

**Заключение диссертационного совета МГУ.011.4
по диссертации на соискание ученой степени доктора наук**

Решение диссертационного совета от «27» декабря 2024 г. № 37

О присуждении Федорову Глебу Владимировичу,
гражданину Российской Федерации,
ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Теория функциональных непрерывных дробей в гиперэллиптических полях и ее приложения» по специальности 1.1.5. математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика принята к защите диссертационным советом «18» октября 2024 года, протокол № 33.

Соискатель Федоров Глеб Владимирович, 1989 года рождения, в 2010 году соискатель окончил с отличием механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова (присуждена квалификация математик по специальности «Математика»). В 2012 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему «Среднее значение функции делителей с быстро растущей размерностью» в диссертационном совете Д.501.001.84 на базе МГУ имени М. В. Ломоносова по специальности 01.01.06 математическая логика, алгебра, теория чисел (физико-математические науки). С 2012 по 2024 гг. работал доцентом на кафедре математических и компьютерных методов анализа механико-математического факультета МГУ.

Диссертация выполнена на кафедре математических и компьютерных методов анализа МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научный консультант – доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН Платонов Владимир Петрович, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, отдел теоретической и прикладной алгебры и теории чисел, главный научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Добровольский Николай Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого», кафедра алгебры, математического анализа и геометрии, заведующий кафедрой;

Устинов Алексей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор РАН, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”», факультет компьютерных наук, профессор;

Чирский Владимир Григорьевич, доктор физико-математических наук, доцент, МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, кафедра математического анализа, профессор;
дали положительные отзывы на диссертацию.

Выбор официальных оппонентов обоснован их высокой профессиональной квалификацией, наличием научных публикаций по направлениям, тесно связанным с темой диссертации автора, а также их соответствием критериям, установленным в Положении о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова

Соискатель имеет 35 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации 20 работ, из них 20 статей, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.5. математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

1. Платонов В. П., Федоров Г. В. Непрерывные дроби в гиперэллиптических полях со сколь угодно большой длиной периода // Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр. — 2024. — Т. 516. — С. 59—64. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.863 (2023); Platonov V. P., Fedorov G. V. Continued fractions in hyperelliptic fields with an arbitrarily large period length // Dokl. Math. — 2024. — Vol. 109, no. 2. — P. 147—151. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.5 (2023), SJR 0.458(2023). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,375 печ. л.

2. Федоров Г. В. О последовательностях многочленов f с периодическим разложением \sqrt{f} в непрерывную дробь // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1 Математика. Механика. — 2024. — № 2. — С. 25—30. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.396 (2023); Fedorov G. V. On sequences of polynomials f with periodic expansion of \sqrt{f} into continued fractions // Moscow University Mathematics Bulletin. — 2024. — no. 2. — P. 98—102. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.2 (2023), SJR 0.344 (2023). 0,375 печ. л.

3. Федоров Г. В. Об оценках длин периодов функциональных непрерывных дробей над алгебраическими числовыми полями // Чебышевский сб. — 2023. — Т. 24, № 3. — С. 162—189. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus. Импакт фактор: РИНЦ 0.498 (2021), SJR 0.296 (2023). 1,75 печ. л.

4. Федоров Г. В. Непрерывные дроби и проблема классификации эллиптических полей над квадратичными полями констант // Матем. заметки. — 2023. — Т. 114, № 6. — С. 873—893. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.796 (2023); Fedorov G. V. Continued Fractions and the Classification Problem for Elliptic Fields Over Quadratic Fields of Constants // Math. Notes. — 2023. — Vol. 114, no. 6. — P. 1203–1219. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.6 (2023), SJR 0.418 (2023). 1,3125 печ. л.

5. Федоров Г. В. О проблеме описания элементов эллиптических полей с периодическим разложением в непрерывную дробь над квадратичными полями констант // Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр. — 2022. — Т. 505. — С. 56—62. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: 0.943(2022); Fedorov G. V. On the problem of describing elements of elliptic fields with a periodic expansion into a continued fraction over quadratic fields // Dokl. Math. — 2022. — Vol. 106, no. 1. — P. 259–264. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.6 (2022), SJR 0.444 (2022). 0,4375 печ. л.

6. Platonov V. P., Fedorov G. V. Periodicity Criterion for Continued Fractions of Key Elements in Hyperelliptic Fields // Dokl. Math. — 2022. — С. 262—269. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.6 (2022), SJR 0.444 (2022). The contribution of the authors is equal and indivisible (50% / 50%). 0,5 печ. л.

