

Васильев Евгений Владимирович

**Филаментация фемтосекундных оптических вихрей
при аномальной дисперсии групповой скорости
в прозрачных твердотельных диэлектриках**

Специальность: 1.3.19 – лазерная физика

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доц. Шленов С.А.

Содержание

Введение	4
Актуальность	5
Степень разработанности темы	5
Цели и задачи	6
Объект и предмет исследования	6
Научная новизна	7
Теоретическая и практическая значимость	7
Методология исследования	8
Защищаемые положения	8
Степень достоверности	9
Апробация результатов работы	9
Личный вклад автора	10
1 Состояние исследований	11
1.1 История открытия самофокусировки и филаментации	11
1.2 Механизмы филаментации	12
1.3 Филаментация в твердотельных диэлектриках	14
1.4 Самокомпрессия импульса и световые пули	16
1.5 Уширение спектра при самовоздействии фемтосекундных импульсов	18
1.6 Пучки сложной формы	19
1.7 Кольцевые пучки с фазовой сингулярностью (оптические вихри)	21
2 Математическая модель фемтосекундной филаментации оптических вихрей в твердотельных диэлектриках	30
2.1 Система уравнений для описания распространения оптических вихрей	30
2.2 Численное решение системы уравнений, описывающей фемтосекундную филаментацию	52
2.3 Тестирование программного пакета	61
2.4 Влияние параметров модели на численное решение	66
3 Кольцевые световые пули при филаментации оптического вихря в условиях аномальной дисперсии групповой скорости	87
3.1 Самофокусировка оптического вихря	87

3.2	Пространственно-временная динамика и многофокусная структура излучения кольцевых световых пучков	91
3.3	Спектральная трансформация энергии излучения	99
3.4	Выводы по главе	102
4	Особенности филаментации кольцевых пучков с фазовой дислокацией	103
4.1	Влияние дисперсии групповой скорости на самовоздействие оптических вихрей	103
4.2	Роль параметров излучения при филаментации в различных диэлектриках . . .	108
4.3	Сравнение филаментации оптического вихря и гауссова пучка	119
4.4	Выводы по главе	124
5	Спектральное уширение оптических вихрей	126
5.1	Угловой спектр при стационарной самофокусировке вихревого пучка	126
5.2	Частотные и угловые спектры при самовоздействии оптических вихрей	138
5.3	Выводы по главе	149
	Заключение	150
	Список публикаций по теме диссертации	153
	Приложение	156
	Частота лавинной ионизации в поле лазерного импульса	156
	Формулы для производных первого и второго порядка дисперсионного ряда	157
	Оптимальная светка в инерционной керровской нелинейности	158
	Вычислительная сложность модели	159
	Алгоритм получения частотно-углового спектра	162
	Вычислительная сложность получения серии частотно-угловых спектров	163
	Алгоритм генерации коррелированного гауссова шума	164
	Благодарности	165
	Литература	166

Введение

Распространение мощных фемтосекундных импульсов в прозрачных средах приводит к формированию филаментов – областей локализации импульсного излучения с высокой плотностью мощности. Протяженная структура филаментов является следствием динамического баланса, главным образом, фокусирующей керровской нелинейности и дефокусирующей плазменной. В условиях аномальной дисперсии групповой скорости (ДГС) филаментация может сопровождаться появлением световых пульс (СП) – локализованных в пространстве и времени структур, характеризующихся высокими значениями пиковой интенсивности. При этом аномальная дисперсия групповой скорости в прозрачных твердотельных диэлектриках (в частности, плавленом кварце, фторидах кальция и лития) проявляется на больших длинах волн ближнего ИК диапазона. Инфракрасные световые пули имеют поперечный размер около десятка микрон и длительность в несколько фемтосекунд.

В основном, исследования режима распространения излучения, при котором появляются световые пули, касались гауссовых пучков. В данной работе обсуждаются особенности такого режима для кольцевых пучков с вихревой фазовой сингулярностью (оптических вихрей). Наличие вихревой фазы у рассматриваемых пучков приводит к вытеснению светового поля из точки сингулярности, поэтому все нелинейно-оптические трансформации излучения происходят вне фазовой дислокации. В связи с этим вызывает интерес получение и исследование пространственно-временных и спектральных характеристик световых пульс, имеющих кольцевую структуру.

Неустойчивость пучков с фазовой сингулярностью усложняет их экспериментальное получение, в то время как математическое моделирование позволяет детально исследовать физические механизмы нелинейно-оптических трансформаций вихрей. Численный анализ самовоздействия фемтосекундных импульсов является ресурсоемкой задачей, для решения которой требуется создать программный пакет, способный проводить расчеты в рамках имеющейся математической модели за приемлемое время. При этом необходимо оценить влияние различных составляющих модели на характер решения и выделить среди них ключевые, чтобы повысить эффективность расчетов без существенной потери достоверности получаемых результатов.

Тематика исследования, находящаяся на стыке фемтосекундной филаментации и сингулярной оптики, имеет ряд потенциальных применений, касающихся, в частности, микромодификации показателя преломления в объеме твердотельных диэлектриков и создания протяженных микроструктур кольцевой формы.

Актуальность

Самовоздействие мощных лазерных импульсов в прозрачных диэлектриках приводит к формированию филамента – высокоэнергетичной структуры, которая сохраняется на больших расстояниях вдоль направления распространения излучения [1; 2]. При филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в условиях аномальной дисперсии групповой скорости (ДГС) в таких прозрачных твердотельных диэлектриках, как плавленый кварц, фториды кальция и лития, могут образовываться локализованные в пространстве и времени высокоинтенсивные световые пули [3], формирование которых сопровождается сильным уширением спектра излучения [4]. Фемтосекундная филаментация при аномальной ДГС широко исследована для гауссовых пучков [5; 6], пучков Бесселя [7; 8] и Эйри [9; 10], в меньшей степени – для оптических вихрей с фазовой сингулярностью (дислокацией) на оси. Фазовая дислокация возникает в том случае, когда при круговом обходе плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка, фазовый фронт испытывает один или несколько скачков на 2π . Интерес к оптическим вихрям возник в последней четверти прошлого века [11–17]. Современные работы, касающиеся сингулярных пучков, посвящены изучению различных способов генерации вихрей, особенностям их распространения в среде, а также различным практическим приложениям. Фемтосекундные оптические вихри могут быть получены, в частности, в схемах с одноосным кристаллом [18; 19] или с использованием спиральных фазовых пластинок [20–23]. При распространении оптических вихрей, в том числе в условиях самовоздействия, сохраняется их орбитальный угловой момент и отсутствует поле в области фазовой дислокации [24–27]. Филаментация оптических вихрей ближнего ИК диапазона может сопровождаться генерацией суперконтинуума [28; 29]. К многочисленным применениям фемтосекундных оптических вихрей относятся, в частности, оптические пинцеты [30], передача данных в оптоволокне [31], создание квантовых ячеек памяти [32], улучшение разрешения изображений в микроскопии [33]. Отдельно стоит выделить микромодификацию показателя преломления в объеме диэлектрика, которая ранее была осуществлена в плавленом кварце с помощью гауссова пучка [34], а по результатам исследований в диссертации может применяться также с использованием вихревых пучков для создания кольцевых каналов микромодификации [35]. С учетом сказанного, изучение особенностей филаментации оптических вихрей в твердотельных диэлектриках при аномальной ДГС, анализ пространственно-временной динамики нелинейно-оптических трансформаций, а также спектрального уширения излучения, является актуальным направлением исследований.

Степень разработанности темы

Многочисленные исследования явления фемтосекундной филаментации гауссовых, эллиптических и бесселевых пучков, сопоставление с результатами большого количества экспериментов позволили сформулировать развитую и апробированную математическую модель самовоздействия излучения в нелинейных средах [8; 36–40], которая была использована (с некоторыми отличиями) в настоящей работе для анализа филаментации вихревых

пучков. На момент написания работы изложенные в литературе результаты изучения филаментации фемтосекундных оптических вихрей касались, в основном, области нормальной ДГС. Указанная математическая модель применялась для исследования самовоздействия оптических вихрей ближнего ИК диапазона.

Цели и задачи

Цели настоящей работы состоят в исследовании филаментации фемтосекундных оптических вихрей в условиях аномальной дисперсии групповой скорости в прозрачных твердотельных диэлектриках, анализе особенностей пространственно-временной динамики и спектрального уширения излучения в режиме формирования кольцевых световых пульс (КСП). Основой работы является численное моделирование, при этом проведено сравнение результатов расчетов с экспериментом. Поставлены и решены следующие задачи:

- Получение типичных характеристик кольцевых световых пульс и многофокусной структуры излучения при филаментации в плавленом кварце, а также фторидах кальция и лития, оптических вихрей на длине волны ближнего ИК диапазона, соответствующей области аномальной ДГС.
- Изучение влияния дисперсии групповой скорости, топологического заряда и мощности оптического вихря на его самовоздействие в различных средах, сравнение с филаментацией гауссова пучка.
- Исследование трансформации частотно-углового спектра оптических вихрей и анализ особенностей его уширения при образовании КСП.
- Разработка программного кода, включающего несколько пакетов программ для численного анализа нелинейно-оптических трансформаций излучения в среде. К ним относятся, во-первых, программный пакет для моделирования фемтосекундной филаментации вихревых пучков в твердотельных диэлектриках в аксиально-симметричном приближении. Во-вторых, пакет для моделирования самофокусировки вихревых пучков, имеющих шумовую компоненту. В третьих, программа для обработки и построения частотных и частотно-угловых спектров, измеренных экспериментально.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования диссертационной работы является высокоинтенсивное фемтосекундное лазерное излучение оптических вихрей. Предмет исследования – самовоздействие указанного излучения при распространении в прозрачных твердотельных диэлектриках (плавленом кварце, фторидах кальция и лития), в процессе которого проводится анализ пространственно-временной динамики нелинейно-оптических трансформаций, а также особенностей спектрального уширения импульса.

Научная новизна

- Впервые получены пространственные, временные и энергетические характеристики последовательности КСП при филаментации вихревых пучков в условиях аномальной ДГС в прозрачных твердотельных диэлектриках.
- Установлено, что аномальная дисперсия групповой скорости оказывает существенное влияние на формирование КСП. Рост интенсивности в первом нелинейном фокусе может ограничиваться не плазменной нелинейностью, а дифракцией сфокусированного трехмерного вихря.
- Показано, что равенство дифракционной и дисперсионной длин фемтосекундного оптического вихря в условиях аномальной дисперсии групповой скорости ведет к формированию наиболее интенсивных кольцевых световых пуль. При филаментации вихревого пучка с топологическим зарядом $m = 1$ и пиковой мощностью, в четыре-пять раз превышающей критическую мощность самофокусировки вихря, формируется последовательность из трех КСП, последняя из которых является наиболее интенсивной. При $m = 2$ образуется $2 \div 3$ КСП, но самой интенсивной, как правило, является первая.
- Впервые обнаружено, что при самовоздействии фемтосекундных оптических вихрей с топологическим зарядом $m = 1$ в прозрачных твердотельных диэлектриках уширенный частотно-угловой спектр импульса содержит полосы, свидетельствующие о существенном падении интенсивности излучения под определенными углами к оси пучка. Такой характер углового распределения поля в широком частотном диапазоне обусловлен формированием в поперечнике пучка последовательности колец, соседние из которых имеют сдвинутые на π по отношению друг к другу спиральные фазы.

Теоретическая и практическая значимость

- Предложенная физическая картина самофокусировки стационарных оптических вихрей позволяет качественно объяснить полосатую структуру углового спектра при самовоздействии фемтосекундных вихревых пучков как в первом нелинейном фокусе, так и при дальнейшем распространении.
- Анализ частотного и углового уширения спектров излучения при филаментации оптических вихрей углубляет понимание механизмов нелинейно-оптических трансформаций сингулярных пучков в нелинейных средах.
- Описанные особенности самовоздействия фемтосекундных вихревых пучков позволяют детально проанализировать возможности получения с их помощью протяженных трубчатых микромодификаций показателя преломления в объеме прозрачных твердотельных диэлектриков.

- Разработанные программные пакеты позволяют моделировать филаментацию оптических вихрей в твердотельных диэлектриках, а также самофокусировку в условиях наличия шумов. Кроме того, они позволяют строить частотные и частотно-угловые спектры, измеренные экспериментально.

Методология исследования

Диссертационная работа включает в себя численное исследование самовоздействия излучения в прозрачных твердотельных диэлектриках. С помощью ряда приближений из уравнений Максвелла получено волновое уравнение распространения фемтосекундного оптического вихря в нелинейных средах. Уравнение содержит слагаемые, описывающие дифракцию пучка, дисперсию импульса, керровскую и плазменную нелинейности, обратное тормозное и нелинейное поглощения, а также экстинкцию. Кроме того, учитывается оператор волновой нестационарности, позволяющий описывать эффект самоукручения волнового фронта импульса. Кинетическое уравнение для самонаведенной лазерной плазмы включает полевую ионизацию молекул среды согласно модели Келдыша, а также лавинную ионизацию и рекомбинацию носителей заряда. Указанная система уравнений решается численно методом расщепления по физическим факторам. Для корректного численного решения требуется большое число узлов в расчетной сетке, поэтому в целях сокращения времени расчетов используется адаптивный шаг по эволюционной координате и распараллеливание программного кода. На основе полученных решений строятся зависимости для пространственного и временного распределения интенсивности, поверхностной плотности энергии, пиковой и линейной концентрации плазмы, а также частотные и частотно-угловые спектры излучения.

Защищаемые положения

- При филаментации оптического вихря ближнего ИК диапазона с топологическим зарядом $m = 1$ и пятикратным превышением мощности над критической в прозрачном твердотельном диэлектрике в условиях аномальной дисперсии групповой скорости (ДГС) формируется последовательность кольцевых световых пульс с шириной колец в несколько микрометров и длительностью, близкой к периоду осцилляции поля. Радиус световых пульс уменьшается по мере распространения вихря и может сокращаться до 10 микрометров. Спектральное уширение импульса при формировании кольцевых пульс несимметрично – в длинноволновую область переходит более половины оптической энергии.
- Дисперсия групповой скорости существенно влияет на характер нелинейно-оптических трансформаций при самовоздействии оптических вихрей в твердотельных диэлектриках. При аномальной ДГС образуются кольцевые световые пули, в то время как при нормальной и нулевой ДГС формирования световых пульс не происходит. В условиях

сохранения аксиальной симметрии пучка ограничение интенсивности кольцевых пучков в первом нелинейном фокусе при самовоздействии вихря с топологическим зарядом $m = 1$ и мощностью около пяти критических наступает в безыонизационном режиме вследствие дифракции сфокусированного узкого кольца. Групповая скорость кольцевых световых пучков меньше групповой скорости импульса в линейной среде.

- При самовоздействии вихревого пучка с топологическим зарядом $m = 1$ и мощностью, превышающей критическую в несколько раз, в частотно-угловом спектре импульса образуется система полос, свидетельствующая о существенном падении интенсивности излучения под определенными углами к оси пучка. Такой характер углового распределения поля в широком частотном диапазоне обусловлен формированием в поперечнике пучка последовательности колец, соседние из которых имеют сдвинутые на π по отношению друг к другу спиральные фазы.
- Уширение спектра при филаментации в образце плавленого кварца оптического вихря в условиях аномальной дисперсии групповой скорости сопровождается появлением в окрестности нелинейного фокуса локализованных максимумов в стоксовой и антистоксовой частях. При одинаковом превышении критической мощности уширение спектра в оптическом вихре меньше, чем в гауссовом пучке, так как фазовая дислокация препятствует самофокусировке излучения на оси и, соответственно, достижению больших градиентов интенсивности.

Степень достоверности

Степень достоверности результатов диссертационной работы определяется использованием современных подходов численного исследования распространения фемтосекундного лазерного излучения в среде и сравнением результатов с экспериментальными данными. Кроме того, проводится тестирование программного кода на сходимость численного решения с известными аналитическими выражениями и полуэмпирическими формулами.

Апробация результатов работы

Основные результаты работы опубликованы в 8 статьях научных журналов «Laser Physics Letters», «Квантовая электроника», «ЖЭТФ», «Оптика и спектроскопия», «Известия Российской академии наук. Серия физическая», «EPJ Web of Conferences» и 3 сборниках «Proceedings SPIE», «Progress in Photon Science: Springer Series in Chemical Physics», а также докладывались на международных конференциях: «Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов-2015" / "Ломоносов-2016"» (Москва, Россия, 2015 / 2016), «IX Международная конференция молодых ученых и специалистов "Оптика-2015"» (Санкт-Петербург, Россия, 2015), «V Международная конференция по фотонике и информационной оптике» (Москва, Россия, 2016), «SPIE Optics + Photonics

2016» (Сан-Диего, США, 2016), «International Conference on Coherent and Nonlinear Optics / International Conference on Lasers, Applications and Technologies 2016» (Минск, Беларусь, 2016), «XI Международный симпозиум по фотонному эхо и когерентной спектроскопии» (Светлогорск, Россия, 2017), «International Conference on Ultrafast Optical Science 2017» (Москва, Россия, 2017), «The Third STEPS Symposium on Photon Science» (Москва, Россия, 2018), «Международная конференция "Фундаментальные проблемы оптики 2018 / 2019"» (Санкт-Петербург, Россия, 2018 / 2019), «XIII International Conference on Hole Burning, Single Molecule, And Related Spectroscopies: Science and Applications» (Суздаль, Россия, 2018), «International Conference on Ultrafast Optical Science 2018» (Москва, Россия, 2018), «International Workshop on Quantum Optics 2019» (Владимир, Россия, 2019), «19th International Conference on Laser Optics 2020» (Санкт-Петербург, Россия, 2020) и на семинарах кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Личный вклад автора

Все представленные в диссертации теоретические результаты получены автором лично. Экспериментальные результаты получены в Институте спектроскопии РАН на основе фемтосекундного лазерного комплекса Центра коллективного пользования (ЦКП ИСАН) старшим научным сотрудником В.О. Компанцом под руководством заведующего лабораторией С.В. Чекалина.

Глава 1

Состояние исследований

Представлен исторический обзор исследований, связанных с фемтосекундной филаментацией излучения. Рассматривается режим возникновения световых пучков в условиях аномальной дисперсии групповой скорости импульса. Проанализированы особенности пучков с фазовой дислокацией на оптической оси и способы их экспериментального получения.

1.1 История открытия самофокусировки и филаментации

Самовоздействие мощных лазерных импульсов в прозрачных диэлектриках приводит к формированию филамента – пространственно-временной высокоэнергетичной структуры, которая сохраняется на больших расстояниях вдоль направления распространения излучения.

В основе явления филаментации лежит самофокусировка излучения. Теоретическое исследование самофокусировки началось в 1960-х годах и проводилось, в частности, в работах [41; 42]. В [43] было сделано предположение, что самофокусировка начинается в пучках, мощность которых превышает пороговую, называемую критической мощностью. Самофокусировка была зарегистрирована в [44] при фокусировке наносекундных лазерных импульсов мощностью 20 МВт в кювету с органическими жидкостями. В работе [45] сообщалось о повреждении оптического стекла, плавленого кварца и сапфира сфокусированным лазерным пучком. Позже было предложено рассматривать этот экспериментальный факт как следствие волноводного характера распространения излучения [46]. В этой же работе были получены физические параметры плазменного образования и критическая мощность самофокусировки лазерного излучения в углероде. В течение последующих трех лет были проведены наблюдения самофокусировки в воздухе сфокусированных наносекундных [47], а также сфокусированных [48] и коллимированных [49] пикосекундных импульсов.

Интерес к явлению самофокусировки света в 1990-х годах связан с прогрессом в создании мощных фемтосекундных лазерных установок. Широкое исследование филаментации коллимированного излучения в воздухе стало возможным после изобретения в 1985

году метода усиления chirпированных импульсов для получения лазерных импульсов пикосекундной длительности [50]. Этот метод применяется и для получения импульсов фемтосекундной длительности. После этого спустя некоторое время различными группами была зарегистрирована филаментация коллимированного фемтосекундного излучения в воздухе [51–54].

Явления самофокусировки и филаментации исследовались в большом числе работ, результаты которых стали предметом обсуждения многих статей [55–58], обзоров [1; 2; 59], монографий [60; 61] и других публикаций. Такой интерес научного сообщества к филаментации лазерного излучения, обусловленный в том числе возможными прикладными задачами, подтверждает актуальность и важность научных исследований в этой области.

1.2 Механизмы филаментации

При распространении мощного лазерного излучения в изотропной среде с керровской нелинейностью возникает самофокусировка пучка. Если профиль пучка является гауссовым, то его интенсивность максимальна на оси, нелинейная добавка к показателю преломления на ней больше, чем по краям [60]. Скорость распространения центральной части пучка становится меньше периферийной, и волновой фронт искривляется аналогично собирающей линзе (Рис. 1.1, слева), если начальная мощность излучения P_0 превышает некоторую пороговую величину, которая называется критической мощностью самофокусировки P_{cr} [62]. Заметим, что формулы, описывающие, критическую мощность, были получены не только для симметричных гауссовых пучков, но и для эллиптических [37].

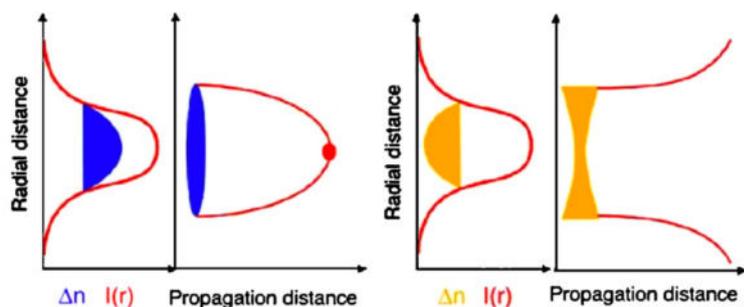


Рис. 1.1 Схематичное изображение керровской самофокусировки (слева) и плазменной дефокусировки (справа) гауссова пучка [1].

Согласно экспериментальным данным, критическая мощность самофокусировки в воздухе для излучения на длине волны 800 нм по разным оценкам составляет $1.72 \div 5$ ГВт [63–65], в воде – 4.2 МВт [66], в плавленом кварце – 2.3 МВт [67]. Важно отметить, что керровская нелинейность включает две составляющие – поляризационную (или электронную) и ориентационную. Первая составляющая определяется интенсивностью излучения в текущий момент времени, а характерное время действия второй сравнимо с длительностью фемтосекундных импульсов, что приводит к инерции нелинейного отклика [68]. С учетом этого, разница в значениях критической мощности самофокусировки, измеренных для одной среды, может быть объяснена различной длительностью импульсов. Поскольку время ориентации молекулы, определяющее инерционность ориентационного механизма

керровского эффекта, исчисляется десятками фемтосекунд, при сверхкоротких длительностях самофокусировка происходит в нестационарном режиме, и распространение передней части импульса влияет на распространение задней части, в отличие от квазистационарного режима распространения более длинных импульсов. Если длительность импульса существенно короче времени ориентации молекулы, то передняя часть мало влияет на заднюю. Расстояние до начала филаментации гауссова пучка в модели с мгновенным откликом среды хорошо аппроксимируется полуэмпирической формулой Марбургера [69], согласно которой указанное расстояние зависит от дифракционной длины пучка и превышения мощности над критической. Однако при больших начальных мощностях формула теряет актуальность в связи с образованием множества филаментов [70].

Процесс филаментации начинается с обусловленной керровской нелинейностью самофокусировки лазерных импульсов, при которой лавинообразно возрастает интенсивность излучения. При достаточной величине интенсивности возможно появление нелинейного поглощения и нелинейной фотоионизации среды, после чего следует дефокусировка пучка на образованной плазме. Образование плазмы влечет за собой локальное уменьшение показателя преломления, которое действует как рассеивающая линза, ограничивающая самофокусировку светового пучка (Рис. 1.1, справа). Следует заметить, что при филаментации преимущественно передняя часть импульса образует электронную плазму, которая дефокусирует заднюю часть импульса. В зависимости от частоты и интенсивности излучения возможны два режима фотоионизации: многофотонный и туннельный. При больших частотах (но недостаточно больших, чтобы один фотон мог выбить электрон) и не очень больших интенсивностях нелинейная ионизация обычно происходит в условиях одновременного поглощения электроном нескольких фотонов. Для сильных полей и более низких частот лазерного излучения (соответственно, более низких энергий кванта) реализуется туннельный режим. При туннельной ионизации переменное электрическое поле светового импульса подавляет кулоновское, удерживающее электрон. Достаточно сильное электрическое поле позволяет электрону туннелировать через небольшой потенциальный барьер и оторваться от атома. Критерий перехода от многофотонного к туннельному режиму был получен Л.В. Келдышем в виде т.н. адиабатического параметра γ [71]. При $\gamma \ll 1$ имеет место туннельная ионизация, а при $\gamma \gg 1$ – многофотонная. Заметим, что в режиме филаментации излучения в ближнем ИК диапазоне $\gamma \sim 1$, и предельные случаи в «чистом» виде не реализуются.

В результате, филаментацию можно представить как режим распространения излучения, формирующийся в результате баланса между керровской самофокусировкой с одной стороны, и плазменной дефокусировкой с другой стороны. Остановка роста интенсивности при филаментации зарегистрирована экспериментально на основе сигнала флуоресценции азота, а также анализа спектра импульса [72; 73]. В работе [74] анализ насыщения интенсивности проводился исходя из пиковой концентрации лазерной плазмы. В [51; 75] оценки значения пиковой интенсивности в филаменте дали результаты в диапазоне $(4.0 \div 6.5) \times 10^{13}$ Вт/см². В то же время существуют иные (не плазменные) механизмы, которые могут приводить к остановке роста интенсивности при самовоздействии. Согласно [76; 77], ограничение роста пиковой интенсивности филамента может происходить за счет высших порядков нелинейности.

Однако в [78] при анализе колец конической эмиссии излучения показано, что модель с использованием плазменной дефокусировки дает лучшую сходимость с экспериментом.

Значительную роль в формировании и поддержании высокой плотности мощности филамента на протяжении больших дистанций распространения играет окружающий его резервуар энергии [68]. В процессе самовоздействия происходит постоянный обмен энергией между приосевой областью и периферией пучка (т.н. «бэкграундом») – при фокусировке мощность стягивается на оптическую ось в поперечном сечении каждого временного слоя импульса, а при дефокусировке – уходит из нее [79]. Заметим, что блокирование центральной высокоинтенсивной части пучка различными способами приводит к тому, что после прохождения указанных препятствий филамент восстанавливается [80; 81], в то время как блокирование периферии пучка и соответственно всего резервуара энергии влечет за собой быстрое прекращение филаментации [82]. Если пиковая мощность импульса P_0 на входе в среду превышает критическую мощность самофокусировки P_{cr} в несколько раз, то возникает рефокусировка, при которой дефокусированное на хвосте импульса излучение вновь стягивается к оптической оси, в результате чего образуется последовательность соосных нелинейных фокусов [53]. Рефокусировка излучения подробно исследована численно и экспериментально [83–85].

Высокая поверхностная плотность энергии филаментов позволяет использовать их для получения сигнала флюоресценции от поверхности мишени, что лежит в основе спектроскопии пробоя (FIBS). В [86] мишень располагалась на расстоянии около 200 м от источника коллимированного лазерного излучения на длине волны 800 нм, энергией 350 мДж, пространственным размером 4.5 см и длительностью 75 фс. Показано, что величина сигнала флюоресценции определяется только расстоянием от мишени до системы детектирования и максимальна при формировании филамента за несколько метров до мишени.

Появление плазмы в филаменте может быть использовано при создании контролируемого искусственного электрического разряда, в частности, для управления грозowymi молниями [87]. В [88] в промежутке между электродами с напряжением амплитудой 1.2 МВ, достаточной для развития естественного разряда случайного характера, направлялось лазерное излучение, формирующее филамент.

1.3 Филаментация в твердотельных диэлектриках

Твердотельные диэлектрики по сравнению с газообразными средами имеют бóльшую плотность, что приводит к ряду особенностей при филаментации излучения. В частности, из-за менее эффективного возбуждения нелинейности значение критической мощности самофокусировки в твердотельных диэлектриках меньше на три порядка, чем в газообразных средах. При одинаковой пиковой интенсивности излучения понижение мощности ведет к квадратичному уменьшению характерного пространственного размера пучка [89]. Исходя из этого, отличие в критических мощностях на три порядка приводит к тому, что поперечный размер филаментов в газах больше такового в твердотельных диэлектриках более, чем

на порядок. Кроме того, значительную роль в плазменной нелинейности твердотельных диэлектриков играет обусловленная более высокой плотностью вещества лавинная ионизация, которая увеличивает число свободных носителей заряда [90]. При численном моделировании филаментации в твердотельных диэлектриках иногда используется модель многофотонной ионизации [91], однако согласно [92], при филаментации в плавленом кварце на центральной длине волны 800 нм полевая ионизация включает как многофотонный, так и туннельный механизмы.

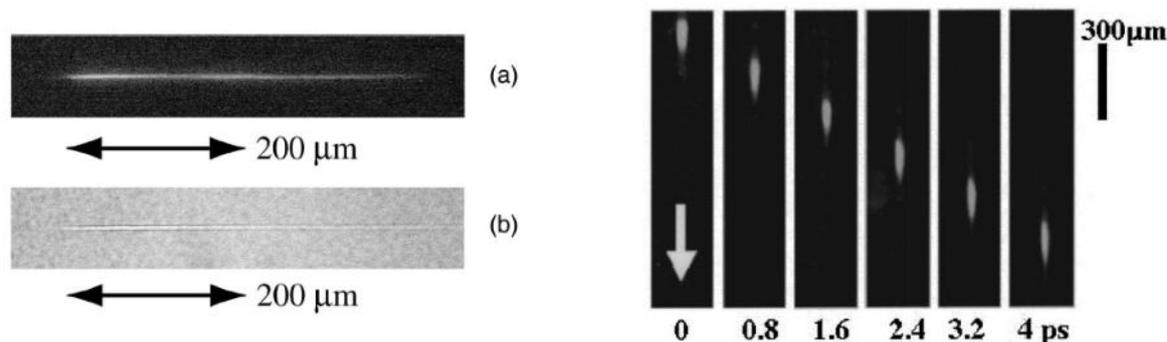


Рис. 1.2 Профиль филамента (а) и изменения показателя преломления (б) при распространении импульса длительностью 130 фс с длинным временем экспозиции (слева) [93]. Изображения филаментов, полученные методом время-разрешенных поляризационных измерений (справа) [94]. В обоих случаях импульсы распространялись в плавленом кварце.

Существует большое количество работ, в которых исследуется самовоздействие импульсов в твердотельных диэлектриках в ближнем ИК диапазоне. В 70-х годах прошлого века при исследовании импульсов пикосекундной длительности филаментация наблюдалась в оптических стеклах и кристаллах [95]. В [96] пиковая концентрация плазмы в филаменте была оценена как $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$, а диаметр плазменного канала – порядка единиц микрон. В более современных работах при исследовании фемтосекундных импульсов были получены многочисленные продольные изображения филамента в образцах. Так, в [93] при исследовании самовоздействия сфокусированного импульса длительностью 130 фс было проанализировано изменение показателя преломления в области высокой плотности мощности излучения (Рис. 1.2, слева). С помощью метода время-разрешенных поляризационных измерений в [94] было получено, что продольная длина высокоинтенсивной области при распространении филамента в плавленом кварце составляет чуть менее 300 мкм (Рис. 1.2, справа). Указанное значение ограничивает длину непрерывной области плазменного канала.

Слабая фокусировка излучения на вход в образец приводит к увеличению длины филаментов и уменьшению их интенсивности по сравнению с более острой фокусировкой [39]. В работе [67] для фокусировки излучения на переднюю грань образца использовалась длиннофокусная линза с $F = 80 \text{ мм}$. Согласно проведенным измерениям, пиковая интенсивность в филаменте составляла 10^{13} Вт/см^2 , а характерный поперечный размер – около $10 \div 40 \text{ мкм}$. В [97] острая фокусировка привела к генерации плазмы с концентрацией около 10^{20} см^{-3} и разрушению материала образца. Роль фокусировки и энергии импульса при филаментации ИК излучения в плавленом кварце исследовалась в [98]. Как и в [97], было

получено, что при острой фокусировке возникает пробой и разрушение структуры образца. Ослабление фокусировки ведет к формированию режима, при котором осуществляется только микромодификация среды.

Формирование каналов с модифицированным показателем преломления для создания продольных волноводов в образце изучалось в [99]. Получено, что при увеличении энергии импульсов, а также при уменьшении скорости сканирования образца, приращение показателя преломления кварца насыщалось до $\Delta n = 3 \times 10^{-3}$ в чистом материале и до $\Delta n = 5 \times 10^{-3}$ в кварце, допированном бором. В работе [100] фемтосекундный импульс приводил к модификации показателя преломления на $\Delta n = 1.1 \times 10^{-2}$. В [101] продольные каналы микромодификации формировались в плавленом кварце при распространении импульсов ближнего ИК диапазона длительностью более 100 фс. Появление каналов было связано с плазмой филамента и возникающими из-за нее микроскопическими взрывами в образце. В работе [102] исследовалось влияние плазмы филамента на микромодификацию и были экспериментально измерены ее характерные параметры – время существования (170 фс) и пиковая концентрация электронов ($5 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$). Каналы длиной около 2 мм и поперечным размером менее 10 мкм индуцированы при создании волноводного ответвителя в процессе филаментации излучения в плавленом кварце в видимом диапазоне [34]. Стоит отметить, что помимо ответвителя созданы, в частности, гексагональные массивы связанных волноводов, дифракционные решетки, фокусирующие транспаранты и другие элементы микрооптики.

1.4 Самокомпрессия импульса и световые пули

В твердотельных диэлектриках при переходе в длинноволновую часть спектра ИК диапазона после приблизительно 1500 нм [103] наступает область аномальной дисперсии групповой скорости (ДГС). Самовоздействие импульса с аномальной ДГС в нелинейной среде при положительной нелинейности приводит к сокращению его длительности. В условиях существенной аномальной дисперсии групповой скорости возможна сильная самокомпрессия импульса и формирование локализованных в пространстве и времени структур, которые называются «световыми пулями» (СП) и содержат высокую плотность мощности излучения [104].

Возможность существования режима распространения излучения, при котором появляются световые пули, была теоретически предсказана в [105] на основе анализа уравнения квазиоптики [106]. В [107] на примере нелинейного уравнения Шредингера численно и аналитически получено пороговое условие для коллапса трехмерной волны, при этом в области порога существует неустойчивое солитоноподобное решение. В случае нелинейного волнового уравнения распространения излучения в среде такое решение представляет собой световые пули. При формировании световых пуль основную роль в компрессии импульса играет второй порядок дисперсии, в то время как четвертый порядок останавливает коллапс [108; 109]. Остановка коллапса СП в результате многофотонного поглощения рассмотрена в [110]. Показано, что в такой модели формируется стабильная СП, которая может восстанавливаться

после перекрытия максимума интенсивности на оптической оси. Получение стабильной структуры излучения для модели с поглощением в виде световых пульс длительностью до 5 фс численно продемонстрировано в [111] на примере филаментации импульсов в аргоне и плавленом кварце. Самовоздействие импульса в изотропных диэлектриках в рамках модели с учетом дифракции, дисперсии и нелинейной поляризации было рассмотрено в условиях нормальной и аномальной дисперсии групповой скорости [112]. Получено, что в первом случае излучение расплывается как по пространству, так и по времени, а во втором наблюдается солитоноподобный режим распространения и формирование СП с минимальной длительностью в районе одной осцилляции светового поля. Анализ самовоздействия фемтосекундных импульсов в плавленом кварце в условиях плазменной нелинейности для нормальной, нулевой и аномальной ДГС представлен в [5]. Каждый из режимов распространения изучался при одинаковых дисперсионной и нелинейной длинах [69], а также одинаковом превышении мощности над критической. Получено, что в области аномальной ДГС формируется последовательность СП длительностью около 10 фс и пиковой интенсивностью $\sim 5 \times 10^{13}$ Вт/см². В [3] описанная модель подтверждена экспериментально на примере распространения пучка размером 100 мкм в импульсе на центральной длине волны 1800 нм длительностью 50 фс.

