видно из случая (β_2), вклад каждого канала очень размыт и наблюдается перекрытие разных каналов. А для случая (β_3) было обнаружено полное размывание каналов и появление формы огибающей с одним очень широким и несколькими побочными максимумами. Появление горбов вызвано поведением функции Бесселя, входящей в полевой матричный элемент (2.54).

Рассмотрим зависимость скорости ионизации от угла вылета фотоэлектрона, которая неявно присутствует в (2.51) или более явно под интегралом в (2.52). На Рис. 2.17 в верхнем ряду представлены угловые распределения для случая когерентного света, а в нижнем ряду для сжатого вакуума при аналогичных интенсивностях для различных каналов ионизации.

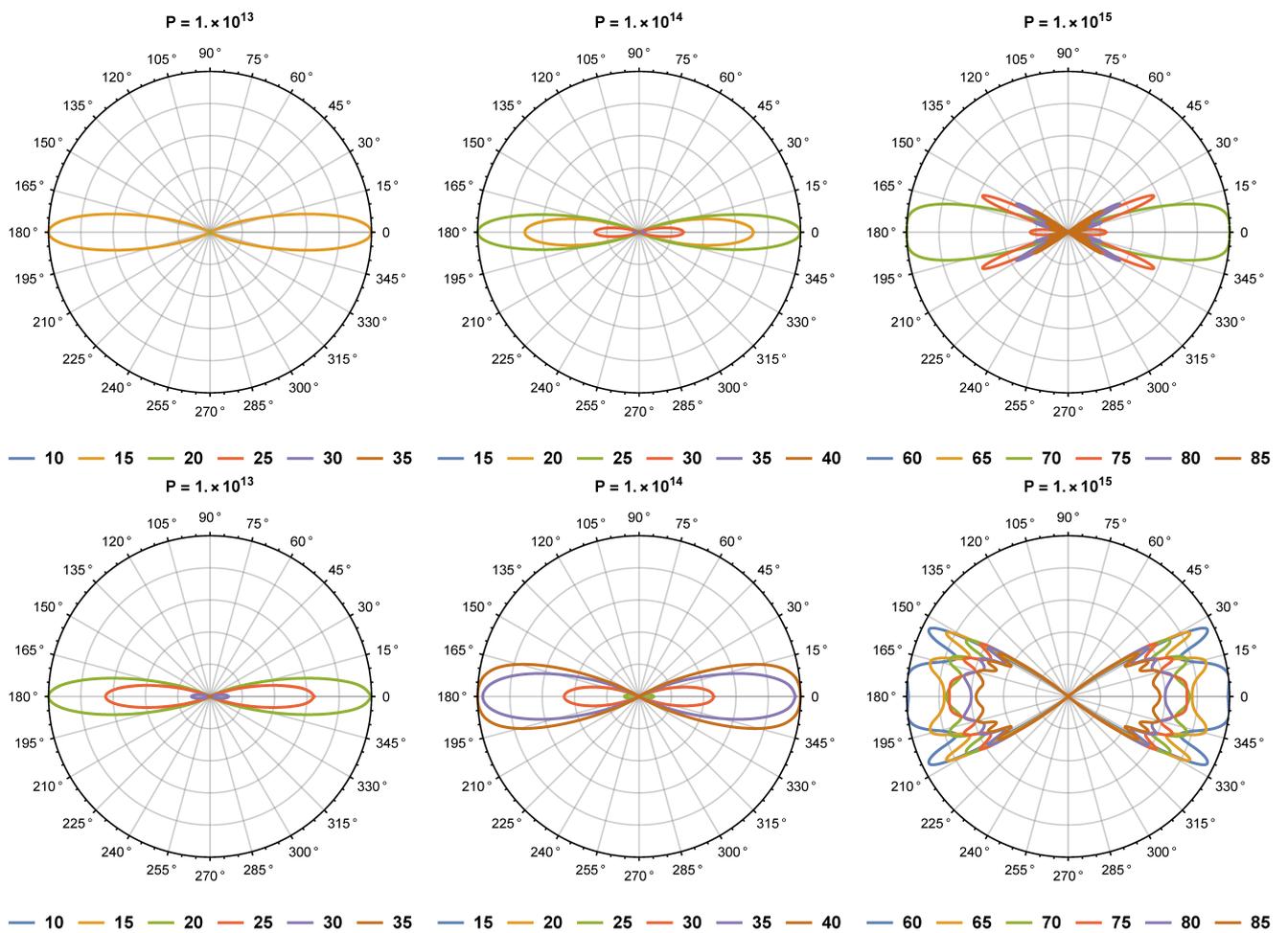


Рисунок 2.17 — Угловые распределения фотоэлектронов для случая ионизации когерентным полем (верхний ряд) и сжатым вакуумом (нижний ряд) для различных интенсивностей (10^{13} , 10^{14} , 10^{15} Вт/см² слева направо) и различных открытых каналов, отмеченных разными цветами.

Видно, что ионизация сжатым вакуумом обладает иными особенностями распределений по сравнению с когерентным светом. Особенно сильные отличия

наблюдаются для интенсивностей $10^{14} - 10^{15}$ Вт/см², при которых ионизация сжатым вакуумом происходит в существенно больший угловой раствор, а различные каналы очень сильно перекрывают друг друга. Стоит отметить, что при интенсивности 10^{15} Вт/см² в случае когерентного поля возникает интересный эффект: ионизация для разных многофотонных каналов обладает наибольшей эффективностью при разных углах вылета электрона, то есть происходит разделение каналов ионизации по углам вылета. При этом электроны с большей энергией вылетают под большим углом относительно начальной поляризации когерентного поля. Для ионизации сжатым вакуумом этого эффекта не наблюдается.

2.2.5 Выводы

В этом разделе разработан теоретический подход к описанию ионизации атомов неклассическими полями, найдены аналитические выражения для скорости ионизации в различных многофотонных каналах и суммарно с учетом всех каналов. Проанализированы свойства возникающих матричных элементов перехода между свободными и возмущенными состояниями поля и предложена аппроксимация для их вычисления, позволяющая рассматривать любые начальные полевые состояния. Обнаружены и исследованы особенности ионизации сжатым светом по сравнению с ионизацией когерентном полем, заключающиеся в гораздо более плавном спаде скорости ионизации в зависимости от номера канала надпороговой ионизации. Продемонстрировано существенное различие спектров электронов в континууме для когерентного и сжатого полей, обусловленное широким начальным распределением сжатого поля по числу фотонов. Для поля в сжатом вакууме обнаружено, что поглощение одного и того же числа квантов может приводить к разным энергиям электронов, то есть давать вклад в различные надпороговые пики.

Представленная теория может быть обобщена и на случай ионизации неклассическим светом в твердотельных системах. В таком процессе электрон переходит из валентной зоны в зону проводимости, а его состояние описывается Блоховской функцией с конкретным квазиимпульсом. Это позволяет использовать формализм, во многом аналогичный представленному.

Глава 3. Генерация негауссовских состояний поля в нелинейной среде с фазовой самомодуляцией и их взаимодействие с атомными системами

Основные результаты данной главы представлены в статьях [A4; A5; A7].

3.1 Генерация квазифоковского состояния с помощью резонансной фазовой самомодуляции в оптических микрорезонаторах

Оптические резонаторы с кубической нелинейностью были среди первых простейших физических систем, предложенных для генерации сжатых состояний света, а также для проверки концепции квантового неразрушающего измерения. Обычные линейно сжатые состояния характеризуются гауссовым распределением по полевой координате и положительной функцией Вигнера, часто рассматриваются как квазиклассические. При этом квантовые состояния, возникающие из высших порядков нелинейности, характеризуются отрицательной функцией Вигнера. Такие состояния могут быть преобразованы в близкое к Фоковскому состоянию при помощи классического преобразования смещения. Используя эти известные особенности, была разработана стратегия эксперимента по детектированию и описанию неклассического состояния в системе на основе высокодобротного нелинейно-оптического микрорезонатора. В данном разделе обсуждаются технические ограничения на параметры генерируемого состояния, связанные с потерями в системе и шумами классических оптических источников, участвующих в измерении.

3.1.1 «Банановые» состояния в системе с $\chi^{(3)}$ нелинейностью

Рассмотрим гамильтониан, описывающий ФСМ в оптической моде:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar g}{2}(\hat{a}^\dagger \hat{a})^2, \quad (3.1)$$

здесь операторы \hat{a} и \hat{a}^\dagger являются операторами уничтожения и рождения в данной моде, а константа g пропорциональна величине нелинейности.

Уравнение Гейзенберга для оператора уничтожения \hat{a} с таким гамильтонианом получается следующим:

$$\dot{\hat{a}} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{a}] = ig(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2})\hat{a}. \quad (3.2)$$

Поскольку исходный гамильтониан коммутирует с оператором числа фотонов в системе $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$, то оператор \hat{N} является не зависящим от времени. А значит уравнение может быть решено аналитически:

$$\hat{a} = e^{ig(\hat{N}+1/2)t}\hat{a}_0. \quad (3.3)$$

Это решение содержит в себе полную информацию о поведении нелинейной системы при воздействии на произвольное начальное состояние поля. Для анализа решения перейдем к обобщенной координате и импульсу:

$$\hat{a} = (\hat{x} + i\hat{p})/\sqrt{2}, \quad (3.4)$$

И произведя замену в решении получаем:

$$\hat{x} + i\hat{p} = \left(\cos g(\hat{N} + 1/2)t + i \sin g(\hat{N} + 1/2)t \right) (\hat{x}_0 + i\hat{p}_0), \quad (3.5)$$

откуда, взяв мнимую и действительную часть, а также заменив оператор числа фотонов через \hat{x} и \hat{p} , получаем преобразование операторов:

$$\hat{x} = \cos \left(g \frac{\hat{x}_0^2 + \hat{p}_0^2}{2} t \right) \hat{x}_0 - \sin \left(g \frac{\hat{x}_0^2 + \hat{p}_0^2}{2} t \right) \hat{p}_0, \quad (3.6)$$

$$\hat{p} = \sin \left(g \frac{\hat{x}_0^2 + \hat{p}_0^2}{2} t \right) \hat{x}_0 + \cos \left(g \frac{\hat{x}_0^2 + \hat{p}_0^2}{2} t \right) \hat{p}_0. \quad (3.7)$$

Это преобразование операторов в квазиклассическом понимании на фазовой плоскости задает траекторию точки с начальными координатами x_0, p_0 . Такое понимание динамики будет корректным до тех пор, пока что состояние остается гауссовым или почти гауссовым. Однако, для качественного понимания влияния нелинейности на состояние, этого достаточно.

Для дальнейшей иллюстрации динамики системы необходимо выбрать начальное состояние поля. Пусть это будет когерентное состояние $|\alpha\rangle$ с действительным положительным значением α , то есть $\langle x_0 \rangle = \sqrt{2}\alpha > 0$ и $\langle p_0 \rangle = 0$.

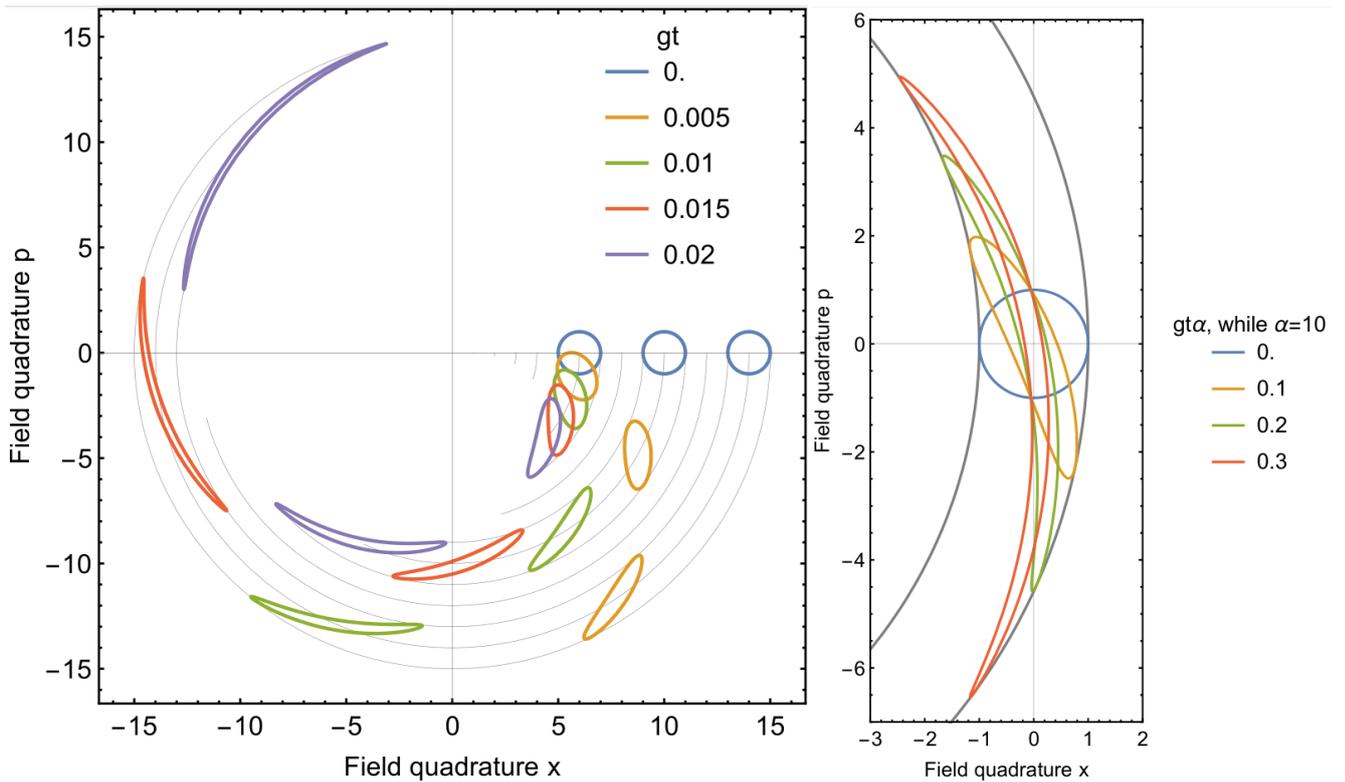


Рисунок 3.1 — Динамика когерентного состояния на фазовой плоскости в среде с $\chi^{(3)}$ нелинейностью. В левой части изображена динамика трех разных когерентных состояний, а в правой — центрированные состояния при помощи обратного поворота фазовой плоскости для $\alpha = 10$.

Представим когерентное состояние на фазовой плоскости в виде круга с центром в точке (x_0, p_0) и единичным радиусом. Изменение положения центра и формы этого круга будет происходить в соответствии с законами изменения координат (3.6, 3.7) и изображено на Рис. 3.1 для различных значений gt .

Мы видим, что нелинейность осуществляет фазовый поворот состояния, который будет разным для разных точек фазовой плоскости исходного состояния. Чем дальше точка плоскости оказывается от начала координат, тем сильнее будет величина поворота. Это выражает классическое проявление Керровской нелинейности как зависимость показателя преломления среды от интенсивности света. Чем выше интенсивность поля, то есть удаление от начала координат, тем меньше показатель преломления и тем сильнее происходит накрутка фазы. Уже из этого рассмотрения видно, что когерентный «круг» сначала вытягивается, а затем начинает изгибаться в виде «банана». Отличительной чертой чисто гауссовских состояний является наличие гауссовой огибающей распределения на фазовой плоскости, а значит линии уровней представляют собой окружности или эллипсы. А в данном случае возникает

отклонение от эллипса, что свидетельствует о формировании негауссовского состояния. Получается, что в данной системе формируется негауссовское сжатое состояние, а величина сжатия которого тем больше, чем больше параметр $|\alpha|^2 gt$. Для получения степени сжатия необходимо оценивать параметр g , время взаимодействия t и количество фотонов внутри резонатора равное $|\alpha|^2$.

Для более тщательного анализа таких состояний квазиклассический подход не годится, необходимо перейти к полностью квантовому рассмотрению. В этом случае удобнее оказывается использовать представление Шредингера, в котором эволюционирует волновая функция состояния поля, а координаты фазовой плоскости и операторы остаются постоянными с течением времени. Для гамильтониана (3.1) будет более целесообразной запись через оператор числа квантов

$$\hat{H} = -\frac{\hbar g}{2} \hat{N}^2, \quad (3.8)$$

тогда нестационарное уравнение Шредингера с начальным условием

$$|\psi_0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle, \quad (3.9)$$

можно решить аналитически. Решение оказывается достаточно простым и может быть также записано в виде разложения по Фоковским состояниям:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(\frac{igt}{2} n^2\right) C_n |n\rangle. \quad (3.10)$$

Рассмотрим данное решение с относительно небольшим числом квантов, и построим его функцию Вигнера при помощи формулы [123] :

$$W(x,p) = \sum_{k,l} C_k C_l^* W_{kl}(x,p) \exp(i(k-l) \arctan x/p), \quad (3.11)$$

где W_{kl} – матричные элементы функции Вигнера Фоковских состояний, а коэффициенты C_k – амплитуды разложения анализируемой волновой функции по Фоковским состояниям.

Дальнейший расчет функции Вигнера заключается в вычислении суммы и он производился численно. В согласии с предыдущим квазиклассическим анализом, поведение функции Вигнера оказалось аналогичным. При этом центр распределения поворачивался на угол $\varphi_{NL} = (|\alpha|^2 + 1/2)gt$ относительно начала

координат, и для расчета это представляет сложность. Поэтому перед построением этот поворот нужно «вычитать» из состояния. На Рис. 3.2 в левой части показана итоговая функция Вигнера для параметров, схожих с предыдущим квазиклассическим рассмотрением при $\alpha = 10$ и $\alpha g t = 0.2$.

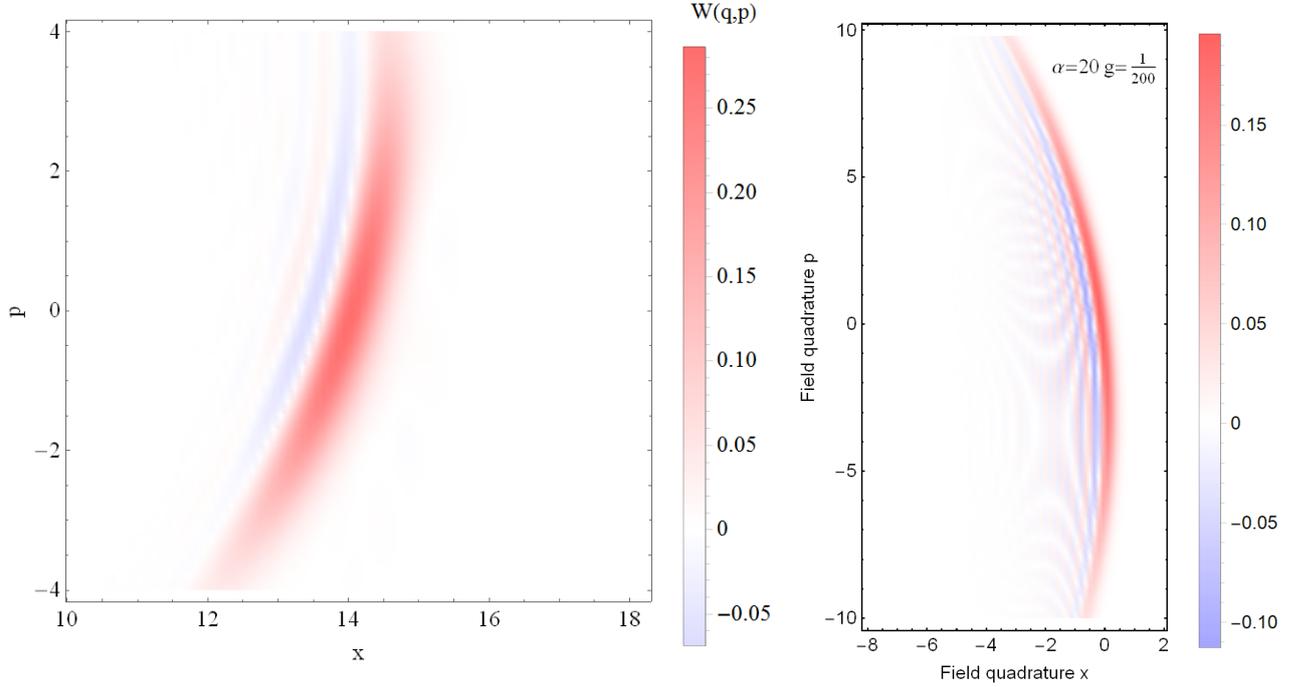


Рисунок 3.2 — Динамика функции Вигнера когерентного состояния в среде с $\chi^{(3)}$ нелинейностью. В левой части изображена динамика для $\alpha = 10$, а в правой — для $\alpha = 20$.

Возникают отрицательные области распределения, изображенные синим цветом, что доказывает существенную негауссовость состояния. Для численных расчетов с большими $\bar{n} = |\alpha|^2$ данное решение оказывается достаточно трудоемким за счет быстро осциллирующего показателя экспоненты. Даже небольшие неточности в расчете могут давать относительно высокую погрешность. Поэтому для оптических схем актуальной является разработка других подходов к решению данной задачи, поскольку за частую внутри резонаторов содержится одновременно порядка нескольких миллионов квантов в одной моде.

Рекордный расчет, который удалось произвести данным методом изображен в правой части данного рисунка. При этом $\alpha = 20$, что очень далеко от реальных оптических систем, где $\alpha \sim 10^3$. При этом видно, что получающееся состояние поля даже при таких значениях интенсивности визуально схоже с частью Фоковского n -фотонного состояния. Возникающая сильная негауссовость, выраженная в виде отрицательных областей функции Вигнера, может

быть использована для создания ортогональных состояний. Для двух состояний одномодовой системы их свертка может быть выражена как интеграл от произведения функций Вигнера по всей фазовой плоскости. И поэтому без отрицательных областей данный интеграл никогда не обратится в ноль. А значит только негауссовские состояния могут быть ортогональными, что важно различных квантовых приложений. Поскольку расчет функции Вигнера является затруднительным, необходимо разработать другой критерий негауссовости, который позволил бы произвести оценку возможности генерации таких состояний в реальных системах без её прямого расчета.

3.1.2 Критерий негауссовости

Полученные выше результаты демонстрируют природу сжатия в системе с фазовой само модуляцией, и сжатие состояния по ширине функции Вигнера происходит почти по радиальному направлению. Если же немного сдвинуть состояние вверх или вниз, в зависимости от знака нелинейности, то состояние окажется сжатым по радиальному направлению от начала координат (см. 3.1, на правой части красное состояние можно сдвинуть вверх и тогда оно станет «параллельно» огибающим окружностям). Отличительной особенностью такого оптимально сдвинутого состояния будет сильно уменьшенная неопределенность числа квантов, ограниченная следующим фактором [67]

$$\Delta n_{cres} \approx \bar{n}^{1/6}, \quad (3.12)$$

который значительно меньше, чем

$$\Delta n_{sqz} \approx \bar{n}^{1/3}, \quad (3.13)$$

достижимый с гауссовскими сжатыми состояниями [72], и

$$\Delta n_{coh} = \bar{n}^{1/2}, \quad (3.14)$$

достижимый при когерентных состояниях и называемый пределом дробового шума или стандартным квантовым пределом. Здесь \bar{n} — среднее число квантов в моде. Δn_{cres} , Δn_{sqz} и Δn_{coh} представляют минимальные неопределенности числа фотонов, достижимые для конкретных состояний.

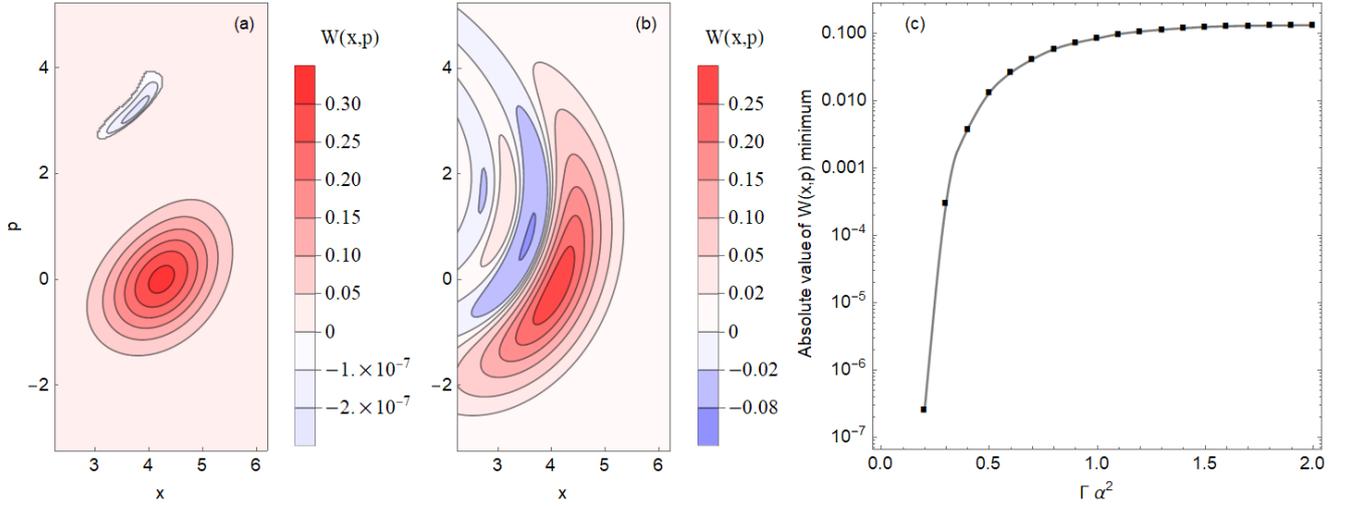


Рисунок 3.3 — Функции Вигнера для $\Gamma\alpha^2 = 0,2$ (а) и $\Gamma\alpha^2 = 1$ (б), рассчитанные численно при $\alpha = 3$, и (в) зависимость абсолютного значения минимума отрицательной части функции Вигнера $W(x,p)$ от параметра $\Gamma\alpha^2$, где $\Gamma = gt$ — нелинейность на один фотон, а α — безразмерная амплитуда когерентного поля.

Предположим, что в квантовой системе с кубической нелинейностью измеряется число фотонов с неопределенностью Δn . Если получена неопределенность меньше, чем этого можно достичь в случае линейного сжатия, то можно утверждать о фотмировании негауссовского состояния. Тогда условие $\Delta n < \Delta n_{sqz}$ может быть использовано как удобный достаточный критерий негауссовости квантового состояния. Вместо прямой демонстрации отрицательности функции Вигнера, что требует сложного численного расчета в теории и утомительного процесса квантовой томографии в эксперименте, можно просто следить за неопределенностью числа квантов. Кроме того данный критерий также значительно упрощает теоретические расчеты, позволяя использовать только картину Гейзенберга. Поэтому далее будем следовать этому подходу.

В идеальном случае без потерь даже сколь угодно слабая Керровская нелинейность создает негауссовские квантовые состояния [67], описываемые функцией Вигнера с отрицательными значениями. Для демонстрации этого были точно рассчитаны по описанной выше методике функции Вигнера при очень маленьких сжатиях. Для демонстрации этого на Рис. 3.3 были построены контурные схемы для функции Вигнера с выделением отрицательной области, а также построен график зависимости модуля минимального значения функции Вигнера в зависимости от параметра $gt\alpha^2 = \Gamma\alpha^2$, который демонстрирует величину отрицательности в зависимости от величины нелинейности. Это озна-

чает, что чистое керровское состояние по своей сути является негауссовским. Однако оптические потери, которые присутствуют в любой системе, убирают небольшие негауссовости [124; 125], при этом тонкие негауссовские квантовые состояния, которые наблюдаются при больших нелинейностях оказываются особенно уязвимыми к потерям. Эта задача была проанализирована теоретически ранее [126], а ее варианты изучены в [127–134]. При наличии оптических потерь чистые квантовые состояния эволюционируют в смешанные, теряя при этом отрицательность функции Вигнера. Поэтому вопрос о возможности сохранения отрицательности в реальных оптических системах является актуальной особенно с учетом оптических потерь.

В следующем параграфе данного раздела мы отойдем от анализа отрицательности функции Вигнера, а будем анализировать в основном неопределенность по числу фотонов в качестве критерия негауссовости состояний.

3.1.3 Метод получения состояния с малой неопределенностью числа квантов

Начнем снова с гамильтониана, описывающего ФСМ в закрытой системе и произведем предыдущие выкладки более аккуратно, используя другой подход. Данный подход будет больше подходить для реальных систем с большим средним числом квантов. Гамильтониан с учетом освободной динамики выглядит следующим образом:

$$\hat{H}_{raw} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\gamma\hat{a}^{\dagger 2}\hat{a}^2, \quad (3.15)$$

где \hat{a} , \hat{a}^\dagger — операторы уничтожения и рождения, ω — собственная частота моды, $\gamma = -g/2$ — керровский коэффициент нелинейности. Данный вид гамильтониана отличается от рассмотренного ранее, однако он является более правильным. При этом здесь также присутствует нелинейный сдвиг фазы φ_{NL} , от которого следует избавиться.

Гамильтониан порождает следующее уравнение Гейзенберга для \hat{a}

$$\frac{d\hat{a}(t)}{dt} = -i\omega\hat{a}(t) - 2i\gamma\hat{a}^\dagger(t)\hat{a}^2(t). \quad (3.16)$$

Как уже говорилось ранее, оператор числа квантов $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ коммутирует с гамильтонианом (3.15) и, следовательно, является интегралом движения:

$$\frac{d\hat{n}(t)}{dt} = 0 \rightarrow \hat{n}(t) = \hat{n}. \quad (3.17)$$

Ранее уже были использованы разные представления квантовой механики. Для предостережения путаницы операторы с явно указанной зависимостью от времени ($\hat{a}(t)$, $\hat{n}(t)$, и т.п.) будут соответствовать картине эволюции Гейзенберга, а без нее (\hat{a} , \hat{n} , и т.п.) – представлению Шредингера.

Будем считать, что начальным состоянием оптической моды является когерентное состояние $|\alpha\rangle$ с амплитудой

$$\alpha = \sqrt{\bar{n}} \gg 1. \quad (3.18)$$

Без ограничения общности предполагается, что α — действительное положительное число. Тогда, как и \bar{n} , параметр α являются интегралами движения.

Для удобства перейдем во вращающуюся систему отсчета, учитывающую как поворот за счет собственной частоты на угол ωt , так и поворот из-за нелинейности от фазовой самомодуляции $2\gamma\alpha^2 t$, про который было сказано:

$$\hat{a}(t) := \hat{a}(t) e^{-i(\omega + 2\gamma\alpha^2)t}. \quad (3.19)$$

Тогда

$$\frac{d\hat{a}(t)}{dt} = -2i\gamma[\hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t) - \alpha^2]\hat{a}(t) = -2i\gamma(\hat{n} - \alpha^2)\hat{a}(t). \quad (3.20)$$

Этому уравнению движения соответствует следующий эффективный гамильтониан:

$$\hat{H} = \hbar\gamma(\hat{a}^{\dagger 2}\hat{a}^2 - 2\alpha^2\hat{a}^\dagger\hat{a}), \quad (3.21)$$

к которому удобно перейти для анализа влияния нелинейности на «неподвижное» состояние системы.

Рассмотрим сначала возникающий тут линейный эффект, который даст нам нулевое приближение и обеспечит удобную точку отсчета для нелинейных вычислений. Представим оператор уничтожения в виде суммы классической и квантовой частей

$$\hat{a}(t) = \alpha + \hat{v}(t), \quad (3.22)$$

где α принимает большое действительное классическое значение (поскольку рассматривается случай оптического диапазона), $\alpha \gg 1$, а $\hat{v}(t)$ — относительно

малые квантовые флуктуации. Это аналогично действию оператора сдвига на квантовое состояние, что в данном случае означает перенос начала координат фазовой плоскости в центр когерентного состояния.

Подставляя выражение (3.22) в (3.20) и оставляя только линейные по $\hat{v}(t)$ члены, $\hat{v}^\dagger(t)$, получаем следующее уравнение

$$\frac{d\hat{v}(t)}{dt} = -2i\gamma\alpha^2[\hat{v}(t) + \hat{v}^\dagger(t)], \quad (3.23)$$

которое по сути приводит к линейному пондеромоторному сжатию света, широко известному в квантовой оптомеханике. Решение этого уравнения следующее:

$$\hat{v}(\tau) = (1 - i\kappa)\hat{v} - i\kappa\hat{v}^\dagger, \quad (3.24)$$

где

$$\kappa = 2\Gamma\alpha^2 \quad (3.25)$$

— коэффициент эффективного сжатия, а $\Gamma = \gamma\tau$ — коэффициент нелинейности на один фотон.

С учетом смещения (3.22) начальное состояние $|\alpha\rangle$ света в моде соответствует основному квантовому состоянию $|0\rangle$. Преобразование (3.24) приводит к сжатому состоянию с взаимно коррелированными квадратурами. Это состояние может быть преобразовано в состояние с уменьшенной неопределенностью по числу квантов (в данном случае амплитудным сжатием) путем смещения сжатого состояния ФСМ в направлении, ортогональном α [67]. В случае действительного α смещение описывается мнимым множителем

$$\beta = i\beta'' \quad (3.26)$$

Оператор уничтожения эффективной смещенной моды имеет вид

$$\hat{b} = \alpha + i\beta'' + (1 - i\kappa)\hat{v} - i\kappa\hat{v}^\dagger. \quad (3.27)$$

Для числа квантов этого состояния имеем

$$\bar{n} = \langle 0 | \hat{b}^\dagger \hat{b} | 0 \rangle = \alpha^2 + \beta''^2 + \kappa^2, \quad (3.28)$$

$$(\Delta n)^2 = \langle 0 | (\hat{b}^\dagger \hat{b})^2 | 0 \rangle - \bar{n}^2 = (\alpha - 2\kappa\beta'')^2 + \beta''^2 + 2\kappa^2(1 + \kappa^2). \quad (3.29)$$

Неопределенность числа фотонов $(\Delta n)^2$ минимизируется, когда

$$\beta'' = \frac{2\alpha\kappa}{4\kappa^2 + 1}. \quad (3.30)$$

Тогда неопределенность становится

$$(\Delta n)^2 = \frac{\alpha^2}{4\kappa^2 + 1} + 2\kappa^2(1 + \kappa^2). \quad (3.31)$$

Если сжатие достаточно сильное, $\kappa \gg 1$ (но все же $\kappa \ll \alpha$), то

$$\beta'' \approx \frac{\alpha}{2\kappa} \ll \alpha, \quad (3.32)$$

а двумя последними членами в (3.28) можно пренебречь, что дает

$$\bar{n} \approx \alpha^2, \quad (3.33)$$

$$(\Delta n)^2 = \frac{\alpha^2}{4\kappa^2} + 2\kappa^4 \geq \frac{3}{2^{5/3}} \alpha^{4/3}, \quad (3.34)$$

что теперь нужно сравнить с пределом для сжатых состояний (3.13). Неопределенность числа фотонов составляет примерно $\bar{n}^{1/3}$. Это максимальное значение амплитудного сжатия, если учитывать только члены, пропорциональные операторам рождения и уничтожения.

3.1.4 Точное решение с учетом оптических потерь

Хотя в [67] был проведен более строгий анализ сжатия на основе ФСМ, неизбежные оптические потери в этой работе не рассматривались. Поэтому воспроизведем расчеты [67] с учетом оптических потерь.

Начнем со строгого решения уравнения (3.20), представленного в форме

$$\hat{a}(\tau) = \hat{U}_K^\dagger \hat{a} \hat{U}_K = e^{-2i\Gamma(\hat{n} - \alpha^2)} \hat{a}, \quad (3.35)$$

где

$$\hat{U}_K = e^{-i\Gamma(\hat{a}^\dagger \hat{a}^2 - 2\alpha^2 \hat{a}^\dagger \hat{a})} \quad (3.36)$$

является оператором эволюции для гамильтониана Керровского взаимодействия.