7. Федоров Г. В. О фундаментальных S -единицах и непрерывных дробях, построенных в гиперэллиптических полях по двум линейным нормированиям // Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр. — 2021. — Т. 498. — С. 65—70. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.556 (2021); Fedorov G. V. On fundamental S -units and continued fractions constructed in hyperelliptic fields using two linear valuations // Dokl. Math. — 2021. — Vol. 103, no. 3. — P. 151–156. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.486 (2021), SJR 0.385 (2021). 0,375 печ. л.

8. Платонов В. П., Федоров Г. В. О проблеме классификации многочленов f с периодическим разложением \sqrt{f} в непрерывную дробь в гиперэллиптических полях // Изв. РАН. Сер. матем. — 2021. — Т. 85, № 5. — С. 152—189. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.804 (2021); Platonov V. P., Fedorov G. V. On the classification problem for polynomials f with a periodic continued fraction expansion of \sqrt{f} in hyperelliptic fields // Izv. Math. — 2021. — Vol. 85, no. 5. — P. 972–1007. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.978 (2021), SJR 0.726 (2021). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 2,375 печ. л.

9. Федоров Г. В. О семействах гиперэллиптических кривых над полем рациональных чисел, якобианы которых содержат точки кручения данных порядков // Чебышевский сб. — 2020. — Т. 21, № 1. — С. 322—340. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus. Импакт фактор: РИНЦ 0.450 (2020), SJR 0.273 (2020). 1,1875 печ. л.
10. Федоров Г. В. О длине периода функциональной непрерывной дроби над числовым полем // Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр. — 2020. — Т. 495. — С. 78—81. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.904 (2019); Fedorov G. V. On the period length of a functional continued fraction over a number field // Dokl. Math. — 2020. — Vol. 102, no. 3. — P. 513—517. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.619 (2020), SJR 0.765 (2020). 0,25 печ. л.
11. Федоров Г. В. Об S -единицах для нормирований второй степени в гиперэллиптических полях // Изв. РАН. Сер. матем. — 2020. — Т. 84, № 2. — С. 197—242. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.958 (2020); Fedorov G. V. On S -units for valuations of the second degree in hyperelliptic fields // Izv. Math. — 2020. — Vol. 84, no. 2. — P. 392—435. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 1.189 (2020), SJR 1.057 (2020). 2,875 печ. л.
12. Платонов В. П., Федоров Г. В. О проблеме классификации периодических непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Успехи математических наук. — 2020. — Т. 75, 4(454). — С. 211—212. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 1.250 (2020); Platonov V. P., Fedorov G. V. On the problem of classification of periodic continued fractions in hyperelliptic fields // Russian Math. Surveys. — 2020. — Vol. 75, no. 4. — P. 785—787. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 1.909 (2020), SJR 0.891 (2020). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,125 печ. л.
13. Федоров Г. В. Об ограниченности длин периодов непрерывных дробей ключевых элементов гиперэллиптических полей над полем рациональных чисел // Чебышевский сб. — 2019. — Т. 20, № 4. — С. 357—370. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus. Импакт фактор: РИНЦ 0.599 (2019), SJR 0.236 (2019). 0,875 печ. л.
14. Платонов В. П., Федоров Г. В. Критерий периодичности непрерывных дробей ключевых элементов гиперэллиптических полей // Чебышевский сб. — 2019. — Т. 20, № 1. — С. 248—260. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus. Импакт фактор: РИНЦ 0.599 (2019), SJR 0.236 (2019). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,75 печ. л.

15. Платонов В. П., Федоров Г. В. S -единицы для линейных нормирований и периодичность непрерывных дробей обобщенного типа в гиперэллиптических полях // Докл. РАН. — 2019. — Т. 486, № 3. — С. 280—286. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.904 (2019); Platonov V. P., Fedorov G. V. On S -units for linear valuations and the periodicity of continued fractions of generalized type in hyperelliptic fields // Dokl. Math. — 2019. — Vol. 99, no. 3. — P. 277–281. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.548 (2019), SJR 0.607 (2019). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,4375 печ. л.

16. Федоров Г. В. Периодические непрерывные дроби и S -единицы с нормированиями второй степени в гиперэллиптических полях // Чебышевский сб. — 2018. — Т. 19, № 3. — С. 282—297. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus. Импакт фактор: РИНЦ 0.572 (2018), SJR 0.187 (2018). 1,0 печ. л.

17. Платонов В. П., Федоров Г. В. О проблеме периодичности непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Матем. сб. — 2018. — Т. 209, № 4. — С. 54—94. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 1.165 (2018); Platonov V. P., Fedorov G. V. On the problem of periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields // Sb. Math. — 2018. — Vol. 209, no. 4. — P. 519–559. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: SJR 1.158(2020), JCR 1.274(2021). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 2,5625 печ. л.