Влияние дисперсионной и нелинейной длины на закономерности образования световых пульс в ИК диапазоне для пучков с околорезонансной мощностью в плавленом кварце и кристалле СаF₂ исследовано в [6]. Получено, что интервал существования пули составляет около 1 мм, а изменение энергии импульса не приводит к увеличению ее времени жизни. При этом пиковая интенсивность СП определяется порядком многофотонности и растет с его увеличением. В [113] показано, что с увеличением отношения дифракционной длины излучения к дисперсионной пороговая мощность филаментации и образования СП возрастает.

Одной из первых работ по экспериментальному получению световых пульс в различных средах и условиях является [114]. В частности, было рассмотрено влияние давления в газах (метане и аргоне) на процесс филаментации, поскольку оно определяет эффективность нелинейности и величину критической мощности излучения. Для импульсов с энергией около 1 мДж получено, что при увеличении давления в среде импульс разбивается на ряд субимпульсов, при этом характерный размер пучка уменьшается. В [115] продемонстрировано получение пульс филамента в воздухе и азоте.

Формирование световых пульс возможно не только в ИК, но и в терагерцовом диапазоне – в частности, при распространении импульса видимого излучения в системе из резонансных анизотропных молекул с постоянным дипольным моментом [116]. Динамика световых пульс в квадратично-нелинейных средах исследована в [117]. Численно показано распространение солитона на расстояние, существенно превышающее дифракционную и дисперсионную длины. Появление световых пульс в двумерной среде с аномальной ДГС при генерации второй гармоники продемонстрировано в [118].

1.5 Уширение спектра при самовоздействии фемтосекундных импульсов

Самовоздействие фемтосекундных лазерных импульсов в нелинейных средах приводит к уширению спектра излучения как по частоте, так и по углу [119; 120]. В том случае, когда спектр уширяется по частоте достаточно сильно, говорят о формировании суперконтинуума излучения [121] или генерации белого света, если речь идет о видимом диапазоне [122]. Значительное уширение спектра достигается в условиях сильной локализации излучения по пространству и времени, что наиболее эффективно происходит в капиллярах [123], оптических волокнах [123] и фотонных кристаллах [124]. Филаментация в прозрачных однородных средах, в общем случае, приводит к меньшему уширению спектра, чем в описанных системах, однако указанное уширение все равно является существенным [125].

Одной из первых работ по анализу влияния самовоздействия на уширение спектра излучения является исследование, где в кювете с жидким сероуглеродом происходило формирование филаментов в гауссовых пучках [126]. Показано, что фазовая самомодуляция приводит к трансформации частотного спектра импульсов, в основном, в стоксову область. Наблюдение значительного уширения спектра при филаментации в твердотельных диэлектриках осуществлено в работе [127]. Самовоздействие пикосекундного излучения в образцах приводило к уширению спектра вплоть до нескольких тысяч обратных сантиметров, что объясняется авторами воздействием электронной керровской нелинейности. Особенности самоукручения фронтов импульса и соответствующего уширения спектра изучалось в [128]. Показано, что вследствие фазовой самомодуляции излучения передний фронт импульса вызывал уширение спектра в стоксову область, а задний – в антистоксову. Указанный механизм изучался теоретически в рамках работы [129].

Филаментация фемтосекундного излучения в прозрачных средах неизбежно приводит не только к частотному, но и угловому уширению спектра. В [130] при фокусировке пикосекундных импульсов в кювете с водой наблюдалась т.н. коническая эмиссия, при которой угол направленности частотных компонент по отношению к оптической оси увеличивается при уменьшении длины волны. Излучение конической эмиссии в поперечном сечении выглядит как набор концентрических окружностей с плавно изменяющимися цветами при движении от центра к периферии. Подобная картина, в частности, наблюдалась при филаментации в воздухе [54], плавленом кварце [131] и кристалле BaF_2 [132].

Зачастую коническую эмиссию антистоксовой области спектра называют антистоксовым крылом (АСК) [133]. Особенности его формирования изучались в [134] при филаментации импульса на центральной длине волны 1800 нм в плавленом кварце, что соответствует области аномальной ДГС. На картинах частотного спектра указанное крыло отстоит от основной части спектра, что позволяет назвать его изолированным. Получено, что появление АСК связано с сильным самоукручением заднего фронта импульса, которое возникает в условиях аномальной ДГС. В [135] предложена интерференционная модель формирования частотно-углового спектра импульса и, в частности, антистоксова крыла на примере филаментации в ближнем

ИК. В рамках указанной модели спектральная интенсивность рассчитывается на основе разности фаз между гармониками, идущими под одинаковыми углами в начале филамента и в некоторой точке на его длине. Сравнение спектров, полученных экспериментально и численно, со спектрами согласно предложенной модели показало схожие результаты. Анализ пространственно-временной и спектральной трансформации излучения при формировании световых ИК пульс был проведен в работах [38; 136]. При рассмотренном превышении пиковой мощности импульса над критической $P_0 = 5P_{cr}$ формируется несколько световых пульс, в плоскости образования каждой пули спектр монотонно уширен в стоксову и антистоксову область. Смещение пули к хвосту импульса за счет инерционной керровской нелинейности сопровождается формированием изолированного антистоксова крыла, источники которого находятся на заднем фронте импульса. Показано, что при изменении центральной длины волны импульса от 1300 нм, соответствующей нулевой ДГС кристалла плавленого кварца, к 2300 нм, спектр АСК сужается и сдвигается в синюю область. В [4] проведен подробный анализ однофиламентного режима во фторидах в среднем ИК диапазоне. Получены картины радужных колец суперконтинуума в BaF_2 и CaF_2 , а также изолированное антистоксово крыло на интегрированном частотном спектре излучения в районе $400 \div 600$ нм. Показан сдвиг пика АСК приблизительно от 600 нм до 400 нм при увеличении центральной длины волны в диапазоне $3000 \div 3800$ нм.

Возможность генерации широкого спектра суперконтинуума находит применение в зондировании окружающей атмосферы лидарами тераваттной мощности. Так, в [137] спектр излучения, который простирался от 0.5 мкм до 4.5 мкм, на высоте 4.5 км хорошо детектировал линии поглощения различных загрязняющих примесей. Кроме того, суперконтинуум позволял проводить одновременные измерения температуры воздуха и концентрации водяных паров. В [138] филаменты были получены в атмосфере на высоте от 2 до 5 км. При этом характерный поперечный размер пучка для различных фокусировок не превосходил 20 м, а угловая расходимость – 4 мрад. В работе [139] отмечается ряд преимуществ филаментации при зондировании атмосферы. К ним относятся, прежде всего, высокое пространственное разрешение, возможность приближения источника зондирования к объекту исследования, широкий спектральный диапазон, позволяющий зондировать одновременно несколько параметров атмосферы, а также высокая эффективность преобразования энергии лазерного импульса ($5 \div 10\%$).

1.6 Пучки сложной формы

Помимо гауссовых пучков, рассмотренных выше, в нелинейной оптике и лазерной физике исследуются пространственные моды более сложной формы – в частности, пучки Эйри, Бесселя и различные кольцевые распределения. Такие пучки устойчивы при распространении в линейных средах, а филамент – достаточно стабильное образование в нелинейной среде, поэтому представляет интерес исследование того, как эти два фактора проявляют себя в сочетании.

Пучки Эйри представляют собой недифрагирующее решение уравнения Шредингера [140] в одномерном случае, что продемонстрировано в [141] на примере задач квантовой механики. Позднее в работах [142; 143] было показано, что ограниченные пучки Эйри как в одномерном, так и в двумерном случае, распространяются в среде без существенных искажений формы на расстояния в несколько дифракционных длин. В [144] численно и экспериментально исследовалось распространение пучков Эйри в различных средах. Получено, что такие пучки обладают робастностью и способны сохранять форму в присутствии турбулентности. Одной из особенностей рассматриваемой моды является то, что при линейной фокусировке возрастание пиковой интенсивности излучения происходит быстрее, чем в пучках других профилей [145; 146]. При этом зависимость пиковой интенсивности от расстояния после фокуса содержит осцилляции, что объясняется влиянием кольцевых компонент в распределении поля. В работе [147] экспериментально подтверждено, что в присутствии кубичной нелинейности и многофотонного поглощения пучки Эйри сохраняют пространственную стабильность при распространении в воде. Появление световых пульс в пучках Эйри исследовано в [10]. Экспериментально продемонстрировано уменьшение расстояния до нелинейного фокуса при увеличении энергии импульса. Обнаружено, что пиковая интенсивность практически не меняется при превышении критической мощности излучения более, чем в пять раз. Генерация кольцевых плазменных каналов с широкополосным излучением филамента под определенными углами при распространении фемтосекундных пучков Эйри рассмотрена в [9]. Одним из популярных приложений рассматриваемых пучков является перемещение микрочастиц вдоль заданного направления, при этом сама частица находится на уровне оптической оси пучка и ограничена в движении его наиболее интенсивными максимумами [148].

Бесселевы пучки являются решением уравнения Гельмгольца [149] в изотропной среде [150]. Особенность таких пучков заключается в том, что, подобно рассмотренным ранее пучкам Эйри, они являются модой, не испытывающей дифракцию [151]. В эксперименте невозможно получить бесселев пучок, в точности соответствующий функции Бесселя [152], поскольку она достаточно медленно убывает по направлению к периферии. В связи с этим при численном моделировании для более быстрого уменьшения амплитуды пучка, как правило, функция Бесселя умножается на гауссову огибающую необходимой ширины (в результате получаются т.н. Бессель-Гауссовы пучки) [8]. Пучки Бесселя обладают хорошей устойчивостью к атмосферной турбулентности, их способность сохранять пространственное распределение по мере распространения в среде сопоставима с пучками Эйри и превосходит гауссовы пучки [153]. Описанная особенность продемонстрирована в [154] на примере распространения импульсного излучения в кювете с метанолом. Длина полученных флюоресцирующих каналов для бесселева пучка существенно превосходит таковую для гауссова пучка. В эксперименте бесселев пучок получается с помощью пропускания излучения через аксикон [7]. В [7] при исследовании фемтосекундной филаментации бесселевых пучков в кристалле BaF_2 было получено, что в случае аксиконной фокусировки для формирования филамента необходима бóльшая энергия, чем при пропускании через сферическую линзу. Кроме того, увеличение угла аксикона способствует росту указанной пороговой энергии, при этом поперечный размер филамента не зависит от способа фокусировки. В [8] изучалось формирование световых

пуль в бесселевых пучках. Получено, что положение световых пуль вдоль направления распространения излучения можно контролировать изменением кривизны волнового фронта Бессель-Гауссова пучка, а параметры световых пуль не зависят от типа пучка, поступающего на вход в нелинейную среду. Увеличение длины плазменного канала в образцах плавленого кварца реализовано с помощью аксиконной фокусировки в [131]. Показано, что длина плазменного канала увеличивается с фокусным расстоянием линзы и ближе к $F = 20$ см выходит на плато. Среди приложений бесселевых пучков встречается, в частности, формирование микроскопических каналов в образцах стекла [155]. Типичные размеры каналов достигают несколько десятков микрон в длину и единицы микрон в поперечнике. Кроме того, бесселевы пучки активно применяются в обработке материалов, оптической когерентной томографии, системах обнаружения двойного лучепреломления, микроскопии и пр. [156]

По сравнению с пучками Эйри и Бесселя, кольцевые пучки с одним максимумом имеют существенно более простую форму. Первые попытки анализа распространения кольцевых пучков в нелинейных средах были предприняты в 60-х годах прошлого века. Самофокусировка пучков с немонотонной зависимостью распределения интенсивности при движении от оптической оси к периферии (нарастание интенсивности до определенного радиуса r_m и затем спад) была рассмотрена в работе [157]. На примере миллисекундного импульса с энергией 25 Дж, распространявшегося в воде, продемонстрирована т.н. «банановая» самофокусировка: увеличение интенсивности в центральной части пучка до $r < r_m$ и потеря боковой части после $r > r_m$, что напоминает обдирку шкуры банана. Особенности самофокусировки в атмосфере кольцевых пучков по сравнению с гауссовым и пучком в форме плато изучались в [158]. Получено, что в нелинейном фокусе кольцевой пучок испытывает более сильный коллапс на оптической оси по сравнению другими пучками – его пиковая интенсивность превышает остальные минимум в 1.3 раза, а характерная ширина меньше, чем у рассмотренных пучков, минимум в 1.5 раза. В [159] предложен способ увеличения длины филамента с помощью пропускания кольцевого пучка сначала через дефокусирующую линзу, а затем аксикон. Такой способ позволяет осуществить плавное поступление энергии к оптической оси из бэкграунда и ведет к увеличению расстояния вдоль направления распространения излучения, на котором наблюдаются высокие интенсивности. При этом потери энергии существенно меньше, чем при использовании гауссова пучка.

1.7 Кольцевые пучки с фазовой сингулярностью (оптические вихри)

1.7.1 Фазовая сингулярность и вихревые пучки

Как было упомянуто выше, распространение кольцевых пучков сопровождается переходом энергии излучения на оптическую ось. Однако, если поместить в центр пучка фазовую сингулярность, то ситуация меняется – появляется отличный от нуля орбитальный угловой момент и поле на оси зануляется [27]. Фазовая сингулярность (дислокация) представляет

собой точку в поперечной плоскости излучения, где фаза не определена (в данной работе будем рассматривать дислокации, расположенные в точности на оптической оси пучка). Неопределенность в фазе $\theta(x, y)$ достигается ее азимутальным «закручиванием» относительно точки сингулярности, которое может иметь вид: $\theta(x, y) = m\varphi(x, y) = m \operatorname{arctg}(x, y)$ [160], где m – топологический заряд. Указанное распределение фазы будем называть вихревым. Топологический заряд m влияет на скорость нарастания фазы θ при движении вокруг точки дислокации фазы в плоскости (x, y) . Если $m = 1$, то фаза нарастает при изменении полярного угла φ и достигает значения 2π после полного оборота, т.е. имеет место один скачок фазы. Если $m = 2$, то рост фазы идет быстрее, и при полном обходе точки дислокации образуются два скачка фазы. В общем случае число скачков фазы θ при движении вдоль полярного угла φ равно топологическому заряду m .

Фазовая дислокация может существовать в различных пучках – например, в модах Лагерр-Гаусса [27], которые удобны тем, что в частном случае описывают обычные гауссовы пучки. Комплексная амплитуда таких мод в полярных координатах с учетом вихревой фазы $\theta = m\varphi$ имеет вид:

$$A_{nm}(r, \varphi) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{|m|} L_n^m\left(\frac{r^2}{r_0^2}\right) \exp\left\{-\frac{r^2}{2r_0^2}\right\} \exp\{i\theta\}, \quad (1.1)$$

где (r, φ) – радиальная и угловая координаты, $n \in \mathbb{N}$ – радиальное число, $m \in \mathbb{Z}$ – орбитальное число (топологический заряд), L_n^m – присоединенный полином Лагерра [152]. В общем случае распределение интенсивности в таком пучке представляет собой систему концентрических колец, однако в данной работе будет рассматриваться простейший случай с $L_{n=0}^m = 1$, при котором амплитуда полинома степени $|m|$ стремится к нулю на периферии пучка из-за умножения на квадратичную экспоненту, что приводит к формированию единственного кольца. Такие моды Лагерр-Гаусса с вихревой фазой будем называть оптическими вихрями (или вихревыми пучками). В дальнейшем для определенности будут рассматриваться только вихри с $m > 0$, поэтому знак модуля в полиноме $(r/r_0)^{|m|}$ опускается. Заметим, что при $m = n = 0$ мода (1.1) принимает вид гауссова пучка.

На Рис. 1.3 изображены картины интенсивности $I(x, y)$ и фазы $\theta(x, y)$ для гауссова пучка ($m = 0$) и оптических вихрей с топологическими зарядами $m = \overline{1, 4}$. Видно, что увеличение топологического заряда способствует уширению центрального низкоинтенсивного участка в кольцевом распределении интенсивности и увеличению диаметра всего кольца. Кроме того, растет значение пиковой интенсивности – в частности, ее значение у вихря с $m = 4$ приблизительно в 12.7 раз больше, чем при $m = 1$.

Вихревая фаза сингулярного пучка приводит к формированию спирального (или геликоидального) волнового фронта. Поверхность с одинаковой фазой у вихря делает обороты вокруг оптической оси, в то время как у гауссова пучка остается плоской (Рис. 1.4).

1.7.2 Генерация оптических вихрей

Экспериментальное получение оптических вихрей может быть реализовано различными способами. Одним из них является внутрирезонаторная генерация оптического вихря.

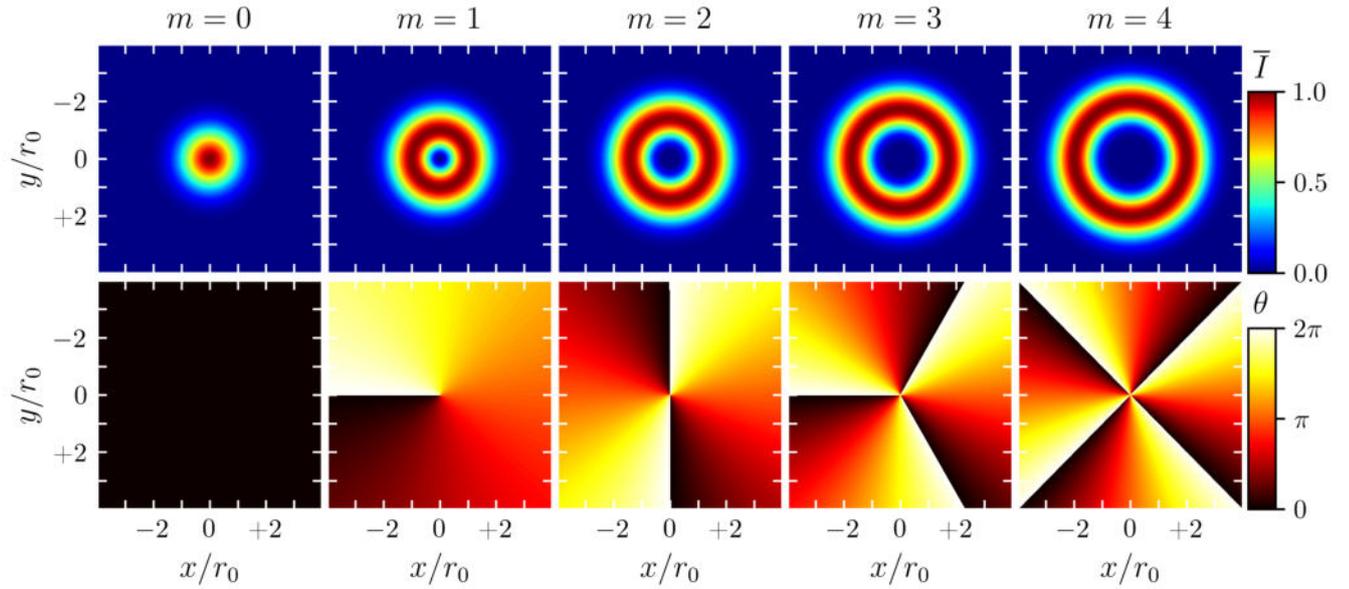


Рис. 1.3 Пространственное распределение интенсивности $\bar{I}(x, y)$ (сверху) и фазы $\theta(x, y)$ (снизу) для гауссова пучка ($m = 0$) и оптических вихрей с топологическими зарядами $m = \overline{1, 4}$. Каждая из картин интенсивности нормирована на свой максимум.

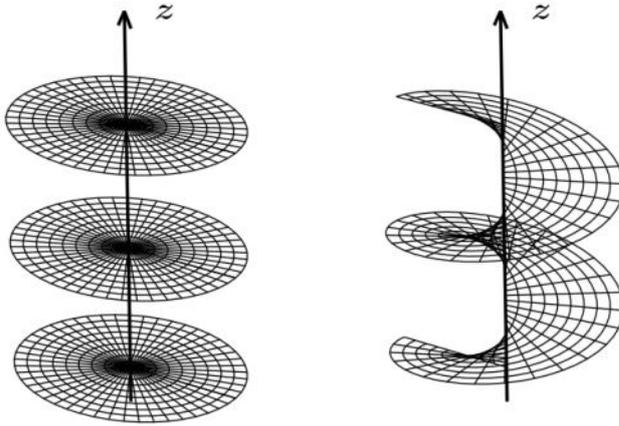


Рис. 1.4 Волновой фронт коллимированного гауссова пучка ($m = 0$, слева) и оптического вихря с топологическим зарядом $m = 1$ (справа).

По-видимому, впервые такая система была реализована с помощью добавления в резонатор специальной фазовой пластинки [161]. Позднее для генерации оптических вихрей использовались различные оптические элементы, модулирующие как фазу, так и амплитуду [162–164]. Кроме того, популярны подходы, связанные с использованием двух алюминиевых пластинок, позволяющих вводить высокие потери для одной сингулярной моды, при этом не затрагивая другую [165], а также наклонного оптического элемента наподобии окна Брюстера [166] для удобной селекции вихревых мод [167]. С помощью нанотехнологий в настоящее время создано множество генераторов сингулярных пучков размера порядка микро- и нанометров [168] – в частности, интегрированный эмиттер на кремниевом кристалле [169], вихревые лазеры поверхностного излучения с вертикальным резонатором (VCSEL) [170], вращательные решетки [171] и пр.

Альтернативным способом получения оптических вихрей является преобразование

невихревого лазерного излучения, как правило гауссовой моды, с использованием специальных голограмм, одноосных кристаллов или спиральных фазовых транспарантов.

В [15] с помощью компьютерных голограмм с зонами закрученной формы были получены вихревые пучки с топологическими зарядами $m = 1, 2$ в излучении He-Ne лазера. Генерация оптического вихря в ближнем ИК диапазоне с единичным зарядом была проведена с использованием голограммы, состоящей из двух соосных решеток, смещенных друг относительно друга на некоторый угол [172]. Необходимо отметить, что получение вихревых пучков с помощью голограмм чувствительно к длине волны, поэтому плохо подходит для фемтосекундного излучения, имеющего широкий спектр.

Работы [18; 173] развивают методику получения и управления оптическими вихрями на основе одноосных кристаллов. Показано, что система «одноосный кристалл (например, LiNbO_3 или CaCO_3) / пластинка $\lambda/4$ / поляризатор» позволяет создавать оптические вихри и управлять как их геометрическим положением, так и величиной и знаком топологического заряда. Теоретически и экспериментально показана возможность как утроения заряда, так и его анфолдинга (обнуления) в рамках описанной системы. В зависимости от угла между оптической осью кристалла и пластинкой $\lambda/4$ можно сформировать как оптический вихрь с $m = 2$, так и два вихря с $m = 1$. В частности, получено, что для излучения титан-сапфирового лазера на центральной длине волны 780 нм длительностью импульса 170 фс и флюенсом в районе 5 мДж/см² эффективность генерации вихря с $m = 1$ составляет 75%, а с $m = 2$ – 50% [19]. Заметим, что описанный способ генерации вихрей с помощью одноосных кристаллов имеет недостаток, связанный с тем, что при достаточно высокой интенсивности излучения нелинейность может проявиться уже в кристалле.

Помимо генерации вихревых пучков с помощью голограмм и одноосных кристаллов, можно использовать спиральные фазовые пластинки. В работе [174] при использовании фазовой пластинки, состоящей всего из 16 уровней градации фазы, получен оптический вихрь с $m = 3$. В [21] продемонстрирована генерация фемтосекундного оптического вихря ближнего ИК диапазона с единичным топологическим зарядом и энергией 0.24 мДж на основе спиральных фазовых пластинок, а также получены оптические вихри с $m = 1, 2$ на длине волны 1064 нм. Получение вихревого пучка бесселевого профиля с $m = 2$ в рамках схемы с фазовой пластинкой осуществлено в [20]. Показано, что для синтеза пластинки подходят несколько методов – электронная литография, фотолитография и жидко-кристаллические экраны. В [22] изучались вихревые линзы различных конфигураций, которые позволяют формировать оптические вихри заданного топологического заряда m множеством способов. В [23] показаны примеры генерации вихрей с зарядами вплоть до $m = 5$ при помощи фазовых пластинок. Другой вид пластинок (в частности, метаповерхности на основе щелей из золота) позволяет генерировать сингулярности с топологическими зарядами порядка 10 и более. Т.н. «гибридные» схемы генерации состоят из последовательно используемых пластинок первого и второго вида. Помимо этого, в [23] описаны способы получения массива сингулярных пучков, а также генерация вихрей с дробным топологическим зарядом (фаза которых при движении вокруг сингулярности изменяется в число раз, не кратное в точности 2π). В итоге, плюсом использования спиральных фазовых пластинок является слабая чувствительность к длине волны, что позволяет применять их

для фемтосекундного излучения с широким спектром. Из минусов можно выделить большую чувствительность к качеству исходного пучка – для генерации аксиально-симметричного вихря необходимо, чтобы пучок был незашумлен. «Очистка» пучка от шумовой компоненты требует использования специальных схем спектральной фильтрации в фокальной плоскости телескопа, а для высокоинтенсивного излучения необходим вакуум [25].

1.7.3 Практические приложения

Вихревые пучки имеют множество сфер применения: создание оптических пинцетов, передача информации высокой плотности на большие расстояния, решение задач в области квантовой запутанности, нелинейно-оптические эффекты, нанотехнологии, оптическая обработка материалов, микроскопия, биомедицина и химия, метрология и пр.

Оптические пинцеты, предложенные в работе [175], помогают захватывать различные микрочастицы за счет взаимодействия падающей электромагнитной волны с индуцированным в частицах дипольным моментом. Захват частиц может осуществляться не только пучками гауссова профиля, но и кольцевыми пучками с фазовой сингулярностью. Впервые использование вихревых пучков в качестве пинцетов было продемонстрировано в [176]. Развитие технологий работы с оптическими вихрями позволило не только захватывать, но и группировать, сортировать и вести частицы, а также осуществлять движение частиц вдоль их различных степеней свободы [177; 178]. Использование фемтосекундных вихрей позволило вывести технологию оптических пинцетов на более высокий уровень. В [30] на примере фемтосекундных ИК оптических вихрей длительностью 120 фс была продемонстрирована возможность вращать микрочастицы, сообщая им угловой момент вихревого пучка, при этом скорость вращения частиц возрастала с увеличением топологического заряда и энергии вихря. Влияние поляризуемости микро- и наночастиц на возможность их захвата вихревыми пучками, а также возникающие при этом силы, проанализированы в [179; 180] для фемтосекундных вихрей. Показано, что самофокусировка излучения приводит к улучшению взаимодействия электромагнитного импульса и объекта, увеличивая возможности захвата и контроля последнего, а дефокусировка ведет к обратным результатам – дестабилизации оптической ловушки и выбросу захваченных частиц вдоль направления распространения вихря. Оптические пинцеты, применяемые в биологии и химии, позволяют манипулировать различными биомолекулами – протеинами, аминокислотами, сахарами и нуклеотидами [181–183].

Угловой момент оптических вихрей является дополнительным измерением, которое можно использовать для передачи информации на большие расстояния. Передача сигнала со скоростью более 1 Тб/с на расстояние около 1 км осуществлена в специальном оптоволокне с помощью вихревых пучков различных топологических зарядов [184; 185]. С помощью т.н. вихревой решетки Дамманна пропускную способность волокон теоретически можно увеличить до значений, превышающих петабитный уровень [186]. Использование Лагерр-Гауссовых мод для передачи данных позволяет увеличить скорость коммуникации в атмосфере [187; 188] и в воде [189] до нескольких десятков Гб/с. Влияние помех при передаче данных

исследованы в [190] на примере атмосферного воздуха. Показано, что в процессе воздействия на пучок тепловых потоков, имитирующих турбулентность, потери мощности составляют не более 3.5%, а снижение скорости передачи – не более 2%. В [31] проанализирована простая схема многоканальной передачи данных в оптоволокне с использованием вихревых пучков широкого спектрального диапазона. Генерация вихревых пучков с различными состояниями поляризации продемонстрирована в [191].

В задачах квантовой запутанности вихревые пучки могут использоваться для реализации квантовой криптографии высоких размерностей, необходимой при осуществлении передачи данных через защищенные коммуникационные каналы [192]. На основе Лагерр-Гауссовых пучков можно создавать кубиты [193], а также ячейки памяти в таких системах, как атомные ансамбли [32] и кристаллы, легированные ионами редкоземельных металлов [194].

Применение оптических вихрей в нелинейной оптике возможно, в частности, для исследования процессов, где выполняется закон сохранения орбитального углового момента. К таким процессам относятся удвоение частоты [195], суммирование и смешение частот [196], настраиваемая генерация высоких вихревых гармоник [197] и пр. Сверхсильные световые поля в оптических вихрях исследованы в [198], где описывается получение сингулярного пучка с пиковой интенсивностью порядка 10^{15} Вт/см². Кроме того, с участием вихревых пучков производятся открытия новых явлений – например, вращательного доплеровского эффекта [199] и нелинейного вращательного поглощения [200].

Существует множество способов оптической обработки материалов вихревыми пучками. В частности, при определенных условиях освещение металлической поверхности сингулярным пучком может способствовать генерации паттернов различных форм-факторов [201], при этом угол падения также влияет на получающиеся картины [202]. С помощью оптических вихрей можно сформировать такие наноструктуры, как геликоидальные поверхности [203] и иглы из монокристаллического кремния [204]. Кроме того, к способам оптической обработки материалов относится микромодификация показателя преломления в объеме диэлектрика. Создание протяженных каналов с модифицированным показателем преломления позволяет формировать волноводы с заданными параметрами, что имеет множество потенциальных приложений в оптике. В [205] микромодификация исследовалась для гауссова пучка фемтосекундным лазером на длине волны 810 нм в нескольких твердотельных диэлектриках, в результате чего удалось получить ряд эллиптических каналов с изменением показателя преломления в районе $0.01 \div 0.035$. Оптические вихри, в отличие от гауссовых пучков, позволяют формировать кольцевые распределения модифицированного показателя преломления. С помощью фемтосекундной двухфотонной полимеризации в [206] на примере вихрей с топологическими зарядами $m = \overline{2, 20}$ продемонстрировано получение микротрубочек поперечного размера до 5 мкм в объеме фоторезиста. Запись вихревых паттернов внутри фотонного чипа показана в [207]. В результате абляции поверхности известково-натриевого стекла с помощью фемтосекундных вихрей на длине волны 775 нм получилось сформировать кольцевые структуры размером около 2 мкм в поперечнике [208]. Исследования, представленные в данной работе, могут быть полезны для создания протяженных кольцевых трубчатых структур в объеме твердотельных диэлектриков.

Применение оптических вихрей в микроскопии позволяет улучшить разрешение изображений [33; 209; 210]. В метрологии оптические вихри могут использоваться для детекции вращательного [211] и поперечного [212] движения, а также определения одиночных молекул в метаматериалах [213].

1.7.4 Распространение вихревых пучков

В данной работе при численном моделировании получаемые с помощью спиральных фазовых пластинок оптические вихри будем аппроксимировать рассмотренной выше однокольцевой модой Лагерр-Гаусса (1.1).

Распространение оптического вихря в Лагерр-Гауссовой моде и гауссова пучка в линейной среде имеет схожий характер. На расстоянии, равном дифракционной длине гауссова пучка $z_{\text{diff}} = kr_0^2$, пиковая интенсивность обоих пучков падает в два раза, а характерный размер увеличивается в $\sqrt{2}$ раз [11; 14; 27; 214].

Теоретический анализ самовоздействия оптических вихрей в нелинейной среде был проведен в работе [12]. Исследовано волноводное распространение излучения в условиях фокусирующей керровской нелинейности и дефокусирующей нелинейности пятого порядка, с использованием интегралов движения пучка получено условие реализации такого режима. Кроме того, показано, что при наличии только кубической нелинейности возникает либо дифракционное расплывание, либо коллапс вихревого пучка. Позже в [16; 25] было получено выражение для критической мощности самофокусировки оптического вихря $P_V^{(m)}$. Показано, что критическая мощность растет с увеличением топологического заряда вихря m . В работе [25] продемонстрировано, что самофокусировка вихря в среде с кубической нелинейностью приводит к формированию тонкой трубчатой структуры, диаметр и ширина стенок которой лавинообразно уменьшается по мере распространения.

При самофокусировке оптического вихря в реальной среде (т.е. при наличии возмущений среды или пучка) под воздействием азимутальной модуляционной неустойчивости аксиальная симметрия кольцевого распределения интенсивности нарушается, и происходит распад на ряд горячих точек, расположенных по окружности. В одной из первых работ по анализу устойчивости кольцевых мод в нелинейной среде [13] были произведены численные и аналитические оценки влияния шумовых компонент на самовоздействие пучка. В частности, было показано, что неустойчивость у вихрей с $m = 5$ в среднем выше, чем у вихрей с меньшими значениями заряда. Устойчивость оптического вихря при самофокусировке с учетом пятого порядка нелинейности проанализирована в работе [17]. Численно показан распад кольцевого пучка с единичным топологическим зарядом, а также на основе вариационного анализа выведено критическое значение константы распространения. В [24] в рамках стационарной и нестационарной моделей изучен распад ИК вихрей при самовоздействии в воздухе. Получено, что стационарный вихрь с $m = 1$ до распада успевает пройти расстояние в несколько сотен метров, а при распаде формирует два пятна, в то время как при $m > 2$ распад происходит приблизительно на $(2|m| + 1)$ горячих точек. Фемтосекундные оптические вихри в импульсе длительностью 250 фс распадаются быстрее, чем стационарные – в районе сотни метров.

Заметим, что все указанные расчеты проводились при мощности, превышающей критическую чуть больше, чем в два раза, а шумовая компонента составляла 10%. Особенности распада оптических вихрей в том числе в пучках различной мощности представлены в [25]. Предложена примерная зависимость числа горячих точек, на которые распадается мода Лагерр-Гаусса с 10% шумовой компонентой в ближнем ИК при самовоздействии в воде, от функции превышения мощности над критической и топологического заряда: $\sqrt{f(P_{rel}) - 2m + m^2}$. Получено хорошее сходство между теоретическими и экспериментальными распределениями интенсивности вихрей с различными зарядами и мощностями, при этом число горячих точек согласуется с указанной выше формулой. С учетом сказанного, можно заключить, что распад оптического вихря на горячие точки в связи с азимутальной модуляционной неустойчивостью происходит не сразу, поэтому до некоторого момента распространение вихря можно моделировать в аксиально-симметричном приближении. Границы применимости такого приближения требуют уточнения. Тем не менее, даже после распада основные особенности вихревого пучка сохраняются: дислокация фазы по-прежнему находится на оптической оси, а горячие точки расположены по окружности, поэтому можно ожидать, что результаты, полученные в рамках осесимметричного приближения, будут частично справедливы и в этом случае.