Эволюция в Керровской нелинейности, сопровождаемая смещением состояния на величину β и зависящая от оптических потерь, может быть представлена следующим уравнением:

$$\hat{b} = \hat{U}_K^\dagger \hat{D}^\dagger(\beta) \hat{L}_\eta^\dagger \hat{a} \hat{L}_\eta \hat{D}(\beta) \hat{U}_K = \sqrt{\eta} [e^{-2i\Gamma(\hat{n} - \alpha^2)} \hat{a} + \beta + \varepsilon \hat{z}]. \quad (3.37)$$

Здесь $\hat{D}(\beta)$ — оператор смещения

$$\hat{D}^\dagger(\beta)\hat{a}\hat{D}(\beta) = \hat{a} + \beta, \quad (3.38)$$

\hat{L}_η — оператор эволюции, описывающий оптические потери

$$\hat{L}_\eta^\dagger\hat{a}\hat{L}_\eta = \sqrt{\eta}\hat{a} + \sqrt{1-\eta}\hat{z}, \quad (3.39)$$

\hat{z} — оператор уничтожения моды связанного с потерями при взаимодействии с термостатом, который можно полагать находящимся в основном состоянии $|0\rangle_{HB}$, $\eta \leq 1$ - квантовая эффективность, и

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1-\eta}{\eta}}. \quad (3.40)$$

В отличие от предыдущего раздела, здесь приближение линеаризации (3.22) не используется. Начальное состояние системы — когерентное, $|\alpha\rangle$. Поэтому

$$\hat{b}|\alpha\rangle|0\rangle_{HB} = \sqrt{\eta}[\alpha e^{-2i\Gamma(\hat{n}-\alpha^2)} + \beta]|\alpha\rangle|0\rangle_{HB}, \quad (3.41)$$

$$\hat{b}^2|\alpha\rangle|0\rangle_{HB} = \eta[e^{-2i\Gamma(2\hat{n}+1-2\alpha^2)}\alpha^2 + 2\alpha\beta e^{-2i\Gamma(\hat{n}-\alpha^2)} + \beta^2]|\alpha\rangle|0\rangle_{HB}. \quad (3.42)$$

Далее, произведя нормальное упорядочение операторов, можно найти, что для любого λ

$$E(\lambda) = \langle\alpha|e^{i\lambda(\hat{n}-\alpha^2)}|\alpha\rangle = e^{\alpha^2(e^{i\lambda}-1-i\lambda)}. \quad (3.43)$$

Это выражение приводит к

$$\bar{n} = {}_{HB}\langle 0|\langle\alpha|\hat{b}^\dagger\hat{b}|\alpha\rangle|0\rangle_{HB} = \eta\{\alpha^2 + |\beta|^2 + 2\alpha\text{Re}[\beta E(2\Gamma)]\}, \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} (\Delta n)^2 = {}_{HB}\langle 0|\langle\alpha|\hat{b}^{\dagger 2}\hat{b}^2|\alpha\rangle|0\rangle_{HB} + \bar{n} - \hat{n}^2 = \bar{n} + \eta^2\{4\alpha^3\text{Re}[\beta E(2\Gamma)(e^{2i\Gamma}-1)] + \\ + 2\alpha^2|\beta|^2 + 2\alpha^2\text{Re}[\beta^2 E(4\Gamma)e^{2i\Gamma}] - 4\alpha^2\text{Re}^2[\beta E(2\Gamma)]\}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Для случая малых коэффициентов нелинейности $\Gamma \ll 1$ и $|\lambda| \ll 1$ получаем

$$E(\lambda) \approx e^{-\alpha^2\lambda^2/2}, \quad (3.46)$$

мы находим

$$\hat{n} = \eta(\alpha^2 + |\beta|^2 + 2\alpha\text{Re}\beta e^{-2\alpha^2\Gamma^2}), \quad (3.47)$$

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \eta^2 [4\alpha^3 \operatorname{Re}(2i\Gamma\beta) e^{-2\alpha^2\Gamma^2} + 2\alpha^2 |\beta|^2 + 2\alpha^2 \operatorname{Re}\beta^2 e^{-8\alpha^2\Gamma^2} - 4\alpha^2 \operatorname{Re}^2\beta e^{-4\alpha^2\Gamma^2}]. \quad (3.48)$$

Следуя [67] и меняя состояние с помощью условия (3.26), получаем

$$\bar{n} = \eta(\alpha^2 + \beta''^2), \quad (3.49)$$

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \eta^2 [-8\alpha^3 \Gamma \beta'' e^{-2\alpha^2\Gamma^2} + 2\alpha^2 \beta''^2 (1 - e^{-8\alpha^2\Gamma^2})]. \quad (3.50)$$

Минимум (3.50)

$$(\Delta n)^2 = \eta\alpha^2 \left[1 - \frac{16\eta\alpha^4\Gamma^2 e^{-4\alpha^2\Gamma^2}}{2\alpha^2(1 - e^{-8\alpha^2\Gamma^2}) + 1/\eta} \right]. \quad (3.51)$$

достигается при оптимальном β''

$$\beta'' = \frac{4\alpha^3\Gamma e^{-2\alpha^2\Gamma^2}}{2\alpha^2(1 - e^{-8\alpha^2\Gamma^2}) + 1/\eta}. \quad (3.52)$$

Предполагая, что

$$\alpha\Gamma = \frac{\varkappa}{2\alpha} \ll 1. \quad (3.53)$$

мы находим

$$\beta'' = \frac{2\alpha\varkappa}{4\varkappa^2 + 1/\eta} \quad (3.54)$$

и

$$(\Delta n)^2 = \eta\alpha^2 \frac{4\varkappa^2(1 - \eta) + 1/\eta}{4\varkappa^2 + 1/\eta}. \quad (3.55)$$

Полезно сравнить неопределенности числа фотонов, заданные уравнением (3.55) и уравнением (3.31). При достаточно малых оптических потерях и достаточно сильном сжатии погрешность (3.55) может быть меньше предельной (3.34). Причина в том, что в точное решение не входит член $2\varkappa^2(1 + \varkappa^2)$, возрастающий как \varkappa^4 в пределе больших \varkappa .

3.1.5 Функция Хусими яркого «бананового» состояния

Выведем выражение для функции Хусими для решения задачи, так как это сделать проще, чем получить функцию Вигнера для случая большого числа фотонов.

Q-функция Хусими определяется следующим образом

$$Q(\xi) = \frac{1}{\pi} \langle \xi | \hat{\rho} | \xi \rangle, \quad (3.56)$$

где $\hat{\rho}$ — оператор плотности, а $|\xi\rangle$ — когерентное состояние. Начальное квантовое состояние оптической моды $|\alpha\rangle$. Соответствующее конечное состояние в приближении вращающейся волны будет

$$\hat{\rho} = \hat{U}_K |\alpha\rangle \langle \alpha| \hat{U}_K^\dagger. \quad (3.57)$$

Поэтому

$$Q(\xi) = \frac{1}{\pi} |\langle \alpha | \hat{U}_K^\dagger | \xi \rangle|^2, \quad (3.58)$$

где

$$\langle \alpha | \hat{U}_K^\dagger | \xi \rangle = e^{-(\alpha^2 + |\xi|^2)/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha\xi)^n}{n!} e^{i\Gamma[n^2 - (2\alpha^2 + 1)n]}. \quad (3.59)$$

(α снова предполагается вещественным).

Точное вычисление суммы для больших значений α и ξ не является очевидным. И здесь будет использовано следующее трехэтапное приближение. Во-первых, заменим $n!$ его приближительным значением, определяемым формулой Стирлинга

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n} \rightarrow \quad (3.60)$$

$$\langle \alpha | \hat{U}_K^\dagger | \xi \rangle = e^{-(\alpha^2 + |\xi|^2)/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \left(\frac{\alpha\xi}{n} \right)^n \exp\{n + i\Gamma[n^2 - (2\alpha^2 + 1)n]\}. \quad (3.61)$$

Во-вторых, учтем, что основной вклад в это суммирование вносят члены с

$$\left| 1 - \frac{\alpha|\xi|}{n} \right| \ll 1, \quad (3.62)$$

что позволяет использовать следующее приближение:

$$\frac{\alpha|\xi|}{n} = \exp\left[\ln\left(1 + \frac{\alpha|\xi| - n}{n}\right)\right] \approx \exp\left[\frac{\alpha|\xi| - n}{n} - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha|\xi| - n}{n}\right)^2\right]. \quad (3.63)$$

А значит,

$$\langle \alpha | \hat{U}_K^\dagger | \xi \rangle = e^{-(\alpha - |\xi|)^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \exp\left\{-\frac{(n - \alpha|\xi|)^2}{2n} + i\varphi n + i\Gamma[n^2 - (2\alpha^2 + 1)n]\right\}, \quad (3.64)$$

где

$$\varphi = \arg \xi. \quad (3.65)$$

И, в-третьих, суммирование можно заменить интегрированием

$$\begin{aligned} \langle \alpha | \hat{U}_K^\dagger | \xi \rangle = \\ e^{-(\alpha - |\xi|)^2/2} \int_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \exp \left\{ -\frac{(n - \alpha|\xi|)^2}{2n} + i\varphi n + i\Gamma[n^2 - (2\alpha^2 + 1)n] \right\} dn. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Далее можно учесть оптические потери, используя стандартную процедуру размытия по Гауссу. Известно, что функция Хусими представляет собой преобразование Фурье антинормально упорядоченной характеристической функции C_a

$$Q(\xi) = \frac{1}{\pi^2} \int C_a(u) e^{-i(u^* \xi + u \xi^*)} d^2 u, \quad (3.67)$$

где

$$C_a(u) = \text{Tr}(\hat{\rho} e^{iu^* \hat{a}} e^{iu \hat{a}^\dagger}) = \int Q(\xi) e^{i(u^* \xi + u \xi^*)} d^2 \xi. \quad (3.68)$$

Теперь введем оптические потери в уравнение, используя формулу (3.39)

$$\begin{aligned} C_a^{loss}(u) = \text{Tr}(\hat{L}_\eta \hat{\rho} \hat{L}_\eta^\dagger e^{iu^* \hat{a}} e^{iu \hat{a}^\dagger}) = \\ \text{Tr}(\hat{\rho} e^{i\sqrt{\eta} u^* \hat{a}} e^{i\sqrt{\eta} u \hat{a}^\dagger}) \times_{HB} \langle 0 | e^{i\sqrt{1-\eta} u^* \hat{z}} e^{i\sqrt{1-\eta} u \hat{z}^\dagger} | 0 \rangle_{HB} = C_a(\sqrt{\eta} u) e^{-(1-\eta)|u|^2}. \end{aligned} \quad (3.69)$$

Откуда получаем, что

$$\begin{aligned} Q^{loss}(\xi) &= \frac{1}{\pi^2} \int C_a(\sqrt{\eta} u) \exp[-(1-\eta)|u|^2 - i(u^* \xi + u \xi^*)] d^2 u \\ &= \frac{1}{\pi^2} \int Q(\xi') \exp[-(1-\eta)|u|^2 - i(u^* \xi + u \xi^*) + i\sqrt{\eta}(u^* \xi' + u \xi'^*)] d^2 u d^2 \xi' \\ &= \frac{1}{\pi(1-\eta)} \int Q(\xi') \exp\left(\frac{|\sqrt{\eta} \xi' - \xi|^2}{1-\eta}\right) d^2 \xi'. \end{aligned} \quad (3.70)$$

Эта формула представляет собой приближенное выражение для функции Хусими, которое вполне можно использовать для оценки возможности генерации серповидных состояний в реальных оптических системах.

3.1.6 Оценки для реальных микрорезонаторов

Оценим минимальное число внутрирезонаторных фотонов, необходимое для наблюдения формирования негауссовости. Для оценок возьмем один из рекордных по добротности резонаторов типа МШГ из фторида кальция. Линейное пондеромоторное сжатие можно наблюдать, когда мощность внешней накачки достигает значения [135]

$$P_{th} \simeq \frac{n_0^2 V}{n_2 \lambda Q^2}, \quad (3.71)$$

где $n_0 = 1,44$ — показатель преломления материала, $n_2 = 3,2 \times 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ - коэффициент нелинейности, $V \approx 8 \times 10^{-9} \text{ см}^3$ - объем моды (2 мкм x 6 мкм x $2\pi \cdot 10^2$ мкм), $Q = 10^{10}$ и $\lambda = 1$ мкм. Пороговая мощность накачки, необходимая для наблюдения сжатия, составляет $P_{th} = 5$ нВт.

Число внутрирезонаторных фотонов, соответствующее мощности накачки, равно

$$n_{th} = \frac{2P_{th}}{\hbar\omega_0 BW}, \quad (3.72)$$

где ω_0 — несущая частота ($2\pi c/\lambda$), а $BW = \omega_0/Q$ — полная ширина на полувысоте резонанса. Соответствующее число фотонов приблизительно равно $n_{th} = 3 \times 10^5$.

Представляя частотный сдвиг для одиночного фотона как

$$\gamma = \omega_0 \frac{n_2 \hbar \omega_0 c}{n_0 V n}. \quad (3.73)$$

и учитывая, что $\varkappa = 2\gamma\alpha^2/BW$ ($\tau \times BW = 1$), перепишем уравнение (3.34) в виде

$$\bar{n} \approx \alpha^2, \quad (3.74)$$

$$(\Delta n)^2 = \frac{BW^2}{16\gamma^2 \bar{n}} + 32 \frac{\gamma^4 \bar{n}^4}{BW^4} \quad (3.75)$$

и находим, что неопределенность числа квантов $(\Delta n)^2$ становится меньше линейного предела $\bar{n}^{2/3}$ в точке

$$\bar{n} = n_P = \left(\frac{BW}{2^{11/6} \gamma} \right)^{6/5} \quad (3.76)$$

где

$$(\Delta n)^2 \simeq \frac{1}{3} \left(\frac{BW}{\gamma} \right)^{4/5} \simeq n_P^{2/3}. \quad (3.77)$$

Для указанных выше значений параметров находим $n_P \simeq 3 \times 10^6$. Параметр сжатия в этом случае можно определить как

$$K = \frac{\Delta n}{n_P^{1/2}} = n_P^{-1/6} = \left(\frac{1}{3} \right)^{-1/4} \left(\frac{BW}{\gamma} \right)^{-1/5}. \quad (3.78)$$

Этот параметр K также показывает минимальное сжатие состояния, при котором может наблюдаться неклассическое (негауссовское) поведение системы. С практической точки зрения, наблюдаемая величина сжатия ограничена потерями в системе. Поэтому желательно создать резонатор, в котором K может быть близко к единице. Для этого необходимо выбрать резонатор с максимально возможной добротностью и нелинейностью и как можно меньшим объемом моды.

Для наблюдения «бананового» состояния сжатие должно превышать примерно $n_P^{1/6} \approx 10$. При этом параметр сжатия зависит только от свойств резонатора. Неклассическое поведение при малой мощности излучения можно наблюдать только в резонаторах с большими нелинейностями (и малым объемом моды) и малой шириной полосы (большие добротности).

Функции Хусими, рассчитанные для указанных выше параметров, представлены на рис. (3.4). Параметры резонаторов из различных нелинейных материалов представлены в таблице (1). В соответствии с таблицей широкополосные диэлектрики, такие как CaF_2 , лучше всего подходят для генерации негауссовского состояния.

3.1.7 Выводы

В этом разделе была рассмотрена модель нелинейного оптического резонатора с сосредоточенными параметрами и проанализировали изменение квантового состояния света, удерживаемого в моде нелинейного резонатора, за счет эффекта Керра. Было обнаружено, что хотя керровская нелинейность всегда генерирует неклассические состояния света в резонаторе без потерь, в реальной системе необходимо достичь определенного порогового значения сжатия, чтобы получить действительно негауссовское состояние, которое может

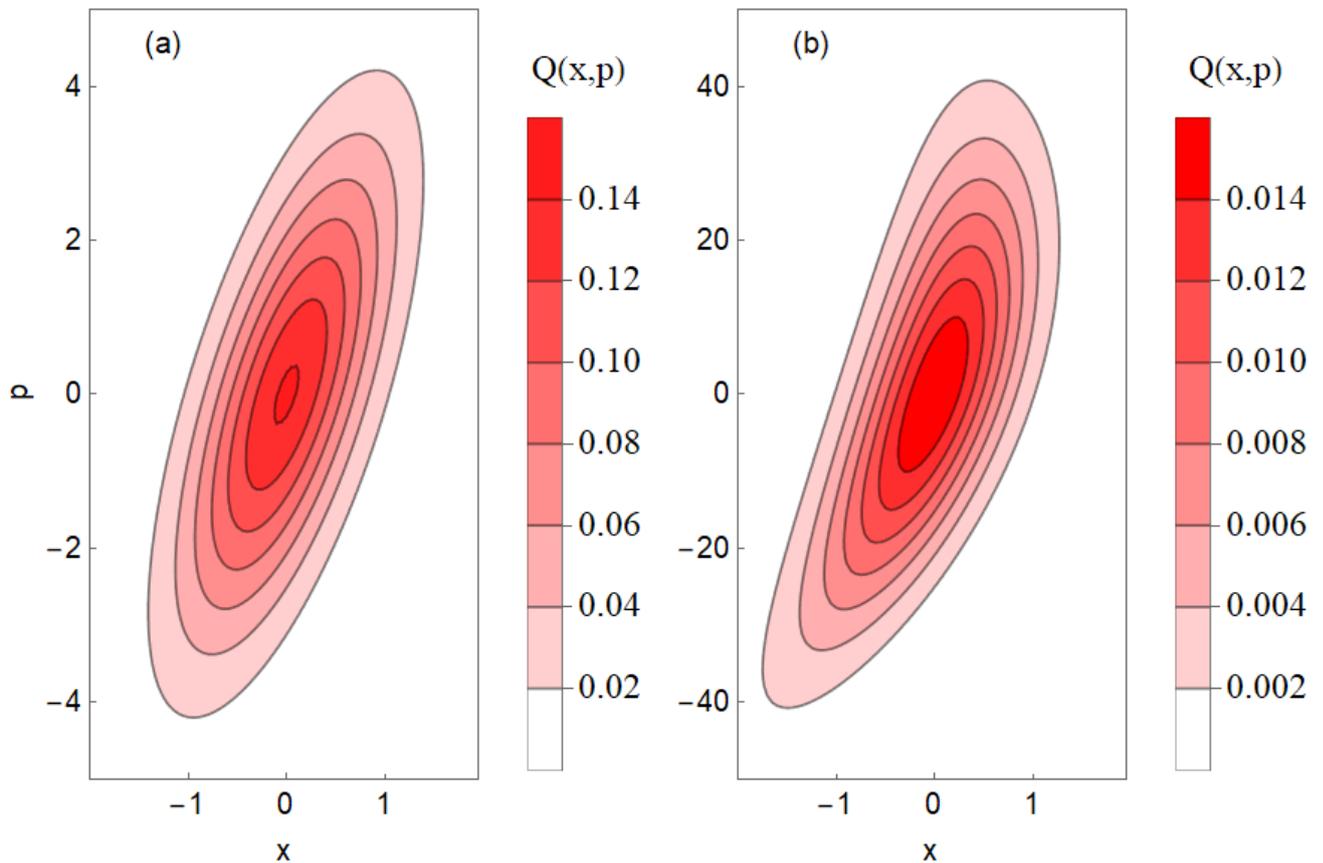


Рисунок 3.4 — Расчет функций Хусими для резонатора из фторида магния (а) $\alpha^2 = n_{th} \simeq 3 \times 10^5$ и (b) $\alpha^2 = n_P \simeq 3 \times 10^6$ и резонатора с указанными в тексте параметрами.

выдержать потери внутри резонатора. Величина этого сжатия зависит исключительно от ширины полосы резонаторной моды и величины нелинейности резонатора. Экспериментальная реализация генерации негауссовского состояния возможна в резонаторе с очень высокой добротностью и/или очень сильной нелинейностью. Было показано, что для этой цели подходит резонатор с модой шепчущей галереи с высокой добротностью, изготовленный из монокристаллического фторида кальция (CaF_2) или магния (MgF_2). Хотя резонаторы из кристаллического кремния демонстрируют как большие n_2 , так и высокую добротность, их применение на длинах волн ниже 2,3 мкм ограничено двухфотонным поглощением.

Было показано, что для современных резонаторов нужно достичь сжатия порядка $K = 10$, чтобы однозначно утверждать, что негауссовское состояние света создается в резонаторе и может быть измерено. Одной из важных особенностей микрорезонаторов является внутреннее подавление явления самопроизвольного рассеяния вперед, что ограничивает степень сжатия в опти-

Материал	$n_2, 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$	Q	BW, 10^6 рад/с	γ , рад/с	K^{-1} , дБ
Al_2O_3	2.8	2×10^9 [136]	0.63	0.06	12.8
CaF_2	3.2	3×10^{11} [137]	0.004	0.4	8
MgF_2	0.9 (e,o)	6×10^9 [138]	0.3	0.03 (e,o)	12.5
Кварц	3.4	5×10^9 [139]	0.25	0.1	11.6
Кварцевое стекло	2.6	9×10^9 [140]	0.14	0.08	11.3
LiNbO_3	20 (o)	10^9 [141]	1.25	0.26 (o)	12(o)
Si_3N_4	25	8×10^7 [142]	15.7	0.39	14
Si	100	10^9 [143]	1.25	0.5	11.6

Таблица 1 — Нелинейный показатель преломления n_2 , минимальная ширина полосы моды, измеренная экспериментально [144], соответствующая константа взаимодействия γ и параметр сжатия K , при которых может быть зарегистрирована генерация серповидного состояния для различных прозрачных материалов. Параметр $\gamma = \hbar\omega_0^2 n_2 c / (V n_0^2)$ (где ω_0 — частота непрерывного света накачки на длине волны 1,5 мкм, n_0 — линейный показатель преломления материала) для резонатора с объемом моды $V = 8 \times 10^{-9} \text{ см}^3$. Обозначение «o» означает обычную поляризацию света, соответственно. Результаты варьируются от исследования к исследованию в пределах 20%. Показаны самые высокие достигнутые добротности. Не факт, что перечисленные значения совместимы с предлагаемым размером и формой резонатора.

ческих волокнах. Кроме того, было показано, что микрорезонаторы позволяют генерировать солитоны, то есть режим, который оказался полезным для генерации обычного сжатого света в волокнах.

3.2 Особенности взаимодействия квантовой точки с неклассическим светом в режиме фазовой самомодуляции

В данном разделе исследуется возбуждение полупроводниковой квантовой точки неклассическим электромагнитным полем в нелинейном резонаторе и исследуется влияние эффекта фазовой самомодуляции за счет эффекта Керра на процесс взаимодействия. Рассмотрены различные начальные состояния поля и степени нелинейности, а также проанализировано поведение возбуждения квантовой точки во времени. Кроме того, с помощью формализма функций

Вигнера [145; 146] и метода «квантового ковра» [147; 148] исследуются эволюция и особенности изменения состояния квантового поля при взаимодействии в условиях фазовой самомодуляции, обеспечивающие более глубокое понимание эволюции полевого состояния, детально анализируются деформация волнового пакета поля и его квадратурное сжатие.

Взаимодействие полупроводниковых систем и наноструктур с неклассическим полем является одной из перспективных и интересных проблем современной физики твердого тела и квантовой оптики и может привести к новым фундаментальным эффектам [149–151]. В то же время здесь могут быть разработаны различные практические приложения, основанные на этих эффектах. В эксперименте обычно используются твердотельные резонаторы, где можно наблюдать различные типы нелинейных эффектов [149], однако в теоретических рассуждениях данные эффекты зачастую игнорируются. Важным аспектом является формирование негауссовых состояний поля, индуцированных нелинейностью среды резонатора [113; 152; 153]. Физический механизм этого можно понять, используя простую модель нелинейного осциллятора. В этом случае ангармонизм потенциальной ямы влияет на квантовое поле и приводит к возможному появлению негауссовости [154]. Экспериментально показано, что негауссовские состояния очень перспективны для разработки протоколов квантовой информации [155; 156]. По этой причине генерация данных состояний и их изучение является перспективной и актуальной проблемой.

Анализ керровской фазовой самомодуляции часто ограничивается рассмотрением только когерентных состояний света и в основном в пределах чрезвычайно малой нелинейности [157–160]. В то же время роль керровской нелинейности при взаимодействии света с квантовыми атомно-полупроводниковыми системами представляется малоизученной.

3.2.1 Аналитическое решение методом квазиэнергий

Рассмотрим взаимодействие одиночной моды квантового поля с полупроводниковой квантовой точкой в твердотельном нелинейном резонаторе с использованием модели Джейнса-Каммингса [149; 161]. Предполагается, что сплошной нелинейный микрорезонатор аналогичен использовавшемуся в экспе-

рименте [149], основанному на вытравленных сухим способом микростолбчатых структурах и распределенных брэгговских отражателях, изготовленных из слоистых полупроводников. Такая конструкция обеспечивает качественный резонатор с хорошим удержанием фотонов и относительно долгим временем жизни, а также режим сильной связи с квантовыми точками, расположенными в резонаторе в пучности моды пространственного фотонного поля.

Гамильтониан системы в приближении вращающейся волны имеет вид:

$$H = \hbar\omega_0 \frac{\sigma_z}{2} + \hbar\omega a^\dagger a - \hbar \frac{g}{2} (a^\dagger)^2 a^2 + \hbar\Omega (a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+). \quad (3.79)$$

Здесь операторы a^\dagger, a обозначают операторы рождения/уничтожения фотонов, а матрицы Паули σ описывают полупроводниковую квантовую точку. Ω — вакуумная частота Раби, характеризующая силу взаимодействия полупроводника с квантовым полем $\Omega = \mu_{ge} \varepsilon_0 / \sqrt{2} \hbar$, которая пропорциональна матричному элементу дипольного перехода μ_{ge} двухуровневой системы и вакуумному полю $\varepsilon_0 = \sqrt{4\pi\hbar\omega/L^3}$, сила которого зависит от объема резонатора L^3 . Третий член описывает вырожденный нелинейный процесс четырехволнового смешения [157; 162] и отвечает за фазовую самомодуляцию поля. Параметр g характеризует эту керровскую нелинейность и пропорционален нелинейной восприимчивости среды третьего порядка. Обычно его значение намного меньше резонансной частоты перехода, тем не менее такие нелинейности могут быть важны, особенно в полупроводниковых средах. В то же время могут быть обеспечены разные соотношения между керровской нелинейностью и силой связи, приводящие к разным режимам нелинейной динамики взаимодействия.

Для нестационарного уравнения Шредингера с гамильтонианом (3.79) было найдено аналитическое решение с учетом разложения по свободным собственным состояниям подсистем $|n\rangle$ и $|g\rangle, |e\rangle$ (для фотонной моды и квантовой точки соответственно):

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} \left(d_n |g\rangle |n\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} E_{gn} t} + b_n |e\rangle |n\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} E_{en} t} \right) \quad (3.80)$$

с энергиями, равными сумме соответствующих свободных собственных энергий:

$$E_{gn} = E_g + \hbar\omega(n + 1/2), E_{en} = E_e + \hbar\omega(n + 1/2). \quad (3.81)$$

Далее рассматривается резонансный случай. Найденные квазиэнергии одетых состояний для квантовой точки, связанной с квантованным полем, имеют вид:

$$\gamma_{1,2} = -\frac{g(n-1)^2}{2} \pm \sqrt{\Omega^2 n + \frac{g^2(n-1)^2}{4}}. \quad (3.82)$$

Если изначально квантовая точка приготовлена в основном состоянии, а поле находится в некоторой суперпозиции фоковских состояний $\sum_n C_n |n\rangle$, то амплитуды вероятности в (3.80) находятся в виде

$$\begin{aligned} \frac{d_n(t)}{C_n} &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{g(n-1)}{2s_n}\right) e^{-i\gamma_1 t} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{g(n-1)}{2s_n}\right) e^{-i\gamma_2 t}, \\ \frac{b_{n-1}(t)}{C_n} &= \frac{\Omega\sqrt{n}}{2s_n} (e^{-i\gamma_1 t} - e^{-i\gamma_2 t}), \end{aligned} \quad (3.83)$$

где используется обозначение $s_n = \sqrt{\Omega^2 n + g^2(n-1)^2/4}$.

Найденное решение позволяет получить всю информацию о динамике системы. Вероятность возбуждения квантовой точки $P(t)$ можно рассчитать следующим образом:

$$P(t) = \sum_{n=0}^{\infty} |b_n(t)|^2. \quad (3.84)$$

Для дальнейшего анализа рассмотрим квадратуру поля $x = (a + a^\dagger)/\sqrt{2}$. Используя временную эволюцию найденной волновой функции (3.80), волновой пакет для поля можно вычислить при помощи следующего выражения

$$|\psi(x, t)|^2 = \sum_{n,k} F_n(x) F_k(x) e^{i\omega(k-n)t} (d_n d_k^* + b_n b_k^*), \quad (3.85)$$

где $F_n(x) = \langle x|n\rangle$ - волновая функция осциллятора поля на n -м уровне, заданная в представлении квадратурных переменных. Дисперсию квадратуры поля можно рассчитать по формуле:

$$Var[x](t) = \langle \psi(t) | x^2 | \psi(t) \rangle - |\langle \psi(t) | x | \psi(t) \rangle|^2. \quad (3.86)$$

Полученные решения являются общими и могут быть использованы для произвольных полевых состояний. В качестве частных случаев детально исследована динамика взаимодействия для когерентного света с малым средним числом фотонов и сжатого вакуумного света. Соответствующие состояния поля можно представить в виде разложения по фоковским состояниям [146]:

$$|\alpha\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^k}{\sqrt{k!}} |k\rangle, \quad (3.87)$$

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \sum_{k=0}^{\infty} (-\tanh r)^k \frac{\sqrt{(2k)!}}{2^k k!} |2k\rangle. \quad (3.88)$$

Здесь когерентное состояние $|\alpha\rangle$ характеризуется параметром α , определяющим среднее число фотонов такого состояния $\langle n \rangle = |\alpha|^2$. Для сжатого вакуума заселены только четные фоковские состояния, r — параметр сжатия, а $R = \exp(r)$ — коэффициент сжатия, определяющий квадратурное сжатие этого состояния.

3.2.2 Динамика возбуждения квантовой точки

Найденная зависящая от времени вероятность возбуждения квантовой точки, полученная для различных степеней фазовой самомодуляции, представлена на рис. 3.5 для когерентного и сжатого состояния входного поля.

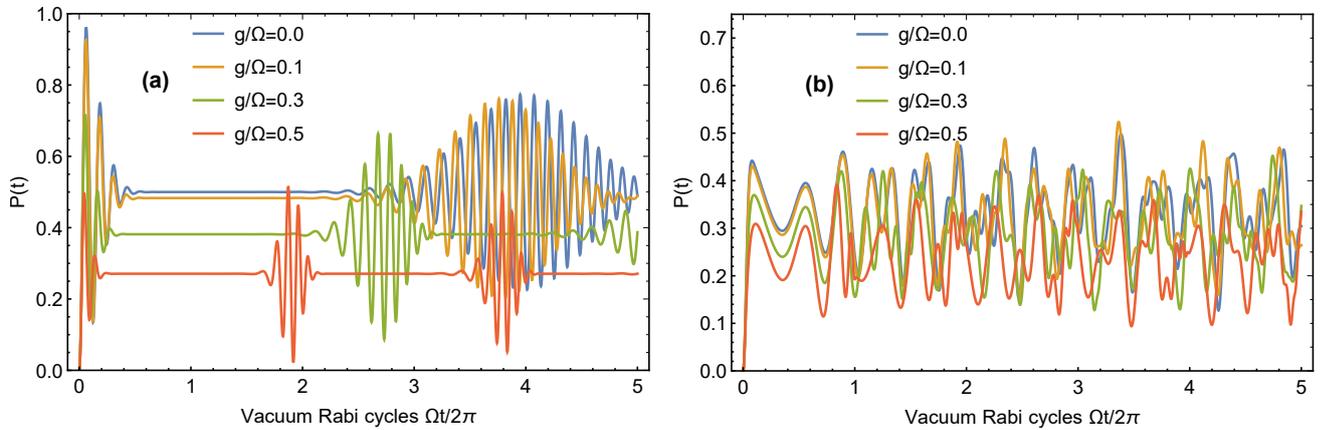


Рисунок 3.5 — Зависящая от времени вероятность возбуждения квантовой точки, полученная при различных отношениях g/Ω для когерентного состояния с $\alpha = 4$ (а) и состояния сжатого вакуума с $R = 6$ (б) входного поля.

На рисунке 3.5(а) представлены известные режимы коллапса и возрождения, наблюдающиеся в случае возбуждения полем в когерентном состоянии [5; 163]. Видно, что при большей нелинейности вероятность возбуждения подавляется по сравнению с процессом без нелинейности. Причину этого эффекта можно понять из аналитического решения (3.82,3.83), которое показывает, что

фазовая самомодуляция поля фактически приводит к отстройке от резонанса, характерной для каждого поля с разной статистикой фотонов. Этот эффект оказывается более выраженным для полей с большим средним числом фотонов. Обнаружено, что динамика процесса возбуждения, становится более регулярной, поскольку возрождения оказываются более периодичными по времени, а вероятность возбуждения в основном находится на одном уровне, определяемом вкладом многих осциллирующих членов в (3.84). Аналогичное поведение обнаружено для сжатого начального состояния поля (см. рисунок 3.5(b)). Хотя режимы коллапсов и возрождений в этом случае не имеют места, тем не менее обнаруживается более регулярная динамика колебаний населенности квантовой точки.

3.2.3 Случай превалирующей роли нелинейности

В случае превалирующей нелинейности связь между полем и квантовой точкой оказывается пренебрежимо малой и эволюция состояния поля определяется только фазовой самомодуляцией. В этом случае эволюцию фотонных операторов можно найти явно:

$$a(t) = \exp(i(g\hat{n} - \omega)t)a_{in}, \quad (3.89)$$

а дисперсия квадратуры поля, полученная для начального состояния в виде когерентного поля $|\alpha\rangle$, может быть вычислена аналитически:

$$\begin{aligned} \text{Var}[x(t)] = & 1/2 + |\alpha|^2 \left[1 - e^{-2|\alpha|^2(1-\cos gt)} \right. \\ & - \cos(2|\alpha|^2 \sin gt - 2\omega t) e^{-2|\alpha|^2(1-\cos gt)} + \\ & \left. + \cos(gt + |\alpha|^2 \sin 2gt - 2\omega t) e^{-|\alpha|^2(1-\cos 2gt)} \right]. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Если данная дисперсия опускается ниже уровня дробового шума $1/2$, то это является признаком формирования квадратурного сжатия поля, заключающееся в значительном уменьшении квантовой неопределенности. На рисунке 3.6 представлены двумерные графики дисперсии в зависимости от времени, рассчитанной для различных величин относительной нелинейности g/ω для когерентного и сжатого вакуумного начального состояния поля. Для когерентного

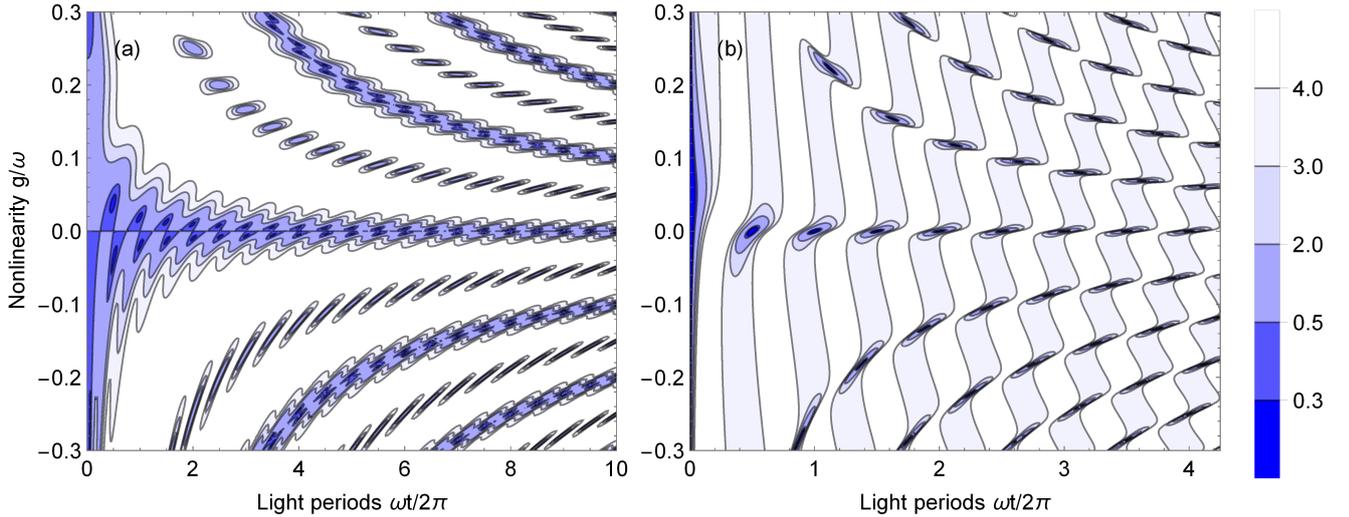


Рисунок 3.6 — Двумерные графики дисперсии полевой x -квадратуры, рассчитанные в зависимости от времени и для разных сил нелинейного взаимодействия g для когерентного поля с $\alpha = 2$ (а) и сжатого вакуума с $R = 4$ (б) в качестве начального состояния.

начального состояния наибольший интерес представляют области малых значений параметра g и времени, когда происходит значительное сжатие квадратуры поля и его дисперсия становится меньше $1/2$. Этот режим уже анализировался ранее [162]. Однако рисунок 3.6(а) наглядно показывает, что сжатие достигается периодически во времени и его высокая степень может наблюдаться при любых значениях параметра g . Реальные значения отношения g/ω значительно меньше единицы, хотя в полупроводниковых средах такие нелинейности достаточно велики и могут усиливаться в случае резонансных процессов. Знак g важен только в пределе очень малой нелинейности. Таким образом, когерентные поля оказываются весьма перспективными для создания сжатия с помощью фазовой самомодуляции. В случае сжатого вакуума (см. рис. 3.6(б)) дисперсия квадратур поля уже изначально сильно подавлена. А при дальнейшей динамике сжатие квадратур лишь периодически возвращается к исходным значениям, никогда не превышая их. В результате для таких состояний нет возможности обеспечить значительно более высокую степень сжатия за счет фазовой самомодуляции. Этот результат вызван широким распределением состояния сжатого вакуума по фоковским состояниям и сильным расхождением фаз амплитуд отдельных фоковских состояний друг от друга из-за фазовой самомодуляции.

Дисперсия дает только усредненную информацию об эволюции во времени, которая была бы полной для гауссовых состояний. Но для произвольного

состояния эта информация не может описать все особенности нелинейной эволюции. По этой причине полезнее анализировать так называемый квантовый ковер. Он определяется как распределение вероятностей квантового поля по его квадратуре $|\langle x|\psi(t)\rangle|^2$ в зависимости от времени (3.85). Используя волновую функцию (3.80), можно легко рассчитать ковры для различных начальных полей. Результаты приведены на рисунке 3.7 для начального состояния когерентного поля с $\alpha = 2$ и на рисунке 3.8 для сжатого вакуумного света с $R = 4$.