18. Платонов В. П., Федоров Г. В. О периодичности непрерывных дробей в эллиптических полях // Докл. РАН. — 2017. — Т. 475, № 2. — С. 133—136. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.869 (2017); Platonov V. P., Fedorov G. V. On the periodicity of continued fractions in elliptic fields // Dokl. Math. — 2017. — Vol. 96, no. 1. — P. 332–335. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.534 (2017), SJR 0.427 (2017). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,25 печ. л.

19. Платонов В. П., Федоров Г. В. О периодичности непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Докл. РАН. — 2017. — Т. 474, № 5. — С. 540—544. — Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.869 (2017); Platonov V. P., Fedorov G. V. On the periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields // Dokl. Math. — 2017. — Vol. 95, no. 3. — P. 254–258. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.534 (2017), SJR 0.427 (2017). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,3125 печ. л.

20. Платонов В. П., Федоров Г. В. S -единицы и периодичность непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Докл. РАН. — 2015. — Т. 465, № 5. — С. 537—541.

— Журнал индексируется в РИНЦ, Scopus, WoS. Импакт фактор: РИНЦ 0.831 (2015); Platonov V. P., Fedorov G. V. *S*-units and periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields // Dokl. Math. — 2015. — Vol. 92, no. 3. — P. 752–756. — The journal is indexed in RSCI, Scopus, WoS. Impact factor: JIF 0.445 (2015), SJR 0.358 (2015). Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,3125 печ. л.

На диссертацию и автореферат дополнительных отзывов не поступило.

Диссертационный совет отмечает, что представленная диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как большое научное достижение, решены важные научные проблемы, разработаны новые математические методы, внедрение которых вносит значительный вклад в развитие страны.

Диссертация представляет собой самостоятельное законченное исследование, обладающее внутренним единством. Положения, выносимые на защиту, содержат новые научные результаты и свидетельствуют о личном вкладе автора в науку:

1) Полностью решены две гипотезы, поставленные академиком РАН В.П. Платоновым, касающиеся проблемы классификации эллиптических полей L по принципу периодичности непрерывных дробей ключевых элементов: доказана теорема о классификации таких эллиптических полей над полем рациональных чисел; доказана теорема о полном описании ключевых элементов, обладающих свойством периодичности в указанных эллиптических полях.

2) Решена проблема классификации эллиптических полей L по принципу периодичности непрерывных дробей ключевых элементов с условиями, что поле L определено над квадратичным расширением поля рациональных чисел, а соответствующая эллиптическая кривая входит в рациональную параметризацию модулярными кривыми.

3) Доказана теорема о сколь угодно больших длинах периодов функциональных непрерывных дробей в гиперэллиптических полях, ставшая удивительным и неожиданным открытием в теории функциональных непрерывных дробей. Этот результат стал возможным благодаря доказанной теореме о точных оценках на длины периодов функциональных непрерывных дробей элементов гиперэллиптического поля. В качестве одного из следствий этой теоремы дан ответ на вопрос У. Занье о возможных оценках на длину периода в последовательности степеней неполных частных функциональных непрерывных дробей с дополнительными ограничениями.

4) На основании глубокого анализа арифметики в группах классов дивизоров гиперэллиптических кривых в диссертации разработана новая теория функциональных

непрерывных дробей обобщенного типа. В рамках этой теории доказаны критерии периодичности функциональных непрерывных дробей обобщенного типа и сформулированы эффективные алгоритмы поиска и построения фундаментальных S -единиц для соответствующего множества нормирований S для следующих центральных случаев:

- a. множество S состоит из двух сопряженных нормирований первой степени;
- b. множество S состоит из двух сопряженных нормирований второй степени;
- c. множество S состоит из двух несопряженных нормирований первой степени.

В работе используются методы алгебраической теории чисел, алгебры и арифметической геометрии, теории функциональных непрерывных дробей. Все результаты диссертации являются новыми, четко сформулированы, а их достоверность обеспечивается строгими математическими доказательствами. Результаты диссертации прошли апробацию на многочисленных международных и всероссийских конференциях и научно-исследовательских семинарах. Результаты других авторов, упомянутые в диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

На заседании 27 декабря 2024 года диссертационный совет принял решение присудить Федорову Г.В. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 16 человек, из них 9 докторов физико-математических наук по специальности 1.1.5. математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, участвовавших в заседании, из 23 человек, входящих в состав совета (дополнительно введены на разовую защиту 0 человек), проголосовали: за 16, против 0, недействительных бюллетеней 0.

Председатель

диссертационного совета МГУ.011.4

д.ф.-м.н., профессор

Чубариков В.Н.

Ученый секретарь

диссертационного совета МГУ.011.4

к.ф.-м.н.

Кибкало В.А.

09 января 2025