В работе [174] пропускание излучения через вихревую линзу позволило осуществить контроль филаментации, при котором в дальней зоне наблюдалось упорядоченное вращение филаментов по окружности. В кристалле ВК-7 с помощью вихревой линзы сложной конструкции с вложенными фазовыми поверхностями топологических зарядов разного значения и знака удалось получить симметричный паттерн филаментов, который находился в согласии с теоретическими расчетами. Самовоздействие фемтосекундного вихревого пучка на центральной длине волны 800 нм в плавленом кварце изучалось в [215] в модели с учетом оператора волновой нестационарности [216]. Получено, что при околоскритической мощности вихря пятый порядок нелинейности компенсирует самофокусировку, и возникает солитоноподобный режим распространения. Околоскритический режим самовоздействия рассмотрен также в [217], где в численной модели учтены инерционные свойства плазменной нелинейности. Показано, что учет инерционности плазмы увеличивает стабильность оптического вихря. В [218] численно и экспериментально апробирован метод регулирования углового положения филаментов в кристалле сапфира с помощью изменения разницы фаз между оптическим вихрем и опорной плоской волной, которые являются соосными друг другу.

Угловой спектр рассматриваемой Лагерр-Гауссовой моды на входе в среду представляет собой единственное кольцо [219]. Самовоздействие вихря приводит к уширению его спектра, однако при этом нулевая пространственная гармоника всегда отсутствует (т.е. излучение распространяется только под углом к оси), что свидетельствует о сохранении топологического заряда сингулярного пучка [23]. Уширение спектров при самовоздействии фемтосекундных вихрей в образце CaF_2 на длине волны около 800 нм исследовано в [28]. На различных расстояниях получены частотно-угловые спектры излучения, которые подтверждают, что образование горячих точек в процессе самовоздействия не влияет на отсутствие нулевой пространственной гармоники. В [29] значительное уширение спектра продемонстрировано при самовоздействии в аргоне оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1, 2$.

Вследствие фазовой самомодуляции частотный спектр излучения на центральной длине волны 800 нм имел ширину около 400 нм. Уширение частотно-углового спектра вихрей с $m = \pm 1$ по сравнению с гауссовым пучком при филаментации в воздухе на длине волны 800 нм численно проанализировано в [26]. Авторы утверждают, что большее уширение спектра как по частоте, так и углу, достигается в вихревом пучке. Такие результаты объясняются тем, что в условиях нулевой ДГС, которой соответствует рассматриваемая длина волны, определяющую роль в самовоздействии играет пространственная самофокусировка, поэтому оптический вихрь имеет более выраженные градиенты интенсивности по отношению к гауссову пучку как по пространству, так и по времени. Кроме того, в [26] показано, что при достаточно малых амплитудно-фазовых возмущениях вихря с $m = 1$ на входе в среду дистанция его устойчивого распространения может превышать длину нелинейной самофокусировки.

Заметим, что систематический анализ пространственно-временной динамики импульса, а также частотного и углового уширения спектра излучения при филаментации оптических вихрей в твердотельных диэлектриках в условиях аномальной ДГС на настоящий момент не проводился. Работа посвящена численному исследованию описанного режима самовоздействия и изучению формирования кольцевых световых пульс. Кроме того, проведено сравнение результатов расчетов с экспериментом.

Глава 2

Математическая модель фемтосекундной филаментации оптических вихрей в твердотельных диэлектриках

В главе выводится система уравнений, описывающая распространение фемтосекундного оптического вихря в твердотельных диэлектриках. Перечислены используемые приближения и ограничения модели, подробно изложены численные схемы, а также проведено тестирование пакета программ для решения полученной системы уравнений.

2.1 Система уравнений для описания распространения оптических вихрей

2.1.1 Нелинейное волновое уравнение распространения излучения и метод медленно меняющихся амплитуд

Распространение электромагнитного излучения вдоль пространственной координаты z в сплошной среде описывается уравнениями Максвелла [220] (система единиц СИ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t, z) = \mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t, z) = \rho(\mathbf{r}, t, z), \\ \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t, z) = 0, \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.1a) \\ (2.1b) \\ (2.1c) \\ (2.1d) \end{array}$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения, t – время, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t, z)$ и $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t, z)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t, z)$ – напряженность и индукция

электрического и магнитного полей соответственно, $\rho(\mathbf{r}, t, z)$ – плотность свободных электрических зарядов, $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z)$ – плотность тока проводимости. Связь напряженности и индукции электрического поля задается в виде:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t, z) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t, z), \quad (2.2)$$

где $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t, z)$ – поляризация, $\varepsilon_0 = 8.85418781762039 \times 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Полагая среду немагнитной ($\mu = 1$), запишем $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t, z) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t, z)$, где $\mu_0 = 1.2566370614$ Гн/м – магнитная постоянная. Возьмем ротор от обеих частей уравнения (2.1a) и получим волновое уравнение для напряженности электрического поля в среде:

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z)) = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t^2}, \quad (2.3)$$

где $c = \sqrt{1/\varepsilon_0 \mu_0} = 299792458$ м/с – скорость света в вакууме.

Воспользуемся методом медленно меняющейся амплитуды [89] и будем представлять электрическое поле как пространственно-модулированную гармоническую волну в квазимонохроматическом импульсе вида

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) = \mathbf{e} a(\mathbf{r}, t, z) \cos(\omega_0 t - k_0 z + \varphi(\mathbf{r}, t)), \quad (2.4)$$

где \mathbf{e} – единичный вектор, $a(\mathbf{r}, t, z)$ – медленно меняющаяся огибающая, ω_0 и k_0 – центральные частота и волновой вектор, $\varphi(\mathbf{r}, t)$ – начальная фаза волны, а оптическая ось направлена вдоль оси z . Для удобства рассмотрения перейдем к комплексному представлению:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) = \frac{1}{2} \mathbf{e} A(\mathbf{r}, t, z) \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} + \text{к.с.}, \quad (2.5)$$

в котором $A(\mathbf{r}, t, z) = a(\mathbf{r}, t, z) \exp\{i\varphi(\mathbf{r}, t)\}$ – медленно меняющаяся комплексная амплитуда поля. Все дальнейшие выкладки проводятся без учета комплексно-сопряженного члена, поскольку получаемые уравнения будут выглядеть зеркально.

Получим выражения для поляризации $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t, z)$ и плотности тока проводимости $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z)$ в волновом уравнении (2.3), и затем подставим их в него.

2.1.2 Поляризация среды

Разложим поляризацию среды в ряд по степеням поля:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t, z) &= \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) + \mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r}, t, z) + \mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) + \dots = \\ &= \varepsilon_0 \chi^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) + \\ &+ \varepsilon_0 \chi^{(2)}(\mathbf{r}, t, z) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) + \\ &+ \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) + \dots, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $\chi^{(i)}(\mathbf{r}, t, z)$ – диэлектрическая восприимчивость i -го порядка, которая представляет собой тензор $(i + 1)$ -го ранга. Отклик среды будем считать пространственно локальным и инерционным: $\chi^{(i)}(\mathbf{r}, t, z) = \chi^{(i)}(t)$, а саму среду – изотропной: $\mathbf{P}^{(2n)}(\mathbf{r}, t, z) = 0$, $n \in \mathbb{N}$.

В общем случае можно показать, что отношение соседних членов ряда (2.6) пропорционально частному макроскопической и внутриатомной напряженности электрического поля [221]:

$$\frac{|\mathbf{P}^{(n+1)}(\mathbf{r}, t, z)|}{|\mathbf{P}^{(n)}(\mathbf{r}, t, z)|} \propto \frac{|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z)|}{|\mathbf{E}_a|}. \quad (2.7)$$

Объединяя соотношения $|\mathbf{P}^{(n+1)}(\mathbf{r}, t, z)| / |\mathbf{P}^{(n)}(\mathbf{r}, t, z)|$ и $|\mathbf{P}^{(n+2)}(\mathbf{r}, t, z)| / |\mathbf{P}^{(n+1)}(\mathbf{r}, t, z)|$, получим

$$\frac{|\mathbf{P}^{(n+2)}(\mathbf{r}, t, z)|}{|\mathbf{P}^{(n)}(\mathbf{r}, t, z)|} \propto \frac{|\mathbf{I}(\mathbf{r}, t, z)|}{|\mathbf{I}_a|}. \quad (2.8)$$

Типичная интенсивность в филаменте достигает значений около $I \simeq 5 \times 10^{13}$ Вт/см² [2], внутриатомная интенсивность равна $I_a = 5 \times 10^{16}$ Вт/см² [222], поэтому отношение поляризаций (2.8) имеет порядок 10^{-3} , ввиду чего можно пренебречь нелинейностями высших порядков: $\mathbf{P}^{(2n+3)}(\mathbf{r}, t, z) = 0$, $n \in \mathbb{N}$.

После сделанных допущений и преобразований поляризация (2.6) принимает вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t, z) &= \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) + \mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) = \\ &= \varepsilon_0 \chi^{(1)}(t) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) + \varepsilon_0 \chi^{(3)}(t) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Согласно «стандартному» подходу к моделированию филаментации, плазменная нелинейность останавливает коллапс самофокусирующегося импульсного пучка, генерируя изменение показателя преломления со знаком, противоположным керровской нелинейности. Однако есть работы, где показано, что указанная добавка к показателю преломления может быть связана не с плазменной нелинейностью, а с высшими порядками керровской. Таким образом, ряд (2.9) может обрываться не на третьем, а например, на пятом члене. В [223; 224] было показано, что при высоких интенсивностях нелинейная добавка к показателю преломления может становиться отрицательной. Работы [225; 226] были посвящены исследованию влияния на фемтосекундную филаментацию плазменной нелинейности в сравнении с высшими порядками нелинейности среды. Утверждалось, что влияние высших нелинейностей сильнее сказывалось при распространении более коротких импульсов. Однако по другим данным [78] эксперимент лучше согласуется с результатами моделирования без учета высших порядков. В данной работе высшие порядки нелинейностей не учитывались. Кроме того, не будем принимать во внимание такие физические процессы как электрострикция и тепловая нелинейность среды, характерное время отклика которых составляет 10^{-9} с и 10^{-3} с соответственно [227].

Преобразуем поляризацию $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t, z)$ в (2.3), рассмотрев сначала ее линейную $\mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z)$, а затем кубичную $\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z)$ части, согласно (2.9).

Линейная поляризация

Запишем выражение для поляризации 1-го порядка в явном виде через интеграл с учетом (2.5):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) &= \varepsilon_0 \chi^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau, z) d\tau = \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(\tau) A(\mathbf{r}, t - \tau, z) \exp\{-i\omega_0 \tau\} d\tau. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Выполним обратное преобразование Фурье для медленно меняющейся амплитуды поля

$$A(\mathbf{r}, t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega \quad (2.11)$$

и подставим в (2.10):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) &= \frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(\tau) \exp\{-i(\omega_0 + \Omega)\tau\} d\tau \times \\ &\times \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Прямое преобразование Фурье для линейной диэлектрической восприимчивости выглядит как

$$\tilde{\chi}^{(1)}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t) \exp\{-i\omega t\} dt. \quad (2.13)$$

Заменяя интеграл в (2.12) на $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega_0 + \Omega)$, где ω_0 – центральная частота импульса, а $\Omega = \omega - \omega_0$ – частота, сдвинутая на ω_0 , получим:

$$\mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) = \frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\chi}^{(1)}(\omega_0 + \Omega) \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega. \quad (2.14)$$

Проведем замену $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega) = k^2(\omega)c^2/\omega^2 - 1$ и подставим в (2.14):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z) &= \frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 c^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k^2(\omega_0 + \Omega)}{\omega_0^2 + 2\omega_0 \Omega + \Omega^2} \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega - \\ &- \frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 A(\mathbf{r}, t, z). \end{aligned} \quad (2.15)$$

В выписанном ранее волновом уравнении (2.3) берется вторая производная поляризации по времени. Продифференцировав (2.15) два раза, а также проведя обратную замену на основе (2.5), получим выражение для второй производной от линейной поляризации:

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t^2} &= -\frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} k^2(\omega_0 + \Omega) \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega - \\ &- \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Впоследствии будет показано, что подынтегральное выражение в (2.16) описывает дисперсию импульса при распространении излучения в среде.

Кубичная поляризация

Общий вид выражения для поляризации 3-го порядка через интеграл имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) &= \varepsilon_0 \chi^{(3)}(t) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) = \\ &= \varepsilon_0 \iiint_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau_1, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau_2, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau_3, z) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Излучение на входе в среду является квазимонохроматическим (2.4), поэтому отклик среды с кубичной нелинейностью может быть либо на исходной частоте ω_0 , либо на утроенной $3\omega_0$. Согласно работе [228], в воздухе не выполняется условие синхронизма $\Delta k = 3k(\omega_0) - k(3\omega_0) \neq 0$, и эффективность генерации третьей гармоники составляет не более 0.1%, поэтому слагаемым на частоте $3\omega_0$ можно пренебречь. Отклик среды на исходной частоте излучения $\tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0)$ формируется из трех составляющих:

$$\tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0) = \tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0; \omega_0, \omega_0, -\omega_0) + \tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0; \omega_0, -\omega_0, \omega_0) + \tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0; -\omega_0, \omega_0, \omega_0), \quad (2.18)$$

каждая из которых содержит отрицательную частоту $-\omega_0$. Согласно свойству внутренней перестановочной симметрии кубичной восприимчивости [227],

$$\tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0) = 3\tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0; \omega_0, \omega_0, -\omega_0). \quad (2.19)$$

Используя неизменность отклика среды при повороте системы координат на произвольный угол [227], получим, что кубичная поляризация (2.17) должна содержать комплексно-сопряженное поле:

$$\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) = 3\varepsilon_0 \iiint_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau_1, z) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau_2, z) \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t - \tau_3, z) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3. \quad (2.20)$$

С учетом медленно меняющихся амплитуд, выражение (2.20) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) &= \frac{3}{8} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 \iiint_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) A(\mathbf{r}, t - \tau_1, z) A(\mathbf{r}, t - \tau_2, z) \times \\ &\quad \times A^*(\mathbf{r}, t - \tau_3, z) \exp\{-i\omega_0(\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Воспользуемся преобразованием (2.11) для каждой из комплексных амплитуд и получим

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) &= \frac{3}{8} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \times \\ &\times \iiint_{-\infty}^{+\infty} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \exp\{-i(\omega_0 + \Omega_1)\tau_1\} \exp\{-i(\omega_0 + \Omega_2)\tau_2\} \exp\{-i(-\omega_0 + \Omega_3)\tau_3\} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \times \\ &\quad \times \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega_1, z) \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega_2, z) \tilde{A}^*(\mathbf{r}, \Omega_3, z) \exp\{i(\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3)t\} d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega_3. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Учитывая прямое преобразование Фурье для кубичной диэлектрической восприимчивости

$$\tilde{\chi}^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(t_1, t_2, t_3) \exp\{-i\omega_1 t_1\} \exp\{-i\omega_2 t_2\} \exp\{-i\omega_3 t_3\} dt_1 dt_2 dt_3, \quad (2.23)$$

заменяем в (2.22) интеграл по времени на $\tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0 + \Omega_1, \omega_0 + \Omega_2, -\omega_0 + \Omega_3)$. Если нелинейный отклик среды τ_k считать мгновенным по сравнению с длительностью импульса t_0 : $\tau_k \ll t_0$, то спектральную кубичную восприимчивость $\tilde{\chi}^{(3)} \equiv \tilde{\chi}^{(3)}(\omega_0)$ можно вынести из-под знака интеграла. Используя (2.11), переведем каждую комплексную амплитуду в (2.22) из спектрального представления во временное, и с помощью известного соотношения между комплексной амплитудой электрического поля и интенсивностью [89]

$$I(\mathbf{r}, t, z) = cn_0 \varepsilon_0 |A(\mathbf{r}, t, z)|^2 / 2, \quad (2.24)$$

где n_0 – линейный показатель преломления среды, запишем следующее выражение для поляризации третьего порядка:

$$\mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z) = \frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \varepsilon_0 n_0 \frac{3\tilde{\chi}^{(3)}}{2cn_0^2 \varepsilon_0} I(\mathbf{r}, t, z) A(\mathbf{r}, t, z). \quad (2.25)$$

Величину

$$\Delta n_k(\mathbf{r}, t, z) = n_2 I(\mathbf{r}, t, z), \quad (2.26)$$

где $n_2 = 3\tilde{\chi}^{(3)} / 2cn_0^2 \varepsilon_0$ [227], будем называть керровской добавкой к показателю преломления в приближении мгновенной нелинейности.

На практике длительность отклика среды τ_k в процессе распространения импульса сопоставима с длительностью фемтосекундного импульса t_0 : $\tau_k \sim t_0$, поэтому ее необходимо принимать во внимание. Инерционный вклад в кубичную восприимчивость $\chi^{(3)}$ с характерным временем в несколько десятков фемтосекунд вносит процесс вынужденного комбинационного рассеяния излучения на вращательных переходах молекул среды, который может быть учтен через свертку с затухающим осциллирующим ядром $H(t)$ [64; 68; 229–232]:

$$\Delta n_k(\mathbf{r}, t, z) = (1 - g)n_2 I(\mathbf{r}, t, z) + gn_2 \int_0^{+\infty} H(\tau) I(\mathbf{r}, t - \tau, z) d\tau, \quad (2.27)$$

где

$$H(t) = \Theta(t) \frac{1 + \Omega_R^2 \tau_k^2}{\Omega_R \tau_k^2} \sin(\Omega_R t) \exp\left\{-\frac{t}{\tau_k}\right\}, \quad (2.28)$$

g – весовой коэффициент, $\Theta(t)$ – ступенчатая функция Хевисайда [233], Ω_R – вращательная частота молекул, τ_k – характерное время отклика.

Керровская добавка к показателю преломления Δn_k отвечает за самофокусировку излучения в среде и приводит к лавинообразному увеличению интенсивности в пучке.

Возьмем вторую производную от (2.25) и получим:

$$\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(3)}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t^2} = -\frac{1}{2} \mathbf{e} \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T}^2 \Delta n_k(\mathbf{r}, t, z) A(\mathbf{r}, t, z), \quad (2.29)$$

где

$$\hat{T} = 1 - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \quad (2.30)$$

– оператор волновой нестационарности, который позволяет описывать распространение импульсов длительностью несколько фемтосекунд [216].

2.1.3 Ток проводимости

В процессе филаментации высокая интенсивность излучения приводит к ионизации вещества и генерации электронов плазмы. Плотность тока электронов проводимости \mathbf{j} в волновом уравнении (2.3) зависит от количества появившейся плазмы и аналогично (2.5) может быть задана в рамках приближения медленно меняющейся амплитуды:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z) = \frac{1}{2} e J(\mathbf{r}, t, z) \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} + \text{к.с.} \quad (2.31)$$

Используя модель Друде [234], можно записать уравнение движения для электронного газа, включающего электрон-ионные соударения с частотой ν_{ei} , которые являются упругими:

$$\frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t} = \frac{e^2}{m_e} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) N_e(\mathbf{r}, t, z) - \nu_{ei} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z), \quad (2.32)$$

где N_e – концентрация свободных электронов; $e = 1.6 \times 10^{-19}$ Кл и $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ кг – заряд и масса электрона соответственно. Подставляя (2.31) в (2.32), получим:

$$J(\mathbf{r}, t, z) \omega_0 \left(i + \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) = \frac{e^2}{m_e} N_e(\mathbf{r}, t, z) A(\mathbf{r}, t, z). \quad (2.33)$$

Заметим что $i + \nu_{ei}/\omega_0 + \omega_0^{-1} \partial/\partial t = i\hat{T} + \nu_{ei}/\omega_0$. Коэффициент ν_{ei}/ω_0 мал, поскольку для диэлектриков $\nu_{ei} \sim 10^{14}$ с⁻¹ [235; 236], а центральная частота в исследуемой части ближнего ИК диапазона ($\lambda \leq 3$ мкм) составляет более 6×10^{14} с⁻¹. После некоторых преобразований получим выражение для плотности тока проводимости:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z) = \frac{1}{2} e \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{i\omega_0 + \partial/\partial t} \left(1 + i \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \hat{T}^{-1} \right) N_e(\mathbf{r}, t, z) A(\mathbf{r}, t, z) \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \quad (2.34)$$

и его производной:

$$\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t} = \frac{1}{2} e \exp\{i(\omega_0 t - k_0 z)\} \left(-\frac{2k_0^2}{n_0} \Delta n_{pl}(\mathbf{r}, t, z) - i\hat{T}^{-1} \sigma(\mathbf{r}, t, z) \right) A(\mathbf{r}, t, z), \quad (2.35)$$

где $\omega_{pl}^2(\mathbf{r}, t, z) = e^2 N_e(\mathbf{r}, t, z) / m_e \varepsilon_0$ – плазменная частота,

$$\Delta n_{pl}(\mathbf{r}, t, z) = -\frac{\omega_{pl}^2(\mathbf{r}, t, z)}{2n_0 \omega_0^2} \quad (2.36)$$

– плазменная добавка к показателю преломления и

$$\sigma(\mathbf{r}, t, z) = -\frac{\omega_{pl}^2(\mathbf{r}, t, z)}{c^2} \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} \quad (2.37)$$

– сечение обратного тормозного поглощения. Выражение для показателя преломления Δn_{pl} имеет знак, противоположный керровской добавке (2.27), и соответствует дефокусировке излучения. Изменение показателя преломления вследствие плазменной нелинейности согласно (2.36) препятствует коллапсу пучка и приводит к возникновению динамического баланса между самофокусировкой и дефокусировкой при филаментации излучения в среде.

2.1.4 Диссипация, бегущие координаты и нелинейное волновое уравнение

Подставляя выражения (2.16), (2.29) и (2.35) в (2.3), полагая $\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t, z) = 0$ [237] и задавая оператор Лапласа в виде $\Delta = \Delta_{\perp} + \partial^2/\partial z^2$, получим нелинейное волновое уравнение, которое может быть записано в бегущей с групповой скоростью импульса $v_g = 1/k_1$ системе координат: $t' = t - k_1 z$, $z' = z$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A(\mathbf{r}, t', z')}{\partial z'^2} - 2ik_0 \left(1 - \frac{ik_1}{k_0} \frac{\partial}{\partial t'} \right) \frac{\partial A(\mathbf{r}, t', z')}{\partial z'} + \Delta_{\perp} A(\mathbf{r}, t', z') = \\ = -\frac{2k_0^2}{n_0} \Delta n_{pl}(\mathbf{r}, t', z') A(\mathbf{r}, t', z') - i\hat{T}^{-1} \sigma(\mathbf{r}, t', z') A(\mathbf{r}, t', z') - \\ - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1 \Omega)^2 \right] \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega, z') \exp\{i\Omega t'\} d\Omega - \\ - \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T}^2 \Delta n_k(\mathbf{r}, t', z') A(\mathbf{r}, t', z'), \end{aligned} \quad (2.38)$$

где $k_1 = \partial k / \partial \omega|_{\omega=\omega_0}$. Воспользуемся приближением квазиоптики [238] и пренебрежем второй производной поля по z' . Кроме того, примем коэффициент k_1/k_0 примерно равным $1/\omega_0$ и переобозначим t' , z' обратно на t , z .

В уравнении (2.38) отсутствует диссипация, связанная с нелинейным затуханием и линейной экстинкцией. Для оценки вклада нелинейного затухания воспользуемся следующим приближением: за единицу времени и расстояния вдоль оси z поле импульса передает такую энергию электронам плазмы, которая равна произведению изменения ее концентрации с течением времени и энергии фотонов на основной частоте излучения, необходимых для ионизации атомов среды:

$$-\frac{\partial I(\mathbf{r}, t, z)}{\partial z} = \frac{\partial N_e(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t} K \hbar \omega_0, \quad (2.39)$$

где $K = \langle U_i / \hbar \omega_0 + 1 \rangle$ – число фотонов на частоте ω_0 , необходимых для высвобождения электрона из атома с потенциалом ионизации U_i , $\hbar = 1.054571817 \times 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Переходя от интенсивности I к амплитуде поля A , после некоторых преобразований получим:

$$2ik_0 \frac{\partial A(\mathbf{r}, t, z)}{\partial z} = -ik_0 \frac{(\partial N_e(\mathbf{r}, t, z) / \partial t) K \hbar \omega_0}{I(\mathbf{r}, t, z)} A(\mathbf{r}, t, z). \quad (2.40)$$

В правой части уравнения (2.40) обозначим:

$$\alpha(\mathbf{r}, t, z) = \frac{\partial N_e(\mathbf{r}, t, z) / \partial t}{I(\mathbf{r}, t, z)} K \hbar \omega_0 \quad (2.41)$$

за нелинейный коэффициент поглощения. Добавляя коэффициент линейной экстинкции δ , получим итоговое нелинейное волновое уравнение для моделирования самовоздействия

фемтосекундных пучков:

$$\begin{aligned}
2ik_0 \frac{\partial A(\mathbf{r}, t, z)}{\partial z} = & \hat{T}^{-1} \Delta_{\perp} A(\mathbf{r}, t, z) + \\
& + \hat{T}^{-1} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[k^2 (\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1 \Omega)^2 \right] \tilde{A}(\mathbf{r}, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega + \\
& + \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T} \Delta n_k(\mathbf{r}, t, z) A(\mathbf{r}, t, z) + \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T}^{-1} \Delta n_{pl}(\mathbf{r}, t, z) A(\mathbf{r}, t, z) + \\
& + i\hat{T}^{-2} \sigma(\mathbf{r}, t, z) A(\mathbf{r}, t, z) - ik_0 [\alpha(\mathbf{r}, t, z) + \delta] A(\mathbf{r}, t, z).
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Уравнение вида (2.42) получено ранее в [216; 239] и содержит слагаемое с нелинейной поляризацией, записанное в общем виде. Кроме того, в указанных работах пренебрегли оператором \hat{T}^{-1} при дисперсии. Заметим, что оператор волновой нестационарности при дисперсии появляется позднее в работах [38; 240] и записывается в спектральном представлении.

Полученное волновое уравнение в правой части содержит слагаемые, ответственные за дифракцию, дисперсию, керровскую и плазменную нелинейности, обратное тормозное поглощение, нелинейное поглощение и экстинкцию. Сохранение в уравнении распространения (2.42) оператора волновой нестационарности \hat{T} [216] позволяет математически более точно описать формирование ударной волны огибающей при самомодуляции импульса.

2.1.5 Ионизация среды

Основным механизмом генерации свободных носителей заряда является нелинейная фотоионизация молекул среды под действием распространяющегося фемтосекундного излучения [241]. Волновое уравнение (2.42) содержит нелинейную добавку к показателю преломления (2.36), в которой присутствует концентрация свободных электронов N_e . Для расчета N_e запишем кинетическое уравнение с учетом лавинной ионизации и рекомбинации, имея в виду, что увеличение концентрации электронов пропорционально разнице между нейтралами с начальной концентрацией N_0 и текущей концентрацией электронов с коэффициентом, равным скорости ионизации $R_E(I)$ [242]:

$$\frac{\partial N_e(\mathbf{r}, t, z)}{\partial t} = R_E(I) [N_0 - N_e(\mathbf{r}, t, z)] + \nu_i(I) N_e(\mathbf{r}, t, z) - \beta N_e(\mathbf{r}, t, z). \tag{2.43}$$

В твердотельных диэлектриках неупругие столкновения разогнанных лазерным излучением электронов и нейтральных атомов среды могут приводить к возникновению электронной лавины [90]. Частота лавинной ионизации $\nu_i(I)$ зависит от интенсивности излучения и имеет вид:

$$\nu_i(I) = \frac{1}{U_i} \frac{e^2 \nu_{ei}}{m_e (\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)} \frac{I}{cn_0 \varepsilon_0}. \tag{2.44}$$

Получение выражения (2.44) описано в **Приложении**.

Помимо процесса усиления ионизации за счет ударной составляющей (2.44) существует обратный механизм релаксации – рекомбинация свободных носителей зарядами с ионами

среды, который учитывается как слагаемое с отрицательным знаком, пропорциональное текущей концентрации электронов с коэффициентом β .

Заметим, что в уравнении (2.43) не учтены амбиполярная диффузия и прилипание электронов к нейтральным частицам, поскольку эти эффекты проявляются на временных масштабах более 100 фс [90], что превышает характерные длительности рассматриваемых фемтосекундных импульсов.

Модель Келдыша

Часто используемой моделью для описания процесса ионизации лазерным полем нейтральных атомов в конденсированных средах является модель Келдыша [71], в которой присутствует важный параметр γ :

$$\gamma = \frac{\omega_0 \sqrt{m^* U_i}}{eE}, \quad (2.45)$$

где ω_0 – центральная частота импульса, m^* – приведенная масса системы «электрон-дырка». Заметим, что для конденсированных сред справедливо:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_h}, \quad m^* = \kappa m_e, \quad \kappa \simeq 0.64, \quad (2.46)$$

где m_e и m_h – массы электрона и дырки [243].

Предельные случаи $\gamma \ll 1$ и $\gamma \gg 1$ описывают процессы туннельной и многофотонной ионизации соответственно. В режиме филаментации в ближнем ИК диапазоне параметр $\gamma \sim 1$, поэтому указанные предельные случаи не реализуются, и необходимо оставаться в рамках общей модели.

Согласно модели Келдыша, скорость ионизации $R_E(I)$ рассчитывается по формуле [1; 71]:

$$R_E(I) = \frac{1}{N_0} \frac{2\omega_0}{9\pi} \left(\frac{m^* \omega_0}{\hbar \sqrt{\Gamma}} \right)^{3/2} Q \exp\{\alpha \langle x + 1 \rangle\}, \quad (2.47)$$

где

$$Q = \sqrt{\frac{\pi}{2K(\Xi)}} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\exp\{-n\alpha\} D_+(\sqrt{\beta(n+2\nu)}) \right), \quad (2.48)$$

$$D_+(z) = e^{-z^2} \int_0^z e^{t^2} dt \quad - \quad \text{интеграл Доусона}, \quad (2.49)$$

$$\alpha = \pi \frac{K(\Gamma) - E(\Gamma)}{E(\Xi)}, \quad \beta = \frac{\pi^2}{4K(\Xi)E(\Xi)}, \quad (2.50)$$

$$K(m) = \int_0^1 \left[(1-t^2)(1-mt^2) \right]^{-\frac{1}{2}} dt \quad - \quad \text{эллиптический интеграл I-го рода}, \quad (2.51)$$

$$E(m) = \int_0^1 (1-t^2)^{-\frac{1}{2}} (1-mt^2)^{\frac{1}{2}} dt \quad - \quad \text{эллиптический интеграл II-го рода}, \quad (2.52)$$

$$\Gamma = \frac{\gamma^2}{1+\gamma^2}, \quad \Xi = \frac{1}{1+\gamma^2}, \quad (2.53)$$

$$x = \frac{2 U_i E(\Xi)}{\pi \hbar \omega_0 \sqrt{\Gamma}} - \text{приведенный порядок многофотонности}, \quad (2.54)$$

$$\nu = \langle x + 1 \rangle - x. \quad (2.55)$$

Заметим, что взятие целой части в выражении (2.55) приводит к скачкам в кривой зависимости скорости ионизации от интенсивности $R_E(I)$ (2.47). Для того, чтобы указанная особенность не влияла на устойчивость численного решения, при компьютерном моделировании взятие целой части опускалось, что приводило к сглаживанию кривой. Отсутствие взятия указанной целой части использовалось ранее в других работах [4], при этом наблюдалось сходство с экспериментальными результатами.

На Рис. 2.1 изображено сравнение кривых скорости ионизации со сглаживанием и без сглаживания для рассматриваемых твердотельных диэлектриков – SiO₂, LiF и CaF₂. Видно, что сглаженные кривые проходят по нижней кромке несглаженных, т.е. отсутствие взятия целой части ведет к небольшому снижению средней скорости ионизации. Кроме того, можно заметить, что для одной и той же интенсивности величины R_E у диэлектриков разные, что связано с порядком многофотонности, концентрацией нейтралов и показателем преломления веществ.

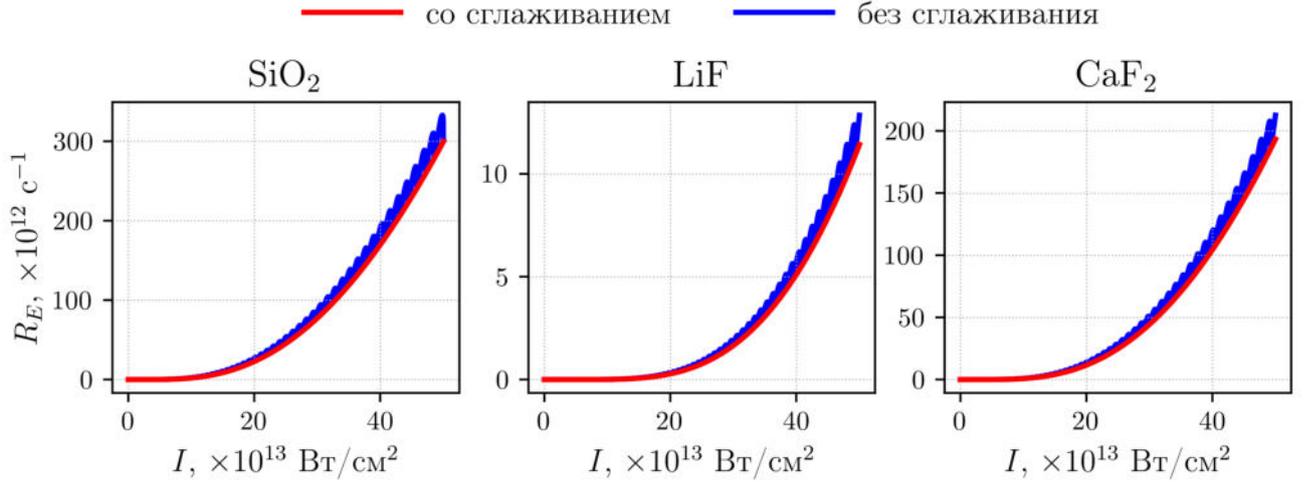


Рис. 2.1 Зависимость скорости ионизации от интенсивности $R_E(I)$ согласно модели Келдыша (2.47) со сглаживанием (красные кривые) и без сглаживания (синие кривые) для кристаллов SiO₂, LiF и CaF₂.