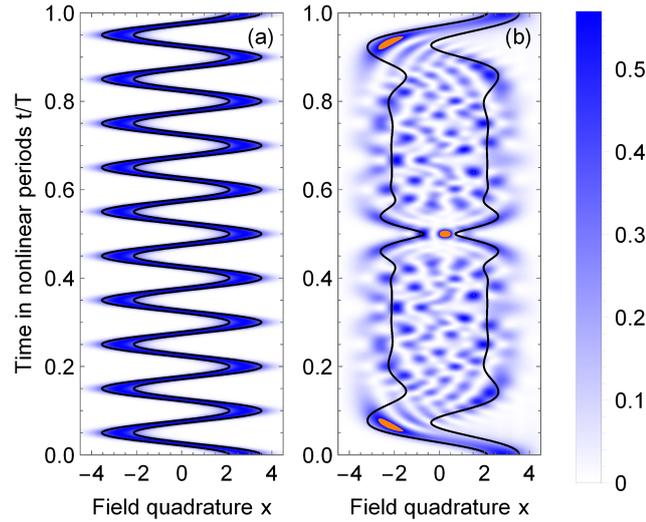


Рисунок 3.7 — Квантовый ковер для поля в изначальном когерентном состоянии с $\alpha = 2$ при $g/\omega = 0$ (а) и 0,1 (б).

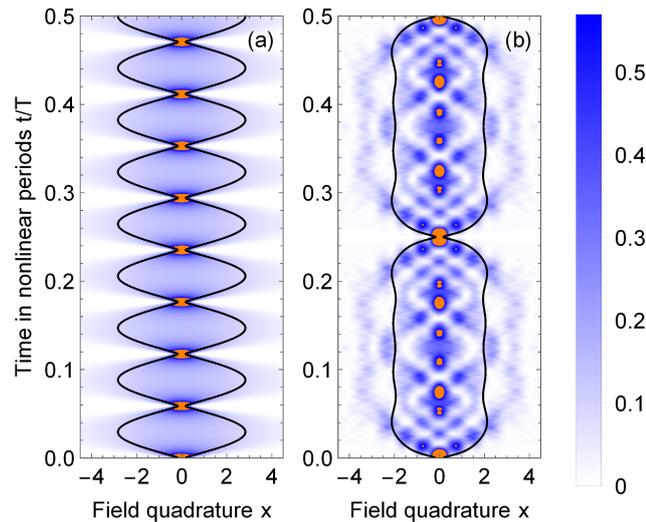


Рисунок 3.8 — Квантовый ковер для поля в изначальном состоянии сжатого вакуума $R = 4$ при $g/\omega = 0$ (а) и 0,125 (б).

В левой части каждого из рисунков представлены ковры только для свободной эволюции без фазовой самомодуляции. Для большей наглядности стандартное отклонение x -кватратуры от ее среднего значения $\sigma[x] = \sqrt{Var[x]}$ представлено одновременно жирной черной линией и оранжевым цветом выделены зоны локального сжатия поля.

Свободная эволюция поля без взаимодействия характеризуется колебаниями центра масс волнового пакета для когерентного состояния (см. рисунок 3.7(a)) и его ширины для состояния сжатого вакуума (см. рисунок 3.8(a)) с сохранением гауссовой формы волнового пакета поля в любой момент времени. В рамках подхода функции Вигнера такие колебания соответствуют вращению на фазовой плоскости и обычно компенсируются с учетом кватратуры вращающегося поля. Однако правильная нестационарная динамика волнового пакета поля действительно включает это колебательное поведение. Более того, для многих практических приложений, особенно при взаимодействии с атомами и наноструктурами, для возбуждения важна определенная кватратура поля, величина которой определяет эффективность этого процесса. Поэтому в данном случае зависимость построена именно от координатной кватратуры.

На рисунках 3.7(b) и 3.8(b) видно, что для обоих состояний поля фазовая самомодуляция вызывает сильную деформацию и структуризацию исходного волнового пакета и обеспечивает его сильное отклонение от гауссовой формы. В этом случае характеристики поля больше не могут быть полностью определены его средним значением и дисперсией. На плотности вероятности распределения поля появляется несколько локальных максимумов, приводящих к формированию негауссовского состояния поля. Наблюдается сильное структурирование волнового пакета, однако обнаружено и продемонстрировано периодическое повторение во времени формы распределения поля и периодическое полное возрождение исходного волнового пакета входного поля. Период возрождения определяется степенью нелинейности и оказывается равным $T = 2\pi/g$. Такое поведение обычно можно наблюдать для суперпозиции дискретных состояний (даже для бесконечного числа), но условие возрождения очень чувствительно к зависимости нелинейной фазы от числа фотона (см. [5] и ссылки в нем).

Помимо негауссовского характера динамики, формирование нескольких локальных пиков или даже одного резкого максимума на плотности вероятности поля (выделены оранжевым цветом) приводит к еще одной важной особенности эволюции квантового поля в нелинейной среде с фазовой самомоду-

ляцией. Обнаруживается сильное локальное сжатие квадратуры поля, а общая ширина волнового пакета, как и дисперсия, оказываются достаточно большими. Для когерентного начального состояния такое поведение наблюдается вблизи момента времени $t/T = 0,5$, когда обнаруживается формирование резкого хорошо локализованного волнового пакета. На самом деле в это время имеется еще один довольно узкий боковой максимум, который не очень хорошо виден, но соответствует отрицательной квадратуре поля. Было установлено, что такое распределение соответствует образованию состояния кота Шредингера, представляющего собой суперпозицию двух когерентных состояний $(e^{-i\pi/4}|i\alpha\rangle + e^{i\pi/4}| - i\alpha\rangle)/\sqrt{2}$ аналогично найденному Юрке для распространения формирующегося при прохождении поля через среду с амплитудной дисперсией [152]. Наблюдаемое локальное сжатие и формирование одного основного максимума означает, что в его окрестности квантовая неопределенность становится очень малой и квадратура поля принимает почти точное значение. Обнаруженная фокусировка квантового поля во времени может быть использована во многих перспективных практических приложениях, таких как сверхчувствительные квантовые измерения с шумоподавлением и селективным возбуждением атомных и наноразмерных систем.

Для сжатого вакуума также имеет место локальное сжатие света и образование острых пиков на распределении вероятности для поля, но значение квадратуры поля оказывается близким к нулю. Наблюдаемая «фокусировка» электромагнитного поля могла показаться не чем иным, как восстановлением исходного волнового пакета. Но так бывает только на временах, кратных периоду нелинейности. В других случаях ширина локального максимума оказывается значительно меньшей по сравнению с исходной, что соответствует резко меньшей локальной неопределенности электромагнитного поля. Наличие обнаруженных при этом дополнительных слабо выраженных боковых пиков однозначно указывает на существенно негауссовский характер формируемого состояния поля.

Негауссовость поля может быть подтверждена вычислением функции Вигнера, представленной на рисунке 3.9, в случае начального состояния сжатого вакуумного поля в разные моменты времени. Первое распределение (в момент времени $t/T = 0$) соответствует начальному состоянию, сильно сжатому в направлении x . Второй (в момент времени $t/T = 1/64$) показывает, как модифицируется это распределение в самом начале процесса фазовой само-

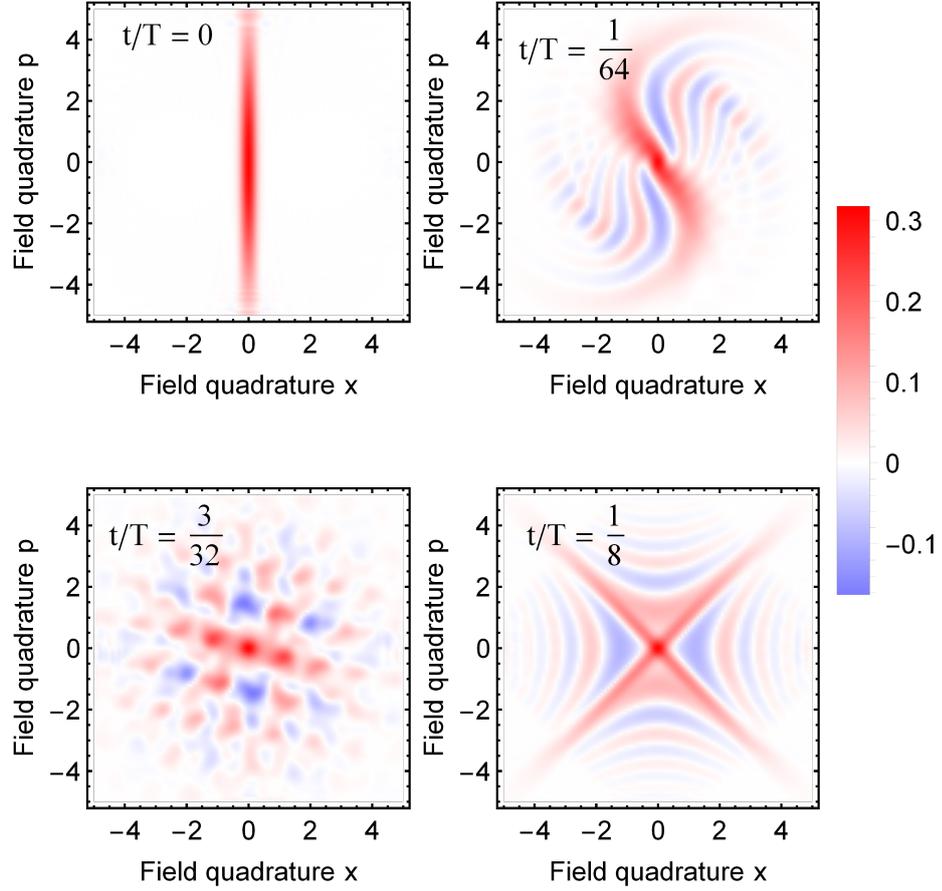


Рисунок 3.9 — Функция Вигнера для изначального состояния сжатого вакуума при различных временах нелинейной эволюции при $g/\omega = 0,12$.

модуляции. Затем функция Вигнера существенно видоизменяется. В моменты времени $t/T = 3/32$ и $t/T = 1/8$ видны многочисленные области отрицательности функции Вигнера, что является явным свидетельством формирования негауссовского состояния поля. В момент времени $t/T = 1/8$ формируется когерентная суперпозиция двух сжатых вакуумных состояний с относительной фазой $\pi/2$, которая записывается в виде

$$|\psi(T/8)\rangle = \frac{e^{-i\pi/4}|R\rangle_{\pi/4} + e^{i\pi/4}|R\rangle_{-\pi/4}}{\sqrt{2}}, \quad (3.91)$$

и аналогична состоянию кота Шредингера, обсужденному выше для случая когерентного полевого состояния

Размер областей отрицательности оказывается сравнимым с размером положительных областей, что делает такое состояние поля относительно устойчивым к потерям в системе. Таким образом, используя процесс фазовой самомодуляции, можно получить различные суперпозиции когерентных или сжатых состояний с конкретной относительной фазой между ними.

3.2.4 Режим сильной связи с квантовой точкой

Теперь рассмотрим случай, связь с квантовой точкой оказывается достаточно сильной. В случае начального когерентного состояния было обнаружено, что режимы «коллапсов и возрождений» характеризуют не только возбуждение квантовой точки, но и возникают на временных зависимостях среднего числа фотонов и дисперсии квадратуры квантового поля. Такое поведение является следствием закона сохранения энергии, который состоит в сохранении суммы общего числа фотонов и возбуждений квантовой точки в системе, поскольку оператор этого общего числа возбуждений оказывается интегралом движения для гамильтониана (3.79). При взаимодействии и сильном взаимном влиянии между квантовой точкой и полем, как правило, полная волновая функция в общем случае не факторизована на произведение состояний отдельных подсистем и каждая подсистема оказывается в смешанном состоянии.

Такая особенность называется запутанностью [A2; A5; 164; 165] между квантовой точкой и полем и ее степень может быть охарактеризована параметром Шмидта, который определяется как обратная величина от следа квадрата редуцированной матрицы плотности квантовой точки ρ^{qd} и вычисляется следующим образом [163–165]:

$$K = \frac{1}{\rho_{11}^{qd} + \rho_{22}^{qd} + 2|\rho_{12}^{qd}|^2}. \quad (3.92)$$

Это значение легко вычисляется с помощью (3.80-3.83) и изображено в зависимости от времени на рисунке 3.10 для различных значений параметра нелинейности g .

В нашем случае значения параметра Шмидта изменяются в диапазоне от 1 до 2, при этом максимальная запутанность достигается при $K = 2$. Случай $K = 1$ соответствует полностью распутанной системе. Видно, что в режиме сильной связи рост нелинейности приводит к усилению запутанности. Однако если нелинейность начинает преобладать, запутанность снижается и имеет место режим, рассмотренный в предыдущем параграфе.

Из сравнения рисунка 3.10 и рисунка 3.5 видно, что в режиме коллапса, когда на плато выходят как вероятность возбуждения, так и среднее число

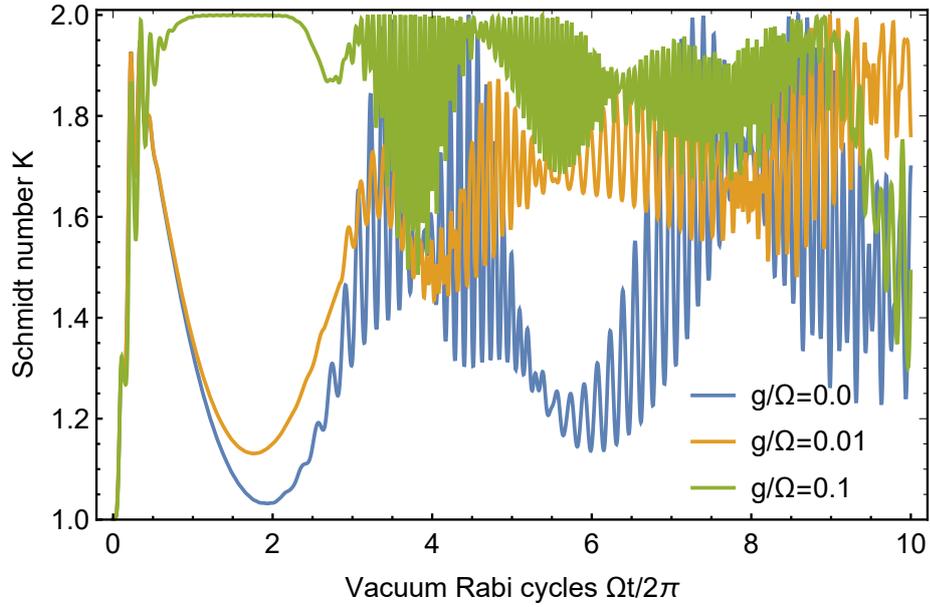


Рисунок 3.10 — Параметр Шмидта K (3.92) как мера запутанности точки с полем в зависимости от времени, рассчитанный для различных отношений $g/\Omega = 0, 0.01, 0.1$.

фотонов в поле, динамика системы не останавливается, а проявляется в существенном изменении запутанности. Из (3.92) также можно увидеть, что в режиме коллапса резко меняются состояния как квантовой точки, так и поля, поскольку имеет место эффективная динамика недиагональных матричных элементов для каждой подсистемы.

Эволюция состояния квантового поля при взаимодействии с квантовой точкой в условиях пренебрежимо малой нелинейности иллюстрируется квантовым ковром, представленным на рисунке 3.11(a,b) для различных начальных состояний когерентного поля.

Эти данные показывают, во-первых, почти свободную динамику волнового пакета поля на начальном этапе. Затем как бы появляются две близкие траектории и формируются узкие локальные максимумы распределения плотности поля. Формирование двух близких траекторий соответствует двухпиковой структуре волнового пакета поля и легко объяснимо из полученного аналитического решения (3.80-3.83). При $g = 0$ амплитуды переходов a_n и b_n находятся в виде $\cos(\Omega\sqrt{n}t)$ и $\sin(\sqrt{n+1}\Omega t)$ соответственно фактически отвечают за добавление определенной фазы к каждому состоянию Фока, и фазовый сдвиг может быть как положительным, так и отрицательным. При достаточно большом значении α начальное распределение по фотонным фоковским состояниям относительно узкое, и этот эффект приводит к образованию двух когерент-

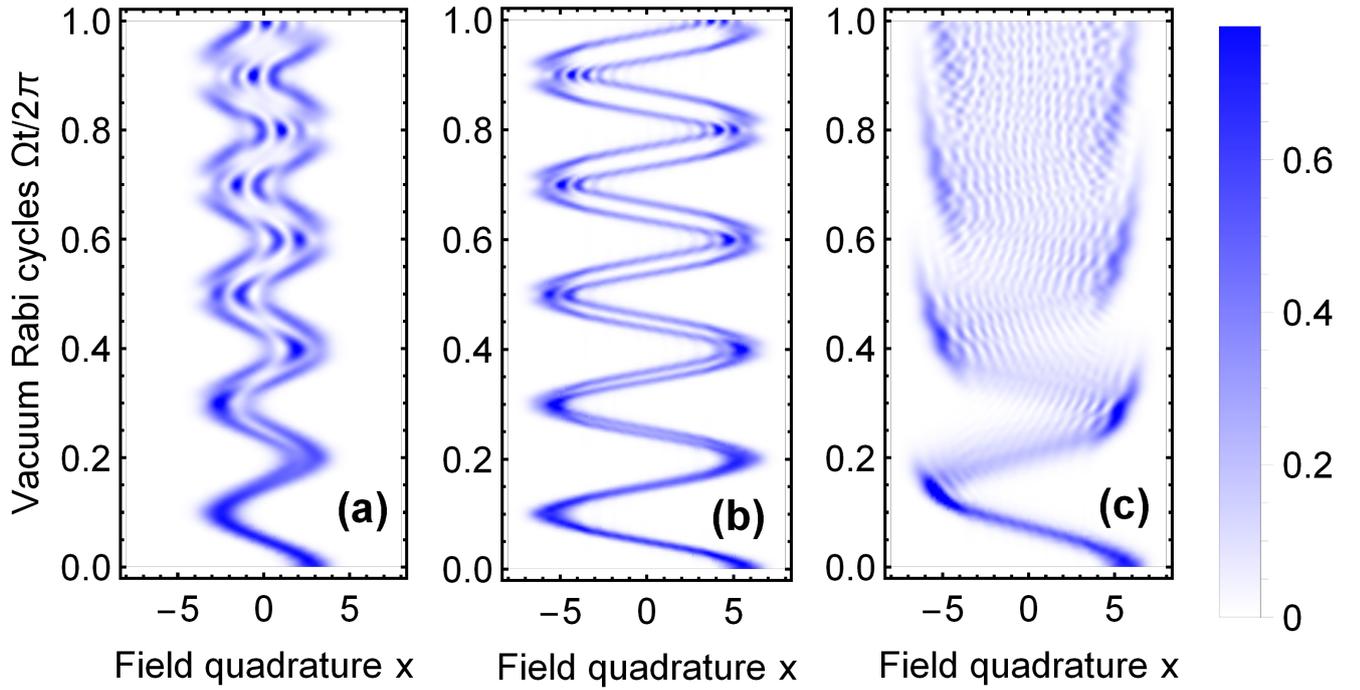


Рисунок 3.11 — Квантовый ковер, полученный для когерентного начального состояния поля с $\alpha = 2$ (a) и $\alpha = 4$ (b,c) при $g/\Omega = 0$ (a,b) и $g/\Omega = 0,1$ (c)

ных состояний с приобретёнными противоположными фазовыми сдвигами. В этом случае распределение плотности поля характеризуется двухпиковой структурой с относительно небольшим смещением пиков, зависящим от силы взаимодействия. Для доказательства этого факта выберем на рис. 3.10 некоторый момент времени $\Omega t^*/2\pi = 2$, когда параметр Шмидта близок к единице при $g = 0$, а волновая функция система почти факторизована. Было обнаружено, что волновая функция в этом случае имеет следующий вид:

$$\psi(t^*) \approx \frac{|g\rangle - i|e\rangle}{\sqrt{2}} \psi_{field}(t^*). \quad (3.93)$$

Особенности формирующегося в этом случае состояния поля $\psi_{field}(t^*)$ демонстрируются рассчитанной функцией Вигнера, которая представлена на рисунке 3.12(a).

Хорошо видно, что полученное состояние поля представляет собой суперпозицию двух когерентных состояний с противоположными, но достаточно малыми дополнительными фазами, так как разность фаз значительно меньше $\pi/2$. Такое состояние можно отнести к типу «кошачьих состояний», а статистика фотонов, показанная на врезке рисунка 3.12(a), демонстрирует преобладающее заселение нечетных фоковских состояний. В ходе эволюции представленные два пика на функции Вигнера могут периодически вносить конструктивный

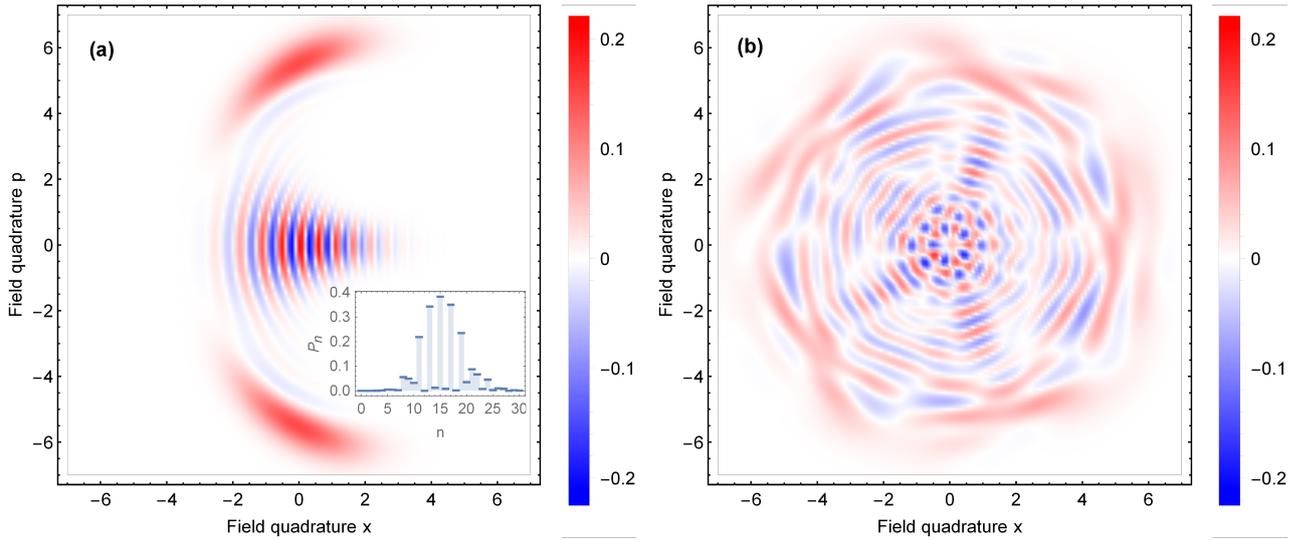


Рисунок 3.12 — Функция Вигнера, полученная для полевого состояния при $g/\Omega = 0$ (а) и при $g/\Omega = 0.1$ при $\Omega t^*/2\pi = 2$.

вклад в распределение плотности поля и давать яркие узкие локальные максимумы, наблюдаемые на квантовом ковре на рисунке 3.11(a,b). В то же время найденное состояние характеризуется интерференционными полосами с отрицательными участками функции Вигнера, типичными для «кошачьих» состояний (см. рис. 3.12(a)). Таким образом, установлено, что взаимодействие с квантовой точкой непосредственно обеспечивает формирование интересного негауссовского полевого состояния.

В случае ненулевой нелинейности запутанность между полупроводниковой и полевой подсистемами может быть очень высокой и большую часть времени может равняться своему максимальному значению (см. рис. 3.10 кривую для $g/\Omega = 0.1$). В этом случае поле оказывается в смешанном состоянии, а волновой пакет поля сильно структурирован, хотя вначале эволюции на ковре формируются и ярко выражены локальные максимумы (см. рис. 3.11(c)). Соответствующая функция Вигнера, характеризующая теперь это состояние смешанного поля и рассчитанная для того же момента времени t^* (максимум запутанности), представлена на рисунке 3.12(b). Хорошо видно, что формируемое состояние является существенно негауссовым и нового типа, которое не может быть сгенерировано просто фазовой самомодуляцией или только при взаимодействии с квантовой точкой. Таким образом, действие квантовой точки в сочетании с фазовой самомодуляцией представляется как способ генерации различных типов негауссовских состояний поля.

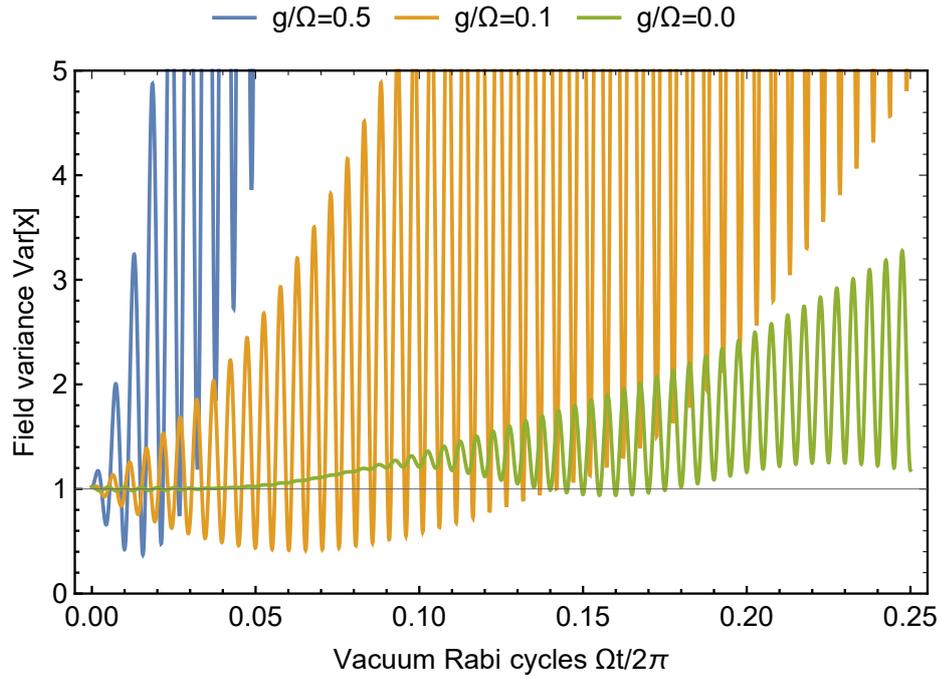


Рисунок 3.13 — Зависящая от времени дисперсия квадратуры поля, рассчитанная для начального состояния когерентного поля с $\alpha = 4$ и нормированная на предел дробового шума, $\omega/\Omega = 100$.

Сильная связь с квантовой точкой, сопровождающаяся фазовой самомодуляцией, обеспечивает также квадратурное сжатие взаимодействующего поля. Квадратурное сжатие, рассчитанное для различных отношений g/Ω , представлено на рисунке 3.13 в зависимости от времени взаимодействия.

Полученные результаты демонстрируют значительное уменьшение квадратурной дисперсии ниже уровня дробового шума $1/2$. Важно, что такое сжатие наблюдается на малых временах и в дальнейшем будет частично повторяться при возрождениях населенности. Более того, существует оптимальная степень нелинейности, обеспечивающая максимальное сжатие. Это определяется условием, когда связь с квантовой точкой и керровская нелинейность в основном вносят одинаковый вклад в динамику двухкомпонентной системы.

3.2.5 Выводы

В настоящем разделе было исследовано взаимодействие полупроводниковой квантовой точки с одиночной фотонной модой в твердотельном нелинейном

резонаторе и с учетом влияния эффекта фазовой самомодуляции на динамику двухчастичной системы и возбуждение квантовой точки. Было установлено, что нелинейная фазовая модуляция выводит поле из резонанса с переходом квантовой точки и обеспечивает подавление наведенного возбуждения. В то же время нелинейность приводит к значительному росту запутанности между полевой и полупроводниковой подсистемами, если связь между ними остается сильной. Анализ эволюции запутанности позволяет выделить различные режимы динамики системы и выявить важные свойства отдельных подсистем.

Была проанализирована эволюцию состояния электромагнитного поля во времени и обнаружено значительное сжатие квадратуры поля, вызванное взаимодействием с квантовой точкой при наличии нелинейности. С помощью двумерных квантовых ковров исследовались особенности динамики поля и продемонстрировано формирование негауссовских состояний поля в процессе взаимодействия. В явном виде были найдены негауссовы состояния, формирующиеся в несколько моментов времени, и показана возможность генерации нескольких суперпозиций состояний когерентного или сжатого вакуума с определенной относительной фазой. Таким образом, показано, что взаимодействие с квантовой точкой в сочетании с фазовой самомодуляцией обеспечивает формирование различных и новых типов негауссовских состояний поля.

3.3 Квантовая точка, взаимодействующая с неклассическим полем в нелинейных керровских средах, как ресурс для повторяемых квантовых вычислений

В настоящем разделе исследуется взаимодействие квантовой точки с неклассическим светом под влиянием керровской нелинейности в условиях ненулевой отстройки от резонанса и анализируется конкретно динамика коллапсов и возрождений в зависимости от параметров системы. Обнаружен новый режим, характеризующийся регулярными строго периодическими полными возрождениями квантового состояния системы, имеющими место даже в случае сжатых начальных состояний поля. Как для рассматриваемых когерентных, так и для сжатых вакуумных полей демонстрируется периодическое распуты-

вание подсистем, что открывает новые перспективы для протоколов квантовых вычислений.

3.3.1 Аналитическое решение

Взаимодействие квантовой точки с неклассическим светом в твердотельном нелинейном микрорезонаторе рассмотрено в рамках модели Джейнса-Каммингса и полностью повторяет формулы предыдущего раздела, однако проведено их обобщение на случай ненулевой отстройки $\Delta = (E_g - E_e)/\hbar + \omega$. В этом случае аналогично (3.82) получаем выражения для собственных энергий одетых состояний поляритонов:

$$\gamma_{1,2}^{(n)} = -\frac{g(n-1)^2 + \Delta}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega^2}{2}n + \left(\frac{\Delta - g(n-1)}{2}\right)^2} \quad (3.94)$$

Для упрощения дальнейших формул будем использовать следующие обозначения

$$L_n = \frac{\Delta - g(n-1)}{2}, \delta_n = \frac{gn(n-1)}{2}, \Omega_n = \Omega\sqrt{\frac{n}{2}}. \quad (3.95)$$

Введем в достаточно общем виде начальное условие на волновую функцию системы:

$$\psi|_{t=0} = (\alpha|g\rangle + \beta|e\rangle) \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \quad (3.96)$$

Тогда получаем окончательное решение для амплитуд вероятности, которое дается выражением:

$$a_n(t) = \left(\alpha C_n \cos(\sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2}t) - i \frac{\alpha C_n L_n + \beta C_{n-1} \Omega_n}{\sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2}} \sin(\sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2}t) \right) e^{i(L_n + \delta_n)t}, \quad (3.97)$$

$$b_n(t) = \left(\beta C_n \cos(\sqrt{\Omega_{n+1}^2 + L_{n+1}^2}t) + i \frac{\beta L_{n+1} C_n - \alpha \Omega_{n+1} C_{n+1}}{\sqrt{\Omega_{n+1}^2 + L_{n+1}^2}} \sin(\sqrt{\Omega_{n+1}^2 + L_{n+1}^2}t) \right) e^{i(L_{n+1} + \delta_{n+1} - \Delta)t}. \quad (3.98)$$

Это полностью аналитическое решение задачи, которое позволяет производить дальнейший анализ динамики для произвольного начального состояния поля и состояния квантовой точки.

3.3.2 Оптимальный режим взаимодействия

Сначала проанализируем возбуждение в квантовой точке. Вероятности найти электрон в основном и возбужденном состояниях равны $P_g = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n|^2$ и $P_e = \sum_{n=0}^{\infty} |b_n|^2$. Если предположить, что квантовая точка изначально находится в основном состоянии, $\alpha = 1, \beta = 0$, то вероятности пребывания в возбужденном и основном состояниях будут следующими:

$$P_g = \sum_{n=0}^{\infty} |C_n|^2 \left(\cos^2(\sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2}t) + \frac{L_n^2}{\Omega_n^2 + L_n^2} \sin^2(\sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2}t) \right), \quad (3.99)$$

$$P_e = \sum_{n=1}^{\infty} |C_n|^2 \frac{\Omega_n^2}{\Omega_n^2 + L_n^2} \sin^2(\sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2}t). \quad (3.100)$$

Хотя выражение для вероятности возбуждения имеет форму, очень близкую к стандартной модели Каммингса [166], оно сильно отличается из-за вида L_n . С учетом полученных выражений можно показать, что возрождения возникают в тот момент, когда максимальное количество слагаемых в сумме вблизи среднего числа фотонов должно быть близко к нулю. Условие

$$\left. \frac{\partial \sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2}}{\partial n} \right|_{n=\bar{n}} t_r = \pi, \quad (3.101)$$

определяет момент возрождения t_r . Однако время возрождения не дает нам никакой информации о качестве возрождения. При этом в исходной модели Джейнса-Каммингса качество возрождений улучшить невозможно, поскольку учет отстройки и потерь еще больше усугубляет ситуацию. Причина этого заключается в структуре аргумента \sin в (3.100):

$$\sqrt{\Omega_n^2 + L_n^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta + g)^2 + 2(\Omega^2 - g\Delta - g^2)n + g^2n^2}, \quad (3.102)$$

которое без нелинейности $g = 0$ является квадратным корнем $\sqrt{(a + bn)}$ и не может удовлетворить условие (3.101) для всех чисел фотонов, а удовлетворяет

его только вблизи среднего \bar{n} . Однако добавление нелинейности в модель может значительно улучшить это поведение, когда внутри квадратного корня формируется полный квадрат. Затем извлекается корень, и получается линейная зависимость от числа фотонов, после чего условие возрождения выполняется для всех n . Это происходит при определенном соотношении параметров, $2g(g + \Delta) = \Omega^2$, чего можно добиться, например, точной подстройкой частоты поля, если заданы нелинейность и вакуумная частота Раби. Таким образом, получается выражение для оптимальной отстройки:

$$\Delta_{opt} = \frac{\Omega^2 - 2g^2}{2g}. \quad (3.103)$$

Наибольшее преимущество данной формулы состоит в том, что в ней нет зависимости от среднего числа фотонов и от типа квантового поля. Эта связь универсальна и дает полное и чистое возрождение населенностей даже для состояния яркого сжатого вакуума. Также нет особых ограничений на связь между параметрами g и Ω . Далее будет показано, как квантовые точки ведут себя в разных типах полей при условии (3.103). Также мы обсудим особенности динамики полей и возникающие в данном режиме новые эффекты.

3.3.3 Случай когерентного поля

Сначала рассмотрим случай когерентного состоянием поля. В этом случае начальные амплитуды вероятности могут быть выражены следующим образом:

$$C_n = \frac{\exp(-|\alpha|^2/2)\alpha^n}{\sqrt{n!}}. \quad (3.104)$$

После подстановки такого начального условия в (3.100) была получена зависимость населенности от времени, которая показана на рис. 3.14 для разных отстроек. Для сравнения разделим эти участки по вертикали. На нижнем графике показаны коллапсы и возрождения в резонансном случае $\Delta = 0$, но с ненулевой нелинейностью $g \neq 0$. Этот график очень похож на результат известной модели Джейнса-Камминга [166; 167] без нелинейности, но с большим количеством отдельных возрождений. Такие возрождения не только предсказаны теоретически, но и были измерены в экспериментах с очень хорошей

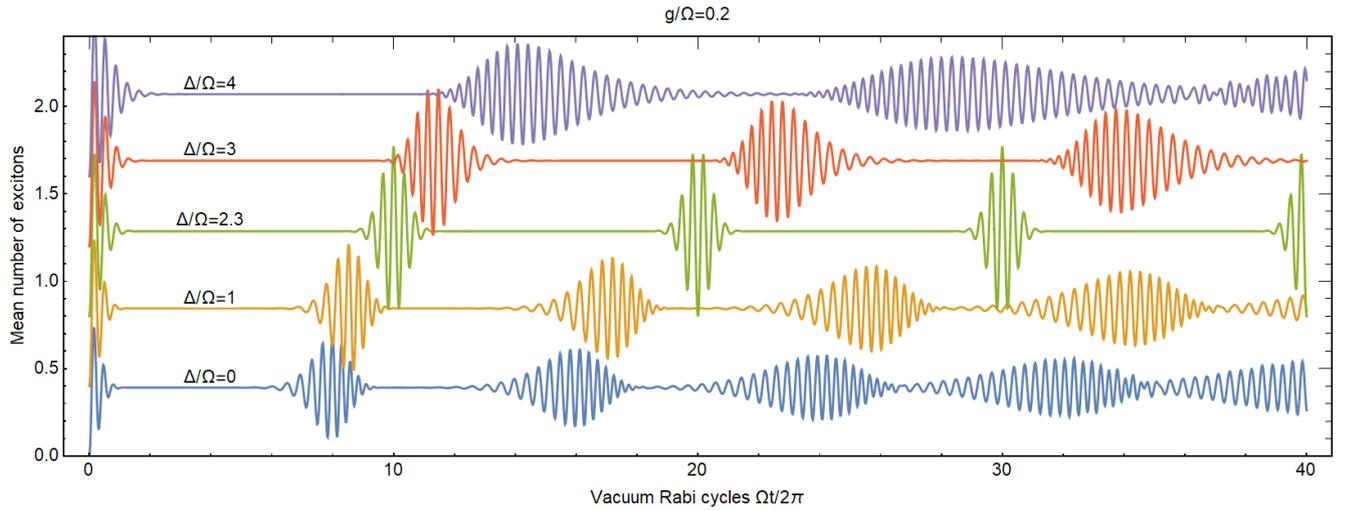


Рисунок 3.14 — Зависимость вероятности возбуждения квантовой точки P_g в исходно когерентном состоянии с $\alpha = 4$ от времени в вакуумных циклах Раби при различных отстройках Δ и $g/\Omega = 0.2$. Участки разделены друг от друга по вертикали на 0.4, чтобы не было пересечений.

точностью [168]. Большие отстройки меняют период возрождений, он становится больше, а также форму паттернов возрождений. Третий график сверху (зеленый) на рис. 3.14 показывает случай оптимального режима (3.103). Здесь появляется стробоскопический эффект, заключающийся в периодических полных возбуждениях квантовой точки, которые повторяются строго периодически во времени без уменьшения максимальной вероятности. В момент времени, равный прошедшим 10 циклам Раби, реализуется половина периода полного возрождения, который характеризуется противоположной фазой осцилляций вероятности возбуждения. Такое поведение может быть полезно для передачи квантовой информации или протоколов квантовых вычислений. Если среднее число фотонов становится больше, период возрождения становится больше, а ширина уменьшается.

Рассмотрим динамику полевой подсистемы и сопоставим ее с динамикой квантовой точки. Для этого вычислим дисперсию x -квadrатуры поля, которая определяется следующим образом

$$x = \frac{a + a^\dagger}{\sqrt{2}}, \quad (3.105)$$

на основе усреднения по волновой функции с установленными амплитудами (3.97). На рис. 3.15 показано, что возбуждение квантовой точки и дисперсия квадратуры поля в целом коррелируют друг с другом.

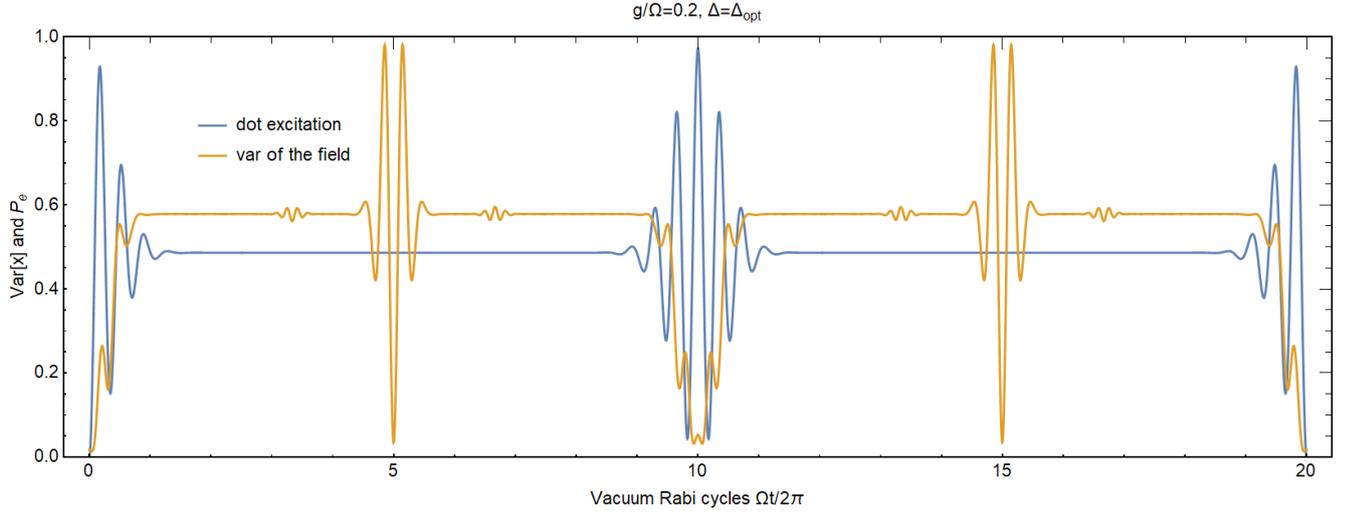


Рисунок 3.15 — Зависимость вероятности возбуждения P_e и нормированной на единицу дисперсии квадратуры поля $Var[x]$ от времени в вакуумных циклах Раби при $g/\Omega = 0,2$ на оптимальной отстройке. Количество возбуждений умножается на некоторый числовой коэффициент, чтобы получить одинаковую высоту плато.

Однако иногда эта корреляция исчезает, и видны флуктуации поля, в то время как возбуждение остается постоянным. Этот эффект имеет место на половине времени возрождения, в нашем примере это около пяти циклов Раби. Если бы квантовая точка и поле в этот момент потеряли свою запутанность, то возник бы очень важный эффект. Этот эффект может быть экспериментальной возможностью для создания интерфейса между квантовой точкой и полем. Для ее анализа рассмотрим приведенную матрицу плотности для квантовой точки и найдем ее чистоту, а также недиагональные элементы:

$$\rho_d = Tr[\rho] = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{ge}^* & \rho_{ee} \end{pmatrix}, \quad (3.106)$$

где

$$\rho_{gg} = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n(t)|^2, \rho_{ee} = \sum_{n=0}^{\infty} |b_n(t)|^2, \rho_{ge} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) b_n^*(t) e^{\frac{i}{\hbar}(E_e - E_g)t}. \quad (3.107)$$

А чистоту атомного состояния можно рассчитать с их помощью следующим образом

$$P = Tr[\rho_d^2] = \rho_{gg}^2 + \rho_{ee}^2 + 2|\rho_{ge}|^2. \quad (3.108)$$

При этом $P_e = \rho_{ee}$ и $P_g = \rho_{gg}$ в сумме дают единицу. На рис. 3.16 видно, что при 0,5,10,15,20 циклах Раби она почти достигает единицы. Этот факт озна-

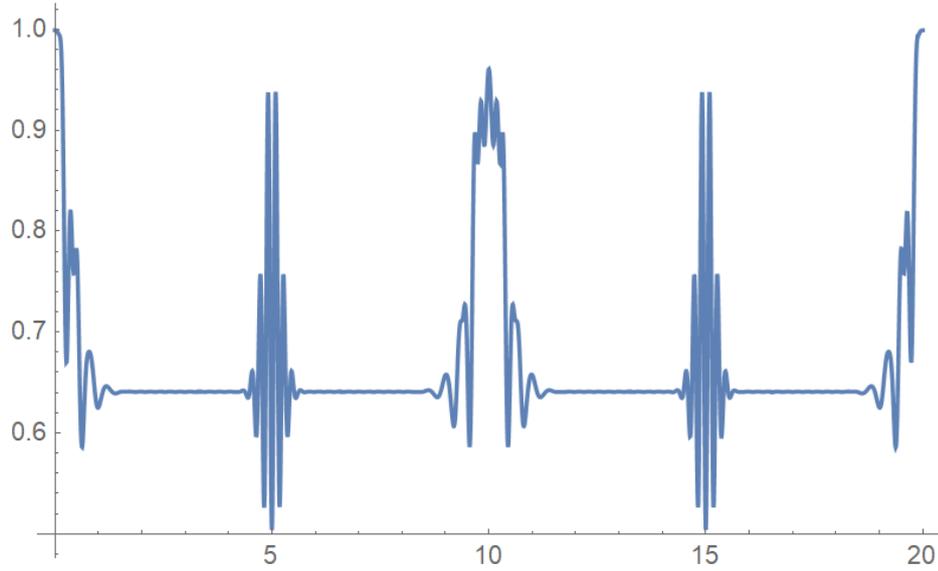


Рисунок 3.16 — Зависимость чистоты состояния квантовой точки от времени в режиме оптимальной отстройки.

чает, что возникает чистое квантовое состояние атомной подсистемы, и можно анализировать его с точки зрения волновой функции. В момент 20 чистота равна единице, квантовая точка возвращается в исходное состояние, как и поле, происходит полное возрождение. Рассмотрим следующий момент — 10. Если вернуться к рис. 3.15, то можно увидеть, что около момента времени 10 квантовая точка возбудилась почти полностью, и поэтому можно написать, что

$$\Psi|_{t=10} \approx |e\rangle|\Psi_f\rangle = |e\rangle \sum_n b_n(t) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_{en}t\right) |n\rangle, \quad (3.109)$$

это означает, что статистика поля полностью определяется коэффициентами b_n и состояние поля может быть легко восстановлено. Важно, что в этом случае квантовая точка находится в возбужденном состоянии, а значит поле находится в состоянии, соответствующем вычитанию одного фотона. В отличие от математического действия оператора уничтожения на состояние, обнуляющего вклад вакуума, данный эффект вычитания фотона соответствует реальному физическому процессу, поэтому вклад вакуума остается прежним. Среднее число фотонов зависит от времени как

$$\langle n(t) \rangle = \langle n(0) \rangle - P_e(t) \quad (3.110)$$

а дисперсия числа фотонов имеет следующий вид:

$$\text{Var}[n(t)] = \text{Var}[n(0)] + P_e^2(t) - (2|\alpha|^2 - 1)P_e(t) + 2\langle n_e(t) \rangle. \quad (3.111)$$

И поэтому среднее число фотонов в момент, когда $P_e = 1$, меньше на один, чем исходное. Среднее число фотонов при возбуждении квантовой точки $\langle n_e(t) \rangle = \sum n |b_n|^2$ согласно (3.110) равно $|\alpha|^2 - 1$ и подставив это в (3.111), найдем $Var[n(t)] = Var[n(0)]$. Таким образом, среднее число фотонов уменьшается на единицу, а дисперсия не меняется. Заметим, что наблюдаемый эффект вычитания фотона из состояния поля отличается от простого действия оператора уничтожения \hat{a} . За счет $\hat{a}|\alpha\rangle = |\alpha\rangle$ когерентное состояние остается прежним, но в рассматриваемом методе состояние изменяется с уменьшением среднего числа фотонов и без изменения его дисперсии, поэтому новое состояние имеет суперпуассоновскую статистику.

Обсужденный случай соответствует начальному состоянию квантовой точки в основном состоянии. В противоположной ситуации среднее число фотонов будет увеличиваться без изменения его дисперсии. И произойдет генерация субпуассоновского состояния.

Еще более интересная ситуация наблюдается вблизи времени, равного 5 и 15 циклам Раби, которые симметричны. На рис. 3.17 видно, что чистота системы колеблется от 0,5 до 0,95. Это дает нам инструмент для квантовых вычислительных вентилях. Например, можно создать почти чистую систему, быстро изменить состояние квантовой точки и после этого продолжить взаимодействие. Также это можно использовать как инструмент для создания полностью запутанных состояний.

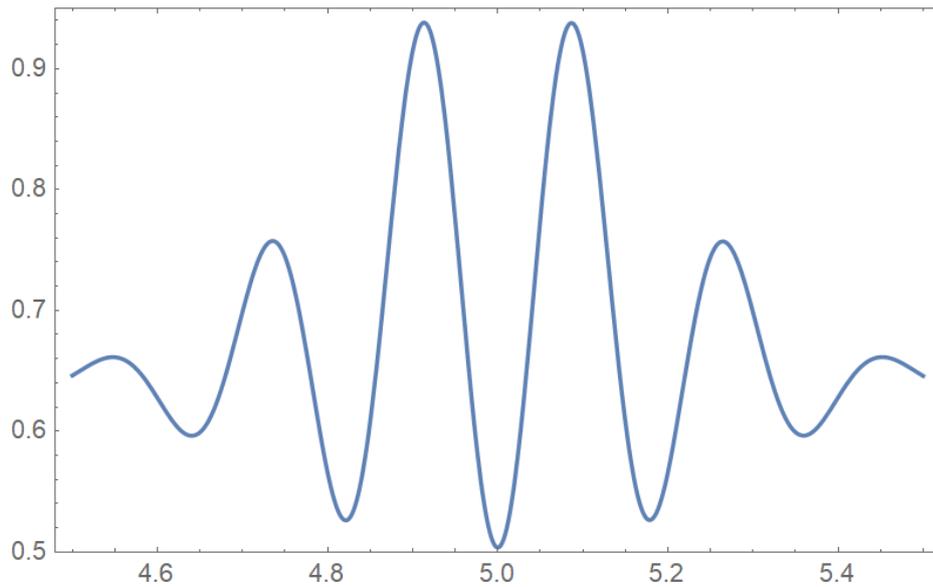


Рисунок 3.17 — Зависимость чистоты состояния квантовой точки от времени в режиме оптимальной расстройки около пяти циклов Раби.

Вероятность возбуждения в максимуме равна 0,5, что достигается в момент времени, идущий сразу за 5 циклами Раби. Это означает, что атомная подсистема в этот момент представляет собой суперпозицию основного и возбужденного состояния с равными вероятностями. В данный момент времени образуется состояние с высокой степенью чистоты, которое приблизительно можно представить следующим образом:

$$|\psi_d\rangle|_{t\sim 5} \approx \frac{|e\rangle + e^{i\varphi}|g\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (3.112)$$

Поскольку между состояниями существует неизвестная фаза, чтобы ее найти, необходимо проанализировать зависимость населенности этого состояния от времени, чтобы найти фазу. На рис. 3.18 получены результаты для разных относительных фаз. Можно заметить, что в момент равный 5 вакуумным цик-

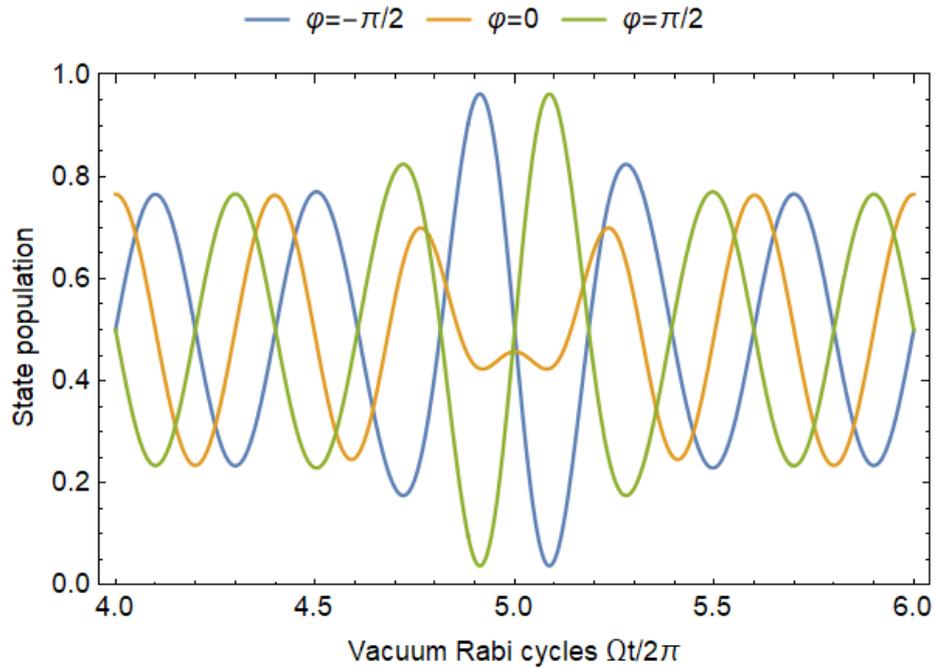


Рисунок 3.18 — Зависимость от времени заселения состояния суперпозиции квантовой точки $|\psi_d\rangle|_{t\sim 5}$ вблизи момента времени, когда наблюдается распу- тывание подсистем для когерентного состояния с $\alpha = 4$.

лам Раби каждое состояние имеет одинаковую населенность, равную 0,5. Это косвенно свидетельствует о максимально смешанном состоянии полевой подсистемы. Немного раньше и позже видно формирование чистого состояния, которое имеет фазу $\pi/2$ (и $-\pi/2$). Теперь можно вычислить проекцию и получить интересный результат. Когда квантовая точка находится в состоянии $(|e\rangle + i|g\rangle)/\sqrt{2}$, поле находится в состоянии четного кота Шредингера, и наоборот, когда точка находится в состоянии $(|e\rangle - i|g\rangle)/\sqrt{2}$ поле в нечетном

состоянии кота. Это повторяет поведение X-гейта в кошачьей сфере Блоха (см. [169]), которое в данном случае может быть реализовано проекционным измерением квантовой точки на соответствующие состояния.

Для доказательства образования состояний кота Шредингера в моменты 4,9 и 5,1 циклов Раби можно также рассчитать редуцированную матрицу плотности полевой подсистемы $\rho_f = \text{Tr}[\rho]_d$. Абсолютные значения элементов матрицы показаны на рис. 3.19 для разных моментов времени.

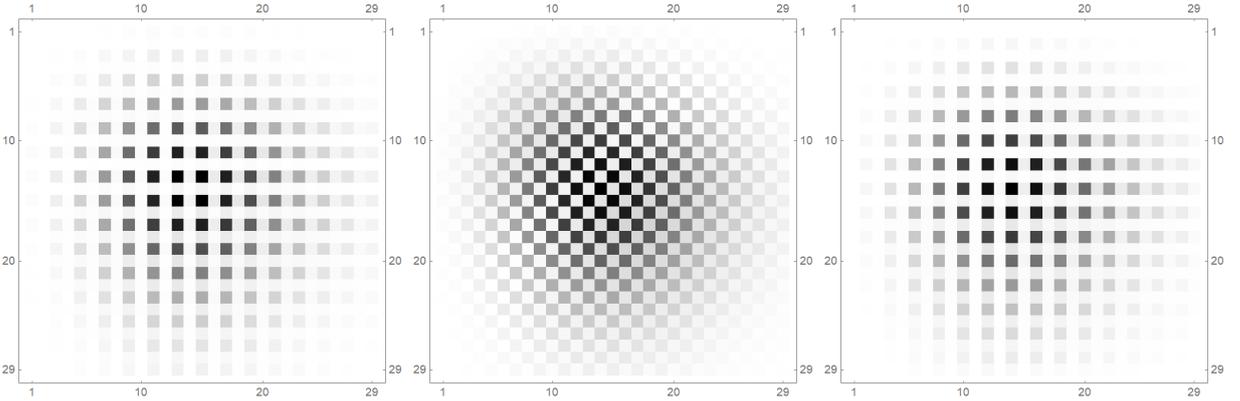


Рисунок 3.19 — Модуль полевой редуцированной матрицы плотности в моменты времени 4.9 и 5 и 5.1 для исходно когерентного поля.

На левом рисунке видно, что элементы ρ_{km}^f заполняются только с нечетными k и m . И обратная ситуация наблюдается на правом рисунке - только четные элементы имеют ненулевые значения. Промежуточная матрица плотности имеет структуру шахматной доски, которая соответствует полностью смешанному состоянию с минимально возможной чистотой.

Другой подход, который можно применить для анализа полевой динамики, — построение квантовых ковров. Он определяется как маргинальное распределение вероятности поля по x -квadrатуре в зависимости от времени. Это показано на рис. 3.20 для изначально когерентного поля в интервале времен от 2 до 6 вакуумных циклов Раби, потому что в другом диапазоне динамика повторяется и квантовый ковер повторяет сам себя. В определенные моменты времени появляются интересные паттерны. Наиболее четко они формируются в моменты времени $10/2 = 5$, $10/3 = 3,3$ и $10/4 = 2,5$. При этом дисперсия не отражала все эти моменты, но теперь можно вернуться к предыдущим результатам и увидеть небольшие пульсации в момент 3.3 на рис. 3.15. Эти пульсации намекают на образование состояний типа шредингеровских котов, у которых функция Вигнера имеет два максимума, три максимума и четыре максимума соответственно. Их образование в случае слабого взаимодействия с квантовой

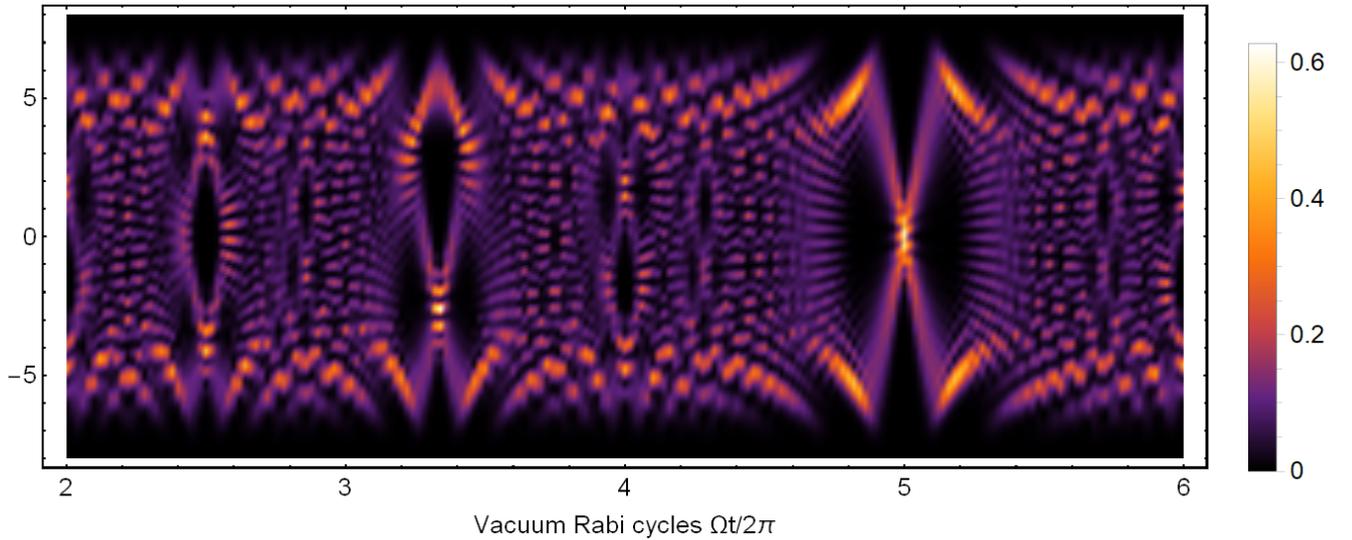


Рисунок 3.20 — Квантовый ковер для изначально когерентного поля, полученный при усреднении по состоянию квантовой точки.

точкой можно объяснить влиянием керровской нелинейности [152; 170]. Например, то, что видно рядом с пятью циклами Раби, — это динамика стандартного состояния кота Шрёдингера с двумя максимумами. На фазовой плоскости с течением времени эти максимумы вращаются вокруг начала координат, а маргинальное распределение вероятности в зависимости от x будет выглядеть как «тени» от этих двух пиков. Они будут съезжаться, а потом снова разъезжаться. При этом в момент наложения друг на друга будет возникать интерференция вероятностей и будут наблюдаться интерференционные полосы, что и проявляется на квантовом ковре. Таким образом, данная полевая динамика является одной из причин возникновения повторяющихся коллапсов и возрождений квантовой точки.

3.3.4 Случай сжатого вакуума

Начальное поле сжатого вакуума содержит следующие амплитуды

$$C_{2n} = \frac{2R}{1+R^2} \frac{(2n)!}{(n!)^2} \left(\frac{1-R^2}{2(1+R^2)} \right)^{2n}, C_{2n+1} = 0. \quad (3.113)$$

Подставив эти начальные амплитуды в (3.100), можно рассчитать населенность квантовой точки в зависимости от времени. Результат будет разным для разных параметров силы взаимодействия g/Ω и разных отстроек Δ/Ω . В очень

широком их диапазоне населенность верхнего уровня изменяется хаотично, как это показано на рис. 3.21.

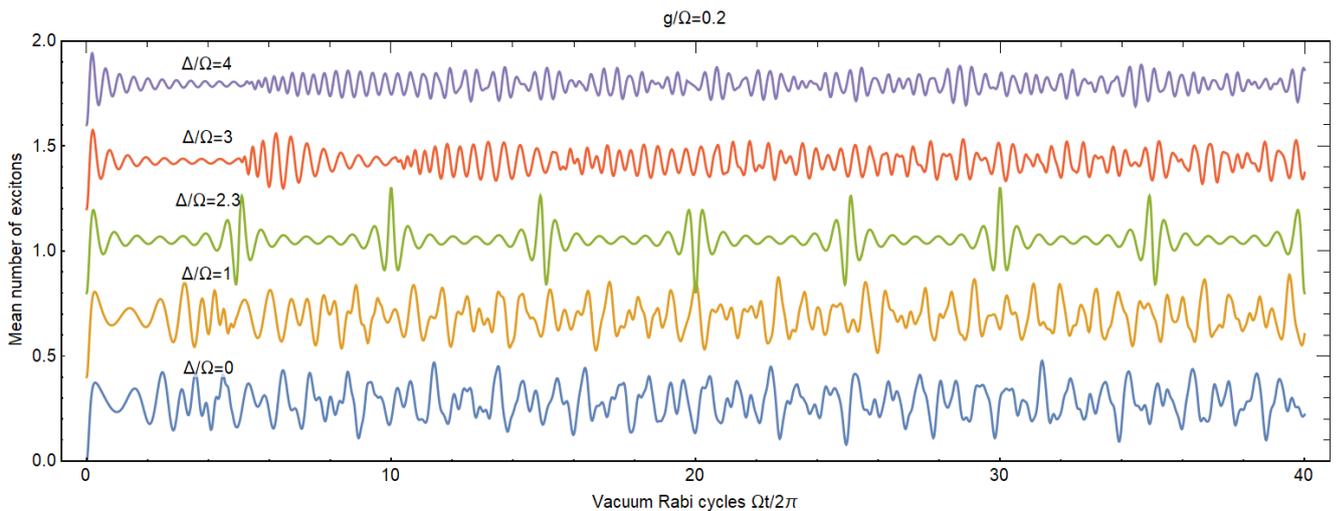


Рисунок 3.21 — Зависимость вероятности возбуждения квантовой точки P_g в сжатом вакууме с параметром сжатия равным $R = 2e$ от времени в вакуумных циклах Раби при различных расстройках Δ и $g/\Omega = 0,2$. Участки разделены друг от друга по вертикали на 0,4, чтобы не было пересечений.

В случае нулевой отстройки и поля в состоянии сжатого вакуума наблюдается преимущественно хаотическая динамика заселенности квантовой точки. Этот случай отражает особенности JC-модели в случае сжатого вакуума без нелинейности при любых расстройках [163; 165]. При относительно малом или очень большом отношении Δ/Ω ситуация остается прежней. Однако при условии оптимальной расстройки (3.103) имеет место необычная для такого поля очень регулярная динамика с периодом 20 вакуумных циклов Раби (см. третий график сверху, зеленая линия). Видность коллапсов и возрождений не такая сильная, как в когерентном поле, и они имеют другие характерные черты. Например, в случае когерентного поля у нас было только два разных типа возрождения, а здесь легко можно выделить четыре разных фазы. В моменты 0 и 20 видно отсутствие возбуждения, в момент 10 наблюдается максимальное возбуждение до максимального значения 0,5, а в моменты 5 и 15 виден другой тип возрождений. В эти моменты времени могут формироваться состояния поля с интересными свойствами, перспективными для различных практических приложений. Для лучшего понимания того, что происходит с подсистемами, проанализируем корреляции между динамикой квантовой точки и полевой подсистемы.

Динамика вероятности возбуждения (3.100) для оптимальной отстройки показана на рис. 3.22 с лучшим разрешением (синяя линия).

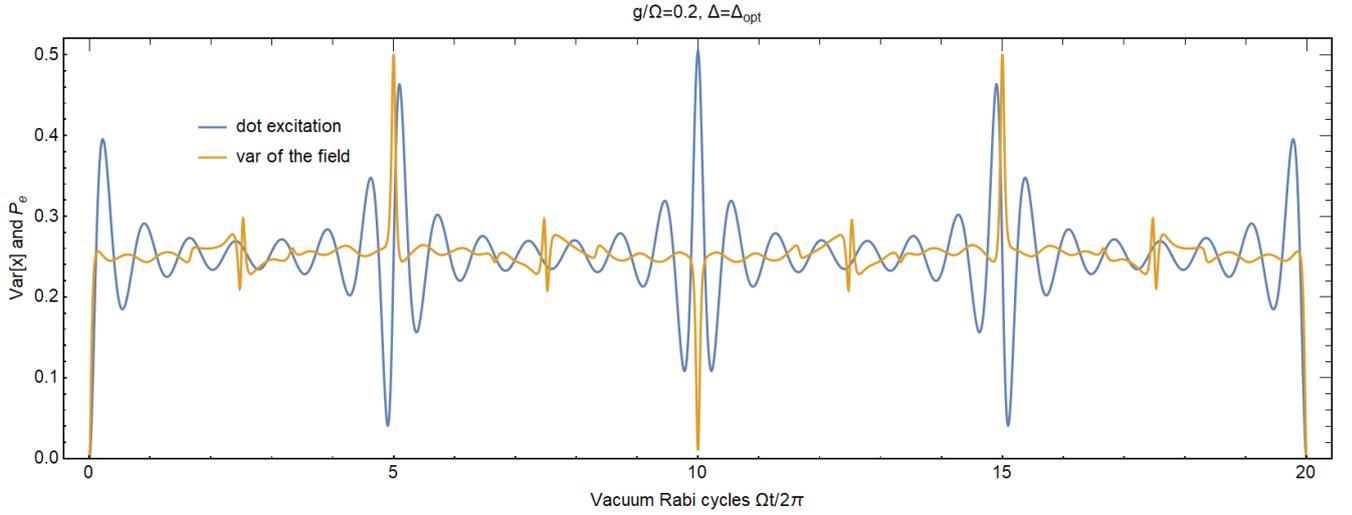


Рисунок 3.22 — Зависимость вероятности возбуждения P_e и нормированной на 0,5 дисперсии квадратуры поля $Var[x]$ от времени в вакуумных циклах Раби при $g/\Omega = 0,2$ при оптимальной отстройке. Количество возбуждений умножается на некоторый числовой коэффициент, чтобы получить одинаковую высоту плато.

Также для сравнения показана дисперсия квадратуры поля x в условных единицах на том же графике. Видно, что возбуждение квантовой точки и дисперсия квадратуры поля в общем случае коррелируют друг с другом. По сравнению с изначально когерентным светом (см. рис. 3.15) видны некоторые уникальные особенности. Во-первых, не происходит фазовой декорреляции, только ее маленькая копия в момент 2.5. Во-вторых, максимальное значение вероятности возбуждения равно одной второй. Причина этого в очень широком распределении сжатого вакуума по числу фотонов и большой доле вакуумного состояния. Рассчитанная вероятность возбуждения для оптимальной расстройки в момент времени, когда все синусы в сумме равны единице, следующая:

$$P_e = \sum_{n=0}^{\infty} |C_n|^2 \frac{2 \left(\frac{\Omega}{g}\right)^2 n}{\left(n + \frac{\Omega^2}{2g^2}\right)^2}. \quad (3.114)$$

При этом согласно условию нормировки $\sum_{n=0}^{\infty} |C_n|^2 = 1$, поэтому $P_e < 1$ во всех случаях. Однако иногда дробь в (3.114) может быть равна единице, когда $n = \Omega^2/2g^2$. Когда используется когерентное поле, это условие может быть выполнено в окрестности среднего числа фотонов. Но для сжатого вакуума

это невозможно, и поэтому максимальная вероятность возбуждения никогда не достигает единицы.

На рис. 3.23(a) представлена зависимость вероятности возбуждения для других отношений g/Ω , но для оптимальной отстройки в каждом из случаев.

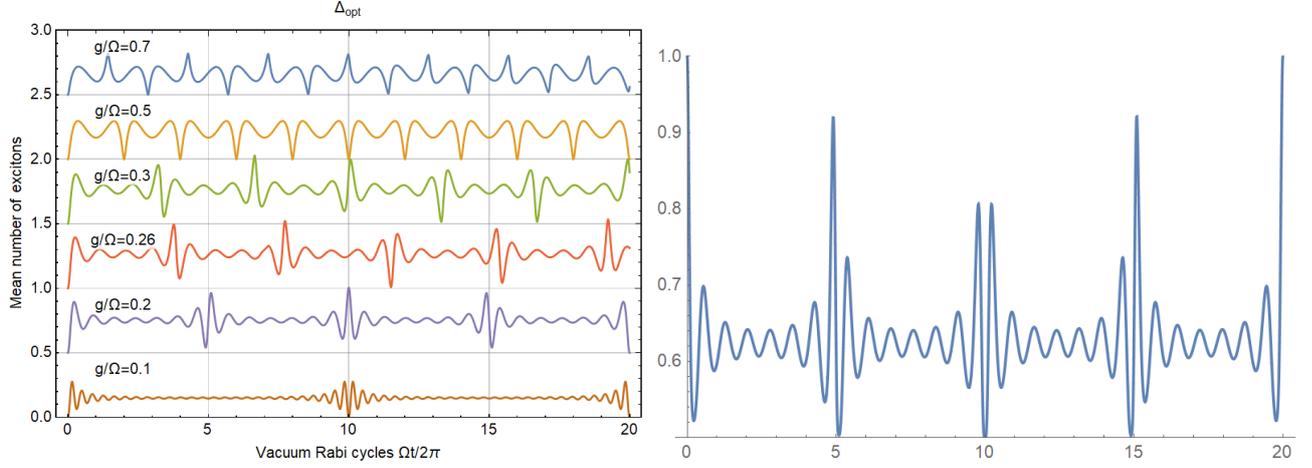


Рисунок 3.23 — (а) Зависимость вероятности возбуждения квантовой точки P_g в исходно сжатом состоянии с $R = 2e$ от времени в вакуумных циклах Раби при различных g/Ω и оптимальной расстройке Δ_{opt} . (б) Зависимость чистоты состояния квантовой точки от времени в режиме оптимальной расстройки и $g/\Omega = 0,2$.

Во всех случаях максимальная вероятность меньше половины. Но, несмотря на это, динамика напоминает периодическую, а возврат к нулевой заселенности возникает для каждого соотношения. Кроме того, каждый график иллюстрирует уникальные свойства динамики, характеризующейся конкретным временем возрождения, полувозрождения, различным количеством пиков вероятности возбуждения между полными возрождениями. Для дальнейшего анализа выберем отношение $g/\Omega = 0.2$, которое содержит не только половинное возбуждение, но и момент, когда населенность верхнего уровня квантовой точки становится равной нулю перед полным возрождением. Как и в случае когерентного состояния, исследуем чистоту квантовой точки, используя определение (3.108). На рис. 3.23(b) видно, как чистота зависит от времени в этом случае. Можно отметить инвертированную динамику чистоты по сравнению с динамикой возбуждения. Изначально квантовая точка невозбуждена, заселенность возбужденного состояния равна нулю, а чистота равна единице. И наоборот, когда населенность верхнего уровня квантовой точки равна половине, чистота приближается к 0,5, что означает максимальную запутанность между

точкой и полем. Теперь подробно рассмотрим два момента времени, вблизи которых наблюдается наиболее интересная динамика, характеризующаяся быстрым изменением перепутанности между подсистемами. Отмеченные моменты соответствуют времени 5 и 10 циклов Раби. На рис. 3.24 более детально показана динамика чистоты в окрестности момента времени $t = 5$ циклам Раби.

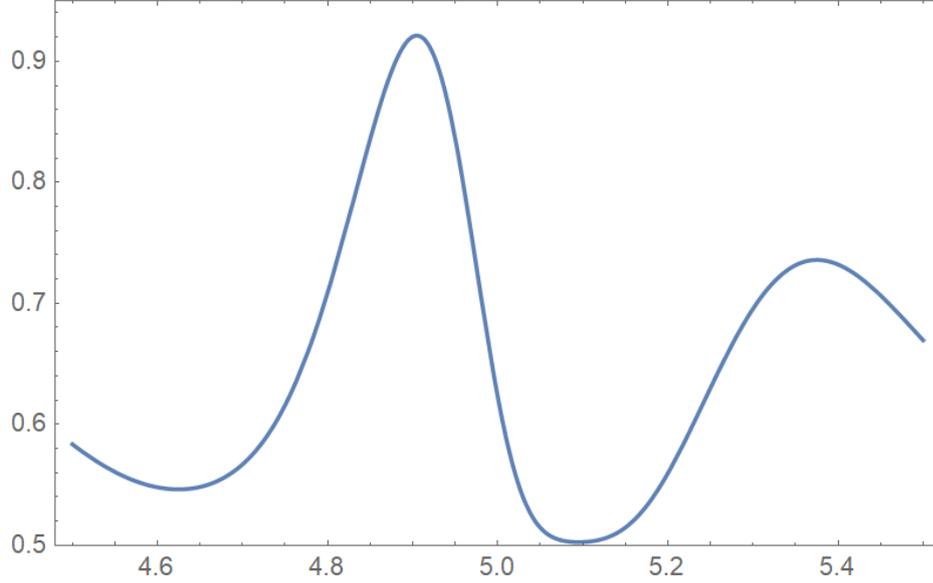


Рисунок 3.24 — Зависимость чистоты состояния квантовой точки от времени в режиме оптимальной расстройки вблизи момента времени, равного пяти циклам Раби при $g/\Omega = 0.2$ и оптимальной отстройке.