2.1.6 Начальные условия

Будем рассматривать осесимметричные пучки, т.е. такие пучки, для которых распределение поля одинаково для всех полярных углов φ . С учетом этого, вектор \mathbf{r} , находящийся в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения, можно заменить скаляром r :

$$(\mathbf{r}, t, z) \longrightarrow (r, t, z). \quad (2.56)$$

В работе рассматривается несколько пространственных распределений поля в спектрально-ограниченных импульсах, которые поступают на вход в нелинейную среду:

- Гауссов пучок

$$A_G(r, t, z)|_{z=0} = A_0 \exp\left\{-\frac{r^2}{2r_0^2}\right\} \exp\left\{-\frac{t^2}{2t_0^2}\right\}; \quad (2.57)$$

- Кольцевой пучок

$$A_R(r, t, z)|_{z=0} = A_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^M \exp\left\{-\frac{r^2}{2r_0^2}\right\} \exp\left\{-\frac{t^2}{2t_0^2}\right\}; \quad (2.58)$$

- Вихревой пучок

$$A_V(r, t, z)|_{z=0} = A_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^M \exp\left\{-\frac{r^2}{2r_0^2}\right\} \exp\{i\theta\} \exp\left\{-\frac{t^2}{2t_0^2}\right\}; \quad (2.59)$$

где r_0 – характерный пространственный масштаб, t_0 – длительность импульса ($HWe^{-1}M$ – половина ширины по высоте e^{-1} от максимума), M – степень полинома. Вихревая фаза пучка θ является произведением топологического заряда m на полярный угол φ :

$$\theta(x, y) = m\varphi(x, y). \quad (2.60)$$

Полярный угол $\varphi(x, y) = \arctg(x, y)$ определен в диапазоне $[-\pi, \pi]$, и при единичном топологическом заряде $m = 1$ фаза пучка имеет один скачок, при $m = 2$ – два скачка и пр.

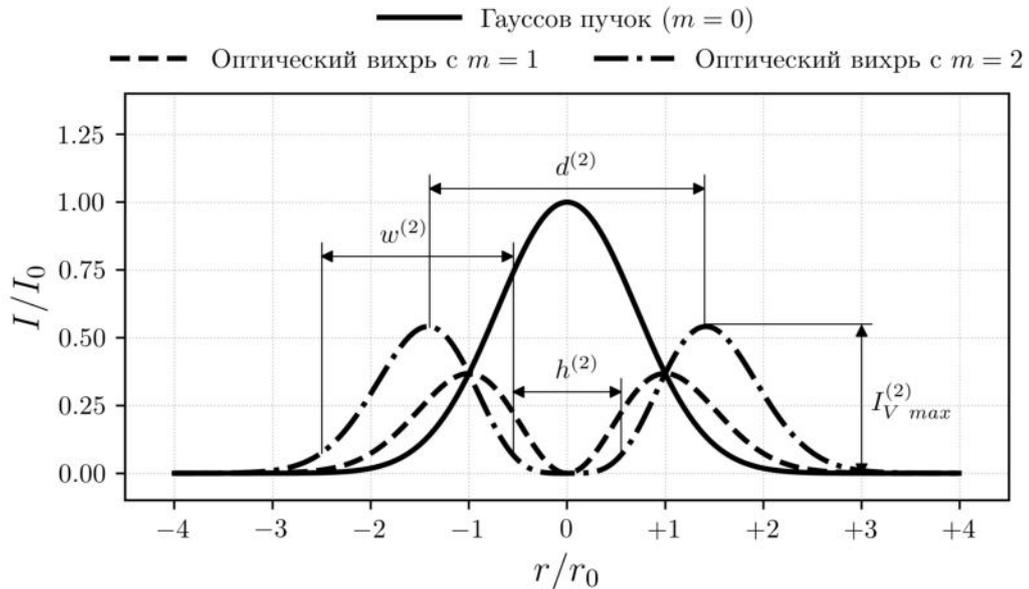


Рис. 2.2 Профили интенсивности для оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ и $m = 2$, а также гауссова пучка (согласно выражению (2.59), соответствует случаю $m = 0$). Указаны характерные размеры вихря с $m = 2$ в единицах r_0 : $d^{(2)}$ – диаметр (т.е. расстояние между пиками интенсивности), $w^{(2)}$ – ширина кольца по уровню e^{-2} , $h^{(2)}$ – ширина центрального минимума по уровню e^{-2} , а также величина $I_{V \max}^{(2)}$ – пиковая интенсивность вихря в единицах пиковой интенсивности гауссова пучка I_0 .

Пространственные однокольцевые моды Лагерр-Гаусса (2.59) имеют равные значения степени полинома и топологического заряда: $M = m$. В данной работе, в основном,

	$P_V^{(m)} / P_G$	$I_{V \max 0}^{(m)} / I_0$	$d^{(m)} / r_0$	$w^{(m)} / r_0$	$h^{(m)} / r_0$
$m = 1$	4	0.37	2.0	1.9	0.6
$m = 2$	8	0.54	2.8	2.0	1.1

Табл. 2.1 Перечень характерных параметров для оптических вихрей с $m = 1$ и $m = 2$: превышение критической мощности самофокусировки вихря $P_V^{(m)}$ с топологическим зарядом m над критической мощностью самофокусировки гауссова пучка P_G , начальная максимальная интенсивность $I_{V \max}^{(m)} / I_0$, а также характерные пространственные параметры: $d^{(m)}$, $w^{(m)}$ и $h^{(m)}$.

рассматриваются именно такие моды (часто с топологическими зарядами $m = 1$ и $m = 2$), поэтому далее под терминами «оптический вихрь» и «вихревой пучок» будем иметь в виду их.

Заметим, что пучки (2.57) - (2.59) связаны между собой следующим образом:

$$A_R = A_G \left(\frac{r}{r_0} \right)^M, \quad (2.61)$$

$$A_V = A_R \exp \left\{ i\theta \right\}. \quad (2.62)$$

Кроме того, при $M = m = 0$ вихревой пучок (2.59) трансформируется в гауссов (2.57), который как бы является основой, куда «вставлен» вихрь. На Рис. 2.2 изображены пространственные профили интенсивности при $t = 0$ в (2.57) ÷ (2.59) для гауссова пучка и оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ и $m = 2$ с указанием характерных параметров. Если принять, что максимальная интенсивность гауссова пучка равна $I_V^{(0)} = I_0$, то у оптического вихря с $m = 1$ она составляет $I_{V \max}^{(1)} = 0.37I_0$, а с $m = 2$ значение $I_{V \max}^{(2)} = 0.54I_0$.

При увеличении топологического заряда растет не только пиковая интенсивность, но и характерные пространственные размеры – диаметр кольца d (расстояние между максимумами интенсивности), ширина кольца w (расстояние между внутренней и внешней стороной кольца по уровню e^{-2}), а также ширина центрального минимума h по уровню e^{-2} (Табл. 2.1). Заметим, что полный размер гауссова пучка по уровню e^{-1} равен диаметру вихря с $m = 1$ ($d^{(1)} = 2r_0$), а полный размер по уровню e^{-2} – диаметру вихря с $m = 2$ ($d^{(2)} = 2.8r_0$).

В Табл. 2.2 для наглядности приведены трехмерные изображения пространственно-временного распределения интенсивности $I(r, t)$, а также пространственные распределения интенсивности $I(x, y)$ и фазы $\theta(x, y)$, для гауссова пучка и оптических вихрей. В работе рассматриваются коллимированные гауссовы и кольцевые пучки. Пространственно-временное распределение интенсивности $I(r, t)$ кольцевых пучков и вихрей имеет бимодальную структуру: вдоль временной координаты t распределение имеет гауссову форму, а в нуле радиальной координаты r поле отсутствует, поэтому образуется два пика. Чем выше степень полинома M , тем больше каждый пик по высоте и тем сильнее они отстоят друг от друга.

	Кольцевой пучок		Вихревой пучок	
	$M = 1$	$M = 2$	$M = m = 1$	$M = m = 2$

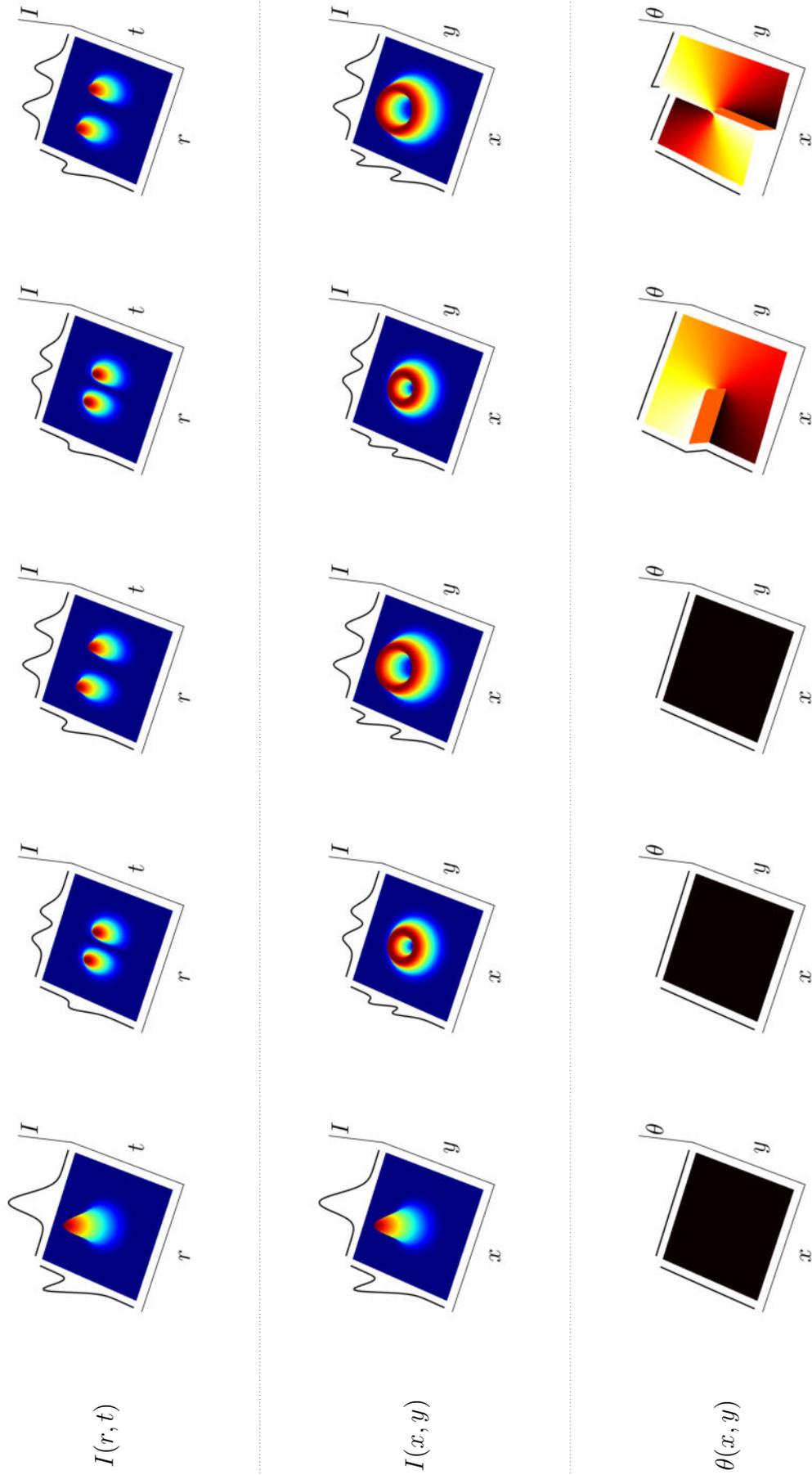


Табл. 2.2 Сравнение распределений интенсивности $I(r, t)$, $I(x, y)$ и фазы $\theta(x, y)$ для гауссова пучка (слева), кольцевого пучка без сингулярности фазы со степенью полинома $M = 1$ и $M = 2$ (в центре) и вихревого пучка с топологическими зарядами $m = 1$ и $m = 2$ (справа).

Сингулярная фаза, описываемая выражением (2.60), имеет геликоидальный вид, т.е. похожа на поверхность, образуемую вращением радиус-вектора вокруг оси с монотонным увеличением высоты. Положение скачков фазы зависит от топологического заряда.

Заметим, что в начальном условии как у кольцевых пучков (2.58), так и у вихрей (2.59), на оптической оси отсутствует поле, однако в процессе распространения излучения в первом случае запрета на нахождение оптической энергии на оси нет, а во втором – есть, что связано с наличием сингулярности фазы.

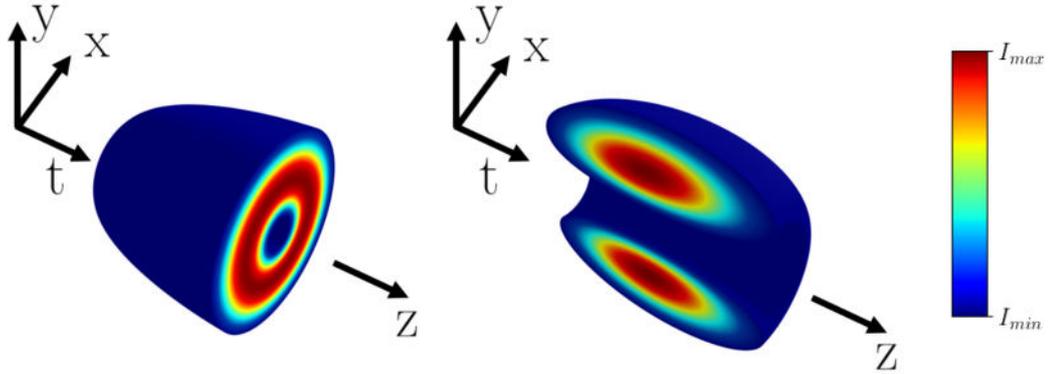


Рис. 2.3 Разрез оптического вихря на входе в среду по времени (слева) и пространству (справа).

Трехмерную структуру оптического вихря (2.59), который описывается с помощью поперечных пространственных координат (x, y) и временной координаты t , а также эволюционирует вдоль продольной пространственной координаты z , можно увидеть на Рис. 2.3, где изображено распределение интенсивности вихря $I(x, y, t)$ в разрезах по времени (слева) и по пространству (справа) в промежутке от некоторой минимальной интенсивности I_{min} до максимальной I_{max} . Разрез по времени представляет собой кольцевое распределение интенсивности $I(x, y)$ подобно тем, что представлены во 2-й строчке Табл. 2.2. Разрез по пространству при любом радиальном угле φ является кольцевой структурой в связи с наличием фазовой сингулярности (1-я строчка Табл. 2.2). В целом, объемный оптический вихрь имеет форму цилиндра, отверстие которого тем шире, чем выше степень полинома M .

Сделаем в (2.42) замену вида $A \rightarrow A'$, где

$$A(r, t, z) = A'(r, t, z) \exp\{im\varphi\}, \quad (2.63)$$

и получим, что в поперечном лапласиане возникнет слагаемое, связанное с полярным углом φ :

$$\Delta_{\perp} A' = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A'}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A'}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial^2 A'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A'}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} A'. \quad (2.64)$$

Получается, что в рамках осесимметричного приближения можно учитывать вихревую фазу пучка, задаваемую полярным углом $\varphi = \varphi(x, y)$, с помощью добавления в поперечный лапласиан нелинейного волнового уравнения (2.42) слагаемого $-m^2/r^2$. В дальнейшем опустим штрих в A' и будем использовать прежнее обозначение амплитуды поля – A .

2.1.7 Итоговая система уравнений

С учетом осесимметричного приближения (2.56), кинетического уравнения для концентрации электронов плазмы (2.43), а также начального условия (2.59), итоговая система нелинейных уравнений (2.42), описывающих процесс развития филаментации в вихревых пучках фемтосекундного импульса, имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & 2ik_0 \frac{\partial A(r, t, z)}{\partial z} = \underbrace{\hat{T}^{-1} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right] A(r, t, z)}_{\text{дифракция}} + \tag{2.65a} \\
 & + \underbrace{\hat{T}^{-1} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2 \right] \tilde{A}(r, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega}_{\text{дисперсия}} + \\
 & + \underbrace{\frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T} \Delta n_k(r, t, z) A(r, t, z)}_{\text{керровская нелинейность}} + \underbrace{\frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T}^{-1} \Delta n_{pl}(r, t, z) A(r, t, z)}_{\text{плазменная нелинейность}} + \\
 & + \underbrace{i\hat{T}^{-2} \sigma(r, t, z) A(r, t, z)}_{\text{обратное тормозное поглощение}} - \underbrace{ik_0 [\alpha(r, t, z) + \delta] A(r, t, z)}_{\text{нелинейное поглощение и экстинкция}}, \\
 & \frac{\partial N_e(r, t, z)}{\partial t} = \underbrace{R_E(I) [N_0 - N_e(r, t, z)]}_{\text{полевая ионизация}} + \underbrace{\nu_i(I) N_e(r, t, z)}_{\text{лавиная ионизация}} - \underbrace{\beta N_e(r, t, z)}_{\text{рекомбинация}}, \tag{2.65b} \\
 & A(r, t, z)|_{z=0} = A_0 \underbrace{\left(\frac{r}{r_0} \right)^M}_{\text{полином}} \underbrace{\exp\left\{ -\frac{r^2}{2r_0^2} \right\}}_{\text{гауссов пучок}} \underbrace{\exp\left\{ -\frac{t^2}{2t_0^2} \right\}}_{\text{гауссов импульс}}. \tag{2.65c}
 \end{aligned} \right.$$

В модели (2.65) учитываются слагаемые, ответственные за дифракцию, дисперсию, керровскую самофокусировку, плазменную нелинейность, нелинейные поглощения и экстинкцию (2.65a), а также полевую ионизацию согласно модели Келдыша с учетом лавины и рекомбинации (2.65b). В (2.65c) при $M = m = 0$ оптический вихрь трансформируется в гауссов пучок, при $m = 0$ и $M \neq 0$ – в кольцевой пучок без фазовой сингулярности. Окончательное значение комплексной амплитуды поля в произвольном сечении $z = \text{const}$ получается, в общем случае, домножением A на фазовый множитель (2.63).

2.1.8 Дисперсия в твердотельных диэлектриках

Нелинейное волновое уравнение в системе (2.65) содержит интеграл, описывающий дисперсию лазерного импульса:

$$\hat{D}A(r, t, z) = \hat{T}^{-1} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[k^2(\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1\Omega)^2 \right] \tilde{A}(r, \Omega, z) \exp\{i\Omega t\} d\Omega, \quad (2.66)$$

где $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$ – волновой вектор, $k_0 \equiv k(\omega)|_{\omega=\omega_0}$, $k_1 = \partial k/\partial \omega|_{\omega=\omega_0} = 1/v_g$, v_g – групповая скорость импульса. Зависимость $n(\omega)$ описывается эмпирической формулой Селлмейера [244] и в λ -представлении имеет вид:

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \sum_{i=1}^3 \frac{C_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2}}, \quad (2.67)$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega$ – длина волны излучения, а C_i и λ_i – параметры.

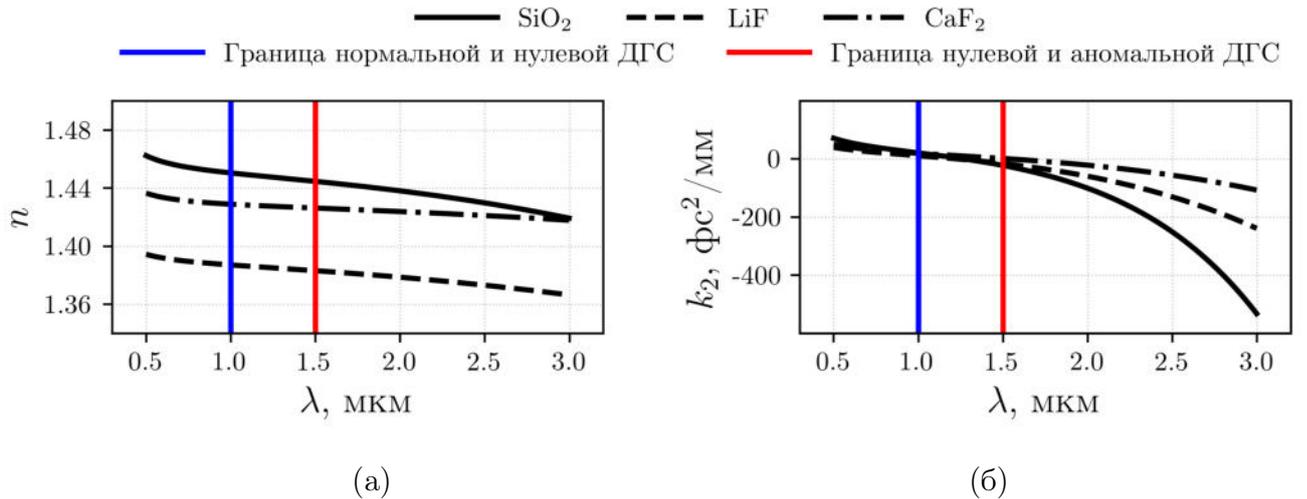


Рис. 2.4 Зависимость показателя преломления $n(\lambda)$ (а) и дисперсии групповой скорости $k_2(\lambda)$ (б) в плавленом кварце (сплошная линия), кристаллах LiF (штриховая линия) и CaF₂ (штрихпунктирная линия) от длины волны излучения согласно формуле Селлмейера (2.67) [103]. Вертикальными линиями обозначены границы нулевой ДГС.

Величина $k_2 = \partial k^2/\partial \omega^2|_{\omega=\omega_0}$ называется дисперсией групповой скорости (ДГС) импульса и играет важную роль в процессах самовоздействия лазерного излучения. Будем называть ДГС нормальной при $k_2 \gg 0$, нулевой – при $k_2 \sim 0$ и аномальной – при $k_2 \ll 0$. В работе [240] для плавленого кварца указанные области ДГС были определены следующим образом: нормальная – $\lambda < 1000 \text{ нм}$, $k_2 > 21 \text{ фс}^2/\text{мм}$; нулевая – $1000 \text{ нм} < \lambda < 1500 \text{ нм}$, $-22 \text{ фс}^2/\text{мм} < k_2 < 21 \text{ фс}^2/\text{мм}$; аномальная – $\lambda > 1500 \text{ нм}$, $k_2 < -22 \text{ фс}^2/\text{мм}$.

В данной работе рассматриваются три твердотельных диэлектрика: плавленый кварц (SiO₂), фторид лития (LiF) и фторид кальция (CaF₂), для которых на Рис. 2.4 изображены кривые зависимостей $n(\lambda)$ и $k_2(\lambda)$ согласно (2.67) [103]. Видно, что наименьшей аномальной ДГС обладает фторид кальция, а наибольшей – плавленый кварц. Значения линейного показателя преломления n , волнового числа k , обратной групповой скорости импульса

$k_1 = 1/v_g$ и дисперсии групповой скорости импульса k_2 для всех рассматриваемых диэлектриков для ряда длин волн в диапазоне $0.8 \div 3.0$ мкм рассчитаны согласно данным из [103] и приведены в Табл. 2.3. Формулы для величин $k_1(\lambda)$ и $k_2(\lambda)$ приведены в Приложении.

Параметр	Размерность	λ , мкм	Материал		
			SiO ₂	LiF	CaF ₂
n	-	0.8	1.45	1.39	1.43
		1.0	1.45	1.39	1.43
		1.5	1.44	1.38	1.43
		1.8	1.44	1.38	1.42
		3.0	1.42	1.37	1.42
$k = \omega n(\omega)/c$	1/мкм	0.8	11.41	10.91	11.24
		1.0	9.11	8.71	8.98
		1.5	6.05	5.79	5.97
		1.8	5.03	4.82	4.97
		3.0	2.97	2.86	2.97
$k_1 = \partial k / \partial \omega _{\omega=\omega_0}$	нс/м	0.8	4.89	4.66	4.80
		1.0	4.88	4.65	4.79
		1.5	4.88	4.65	4.78
		1.8	4.89	4.66	4.78
		3.0	4.97	4.70	4.80
$k_2 = \partial^2 k / \partial \omega^2 _{\omega=\omega_0}$	фс ² /мм	0.8	+36.16	+20.44	+27.87
		1.0	+21.16	+11.23	+19.59
		1.5	-22.20	-15.64	+1.86
		1.8	-62.98	-39.15	-10.86
		3.0	-533.89	-239.29	-106.98

Табл. 2.3 Значения показателя преломления n , волнового числа k , обратной групповой скорости импульса $k_1 = 1/v_g$ и дисперсии групповой скорости импульса k_2 для кристаллов SiO₂, LiF и CaF₂ на различных длинах волн: $\lambda = 0.8$ мкм – длина волны из области нормальной ДГС, $\lambda = 1.0$ мкм – граница нормальной и нулевой ДГС, $\lambda = 1.5$ мкм – граница нулевой и аномальной ДГС, $\lambda = 1.8$ и $\lambda = 3.0$ мкм – рассматриваемые в работе длины волн из области аномальной ДГС. Параметры C_i и λ_i в формуле Селлмейера (2.67) для кристалла SiO₂ взяты согласно [244; 245], для LiF – согласно [246], для CaF₂ – согласно [247].

Величины λ_i в (2.67) представляют собой резонансы, вблизи которых значение показателя преломления обращается в бесконечность, т.е. формула Селлмейера (2.67) перестает работать. Спектр излучения на входе в среду (2.57) - (2.59) далек от указанных резонансов. При численном решении частотная сетка может заходить в указанные области и формировать сингулярное решение в узлах, что непредсказуемым образом отразится на расчетах. Для того, чтобы избежать подобных ситуаций, резонансы аппроксимируются гладкой функцией. Одним

из способов аппроксимации является внесение гауссовых множителей с центром в резонансах λ_i и характерной шириной δ_i , пропорциональной ширине резонанса:

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \sum_{i=1}^3 \frac{C_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \left(1 - \exp\left\{-\left(\frac{\lambda - \lambda_i}{\delta_i}\right)^2\right\}\right)}. \quad (2.68)$$

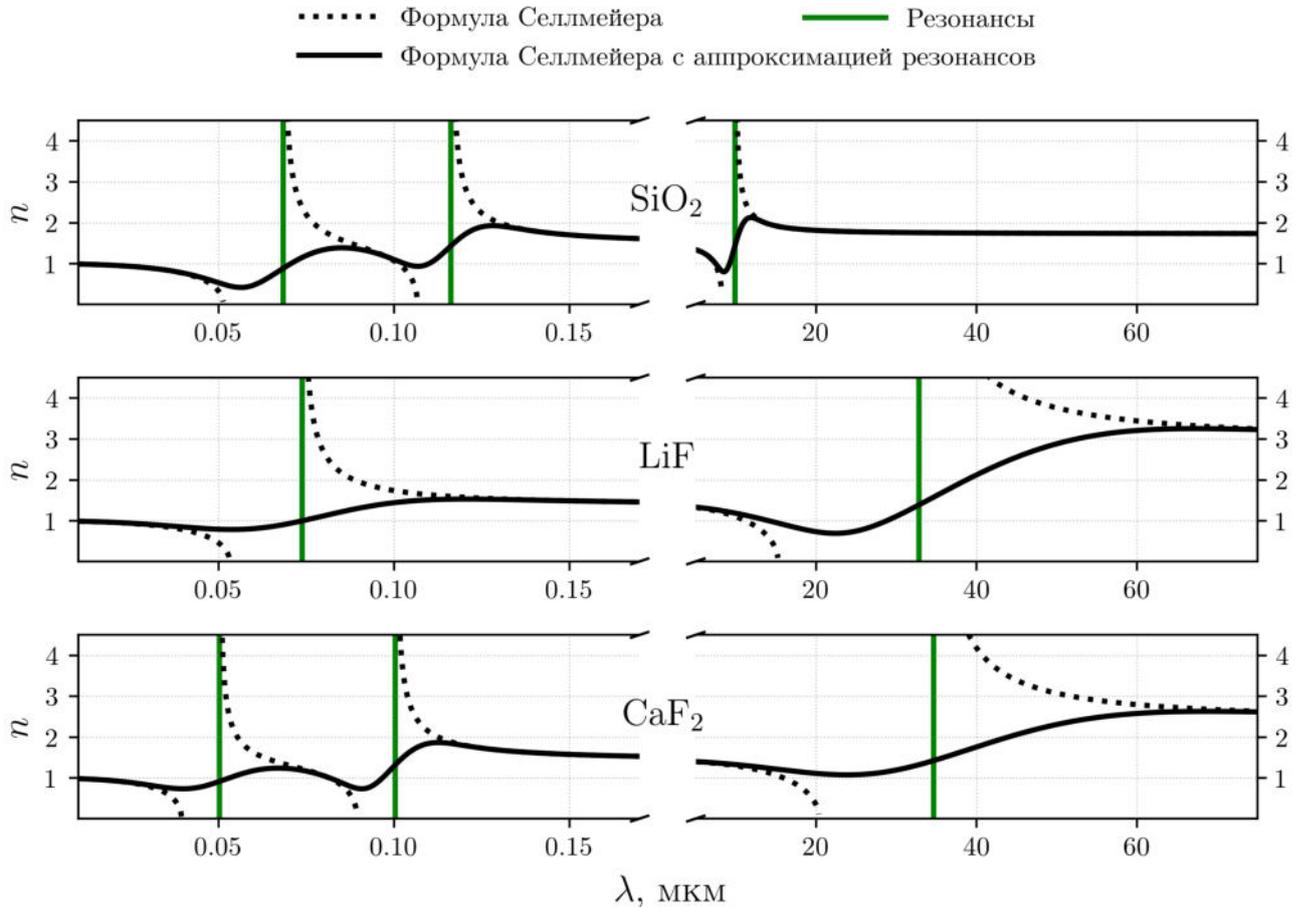


Рис. 2.5 Зависимость показателя преломления от длины волны $n(\lambda)$ вблизи резонансов λ_i (зеленые вертикальные прямые) согласно оригинальной формуле Селлмейера (2.67) (штриховая кривая) и формуле Селлмейера с аппроксимированными резонансами (2.68).

Заметим, что количество резонансов в (2.68) зависит от среды: в SiO_2 и CaF_2 их число равно трем, а в LiF – двум. На Рис. 2.5 изображена зависимость $n(\lambda)$ согласно формуле Селлмейера с аппроксимацией и без аппроксимации резонансов для рассматриваемых диэлектриков. Видно, что кривые с аппроксимацией (2.68) сглаживают уходящую в бесконечность исходную зависимость (2.67). Если выбрать слишком маленькие величины δ_i , то значения показателя преломления вблизи резонансов будут нетипично высокими, если же их выбрать слишком большими, то место резонанса сгладится, однако влияние аппроксимации распространится сильно дальше, затрагивая те области, где этого не требуется, поэтому подбирались значения δ_i , которые находились бы вдали от указанных крайних случаев. Необходимо отметить, что на частотах вблизи резонансов присутствует затухание излучения [221], однако в текущей модели

затухание не учитывалось, поскольку амплитуда спектральных гармоник в окрестности резонансов мала.

Параметры формулы Селлмейера C_i и λ_i (2.67), подобранные значения ширины гауссовых множителей δ_i (2.68), значения k_2 в области нормальной ($\lambda = 800$ нм) и аномальной ($\lambda = 1800$ нм и 3000 нм) ДГС, а также на их границах с нулевой ДГС ($\lambda = 1000$ нм и $\lambda = 1500$ нм соответственно), приведены в Табл. 2.4 для всех рассматриваемых диэлектриков.

2.1.9 Резонанс оператора волновой нестационарности

Проблема, связанная с наличием сингулярностей в модели, проявляется также в случае оператора волной нестационарности.

В уравнении (2.66) присутствует обратное значение оператора волновой нестационарности \hat{T}_Ω^{-1} , которое при переходе в спектральное пространство имеет вид:

$$\hat{T}_\Omega^{-1} = \frac{1}{1 + \Omega/\omega_0}. \quad (2.69)$$

Выражение (2.69) обращается в бесконечность при $\Omega = -\omega_0$, и, как в случае с формулой Селлмейера (2.68), резонанс можно аппроксимировать умножением на гауссов множитель:

$$\hat{T}_\Omega^{-1} = \frac{1}{1 + \Omega/\omega_0} \left(1 - \exp \left\{ - \left(\frac{\Omega + \omega_0}{\delta} \right)^2 \right\} \right), \quad (2.70)$$

где δ – характерная ширина гауссова множителя. Зададим $\delta = 0.01 \omega_0$, чтобы разница между исходным (2.69) и аппроксимированным (2.70) значением оператора \hat{T}_Ω^{-1} проявлялась достаточно далеко от центральной частоты ω_0 (Рис. 2.6). Указанный прием помогает избежать сингулярностей, вызванных оператором \hat{T} , если расчетная сетка в пространстве частот содержит область его резонанса.

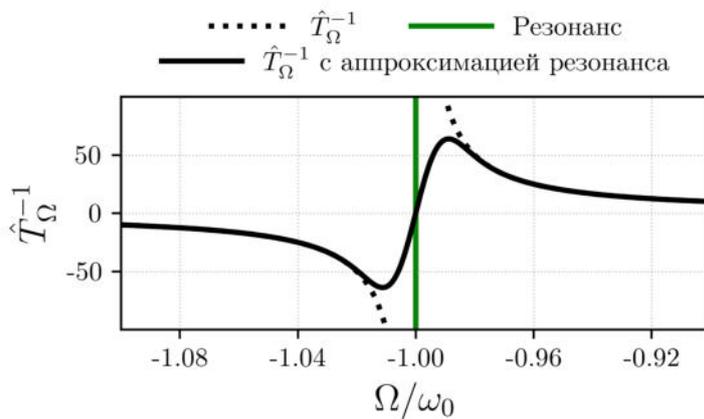


Рис. 2.6 Обратное значение спектрального представления оператора волновой нестационарности \hat{T}_Ω^{-1} вблизи резонанса при $\Omega = -\omega_0$ (вертикальная зеленая прямая) с аппроксимацией резонанса (сплошная кривая) и без него (штриховая кривая).

2.1.10 Параметры модели

Система уравнений (2.65) позволяет моделировать распространение фемтосекундных лазерных импульсов в твердотельных диэлектриках и имеет большое количество параметров, которые,

в основном, связаны со средой. Необходимо отметить, что некоторые величины известны с достаточно большой погрешностью, некоторые – более точно, но в любом случае поведение и динамика лазерного импульса будут зависеть от значений этих параметров.

Параметр	Размерность	Материал			Источник
		SiO ₂	LiF	CaF ₂	
<i>Дисперсия</i>					
C_1	-	0.6961663	0.92549	0.5675888	
C_2	-	0.4079426	6.96747	0.4710914	
C_3	-	0.8974794	-	3.8484723	[244–247]
λ_1	мкм	0.0684043	0.07376	0.0502637	
λ_2	мкм	0.1162414	32.79	0.1003909	
λ_3	мкм	9.896161	-	34.64904	
δ_1	мкм	0.015	0.03	0.015	*
δ_2	мкм	0.01	20	0.01	*
δ_3	мкм	1.5	-	20	*
<i>Керровская нелинейность</i>					
n_2	$\times 10^{-16}$ см ² /Вт	3.5	1.0	1.9	[248]
g	–	0.18	0.18	0.18	[229]
Δ_t	фс	80	80	80	*
τ_k	фс	32	32	32	[232]
Ω_R	$\times 10^{13}$ с ⁻¹	8	8	8	[232]
<i>Ионизация</i>					
N_0	$\times 10^{22}$ см ⁻³	2.66	6.10	2.46	*
ν_{ei}	с ⁻¹	10 ¹⁴	10 ¹⁴	10 ¹⁴	[92]
U_i	эВ	9.0	13.6	10.0	[249]
β	$\times 10^{-12}$ с ⁻¹	6.7	6.7	6.7	[250]
<i>Прочие</i>					
ρ	г/см ³	2.650	2.635	3.180	[251]
A	а.е.м.	60	26	78	[252]
δ	м ⁻¹	10 ⁻³	10 ⁻³	10 ⁻³	[253]

Табл. 2.4 Параметры рассматриваемых в работе твердотельных диэлектриков, сгруппированные по категориям. Звездочкой * отмечены параметры, величины которых вычислены / подобраны без использования источников литературы.