В момент 4,9 чистота становится больше 0,9, что означает почти полную факторизацию состояний электронной и фотонной подсистем. При этом суммарную волновую функцию можно представить в виде:

$$|\psi\rangle|_{t=4.9} \approx |g\rangle|\psi_f\rangle, \quad (3.115)$$

который можно обосновать тем, что вероятность возбуждения в этот момент становится близкой к нулю $P_e \approx 0$, что хорошо видно на рис. 3.22. Проанализируем состояние полевой подсистемы в рамках формализма функции Вигнера. С учетом необходимости усреднения по состояниям квантовой точки, возникают два полевых состояния, полученных при проекции на основное и возбужденное состояние квантовой точки соответственно: $|\psi_g\rangle = \langle g|\psi\rangle$ и $|\psi_e\rangle = \langle e|\psi\rangle$. Используя найденное решение в виде 3.80, имеем следующие редуцированные состояния:

$$|\psi_g\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} a_n |n\rangle, \quad |\psi_e\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} b_n |n\rangle. \quad (3.116)$$

Заметим, что в начальный момент времени электронная подсистема не возбуждена, а поле характеризуется суперпозицией только четных фоковских состояний. Поэтому в процессе динамики нечетные фоковские состояния заселяются только при условии возбуждения квантовой точки. Таким образом, полученные редуцированные два состояния характеризуются различной четностью входящих в них фоковских состояний. Функции Вигнера состояний этого поля рассчитывались с использованием «диагональной» и «недиагональной» функции Вигнера состояний Фока $W_{kl}(x,p)$ и следующего хорошо известного выражения для произвольного чистого состояния, выраженного как $|\psi_f\rangle = \sum_n C_n |n\rangle$ (см. [123]):

$$W(x,p) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} C_k^* C_l W_{kl}(x,p). \quad (3.117)$$

При этом функция Вигнера должна быть вычислена для каждого редуцированного полевого состояния в отдельности, а суммарный результат представляет собой их некогерентную сумму с вкладом, определяемым вероятностью заселения соответствующего состояния квантовой точки. Таким образом, необходимо вычислить W_g и W_e отдельно и использовать их сумму как полную функцию Вигнера, усредненную по квантовой точке $W = W_g + W_e$. На рис. 3.25 представлены функции Вигнера в разные моменты времени.

Из приведенных данных видно, что изначально сжатое вдоль x квадратуры состояние, существенно меняется в условиях нелинейности среды и взаимодействия с квантовой точкой. Как обсуждалось ранее при сопоставлении чистоты квантовой точки и ее населенности, интересная динамика имеет место вблизи пяти и десяти вакуумных циклов Раби. Из приведенного рисунка видно, что непосредственно перед пятью циклами в момент $t = 4,9$ образуется почти чистое негауссово состояние поля, характеризующееся спиралевидной функцией Вигнера. Это связано с тем, что в этот момент времени возбуждение квантовой точки оказывается достаточно малым, так что поле состояние характеризуется той же статистикой фотонов, что и в начальный момент времени, но эффекты фазовой самодуляции приводят к формированию негауссовского состояния с явно выраженной отрицательной функцией Вигнера. Таким образом, проявляется эффект воздействия нелинейности, подобный тому, что был обнаружен в предыдущем разделе.

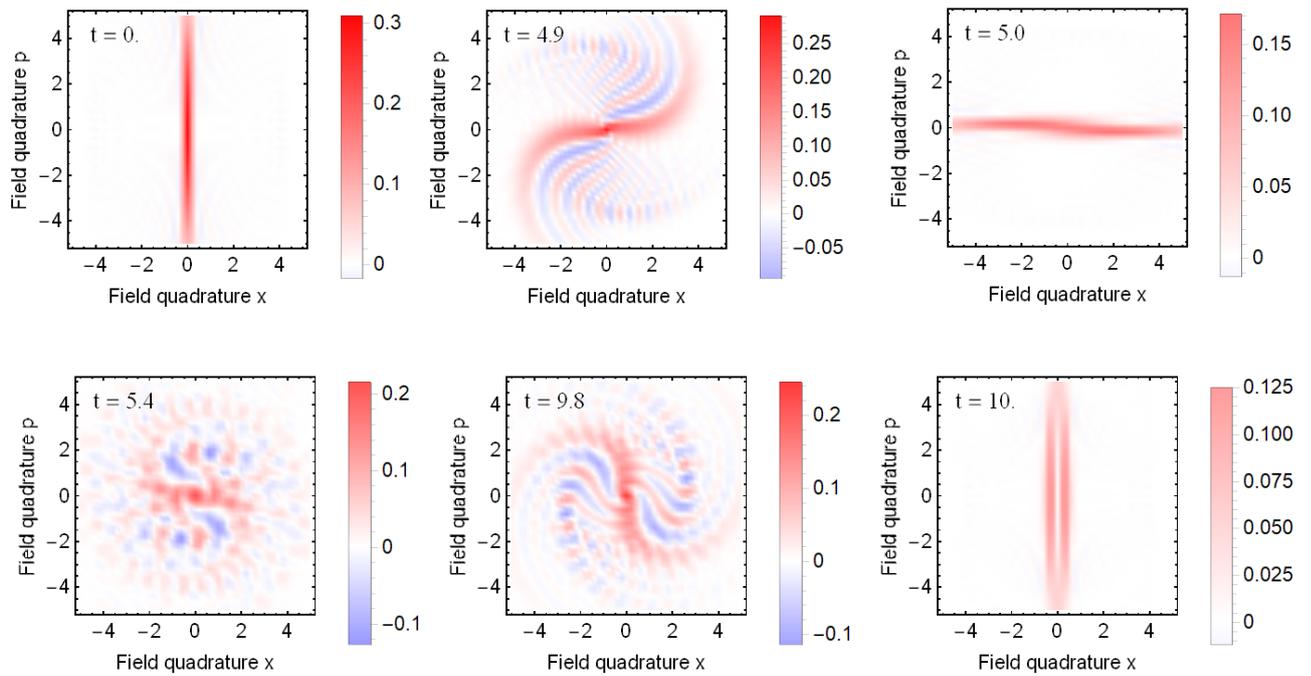


Рисунок 3.25 — Функции Вигнера для поля при взаимодействии с квантовой точкой в разные моменты времени, отмеченные в верхнем правом углу каждого графика.

В момент времени $t = 5$ формируется сжатое по импульсной квадратуре состояние, которое уже становится смешанным, но остается практически гауссовым. Затем в момент $t = 5,4$ опять формируется негауссово состояние с достаточно высокой чистотой, похожее на спиральное состояние, но с более хаотичной структурой. Когда время приближается к десяти циклам Раби непосредственно перед этим, в момент $t = 9,8$ чистота резко возрастает, и видно, опять же, спиралевидную структуру функции Вигнера. Наконец, в момент $t = 10$ на половине периода возрождения обнаруживается весьма необычная функция Вигнера, имеющая структуру раздвоенного сжатого вакуума. Для анализа этого состояния на рис. 3.26 приведены по отдельности функции Вигнера редуцируемых полевых состояний W_g и W_e для данного момента времени.

Можно заметить очень сильную отрицательность W_e в центральной части, которая компенсирует положительность W_g и дает нулевое значение в центре полной функции Вигнера. Было обнаружено, что состояние, которое описывается функцией Вигнера W_e , очень близко к сжатому однофотонному состоянию. Таким образом, в процессе взаимодействия возникают негауссовы состояния поля, характеризующиеся интересными и важными свойствами, что может быть использовано для разработки протоколов квантовых вычислений.

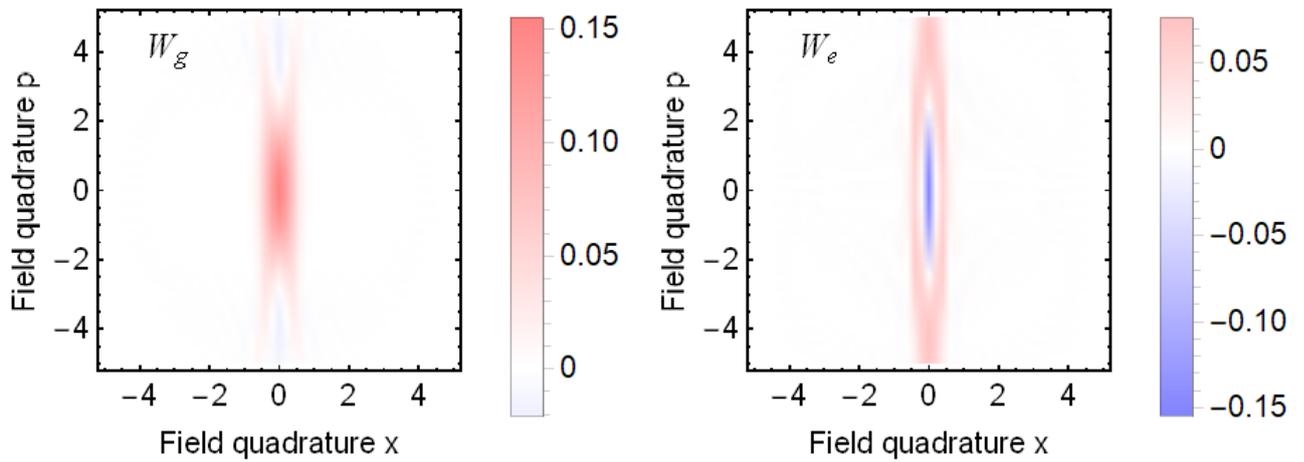


Рисунок 3.26 — Функции Вигнера редуцированного состояния поля, когда точка находится в основном и возбужденном состоянии в момент времени 10.

3.3.5 Выводы

В данном разделе была подробно исследована динамика взаимодействия квантовой точки с одномодовым квантовым полем в керровской нелинейной среде с учетом эффекта фазовой самомодуляции. Рассмотрено взаимодействие для двух различных начальных полевых состояний – когерентного и сжатого вакуума - и проведено сравнение особенностей динамики системы в двух случаях. Для обоих начальных состояний найден новый режим взаимодействия, который достигается оптимальной частотной отстройкой поля от резонансного перехода квантовой точкой. Обнаруженный новый режим характеризуется строго периодическими коллапсами и полными возрождениями возбуждений квантовой точки и перепутанности в системе, которые наблюдаются даже в случае воздействия сжатого вакуума и позволяют контролируемо управлять атомно-полевыми состояниями. Также продемонстрировано формирование негауссовых полевых состояний с новыми свойствами, обусловленное взаимным влиянием нелинейности и взаимодействия с квантовой точкой в условиях оптимальной отстройки, что открывает новые возможности для построения квантовых логических операций.

Глава 4. Динамика неклассических полей в нелинейной среде и их использование для проведения квантового невозмущающего измерения

Основные результаты данной главы представлены в статьях [A6; A8].

4.1 Генерация одномодового и двухмодового сжатого света в резонаторе с кубической нелинейностью

Недавно был разработан новый класс высокочастотных микрорезонаторов с модами шепчущей галереи (ММШГ), которые являются чрезвычайно многообещающими источниками неклассического света. В настоящее время наиболее известными устройствами, используемыми для этой цели, являются нелинейные кристаллы, в которых используются процессы спонтанного параметрического преобразования с понижением частоты или спонтанного четырехволнового смешения. Такие источники могут создавать излучение с уникальными свойствами для разных целей. Однако для создания излучения с очень высокой степенью двухмодового сжатия и высокой корреляцией между фотонами требуются длинные кристаллы или установки, состоящие из нескольких кристаллов [171], которые нельзя использовать в мелкомасштабных (например на чипе) устройствах. Для этих задач использование ММШГ является очень хорошим решением [172]. Они уже продемонстрировали хорошие перспективы для задач квантовой оптики [173]. Они позволяют добиться высокой эффективности неклассической генерации света и, кроме того, могут использоваться для хранения и обработки квантовой информации [174].

В данном разделе производится теоретический анализ динамики электромагнитных полей в микрорезонаторе, изготовленном из материала с нелинейностью третьего порядка $\chi^{(3)}$. Основное внимание уделяется генерации сжатых одномодовых и двухмодовых состояний. При этом расчет производится на основании предыдущих теоретических работ в этой области [113; 175] с учетом недавних экспериментальных достижений в создании высокочастотных ММШГ [176; 177]. В результате аналитически рассчитываются степень сжатия и

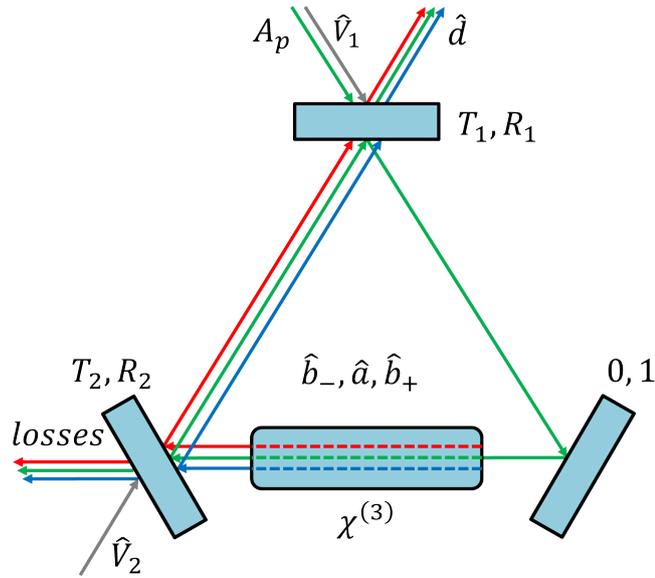


Рисунок 4.1 — Модель кольцевого микрорезонатора с тремя зеркалами: одним идеальным и двумя полупрозрачными с коэффициентами пропускания и отражения T_1, R_1 и T_2, R_2 . На верхнее зеркало приходит классическая накачка с соответствующим квантовым шумом, а на нижнем левом зеркале вакуумный шум для моделирования внутренних потерь. Внутри резонатор заполнен керровской средой с нелинейностью третьего порядка $\chi^{(3)}$.

чистота сжатого состояния, генерируемого в процессе спонтанного четырехволнового смешения в ММШГ с нелинейностью, и исследуется ее зависимость от потерь на связь с линией передачи, внутренних потерь в резонаторе и мощности оптической накачки.

4.1.1 Анализ сжатия

Рассмотрим модель резонатора МШГ в виде кольцевого резонатора, показанного на рис. 4.1.

На первый светоделитель (T_1, R_1) падает поле накачки и возбуждает внутри резонатора поле в центральной моде резонатора \hat{a} . Через него же происходит взаимодействие с выходным полем в моде $\hat{d} = \sqrt{T_1}\hat{a} - \sqrt{R_1}(A_p + \hat{V}_1)$. Аналогичные выражения можно записать для боковых мод резонатора $+$ и $-$: $\hat{d}_- = \sqrt{T_1}\hat{b}_- - \sqrt{R_1}\hat{V}_{1-}$ и $\hat{d}_+ = \sqrt{T_1}\hat{b}_+ - \sqrt{R_1}\hat{V}_{1+}$. Именно в этом внешнем неклассическом поле на выходе наблюдаются и анализируются с помощью гомодинного детектора одномодовое и двухмодовое сжатие. Внутренние моды

резонатора, в свою очередь, испытывают четырехволновое смешение, в результате чего энергия центральной моды \hat{a} перетекает в сателлиты \hat{b}_+ , \hat{b}_- , которые равномерно разнесены по частоте от центральной моды до области свободного спектрального диапазона. Потери в такой системе можно успешно моделировать с помощью другого светоделителя (T_2, R_2) , также вносящего примесь вакуумного шума \hat{V}_2 . Введенный таким образом вакуумный шум удовлетворяет следующим коммутационным соотношениям:

$$[\hat{V}_i(\omega), \hat{V}_j^\dagger(\omega')] = \delta_{ij}\delta(\omega - \omega'). \quad (4.1)$$

Составим уравнение эволюции оператора уничтожения для основной моды резонатора, которое соответствует взаимодействию этой моды с полем накачки $A_p e^{-i\omega_p t}$ через светоделитель, а также с двумя вакуумными модами \hat{V}_1 и \hat{V}_2 . Дополнительно учтем потери и добавим фазовую самомодуляцию за счет эффекта Керра. Уравнение Ланжевена для поля внутри резонатора с учетом накачки и потерь можно записать следующим образом (см. [175]):

$$\dot{\hat{a}} + (\kappa + i(\omega - \omega_p - g\hat{a}^\dagger\hat{a}))\hat{a} = \sqrt{2\kappa_1}(A_p + \hat{V}_1) + \sqrt{2\kappa_2}\hat{V}_2, \quad (4.2)$$

где $\kappa = \kappa_1 + \kappa_2$, а $\kappa_{1,2}$ связано с коэффициентом пропускания и отражения $T_{1,2} \approx 2\kappa_{1,2}$, $R_{1,2} \approx 1$. Для решения уравнения (4.2) используется преобразование Фурье и стандартная процедура линеаризации, после которой уравнение на \hat{a} связывается с уравнением на \hat{a}^\dagger . Это свидетельствует о возникновении в системе одномодового сжатия. Для анализа величины сжатия в выходном поле используем формализм спектральной плотности, который вместе с методами решения подобных уравнений подробно рассмотрен в обзоре [178]. Когда внутренние потери пренебрежимо малы по сравнению со связью $\kappa_2 \ll \kappa_1$, спектральная плотность моды d на частоте вблизи центральной моды может быть представлена как сумма вкладов от косинусной и синусной квадратур сжатого света:

$$S_0[\hat{d}^\varphi] = \frac{e^{2r}}{2}\cos^2(\varphi - \varphi_0) + \frac{e^{-2r}}{2}\sin^2(\varphi - \varphi_0), \quad (4.3)$$

где r определяет степень сжатия, а φ обозначает угол гомодинирования, отложенный от некоторого начального значения φ_0 . При $\varphi = \varphi_0 + \pi/2$ наблюдается максимальное сжатие $Sq = 1/(2\min_\varphi S_0[\hat{d}^\varphi])$, а при $\varphi = \varphi_0$ - максимальное антисжатие $ASq = 2\max_\varphi S_0[\hat{d}^\varphi]$ по сравнению со спектральной плотностью

вакуума. При этом отношение ASq/Sq остается равным единице, что соответствует чистому состоянию. При наличии значительных внутренних потерь ситуация меняется. Отношение ASq/Sq всегда больше единицы, и чистота этого состояния $P = ASq/Sq$ не будет достигать единицы ни при каких других параметрах.

Аналогичные уравнения для двух сателлитов \hat{b}_- и \hat{b}_+ резонатора выглядят следующим образом:

$$\dot{\hat{b}}_+ + (\kappa + i(\omega_+ - 2g\hat{a}^\dagger\hat{a}))\hat{b}_+ - ig\hat{a}^2\hat{b}_-^\dagger = \sqrt{2\kappa_1}\hat{V}_{1+} + \sqrt{2\kappa_2}\hat{V}_{2+}, \quad (4.4)$$

$$\dot{\hat{b}}_-^\dagger + (\kappa - i(\omega_- - 2ig\hat{a}^\dagger\hat{a}))\hat{b}_-^\dagger + ig(\hat{a}^\dagger)^2\hat{b}_+ = \sqrt{2\kappa_1}\hat{V}_{1-}^\dagger + \sqrt{2\kappa_2}\hat{V}_{2-}^\dagger. \quad (4.5)$$

В этих двух уравнениях ω_- и ω_+ — собственные частоты мод \hat{b}_- и \hat{b}_+ соответственно. Обратим внимание на связь этих уравнений через моду \hat{a} . Мода в методе линеаризации распадается на классическую и квантовую части $\hat{a} \rightarrow A + \hat{a}$, и в нулевом приближении в уравнении остается только классическая часть. В частотном представлении классическая часть центральной моды определяется нелинейным уравнением $A(\kappa + ig|A|^2) = \sqrt{2\kappa_1}A_p$, решение которого хорошо известно и определяет нелинейный резонанс. Решение похоже на одномодовый случай, однако вместо спектральной плотности мод по отдельности необходимо также анализировать корреляцию между ними. Для этого рассмотрим спектральную плотность суммы выходящих из резонатора полей $S^\varphi(\hat{d}_+ + \hat{d}_-)$.

Спектральная плотность для центральной выходной моды \hat{d} в зависимости от фазы φ гетеродина при гомодинном детектировании оказывается в точности равной спектральной плотности суммы сателлитных мод $\hat{d}_+ + \hat{d}_-$ т. е. $S[\hat{d}^\varphi] = S[\hat{d}_+^\varphi + \hat{d}_-^\varphi]$. Это отражает тот факт, что линеаризованное уравнение (4.2) для квантовой части \hat{a} и сопряженное уравнение для \hat{a}^\dagger имеют точно такой же вид и коэффициенты, что и линеаризованные уравнения (4.4,4.5). При наличии внутренних потерь выражение для спектральной плотности будет линейной комбинацией двух выражений аналогично случаю без потерь (4.3). Для

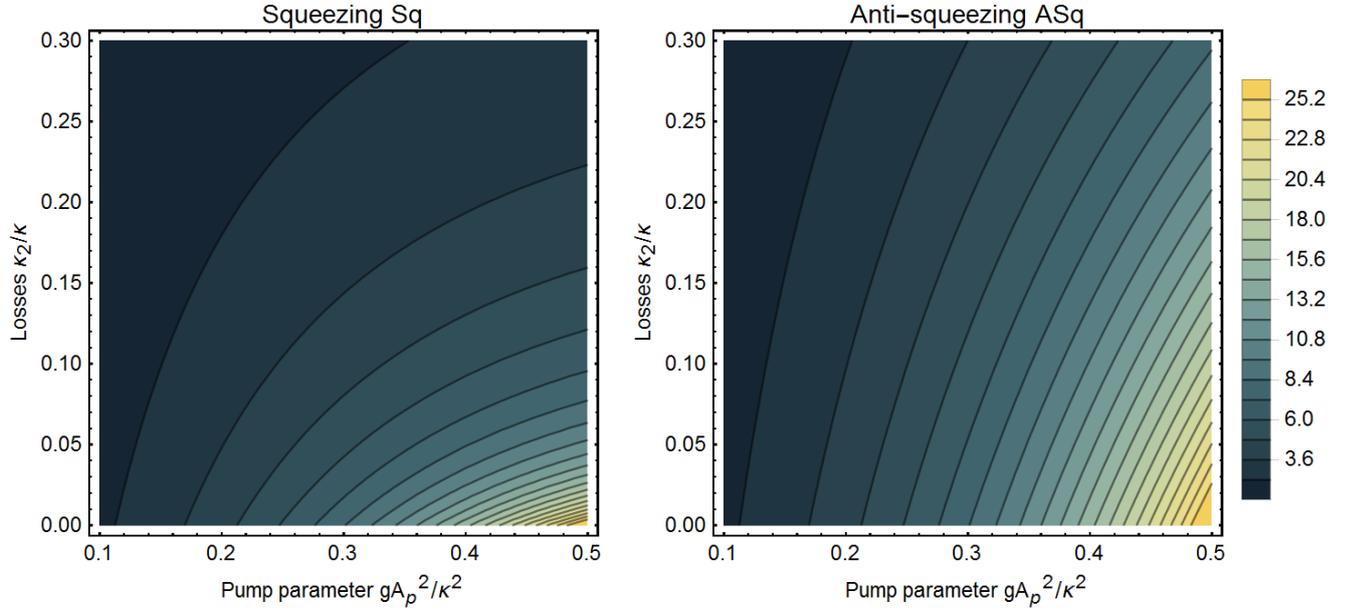


Рисунок 4.2 — Сжатие Sq и растяжение ASq результирующего одномодового или двухмодового света в зависимости от двух существенных параметров: потерь κ_2/κ и накачки gA_p^2/κ^2 .

простоты запишем формулу для отстройки $\xi = \omega - \omega_p - g|A|^2$ равной нулю:

$$\begin{aligned}
 S[\hat{d}^\varphi] &= \frac{(c_1 + c_2)^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_1) + \frac{(c_1 - c_2)^2}{2} \sin^2(\varphi - \varphi_1) + \\
 &+ \frac{(1 + \sqrt{\kappa_2/\kappa_1}(c_1 + c_2))^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_2) + \\
 &+ \frac{(1 + \sqrt{\kappa_2/\kappa_1}(c_1 - c_2))^2}{2} \sin^2(\varphi - \varphi_2). \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

Здесь c_1 , c_2 , φ_1 , φ_2 выражаются через параметры резонатора и накачки, и фактически после преобразований можно выделить зависимость только от двух существенных параметров: относительных потерь κ_2/κ (или связи κ_1/κ) и параметра накачки gA_p^2/κ^2 . В результате зависимость сжатия итогового состояния Sq и его растяжения ASq от этих параметров представлена на рис. 4.2.

Из рисунка видно, что при нулевых потерях степень сжатия и растяжения полностью совпадают, что говорит о чистоте возникающего квантового состояния. При увеличении потерь появляется существенное расхождение данных величин, что говорит о формировании смешанного сжатого состояния. В то же время видна монотонная зависимость обеих величин от параметра накачки: с увеличением мощности накачки увеличивается и сжатие поля Sq . Однако это не значит, что за счет увеличения мощности ситуация улучшается, так как чистота состояния также снижается.

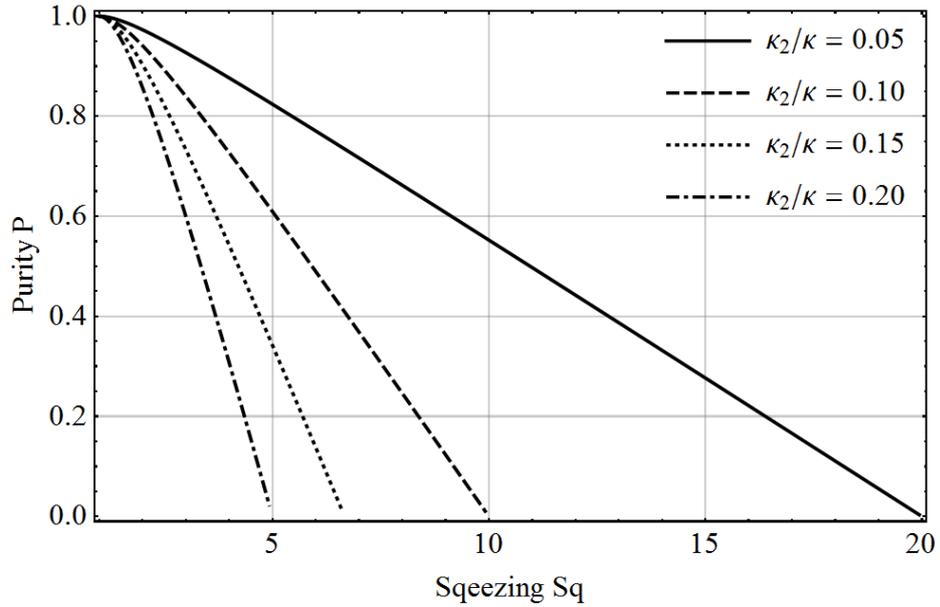


Рисунок 4.3 — Параметрическая зависимость чистоты P получаемого одно-модового или двухмодового света от его сжатия Sq .

Таким образом, от мощности накачки зависит как сжатие, так и чистота состояния. При фиксированных относительных внутренних потерях или при фиксированной нагрузке резонатора в эксперименте можно менять величину накачки. Зависимость чистоты P от сжатия Sq показана на рис. 4.3 для разных потерь κ_2/κ .

Примечательно, что эта зависимость оказывается практически линейной, и при желании увеличить величину двухмодового сжатия с неизбежностью придется пропорционально жертвовать чистотой состояния. Обратим внимание и на то, что при любых ненулевых потерях существует верхний предел допустимого сжатия света: для $\kappa_2/\kappa = 0.05$ эта граница составляет 20, для $\kappa_2/\kappa = 0.1$ это 10, для $\kappa_2/\kappa = 0.2$ это 5. Таким образом, можно сделать вывод, что максимально возможное сжатие, доступное в данной схеме, определяется как обратные потери $Sq_0 = \kappa/\kappa_2$. Таким образом, с линейной точностью приближенная формула зависимости P от Sq принимает следующий вид:

$$P \approx 1 - \frac{\kappa_2}{\kappa} Sq. \quad (4.7)$$

Таким образом, получается очевидный теперь факт: для генерации одновременно высокого Sq и высокого P необходимо работать с очень малыми относительными внутренними потерями или сильно перегружать резонатор. В этом случае необходимо использовать в эксперименте кольцевые микрорезонаторы с максимальной собственной добротностью, или Q_2 , и иметь возможность

создавать сильную перегрузку за счет высокой связи накачки с микрорезонатором. Чтобы лучше понять, что такое κ_2/κ с экспериментальной точки зрения, посмотрим на измеряемый спектр поглощения резонатора. Спектр содержит линии поглощения, характеризующиеся глубиной K и полной шириной κ . Используя эти параметры, можно легко найти степень потерь, используя систему уравнений с нагруженной добротностью:

$$K = \frac{4Q\Gamma^2}{Q_1 + Q_2}, \quad (4.8)$$

$$1/Q = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} = \frac{2\kappa_1}{\omega} + \frac{2\kappa_2}{\omega}, \quad (4.9)$$

где $\Gamma = 1$ для одномодового резонатора. Решая эту систему относительно γ_2/γ , находим, что степень потерь не зависит ни от нагруженной добротности резонатора, ни от ширины линии, а зависит только от глубины линии K , и в перегруженном режиме определяется как $\kappa_2/\kappa \approx K/4$.

4.1.2 Выводы

В настоящем разделе был проведен теоретический анализ для описания корреляционных свойств генерируемого в микрорезонаторе с Керровской нелинейностью неклассического света. Найдены аналитические выражения для спектральных плотностей шумов в моде на частоте накачки и двух сателлитных модах. Эти выражения позволили проанализировать корреляцию между этими шумами с точки зрения квадратурного сжатия и растяжения. Обнаружено, что одномодовое сжатие в центральной моде равно двухмодовому сжатию сателлитов. На примере зависимости от потерь в системе и параметра накачки продемонстрирована существенная разница между сжатием и растяжением квадратур. Согласно расчетам, чистота состояния падает в зависимости от генерируемого сжатия примерно линейно, а потери выступают в роли коэффициента наклона линейной зависимости. Для достижения наилучших корреляционных свойств необходимо работать в режиме, когда отношение нагруженной добротности резонатора к собственной добротности близко к нулю, что может быть достигнуто только при очень больших значениях собственной добротности резонатора и способности сильно его перегружать. Для

экспериментального понимания ограничений на максимально доступное сжатие получено выражение, связывающее коэффициент потерь с глубиной линии поглощения микрорезонатора МШГ.

Стоит отметить, что анализ, описанный в данном разделе опирается исключительно на метод линеаризации уравнений. Однако одномодовое сжатие за рамками линеаризации было рассмотрено в предыдущей главы в случае эффекта фазовой самомодуляции. Было показано, что такая характеристика как «сжатие» не полностью описывает нелинейные системы, а изгибания возникают на больших значениях сжатий и их анализ представляет собой отдельную сложную задачу. Фактически в экспериментальных условиях получить нелинейные эффекты достаточно сложно и линеаризованные модели для оптических схем дают правдоподобные оценки.

Исследование двухмодовых состояний в данном разделе наталкивает на использование перепутывания данного вида для квантовых измерений. Данная идея не является новой и уже была проанализирована ранее. В следующем разделе будет произведен расчет схемы оптических квантовых невозмущающих измерений числа оптических квантов и произведены оценки его реалистичности в современных резонаторах.

4.2 Квантовые неразрушающие измерения числа фотонов в кристаллических микрорезонаторах

4.2.1 Критерий квантового измерения

Согласно постулату редукции фон Неймана [179], любое идеальное (то есть точное и свободное от технических несовершенств) квантовое измерение оставляет объект в собственном состоянии измеряемой наблюдаемой, соответствующем собственному значению, полученному в результате измерения. Если до измерения объект уже находился в таком собственном состоянии, то после измерения это состояние остается неизменным. Большинство реальных измерительных устройств не подчиняются этому правилу и искажают измеряемую наблюдаемую величину.

В качестве примера рассмотрим задачу невозмущающего детектирования числа фотонов в моде оптического резонатора без потерь. Стандартный инструмент для измерения количества фотонов, фотодетектор, поглощает все подсчитанные фотоны, оставляя в результате поле оптического резонатора в основном состоянии. Выход фазосохраняющего линейного усилителя [180], который также можно использовать для подсчета фотонов, зависит от двух некоммутирующих квадратур входной моды и из-за соотношения неопределенностей Гейзенберга возмущает их. Он не может измерить количество квантов n в этом режиме с точностью лучше, чем стандартный квантовый предел (СКП).

$$\Delta n_{SQL} = \sqrt{\bar{n}}, \quad (4.10)$$

где \bar{n} обозначает среднее число квантов в данном поле. По тем же причинам он возмущает n как минимум на ту же величину. Поэтому получение чувствительности лучше предела (4.10) при возмущении числа фотонов также ниже этого предела можно считать минимальным требованием для «истинно квантового» измерения.

Достаточное условие реализации идеального измерения фон Неймана было явно сформулировано Дэвидом Бомом [181]. Он показал, что на собственные состояния измеряемой наблюдаемой \hat{q} измерение не влияет, если эта наблюдаемая коммутирует с гамильтонианом \hat{H} комбинированной системы:

$$[\hat{q}, \hat{H}] = 0, \quad (4.11)$$

где

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_A + \hat{H}_I, \quad (4.12)$$

\hat{H}_S , \hat{H}_A — соответственно гамильтонианы объекта и измерителя, а \hat{H}_I — гамильтониан взаимодействия (предполагалось в [181], что при измерении $\hat{H}_{S,A} \rightarrow 0$, но это предположение не влияет на основной вывод). Термин квантовое неразрушающее измерение (КНИ, QND) был предложен для этого класса квантовых измерений в конце 70-х [182; 183] и с тех пор стал общепринятым.

Число квантов в электромагнитной моде линейного резонатора является интегралом движения, коммутирующим с гамильтонианом измеряемой моды $[\hat{n}, \hat{H}_S] = 0$, то есть КНИ наблюдаемой. В этом случае условие (4.11) можно упростить до коммутирования с гамильтонианом взаимодействия:

$$[\hat{n}, \hat{H}_I] = 0. \quad (4.13)$$

Другими словами, связь измеряемой моды с измерителем в случае с измерением числа квантов должна быть нелинейной относительно обобщенной координаты моды, представленной напряженностью поля.

4.2.2 Упрощенный анализ

Для анализа схемы квантового невозмущающего измерения начнем с простого интуитивного и полуклассического подхода. Рассмотрим классические уравнения движения, предполагая, что начальные значения задействованных наблюдаемых имеют квантовые неопределенности. Правомерность подхода будет обоснована в далее. В рамках этого подхода рассматривается эволюция фаз φ_p , φ_s пробной (p) и сигнальной (s) волн, распространяющихся в нелинейных средах с кубической (керровской) нелинейностью в системе вращающихся волн. описывается следующими уравнениями:

$$\varphi_p(t) = \varphi_p + \Gamma_S n_p + \Gamma_X n_s, \quad (4.14)$$

$$\varphi_s(t) = \varphi_s + \Gamma_S n_s + \Gamma_X n_p, \quad (4.15)$$

где $n_{p,s}$ — числа фотонов в этих модах, сохраняющиеся при взаимодействии, $\varphi_{p,s}$ — начальные значения фаз,

$$\Gamma_{S,X} = \gamma_{s,x} \tau, \quad (4.16)$$

γ_s, γ_x — коэффициенты нелинейности фазовой самомодуляции и фазовой кросс-модуляции, τ — эффективная продолжительность взаимодействия. Последние два слагаемых в формулах (4.14) и (4.15), пропорциональные Γ_X , описывают, соответственно, фазовый сдвиг в пробной и сигнальной моде за счет кроссфазового воздействия и приводят к возмущению фазы сигнала:

$$\Delta\varphi_{s\text{ pert}} = \Gamma_X \Delta n_p, \quad (4.17)$$

где Δn_p — начальная неопределенность n_p .

Предположим, что выходная фаза пробной моды $\varphi_p(t)$ измеряется фазочувствительным детектором. При этом в погрешность измерения вносят вклад начальные неопределенности как фазы, так и числа квантов пробной моды.

Число сигнальных фотонов n_s можно оценить с неопределенностью

$$\Delta n_{s\,meas} = \frac{1}{\Gamma_X} \sqrt{(\Delta \varphi_p)^2 + \Gamma_S^2 (\Delta n_p)^2} \geq \frac{\Gamma_S}{\Gamma_X} \Delta n_p. \quad (4.18)$$

Поскольку обычно $\Gamma_X \sim \Gamma_S$, находим, что

$$\Delta n_{s\,meas} \gtrsim \Delta n_p. \quad (4.19)$$

Для когерентного начального квантового состояния пробной моды

$$\Delta \varphi_p = \frac{1}{2\sqrt{\bar{n}_p}}, \quad \Delta n_p = \sqrt{\bar{n}_p}, \quad (4.20)$$

где \bar{n}_p — математическое ожидание пробных квантов, уравнение (4.18) дает

$$\Delta n_{s\,meas} = \frac{1}{\Gamma_X} \sqrt{\frac{1}{4\bar{n}_p} + \Gamma_S^2 \bar{n}_p} > \frac{\Gamma_S}{\Gamma_X} \sqrt{\bar{n}_p}. \quad (4.21)$$

Как следует из этого неравенства, для преодоления СКП (см. уравнение (4.10)) необходимо наличие $\bar{n}_s \gtrsim \bar{n}_p$, что делает высокоточные КНИ малого количества квантов невозможным.

Рассмотрим теперь измерение линейной комбинации фазы пробного поля и числа фотонов (см. [117])

$$\varphi_p(t) - \Gamma_S n_p(t) = \varphi_p + \Gamma_X n_s. \quad (4.22)$$

В этом случае на чувствительность влияет только начальная неопределенность фазы пробы:

$$\Delta n_{s\,meas} = \frac{\Delta \varphi_p}{\Gamma_X}, \quad (4.23)$$

которая может быть сколь угодно малой при достаточно большом факторе нелинейности Γ_X и количестве пробных фотонов.

Из уравнений (4.17, 4.23) также следует, что

$$\Delta n_{s\,meas} \Delta \varphi_{s\,pert} = \Delta \varphi_p \Delta n_p \geq \frac{1}{2}, \quad (4.24)$$

то есть соотношение неопределенностей для числа квантов и фазы пробной моды напрямую переводится в соотношение неопределенностей для $\Delta n_{s\,meas}$ и $\Delta \varphi_{s\,pert}$. Общая форма соотношений неопределенности количества квантов/фазы гораздо сложнее, см. [184]. Упрощенная форма соотношения неопределенностей (4.24) имеет хорошую точность для «практических» квантовых состояний с $\Delta \varphi \ll 1$, рассматриваемых здесь.

В случае когерентного квантового состояния пробной моды (4.20),

$$\Delta n_{s\text{ meas}} = \frac{1}{2\Gamma_X \sqrt{\bar{n}_p}}, \quad (4.25a)$$

$$\Delta \varphi_{s\text{ pert}} = \Gamma_X \sqrt{\bar{n}_p}. \quad (4.25b)$$

Наконец, необходимое условие успешного измерения суб-КНИ может быть представлено как $\Delta n_{s\text{ meas}} < \sqrt{\bar{n}_s}$. С учетом уравнения (4.25a) это соответствует следующему неравенству:

$$2\Gamma_X \sqrt{\bar{n}_p} \sqrt{\bar{n}_s} > 1. \quad (4.26)$$

4.2.3 Погрешность измерения

Используя приближение вращающейся волны, гамильтониан двухмодовой системы, рассмотренной в предыдущем разделе, можно представить следующим образом:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar\gamma_S}{2} \sum_{x=s,p} \hat{n}_x(\hat{n}_x - 1) - \hbar\gamma_X \hat{n}_p \hat{n}_s, \quad (4.27)$$

где

$$\hat{n}_{s,p} = \hat{a}_{s,p}^\dagger \hat{a}_{s,p} \quad (4.28)$$

– операторы числа квантов в сигнальной и пробной модах, а $\hat{a}_{s,p}$, $\hat{a}_{s,p}^\dagger$ – их операторы уничтожения и рождения соответственно.

Из этого гамильтониана видно, что числа квантов в обеих модах в картине Гейзенберга являются интегралами движения системы:

$$\hat{n}_{s,p}(t) = \hat{n}_{s,p} \quad (4.29)$$

Соответствующие уравнения движения Гейзенберга для операторов уничтожения имеют вид

$$d\hat{a}_p(t)/dt = i[\gamma_S \hat{n}_p(t) + \gamma_X \hat{n}_s(t)]\hat{a}_p(t), \quad (4.30)$$

$$d\hat{a}_s(t)/dt = i[\gamma_S \hat{n}_s(t) + \gamma_X \hat{n}_p(t)]\hat{a}_s(t). \quad (4.31)$$

Благодаря закону сохранения числа фотонов (4.29) можно легко найти замкнутую форму решения системы уравнений:

$$\hat{a}_p(t) = e^{i(\Gamma_S \hat{n}_p + \Gamma_X \hat{n}_s)} \hat{a}_p, \quad (4.32)$$

$$\hat{a}_s(t) = e^{i(\Gamma_S \hat{n}_s + \Gamma_X \hat{n}_p)} \hat{a}_s. \quad (4.33)$$

Рассмотрим теперь гомодинное измерение квадратуры \hat{X}_ζ пробной моды, определяемой гомодинным углом ζ :

$$\hat{X}_\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{a}_p(t) e^{i\zeta} + h.c.] = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i(\Gamma_S \hat{n}_p + \Gamma_X \hat{n}_s + \zeta)} \hat{a}_p + h.c.], \quad (4.34)$$

где «*h.c.*» означает «эрмитово сопряжение». Погрешность измерения количества квантов в сигнальном поле можно рассчитать по стандартной формуле распространения ошибки:

$$(\Delta n_s)^2 = \frac{(\Delta X_\zeta)^2}{G^2}, \quad (4.35)$$

где

$$G = \partial \langle \hat{X}_\zeta \rangle / \partial n_s \quad (4.36)$$

передаточная функция,

$$(\Delta X_\zeta)^2 = \langle \hat{X}_\zeta^2 \rangle - \langle \hat{X}_\zeta \rangle^2, \quad (4.37)$$

а импульсы $\langle \hat{X}_\zeta \rangle$, $\langle \hat{X}_\zeta^2 \rangle$ вычисляются для заданного значения n_s , то есть для фоковского состояния $|n_s\rangle$ сигнальной моды.

Если состояние пробной моды подготовлено в когерентном состоянии $|\alpha\rangle_p$, среднее значение амплитуды пробной моды может быть выбрано вещественным числом.

$$\alpha = \sqrt{\bar{n}_p}. \quad (4.38)$$

В случае слабой нелинейности и сильного пробного поля решение можно упростить. Предположим, что

$$|\Gamma_S| \rightarrow 0, \quad \bar{n}_p \rightarrow \infty, \quad \text{но } \Gamma_S \bar{n}_p \text{ остается конечной.} \quad (4.39)$$

Это приближение хорошо выполняется для резонаторов с модами шепчущей галереи (МШГ) (см. раздел 4.2.5). В этом случае

$$(\Delta X)^2 = \frac{1}{2} - \Gamma_S \bar{n}_p \sin 2\varphi + 2\Gamma_S^2 \bar{n}_p^2 \sin^2 \varphi, \quad (4.40)$$

$$G = -\sqrt{2}\alpha \Gamma_X \sin \varphi, \quad (4.41)$$

где

$$\varphi = \Gamma_S \bar{n}_p + \Gamma_X n_s + \zeta. \quad (4.42)$$

Эти уравнения соответствуют идеально точному измерению \hat{X}_ζ . Потери в измерительном канале можно учесть, введя его единую квантовую эффективность η (включающую, в частности, конечную квантовую эффективность гомодинного детектора) в виде

$$(\Delta X)_\eta^2 = \eta(\Delta X)^2 + \frac{1-\eta}{2}, \quad (4.43)$$

$$G_\eta = \sqrt{\eta}G, \quad (4.44)$$

в результате чего получается выражение для погрешности измерения числа квантов в сигнальном поле:

$$(\Delta n_s)^2 = \frac{(\Delta X_\zeta)_\eta^2}{G_\eta^2} = \frac{1}{\Gamma_X^2} \left[\frac{1 + (\text{ctg } \varphi - 2\eta\Gamma_S \bar{n}_p)^2}{4\eta\bar{n}_p} + (1-\eta)\Gamma_S^2 \bar{n}_p \right]. \quad (4.45)$$

Следуя рассуждениям раздела 4.2.2, предполагается, что $\text{ctg } \varphi = 0$, что соответствует максимуму передаточной функции, а также измерению фазовой квадратуры пробного поля на выходе. Следуя по этому пути, можно прийти к следующему выражению

$$(\Delta n_s)^2 = \frac{1}{\Gamma_X^2} \left(\frac{1}{4\eta\bar{n}_p} + \Gamma_S^2 \bar{n}_p \right). \quad (4.46)$$

В идеальном случае $\eta = 1$ это уравнение сводится к уравнениям (4.21). Минимум погрешности измерения можно достичь за счет оптимизации процедуры детектирования, описанной в (4.45)

$$(\Delta n_{s,min})^2 = \frac{1}{\Gamma_X^2} \left[\frac{1}{4\eta\bar{n}_p} + (1-\eta)\Gamma_S^2 \bar{n}_p \right], \quad (4.47)$$

достигается при оптимальном угле φ , определяемом выражением

$$\text{ctg } \varphi = 2\eta\Gamma_S \bar{n}_p. \quad (4.48)$$

В идеальном случае $\eta = 1$ дополнительный член в $(\Delta n_s)^2$ исчезает, что дает уравнение (4.25a). Наши рассуждения содержат «порочный круг»: значение ζ , определяемое уравнением (4.48), зависит от измеренного значения n_s , которое до измерения было неизвестно. Поэтому рассмотрим важный с практической точки зрения случай

$$|n_s - \bar{n}_s| \ll \bar{n}_s. \quad (4.49)$$

Он включает в себя когерентное априорно заданное квантовое состояние сигнальной моды. Условие «априорно» означает, что математическое ожидание \bar{n}_s известно по определению. В этом случае уравнение (4.48) можно заменить следующим условием:

$$\operatorname{ctg} \bar{\varphi} = 2\eta\Gamma_S\bar{n}_p, \quad (4.50)$$

где

$$\bar{\varphi} = \Gamma_S\bar{n}_p + \Gamma_X\bar{n}_s + \zeta. \quad (4.51)$$

Можно показать, что при разумных предположениях условие (4.50) приводит лишь к незначительной корректировке уравнения (4.47).

Из формулы (4.47) следует, что оптимальное число квантов пробной моды, равное

$$\bar{n}_p^{opt} = \frac{1}{2\Gamma_S\sqrt{\eta(1-\eta)}}, \quad (4.52)$$

существует, что дает следующую минимизированную погрешность измерения:

$$(\Delta n_{s,min}^{opt})^2 = \frac{\Gamma_S}{\Gamma_X^2} \sqrt{\frac{1-\eta}{\eta}}. \quad (4.53)$$

Чтобы проверить результаты, представленные выше, можно рассмотреть открытую систему, используя подход Ланжевена. Однако результат, полученный обоими методами, приводит к одинаковому результату: КНИ числа фотонов вполне осуществима, если совокупные потери в измерительной системе достаточно малы.

4.2.4 Апостериорное состояние сигнальной моды

Дополнительно рассмотрим как именно происходит редукция состояния сигнальной моды в следствие измерения. Рассмотрим волновую функцию конечного квантового состояния двухмодовой системы и для простоты предположим, что $\eta = 1$. Используя гамильтониан (4.27), находим для конечного состояния

$$|\Psi\rangle = \hat{U} |\alpha\rangle_p \otimes |\psi\rangle_s, \quad (4.54)$$

где

$$\hat{U} = \exp \frac{\hat{H}t}{i\hbar} = \exp \left[\frac{i\Gamma_S}{2} \sum_{x=p,s} \hat{n}_x (\hat{n}_x - 1) + i\Gamma_X \hat{n}_p \hat{n}_s \right] \quad (4.55)$$

является оператором эволюции.

Измерение квадратуры пробной моды \hat{X}_ζ переводит сигнальную моду в следующее квантовое состояние

$$|\psi(X)\rangle = \frac{\hat{\Omega}(X) |\psi\rangle_s}{\sqrt{W(X)}}, \quad (4.56)$$

где X — результат измерения,

$$\hat{\Omega}(X) = {}_p \langle X, \zeta | \hat{U} | \alpha \rangle_p = \sum_{n_s=0}^{\infty} e^{i\Gamma_S n(n-1)/2} \Omega(X, n_s) |n_s\rangle_s {}_s \langle n_s | \quad (4.57)$$

— оператор редукции (Крауса), $|X, \zeta\rangle_p$ — собственное состояние оператора \hat{X}_ζ с собственным значением X ,

$$W(X) = {}_s \langle \psi | \hat{\Pi}(X) | \psi \rangle_s \quad (4.58)$$

есть априорное распределение вероятности X ,

$$\hat{\Pi}(X) = \hat{\Omega}^\dagger(X) \hat{\Omega}(X) = \sum_{n_s=0}^{\infty} |\Omega(X, n_s)|^2 |n_s\rangle_s {}_s \langle n_s | \quad (4.59)$$

- положительная операторнозначная мера [185] для этого измерения, и

$$\Omega(X, n_s) = {}_p \langle X, \zeta | \exp \left[\frac{i\Gamma_S}{2} \hat{n}_p (\hat{n}_p - 1) + i\Gamma_X n_s \hat{n}_p \right] | \alpha \rangle_p. \quad (4.60)$$

Явный вид оператора редукции $\hat{\Omega}(X)$ для асимптотического случая (4.39) может быть получен следующим образом. Убирая из рассмотрения постоянные фазовые сдвиги в $|X, \zeta\rangle$, ядро (4.60) можно представить следующим образом:

$$\Omega(X, n) = {}_p \langle X, \varphi | \exp \left\{ \frac{i\Gamma_S}{2} [\hat{n}_p (\hat{n}_p - 1) - 2\alpha^2 \hat{n}_p] \right\} | \alpha \rangle, \quad (4.61)$$

где

$$|X, \varphi\rangle_p = e^{-i(\Gamma_S \alpha^2 + \Gamma_X n) \hat{n}_p} |X, \zeta\rangle_p \quad (4.62)$$

и φ задается уравнением (4.42). Затем перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \Omega(X, n) = & {}_p \langle X, \varphi | \hat{\mathcal{D}}(\alpha) \\ & \times \exp \left\{ \frac{i\Gamma_S}{2} [(\hat{a}_p^\dagger + \alpha)^2 (\hat{a}_p + \alpha)^2 - 2\alpha^2 (\hat{a}_p^\dagger + \alpha) (\hat{a}_p + \alpha)] \right\} \\ & \times \hat{\mathcal{D}}^\dagger(\alpha) | \alpha \rangle_p, \quad (4.63) \end{aligned}$$

где $\hat{\mathcal{D}}$ — унитарный оператор смещения, определяемый формулой

$$\hat{\mathcal{D}}^\dagger(\alpha)\hat{a}_p\hat{\mathcal{D}}(\alpha) = \hat{a}_p + \alpha. \quad (4.64)$$

В приближении (4.39), опуская нефизический множитель $e^{-i\Gamma_S\alpha^4/2}$, получаем:

$$\begin{aligned} \Omega(X_\zeta, n) &\approx {}_p \langle X, \varphi | \mathcal{D}(\alpha) \exp \left[\frac{i\Gamma_S\alpha^2}{2} (\hat{a}_p + \hat{a}_p^\dagger)^2 \right] \mathcal{D}^\dagger(\alpha) | \alpha \rangle_p \\ &= {}_p \langle X, \varphi | e^{i\Gamma_S\alpha^2(\hat{X} - \alpha\sqrt{2})^2} | \alpha \rangle_p. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Ядро $\Omega(X_\zeta, n)$ можно вычислить явно, используя координатное представление

$$\begin{aligned} \Omega(X_\zeta, n) &= \int_{-\infty}^{\infty} {}_p \langle X, \varphi | X \rangle_p e^{i\Gamma_S\alpha^2(X - \alpha\sqrt{2})^2} {}_p \langle X | \alpha \rangle_p dX \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi^{1/2}(\kappa + i \operatorname{ctg} \varphi) |\sin \varphi|}} \exp \left[\frac{1}{\kappa + i \operatorname{ctg} \varphi} \right. \\ &\quad \left. \times \left(-\frac{1 + i\kappa \operatorname{ctg} \varphi}{2} X_\varphi^2 + \frac{\sqrt{2}i\alpha\kappa}{\sin \varphi} X_\varphi - i\alpha^2\kappa \operatorname{ctg} \varphi \right) \right], \end{aligned} \quad (4.66)$$

где

$$\kappa = 1 - 2i\Gamma_S\alpha^2, \quad (4.67)$$

смотри [61] (раздел 4.4.2.). Из этого результата следует, что условное распределение вероятностей X для заданного числа квантов в сигнальной моде n равно

$$|\Omega(X, n)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\Delta X)^2}} \exp \left[-\frac{(X - \sqrt{2}\alpha \cos \varphi)^2}{2(\Delta X)^2} \right], \quad (4.68)$$

и значения $(\Delta X)^2$ и φ задаются уравнениями (4.40, 4.42).

Тогда апостериорное распределение вероятностей для n_s , зависящее от измеренного значения X , может быть получено из уравнения (4.68) с использованием теоремы Байеса:

$$W_{apost}(n_s|X) = \frac{1}{\mathcal{W}(X)} |\Omega(X, n_s)|^2 W_{apr}(n_s), \quad (4.69)$$

где W_{apr} — априорное распределение вероятностей,

$$\mathcal{W}(X) = \sum_{n=0_s}^{\infty} |\Omega(X, n)|^2 W_{apr}(n_s) \quad (4.70)$$

— нормировочный коэффициент, равный безусловному распределению вероятностей для X .

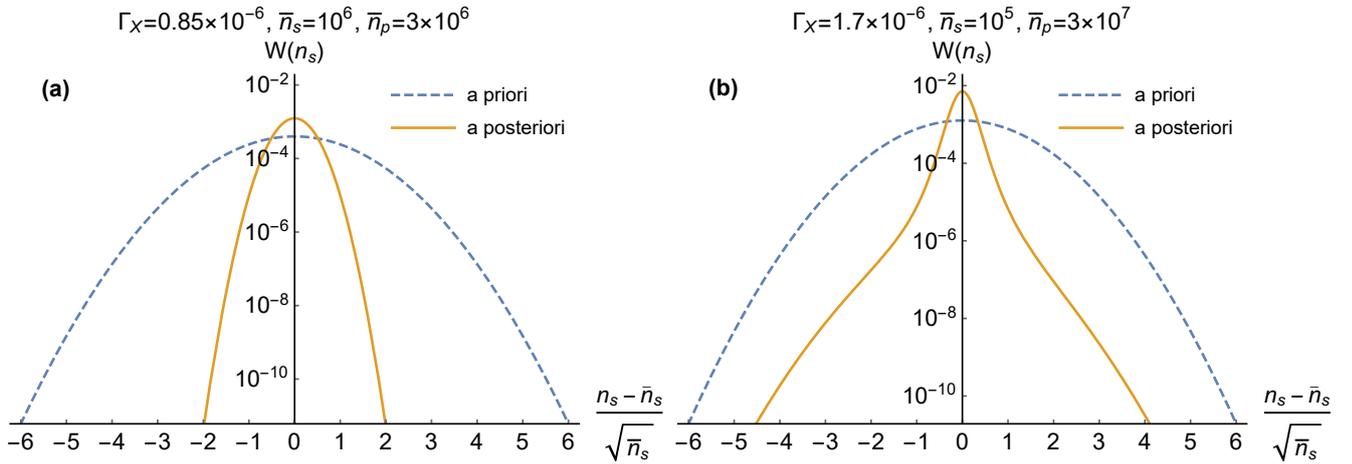


Рисунок 4.4 — Априорное (4.71) и апостериорное (4.69) распределения вероятностей числа квантов в сигнальной моде. (а) параметры, обсуждавшиеся в разд. 4.2.5. (б) Слегка повышенные значения Γ_X , \bar{n}_p , дающие негауссову форму апостериорного распределения. В обоих случаях начальное квантовое состояние сигнальной моды предполагается когерентным.

Интересно отметить, что функция (4.68) является гауссовой для распределения по X , но негауссовой для n_s из-за зависимости φ от n_s , см. уравнение (4.51). Следовательно, распределение вероятностей (4.69) также не является гауссовым.

На рис. 4.4 показано распределение вероятностей в зависимости от n_s . Этот график был построен с использованием распределения (4.69) и при условии (4.50). Начальное распределение вероятностей, которое предполагается пуассоновским (соответствующим когерентному начальному состоянию моды сигнала):

$$W_{apr}(n) = \frac{e^{-\bar{n}_s} \bar{n}_s^n}{n!} \quad (4.71)$$

также показан для сравнения. График (а) иллюстрирует результат измерения КНИ с параметрами, близкими к реалистичным экспериментальным значениям, обсуждаемым в разд. 4.2.5. Хорошо видно, что получаемое после КНИ распределение оказывается примерно втрое уже, давая преодоление СКП. На графике (б) используются более высокие значения Γ_X , \bar{n}_p , которые дают негауссову форму апостериорного распределения. В этом случае распределение также оказывается более узкое, однако имеет достаточно широкие неэкспоненциальные крылья, которые обладают небольшой асимметрией. Именно это говорит о формировании негауссового распределения.

4.2.5 Оценки параметров

Оценим эффективность и требования для проведения КНИ, выполняемых с высокодобротными МШГ резонаторами. Коэффициенты Γ_X , Γ_S (см. формулу (4.16)) для эффектов ХРМ и SPM, основанные на оптической нелинейности материала, можно оценить как

$$\Gamma_X = 2\Gamma_S = 2Q_{load} \frac{n_2 \hbar \omega_0 c}{n_0 V_{eff}}. \quad (4.72)$$

где c — скорость света, ω_0 — оптическая частота, n_0 — показатель преломления материала, n_2 — кубический коэффициент нелинейности, V_{eff} — эффективная объем моды резонатора, а $Q_{load} = \omega_0 \tau$ — нагруженная добротность. Один из множителей, составляющих единую квантовую эффективность η , равен

$$\eta_{load} = 1 - \frac{Q_{load}}{Q_{intr}}. \quad (4.73)$$

где Q_{intr} — собственная внутренняя добротность резонатора. Следовательно, для того, чтобы получить погрешность измерения ниже СКП со значительным отрывом, Q_{load} должна быть меньше, чем Q_{intr} на 1-2 порядка.

В качестве основного материала резонатора выбирается CaF_2 , в котором на сегодняшний день достигнута самая высокая добротность $Q_{intr} = 3 \times 10^{11}$ [114]. Предполагается, что (вакуумные) длины волн близкими к $\lambda = 2\pi c/\omega_0 = 1,55$ мкм как для сигнальной, так и для пробной мод. На этой длине волны CaF_2 характеризуется показателем преломления $n_0 = 1,44$ и коэффициентом нелинейности $n_2 = 3,2 \times 10^{-20}$ м²/Вт. Предполагается также, что резонатор имеет диаметр 100 мкм. Окружность резонатора выточена с острой кромкой, что приводит к поперечному сечению моды 2 мкм × 3 мкм и, соответственно, к объему моды равному $V_{eff} \simeq 2 \times 10^{-15}$ м³.

Для этих параметров факторы Γ_X и Γ_S можно оценить следующим образом:

$$\Gamma_X = 2\Gamma_S \approx 0.85 \times 10^{-6} \times \frac{Q_{load}}{10^9}. \quad (4.74)$$

Для разумно оптимистичного значения квантовой эффективности $\eta = 0,9$ эти параметры пересчитываются в значения оптимального количества пробных квантов и соответствующую ошибки измерения, см. уравнения. (4.52, 4.53)

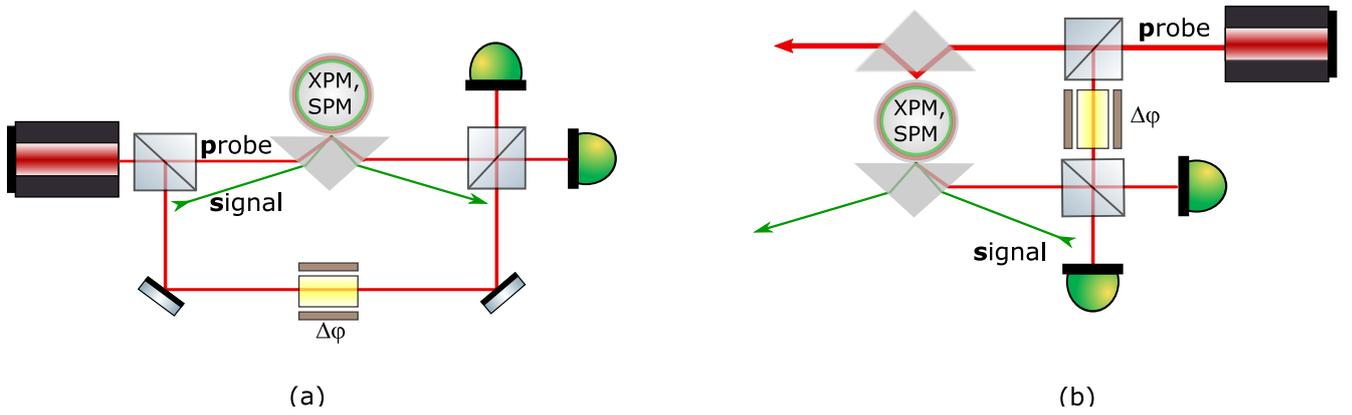


Рисунок 4.5 — Возможные экспериментальные реализации КНИ с использованием кристаллических МШГ резонаторов, оснащенных (а) единой связью для сигнала и пробы (б) различными элементами связи. Пробная волна может возбуждаться как в том же, так и в противоположном направлении с сигнальной волной.

следующим образом:

$$\bar{n}_p^{opt} \approx 4 \times 10^6 \times \frac{10^9}{Q_{load}}, \quad (4.75)$$

$$(\Delta n_{s,min}^{opt})^2 \approx 2 \times 10^5 \times \frac{10^9}{Q_{load}}. \quad (4.76)$$

Мощность накачки, необходимая для возбуждения внутрирезонаторного числа квантов (4.75), можно оценить следующим образом:

$$P_p = \frac{\hbar \omega_0^2 \bar{n}_p}{2Q_{load}} \approx 0.3 \mu W \times \left(\frac{10^9}{Q_{load}} \right)^2. \quad (4.77)$$

Эта оценка показывает, что СКП преодолевается почти на порядок, используя в несколько раз меньшее количество сигнальных фотонов (например, $\bar{n}_s \approx 10^6$), чем количество пробных фотонов.

Возможная принципиальная схема реализации устройства для проведения КНИ иллюстрируются на рис. 4.5(а). Предполагается, что длины волн пробной и сигнальной волн достаточно сильно различаются, чтобы их можно было разделить на выходе из резонатора. Пробная волна (излучение лазера в когерентном состоянии) вводится в резонатор с помощью призмы. Часть выходного излучения лазера оптимально сдвинута по фазе и используется в качестве эталона или локального осциллятора. Сигнальная волна подается на резонатор с помощью той же призмы. Квадратурная составляющая пробы, излучаемая из резонатора, измеряется с помощью сбалансированного гомодинного детектора. Чтобы

сохранить квантовые состояния сигнала и пробы, моды резонатора перегружены. В качестве альтернативы классическая пробная волна может вводиться через дополнительный слабосвязанный канал, см. рис. 4.5(b). Этот подход предпочтителен, потому что резонатор сам выполняет роль фильтра нежелательных частотных, а также пространственных компонент от пробного поля.

4.2.6 Выводы

Измерение оптического сигнала пробной волны с помощью фазовой кросс-модуляции в нелинейных средах дает возможность реализовать неразрушающее измерение числа оптических фотонов с точностью, превосходящей при определенных условиях стандартный квантовый предел. В этом разделе было получено точное решение нелинейных уравнений движения Гейзенберга и найдена хорошо выполнимая и важная с практической точки зрения линеаризованная аппроксимация этого решения. Был найден явный вид апостериорного состояния сигнального поля и показано, что оно может иметь негауссову форму. Анализ показал, что фазовая самомодуляция не ограничивает точность измерений при правильном его проведении.

Хотя эти результаты применимы к различным системам, как резонансным, так и нерезонансным, измеримый отклик может быть получен, если параметр Γ_X достаточно высок (см. уравнение (4.25)). Это может ограничить чувствительность, так как нелинейность прозрачных материалов мала, а время измерения τ ограничено потерями. Однако современные кристаллические микрорезонаторы с модами шепчущей галереи с керровской нелинейностью и рекордной добротностью могут преодолеть это ограничение.

Было обнаружено, что использование резонатора МШГ диаметром 100 мкм, изготовленного из чистого фторида кальция и освещаемого микроваттной пробной волной в телекоммуникационном диапазоне 1,5 мкм, позволяет получить чувствительность в несколько раз меньше стандартного квантового предела $\sqrt{n_s}$, если среднее число квантов n_s превышает примерно один миллион.

Стоит отметить, что развитие литографического производства микрорезонаторов Si_3N_4 может сделать их альтернативной платформой для измерения

КНИ. Но несмотря на то, что лучшая из достигнутых добротностей составляет $Q \sim 10^9$ [116; 186], которая за последние три года она была улучшена на порядки, они по-прежнему уступает кристаллическим резонаторам.

4.3 Улучшение чувствительности КНИ с помощью сжатого света

В предыдущем разделе была теоретически проанализирована схема квантового неразрушающего измерения оптических квантов, использующая резонансно усиленную керровскую нелинейность в оптических резонаторах с модой шепчущей галереи (МШГ, WGM). В данном разделе будет обсуждаться возможность улучшения чувствительности данной схемы.

Распространенным способом повышения чувствительности оптической схемы является реализация в ней сжатых состояний света. В работе [187] Кейвс показал, что, используя этот метод в интерферометрах, можно преодолеть предел дробового шума (СКП). Улучшение чувствительности наблюдалось в ряде экспериментов [188—191]. Также в настоящее время сжатые состояния света широко используются в детекторах гравитационных волн для достижения лучшей фазовой чувствительности [192—195]. Ведется активная работа по увеличению достигнутой экспериментально величины сжатия [196; 197], на данный момент можно найти работы, где используется квадратурное сжатие 7-12 дБ в свободном пространстве [198] или 5 дБ в литографических схемах [199].

В этом разделе показывается, что, используя сжатый свет в пробной моде, можно значительно увеличить чувствительность схемы КНИ. Для оценок рассматривается реалистичный случай сжатия 10 дБ, что приблизительно соответствует коэффициенту e^{2r} , равному 10.

4.3.1 Идея использования сжатого света

Рассмотрим схему измерения КНИ, представленную на рис. 4.6. В левом верхнем углу схемы детектирования сильное когерентное поле накачки $|\alpha_p\rangle$ и сжатое вакуумное поле $|sqz\rangle$ входят в интерферометр Маха-Цендера.

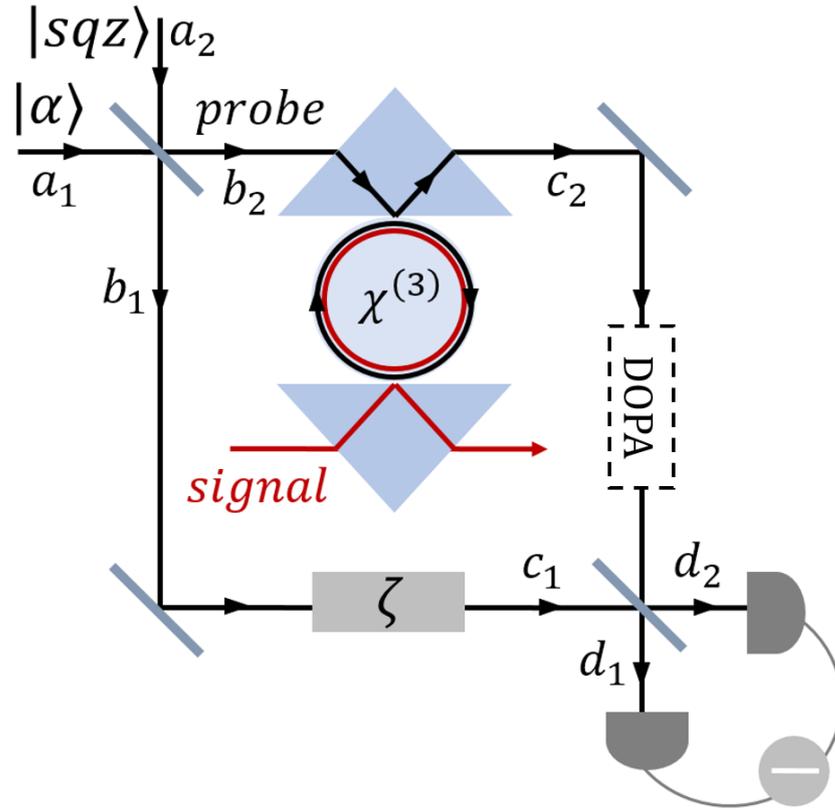


Рисунок 4.6 — Принципиальная схема КНИ числа фотонов в сигнальном поле S с использованием сжатого поля в пробной моде b_2 .

Рассмотрим преобразование оптических полей в интерференционной схеме. Операторы уничтожения для входных полей когерентного и сжатого вакуума равны:

$$\hat{a}_1 = \alpha_p + \hat{z}_1, \quad (4.78)$$

$$\hat{a}_2 = \hat{z}_2^\dagger \sinh r + \hat{z}_2 \cosh r, \quad (4.79)$$

где α_p - амплитуда когерентной накачки, \hat{z}_1, \hat{z}_2 - операторы уничтожения вакуумного поля, r - параметр сжатия.

Предполагается, что первый светоделитель имеет коэффициенты отражения и пропускания, равные R и T соответственно. В верхнем плече интерферометра расположен микрорезонатор с керровской оптической нелинейностью $\chi^{(3)}$. Пройдя через него, поле \hat{b}_2 приобретает фазовый сдвиг φ , зависящий от числа квантов в сигнальном поле $\varphi = \Gamma_\chi \hat{n}_s$. Эта зависимость позволяет измерять количество квантов в сигнале, измеряя фазу пробного поля. Фазовый сдвиг в нижнем плече соответствует гомодинному углу ζ . После этого эти поля смешиваются на втором, сбалансированном светоделителе

($T_2 = R_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$). Затем измеряется разница между двумя выходными фотодетекторами.

Оптимальными параметрами схемы для получения минимальной фазовой неопределенности являются $T \rightarrow 0, R \rightarrow 1$, что является стандартным для схемы гомодинного детектирования. При этом $\alpha_p \rightarrow \infty$, а амплитуда пробной моды \hat{b}_2 на микрорезонаторе $\alpha = T\alpha_p$ остается ограниченной. Для ярких оптических полей также можно использовать приближение $\alpha \gg |\sinh r|$. Тогда неопределенность обнаружения фазового сдвига будет равна:

$$\Delta\varphi = \frac{e^{-r}}{2\alpha}, \quad (4.80)$$

что представляет известный результат [187]. Формула (4.80) показывает, что использование сжатого вакуума на втором входе интерферометра Маха-Цендера может увеличить фазовую чувствительность в e^r раз. Следует отметить, что при отсутствии сжатия ($r = 0$) получается стандартный квантовый предел, а это значит, что можно превзойти этот предел при любом $r > 0$. Используя простую формулу связи $\varphi = \Gamma_X \hat{n}_s$, можно сделать вывод, что дисперсия количества фотонов в сигнальном поле равна $\Delta n_s = \Delta\varphi / \Gamma_X$. Вот почему также получается улучшение чувствительности измерения КНИ. Схематично эту идею можно представить на фазовой диаграмме, показанной на рис. 4.7. На ней видно как меняется состояние пробного поля при взаимодействии с сигнальным.

Синие кружки показывают случай когерентной пробной волны, а красные эллипсы - случай со сжатием, который появляется в моде \hat{b}_2 . Фаза пробного поля зависит от количества квантов в сигнальном поле. При $\varphi - \zeta \approx \pi/2$ гомодинное измерение дает значение косинусной квадратуры пробного поля или другими словами значение X -кватратуры. Очевидно, что при больших амплитудах сжатые эллипсы будут примерно вертикальными, поэтому погрешность измерения квадратуры X будет меньше по сравнению с когерентным полем без сжатия в e^r раз, как это показывает формула (4.80).

4.3.2 Учет эффекта фазовой само-модуляции и потерь в системе

Взаимодействие пробной и сигнальной мод приводит не только к обсуждавшемуся выше эффекту фазовой кросс-модуляции, но и к паразитному

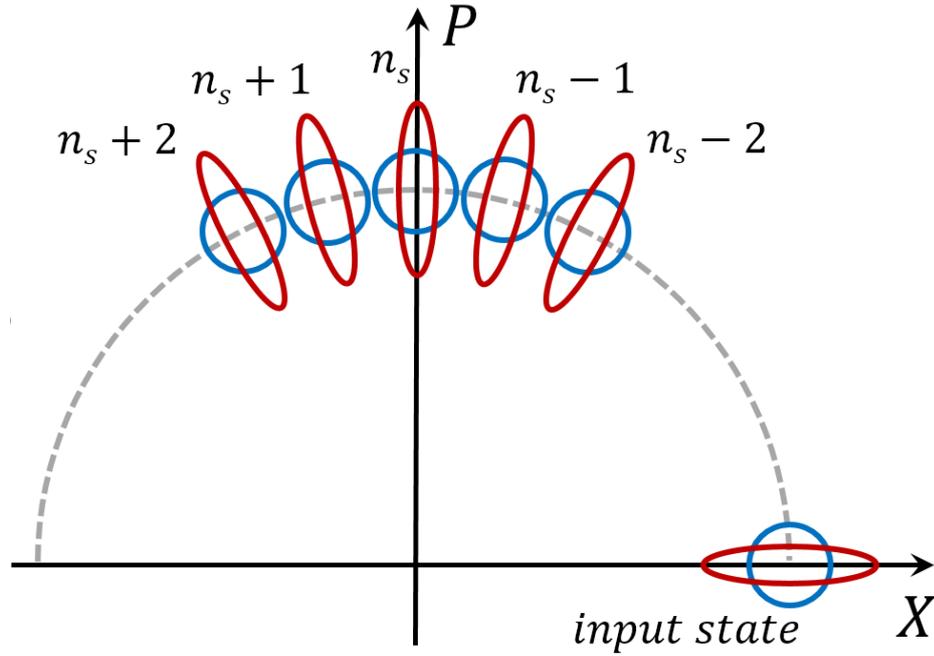


Рисунок 4.7 — Эволюция пробного поля на фазовой плоскости после кросс-фазового взаимодействия с сигнальным полем. Фаза пробы зависит от количества фотонов в сигнальной волне.