К параметрам среды при численном моделировании относятся:

→ C_i, λ_i, δ_i – параметры дисперсионной формулы Селлмейера с аппроксимацией резонансов (2.68), которые позволяют рассчитывать показатель преломления $n(\lambda)$, в том числе на центральной длине волны $n_0 = n(\lambda_0)$, а также оценить ДГС $k_2(\lambda)$;

- n_2 – коэффициент кубичной нелинейности по интенсивности;
- g – коэффициент, показывающий вклад инерционной части керровской нелинейности ($g = 0$ – приближение мгновенной нелинейности, $g = 1$ – приближение чисто инерционной нелинейности);
- Δ_t – временное окно свертки для оптимизации расчета инерционной керровской нелинейности (численный параметр);
- τ_k – характерное время инерционного отклика среды;
- Ω_R – частота вращения молекул среды;
- N_0 – начальная концентрация нейтральных атомов среды;
- ν_{ei} – частота упругих электрон-ионных столкновений;
- U_i – потенциал ионизации;
- β – коэффициент рекомбинации электронов плазмы;
- δ – линейный коэффициент экстинкции.

Значения указанных параметров, которые использовались при моделировании, приведены в Табл. 2.4. Заметим, что концентрацию нейтралов N_0 можно рассчитать исходя из плотности вещества ρ и его атомной массы A .

На входе в среду задается пучок в спектрально-ограниченном импульсе излучения со следующими параметрами:

- r_0 – характерный пространственный размер пучка;
- t_0 – длительность импульса по уровню интенсивности e^{-1} ;
- M – степень полинома в пучке вида (2.59) (при $M = 0$ пучок из кольцевого становится гауссовым);
- m – топологический заряд в пучке вида (2.59) (при $m = 0$ пучок является коллимированным);
- λ_0 – центральная длина волны импульса;
- $P_{rel} = P_0/P_{cr}$ – превышение пиковой мощности импульса над критической мощностью самофокусировки рассматриваемого пучка.

2.2 Численное решение системы уравнений, описывающей фемтосекундную филаментацию

2.2.1 Расщепление по физическим факторам

Нелинейное уравнение распространения лазерного импульса (2.65a) решается методом расщепления по физическим факторам [254; 255], согласно которому исходное уравнение на каждом шаге интегрирования h_z вдоль эволюционной координаты z расщепляется на цепочку из нескольких (2.71), в которой решение уравнения (2.71a) является начальным условием для решения (2.71b), а решение (2.71b) – начальным условием для (2.71c):

$$\begin{cases} 2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \hat{T}^{-1} \left[\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} A \right], & (2.71a) \\ 2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \hat{T}^{-1} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(k^2 (\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1 \Omega)^2 \right) \tilde{A} \exp\{i\Omega t\} d\Omega, & (2.71b) \\ 2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T} \Delta n_k A + \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T}^{-1} \Delta n_{pl} A + i\hat{T}^{-2} \sigma A - ik_0 (\alpha + \delta) A. & (2.71c) \end{cases}$$

Уравнение (2.71a) описывает дифракцию пучка, (2.71b) – дисперсию импульса, а (2.71c) – влияние нелинейных эффектов на распространение излучения.

Введем сеточную аппроксимацию комплексного поля $A(r, t, z)$ (2.5), интенсивности $I(r, t, z)$ (2.24) и концентрации электронов $N_e(r, t, z)$ (2.32) по каждой из координат r , t и z :

$$\rightarrow r \rightarrow r_k, \quad h_r = r_k - r_{k-1} = \text{const}, \quad k = \overline{0, n_r - 1},$$

$$\rightarrow t \rightarrow t_s, \quad h_t = t_s - t_{s-1} = \text{const}, \quad s = \overline{0, n_t - 1},$$

$$\rightarrow z \rightarrow z_n, \quad h_z = z_n - z_{n-1} \neq \text{const}, \quad n = \overline{0, n_z - 1},$$

$$\rightarrow A \rightarrow A_{k,s}^n, \quad I \rightarrow I_{k,s}^n, \quad N_e \rightarrow N_{k,s}^n.$$

Величины r_k , t_s , z_n / n_r , n_t , n_z , соответствуют узлам сетки / максимальному количеству точек в сетке по радиальной, временной и эволюционной координатам соответственно. В дальнейшем при записи значений A , I и N_e в узлах сеток будем использовать только те индексы k , s и n , указание которых является важным для понимания соответствующей разностной аппроксимации.

2.2.2 Численное решение уравнения дифракции пучка

Подставляя выражение для оператора волновой нестационарности (2.30) в уравнение (2.71a) и раскрывая скобки, получим:

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{2k_0}{\omega_0} \frac{\partial^2 A}{\partial t \partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} A. \quad (2.72)$$

Перейдем в спектральное пространство $A(r, t, z) \longrightarrow \tilde{A}(r, \Omega, z)$ с помощью обратного преобразования Фурье:

$$A = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A} \exp\{i\Omega t\} d\Omega, \quad (2.73)$$

затем умножим обе части уравнения на 2π , получив:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{A} \exp\{i\Omega t\} \right) d\Omega + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2k_0}{\omega_0} \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} \left(\tilde{A} \exp\{i\Omega t\} \right) d\Omega = \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\tilde{A} \exp\{i\Omega t\} \right) d\Omega + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\tilde{A} \exp\{i\Omega t\} \right) d\Omega - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{m^2}{r^2} \tilde{A} \exp\{i\Omega t\} d\Omega, \end{aligned} \quad (2.74)$$

и после некоторых преобразований запишем уравнение дифракции для спектральных амплитуд \tilde{A} в виде:

$$2ik_0 \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_0} \right) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{A}}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \tilde{A}. \quad (2.75)$$

Для численного решения дифференциального уравнения (2.75) используем метод Кранка-Николсона [256] с правой разностной аппроксимацией производной по эволюционной координате z и центральной разностной аппроксимацией производных по поперечной координате r :

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} \longrightarrow \frac{\tilde{A}_k^{n+1} - \tilde{A}_k^n}{h_z}, \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial r^2} \longrightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{A}_{k+1}^{n+1} - 2\tilde{A}_k^{n+1} + \tilde{A}_{k-1}^{n+1}}{h_r^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{A}_{k+1}^n - 2\tilde{A}_k^n + \tilde{A}_{k-1}^n}{h_r^2} \right), \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial r} \longrightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{A}_{k+1}^{n+1} - \tilde{A}_{k-1}^{n+1}}{2h_r} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{A}_{k+1}^n - \tilde{A}_{k-1}^n}{2h_r} \right), \quad (2.78)$$

$$\tilde{A} \longrightarrow \frac{1}{2} \left(\tilde{A}_k^{n+1} + \tilde{A}_k^n \right). \quad (2.79)$$

Заметим, что порядок аппроксимации численной схемы $-O(h_r^2, h_z^2)$. С учетом выражений (2.76)-(2.79), запишем:

$$\begin{aligned} & \tilde{A}_{k+1}^{n+1} \left(\frac{1}{2h_r^2} + \frac{1}{4r_k h_r} \right) + \tilde{A}_k^{n+1} \left(-\frac{2ik_0 \hat{T}_\Omega}{h_z} - \frac{1}{h_r^2} - \frac{m^2}{2r_k^2} \right) + \tilde{A}_{k-1}^{n+1} \left(\frac{1}{2h_r^2} - \frac{1}{4r_k h_r} \right) = \\ & = \tilde{A}_{k+1}^n \left(-\frac{1}{2h_r^2} - \frac{1}{4r_k h_r} \right) + \tilde{A}_k^n \left(-\frac{2ik_0 \hat{T}_\Omega}{h_z} + \frac{1}{h_r^2} + \frac{m^2}{2r_k^2} \right) + \tilde{A}_{k-1}^n \left(-\frac{1}{2h_r^2} + \frac{1}{4r_k h_r} \right). \end{aligned} \quad (2.80)$$

Итоговое выражение для системы конечно-разностных уравнений имеет вид:

$$\alpha_k \tilde{A}_{k+1}^{n+1} - \beta_k \tilde{A}_k^{n+1} + \gamma_k \tilde{A}_{k-1}^{n+1} = -\delta_k, \quad (2.81)$$

$$\alpha_k = \frac{1}{2h_r^2} + \frac{1}{4r_k h_r}, \quad (2.82)$$

$$\beta_k = \frac{1}{h_r^2} + \frac{2ik_0 \hat{T}_\Omega}{h_z} + \frac{m^2}{2r_k^2}, \quad (2.83)$$

$$\gamma_k = \frac{1}{2h_r^2} - \frac{1}{4r_k h_r}, \quad (2.84)$$

$$\delta_k = \alpha_k \tilde{A}_{k+1}^n - \beta_k^* \tilde{A}_k^n + \gamma_k \tilde{A}_{k-1}^n, \quad (2.85)$$

где $k = \overline{1, n_r - 2}$, $s = \overline{1, n_t - 2}$ и $n = \overline{1, n_z - 2}$. В предположении наличия рекуррентного соотношения между соседними узлами поля, запишем общий вид граничных условий:

$$\tilde{A}_0 = \kappa_{\text{left}} \tilde{A}_1 + \mu_{\text{left}}, \quad (2.86)$$

$$\tilde{A}_{N_r-1} = \kappa_{\text{right}} \tilde{A}_{N_r-2} + \mu_{\text{right}}. \quad (2.87)$$

Для пучков всех рассматриваемых профилей в нуле радиальной сетки использовалось граничное условие Неймана $\partial A / \partial r|_{r \rightarrow 0} = 0$ (соответствует $\kappa_{\text{left}} = 1$, $\mu_{\text{left}} = 0$), а на конце сетки – граничное условие Дирихле $A|_{r \rightarrow \infty} = 0$ (соответствует $\kappa_{\text{right}} = \mu_{\text{right}} = 0$) [257]. Представим сеточную аппроксимацию с учетом (2.86)-(2.87) в виде матричного уравнения:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\kappa_{\text{left}} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_1 & -\beta_1 & \alpha_1 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \gamma_2 & -\beta_2 & \alpha_2 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \gamma_{N_r-3} & -\beta_{N_r-3} & \alpha_{N_r-3} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \gamma_{N_r-2} & -\beta_{N_r-2} & \alpha_{N_r-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & -\kappa_{\text{right}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A}_0 \\ \tilde{A}_1 \\ \tilde{A}_2 \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{A}_{N_r-3} \\ \tilde{A}_{N_r-2} \\ \tilde{A}_{N_r-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{\text{left}} \\ -\delta_1 \\ -\delta_2 \\ \dots \\ \dots \\ -\delta_{N_r-3} \\ -\delta_{N_r-2} \\ \mu_{\text{right}} \end{pmatrix}. \quad (2.88)$$

Система уравнений с трехдиагональной матрицей (2.88) решалась методом прогонки [258].

2.2.3 Численное решение уравнения дисперсии импульса

Используя прямое преобразование Фурье, перепишем (2.71b) и получим:

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \hat{T}_\Omega^{-1} \left[k^2 (\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1 \Omega)^2 \right] \tilde{A}. \quad (2.89)$$

После введения коэффициента

$$R_{\text{disp}} = -i \frac{\hat{T}_\Omega^{-1} \left[k^2 (\omega_0 + \Omega) - (k_0 + k_1 \Omega)^2 \right]}{2k_0} \quad (2.90)$$

сформулируем задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = R_{disp} \tilde{A}, \\ A|_{z=0} = A_0, \end{cases} \quad (2.91a)$$

$$\quad (2.91b)$$

решение которой имеет вид:

$$\tilde{A} = \tilde{A}_0 \exp\{R_{disp}z\}. \quad (2.92)$$

Зная спектр \tilde{A}^n на n -м шаге по z , выразим комплексную амплитуду спектральных гармоник на $(n+1)$ -м шаге \tilde{A}^{n+1} :

$$\tilde{A}^{n+1} = \tilde{A}^n \exp\{R_{disp}h_z\}. \quad (2.93)$$

2.2.4 Учет влияния нелинейностей и экстинкции

Запишем уравнение (2.71c) более подробно:

$$\begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = & \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T} \left[(1-g)n_2 I + gn_2 \int_0^{+\infty} H(\tau) I(t-\tau) d\tau \right] A - \\ & - \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T}^{-1} \frac{e^2 N_e}{2n_0 \omega_0^2 m_e \varepsilon_0} A - i \hat{T}^{-2} \frac{e^2 N_e}{m_e \varepsilon_0 c^2} \frac{\nu_{ei}}{\omega_0} A - ik_0 (\alpha + \delta) A. \end{aligned} \quad (2.94)$$

Полагая мнимую часть \hat{T} малой, аппроксимируем значения операторов \hat{T}^{-1} и \hat{T}^{-2} следующим образом:

$$\hat{T}^{-1} = \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right)^{-1} = \frac{1 + i/\omega_0 \times \partial/\partial t}{1 + 1/\omega_0^2 \times \partial^2/\partial t^2} \Big|_{\partial^2/\partial t^2 \rightarrow 0} \simeq 1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t}, \quad (2.95)$$

$$\begin{aligned} \hat{T}^{-2} = & \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right)^{-2} = \left(1 - 2 \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right)^{-1} \Big|_{\partial^2/\partial t^2 \rightarrow 0} \simeq \left(1 - 2 \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right)^{-1} = \\ = & \frac{1 + 2i/\omega_0 \times \partial/\partial t}{1 + 4/\omega_0^2 \times \partial^2/\partial t^2} \Big|_{\partial^2/\partial t^2 \rightarrow 0} \simeq 1 + 2 \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.96)$$

Подставляя (2.95) и (2.96) в (2.94), раскрывая скобки и заменяя интеграл свертки:

$$[H \otimes I](t) = \int_0^{+\infty} H(\tau) I(t-\tau) d\tau, \quad (2.97)$$

сформулируем задачу Коши:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial z} = \left[R_{inst} I + R_{instT} \frac{\partial I}{\partial t} + \right. \\ \quad + R_{iner} [H \otimes I](t) + R_{inerT} \frac{\partial [H \otimes I](t)}{\partial t} + \\ \quad + R_{ion} N_e + R_{ionT} \frac{\partial N_e}{\partial t} + \\ \quad \left. + R_{br} N_e + R_{brT} \frac{\partial N_e}{\partial t} + \frac{\alpha + \delta}{2} \right] A, \\ A|_{z=0} = A_0, \end{cases} \quad (2.98a)$$

$$\quad (2.98b)$$

где

$$R_{inst} = -i \frac{k_0}{n_0} (1-g)n_2, \quad (2.99) \quad R_{ion} = i \frac{e^2 k_0}{2m_e n_0^2 \omega_0^2 \varepsilon_0}, \quad (2.103)$$

$$R_{instT} = -\frac{k_0}{n_0 \omega_0} (1-g)n_2, \quad (2.100) \quad R_{ionT} = -\frac{e^2 k_0}{2m_e n_0^2 \omega_0^3 \varepsilon_0}, \quad (2.104)$$

$$R_{iner} = -i \frac{k_0}{n_0} g n_2, \quad (2.101) \quad R_{br} = -\frac{e^2 \nu_{ei}}{2k_0 c^2 m_e \varepsilon_0 \omega_0}, \quad (2.105)$$

$$R_{inerT} = -\frac{k_0}{n_0 \omega_0} g n_2, \quad (2.102) \quad R_{brT} = -i \frac{e^2 \nu_{ei}}{k_0 c^2 m_e \varepsilon_0 \omega_0^2}. \quad (2.106)$$

Зная поле A^n на n -м шаге по z , выразим A^{n+1} , получив уравнение для учета нелинейных эффектов и экстинкции:

$$\begin{aligned} A^{n+1} = A^n \exp \left\{ \left[R_{inst} I_s + R_{instT} \frac{I_s - I_{s-1}}{h_t} + \right. \right. \\ \left. \left. + R_{iner} [H \otimes I]_s + R_{inerT} \frac{[H \otimes I]_s - [H \otimes I]_{s-1}}{h_t} + \right. \right. \\ \left. \left. + R_{ion} N_s + R_{ionT} \frac{N_s - N_{s-1}}{h_t} + \right. \right. \\ \left. \left. + R_{br} N_s + R_{brT} \frac{N_s - N_{s-1}}{h_t} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\alpha + \delta}{2} \right] h_z \right\}. \end{aligned} \quad (2.107)$$

Отметим, что для ускорения расчетов свертка в (2.107) считается не полностью, а с определенным окном. Анализ оптимальной величины окна свертки приведен в **Приложении**.

2.2.5 Решение кинетического уравнения для электронов плазмы

Рассмотрим кинетическое уравнение для электронов плазмы (2.65b) вместе с начальным условием:

$$\begin{cases} \frac{\partial N_e}{\partial t} = N_e(\nu_i - R_E - \beta) + R_E N_0, & (2.108a) \\ N_e|_{t=0} = 0. & (2.108b) \end{cases}$$

Решение (2.108) имеет вид:

$$N_e = \frac{R_E N_0}{\nu_i - R_E - \beta} \left[\exp \left\{ (\nu_i - R_E - \beta)t \right\} - 1 \right]. \quad (2.109)$$

Зная количество электронов N_{s-1} на $(s-1)$ -м шаге по t , выразим N_s :

$$N_s = N_{s-1} \exp \left\{ (\nu_i - R_E - \beta)h_t \right\} + \frac{R_E N_0}{\nu_i - R_E - \beta} \exp \left\{ (\nu_i - R_E - \beta)h_t \right\} - \frac{R_E N_0}{\nu_i - R_E - \beta}. \quad (2.110)$$

Таким образом, приращение концентрации электронов ΔN_s при переходе от $(s-1)$ -го к s -му временному слою имеет вид:

$$\Delta N_s = \left(N_{s-1} + \frac{R_E N_0}{\nu_i - R_E - \beta} \right) \left(\exp \left\{ (\nu_i - R_E - \beta)h_t \right\} - 1 \right). \quad (2.111)$$

2.2.7 Распараллеливание программного кода

Одним из способов ускорения расчетов для многопроцессорных (многопоточных) систем является распараллеливание программного кода. Заметим, что операции во всех модулях, кроме дифракции, независимы по координате r , т.е. в них n_r раз производится работа с k -м пространственным слоем ($k = \overline{0, n_r - 1}$) исходного массива поля размером $n_r \times n_t$, в то время как прогонка в уравнении дифракции (2.71a) происходит независимо по всем временным слоям $s = \overline{0, n_t - 1}$, т.е. дифракцию удобно распараллеливать по времени, а остальные эффекты (2.71b) и (2.71c) – по пространству. На Рис. 2.7a видно, что распараллеливание дифракции пучка происходит по временной координате t , то есть исходный массив размера $n_r \times n_t$ делится на i потоков, в рамках каждого из которых уравнение (2.71a) решается прогонкой на участке массива размером $n_r \times n_t/i$. В то же время распараллеливание Фурье-преобразования

$$\tilde{A} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A \exp\{i\Omega t\} dt \quad (2.113)$$

дисперсии (2.71b) и нелинейностей (2.71c) происходит по пространственной координате r , то есть массив $n_r \times n_t$ делится на i участков размера $n_r/i \times n_t$, на каждом из которых в спектральном пространстве решается уравнение для дисперсии (2.71b), а в исходном – уравнение для нелинейностей (2.71c).

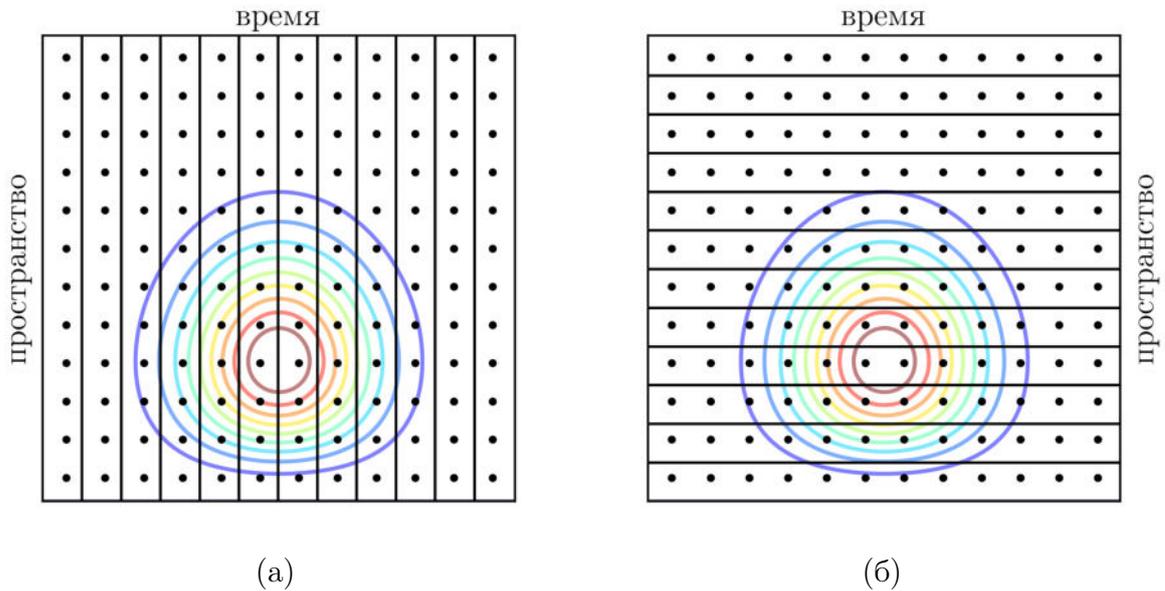


Рис. 2.7 Распараллеливание уравнения дифракции (2.71a) по координате t (потоки создаются для группы временных слоев, а), а также Фурье-преобразования (2.113), дисперсии (2.71b) и нелинейностей (2.71c) по координате r (потоки создаются для группы пространственных слоев, б) при моделировании фемтосекундной филаментации на примере кольцевого вихревого пучка (изображен линиями уровня). Точками схематично указана расчетная сетка исходного массива размером $n_r \times n_t$. Объединение точек в прямоугольники (вертикальные или горизонтальные) обозначает наличие работающих параллельно потоков, в каждом из которых соответствующие уравнения решаются на выделенном данному потоку участке исходного массива.

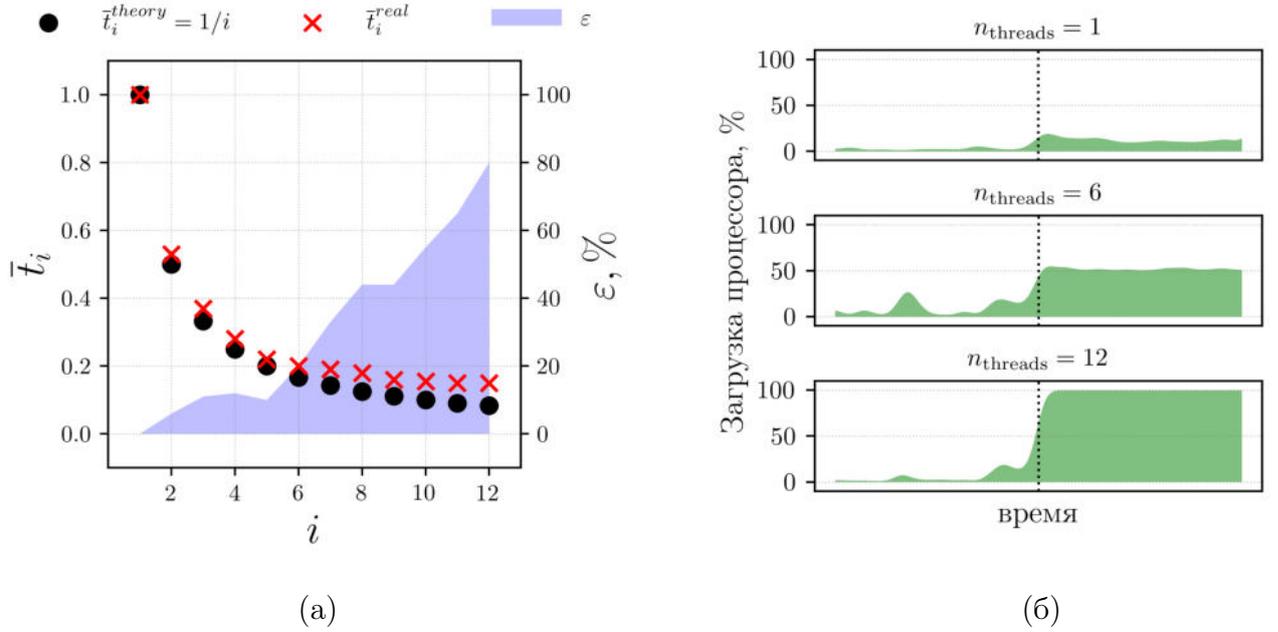


Рис. 2.8 (а) Зависимость реального времени работы программы с i потоками \bar{t}_i^{real} от числа потоков в сравнении с идеальной теоретической зависимостью \bar{t}_i^{theory} . Закрашенная область – относительная разница ε между \bar{t}_i^{theory} и \bar{t}_i^{real} . Ось ординат нормирована на время работы программы в однопоточном режиме: $\bar{t}_i = t_i/t_1$. (б) Нагрузка процессора с течением времени для различного числа потоков $n_{threads} = 1, 6, 12$. Вертикальной точечной линией показан приблизительный момент старта работы программы. Для устранения кратковременных выбросов кривые сглажены гауссовым фильтром с дисперсией $\sigma = 1$ с. Приведенные изображения соответствуют системе с 12 вычислительными ядрами с учетом технологии Hyper-Threading.

Распараллеливание осуществляется с помощью технологии OpenMP [259] – набора директив, предназначенных для программирования на масштабируемых многопроцессорных системах с общей памятью (Symmetric Multiprocessing – SMP).

Идеально распараллеленная программа должна уменьшать время работы по сравнению с однопоточным режимом в i раз, где i – число потоков. На Рис. 2.8а изображена зависимость реального времени работы программы с i потоками \bar{t}_i^{real} (красные точки) и времени работы в случае идеального параллельного кода (черные точки), описываемая функцией $\bar{t}_i^{theory} = 1/i$, от числа потоков. Значения по оси ординат нормированы на время работы программы в однопоточном режиме, т.е. $\bar{t}_i = t_i/t_1$. Закрашенная область соответствует относительной разнице ε между теоретической и реальной кривыми, которая вычисляется по формуле $\varepsilon = (\bar{t}_i^{theory} - \bar{t}_i^{real})/\bar{t}_i^{theory} \times 100$ и измеряется в процентах. Рост значений ε при увеличении числа потоков объясняется тем, что удельный вклад в \bar{t}_i^{real} участков последовательного кода программы возрастает. На Рис. 2.8а видно, что разница ε не превышает 80%, а значит качество распараллеливания кода удовлетворительно. Кроме того, иллюстрацией параллельности работы программы является зависимость загрузки процессора от времени для различного числа потоков $n_{threads} = 1, 6, 12$ (Рис. 2.8б). Видно, что при отсутствии распараллеливания ($n_{threads} = 1$) загрузка составляет около 10%. При использовании половины вычислительной мощности ($n_{threads} = 6$) соответствующая величина находится на уровне 50%, а в случае задействования всех ресурсов ($n_{threads} = 12$) наблюдается полная загрузка

Процессор	Число ядер	Hyper-Threading	Оперативная память
Intel Xeon E5-1650, 3.2 ГГц	6	+	DDR3, 32 Гб, 1600 МГц

Табл. 2.5 Некоторые параметры вычислительной системы HP Z420 Workstation, использовавшейся для расчетов.

процессора. Заметим, что в программном коде есть места, которые сложно распараллелить – в частности, сохранение текущего комплексного распределения поля излучения в файл для дальнейшей обработки. Время, затрачиваемое на сохранение поля в файл в течение всей работы программы, пропорционально размеру массива, а также частоте сохранений, и может оказывать ощутимое влияние на суммарную длительность расчетов.

Для проведения расчетов использовалась вычислительная станция HP Z420 Workstation [260], некоторые из параметров которой приведены в Табл. 2.5. Технология Hyper-Threading, которая поддерживается процессором станции, позволяет удвоить максимальное количество потоков выполнения программы по сравнению с числом физических ядер, поэтому в расчетах использовалось распараллеливание не на 6, а на 12 потоков. Заметим, что на Рис. 2.7 и Рис. 2.8 все данные приведены для указанной вычислительной системы.

На Рис. 2.8а видно, что при распараллеливании программы, запущенной на используемой вычислительной станции, в 12 потоков, итоговое время работы составляет примерно 15% от времени работы в однопоточном режиме. С учетом оценки длительности выполнения расчетов, выполненной ранее для однопоточного режима (П.24), получим, что примерное время работы программы при распараллеливании составляет

$$t_{\text{parallel}} = 0.15 \times t_{\text{full}} \simeq 0.6 \text{ дней.} \quad (2.114)$$

Таким образом, распараллеливание программного кода позволяет сократить время расчетов до величин около половины дня.

2.2.8 Частотно-угловой спектр импульса

Исследование уширения спектра излучения при филаментации удобно проводить с помощью т.н. частотно-углового спектра импульса – зависимости интенсивности спектральных компонент от угла их распространения и длины волны $S(\theta, \lambda)$.

Анализ углового состава излучения проводился вдоль одной из координат (для определенности – вдоль координаты x). Тогда выражение для энергии регистрируемого в узкой полосе dy сигнала можно записать как

$$E = \iiint_{-\infty}^{+\infty} I(x, y = 0, t) dx dy dt = \iiint_{-\infty}^{+\infty} S(k_x, k_y = 0, \Omega) dk_x dk_y d\Omega. \quad (2.115)$$

Обозначим $S(k_x, 0, \Omega) \equiv S(k_r, \Omega)$ и перейдем к координатам (θ, λ) . Заметим, что на выходе из образца излучение распространяется в воздухе, поэтому примем $n = 1$. Поскольку углы

распространения гармоник малы $\theta \ll 1$, запишем:

$$k_r \simeq k\theta \longrightarrow dk_r = \frac{2\pi}{\lambda} d\theta, \quad (2.116)$$

$$\Omega = \omega - \omega_0 \longrightarrow d\Omega = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda. \quad (2.117)$$

Подставим выражения дифференциалов (2.116), (2.117) в (2.115) и получим связь между $S(k_r, \Omega)$ и $S(\theta, \lambda)$:

$$S(\theta, \lambda) = \frac{4\pi^2 c}{\lambda^3} S(k_r, \Omega). \quad (2.118)$$

Детальный алгоритм получения частотно-углового спектра, а также оценки характерного времени расчетов приведены в [Приложении](#).

2.3 Тестирование программного пакета

Математическая модель (2.65) может быть протестирована для некоторых частных случаев, когда известны аналитические выражения либо многократно апробированные полуэмпирические формулы, с которыми можно сравнивать численное решение.

2.3.1 Дифракция пучка и дисперсия импульса

Осесимметричный трехмерный гауссов пучок, задаваемый вдоль радиальной координаты r

$$A(r)|_{z=0} = A_0 \exp\left\{-\frac{r^2}{2r_0^2}\right\}, \quad (2.119)$$

дифрагирует согласно уравнению (2.71a), где $m = 0$. При этом зависимость пиковой интенсивности от трассы $I_{G \max}(z)$ имеет вид [238]:

$$I_{G \max}(z) = \frac{I_0}{1 + (z/z_{\text{diff}})^2}. \quad (2.120)$$

Величина $z_{\text{diff}} = k_0 r_0^2$ называется дифракционной длиной и показывает то, насколько сильно расплывается пучок при дифракции по мере распространения излучения [238]. Из выражения (2.120) видно, что на дифракционной длине пиковая интенсивность в пучке уменьшается в 2 раза.

В работах [11; 14; 214] показано, что дифракция оптического вихря, описываемого модами Лагерр-Гаусса с нулевым радиальным числом, схожа с дифракцией гауссова пучка. В частности, зависимость нормированной на начальное значение максимальной интенсивности $I_{\max}/I_{\max 0}$ от расстояния z одинакова для оптического вихря и гауссова пучка. Заметим, что для гауссова пучка $I_{G \max 0} = I_0$, а для оптического вихря $I_{V \max 0}^{(1)} = 0.37I_0$ при $m = 1$ и $I_{V \max 0}^{(2)} = 0.54I_0$ при $m = 2$ (Рис. 2.2).

Приближение (2.66) учитывает полную дисперсию импульса, включая высшие порядки, в то время как можно ввести оператор $\hat{D}^{(2)}$, описывающий только первые два порядка:

$$\hat{D}^{(2)} A(r, t, z) = -k_0 k_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}. \quad (2.121)$$

Уравнение дисперсии импульса во втором приближении теории дисперсии (2.121) имеет вид:

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = -k_0 k_2 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}. \quad (2.122)$$

Заметим, что (2.122) математически эквивалентно уравнению дифракции щелевого пучка [238]:

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}. \quad (2.123)$$

Для (2.122) можно ввести параметр $z_{\text{disp}} = t_0^2/|k_2|$ (t_0 – характерная длительность импульса, аналог x_0 в щелевом пучке), который называется дисперсионной длиной и соответствует расстоянию, на котором пиковая интенсивность гауссова импульса I_{max} уменьшается в $\sqrt{2}$ раз [238]. Оценка дисперсионной длины согласно указанной формуле имеет смысл, когда в пределах ширины спектра импульса величина k_2 является константой.

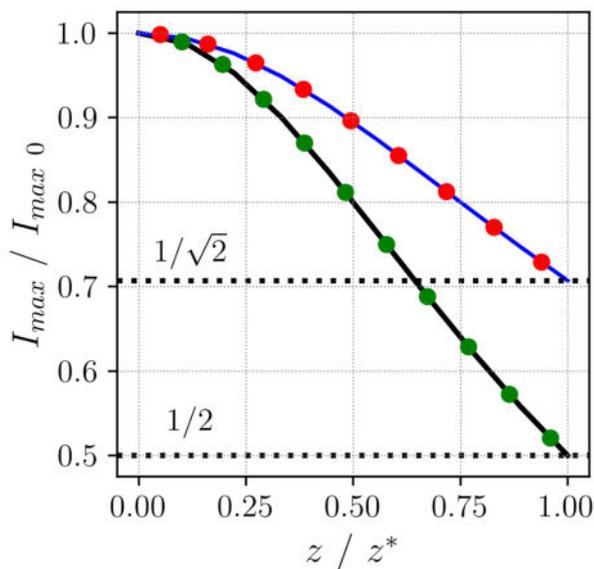


Рис. 2.9 Зависимость пиковой интенсивности излучения I_{max} , обезразмеренной на пиковую интенсивность на входе в среду $I_{\text{max} 0}$, от расстояния вдоль направления распространения z , обезразмеренного на z^* , при дифракции гауссова пучка и оптического вихря с $m = \overline{1,5}$ (черная кривая и зеленые точки, $z^* = z_{\text{diff}}$) и дисперсии гауссова импульса (синяя кривая и красные точки, $z^* = z_{\text{disp}}$). Непрерывные кривые соответствуют аналитическому решению, точки – численному.