действию эффекта фазовой само-модуляции, что приводит к дополнительной зависимости фазы пробы от числа фотонов в самой пробе: $\varphi = \Gamma_S \hat{n}_p + \Gamma_X \hat{n}_s$. В этом случае удобно использовать подход двухфотонных квадратур. Введем косинусные и синусные квадратуры следующим образом:

$$\hat{a}_{1,2}^c = \frac{\hat{a}_{1,2} + \hat{a}_{1,2}^\dagger}{\sqrt{2}}, \quad \hat{a}_{1,2}^s = \frac{\hat{a}_{1,2} - \hat{a}_{1,2}^\dagger}{i\sqrt{2}}, \quad (4.81)$$

и аналогично для всех других полей. В этих обозначениях

$$\hat{a}_1^c = \sqrt{2} \alpha_p + \hat{z}_1^c, \quad \hat{a}_1^s = \hat{z}_1^s, \quad (4.82)$$

$$\hat{a}_2^c = \hat{z}_2^c e^r, \quad \hat{a}_2^s = \hat{z}_2^s e^{-r}. \quad (4.83)$$

После первого светоделителя:

$$\hat{b}_1^{c,s} = T \hat{a}_2^{c,s} - R \hat{a}_1^{c,s}, \quad (4.84)$$

$$\hat{b}_2^{c,s} = T \hat{a}_1^{c,s} + R \hat{a}_2^{c,s}. \quad (4.85)$$

После взаимодействия с резонатором косинусная квадратура моды \hat{b}_2 останется прежней, а синусная квадратура претерпит следующие преобразования:

$$\hat{c}_2^c = \hat{b}_2^c, \quad (4.86)$$

$$\hat{c}_2^s = \hat{b}_2^s - 2\alpha(\Gamma_S \alpha \hat{b}_2^c + \Gamma_X \alpha_s \hat{X}_s). \quad (4.87)$$

Здесь $\alpha = T\alpha_p$, \hat{X}_s — косинусная квадратура моды сигнала. При этом преобразования квадратур в нижнем плече интерферометра за счет гомодинного угла будут иметь следующий вид:

$$\hat{c}_1^c = \hat{b}_1^c \cos \zeta + \hat{b}_1^s \sin \zeta, \quad (4.88)$$

$$\hat{c}_1^s = -\hat{b}_1^c \sin \zeta + \hat{b}_1^s \cos \zeta. \quad (4.89)$$

После второго светоделителя оптические поля будут преобразованы следующим образом:

$$\hat{d}_1^{c,s} = \frac{\hat{c}_1^{c,s} - \hat{c}_2^{c,s}}{\sqrt{2}}, \quad \hat{d}_2^{c,s} = \frac{\hat{c}_1^{c,s} + \hat{c}_2^{c,s}}{\sqrt{2}}. \quad (4.90)$$

Тогда количество фотонов идущих на фотодетекторы можно записать как:

$$\hat{N}_1 = \frac{(\hat{d}_1^c)^2 + (\hat{d}_1^s)^2}{2} \quad (4.91)$$

$$\hat{N}_2 = \frac{(\hat{d}_2^c)^2 + (\hat{d}_2^s)^2}{2} \quad (4.92)$$

Что можно переписать его следующим образом:

$$\hat{N}_2 - \hat{N}_1 = \hat{c}_1^c \hat{c}_2^c + \hat{c}_1^s \hat{c}_2^s \quad (4.93)$$

Рассчитаем дисперсию разности отсчетов фотодетекторов, используя тот факт, что стандартные отклонения квадратур вакуумных состояний равны $\Delta z_{1,2}^{s,c} = 1/2$ и найдем:

$$\begin{aligned} (\Delta_{12})^2 &= (-2R\alpha \cos \zeta - 2\alpha^3 \Gamma_S R \sin \zeta)^2 \\ &+ e^{2r} \left(\frac{T^2 - R^2}{T} \alpha \cos \zeta - \frac{2R^2}{T} \alpha^3 \Gamma_S \sin \zeta \right)^2 + e^{-2r} \left(\frac{\alpha}{T} \sin \zeta \right)^2 \end{aligned} \quad (4.94)$$

Далее получаем выражение для неопределенности косинусной квадратуры по формулам $(\Delta X_s)^2 = \Delta_{12}^2 / K^2$, где $K = \partial N_{12} / \partial X_s$:

$$(\Delta X_s)^2 = \frac{1}{8\alpha_s^2 \alpha^2 \Gamma_X^2} \left[4T^2 (\text{ctg } \zeta + \alpha^2 \Gamma_S)^2 + e^{2r} \left(\frac{T^2 - R^2}{R} \text{ctg } \zeta - 2R\alpha^2 \Gamma_S \right)^2 + \frac{e^{-2r}}{R^2} \right]. \quad (4.95)$$

А для расчета фазовой неопределенности воспользуемся соотношением $(\Delta \varphi)^2 = 2\alpha_s^2 \Gamma_X^2 (\Delta X_s)^2$ и найдем, что

$$(\Delta \varphi)^2 = \frac{e^{-2r}}{4R^2 \alpha^2} + \frac{T^2}{\alpha^2} (\text{ctg } \zeta + \alpha^2 \Gamma_S)^2 + \frac{e^{2r}}{4\alpha^2} \left(\frac{T^2 - R^2}{R} \text{ctg } \zeta - 2R\alpha^2 \Gamma_S \right)^2. \quad (4.96)$$

Если использовать оптимальные параметры $T \rightarrow 0, R \rightarrow 1$, то получим результирующую формулу для фазовой неопределенности:

$$(\Delta\varphi)^2 = \frac{e^{-2r}}{4\alpha^2} + \frac{e^{2r}}{4\alpha^2}(\operatorname{ctg} \zeta + 2\alpha^2\Gamma_S)^2. \quad (4.97)$$

Сравним этот результат с полученным ранее случаем без фазовой само-модуляции. Видно, что первое слагаемое здесь равно (4.80), а второе слагаемое является влиянием учтенного эффекта. Можно обратить внимание, что это слагаемое становится больше, если используется сжатый вакуум на входе. Однако его можно полностью подавить, используя оптимальный гомодинный угол величины $\operatorname{ctg} \zeta = -2\alpha^2\Gamma_S$. Тогда выражение в скобках исключается, и возникает полное согласие с предыдущим результатом. Это связано с физикой влияния фазовой само-модуляции, которая поворачивает начальное состояние (см. рис.4.7) пропорционально расстоянию между точкой фазовой плоскости и началом координат. Поэтому эллипсы конечного двухмодового состояния поворачиваются на определенный угол, но при этом становятся более сильно сжатыми. Из-за этого прямое измерение квадратур косинуса или синуса дает более плохую точность, чем без учета фазовой само-модуляции. Однако, подобрав оптимальное значение гомодинного угла, можно «обратить вращение» и измерить «правильную» квадратуру. Расстояние между эллипсами в этом направлении меньше, но это компенсируется меньшей их шириной. Поэтому результирующая дисперсия фазы остается неизменной.

Выше был рассмотрен случай идеального измерения. Однако известно, что на сжатые состояния света сильно влияют потери в системе. Поэтому учтем для начала один из важных источников внешних потерь — неэффективность фотодетекторов. Рассчитаем их по эффективному преобразованию типа светоделительного примешивания вакуумных шумов в выходных портах. Для простоты будем считать, что оба счетных фотодетектора имеют одинаковый КПД η . Опуская здесь тривиальные выкладки, представим окончательные формулы для погрешности измерения числа квантов в сигнальной моде:

$$(\Delta n_s)_\eta^2 = \frac{e^{-2r}}{4\alpha^2\Gamma_X^2} + \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{(1 + 4\alpha^4\Gamma_S^2)}{4\alpha^2\Gamma_X^2}. \quad (4.98)$$

Здесь предполагается, что внешние потери относительно малы, т.е. η близко к единице, поэтому оптимальные значения параметров остаются неизменными.

Теперь можно сделать некоторые оценки. Произведем их для оптического микрорезонатора из CaF_2 с одним из самых высоких значений собственной

добротности $Q_{intr} = 3 \times 10^{11}$ [114]. Также предполагается, что длины волн вакуумного оптического излучения $\lambda \approx 1,55$ мкм и диаметр микрорезонатора ≈ 100 мкм. В этом случае

$$\Gamma_X = 2\Gamma_S \approx 0.85 \times 10^{-6} \times \frac{Q_{load}}{10^9}. \quad (4.99)$$

Нагруженная добротность Q_{load} может быть на порядок меньше собственной и тогда наиболее оптимистичное значение квантовой эффективности $\eta \approx 0,9$. Если взять $Q_{load} = 0,1 \times Q_{intr}$, то $\Gamma_X = 2\Gamma_S \approx 2,55 \times 10^{-5}$. Для данных параметров погрешность измерения Δn_s , рассчитанная по формуле (4.98), представлена на рис.4.8 в зависимости от числа фотонов в пробной моде накачки для различных значений коэффициента сжатия.

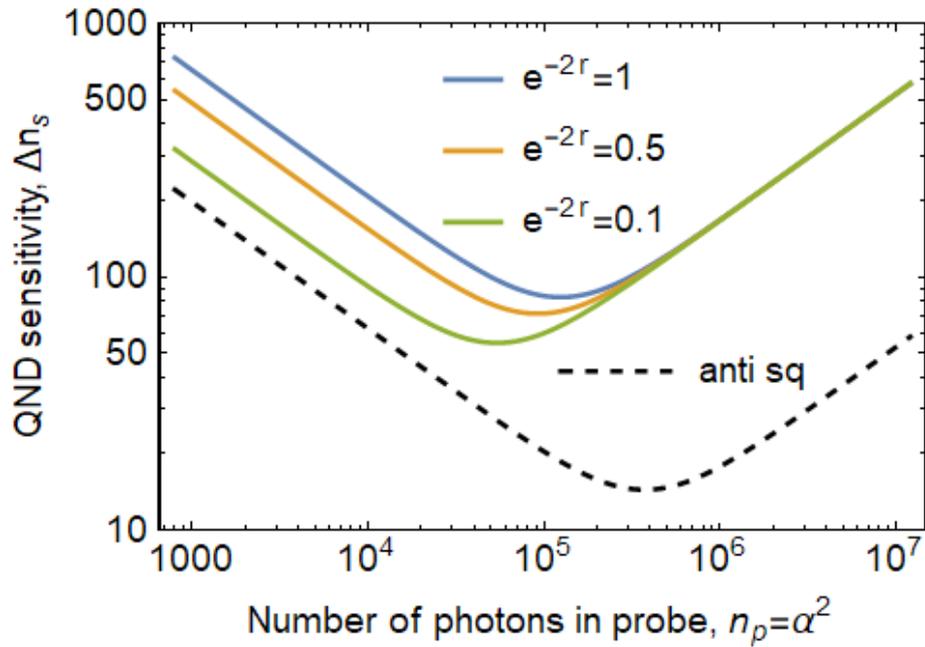


Рисунок 4.8 — Зависимость чувствительности КНИ от числа фотонов в пробной моде при различных реалистичных значениях e^{-2r} . Для оценок взяты $\eta = 0,9$ и $\Gamma_X = 2\Gamma_S = 2,55 \times 10^{-5}$. Штриховой линией показан результат после добавления дополнительного антисжимателя в верхнем плече схемы детектирования при $e^{2r_2} = 10$.

Для всех графиков видно, что существует оптимальное значение мощности накачки для достижения наилучшей чувствительности. Даже при консервативных значениях сжатия $e^{-2r} = 0,5$ (или 3 дБ) чувствительность становится лучше поскольку оранжевая линия лежит ниже синей. При более оптимистичном коэффициенте сжатия $e^{-2r} = 0,1$ (или 10 дБ) можно провести КНИ с почти вдвое лучшей чувствительностью при выборе оптимальной мощности

пробного поля. При этом минимальное значение чувствительности смещается в область меньших мощностей накачки. Это хорошо, потому что позволяет избежать конкурирующих эффекты, которые могут возникнуть при высокой интенсивности оптических полей. Таким образом, несмотря на потери в системе, наличие сжатия на входе существенно улучшает схему оптических квантовых неразрушающих измерений.

Наконец, необходимо отметить, что точность измерения может быть значительно повышена за счет дополнительного разжимателя-усилителя, как это показано пунктирной рамкой «DOPA» на рис. 4.6 как это уже было продемонстрировано для других схем в работах [200; 201]. В этом случае имеют место следующие преобразования операторов уничтожения и рождения:

$$\hat{\tilde{c}}_2 = \hat{c}_2 \cosh r_2 + \hat{c}_2^\dagger e^{2i\theta} \sinh r_2, \quad (4.100)$$

$$\hat{\tilde{c}}_2^\dagger = \hat{c}_2^\dagger \cosh r_2 + \hat{c}_2 e^{2i\theta} \sinh r_2. \quad (4.101)$$

Что приводит после некоторых расчетов к следующей формуле для КНИ чувствительности:

$$\begin{aligned} (\Delta n_s)_\eta^2 = & \frac{e^{-2r}}{4\alpha^2 \Gamma_X^2} \left[1 + e^{4r} (2\alpha^2 \Gamma_S + \right. \\ & \left. + \frac{(\cosh r_2 + \cos 2\theta \sinh r_2) \operatorname{ctg} \zeta - \sin 2\theta \sinh r_2}{\cosh r_2 - \cos 2\theta \sinh r_2 - \sin 2\theta \sinh r_2 \operatorname{ctg} \zeta} \right)^2 + \\ & \left. + \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{e^{2r}}{\sin \zeta (\cosh r_2 - \cos 2\theta \sinh r_2 - \sin 2\theta \sinh r_2 \operatorname{ctg} \zeta)^2} \right], \quad (4.103) \end{aligned}$$

которая имеет минимум по параметрам ζ и θ . Это минимальное значение было найдено численно для каждого α и представлено на рис. 4.8 черной пунктирной линией. Из графика видно, что без сжатия на входе получается наилучшую чувствительность на уровне 100 квантов, использование сжатой накачки улучшает чувствительность до уровня 50 квантов. Дополнительное добавление разжимателя перед детектированием позволяет приблизиться к чувствительности порядка 10 фотонов.

4.3.3 Потери в сигнальной моде

Рассмотрим теперь еще один важный источник потерь - потери в сигнальной волне. Пусть μ — КПД для сигнальной моды. Предложенная в статье схема может быть использована для двух различных практических приложений: задачи измерения числа сигнальных фотонов и задачи приготовления субпуассоновского состояния. Для этих двух случаев учет влияния потерь происходит по-разному.

Сначала рассмотрим задачу измерения. В этом случае важно учитывать потери, которые возникают при входе сигнального поля в микрорезонатор (см. рис.4.9 а)).

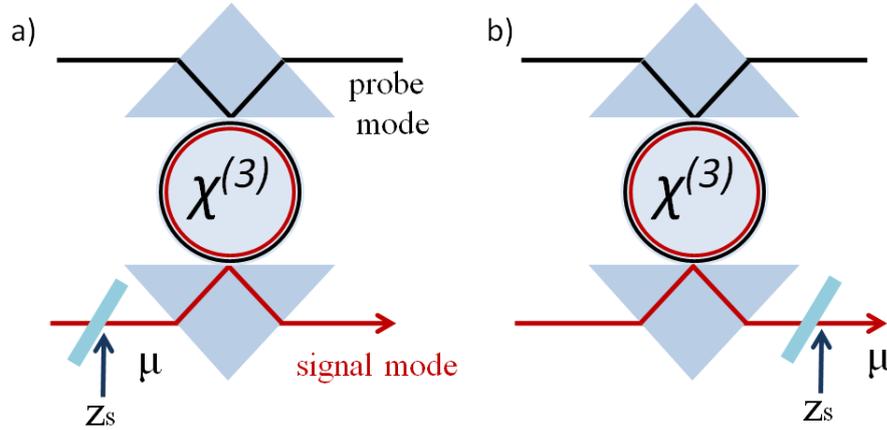


Рисунок 4.9 — Учет потерь в сигнальном поле. а) для задачи измерения б) для приготовления состояний. μ - в обоих случаях это КПД для сигнального поля.

Количество фотонов в сигнальной моде после взаимодействия можно выразить следующим образом:

$$\tilde{n}_s = \mu n_s + (\delta n_s)_\mu + (\delta n_s)_{meas}, \quad (4.104)$$

где n_s - количество фотонов в сигнальной моде, которое измеряется, $(\delta n_s)_\mu$ - дополнительный шум, примешивающийся перед взаимодействием, $(\delta n_s)_{meas}$ - дополнительный шум, вызванный взаимодействием с пробной модой.

Используя формулу распространения ошибки, можно выразить неопределенность количества фотонов в сигнальной волне:

$$(\Delta n_s)^2 = \frac{\langle (\delta n_s)_\mu^2 \rangle + \langle (\delta n_s)_{meas}^2 \rangle}{\mu^2}. \quad (4.105)$$

Здесь $\langle (\delta n_s)_\mu^2 \rangle = \mu(1 - \mu)\langle n_s \rangle$, $\langle n_s \rangle$ - среднее число фотонов на входе для когерентного состояния сигнального поля; $\langle (\delta n_s)_{meas}^2 \rangle$ — неопределенность $(\Delta n_s)_\eta^2$, которая была получена в предыдущем разделе (см. формулу 4.98). Теперь можно написать следующее уравнение:

$$\frac{(\Delta n_s)^2}{\langle n_s \rangle} = \frac{1}{\mu^2} \left(\mu(1 - \mu) + \frac{(\Delta n_s)_\eta^2}{\langle n_s \rangle} \right). \quad (4.106)$$

Поскольку цель данного исследования получить лучшую чувствительность, чем СКП, это выражение должно быть меньше единицы. Принимая, что $(\Delta n_s)_\eta^2 / \langle n_s \rangle = 0,1$, можно найти ограничение на КПД $\mu > 0,58$. Это ограничение означает, что только при эффективности ввода сигнальной волны в микрорезонатор более 58% можно будет измерить количество фотонов с точностью, превышающей стандартный квантовый предел.

Во втором случае использования схемы для приготовления состояния необходимо рассмотреть как ухудшается состояние после прохождения схемы и выхода из нее (см. рис. 4.9 b)). Оптические поля преобразуются так же, как и раньше:

$$\hat{a}_{s\mu} = \sqrt{\mu} \hat{a}_s + \sqrt{1 - \mu} \hat{z}_s, \quad (4.107)$$

где \hat{z}_s — дополнительный шум. Тогда среднее число фотонов будет равно:

$$\langle n_{s\mu} \rangle = \langle \mu a_s^\dagger a_s \rangle + \langle (1 - \mu) \hat{z}_s^\dagger \hat{z}_s \rangle \quad (4.108)$$

Неопределенность числа фотонов будет следующей:

$$(\Delta n_s)_\mu^2 = \mu^2 (\Delta n_s)^2 + \mu(1 - \mu) \langle \hat{n}_s \rangle \quad (4.109)$$

В этом случае $\mu \langle \hat{n}_s \rangle$ равно неопределенности когерентного состояния. Принимая во внимание аналогичное предположение, что и в предыдущем случае, можно сравнить приготовленное состояние с когерентным:

$$\frac{(\Delta n_s)_\mu^2}{\mu \langle \hat{n}_s \rangle} = 1 - \mu \left(1 - \frac{(\Delta n_s)^2}{\langle \hat{n}_s \rangle} \right) = 1 - 0,9\mu \quad (4.110)$$

Видно, что потери, ухудшая результат КНИ, не уничтожают его ни при каких μ . Это означает, что если внутри микрорезонатора сгенерировать локализованное по n состояние, то на выходе получится состояние, преодолевающее СКП.

4.3.4 Выводы

В данном разделе была рассмотрена возможная схема квантового неразрушающего измерения с использованием микрорезонатора со сжатым светом на входе. Эту схему можно рассматривать как одну из перспективных реализаций измерений КНИ в оптике. Был учтен эффект фазовой само-модуляции и показано, что его можно устранить выбором оптимального гомодинного угла. Поскольку сжатые состояния света неустойчивы к потерям, было исследовано влияние неэффективности детектора и применен метод борьбы с потерями при помощи квадратурного разжимателя перед детектированием. Были сделаны оценки для реальных оптических микрорезонаторов, показавшие, что входное сжатие увеличивает чувствительность КНИ со 100 до 10 фотонов. Дополнительно проанализирована роль потерь в сигнальной моде и получены ограничения на квантовую эффективность введения сигнальной моды в микрорезонатор.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Обнаружена сильная перепутанность между атомной и полевой подсистемами в процессе взаимодействия и ионизации, продемонстрирована ее зависимость от фазы поля. Продемонстрирована возможность управления атомной динамикой при помощи фазы полевого состояния. Разработаны методы измерения фазы полевого состояния с высокой точностью на основе использования канала ионизации, что позволило превысить гомодинный предел точности в случае малого числа фотонов.
2. Разработан теоретический подход для описания ионизации атома неклассическим электромагнитным полем, позволяющий получить результаты для произвольного начального состояния поля, включая сжатый вакуум с большим средним числом фотонов. Проанализирован режим однофотонного и многофотонного выхода электрона в континуум и продемонстрировано существенное отличие динамики и механизмов надпороговой ионизации для случаев начального когерентного поля и поля в состоянии сжатого вакуума.
3. Впервые продемонстрированы особенности ионизации атомных систем неклассическим сжатым светом. В отличие от случая когерентного поля обнаружено существенно более плавное уменьшение вкладов различных надпороговых каналов в ионизацию, и отсутствие эффекта закрытия ионизационных каналов при больших интенсивностях поля. Также исследованы особенности спектров фотоэлектронов в континууме, заключающиеся в существенном перекрытии пиков от разных каналов ионизации.
4. Разработан теоретический подход для исследования динамики неклассического поля в резонаторе в условиях кубичной нелинейности для процесса вырожденного четырехволнового смешения. Детально исследован эффект фазовой самомодуляции, в результате которого статистика фотонов не меняется, однако происходит формирование совершенно новых негауссовых полей за счет набега относительных фаз. В случае малой оптической нелинейности произведены оценки

- на параметры микрорезонаторов, необходимые для формирования существенной негауссовости. Для более сильных величин нелинейностей проанализировано вероятностное распределение состояния поля по обобщенной координате в зависимости от времени для различной начальной статистики фотонов, а также с использованием формализма функций Вигнера выявлены важные свойства формирующихся неклассических полевых состояний.
5. Получено аналитическое решение задачи о взаимодействии полупроводниковой квантовой точки с неклассическим светом в условиях Керровской нелинейности. Продемонстрировано, что при наличии нелинейности повторяющиеся коллапсы и возрождения возбуждения квантовой точки оказываются более проявленными. Более того, было обнаружено, что именно взаимовлияние сильной связи квантового поля с квантовой точкой и фазовой нелинейности приводит к формированию новых еще не исследованных негауссовских состояний поля. Также найден новый эффект, заключающийся в компенсации влияния нелинейности за счет выбора оптимальной отстройки, что режиму повторяющихся строго периодических коллапсов и полных возрождений атомных возбуждений и перепутанности в системе, который позволяет контролируемо управлять динамикой атомно-полевых состояний и впервые выявлен в случае воздействия поля в состоянии сжатого вакуума. Обнаруженный режим и периодическое подавление перепутанности между квантовой точкой и полем позволяет независимым образом воздействовать на каждую из подсистем, что открывает новые возможности для создания квантового атомно-фотонного интерфейса на базе твердотельных наноструктур.
 6. Решена задача о динамике двумодового квантового поля в нелинейной среде с учетом фазовой кросс-модуляции. Обнаружен и проанализирован эффект появления сильной перепутанности между модами. На его основе была разработана схема для квантового неразрушающего измерения количества фотонов без их поглощения. Произведены оценки, демонстрирующие её реализуемость в современных оптических микрорезонаторах с рекордными добротностями. Кроме того предложен способ повышения чувствительности данной схемы при помощи сжатых состояний поля.

Таким образом, было произведено исследование особенностей взаимодействия атомных систем с неклассическими электромагнитными полями. В результате работы были найдены новые эффекты, которые предложено использовать для разработки квантовых информационных алгоритмов и создания высокоточных измерительных устройств.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Тихоновой О. В. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит Халили Ф. Я. за помощь в теории квантовых измерений и многочисленные обсуждения квантовых невозмущающих измерений.

Публикации автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах,
удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в
МГУ имени М.В. Ломоносова:

- A1. **S.N. Balybin**, P.R. Sharapova, O.V. Tikhonova. *Coherent control of atomic qubits by non-classical light* // The European Physical Journal D. — 2017. — Vol. 71, no. 5. — P. 109. — **JIF = 1.8 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,75 п.л.; личный вклад = 0,40 п.л.
- A2. **S.N. Balybin**, R.V. Zakharov, O.V. Tikhonova. *Phase-sensitive atomic dynamics in quantum light* // Laser Physics Letters. — 2018. — Vol. 15, no. 5. — P. 055301. — **JIF = 1.7 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,9 п.л.; личный вклад = 0,50 п.л.
- A3. **С.Н. Балыбин**, О.В. Тихонова. *Фотоионизация атомных систем в сжатых неклассических полях* // Письма в ЖЭТФ. — 2019. — Т. 109, № 11/12. — С. 729–733. — Переводная версия: **S.N. Balybin**, O.V. Tikhonova. *Photoionization of Atomic Systems in Squeezed States of Light* // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. — 2019. — Vol. 109, No. 11. — P. 695–699. — **JIF = 1.3 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,89 п.л.; личный вклад = 0,50 п.л.
- A4. **S.N. Balybin**, F.Ya. Khalili, D.V. Strekalov, A.B. Matsko, I.A. Bilenko. *On perspectives of generating quasi-Fock state via resonant self-phase-modulation* // Proceedings of SPIE. — 2020. — Vol. 11558. — 115580A. — **SJR = 0.15 (Scopus)**. Общий объём статьи = 2,0 п.л.; личный вклад = 1,0 п.л.
- A5. **S.N. Balybin**, R.V. Zakharov, O.V. Tikhonova. *Peculiarities of interaction of a quantum dot with non-classical light in the self-phase modulation regime* // Laser Physics Letters. — 2021. — Vol. 19, no. 2. — P. 025301. — **JIF = 1.7 (WoS)**. Общий объём статьи = 1,0 п.л.; личный вклад = 0,6 п.л.

- A6. **S.N. Balybin**, A.B. Matsko, F.Ya. Khalili, D.V. Strekalov, V.S. Ilchenko, A.A. Savchenkov, N.M. Lebedev, I.A. Bilenko. *Quantum nondemolition measurements of photon number in monolithic microcavities* // Physical Review A. — 2022. — Vol. 106, no. 1. — P. 013720. — **JIF = 2.9 (WoS)**.
Общий объём статьи = 1,6 п.л.; личный вклад = 0,8 п.л.
- A7. **S.N. Balybin**, O.V. Tikhonova. *Quantum dots interacting with a non-classical field under Kerr-phase modulation as a resource for repeatable quantum algorithms* // Laser Physics Letters. — 2023. — Vol. 20, no. 12. — P. 125301. — **JIF = 1.7 (WoS)**.
Общий объём статьи = 1,6 п.л.; личный вклад = 1,0 п.л.
- A8. **S.N. Balybin**, D.I. Salykina, F.Ya. Khalili *Improving the sensitivity of Kerr quantum nondemolition measurement via squeezed light* // Physical Review A. — 2023. — Vol. 108, no. 5. — P. 053708. — **JIF = 2.9 (WoS)**.
Общий объём статьи = 1,0 п.л.; личный вклад = 0,5 п.л.

Публикации в других научных изданиях и сборниках тезисов конференций:

- A9. O.V. Tikhonova, **S.N. Balybin**. *Coherent Control of Atomic Dynamics by Non-classical Light* // International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO 2016), Technical Digest. — 2016.
- A10. O.V. Tikhonova, **S.N. Balybin**. *Coherent Control of Atomic Dynamics by Non-classical Light* // International Conference on Many Particle Spectroscopy of Atoms, Molecules, Clusters and Surfaces (MPS2016), Book of Abstracts. — 2016.
- A11. **С.Н. Балыбин**. *Взаимодействие атомов с неклассическим светом и управление атомными состояниями* // Материалы Международного молодежного научного форума «Ломоносов-2017». — 2017. — С. 87–89.
- A12. **S.N. Balybin**, O.V. Tikhonova. *Coherent Control of Atomic q-bits by Non-classical Light and Phase Measurements* // Book of Abstract (Quantum 2017). — 2017. — P. 11.
- A13. O.V. Tikhonova, **S.N. Balybin**. *Atomic Ionization in Bright Non-Classical Light* // 26th International Laser Physics Workshop LPhys'17. — 2017.

- A14. А.Е. Шитиков, Р.В. Терентьев, **С.Н. Балыбин**, И.А. Биленко, В.Е. Лобанов, М.Л. Городецкий. *Стабилизация керровской оптической частотной гребенки с помощью привязки к атомному переходу* // Сборник трудов X Международной конференции «Фундаментальные проблемы оптики - 2018». — 2018. — С. 142—143.
- A15. **С.Н. Балыбин**, О.В. Тихонова. *Спектральные свойства атомных систем, «одетых» квантовым полем в режиме фотоионизации* // Труды школы-семинара «Волны-2018». — 2018. — С. 15—16.
- A16. **С.Н. Балыбин**. *Ионизация атомов в ярких сжатых неклассических полях* // Материалы Международного молодежного научного форума «Ломоносов-2018». — 2018.
- A17. **S.N. Balybin**, O.V. Tikhonova. *Peculiarities of Atomic Ionization in Multiphoton Squeezed Light* // 27th International Laser Physics Workshop. Book of abstracts on CD. — 2018.
- A18. **S.N. Balybin**, O.V. Tikhonova. *Enhancement of ionization of atoms in bright squeezed vacuum light* // Programme and Book of abstracts of International Conference on Many Particle Spectroscopy of atoms, molecules, clusters and surfaces. — 2018. — P. 38—38.
- A19. **С.Н. Балыбин**, О.В. Тихонова, А.С. Волошин, В.Е. Лобанов. *Особенности сжатого света в оптических микрорезонаторах* // Сборник трудов XVII Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн» имени А.П. Сухорукова («Волны-2019»). — 2019. — С. 15—16.
- A20. **S. Balybin**, O.V. Tikhonova, A.S. Voloshin, V.E. Lobanov. *Properties of squeezed light generated in ring microresonators* // 26th Central European Workshop on Quantum Optics CEWQO 2019, book of abstracts. — 2019. — P. 45.
- A21. **S. Balybin**, O.V. Tikhonova. *Properties of Non-Classical Light and Semiconductor Quantum Well Interacting in a Cavity* // 28th International Laser Physics Workshop. Book of abstracts. — 2019.
- A22. **S. Balybin**, A. Voloshin, O. Tikhonova. *The single-mode and two-mode squeezed light generated in ring microresonators: Theoretical limitations and experimental possibilities* // AIP Conference Proceedings. — 2020. — Vol. 2241, no. 1. — P. 020003.

- A23. **С.Н. Балыбин**, Ф.Я. Халили. *Формирование негауссовских состояний в системах с кубичной нелинейностью* // *Нелинейные волны - 2020*. — 2020. — С. 45—46.
- A24. **С.Н.Балыбин**. *Динамика неклассических полей при взаимодействии с полупроводниковой квантовой ямой в нелинейной среде* // *Материалы Международного молодежного научного форума «Ломоносов-2020»*. — 2020.
- A25. Д.И. Салыкина, **С.Н.Балыбин**. *Улучшение чувствительности квантовых невозмущающих измерений с применением сжатых состояний света* // *Тезисы докладов XX научной школы «Нелинейные волны – 2022»*. — 2022. — С. 226—227.

Список литературы

1. *Fedorov, M. V.* Atomic and free electrons in a strong light field / M. V. Fedorov. — World Scientific, 1997.
2. *Делоне, Н. Б.* Туннельная и надбарьерная ионизация атомов и ионов в поле лазерного излучения / Н. Б. Делоне, В. Крайнов // УФН. — 1998. — Т. 5. — С. 531.
3. *Карапетян, Р.* Спонтанное тормозное излучение электрона в поле интенсивной электромагнитной волны / Р. Карапетян, М. Федоров // ЖЭТФ. — 1978. — Т. 3, № 9. — С. 816.
4. *Raimond, J.* Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity / J. Raimond, M. Brune, S. Haroche // Rev Mod. Phys. — 2001. — Vol. 73. — P. 565.
5. *Scully, M. O.* Quantum Optics / M. O. Scully, M. S. Zubairy. — Cambridge : Cambridge University Press, 1997.
6. *McKeever, J.* Deterministic Generation of Single Photons from One Atom Trapped in a Cavity / J. McKeever, A. Boca, A.D. Boozer et. al. // Science. — 2004. — Vol. 303, no. 5666. — P. 1992—1994.
7. *Darquie, B.* Controlled Single-Photon Emission from a Single Trapped Two-Level Atom / B. Darquie, M. P. A. Jones, J. Dingjan et. al. // Science. — 2005. — Vol. 309. — P. 454.
8. *Maunz, P.* Quantum interference of photon pairs from two remote trapped atomic ions / P. Maunz, D. L. Moehring, S. Olmschenk et. al. // Nature Phys. — 2007. — Vol. 3. — P. 538.
9. *Michler, P.* A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device / P. Michler, A. Kiraz, C. Becher et. al. // Science. — 2000. — Vol. 290. — P. 2282.
10. *Santori, C.* Triggered Single Photons from a Quantum Dot / C. Santori, M. Pelton, G. Solomon et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 86. — P. 1502.
11. *Kasivishwanathan, S.* Highly Amplitude-Squeezed States of the Radiation Field / S. Kasivishwanathan // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 75. — P. 2116.

12. *Iskhakov, T.* Generation and Direct Detection of Broadband Mesoscopic Polarization-Squeezed Vacuum / T. Iskhakov, M. V. Chekhova, G. Leuchs // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 102. — P. 183602.
13. *Spasibko, K.* Spectral properties of high-gain parametric down-conversion / K. Spasibko, T. Iskhakov, M. Chekhova // Optics Express. — 2012. — Vol. 20. — P. 7507.
14. *Tey, M.* Strong interaction between light and a single trapped atom without the need for a cavity / M. Tey, Z. Chen, S.A. Aljunid et. al. // Nature Physics. — 2008. — Vol. 4, no. 12. — P. 924—927.
15. *Sondermann, M.* Design of a mode converter for efficient light-atom coupling in free space / M. Sondermann, R. Maiwald, H. Konermann et. al. // Applied Physics B. — 2007. — Vol. 89, no. 4. — P. 489—492.
16. *Fleischauer, M.* Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media / M. Fleischauer, A. Imamoglu, J. P. Marangos // Rev. Mod. Phys. — 2005. — Vol. 77. — P. 633.
17. *Specht, H. P.* A Single-Atom Quantum Memory / H. P. Specht, C. Noelleke, A. Reiserer // Nature. — 2011. — Vol. 473. — P. 190.
18. *Piro, N.* Heralded single-photon absorption by a single atom / N. Piro, F. Rohde, C. Schuck et. al. // Nature Phys. Lett. — 2011. — Vol. 7. — P. 17.
19. *Vučković, J.* Enhanced single-photon emission from a quantum dot in a micropost microcavity / J. Vučković, D. Fattal, C. Santori et. al. // Appl. Phys. Lett. — 2003. — Vol. 82. — P. 3596.
20. *Крашениников, А.* Генерация однофотонных состояний квантовой точкой / А. Крашениников, С. Молотков, С.С. Назин и др. // ЖЭТФ. — 1997. — Т. 4, № 10. — С. 1257.
21. *Wang, S.* / S. Wang, H. Yuan, X. Xu // Eur. Phys. J. D. — 2013. — Vol. 67. — P. 102.
22. *Cooper, M.* Experimental generation of multi-photon Fock states / M. Cooper, L. J. Wright, C. Söller et. al. // Optics Express. — 2013. — Vol. 29. — P. 5309.
23. *Zou, X.* Phase measurement and generation of arbitrary superposition of Fock states / X. Zou, K. Pahlke, W. Mathis // Phys. Lett. A. — 2004. — Vol. 323. — P. 329.

24. *Wang, C.* A Schrodinger cat living in two boxes / C. Wang, Y. Y. Gao, P. Reinhold et. al. // *Science*. — 2016. — Vol. 352. — P. 1087.
25. *Gao, W.-B.* Experimental demonstration of a hyper-entangled ten-qubit Schrödinger cat state / W.-B. Gao, C.-Y. Lu, Xing-Can Yao et. al. // *Nature Physics*. — 2010. — Vol. 6. — P. 331.
26. *Wolfgramm, F.* Entanglement-enhanced probing of a delicate material system / F. Wolfgramm, C. Vitelli, F. A. B. et.al // *Nature Photonics*. — 2013. — Vol. 7. — P. 28.
27. *Hofheinz, M.* Generation of Fock states in a superconducting quantum circuit / M. Hofheinz, E. Weig, M. Ansmann et. al. // *Nature*. — 2008. — Vol. 454, no. 7202. — P. 310—314.
28. *Козловский, А.* Генерация сжатого (субпуассоновского) света многомодовым лазером / А. Козловский // *УФН*. — 2007. — Т. 177. — С. 1345.
29. *Pérez, A.* Bright squeezed-vacuum source with 11 spatial mode / A. Pérez, T. Iskhakov, P. Sharapova et. al. // *Opt. Lett.* — 2014. — Vol. 39. — P. 2403.
30. *Iskhakov, T.* Superbunched bright squeezed vacuum state / T. Iskhakov, A. Perez, K.Yu. Spasibko et. al. // *Opt. Lett.* — 2012. — Vol. 37. — P. 1919.
31. *Lvovsky, A. I.* Squeezed light. Vol. 1 / A. I. Lvovsky ; ed. by L. Andrews. — *Photonics*. — John Wiley & Sons, Ltd, 2015.
32. *Brune, M.* Quantum Rabi Oscillation: A Direct Test of Field Quantization in a Cavity / M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali et. al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Vol. 76, issue 11. — P. 1800—1803.
33. *Sharapova, P.* Coherent control of interaction and entanglement of a Rydberg atom with few photons / P. Sharapova, O. Tikhonova // *Laser Physics Letters*. — 2013. — Vol. 10. — P. 75204.
34. *Petrosyan, D.* Quantum Information Processing with Single Photons and Atomic Ensembles in Microwave Coplanar Waveguide Resonators / D. Petrosyan, M. Fleischhauer // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 100. — P. 170501.