На Рис. 2.9 изображены зависимости пиковой интенсивности $I_{\text{max}}/I_{\text{max} 0}(z/z_{\text{diff}})$ при дифракции трехмерных осесимметричных пучков и дисперсии гауссова импульса. Кривые, соответствующие аналитическим решениям, с хорошей степенью точности совпадают с результатами численного решения для гауссова и вихревого с $m = \overline{1,5}$ пучков, а также гауссова импульса. Кроме того, при численном моделировании получено, что для всех указанных пучков в импульсах выполняется закон сохранения энергии:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} I(r, t) 2\pi r dr dt = \text{const}. \quad (2.124)$$

Заметим, что спектр начального условия достаточно узкий, и с хорошей степенью точности можно принять, что на нем $k_2 = \text{const}$. На практике схожесть кривых зависимости пиковой интенсивности от трассы при расплывании импульса согласно уравнениям в приближениях (2.66) и (2.122) является подтверждением того, что моделирование дисперсии импульса с использованием формулы Селлмейера (2.67) вполне корректно.

2.3.2 Формула Марбургера

Трехмерный коллимированный гауссов пучок, распространяющийся в среде с кубической нелинейностью согласно уравнению

$$2ik_0 \frac{\partial A(r, z)}{\partial z} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right) A(r, z), \quad (2.125)$$

где $m = 0$, испытывает самофокусировку, при которой пиковая интенсивность возрастает до бесконечности, а характерный радиус стремится к нулю, если начальная мощность пучка превышает некоторое пороговое значение, называемое критической мощностью [62]:

$$P_{cr} = 3.77 \frac{\lambda^2}{8\pi n_0 n_2}. \quad (2.126)$$

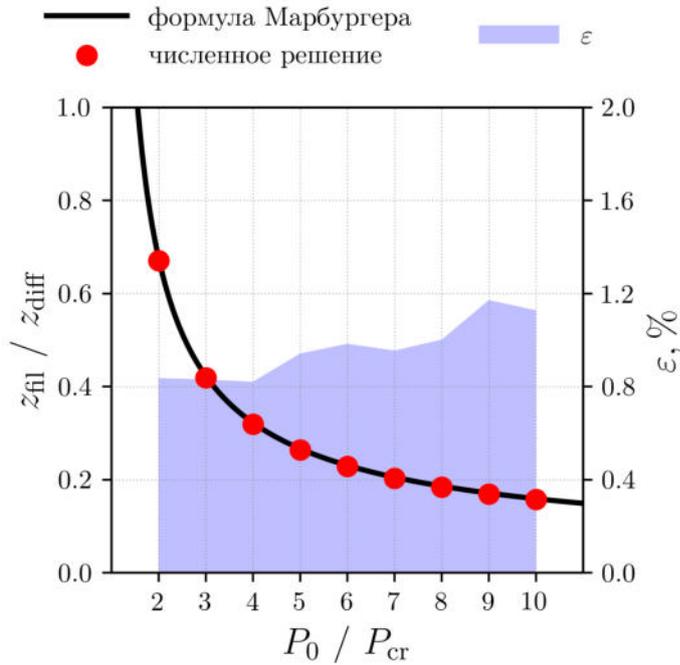


Рис. 2.10 Зависимость расстояния до нелинейного фокуса z_{fil} гауссова пучка от превышения критической мощности P_0/P_{cr} для расчетов согласно формуле Марбургера (черная сплошная кривая) и численных расчетов (красные точки). Относительная разница ε между указанными кривыми находится в окрестности 1%.

Расстояние до коллапса пучка (нелинейная длина) z_{fil} в зависимости от его дифракционной длины $z_{\text{diff}} = k_0 r_0^2$ и превышения над критической мощностью P_0/P_{cr} описывается полуэмпирической формулой Марбургера [69]:

$$z_{\text{fil}} = \frac{0.367 z_{\text{diff}}}{\sqrt{[(P_0/P_{cr})^{1/2} - 0.852]^2 - 0.0219}}. \quad (2.127)$$

Согласно рассматриваемой модели, в начале распространения керровская самофокусировка приводит к медленному нарастанию пиковой интенсивности. С течением времени скорость нарастания увеличивается, выделяется т.н. мода Таунса, и пучок схлопывается в точку с бесконечной интенсивностью. На практике моделирование самофокусировки ограничивается порогом максимальной интенсивности, после которого расчеты прекращаются.

На Рис. 2.10 изображены результаты численного моделирования в сравнении с кривой Марбургера (красные точки соответствуют расчетам). Видно, что для всех рассматриваемых

превышений мощности над критической относительная разница между теоретической и численной кривыми составляет около 1%, т.е. результаты компьютерного моделирования хорошо согласуются с полуэмпирической формулой Марбургера. В связи с этим можно утверждать, что программные модули, ответственные за дифракцию и мгновенную керровскую нелинейность, с большой степенью вероятности реализованы корректно.

2.3.3 Критическая мощность самофокусировки оптического вихря

Оптический вихрь с кольцевым распределением поля вида

$$A_V(r, z) = A_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^M \exp \left\{ -\frac{r^2}{2r_0^2} \right\} \exp \left\{ im\varphi \right\}, \quad (2.128)$$

распространяясь в нелинейной среде согласно уравнению (2.125), испытывает самофокусировку, при которой диаметр и ширина кольца уменьшается, а пиковая интенсивность лавинообразно возрастает [16].

В работе [25] приведена аналитическая формула, описывающая зависимость критической мощности самофокусировки вихря от топологического заряда m и критической мощности самофокусировки гауссова пучка P_G с аналогичным пространственным масштабом r_0 :

$$P_V^{(m)} = \frac{2^{2m+1} \Gamma(m+1) \Gamma(m+2)}{2\Gamma(2m+1)} P_G. \quad (2.129)$$

Критическую мощность самофокусировки оптических вихрей в рассматриваемой численной модели можно сравнить с величинами, которые получаются согласно указанной формуле.

На Рис. 2.11 изображена зависимость пиковой интенсивности от расстояния при самофокусировке оптических вихрей с различными топологическими зарядами ($m = \overline{1, 4}$) для околоскритических мощностей ($P_0/P_V^{(m)} = \overline{0.75, 2.00}$). Расчеты велись до момента, когда максимальная интенсивность в пучке превысит порог, равный $I_{\text{stop}} = 30I_{\text{max}0}$. Считается, что для данного топологического заряда m критической является наименьшая мощность, кривая для которой достигла порога по интенсивности.

Для околоскритических мощностей видно, что с увеличением m расстояние до коллапса пучка уменьшается, а относительная величина интенсивности на участке $z/z_{\text{diff}} < 1$ увеличивается. Указанные особенности связаны с влиянием зависящих от топологического заряда градиентов интенсивности в кольце.

Черными кривыми на Рис. 2.11 обозначены пучки со значениями критической мощности согласно формуле (2.129), и в случае полной сходимости результатов расчетов с (2.129) мощности, соответствующие указанным кривым, всегда были бы наименьшими из тех, пучки для которых сфокусировались, однако видно, что описанная особенность не выполняется. Заметим, что в численном эксперименте кривые пиковой интенсивности от трассы могут сильно осциллировать (Рис. 2.11). Если амплитуда осцилляции достаточно велика, пороговая интенсивность, при достижении которой расчеты прерываются, низкая, а максимальное расстояние z , до которого ведутся расчеты, мало, то величина критической мощности может уменьшаться. Таким образом, численная оценка критической мощности зависит от гиперпараметров, изменение которых может приводить к ее смещению.

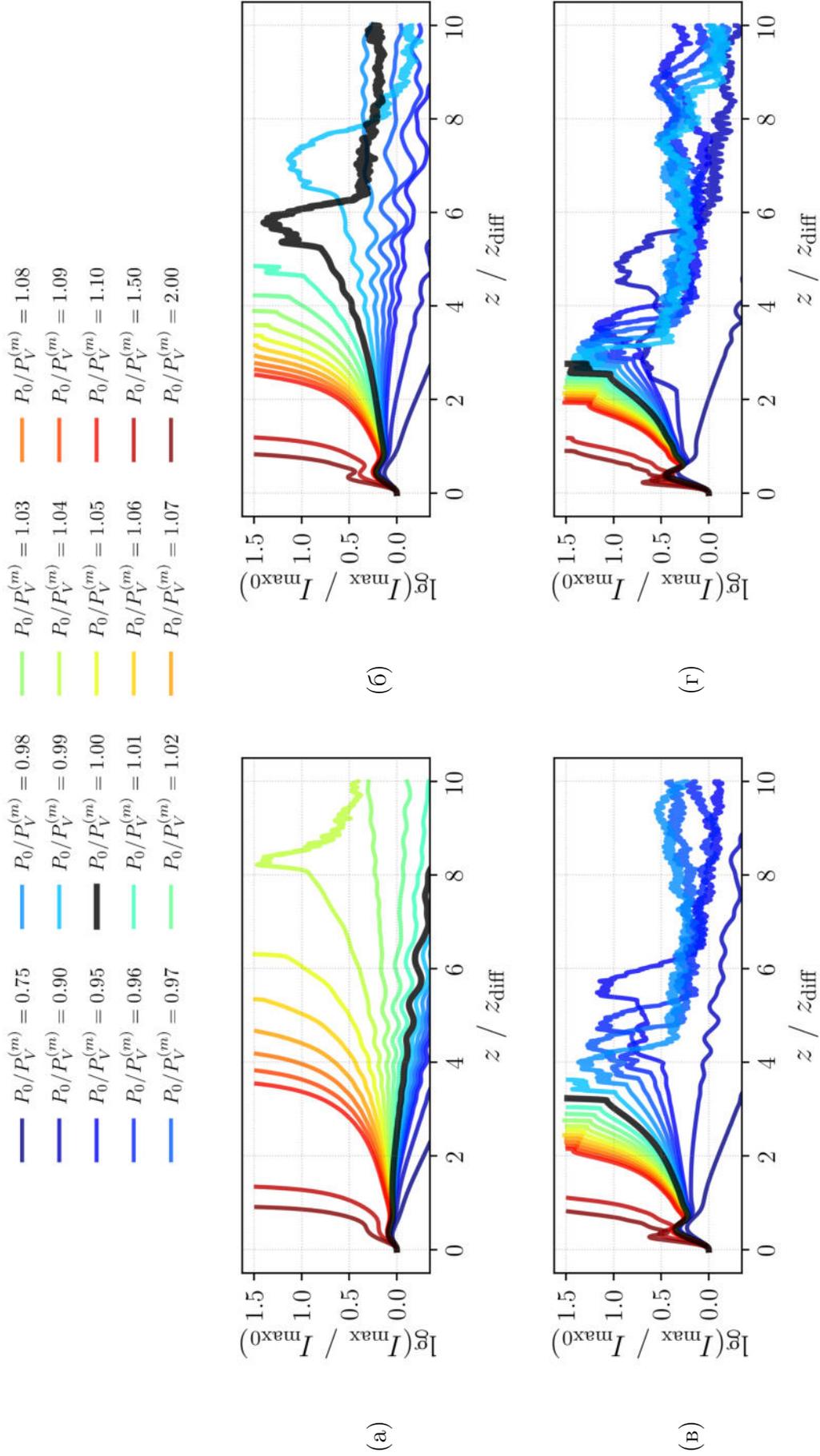


Рис. 2.11 Зависимость пиковой интенсивности, нормированной на максимальную интенсивность пучка в начале распространения и взятой в логарифмическом масштабе, $\lg(I_{\max}/I_{\max 0})$ от трассы в единицах дифракционных длин z/z_{diff} при различном превышении мощности пучка над критической $P_0/P_V^{(m)}$ для топологических зарядов, равных $m = 1$ (а), $m = 2$ (б), $m = 3$ (в) и $m = 4$ (г). Черным цветом построены кривые, соответствующие аналитическим значениям критической мощности $P_V^{(m)}$.

На Рис. 2.12 приведены полученные оценки критических мощностей самофокусировки вихрей в сравнении с аналитическими значениями. Доверительные интервалы для численных оценок соответствуют шагу моделирования вдоль координаты мощности. Заметим, что относительная разница между результатами расчетов и формулой (2.129) не превышает 5%, поэтому можно утверждать, что программные модули дифракции, учитывающей топологический заряд, а также мгновенной керровской нелинейности, работают корректно.

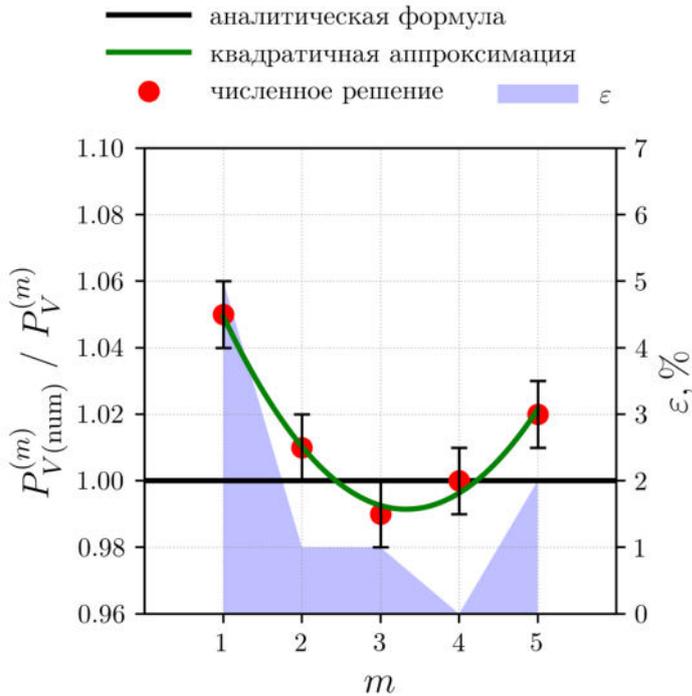


Рис. 2.12 Численная оценка критической мощности самофокусировки оптического вихря $P_{V(\text{num})}^{(m)}$ для различных топологических зарядов m (красные точки), а также квадратичная аппроксимация численных расчетов (зеленая кривая). Черной горизонтальной прямой обозначен уровень мощности, соответствующий аналитической формуле (2.129), а синим цветом — относительная разница ε между численными расчетами и указанным уровнем. Вертикальным штрихам соответствуют доверительные интервалы, равные шагу по мощности.

Упомянутое сходство между численным моделированием и аналитической формулой (2.129) для $m = \overline{1, 5}$ можно описать более точно, сделав квадратичную аппроксимацию результатов расчетов:

$$P_{V(\text{num})}^{(m)} = \frac{2^{2m+1}\Gamma(m+1)\Gamma(m+2)}{2\Gamma(2m+1)} \left(0.01m^2 - 0.07m + 1.11 \right) P_G. \quad (2.130)$$

Кривая рассматриваемого полинома второй степени хорошо ложится на точки, соответствующие численным расчетам, и показывает отличия от формулы (2.129) в зависимости от топологического заряда m . Приведенная оценка сделана для кольцевого пучка с фазовой дислокацией. Аналогичные исследования можно провести для пучков без сингулярности, но это выходит за рамки рассматриваемой темы.

2.4 Влияние параметров модели на численное решение

Рассматриваемая математическая модель (2.65) является многопараметрической, т.е. включает в себя большой набор переменных, которые могут сильно влиять на характер распространения излучения в среде. Анализ влияния указанных параметров на модель помогает лучше понять, какой вклад дают те или иные физические механизмы в численное решение, а также позволяет в случае необходимости делать упрощения с контролируемыми потерями точности. Помимо

этого, анализ уравнений помогает проводить параллели с моделями, используемыми в других работах, и сравнивать результаты.

В данном разделе поочередно рассматривается влияние инерционной керровской нелинейности и ослабления излучения на характер нелинейно-оптических трансформаций, влияние лавинной ионизации и рекомбинации на кинетическое уравнение электронов плазмы, проанализирована роль оператора волновой нестационарности и возможность его частичного учета в волновом уравнении. Кроме того, затрагивается тема азимутальной модуляционной неустойчивости оптических вихрей.

Для простоты понимания и интерпретации результатов не будем учитывать оператор волновой нестационарности \hat{T} в разделах, посвященных анализу инерционной керровской нелинейности, ослаблению излучения, а также лавинной ионизации и рекомбинации.

2.4.1 Инерционная керровская нелинейность

В используемой математической модели (2.65) учет керровской нелинейности не ограничивается мгновенной составляющей. Согласно (2.27), изменение показателя преломления под влиянием эффекта Керра представляет собой сумму мгновенного и инерционного (рамановского) откликов среды. Уравнение самофокусировки пучка импульсного излучения с учетом запаздывания отклика среды имеет вид:

$$2ik_0 \frac{\partial A(r, t, z)}{\partial z} = \left\{ \Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left[(1-g)n_2 I(r, t) + gn_2 \int_0^{+\infty} H(\tau) I(r, t - \tau) d\tau \right] \right\} A(r, t, z). \quad (2.131)$$

Последний входит в выражение (2.131) с весом g , который зависит от среды. В частности, для конденсированных сред используется значение $g = 0.18$ [229]. В случае самофокусировки гауссова пучка инерционность отклика приводит к тому, что положение пиковой интенсивности смещается от центральных временных слоев к хвосту импульса, а сама интенсивность уменьшается.

На Рис. 2.13 показаны временные профили интенсивности при самофокусировке импульса длительностью $t_0 = 50$ фс и пиковой мощностью $P_0 = 5P_G$ для разных g . Случаи $g = 0$ (красная кривая) и $g = 1$ (синяя кривая) являются вырожденными и соответствуют приближениям полностью мгновенной и полностью инерционной керровской нелинейности соответственно. При $g = 0$ отклик среды лишен запаздывания и пиковая интенсивность достигается строго в центральном временном слое. При $g = 1$ инерционность среды приводит к максимальному смещению пиковой интенсивности. Степень смещения зависит от параметров инерционности. Кривая, соответствующая коэффициенту $g = 0.18$, который используется в расчетах, расположена ближе к безынерционному режиму, однако смещение положения пиковой интенсивности к хвосту импульса заметно довольно хорошо и составляет около 15% от длительности импульса. При этом пиковая интенсивность снижается приблизительно на 30% по сравнению с безынерционным режимом.

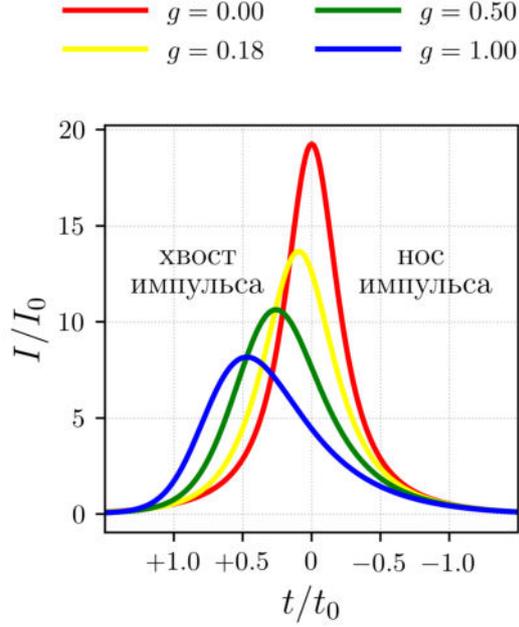


Рис. 2.13 Временные профили интенсивности на оптической оси на расстоянии $z = 1.2$ см при самофокусировке гауссова пучка и различными коэффициентами g , отвечающими за вклад инерционной керровской нелинейности (модель с фиксированным окном свертки $\Delta_t = 80$ фс). Параметры излучения: $\lambda_0 = 1800$ нм, $r_0 = 100$ мкм, $t_0 = 50$ фс, $P_0 = 5P_G$, дифракционная длина $z_{\text{diff}} = 5.0$ см, нелинейная длина $z_{\text{fil}} = 1.34$ см.

2.4.2 Ослабление излучения

В системе уравнений (2.65) есть слагаемые, ответственные за ослабление излучения при распространении импульса в среде. К ним относятся нелинейное поглощение при фотоионизации, описываемое величиной α , обратное тормозное поглощение с сечением σ , а также линейная экстинкция с параметром δ . Совместное влияние указанных механизмов приводит к тому, что волновое уравнение перестает быть консервативным, что может оказать существенное влияние на его решение. Для анализа модулей, соответствующих разным механизмам ослабления излучения, производилось численное решение системы уравнений, отличающихся только слагаемым, описывающим ослабление:

$$\left[2ik_0 \frac{\partial A(r, t, z)}{\partial z} = \left\{ \Delta_{\perp} + \hat{D} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left[\Delta n_k(r, t, z) + \Delta n_{pl}(r, t, z) \right] - ik_0 \alpha(r, t, z) \right\} A(r, t, z), \quad (2.132a) \right.$$

$$\left[2ik_0 \frac{\partial A(r, t, z)}{\partial z} = \left\{ \Delta_{\perp} + \hat{D} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left[\Delta n_k(r, t, z) + \Delta n_{pl}(r, t, z) \right] + i\sigma(r, t, z) \right\} A(r, t, z), \quad (2.132b) \right.$$

$$\left[2ik_0 \frac{\partial A(r, t, z)}{\partial z} = \left\{ \Delta_{\perp} + \hat{D} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left[\Delta n_k(r, t, z) + \Delta n_{pl}(r, t, z) \right] - ik_0 \delta \right\} A(r, t, z). \quad (2.132c) \right.$$

Заметим, что в кинетическом уравнении для концентрации электронов (2.43) не учитываются слагаемые, ответственные за лавинную ионизацию и рекомбинацию. Указанное ограничение выбрано для упрощения модели.

На Рис. 2.14 изображена зависимость энергии импульса в гауссовом пучке с $r_0 = 100$ мкм и $t_0 = 50$ фс на центральной длине волны $\lambda_0 = 1800$ нм с мощностью, превышающей критическую в $P_0/P_G = 5$ раз, от расстояния вдоль направления распространения излучения z при моделировании уравнений (2.132). Энергия импульса нормирована на начальную $E_0 = 4.27$ мкДж. Для случаев, соответствующих нелинейному поглощению при фотоионизации и обратному тормозному поглощению, приведены зависимости пиковой концентрации плазмы, обезразмеренной на число нейтралов $N_{e \text{ max}}/N_0$, от расстояния z . Видно, что в обоих случаях

участки видимого уменьшения энергии импульса совпадают с положением плазменных каналов, при этом между плазменными каналами энергия остается приблизительно одинаковой. Указанная особенность объясняется тем, что и нелинейное (2.41), и обратное тормозное поглощение (2.37) зависят от концентрации электронов. В нелинейном фокусе лавинообразно возрастают пиковые значения интенсивности излучения и концентрации плазмы, в связи с чем так же лавинообразно представленные механизмы ослабляют излучение.

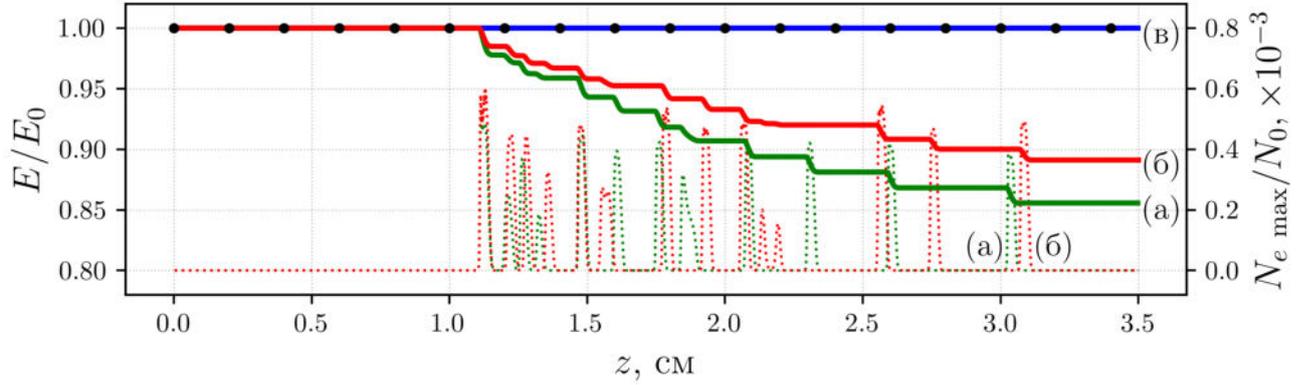


Рис. 2.14 Зависимость отношения энергии к начальной энергии E/E_0 от расстояния вдоль направления распространения z импульса в гауссовом пучке для моделей с различными типами ослабления излучения: (а) нелинейным поглощением при фотоионизации (2.132а) (зеленая кривая), (б) обратным тормозным поглощением (2.132б) (красная кривая), (в) линейным поглощением с коэффициентом экстинкции $\delta = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ (2.132с) (синяя кривая). Черными точками приведена теоретическая зависимость согласно закону Бугера-Ламберта-Бера. Для нелинейного и обратного тормозного поглощения штриховыми линиями приведены зависимости пиковой концентрации плазмы, обезразмеренной на число нейтралов $N_{e \text{ max}}/N_0$, от расстояния z . Параметры излучения: $\lambda_0 = 1800 \text{ нм}$, $r_0 = 100 \text{ мкм}$, $t_0 = 50 \text{ фс}$, $P_0 = 5P_G$, нелинейная среда – плавленый кварц.

В отличие от нелинейного и обратного тормозного поглощения, линейная экстинкция не зависит от концентрации плазмы и описывается аналитически законом Бугера-Ламберта-Бера [261]:

$$I(z) = I_0 \exp\{-\delta z\}. \quad (2.133)$$

Интегрирование интенсивности по времени и пространству дает аналогичную экспоненциальную зависимость для энергии излучения. На Рис. 2.14 синей кривой представлено изменение энергии импульса при решении уравнения (2.132с) с коэффициентом линейной экстинкции $\delta = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$, а черными точками – аналитическая зависимость согласно (2.133). Описанные кривые с хорошей степенью точности совпадают, и можно утверждать, что модуль, ответственный за линейную экстинкцию излучения, реализован корректно.

Заметим, что на Рис. 2.14 зеленая кривая находится ниже красной, т.е. нелинейное поглощение влияет более существенно, чем обратное тормозное поглощение. Потери энергии в первом случае приблизительно на 4% больше, чем во втором. Пиковые значения концентрации плазмы при нелинейном поглощении ниже таковых при обратном тормозном поглощении на $\sim 10\%$. Кривая для линейной экстинкции в связи с малым коэффициентом δ практически не

отличается от случая отсутствия потерь энергии, поэтому оказывает сильно меньшее влияние на модель, чем рассмотренные нелинейные факторы.

2.4.3 Лавинная ионизация

Основным механизмом генерации плазмы при ионизации является фотоионизация, однако в твердотельных диэлектриках на масштабе десятков фемтосекунд также успевает развиться электронная лавина [90], влияние которой тем сильнее, чем больше длительность импульса. Проанализируем количественно влияние лавинной ионизации на процесс самовоздействия излучения в среде.

Оставим в системе (2.65a) слагаемые, ответственные за дифракцию, мгновенную керровскую и плазменную нелинейности, а в кинетическом уравнении для электронов плазмы (2.65b) опустим рекомбинацию β . Получим:

$$\left\{ \begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial A(r, t, z)}{\partial z} &= \left\{ \Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left[n_2 I(r, t, z) + \Delta n_{pl}(r, t, z) \right] \right\} A(r, t, z), \\ \frac{\partial N_e(r, t, z)}{\partial t} &= R_E(I) [N_0 - N_e(r, t, z)] + \nu_i(I) N_e(r, t, z). \end{aligned} \right. \quad (2.134a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial N_e(r, t, z)}{\partial t} &= R_E(I) [N_0 - N_e(r, t, z)] + \nu_i(I) N_e(r, t, z). \end{aligned} \right. \quad (2.134b)$$

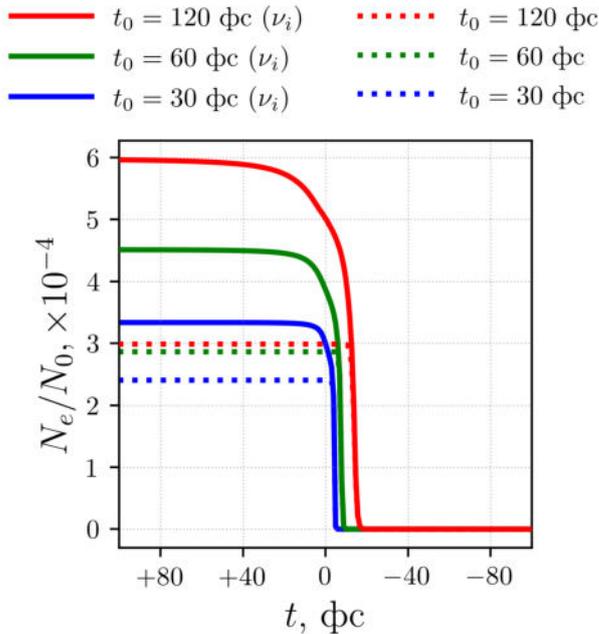


Рис. 2.15 Временные профили концентрации электронов N_e/N_0 на оптической оси в первом нелинейном фокусе при самовоздействии, описываемом системой (2.134), гауссова пучка с различными длительностями импульса $t_0 = 30, 60$ и 120 фс при наличии (непрерывные кривые) и отсутствии (штриховые кривые) лавинной ионизации. Параметры излучения: $\lambda_0 = 1800$ нм, $r_0 = 100$ мкм, $P_0 = 5P_G$, нелинейная среда – плавленый кварц.

Напомним, что частота лавинной ионизации ν_i зависит от интенсивности и описывается выражением (2.44). На Рис. 2.15 приведены результаты моделирования распространения гауссовых пучков в импульсном излучении согласно уравнениям (2.134) вплоть до первого нелинейного фокуса (нос импульса соответствует отрицательным значениям по шкале времени). Центральная длина волны импульса составляла $\lambda_0 = 1800$ нм, радиус пучка $r_0 = 100$ мкм, превышение пиковой мощности над критической равнялось $P_0/P_G = 5$. При этом рассматривались следующие длительности импульсов t_0 : 30, 60 и 120 фс. Сплошными кривыми показаны случаи учета лавинной ионизации (т.е. слагаемого с ν_i в (2.134b)), а

штриховой – случаи отсутствия указанного слагаемого. Заметим, что все кривые построены на расстоянии $z = 1.5$ см, что соответствует положению, на котором пиковая интенсивность при самовоздействии в импульсе с $t_0 = 120$ фс достигает значения 5×10^{13} Вт/см², которое является типичным для излучения в режиме филаментации.

На Рис. 2.15 видно, что концентрация электронов в импульсах с большей длительностью начинает возрастать раньше (для $t_0 = 30$ фс плазма растет примерно с $t \sim -4$ фс, а для $t_0 = 120$ фс – с $t \sim -15$ фс) и имеет большие значения при выходе на плато в конце импульса (для $t_0 = 30$ фс пиковая концентрация с учетом лавины составляет 6×10^{-4} , без учета лавинной ионизации – 3×10^{-4} , а для $t_0 = 120$ фс максимальное значение с лавиной – 3.3×10^{-4} , без нее – 2.3×10^{-4}). Чем длиннее импульс, тем больше плазмы он способен произвести по мере распространения, поэтому количество электронов после прохождения импульса должно расти с увеличением его длительности. Видно, что в более длинном импульсе раньше (дальше от центра импульса) достигаются пороговые для фотоионизации значения интенсивности, поэтому концентрация электронов в импульсе длительностью 120 фс (красная кривая на Рис. 2.15) начинает расти раньше, чем в импульсе длительностью 60 и 30 фс (зелёная и синяя кривые).

Для каждой длительности импульса количество электронов плазмы в модели с лавинной ионизацией всегда выше благодаря знаку «плюс» перед ν_i в (2.134b), причем по мере увеличения длительности импульса эта разница увеличивается в силу нелинейности выражения для ν_i . Для $t_0 = 30$ фс разница составляет 30%, для $t_0 = 60$ фс – 35%, а для $t_0 = 120$ фс – 50%.

Можно заметить, что выход на плато концентрации электронов тем более плавный, чем больше длительность импульса, и является практически мгновенным у всех кривых, описывающих модель без лавинной ионизации. Указанная особенность следует из выражения (2.111), описывающего приращение электронов в рассматриваемой модели – чем больше интенсивность излучения, тем больше значение ν_i и тем более медленный прирост будет у концентрации электронов при распространении импульса. Случай отсутствия лавины в модели ведет к тому, что выражение (2.111) обеспечивает наибольший градиент концентрации носителей заряда.

Отметим, что в связи с отсутствием в модели (2.134) рекомбинации концентрация электронов в импульсе является неубывающей функцией времени.

Указанные особенности изменения кривой концентрации электронов в присутствии электронной лавины приводят к усилению плазменной нелинейности и увеличению градиентов интенсивности на хвосте импульса, которые являются причиной дополнительного уширения антистоксовой части частотного спектра.

2.4.4 Рекомбинация

Проанализируем влияние рекомбинации в кинетическом уравнении для электронов плазмы (2.65b). Аналогично предыдущему разделу, оставим в системе (2.65a) слагаемые, ответственные за дифракцию, мгновенную керровскую и плазменную нелинейности. При этом в уравнении (2.65b) опустим лавинную ионизацию и учтем рекомбинацию с коэффициентом β :

$$\left\{ \begin{aligned} 2ik_0 \frac{\partial A(r, t, z)}{\partial z} &= \left\{ \Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left[n_2 I(r, t, z) + \Delta n_{pl}(r, t, z) \right] \right\} A(r, t, z), \\ \frac{\partial N_e(r, t, z)}{\partial t} &= R_E(I) [N_0 - N_e(r, t, z)] - \beta N_e(r, t, z). \end{aligned} \right. \quad (2.135a)$$

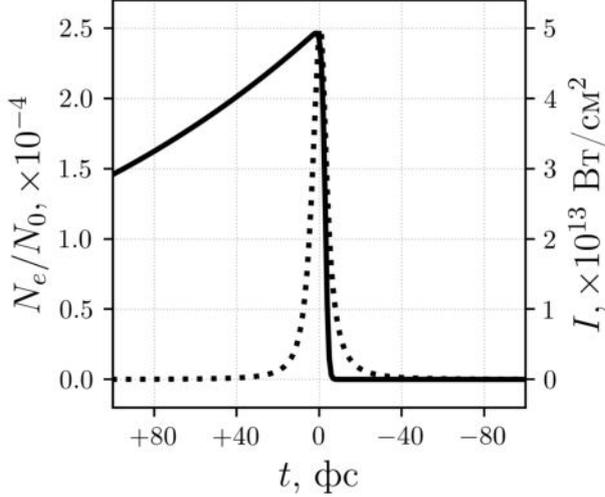


Рис. 2.16 Временной профиль концентрации электронов N_e/N_0 на оптической оси в первом фокусе при самовоздействии гауссова пучка, которое описывается системой (2.135) с коэффициентом рекомбинации носителей заряда $\beta = 6.7 \times 10^{-12} \text{ с}^{-1}$. Для сравнения в первом нелинейном фокусе точечной кривой показан профиль интенсивности $I(t)$ в центре пучка. Параметры излучения: $\lambda_0 = 1800 \text{ нм}$, $r_0 = 100 \text{ мкм}$, $t_0 = 50 \text{ фс}$, $P_0 = 5P_G$, нелинейная среда – плавленый кварц.

На Рис. 2.16 изображен временной профиль концентрации плазмы $N_e(t)$ и интенсивности $I(t)$ в первом фокусе при самовоздействии гауссова пучка в плавленом кварце на центральной длине волны $\lambda_0 = 1800 \text{ нм}$ с превышением мощности над критической $P_0/P_G = 5$ согласно уравнениям (2.135). В расчетах использовался коэффициент $\beta = 6.7 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$, значение которого одинаково для всех рассматриваемых твердотельных диэлектриков (Табл. 2.4). Видно, что сфокусированный импульс генерирует плазму концентрацией до $2.5 \times 10^{-4} N_0$, при этом на хвосте импульса концентрация электронов начинает спадать. Так, на временном слое, соответствующем величине интенсивности, равной $e^{-2} I_{max}$, концентрация упала приблизительно на 10%. Пиковое значение концентрации плазмы в условиях рекомбинации может быть меньше, чем при наличии лавины, на $\sim 30\%$. Использование кинетического уравнения вида (2.135b) вместо (2.134b) приводит к тому, что концентрация электронов быстрее достигает максимума. Уменьшая концентрацию электронов к хвосту импульса, рекомбинация ведет к ослаблению плазменной нелинейности – спад интенсивности на хвосте импульса становится менее «крутым», движение задних слоев импульса относительно временных слоев в окрестности вершины импульса замедляется, что приводит к некоторому увеличению его длительности.

2.4.5 Роль оператора волновой нестационарности

В системе (2.65) присутствует оператор волновой нестационарности \hat{T} (2.30) при слагаемых, описывающих дифракцию, дисперсию, керровскую и плазменную нелинейность, а также обратное тормозное поглощение. Оценим его влияние на каждый из упомянутых эффектов в условиях самовоздействия излучения, решая соответствующие уравнения с учетом и без учета оператора \hat{T} (Табл. 2.6).

Для начала исследуем влияние \hat{T} на дифракцию излучения. Поскольку уширение спектра импульса позволит более наглядно проанализировать влияние нестационарности на дифракцию, будем учитывать также мгновенную керровскую нелинейность. В общем случае отсутствия осевой симметрии $A = A(x, y)$ оператор Лапласа имеет вид $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, и уравнение распространения временной гармоники излучения записывается как:

$$2ik_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right] \tilde{A}. \quad (2.136)$$

Воспользовавшись описанным ранее методом расщепления по физическим факторам (2.2.1), получим аналитическое решение уравнения дифракции:

$$\tilde{A} = \tilde{A}_0 \exp \left\{ i \frac{\omega_0}{\omega} \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k_0} z \right\}. \quad (2.137)$$

Видно, что дифракция учитывается как фазовый набег у пространственно-временных спектральных гармоник, и экспонента в (2.137) больше увеличивается тогда, когда дифрагирует временная гармоника с частотой, меньшей центральной, и наоборот. То есть для заданного расстояния z гармоники с $\omega < \omega_0$ испытают дифракцию в большей степени, чем гармоники с $\omega > \omega_0$. Можно сказать, что в первом случае дифракция будет происходить «быстрее».

На Рис. 2.17а изображены временные профили интенсивности на расстоянии $z = 1.3$ см при распространении импульса в гауссовом пучке согласно рассматриваемому уравнению. Указанное расстояние выбрано как соответствующее типичной интенсивности в филаменте 5×10^{13} Вт/см². Видно, что при указанной интенсивности пучок трансформируется из относительно пологого начального условия в структуру с сильными градиентами на носу и хвосте импульса, что ведет к уширению частотного спектра. В работе [216] показано, что наличие оператора \hat{T} при слагаемом дифракции позволяет математически более точно описывать самоукручение волнового фронта и формирование ударной волны огибающей на хвосте импульса («self-steepening»). Красная кривая на Рис. 2.17а демонстрирует описанную особенность. Положение максимума интенсивности импульса сместилось из нуля на ~ 13 фс (около 25% от начальной длительности импульса $t_0 = 50$ фс) по направлению к хвосту, а значение выросло вдвое. Задний фронт импульса имеет более резкий градиент интенсивности, чем передний, что приводит к дополнительному уширению спектра в коротковолновую область.

Перейдем к анализу влияния оператора \hat{T} на дисперсию. Как и в случае с дифракцией излучения, добавим мгновенную керровскую нелинейность для уширения спектра. Используя метод расщепления по физическим факторам при интегрировании уравнения дисперсии с учетом \hat{T} в Табл. 2.6, запишем решение для его линейной части в спектральном пространстве:

$$\tilde{A} = \tilde{A}_0 \exp \left\{ i\varphi(\Omega)z \right\}. \quad (2.138)$$

Из (2.138) видно, что в результате дисперсии происходит изменение фазы гармоник на величину $\varphi(\Omega)$, умноженную на расстояние вдоль направления распространения излучения z .

Эффект	Уравнение без учета \hat{T}	Уравнение с учетом \hat{T}
Дифракция	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right] A$	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\hat{T}^{-1} \Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right] A$
Дисперсия	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \hat{D} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right] A$	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \hat{T}^{-1} \hat{D} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right] A$
Мгновенная керровская нелинейность	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right] A$	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T} n_2 I \right] A$
Инерционная керровская нелинейность	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \Delta n_k \right] A$	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \hat{T} \Delta n_k \right] A$
Плазменная нелинейность	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left(n_2 I + \Delta n_{pl} \right) \right] A$	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left(n_2 I + \hat{T}^{-1} \Delta n_{pl} \right) \right] A$
Обратное тормозное поглощение	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I + i\sigma \right] A$	$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left[\Delta_{\perp} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I + i\hat{T}^{-2} \sigma \right] A$

Табл. 2.6 Уравнения распространения импульса в гауссовом пучке без учета и с учетом оператора волновой нестационарности \hat{T} в рамках анализа его влияния на дифракцию, дисперсию и самовоздействие излучения, обусловленное мгновенной и инерционной керровской нелинейностью, а также плазменной нелинейностью и обратным тормозным поглощением.

Если рассматривается дисперсия 2-го порядка (2.121), то

$$\varphi_{2\text{nd}}(\Omega) = -\frac{1}{2} k_2 \Omega^2, \quad (2.139)$$

а если происходит учет полной дисперсии согласно формуле Селлмейера [244], то

$$\varphi_{\text{full}}(\Omega) = -\frac{1}{2k_0} \left[k(\omega_0 + \Omega)^2 - (k_0 + k_1 \Omega)^2 \right]. \quad (2.140)$$

— без оператора \hat{T} — с оператором \hat{T}

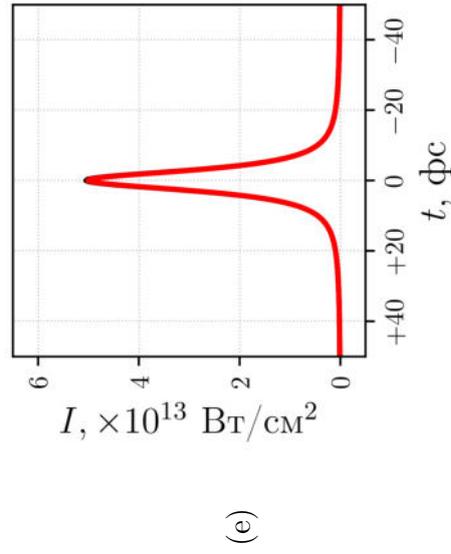
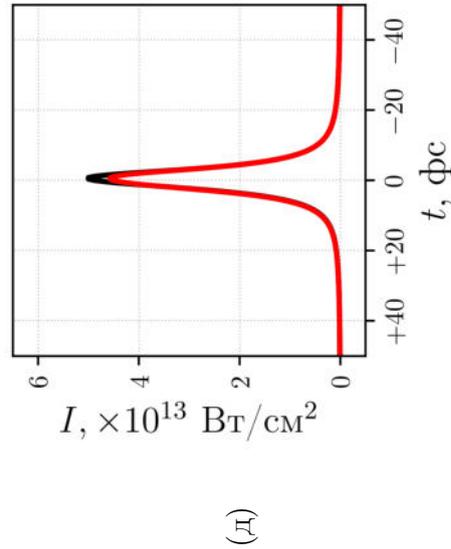
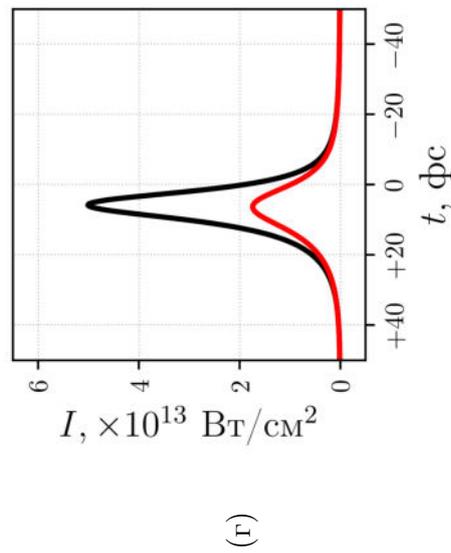
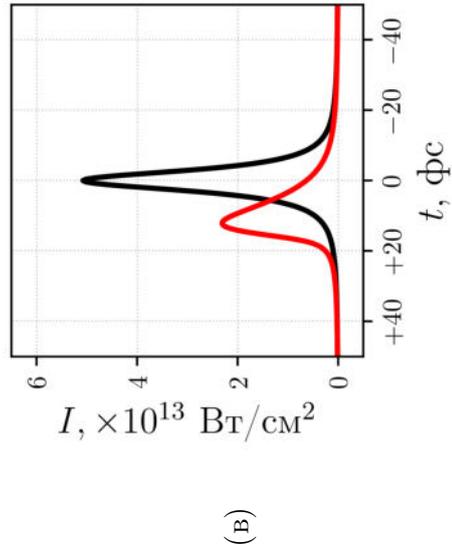
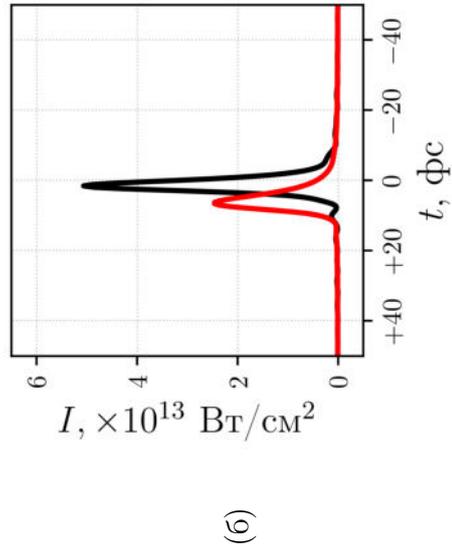
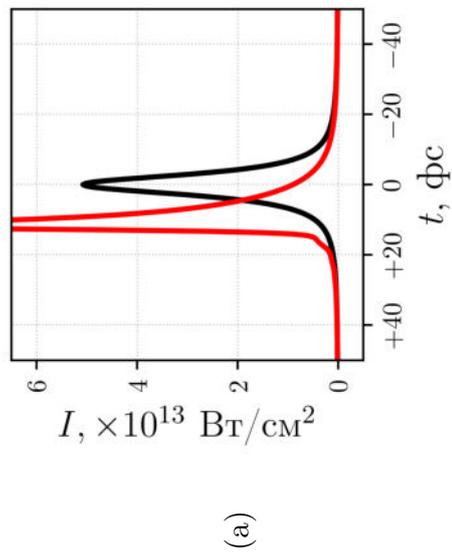


Рис. 2.17 Временные профили интенсивности на оптической оси на расстояниях $z = 1.3$ см (а, в-е) и $z = 1.1$ см (б) при самовоздействии гауссова лучка согласно уравнениям в Табл. 2.6 при наличии и отсутствии оператора волновой нестационарности \hat{T} для анализа его влияния на дифракцию (а), дисперсию (б), мгновенную (в) и инерционную (г) керровскую нелинейность, а также плазменную нелинейность (д) и обратное гормозное поглощение (е). Параметры излучения: $\lambda_0 = 1800$ нм, $r_0 = 100$ мкм, $t_0 = 50$ фс, $P_0 = 5P_G$, нелинейная среда – плавленый кварц.

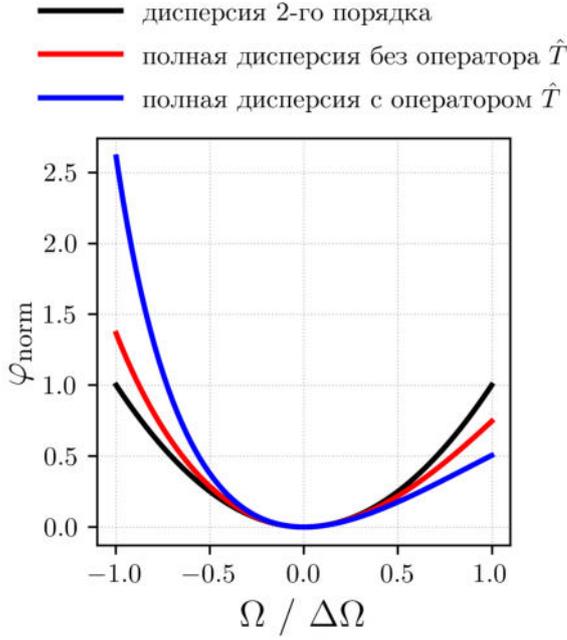


Рис. 2.18 Зависимость фазы, добавляемой гармоникам в спектральном пространстве при решении уравнения дисперсии импульса от величины гармоник в трех приближениях: дисперсия 2-го порядка (2.122), полная дисперсия согласно формуле Селлмейера [244] с учетом и без учета оператора волновой нестационарности \hat{T} (2.89). Фаза нормирована на максимальное значение кривой, соответствующей 2-му порядку дисперсии, частота – на характерную ширину спектра типичного рассматриваемого импульса.

То есть в приближении 2-го порядка теории дисперсии фаза изменяется параболически, а в случае учета полной дисперсии форма кривой определяется формулой Селлмейера. На Рис. 2.18 показано сравнение указанных моделей (черная кривая – дисперсия 2-го порядка, красная кривая – полная дисперсия) для аномальной ДГС. Видно, что в случае полной дисперсии изменение фазы для положительных и отрицательных частот Ω несимметрично, то есть частотам, меньшим ω_0 , добавляется большая фаза, чем частотам, большим ω_0 . Указанная особенность приводит к тому, что при уширении спектра по мере распространения импульса положение максимума в профиле интенсивности будет сдвигаться по направлению к хвосту импульса (черная кривая на Рис. 2.17б), т.е. групповая скорость импульса уменьшается. Учет оператора \hat{T} в уравнении дисперсии приводит к изменению выражения (2.140) для фазы:

$$\varphi_{\text{full}}(\Omega) = -\frac{1}{2k_0(1 + \Omega/\omega_0)} \left[k(\omega_0 + \Omega)^2 - (k_0 + k_1\Omega)^2 \right]. \quad (2.141)$$

На Рис. 2.18 кривая для (2.141) изображена синим цветом. Видно, что наличие оператора \hat{T} способствует еще большему увеличению асимметрии кривой. Действительно, на Рис. 2.17б на расстоянии $z = 1.1$ см, когда интенсивность черной кривой достигла 5×10^{13} Вт/см², красная кривая, соответствующая (2.141), имеет максимум, более близкий к хвосту импульса примерно на ~ 6 фс (то есть запаздывание относительно нулевого временного слоя больше приблизительно в 3 раза). При этом пиковая интенсивность меньше приблизительно в 2 раза, что противоположно влиянию оператора \hat{T} на дифракцию, где интенсивность растет.

Таким образом, использование в модели полной дисперсии согласно формуле Селлмейера приводит к замедлению групповой скорости импульса, а учет оператора \hat{T} при слагаемом, ответственном за дисперсию, приводит к еще большему уменьшению групповой скорости.

При анализе влияния оператора \hat{T} на нелинейности можно использовать полученное ранее численное решение задачи Коши (2.98) и выражения для коэффициентов в нем (2.99)-(2.106).

Распространение импульса в гауссовом пучке при наличии дифракции и только мгновенной керровской нелинейности представляет собой самофокусировку на оптической оси с максимумом в центральных слоях импульса (Рис. 2.17в, черная кривая). Учет оператора \hat{T} в уравнении самофокусировки означает появление дополнительной амплитудной добавки с отрицательным коэффициентом (2.100) при производной интенсивности $\partial I/\partial t$. На носу импульса $\partial I/\partial t > 0$, и значит там происходит уменьшение амплитуды поля, а на хвосте наоборот – увеличение. То есть импульс будет плавно двигаться назад, его групповая скорость уменьшится (Рис. 2.17в, красная кривая).

Как было подтверждено ранее, учет инерционной нелинейности приводит к запаздыванию отклика среды и перемещению максимума интенсивности в направлении хвоста импульса (Рис. 2.17г, черная кривая). Как и в случае с мгновенной керровской нелинейностью, учет оператора \hat{T} для инерционной составляющей представляет собой отрицательную амплитудную добавку, но с коэффициентом (2.102) и при производной не интенсивности, а свертки интенсивности с ядром $H(t)$. Поскольку в модели инерционная нелинейность входит с весом $g = 0.18$, а в ядре свертки присутствуют как положительные, так и отрицательные осцилляции (что влечет соответственно фокусировку и дефокусировку излучения), изменение положения максимума интенсивности вдоль временной оси мало. Тем не менее, указанное обстоятельство подтверждает схожее влияние оператора \hat{T} на мгновенную и инерционную керровскую нелинейности.

Плазменная нелинейность при достаточно высоких интенсивностях «выедает» хвост импульса благодаря положительному фазовому набегу и увеличивает групповую скорость импульса, заставляя его перемещаться вперед по времени, однако при достаточно небольших длительностях импульса t_0 и расстояниях распространения z этот эффект может быть не так заметен (Рис. 2.17д – черная кривая, Рис. 2.15 – кривые для $t_0 = 30$ и 60 фс). Учет оператора \hat{T} при слагаемом, ответственным за плазменную нелинейность, влечет появление отрицательной амплитудной добавки с коэффициентом (2.104) при производной концентрации электронов по времени. Как и в случае керровских нелинейностей, слагаемое будет уменьшать энергию излучения на носу импульса, поскольку там производная $\partial N_e/\partial t > 0$, и при наличии рекомбинации прибавлять энергию на задних слоях. Однако характерные величины рассматриваемой добавки оказываются на несколько порядков меньше, например, мгновенной керровской нелинейности, и поэтому влияние рассматриваемой добавки на процесс распространения мало. В связи с этим, красная кривая на Рис. 2.17д практически совпадает с черной кривой.

Аналогичным образом обстоит дело с обратным тормозным поглощением. Добавка (2.106), образуемая вследствие учета \hat{T} , уменьшает фазу на носу импульса и увеличивает на хвосте. Однако ее характерные величины много меньше аналогичных величин, скажем, для керровских нелинейностей, в связи с чем ее влияние на процесс распространения крайне мало (Рис. 2.17е).

Заметим, что хотя добавки, получающиеся благодаря учету оператора волновой нестационарности \hat{T} для плазменной нелинейности и обратного тормозного поглощения, малы, их действие все же можно заметить, но на длинной дистанции распространения. Например, для рассматриваемых параметров излучения расстояние, где изменения будут заметны, может

составлять $z \sim 4 \div 5$ см.

2.4.6 Частичный учет волновой нестационарности

Как было показано выше, учет волновой нестационарности для каждого из эффектов в уравнении (2.65a) по-разному влияет на характер распространения излучения. Можно заключить, что наиболее сильное воздействие оказывает наличие \hat{T} при дифракции, дисперсии и керровской нелинейности. Рассмотрим ситуацию, при которой \hat{T} учитывается только при первых двух эффектах. Сравним распространение импульса в гауссовом пучке согласно уравнению с частичным (2.142a) и полным (2.142b) учетом оператора \hat{T} .

$$\left[2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left\{ \hat{T}^{-1} \Delta_{\perp} + \hat{T}^{-1} \hat{D} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left(\Delta n_k + \Delta n_{pl} \right) + i\sigma - ik_0(\alpha + \delta) \right\} A, \right. \quad (2.142a)$$

$$\left[2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left\{ \hat{T}^{-1} \Delta_{\perp} + \hat{T}^{-1} \hat{D} + \frac{2k_0^2}{n_0} \left(\hat{T} \Delta n_k + \hat{T}^{-1} \Delta n_{pl} \right) + i\hat{T}^{-2} \sigma - ik_0(\alpha + \delta) \right\} A. \right. \quad (2.142b)$$

В качестве параметров излучения выберем $r_0 = 114$ мкм, $t_0 = 60$ фс, $\lambda_0 = 3000$ нм, $P_0/P_G = 3.1$, нелинейная среда – CaF₂. При этом начальная интенсивность составляет $I_0 = 3.8 \times 10^{11}$ Вт/см², а энергия импульса $E_0 = 16$ мкДж.

На Рис. 2.19 изображены пространственно-временные распределения интенсивности $I(r, t)$ в логарифмическом масштабе на расстояниях $z = 1.3$ (а), 1.6 (б) и 2.2 (в) см для случая частичного согласно (2.142a) (слева) и полного согласно (2.142b) (справа) учета оператора \hat{T} . Видно, что для (2.142a) в распределениях интенсивности присутствуют высокочастотные осцилляции ближе к хвосту импульса, в то время для (2.142b) распределения являются существенно более гладкими. Кроме того, образующиеся в процессе нелинейно-оптической трансформации пространственно-временные структуры излучения имеют гораздо меньшую длительность по времени и часто размер по пространству, т.е. распределение интенсивности становится более «изрезанным» и «рваным». Указанные особенности приводят к сильному уширению частотно-углового спектра импульса, но не имеют под собой физической интерпретации и являются артефактами численного решения, следующими из несбалансированности относительно \hat{T} уравнения распространения излучения. Кроме того, положение пика интенсивности в импульсе при полном учете \hat{T} всегда смещено в задние слои импульса ввиду влияния нестационарности при мгновенной и инерционной керровской нелинейности, которые «выедают» нос импульса, в то время как при частичном учете \hat{T} положение пика интенсивности может сдвигаться до $15 \div 20$ фс в передние временные слои. Бóльшая плавность динамики распространения в случае (2.142b) отражается и на зависимости пиковых параметров излучения от длины трассы. При полном учете \hat{T} число пиков и резких изменений значений пиковой интенсивности и пиковой концентрации плазмы гораздо меньше. Максимальные значения по трассе I_{max} и $\bar{N}_{e \max}$ для (2.142a) больше, чем в случае (2.142b), приблизительно в 2 раза. Если считать нелинейным фокусом расстояние, на котором пиковая интенсивность возрастает до 2.5×10^{13} Вт/см², т.е. превышает начальную более, чем в 60 раз, то на рассмотренном интервале $z < 3.5$ см для (2.142b) формируется 2 нелинейных фокуса, в то время как для (2.142a) – 6.

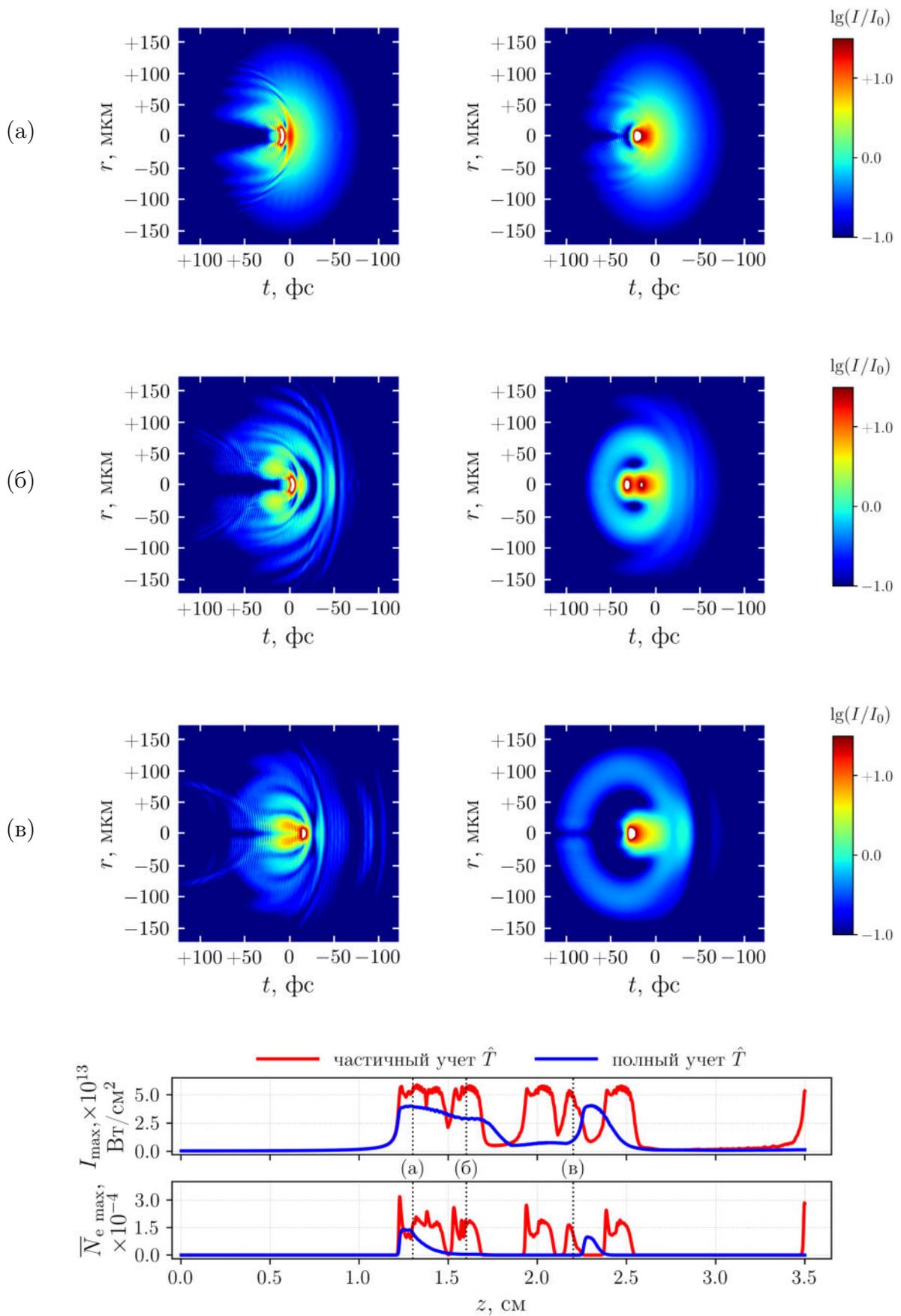


Рис. 2.19 Распределения интенсивности $\lg[I(r, t)/I_0]$ на расстояниях $z = 1.3$ см (а), 1.6 см (б) и 2.3 см (в), при самовоздействии гауссова пучка в импульсе с частичным (слева) и с полным (справа) учетом оператора \hat{T} . Снизу приведены зависимости пиковой интенсивности $I_{max}(z)$ и нормированной концентрации электронов $\bar{N}_{e\ max}(z)$.

Таким образом, при рассмотренном частичном учете оператора \hat{T} в уравнении распространения излучения (2.142a) наблюдается изменение динамики нелинейно-оптических трансформаций и появление артефактов численного решения, проявляющихся, главным образом, в высокочастотных искажениях на пространственно-временной картине импульса. Влияние \hat{T} на плазменную нелинейность и обратное тормозное поглощение мало. В связи с этим можно заключить, что при использовании модели (2.65) оператор волновой нестационарности должен учитываться полностью или, как минимум, в слагаемых, ответственных за дифракцию, дисперсию и керровскую нелинейность.

2.4.7 Азимутальная модуляционная неустойчивость

Математическая модель (2.65) получена в рамках осесимметричного приближения (2.56), которое не учитывает развитие в нелинейной среде азимутальной модуляционной неустойчивости (АМН), т.е. появление несимметрии пучка по полярному углу φ . Поскольку в данной работе используется осесимметричное приближение, исследуем условия его применимости и рассмотрим, как влияют параметры шума в начальных условиях на развитие АМН.

В литературе анализ АМН выполнен, в основном, для излучения, распространяющегося в воздухе. В работе [24] для $\lambda = 800$ нм проведено численное моделирование распространения оптических вихрей согласно двум уравнениям: нелинейному уравнению Шредингера (НУШ) без временной координаты и пространственно-временному нелинейному волновому уравнению (НВУ) с учетом дисперсии второго порядка, керровской нелинейности, включающей высшие члены разложения и инерционность отклика среды, а также многофотонную ионизацию. Для пучка радиусом $r_0 = 3$ мм с 10% амплитудным шумом было получено, что при $m = 1$ и превышении мощности над критической $P \sim 2P_V^{(1)}$ расстояние до распада пучка, т.е. нарушения азимутальной симметрии в виде появления на его кольцевом профиле ярко выраженных дискретных горячих точек, составляет: согласно НУШ, $z_{\text{break}} \sim 200$ м ($2.8z_{\text{diff}}$), а согласно НВУ, $z_{\text{break}} \sim 120$ м ($1.7z_{\text{diff}}$). При увеличении m указанное расстояние до распада пучка z_{break} растет.

В [25] предпринята попытка анализа закономерностей формирования горячих точек в процессе коллапса вихрей с различными топологическими зарядами при самофокусировке на длине волны 800 нм. Получено, что число горячих точек растет с увеличением превышения мощности над критической P_{rel} согласно формуле $\sqrt{2P_{\text{rel}} - 2m - m^2}$. Для $m = 10$ показано, что с учетом внесения 10% амплитудно-фазового шума коллапс вихря при $P_{\text{rel}} = 0.35P_V^{(10)}$ наступает при $z_{\text{break}} \sim 0.07z_{\text{diff}}$, а при $P_{\text{rel}} = 2.24P_V^{(10)}$ – на расстоянии $z_{\text{break}} \sim 0.02z_{\text{diff}}$. Кроме того, показано, что экспериментальные данные находятся в хорошем согласии с приведенными результатами численного моделирования распространения вихрей с $m = 1$ и $m = 2$. Рост числа горячих точек при коллапсе оптических вихрей в воздухе с увеличением превышения мощности над критической наблюдался также в работе [262] на примере распространения пучка на длине волны 800 нм радиусом $r_0 = 1.8$ см в импульсе длительностью $t_0 = 38$ фс. Для вихрей с топологическими зарядами $m = 3, 4, 6, 8, 10$ с учетом шумовой компоненты до

10% по интенсивности были получены оценки критической мощности самофокусировки. На примере вихря с $m = 3$ продемонстрировано вращение горячих точек после распада пучка по направлению, задаваемому знаком топологического заряда. В работе [26] было показано, что для вихрей с $m = 1$ расстояние до коллапса пучка может превосходить нелинейную длину, соответствующую первому фокусу. Указанная особенность означает, что такие вихри можно исследовать, находясь в рамках осесимметричной модели, на длинах распространения, равных или больших, чем расстояние до первого фокуса. Распространение оптических вихрей в условиях нормальной ДГС в стекле было исследовано в [263]. Численное моделирование самофокусировки пучка с $m = 1$ при $P = 10P_V^{(1)}$ показало, что в отсутствии шума в начальных условиях характерный радиус кольца вихря уменьшается в $4 \div 5$ раз на расстоянии $z \sim 0.9z_{\text{diff}}$, а при наличии 10% амплитудно-фазового шума уже на $z = 0.6z_{\text{diff}}$ происходит распад и появление двух горячих точек. В работе [264] проведен анализ устойчивости оптических вихрей с $m = 1$ при распространении в LiF на длине волны $\lambda = 1800$ нм. Для анализа степени нарушения аксиальной симметрии пучка введен параметр k_{decay} , равный относительной разнице между максимальной и минимальной интенсивностью в кольце и растущий при самофокусировке зашумленного вихря. Когда k_{decay} достигает 50%, считается, что произошел распад пучка. Продемонстрировано, что крупномасштабный шум приводит к распаду на горячие точки раньше, чем мелкомасштабный.

Описанные работы показывают, что модуляционная неустойчивость развивается не мгновенно, и существуют расстояния, на которых она не проявляется или проявляется слабо. Вплоть до таких расстояний и при наличии некоторых ограничений на шум в начальном условии анализ самовоздействия оптических вихрей в рамках рассматриваемой задачи можно проводить с использованием осесимметричного приближения.

Поскольку шум в начальном условии в общем случае не является аксиально-симметричным, для количественной оценки ограничений исследуем самофокусировку вихря в координатах (x, y) с мультипликативным шумом [264; 265] и сингулярной фазой вида:

$$A_V(x, y, z)|_{z=0} = A_0 \left[1 + c\xi(x, y) \right] \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r_0} \right)^m \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2}{2r_0^2} \right\} \exp \left\{ im\varphi(x, y) \right\}, \quad (2.143)$$

где $\xi(x, y)$ – комплексный нормальный шум с нулевым средним, единичной дисперсией и гауссовой автокорреляционной функцией. Коэффициент c определяет относительный вклад шумовой составляющей в начальных условиях. Для генерации случайного поля $\xi(x, y)$ использовался спектральный метод [254; 266] (см. Приложение). Будем рассматривать распространение вихря (2.143) без учета временной координаты согласно уравнению

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I \right\} A(x, y). \quad (2.144)$$

Временная координата в (2.144) не учитывается из-за высокой вычислительной сложности получающейся $(3D + 1)$ задачи. Выберем следующие параметры среды и излучения: твердотельный диэлектрик – LiF, длина волны – в области аномальной ДГС ($\lambda = 1800$ нм), топологический заряд $m = 1$, характерный размер пучка $r_0 = 100$ мкм ($z_{\text{diff}} = 4.82$

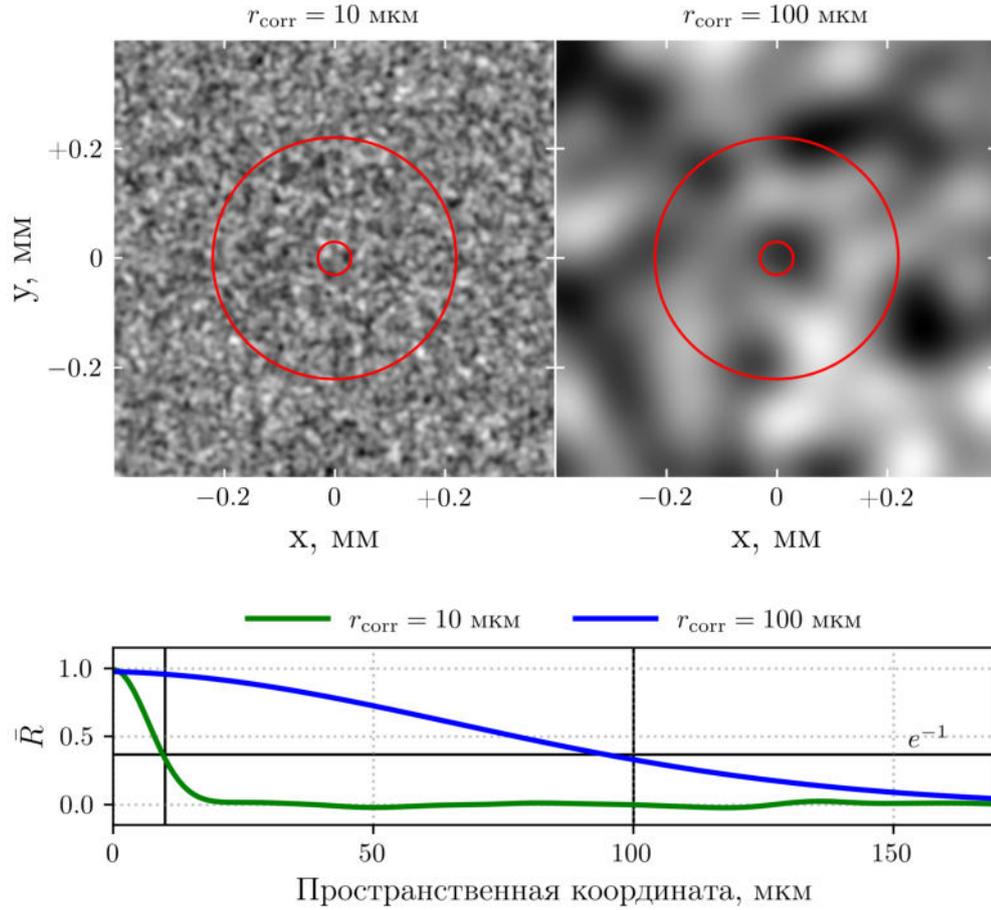


Рис. 2.20 Пространственное распределение гауссова шума $\xi(x, y)$ (действительной части) с единичной дисперсией $\sigma^2 = 1$ и радиусами корреляции $r_{\text{corr}} = 10$ мкм (слева) и $r_{\text{corr}} = 100$ мкм (справа), соответствующим мелко- и крупномасштабному шуму. Красными окружностями обозначены контуры с интенсивностью $e^{-2} I_{V \max}$. Снизу приведен график зависимости усредненной по координатам и ансамблю из 100 реализаций автокорреляционной функции \bar{R} для каждого из шумов.