35. *Sarkany, L.* Long-range quantum gate via Rydberg states of atoms in a thermal microwave cavity / L. Sarkany, J. Fortagh, D. Petrosyan // Phys. Rev. A. — 2015. — Vol. 92. — 030303(R).
36. *Brune, M.* Quantum nondemolition measurement of small photon numbers by Rydberg-atom phase-sensitive detection / M. Brune, S. Haroche, V. Lefevre et. al. // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 65, issue 8. — P. 976—979.
37. *Hyafil, P.* Coherence-Preserving Trap Architecture for Long-Term Control of Giant Ryberg Atoms / P. Hyafil, J. Mozley, A. Perrin et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — P. 103001.
38. *Keldysh, L.* Ionization in the Field of a Strong Electromagnetic Wave / L. Keldysh // Sov. Phys. JETP. — 1965. — Vol. 20. — P. 1307.
39. *Reiss, H.* Effect of an intense electromagnetic field on a weakly bound system / H. Reiss // Phys. Rev. A. — 1980. — Vol. 22. — P. 1786.
40. *Volkov, D. M.* On a class of solutions of the Dirac equation / D. M. Volkov // Z. Phys. — 1935. — Vol. 94. — P. 250.
41. *Agostini, P.* Free-Free Transitions Following Six-Photon Ionization of Xenon Atoms / P. Agostini, F. Fabre, G. Mainfray et. al. // Phys. Rev. Lett. — 1979. — Vol. 42. — P. 1127.
42. *McIlrath, T.* Above-threshold ionization processes in xenon and krypton / T. McIlrath, P. Bucksbaum, R.R. Freeman et. al. // Phys. Rev. A. — 1987. — Vol. 35. — P. 4611.
43. *Попов, А.* Ионизация атомов в интенсивном неклассическом электромагнитном поле / А. Попов, О. Тихонова // ЖЭТФ. — 2002. — Т. 5, № 11. — С. 978.
44. *Гоносков, И.* Ионизация в квантованном электромагнитном поле / И. Гоносков, Г. Вугальтер, В. Миронов // ЖЭТФ. — 2007. — Т. 6, № 12. — С. 1278.
45. *Буренков, И. А.* Ионизация и стабилизация атома в квантовом электромагнитном поле / И. А. Буренков, О. В. Тихонова // Письма в ЖЭТФ. — 2013. — Т. 97, № 6. — С. 409.
46. *Mouloudakis, G.* Revisiting photon-statistics effects on multiphoton ionization / G. Mouloudakis, P. Lambropoulos // Phys. Rev. A. — 2018. — Vol. 97. — P. 053413.

47. *Huttner, B.* / B. Huttner, N. Imoto, N. Gisin et. al. // Phys. Rev. A. — 1995. — Vol. 51. — P. 1863.
48. *Helstrom, C. W.* Quantum Detection and Estimation Theory, Mathematics in Science and Engineering. Vol. 123 / C. W. Helstrom. — New York : Academic, 1976.
49. *Becerra, F. E.* *M*-ary-state phase-shift-keying discrimination below the homodyne limit / F. E. Becerra, J. Fan, G. Baumgartner et. al. // Phys. Rev. A. — 2011. — Vol. 84. — P. 062324.
50. *Yuen, H.* Generation and detection of two-photon coherent states in degenerate four-wave mixing / H. Yuen, J. Shapiro // Opt. Lett. — 1979. — Vol. 4. — P. 334.
51. *Levenson, M.* Generation and detection of squeezed states of light by nondegenerate four-wave mixing in an optical fiber / M. Levenson, R. Shelby, A. Aspect et. al. // Phys. Rev. A. — 1985. — Vol. 32. — P. 1550.
52. *Levenson, M. D.* Squeezing of classical noise by nondegenerate four-wave mixing in an optical fiber / M. D. Levenson, R. M. Shelby, S. H. Perlmuter // Opt. Lett. — 1985. — Vol. 10. — P. 514.
53. *Tyc, T.* Highly non-Gaussian states created via cross-Kerr nonlinearity / T. Tyc, N. Korolkova // New J. Phys. — 2008. — Vol. 10. — P. 023041.
54. *Yurke, B.* Squeezed-coherent-state generation via four-wave mixers and detection via homodyne detectors / B. Yurke // Phys. Rev. A. — 1985. — Vol. 32. — P. 300.
55. *Slusher, R. E.* Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity / R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke et. al. // Phys. Rev. Lett. — 1985. — Vol. 55. — P. 2409.
56. *Slusher, R. E.* Squeezed states in optical cavities: A spontaneous-emission-noise limit / R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke et. al. // Phys. Rev. A. — 1985. — Vol. 31. — P. 3512.
57. *Shelby, R. M.* Generation of squeezed states of light with a fiber-optic ring interferometer / R. M. Shelby, M. D. Levenson, D. F. Walls et. al. // Phys. Rev. A. — 1986. — Vol. 33. — P. 4008.

58. *Tanas, R.* Self-squeezing of light propagating through nonlinear optically isotropic media / R. Tanas, S. Kielich // Opt. Comm. — 1983. — Vol. 45. — P. 351.
59. *Tanas, R.* Coherence and Quantum Optics V / R. Tanas ; ed. by L. Mandel, E. Wolf. — Plenum New York, 1984.
60. *Tanas, R.* Squeezing from an anharmonic oscillator model: $(a^\dagger)^2 a^2$ vs $(a^\dagger a)^2$ interaction Hamiltonians / R. Tanas // Physics Lett. A. — 1989. — Vol. 141. — P. 217—220.
61. *Schleich, W.* Quantum Optics in Phase Space / W. Schleich. — WILEY-VCH, Berlin, 2001. — P. 695.
62. *Kenfack, A.* Negativity of the Wigner function as an indicator of non-classicality / A. Kenfack, K. Zyczkowski // J. Opt B: Quantum Semiclass. Opt. — 2004. — Vol. 6. — P. 396.
63. *Braunstein, S. L.* Quantum information with continuous variables / S. L. Braunstein, P. van Loock // Rev. Mod. Phys. — 2005. — Vol. 77. — P. 513.
64. *Titulaer, U.* Density operators for coherent fields. / U. Titulaer, R. J. Glauber // Phys. Rev. — 1966. — Vol. 145. — P. 1041—1050.
65. *Stoler, D.* Generalized coherent states / D. Stoler // Phys. Rev. D. — 1971. — Vol. 4. — P. 2309—2312.
66. *Ritze, H. H.* Quantum effects of a nonlinear interferometer with a Kerr cell / H. H. Ritze, A. Bandilla // Opt. Comm. — 1979. — Vol. 29. — P. 126.
67. *Kitagawa, M.* Number-phase minimum-uncertainty state with reduced number uncertainty in a Kerr nonlinear interferometer / M. Kitagawa, Y. Yamamoto // Phys. Rev. A. — 1986. — Vol. 34. — P. 3974—3988.
68. *Wilson-Gordon, A. D.* Statistical and phase properties of displaced Kerr states / A. D. Wilson-Gordon, V. Buzek, P. L. Knight // Phys. Rev. A. — 1991. — Vol. 44. — P. 7647.
69. *Gerry, C. C.* Statistical properties of squeezed Kerr states / C. C. Gerry, R. Grobe // Phys. Rev. A. — 1994. — Vol. 49. — P. 2033.

70. *Perinova, V.* Quantum statistics of displaced Kerr states / V. Perinova, V. Vrana, A. Luks et. al. // Phys. Rev. A. — 1995. — Vol. 51. — P. 2499.
71. *Sundar, K.* Amplitude-squeezed quantum states produced by the evolution of a quadrature-squeezed coherent state in a Kerr medium / K. Sundar // Phys. Rev. A. — 1996. — Vol. 53. — P. 1096.
72. *Bondurant, R. S.* Squeezed states in phase-sensing interferometers / R. S. Bondurant, J. H. Shapiro // Phys. Rev. D. — 1984. — Vol. 30. — P. 2548—2556.
73. *Shelby, R. M.* Broad-band parametric deamplification of quantum noise in an optical fiber / R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter et. al. // Phys. Rev. Lett. — 1986. — Vol. 57. — P. 691—694.
74. *Bergman, K.* Squeezing in fibers with optical pulses / K. Bergman, H. A. Haus // Opt. Lett. — 1991. — Vol. 16. — P. 663—665.
75. *Rosenbluh, M.* Squeezed optical solitons / M. Rosenbluh, R. M. Shelby // Phys. Rev. Lett. — 1991. — Vol. 66. — P. 153—156.
76. *Schmitt, S.* Photon-number squeezed solitons from an asymmetric fiber-optic sagnac interferometer / S. Schmitt, J. Ficker, M. Wolff et. al. // Phys. Rev. Lett. — 1998. — Vol. 81. — P. 2446—2449.
77. *Krylov, D.* Amplitude-squeezed solitons from an asymmetric fiber interferometer / D. Krylov, K. Bergman // Opt. Lett. — 1998. — Vol. 23. — P. 1390—1392.
78. *Friberg, S. R.* Observation of optical soliton photon-number squeezing / S. R. Friberg, S. Machida, M. J. Werner et. al. // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Vol. 77. — P. 3775—3778.
79. *Spalter, S.* Propagation of quantum properties of subpicosecond solitons in a fiber / S. Spalter, M. Burk, U. Strassner et. al. // Opt. Expr. — 1998. — Vol. 2. — P. 77—83.
80. *Hirosawa, K.* Photon number squeezing of ultrabroadband laser pulses generated by microstructure fibers / K. Hirosawa, H. Furumochi, A. Tada et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 94, no. 20360. — P. 1.

81. *Milanovic, J.* A novel method for polarization squeezing with photonic crystal fibers / J. Milanovic, M. Lassen, U. L. Andersen et. al. // Opt. Expr. — 2010. — Vol. 18. — P. 1521—1527.
82. *Vogl, U.* Squeezed light and self-induced transparency in mercury-filled hollow core photonic crystal fibers / U. Vogl, N. Y. Joly, Philip St.J. Russell et. al. — Optica Publishing Group, 2015. — PD_B_2.
83. *Bradley, T. D.* Optical properties of low loss (70 db/km) hypocycloid-core kagome hollow core photonic crystal fiber for rb and cs based optical applications / T. D. Bradley, Y. Wang, M. Alharbi et. al. // J. Lightwave Tech. — 2013. — Vol. 31. — P. 2752—2755.
84. *Margalit, M.* Cross phase modulation squeezing in optical fibers / M. Margalit, C. X. Xu, E. P. Ippen et. al. // Opt. Expr. — 1998. — Vol. 2. — P. 72—76.
85. *Hoff, U. B.* Integrated source of broadband quadrature squeezed light / U. B. Hoff, B. M. Nielsen, U. L. Andersen // Opt. Expr. — 2015. — Vol. 23. — P. 12013—12036.
86. *Rarity, J. G.* Photonic crystal fiber source of correlated photon pairs / J. G. Rarity, J. Fulconis, J. Duligall et. al. // Opt. Expr. — 2005. — Vol. 13. — P. 534—544.
87. *Fan, J.* A broadband high spectral brightness fiber based two-photon source / J. Fan, A. Migdall // Opt. Expr. — 2007. — Vol. 15. — P. 2915—2920.
88. *Clemmen, S.* Continuous wave photon pair generation in silicon-on-insulator waveguides and ring resonators / S. Clemmen, K. P. Huy, W. Bogaerts et. al. // Opt. Expr. — 2009. — Vol. 17, no. 19. — P. 16558—16570.
89. *Azzini, S.* Ultra-low power generation of twin photons in a compact silicon ring resonator / S. Azzini, D. Grassani, M. J. Strain et. al. // Opt. Expr. — 2012. — Vol. 20, no. 21. — P. 23100—23107.
90. *Engin, E.* Photon pair generation in a silicon micro-ring resonator with reverse bias enhancement / E. Engin, D. Bonneau, C. M. Natarajan et. al. // Opt. Expr. — 2013. — Vol. 21. — P. 27826.
91. *Guo, Y.* Telecom-band degenerate-frequency photon pair generation in silicon microring cavities / Y. Guo, W. Zhang, S. Dong et. al. // Opt. Lett. — 2014. — Vol. 39, no. 8. — P. 2526—2529.

92. *Grassani, D.* Micrometer-scale integrated silicon source of time-energy entangled photons / D. Grassani, S. Azzini, M. Liscidini et. al. // *Optica*. — 2015. — Vol. 2, no. 2. — P. 88—94.
93. *Wakabayashi, R.* Time-bin entangled photon pair generation from Si micro-ring resonator / R. Wakabayashi, M. Fujiwara, K.-i Yoshino et. al. // *Opt. Expr.* — 2015. — Vol. 23. — P. 1103.
94. *Suo, J.* Generation of hyper-entanglement on polarization and energy-time based on a silicon micro-ring cavity / J. Suo, S. Dong, W. Zhang et. al. // *Opt. Expr.* — 2015. — Vol. 23, no. 4. — P. 3985.
95. *Zhao, Y.* Near-degenerate quadrature-squeezed vacuum generation on a silicon-nitride chip / Y. Zhao, Y. Okawachi, Jae K. Jang et. al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2020. — Vol. 124, no. 19. — P. 193601.
96. *Zhang, Y.* Squeezed light from a nanophotonic molecule / Y. Zhang, M. Menotti, K. Tan et. al. // *Nat. Comm.* — 2021. — Vol. 12. — P. 2233.
97. *Braginsky, V.* Nondestructive measurement of the energy of optical quanta / V. Braginsky, S. Vyatchanin // *Sov. Phys. Doklady*. — 1981. — Vol. 26. — P. 686.
98. *Milburn, G. J.* Quantum nondemolition measurements via quadratic coupling / G. J. Milburn, D. F. Walls // *Physical Review A*. — 1983. — Vol. 28, no. 4. — P. 2065—2070.
99. *Levenson, M. D.* Quantum Nondemolition Detection of Optical Quadrature Amplitudes / M. D. Levenson, R. M. Shelby, M. Reid et. al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1986. — Vol. 57, issue 20. — P. 2473—2476.
100. *V.B.Braginsky.* Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes / V.B.Braginsky, M.L.Gorodetsky, V.S.Ilchenko // *Physics Letters A*. — 1989. — Vol. 137. — P. 393—397.
101. *Xiao, Y.-F.* Quantum nondemolition measurement of photon number via optical Kerr effect in an ultra-high-Q microtoroid cavity / Y.-F. Xiao, S. K. Ozdemir, Venkat Gaddam et. al. // *Opt. Express*. — 2008. — Vol. 16, no. 26. — P. 21462—21475.

102. *Tyc, T.* Highly non-Gaussian states created via cross-Kerr nonlinearity / T. Tyc, N. Korolkova // *New Journal of Physics*. — 2008. — Vol. 10, no. 2. — P. 023041.
103. *Braginsky, V.* Optimal quantum measurements in gravitational-wave detectors / V. Braginsky, Y. Vorontsov, F. Khalili // *JETP Letters*. — 1978. — Vol. 27. — P. 276—280.
104. *Unruh, W. G.* Analysis of quantum-nondemolition measurement / W. G. Unruh // *Phys. Rev. D*. — 1978. — Vol. 18, issue 6. — P. 1764—1772.
105. *Braginskii, V.* Optico-magnetic effects in nondestructive quantum counting / V. Braginskii, F. Khalili // *Sov. Phys. JETP*. — 1980. — Vol. 51. — P. 859—861.
106. *Roch, J. F.* Quantum non-demolition measurements in optics: a review and some recent experimental results / J. F. Roch, G. Roger, P. Grangier et. al. // *Applied Physics B*. — 1992. — Vol. 55, no. 3. — P. 291—297.
107. *Braginsky, V. B.* Quantum nondemolition measurements: the route from toys to tools / V. B. Braginsky, F. Y. Khalili // *Reviews of Modern Physics*. — 1996. — Vol. 68, no. 1. — P. 1—11.
108. *Grangier, P.* Quantum non-demolition measurements in optics / P. Grangier, J. A. Levenson, J.-P. Poizat // *Nature*. — 1998. — Vol. 396, no. 6711. — P. 537—542.
109. *Raimond, J. M.* Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity / J. M. Raimond, M. Brune, S. Haroche // *Rev. Mod. Phys.* — 2001. — Vol. 73, issue 3. — P. 565—582.
110. *Reiserer, A.* Cavity-based quantum networks with single atoms and optical photons / A. Reiserer, G. Rempe // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Vol. 87, issue 4. — P. 1379—1418.
111. *Niemietz, D.* Nondestructive detection of photonic qubits / D. Niemietz, P. Farrera, S. Langenfeld et. al. // *Nature*. — 2021. — Vol. 591, no. 7851. — P. 570—574.
112. *Gu, X.* Microwave photonics with superconducting quantum circuits / X. Gu, A. F. Kockum, Adam Miranowicz et. al. // *Physics Reports*. — 2017. — Vol. 718/719. — P. 1—102.

113. *Strekalov, D. V.* Nonlinear and quantum optics with whispering gallery resonators / D. V. Strekalov, C. Marquardt, A.B. Matsko et. al. // Journal of Optics. — 2016. — Vol. 18, no. 12. — P. 123002.
114. *Savchenkov, A. A.* Optical resonators with ten million finesse / A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko et. al. // Opt. Express. — 2007. — Vol. 15, no. 11. — P. 6768—6773.
115. *Kippenberg, T. J.* Kerr-Nonlinearity Optical Parametric Oscillation in an Ultrahigh- Q Toroid Microcavity / T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, K. J. Vahala // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93, issue 8. — P. 083904.
116. *Wu, L.* Greater than one billion Q factor for on-chip microresonators / L. Wu, H. Wang, Qifan Yang et. al. // Opt. Lett. — 2020. — Vol. 45, no. 18. — P. 5129—5131.
117. *Imoto, N.* Quantum nondemolition measurement of the photon number via the optical Kerr effect / N. Imoto, H. A. Haus, Y. Yamamoto // Phys. Rev. A. — 1985. — Vol. 32, issue 4. — P. 2287—2292.
118. *Roch, J.-F.* Quantum Nondemolition Measurements using Cold Trapped Atoms / J.-F. Roch, K. Vigneron, Ph. Grelu et. al. // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 78, issue 4. — P. 634—637.
119. *Matsko, A. B.* Backaction Cancellation in Quantum Nondemolition Measurement of Optical Solitons / A. B. Matsko, V. V. Kozlov, M. O. Scully // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 82, issue 16. — P. 3244—3247.
120. *Drummond, P. D.* Quantum-Nondemolition Measurements with Coherent Soliton Probes / P. D. Drummond, J. Breslin, R. M. Shelby // Phys. Rev. Lett. — 1994. — Vol. 73, issue 21. — P. 2837—2840.
121. *Bergou, J.* Nonlinear scattering processes in the presence of a quantised radiation field. I. Non-relativistic treatment / J. Bergou, S. Varro // J. Phys. A: Math. Gen. — 1981. — Vol. 14. — P. 1469.
122. *Burenkov, I. A.* Features of multiphoton-stimulated bremsstrahlung in a quantized field / I. A. Burenkov, O. V. Tikhonova // J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2010. — Vol. 43. — P. 235401.
123. *Fairlie, D. B.* The formulation of quantum mechanics in terms of phase space functions / D. B. Fairlie // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. — 1964. — Vol. 60, no. 3. — P. 581—586.

124. *Dutt, A.* On-Chip optical squeezing / A. Dutt, K. Luke, S. Manipatruni et. al. // *Phys. Rev. Appl.* — 2015. — Vol. 3. — P. 044005.
125. *Dutt, A.* Tunable squeezing using coupled ring resonators on a silicon nitride chip / A. Dutt, S. Miller, K. Luke et. al. // *Opt. Lett.* — 2016. — Vol. 41. — P. 223—226.
126. *Milburn, G. J.* Dissipative quantum and classical Liouville mechanics of the anharmonic oscillator / G. J. Milburn, C. A. Holmes // *Phys. Rev. Lett.* — 1986. — Vol. 56. — P. 2237—2240.
127. *Watanabe, K.* Limits on tradeoffs between third-order optical nonlinearity, absorption loss, and pulse duration in self-induced transparency and real excitation / K. Watanabe, Y. Yamamoto // *Phys. Rev. A.* — 1990. — Vol. 42. — P. 1699—1702.
128. *Milburn, G. J.* Quantum coherence and classical chaos in a pulsed parametric oscillator with a Kerr nonlinearity / G. J. Milburn, C. A. Holmes // *Phys. Rev. A.* — 1991. — Vol. 44. — P. 4704—4711.
129. *Gantsog, T.* Phase properties of a damped anharmonic oscillator / T. Gantsog, R. Tanas // *Phys. Rev. A.* — 1991. — Vol. 44. — P. 2086—2093.
130. *Brisudova, M. M.* Nonlinear dissipative oscillator with displaced number states / M. M. Brisudova // *J. Mod. Opt.* — 1991. — Vol. 38. — P. 2505—2519.
131. *Brisudova, M. M.* Creating multiphase coherent states in a damped anharmonic oscillator / M. M. Brisudova // *Phys. Rev. A.* — 1992. — Vol. 46. — P. 1696—1699.
132. *Mancini, S.* Quantum dynamics of a dissipative Kerr medium with time-dependent parameters / S. Mancini, P. Tombesi // *Phys. Rev. A.* — 1992. — Vol. 52. — P. 2475—2478.
133. *Perinova, V.* Free and dissipative evolution of squeezed and displaced number states in the third-order nonlinear oscillator / V. Perinova, J. Krepelka // *Phys. Rev. A.* — 1993. — Vol. 48. — P. 3881—3889.
134. *Milburn, G. J.* Quantum and classical Liouville dynamics of the anharmonic oscillator / G. J. Milburn // *Phys. Rev. A.* — 1986. — Vol. 33. — P. 674—685.

135. *Matsko, A. B.* Optical hyperparametric oscillations in a whispering-gallery-mode resonator: Threshold and phase diffusion / A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, Dmitry Strekalov et. al. // *Phys. Rev. A.* — 2005. — Vol. 71. — P. 033804.
136. *Ilchenko, V. S.* Generation of Kerr frequency combs in a sapphire whispering gallery mode microresonator / V. S. Ilchenko, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko et. al. // *Optical Engineering.* — 2014. — Vol. 53, no. 12. — P. 122607.
137. *Savchenkov, A. A.* Optical resonators with ten million finesse / A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko et. al. // *Opt. Expr.* — 2007. — Vol. 15. — P. 6768—6773.
138. *Liang, W.* High spectral purity Kerr frequency comb radio frequency photonic oscillator / W. Liang, D. Eliyahu, V. S. Ilchenko et. al. // *Nature Communications.* — 2015. — Vol. 6. — P. 7957.
139. *Ilchenko, V. S.* Crystal quartz optical whispering-gallery resonators / V. S. Ilchenko, A. A. Savchenkov, J. Byrd et. al. // *Opt. Lett.* — 2008. — Vol. 33. — P. 1569—1571.
140. *Gorodetsky, M. L.* Ultimate Q of optical microsphere resonators / M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko // *Opt. Lett.* — 1996. — Vol. 21. — P. 453—455.
141. *Ilchenko, V. S.* Electro-optical applications of high-Q crystalline WGM resonators, Chapter 15 in “Optical Processes in Microparticles and Nanostructures, A Festschrift Dedicated to Richard Kounai Chang on His Retirement from Yale University. Vol. 6 / V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov et. al. ; ed. by A. Serpenguzel, A. W. Poon. — Advanced Series in Applied Physics. — Singapore : World Scientific, 2011. — (pp. 283-324).
142. *Spencer, D. T.* Integrated waveguide coupled Si₃N₄ resonators in the ultra-high-Q regime / D. T. Spencer, J. F. Bauters, M. J. R. Heck et. al. // *Optica.* — 2014. — Vol. 1. — P. 153—157.
143. *Shitikov, A. E.* Billion Q-factor in silicon WGM resonators / A. E. Shitikov, I. A. Bilenko, N. M. Kondratiev et. al. // *Optica.* — 2018. — Vol. 5. — P. 1525—1528.

144. *Strekalov, D. V.* Nonlinear and quantum optics with whispering gallery resonators / D. V. Strekalov, C. Marquardt, A. B. Matsko et. al. // Journal of Optics. — 2016. — Vol. 16. — P. 123002.
145. *Kenfack, A.* Negativity of the Wigner function as an indicator of non-classicality / A. Kenfack, K. Życzkowski // J Opt B: Quantum Semiclass. Opt. — 2004. — Vol. 6. — P. 396.
146. *Schleich, W. P.* Quantum Optics in Phase Space / W. P. Schleich //. — Berlin : Wiley VCH Verlag Berlin GmbH, 2008.
147. *Kazemi, P.* Quantum carpets: a tool to observe decoherence / P. Kazemi, S. Chaturvedi, I. Marzoli et. al. // New J Phys. — 2013. — Vol. 15. — P. 013052.
148. *Leibsch, M.* Quantum dynamics of a plane pendulum / M. Leibsch, B. Schmidt // Phys Rev. A. — 2009. — Vol. 80. — P. 012510.
149. *Kasprzak, J.* Up on the Jaynes–Cummings ladder of a quantum-dot/microcavity system / J. Kasprzak, S. Reitzenstein, E.A. Muljarov et. al. // Nature Materials. — 2010. — Vol. 9, no. 4. — P. 304–308.
150. *Sete, E. A.* Interaction of a quantum well with squeezed light: Quantum-statistical properties / E. A. Sete, H. Eleuch // Phys. Rev. A. — 2010. — Vol. 82, issue 4. — P. 043810.
151. *Sete, E. A.* External-field effect on quantum features of radiation emitted by a quantum well in a microcavity / E. A. Sete, S. Das, H. Eleuch // Phys Rev. A. — 2011. — Vol. 83. — P. 023822.
152. *Yurke, B.* Generating quantum mechanical superpositions of macroscopically distinguishable states via amplitude dispersion / B. Yurke, D. Stoler // Phys. Rev. Lett. — 1986. — Vol. 57, issue 1. — P. 13–16.
153. *Thenabadu, M.* Leggett-Garg tests of macrorealism for dynamical cat states evolving in a nonlinear medium / M. Thenabadu, M. D. Reid // Phys Rev. A. — 2019. — Vol. 99. — P. 032125.
154. *Hu, L.-Y.* Wigner function evolution in a self-Kerr medium derived by entangled state representation / L.-Y. Hu, Z.-L. Duan, X.-X. Xu et. al. // J Phys. A: Math Theor. — 2011. — Vol. 44. — P. 195304.

155. *Kirchmair, G.* Observation of quantum state collapse and revival due to the single-photon Kerr effect / G. Kirchmair, B. Vlastakis, Z. Leghtas et. al. // Nature. — 2013. — Vol. 495. — P. 205.
156. *Grimm, A.* Stabilization and operation of a Kerr-cat qubit / A. Grimm, N. E. Frattini, S. Puri et. al. // Nature. — 2020. — Vol. 584, no. 7820. — P. 205—209.
157. *Milburn, G. J.* Quantum and classical Liouville dynamics of the anharmonic oscillator / G. J. Milburn // Phys. Rev. A. — 1986. — Vol. 33, issue 1. — P. 674—685.
158. *Lando, G. M.* Quantum revival patterns from classical phase-space trajectories / G. M. Lando, R. O. Vallejos, G.-L. Ingold et. al. // Phys Rev. A. — 2019. — Vol. 99. — P. 042125.
159. *Korolkova, N.* Time evolution of a quantum soliton in a Kerr medium / N. Korolkova, R. Loudon, G. Gardavsky et. al. // J Mod. Opt. — 2001. — Vol. 48. — P. 1339.
160. *Dodonov, V.* Theory of Nonclassical States of Light / V. Dodonov, V. Man'ko. — London : CRC Pres, 2003.
161. *Shore, B. W.* The Jaynes-Cummings Model / B. W. Shore, P. L. Knight // Journal of Modern Optics. — 1993. — Vol. 40, no. 7. — P. 1195—1238.
162. *Bajer, J.* Limits of noise squeezing in Kerr effect / J. Bajer, A. Miranowicz, R. Tanaś // Czech. J. Phys. — 2002. — Vol. 52. — P. 1313.
163. *Popolitova, D.* Phase-sensitive excitation of atomic systems and semiconductor quantum wells by non-classical light / D. Popolitova, O. Tikhonova // Laser Physics Letters. — 2019. — Vol. 16, no. 12. — P. 125301.
164. *Fedorov, M.* Short-pulse or strong-field breakup processes: a route to study entangled wave packets / M. Fedorov, M. Efremov, P.A. Volkov et. al. // J Phys. B. — 2006. — Vol. 39. — P. 467.
165. *Popolitova, D.* Features of non-classical light during its interaction with atoms and semiconductor nano-systems / D. Popolitova, O. Tikhonova // Laser Physics Letters. — 2020. — Vol. 17, no. 11. — P. 115302.
166. *Cummings, F. W.* Stimulated Emission of Radiation in a Single Mode / F. W. Cummings // Phys. Rev. — 1965. — Vol. 140, 4A. — A1051—A1056.

167. *Eberly, J.* Periodic Spontaneous Collapse and Revival in a Simple Quantum Model / J. Eberly, N. Narozhny, J. Sanchez-Mondragon // Physical Review Letters. — 1980. — Vol. 44, no. 20. — P. 1323—1326.
168. *Assemat, F.* Quantum Rabi Oscillations in Coherent and in Mesoscopic Cat Field States / F. Assemat, D. Grosso, A. Signoles et. al. // Physical Review Letters. — 2019. — Vol. 123, no. 14.
169. *Mirrahimi, M.* Dynamically protected cat-qubits: a new paradigm for universal quantum computation / M. Mirrahimi, Z. Leghtas, V.V. Albert et. al. // New Journal of Physics. — 2014. — Vol. 16, no. 4. — P. 045014.
170. *Miranowicz, A.* Generation of discrete superpositions of coherent states in the anharmonic oscillator model / A. Miranowicz, R. Tanas, S. Kielich // Quantum Optics: Journal of the European Optical Society Part B. — 1990. — Vol. 2, no. 3. — P. 253—265.
171. *Perez, A. M.* Giant narrowband twin-beam generation along the pump-energy propagation direction / A. M. Perez, K. Y. Spasibko, Polina R. Sharapova et. al. // Nature Communications. — 2015. — Vol. 6. — P. 7707.
172. *Kippenberg, T. J.* Dissipative Kerr solitons in optical microresonators / T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson et. al. // Science. — 2018. — Vol. 361, no. 6402.
173. *Kues, M.* On-chip generation of high-dimensional entangled quantum states and their coherent control / M. Kues, C. Reimer, P. Roztocki et. al. // Nature. — 2017. — Vol. 546. — P. 622.
174. *Moiseev, S. A.* Multiresonator quantum memory / S. A. Moiseev, F. F. Gubaidullin, R. S. Kirillov et. al. // Phys. Rev. A. — 2017. — Vol. 95, issue 1. — P. 012338.
175. *Chembo, Y. K.* Quantum dynamics of Kerr optical frequency combs below and above threshold: Spontaneous four-wave mixing, entanglement, and squeezed states of light / Y. K. Chembo // Phys. Rev. A. — 2016. — Vol. 93, issue 3. — P. 033820.
176. *Savchenkov, A. A.* Tunable Optical Frequency Comb with a Crystalline Whispering Gallery Mode Resonator / A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101, issue 9. — P. 093902.

177. *Desiatov, B.* Ultra-low-loss integrated visible photonics using thin-film lithium niobate / B. Desiatov, A. Shams-Ansari, M. Zhang et. al. // *Optica*. — 2019. — Vol. 6, no. 3. — P. 380—384.
178. *Danilishin, S. L.* Quantum Measurement Theory in Gravitational-Wave Detectors / S. L. Danilishin, F. Y. Khalili // *Living Reviews in Relativity*. — 2012. — Vol. 15, no. 1. — P. 5.
179. *Neumann, J. von.* Mathematical Foundations of Quantum Mechanics / J. von Neumann. — Princeton University Press, 2018. — P. 328.
180. *Heffner, H.* The Fundamental Noise Limit of Linear Amplifiers / H. Heffner // *Proceedings of the IRE*. — 1962. — Vol. 50, no. 7. — P. 1604—1608.
181. *Bohm, D.* Quantum Theory / D. Bohm. — Dover Publications, 1951. — P. 646.
182. *Braginsky, V.* / V. Braginsky, Y. Vorontsov // *Sov. Phys. Usp.* — 1975. — Vol. 17. — P. 644—650.
183. *Braginsky, V. B.* Quantum Nondemolition Measurements / V. B. Braginsky, Y. I. Vorontsov, K. S. Thorne // *Science*. — 1980. — Vol. 209, no. 4456. — P. 547—557.
184. *Carruthers, P.* Phase and Angle Variables in Quantum Mechanics / P. Carruthers, M. M. Nieto // *Rev. Mod. Phys.* — 1968. — Vol. 40, issue 2. — P. 411—440.
185. *Helstrom, C. W.* Quantum detection and estimation theory / C. W. Helstrom. — Academic Press, New York, 1976. — 309pp.
186. *Jin, W.* Hertz-linewidth semiconductor lasers using CMOS-ready ultra-high-Q microresonators / W. Jin, Q.-F. Yang, L. Chang et. al. // *Nature Photonics*. — 2021. — Vol. 15, no. 5. — P. 346—353.
187. *Caves, C. M.* Quantum-mechanical noise in an interferometer / C. M. Caves // *Phys. Rev. D*. — 1981. — Vol. 23, issue 8. — P. 1693—1708.
188. *Bilek, J.* Quantum-Enhanced Optomechanical Magnetometry / J. Bilek, B.-B. Li, B.H. Ulrich et. al. // *Conference on Lasers and Electro-Optics*. — Optica Publishing Group, 2018. — JTh2A.25.

189. *Cutipa, P.* Bright squeezed vacuum for two-photon spectroscopy: simultaneously high resolution in time and frequency, space and wavevector / P. Cutipa, M. V. Chekhova // Opt. Lett. — 2022. — Vol. 47, no. 3. — P. 465—468.
190. *Cai, Y.* Quantum enhanced measurement of an optical frequency comb / Y. Cai, J. Roslund, V. Thiel et. al. // npj Quantum Information. — 2020. — Vol. 7. — P. 1—8.
191. *Yap, M. J.* Broadband reduction of quantum radiation pressure noise via squeezed light injection / M. J. Yap, et. al. // Nature Photon. — 2020. — Vol. 14, no. 1. — P. 19—23.
192. *Grote, H.* First Long-Term Application of Squeezed States of Light in a Gravitational-Wave Observatory / H. Grote, K. Danzmann, K.L. Dooley et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110, issue 18. — P. 181101.
193. *Tse, M.* Quantum-Enhanced Advanced LIGO Detectors in the Era of Gravitational-Wave Astronomy / M. Tse, et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 123, issue 23. — P. 231107.
194. *Acernese, F.* Increasing the Astrophysical Reach of the Advanced Virgo Detector via the Application of Squeezed Vacuum States of Light / F. Acernese, et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 123, issue 23. — P. 231108.
195. *Abadie, J.* A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit / J. Abadie, B. Abbott, R. Abbott et. al. // Nature Physics. — 2011. — Vol. 7. — P. 962—965.
196. *Vahlbruch, H.* Detection of 15 dB Squeezed States of Light and their Application for the Absolute Calibration of Photoelectric Quantum Efficiency / H. Vahlbruch, M. Mehmet, K. Danzmann et. al. // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Vol. 117, issue 11. — P. 110801.
197. *Mehmet, M.* High-efficiency squeezed light generation for gravitational wave detectors / M. Mehmet, H. Vahlbruch // Classical and Quantum Gravity. — 2019. — Vol. 36, no. 1. — P. 015014.
198. *Darsow-Fromm, C.* Squeezed light at 2128 nm for future gravitational-wave observatories / C. Darsow-Fromm, J. Gurs, R. Schnabel et. al. // Optics Letters. — 2021.
199. *Dutt, A.* On-Chip Optical Squeezing / A. Dutt, K. Luke, S. Manipatruni et. al. // Phys. Rev. Applied. — 2015. — Vol. 3, issue 4. — P. 044005.

200. *Manceau, M.* Improving the phase super-sensitivity of squeezing-assisted interferometers by squeeze factor unbalancing / M. Manceau, F. Khalili, M. Chekhova // New Journal of Physics. — 2017. — Vol. 19.
201. *Frascella, G.* Overcoming detection loss and noise in squeezing-based optical sensing / G. Frascella, S. Agne, F. Khalili et. al. // npj Quantum Information. — 2021. — Vol. 7.