см), превышение мощности над критической $P/P_V^{(1)} = 8$, что соответствует начальной интенсивности $I_{V \max 0} = 1.6 \times 10^{12}$ Вт/см².

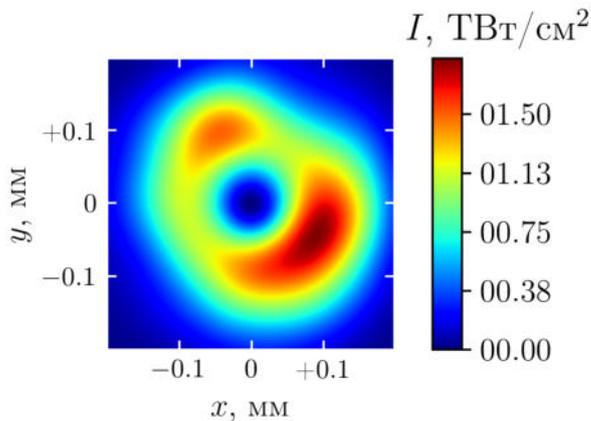


Рис. 2.21 Пространственное распределение интенсивности $I(x, y)$ для оптического вихря (2.143) с выраженным крупномасштабным шумом ($r_{\text{corr}} = r_0 = 100$ мкм, $c = 10^{-1}$).

В рамках дальнейшего анализа рассмотрим три типа шума: дельта-коррелированный, мелкомасштабный и крупномасштабный. Дельта-коррелированным будем называть шум,

радиус корреляции которого заведомо меньше шага расчетной сетки $r_{corr} < 0.1$ мкм. В качестве крупномасштабного выберем шум с радиусом корреляции, равным характерному размеру пучка $r_{corr} = r_0 = 100$ мкм, а мелкомасштабного – с $r_{corr} = r_0/100$ и $r_{corr} = r_0/10$ [264]. При этом рассмотрим шум с различной амплитудой $c = 10^{-2}$, 10^{-3} , 10^{-2} и 10^{-1} . На Рис. 2.20 для одной из реализаций изображены пространственные распределения действительной части крупномасштабного и мелкомасштабного шума $\xi(x, y)$, а также их автокорреляционные функции. Рассчитанные численно автокорреляционные функции \bar{R} действительной части поля $\xi(x, y)$, усредненные по ансамблю из 100 статистически независимых реализаций, а также пространственным координатам x и y , в нуле равны соответственно $\bar{R}(0)|_{r_{corr}=10 \text{ мкм}} = 0.99$ и $\bar{R}(0)|_{r_{corr}=100 \text{ мкм}} = 0.98$. Радиус корреляции, определяемый по уровню e^{-1} в функции \bar{R} , в точности совпадает с заданным для $r_{corr} = 10$ мкм, и на 5% меньше заданного для $r_{corr} = 100$ мкм. Таким образом, статистические параметры генерируемых шумов близки к задуманным. Заметим, что крупномасштабный шум с высоким относительным вкладом может сильно исказить исходное кольцевое распределение интенсивности в пучке (Рис. 2.21).

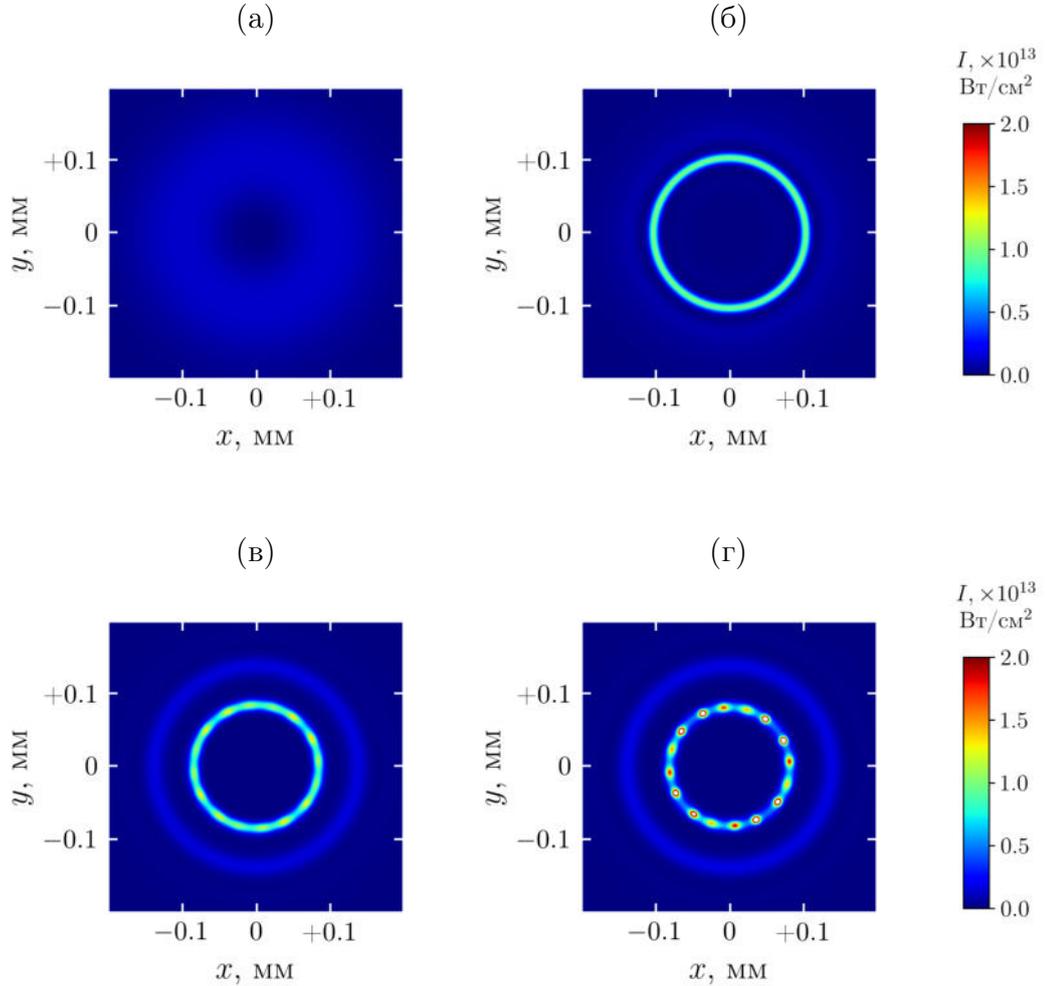


Рис. 2.22 Пространственное распределение интенсивности $I(x, y)$ при самофокусировке оптического вихря с $m = 1$ и дельта-коррелированным шумом в LiF на входе в нелинейную среду (а) и на расстояниях $z = 0.51$ (б), 0.71 (в) и 0.75 (г) см. Параметры излучения: $\lambda = 1800$ нм, $r_0 = 100$ мкм, $z_{\text{diff}} = 4.82$ см, $r_{\text{corr}} < 0.1$ мкм, $c = 10^{-5}$, $P_0/P_V^{(1)} = 8$, $I_{V \text{ max } 0} = 1.6 \times 10^{12}$ Вт/см².

Исследуем самофокусировку вихря (2.143) в присутствии дельта-коррелированного шума. На входе в среду (Рис. 2.22а) вихрь имеет кольцевое пространственное распределение интенсивности $I(x, y)$, которое по мере самофокусировки вплоть до расстояния $z = 0.51 \text{ см} = 0.12 z_{\text{diff}}$ сжимается в кольцо с радиусом, приблизительно равным исходному (Рис. 2.22б). Заметим, что если превышение мощности над критической достаточно мало ($P_0/P_V^{(m)} \lesssim 2$), то величина пиковой интенсивности при такой первичной самофокусировке (в первом нелинейном фокусе) в кольце не сильно отличается от начальной. На этом расстоянии пиковая интенсивность достигает $\sim 10^{13} \text{ Вт/см}^2$, и из исходного кольца формируются две моды: высокоинтенсивная компонента уменьшается в радиусе, а низкоинтенсивная уходит на периферию. Разделение указанных мод сопровождается временным понижением интенсивности (примерно до $z = 0.62 \text{ см}$). Затем пиковая интенсивность продолжает рост, и, в частности, на расстоянии $z = 0.71 \text{ см}$ (Рис. 2.22в), когда ее значение вновь достигает $\sim 10^{13} \text{ Вт/см}^2$, становятся хорошо видны разделившиеся моды. Кроме того, в кольцевом распределении интенсивности появляются небольшие неоднородности. Лавинообразное возрастание интенсивности в центральной моде, которое можно назвать вторичной самофокусировкой, приводит к тому, что на расстоянии $z \sim 0.75 \text{ см} = 0.16 z_{\text{diff}}$ кольцевая мода распадается на ряд горячих точек, расположенных вдоль окружности, и нарушается аксиальная симметрия пучка (Рис. 2.22г). Пиковая интенсивность вихря при этом составляет $5 \times 10^{13} \text{ Вт/см}^2$. Подчеркнем, что существенное нарушение аксиальной симметрии происходит во время вторичной самофокусировки, т.е. распространение пучка до этого момента можно описывать в рамках осесимметричного приближения.

Можно заметить, что распад на ряд горячих точек и коллапс рассмотренного кольцевого пучка происходят практически одновременно. Слабая неоднородность кольцевого распределения появляется на расстоянии $z = 0.71 \text{ см}$, при этом пиковая интенсивность I_{max} достигает 10^{13} Вт/см^2 . Через 4 мм, когда I_{max} увеличивается в 5 раз, на пространственном распределении интенсивности становится видно, что максимальная интенсивность в кольце отличается от минимальной больше, чем в 2 раза (Рис. 2.22г). Выше было упомянуто, что в работе [264] пучок считался распавшимся на ряд горячих точек, если указанное отношение составляло 2 и больше. Согласно такому критерию, расстояние до распада можно примерно оценить как $z_{\text{dec}} \sim 0.72 \div 0.73 \text{ см}$. Получается, что расстояние до коллапса пучка отличается от расстояния до распада на $1 \div 2\%$, и для дальнейших оценок влияния шума на самофокусировку вихря можно использовать только значения пиковой интенсивности, и не рассматривать пространственную структуру пучка.

Проанализируем влияние мелко- и крупномасштабного шума (Рис. 2.20) и их параметров на самофокусировку оптического вихря (2.143). На Рис. 2.23 изображена зависимость пиковой интенсивности пучка от трассы $I_{\text{max}}(z)$ для различных комбинаций радиуса корреляции $r_{\text{corr}} = 1, 10, 100 \text{ мкм}$ и вклада шума в комплексную амплитуду пучка $c = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$. Заметим, что начальные интенсивности пучков рассчитываются с учетом шумовой компоненты, мощности зашумленных вихрей строго одинаковы и равны мощности вихря при $c = 0$. Степень влияния шума на распространение вихря будем оценивать по близости рассматриваемых кривых пиковой интенсивности к кривой для осесимметричного

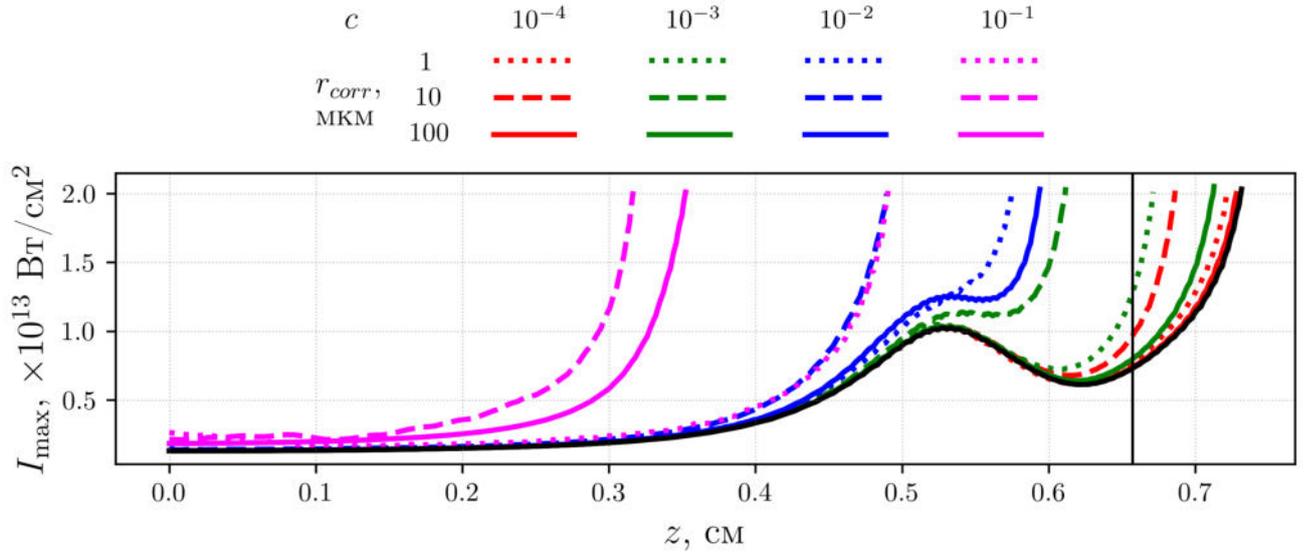


Рис. 2.23 Зависимость пиковой интенсивности излучения от координаты вдоль направления распространения пучка $I_{max}(z)$ при самофокусировке оптических вихрей (2.143) в LiF с различными радиусами корреляции шума: $r_{corr} = 10$ мкм (мелкомасштабный шум) и $r_{corr} = 100$ мкм (крупномасштабный шум), а также различными вкладами шумовой компоненты $c = 10^{-4}$, 10^{-3} , 10^{-2} и 10^{-1} . Черной кривой показана зависимость $I_{max}(z)$ для осесимметричного случая. Вертикальной прямой обозначена условная граница, соответствующая 90% от расстояния до распада осесимметричного пучка z' – считается, что после преодоления указанного расстояния самофокусировка происходит так же, как в случае аксиальной симметрии.

случая. Согласно [267; 268], наибольшее влияние на распространение излучения оказывает шум с характерным масштабом r^* , приблизительно равным радиусу гауссова пучка, в котором содержится порядка одной критической мощности. Можно показать, что для рассматриваемых параметров вихря $r^* = 18$ мкм. Усреднение по 10 реализациям показало, что при наиболее близком из имеющихся к r^* значению радиуса корреляции $r_{corr} = 10$ мкм для всех рассмотренных значений амплитуды шума вихрь распадается быстрее всего. Кроме того, при $c = 10^{-4}$, 10^{-3} , 10^{-2} дольше всего не распадается шум с $r_{corr} = 100$ мкм, а при $c = 10^{-1}$ – шум с $r_{corr} = 1$ мкм. Вертикальной прямой на Рис. 2.23 обозначена условная граница, соответствующая 90% от расстояния z' до распада аксиально-симметричного пучка. Будем считать, что влияние шумов на вихрь, фокусирующийся после указанного расстояния, мало. Предельное значение вклада шума c , при котором вихрь самофокусируется приблизительно так же, как в осесимметричном случае, согласно введенному ранее критерию, составляет $\sim 10^{-3}$.

В результате можно сказать, что наличие шума существенно влияет на характер самовоздействия оптических вихрей в твердотельных диэлектриках и приводит к распаду пучка на ряд горячих точек. При мощности вихря $P/P_V^{(1)} = 8$ наличие мультипликативного шума с относительным вкладом c порядка десятых долей процента и масштабом r_{corr} либо сильно меньше характерного пространственного размера вихря r_0 , либо сопоставимого с ним, приводит к распаду пучка в начале второго нелинейного фокуса, то есть до этого момента при моделировании можно использовать осесимметричное приближение. Шум, по масштабу сопоставимый с характерным размером гауссова пучка r^* , в котором содержится

порядка одной критической мощности, ведет к более раннему распаду – в районе первого фокуса. Понижение мощности вихря будет приводить к увеличению радиуса корреляции r^* , т.е. раньше всего будут распадаться пучки большего размера. Также можно отметить, что при относительном вкладе $c < 10^{-1}$ крупномасштабный шум меньше способствует развитию азимутальной неустойчивости, чем мелкомасштабный.

Глава 3

Кольцевые световые пули при филаментации оптического вихря в условиях аномальной дисперсии групповой скорости

Исследуется процесс формирования кольцевых световых пуль при филаментации оптических вихрей в условиях аномальной дисперсии групповой скорости. Описываются причины их появления, особенности динамики, а также характерные физические параметры. Проводится анализ трансформации энергии излучения в процессе самовоздействия.

3.1 Самофокусировка оптического вихря

Самосогласованная система уравнений (2.65) является многопараметрической и существенно нелинейной, в связи с чем анализ ее решений удобно начинать с более простых случаев. Прежде всего рассмотрим стационарный режим распространения оптического вихря с топологическим зарядом $m = 1$ в присутствии мгновенной керровской нелинейности на примере плавленого кварца. Ранее в [12; 16] исследовалась самофокусировка вихревых мод с учетом высших порядков нелинейности, однако и в полной (2.65), и в текущей упрощенной модели указанное приближение не используется, поскольку представление о том, что за дефокусировку излучения отвечает плазменная нелинейность, а не высшие порядки керровской, прошло многократную экспериментальную проверку [104; 240; 265]. С учетом пренебрежения поглощением, зануления слагаемых, содержащих время, а также превращения керровской нелинейности из частично инерционной в полностью мгновенную

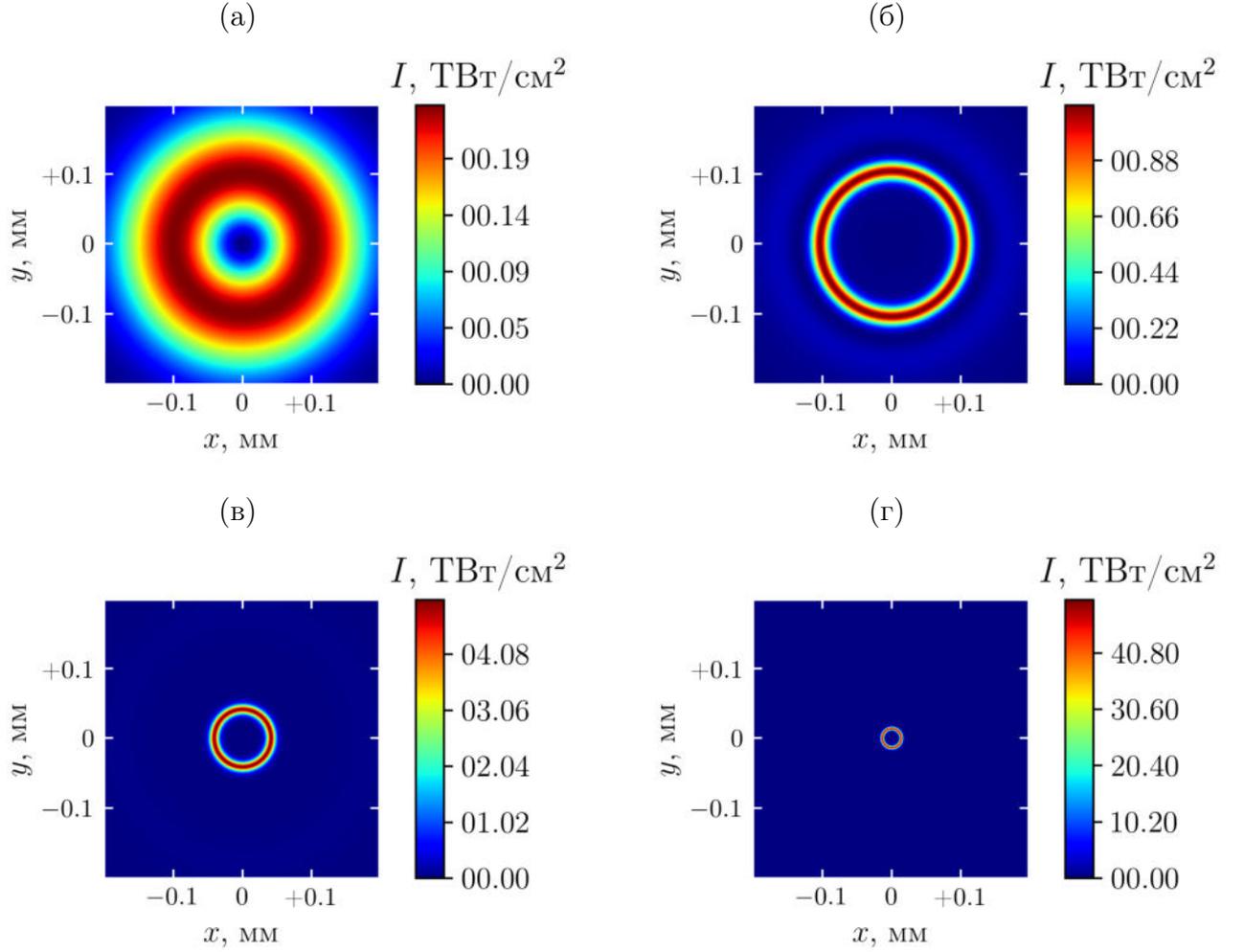


Рис. 3.1 Пространственные распределения интенсивности $I(x, y)$ на входе в среду (а), а также на расстояниях $z = 1.1$ см (б), 1.9 см (в) и 2.0 см (г) при самофокусировке оптического вихря с единичным топологическим зарядом, характерным размером $r_0 = 100$ мкм и мощностью $P = 5P_V^{(1)}$ на длине волны $\lambda = 1.8$ мкм в плавленом кварце.

($g = 1$), уравнение распространения излучения трансформируется из (2.65) в

$$2ik_0 \frac{\partial A(r, z)}{\partial z} = \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right) + \frac{2k_0}{n_0} n_2 I(r, z) \right] A(r, z), \quad (3.1)$$

а начальное условие для уравнение (3.1) имеет вид:

$$A(r, z)|_{z=0} = A_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^m \exp \left\{ -\frac{r^2}{2r_0^2} \right\}, \quad (3.2)$$

где $m = 1$, $r_0 = 100$ мкм. Выберем центральную длину волны $\lambda = 1.8$ мкм, соответствующую аномальной ДГС для твердотельных диэлектриков. При этом дифракционная длина оптического вихря составляет $z_{\text{diff}} = 5.0$ см. Проанализируем влияние превышения мощности вихря над критической на характер стационарной самофокусировки.

На входе в среду оптический вихрь имеет вид пологого кольца (Рис. 3.1а) с показателем отношения ширины кольца по уровню e^{-2} к диаметру, равным $\zeta = w^{(1)}/d^{(1)} \sim 1$. Видно, что при $P/P_V^{(1)} = 5$ пиковая интенсивность в нем достигает 2.3×10^{11} Вт/см².

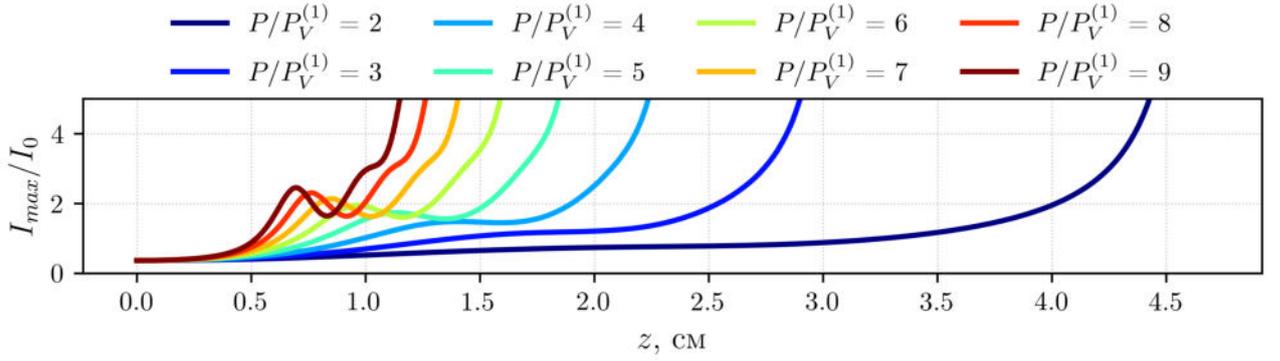


Рис. 3.2 Зависимость пиковой интенсивности I_{max}/I_0 оптического вихря от трассы при самофокусировке оптического вихря с $m = 1$ и $r_0 = 100$ мкм на длине волны $\lambda = 1.8$ мкм при различном превышении мощности над критической $P/P_V^{(1)}$.

В начале распространения излучения ширина кольца уменьшается, а максимальная интенсивность растет. Из Рис. 3.2 видно, что интенсивность растет тем сильнее, чем больше превышение мощности над критической. При этом, чем выше мощность, тем раньше достигается локальный максимум интенсивности в кольце. Так, для $P/P_V^{(1)} = 9$ максимум интенсивности в $2.45I_0$ достигается на расстоянии 0.7 см, для $P/P_V^{(1)} = 5$ максимум равен $1.74I_0$, расстояние – 1.1 см, а для $P/P_V^{(1)} = 2$ аналогичные показатели составляют $0.75I_0$ и 2 см соответственно. Причины остановки роста интенсивности будут подробно рассмотрены в Главе 4, а на текущий момент ограничимся фактом того, что указанная особенность имеет место.

Приблизительно на расстоянии, соответствующем прекращению роста интенсивности, вихрь начинает разделяться на две кольцевые моды: первая является высокоинтенсивной и продолжает самофокусироваться и уменьшаться в пространственных размерах, а вторая (низкоинтенсивная) имеет больший диаметр и плавно уходит на периферию. На Рис. 3.1б видно, что при $P/P_V^{(1)} = 5$ на расстоянии $z = 1.1$ см диаметр низкоинтенсивной моды приблизительно в 1.5 раза больше диаметра высокоинтенсивной. Процесс выделения периферической моды сопровождается уменьшением пиковой интенсивности в пучке (Рис. 3.2). Заметим, что чем выше мощность, тем глубже и быстрее опускается интенсивность. Так, для $P/P_V^{(1)} = 9$ значение интенсивности падает с 2.8×10^{12} Вт/см² до 1.9×10^{12} Вт/см², т.е. примерно на 30%, в промежутке $0.6 \div 0.8$ см, при $P/P_V^{(1)} = 5$ – с 1.1×10^{12} Вт/см² до 0.9×10^{12} Вт/см² ($\sim 20\%$) на расстояниях $1.1 \div 1.4$ см, а при $P/P_V^{(1)} = 2$ уменьшения интенсивности практически не происходит.

После временного понижения рост пиковой интенсивности в пучке возобновляется и в рамках модели стационарной самофокусировки больше не останавливается. Высокоинтенсивная мода уменьшается в диаметре и ширине, низкоинтенсивная продолжает уходить на периферию. Каждый из рассмотренных вихрей самофокусируется тем дальше, чем меньше превышение мощности над критической (Рис. 3.2). В случае $P/P_V^{(1)} = 5$ на расстоянии $z = 1.9$ см диаметр кольца становится примерно вдвое меньше, чем был на входе в среду, а значение интенсивности достигает 5×10^{12} Вт/см² (Рис. 3.1в). Лавинообразный

процесс роста интенсивности приводит к тому, что уже спустя 1 мм пиковая интенсивность вырастает в 10 раз (Рис. 3.1г) и достигает 5×10^{13} Вт/см², что соответствует типичной интенсивности в филаменте. После достижения указанного значения интенсивности расчет прерывался, поскольку используемая модель стационарной самофокусировки перестает работать. Расстояние, при котором пиковая интенсивность в пучке возрастает до 5×10^{13} Вт/см², будем называть нелинейным фокусом в стационарном случае или расстоянием до самофокусировки. Заметим, что при мощностях $P/P_V^{(1)} = 7 \div 9$ в районе $1.0 \div 1.3$ см на Рис. 3.2 видно небольшое уменьшение скорости роста интенсивности. Указанная особенность может быть связана с выделением дополнительной периферической моды.

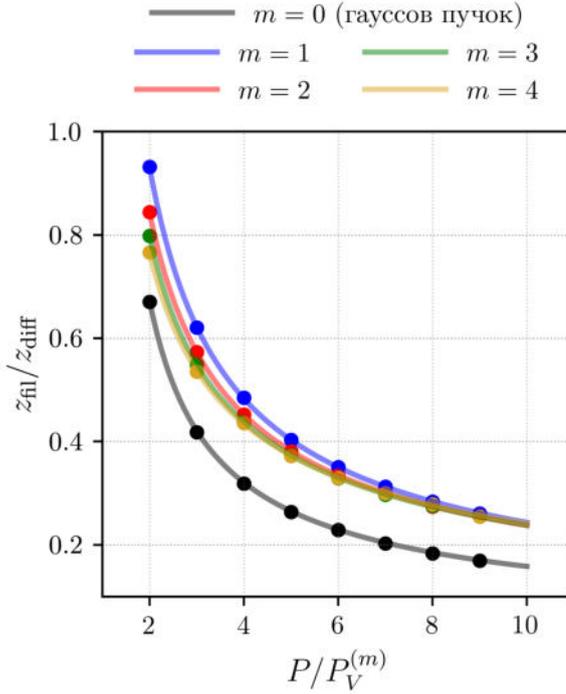


Рис. 3.3 Зависимость расстояния до нелинейного фокуса оптических вихрей $z_{\text{fil}}/z_{\text{diff}}$ от превышения мощности над критической $P/P_V^{(m)}$ для топологических зарядов $m = \overline{1, 4}$. Черной кривой построена зависимость для гауссова пучка ($m = 0$).

	$m = 0$ (гауссов пучок)	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$
q_1	+0.365	+0.565	+0.584	+0.625	+0.660
q_2	-0.852	-0.855	-0.694	-0.497	-0.365
q_3	-0.0219	+0.0544	-0.0408	-0.2287	-0.3578

Табл. 3.1 Коэффициенты q_i в обобщенной формуле Марбургера (3.3) для вихрей с $m = \overline{1, 4}$, а также для гауссова пучка ($m = 0$).

Рассмотренную ранее формулу Марбургера (2.127), описывающую зависимость расстояния до самофокусировки гауссова пучка (нелинейной длины) от превышения мощности над критической, можно обобщить на случай оптических вихрей. Перепишем (2.127) в виде:

$$z_{\text{fil}}/z_{\text{diff}} = \frac{q_1}{\sqrt{[(P_0/P_V^{(m)})^{1/2} + q_2]^2 + q_3}}, \quad (3.3)$$

где значение $m = 0$ соответствует гауссову пучку. Кривые указанной зависимости с подобранными коэффициентами q_i для оптических вихрей с топологическими зарядами

$m = \overline{1,4}$ приведены на Рис. 3.3, а значения q_i – в Табл. 3.1. Видно, что повышение топологического заряда вихря ведет к сокращению расстояния до самофокусировки, что особенно сильно проявляется при малом превышении мощности над критической. Гауссов пучок фокусируется ближе на $0.1z_{\text{diff}}$, чем оптические вихри, при мощностях $P/P_{cr} \gtrsim 5$. При уменьшении мощности относительное расстояние до нелинейного фокуса сокращается на $(0.10 \div 0.25)z_{\text{diff}}$. Указанные особенности будут подробно рассмотрены в Главе 4. Отметим, что P_{cr} – критическая мощность самофокусировки для пучка конкретного профиля, и в частности, для оптического вихря с $m = 1$ значение критической мощности самофокусировки больше такового для гауссова пучка в 4 раза [25].

3.2 Пространственно-временная динамика и многофокусная структура излучения кольцевых световых пучков

Перейдем от анализа стационарной самофокусировки к учету временных эффектов при самовоздействии оптического вихря в твердотельном диэлектрике в режиме аномальной дисперсии групповой скорости импульса, рассматривая полную модель (2.65). В качестве нелинейной среды выберем плавленый кварц как один из наиболее часто используемых материалов в эксперименте. Центральную длину волны возьмем равной $\lambda_0 = 1.8$ мкм (Табл. 3.2), что соответствует аномальной ДГС с коэффициентом $k_2 \simeq -63$ фс²/мм (Табл. 2.3). Рассмотрим кольцевой пучок с дислокацией фазы в спектрально-ограниченном гауссовом импульсе вида (2.59), где $m = M = 1$. Характерные пространственные и временные параметры вихря выберем близкими к типичным значениям таковых в эксперименте [4; 5; 40; 136]: $r_0 = 100$ мкм, $t_0 = 36$ фс (HWe⁻¹M), что соответствует 60 фс для FWHM. При этом дифракционная длина составляет $z_{\text{diff}} = 5.0$ см, а дисперсионная $z_{\text{disp}} = 2.1$ см, что сопоставимо с их значениями в [40]. Выберем такое превышение пиковой мощности над критической, чтобы оно было существенно больше единицы, но в то же время не достигало значений, при которых заведомо наблюдается режим множественной филаментации [269; 270], а именно $P_0/P_V^{(m)} = 5$. При этом абсолютное значение пиковой мощности составляет $P_0 = 0.19$ ГВт. Нелинейная длина самофокусировки для выбранной мощности, согласно полученной ранее формуле (3.3), составляет $z_{\text{fl}} = 2.0$ см, что в 2.5 раза меньше дифракционной длины пучка. Пиковая начальная интенсивность в пучке равна $I_V^{(m)}{}_{max\ 0} = 2.3 \times 10^{11}$ Вт/см², а энергия импульса на входе в среду составляет $E_0 = 12.3$ мкДж.

Будем моделировать распространение излучения с перечисленными параметрами (Табл. 3.2) согласно системе уравнений (2.65).

На входе в среду пространственно-временное распределение интенсивности оптического вихря имеет форму «лепестков» (Рис. 3.4а): кольцевое распределение интенсивности в пространстве и гауссова огибающая по времени. Заметим, что пиковое значение интенсивности для вихря с параметрами $m = M = 1$ достигается на расстоянии r_0 от оси пучка (Рис. 2.2).

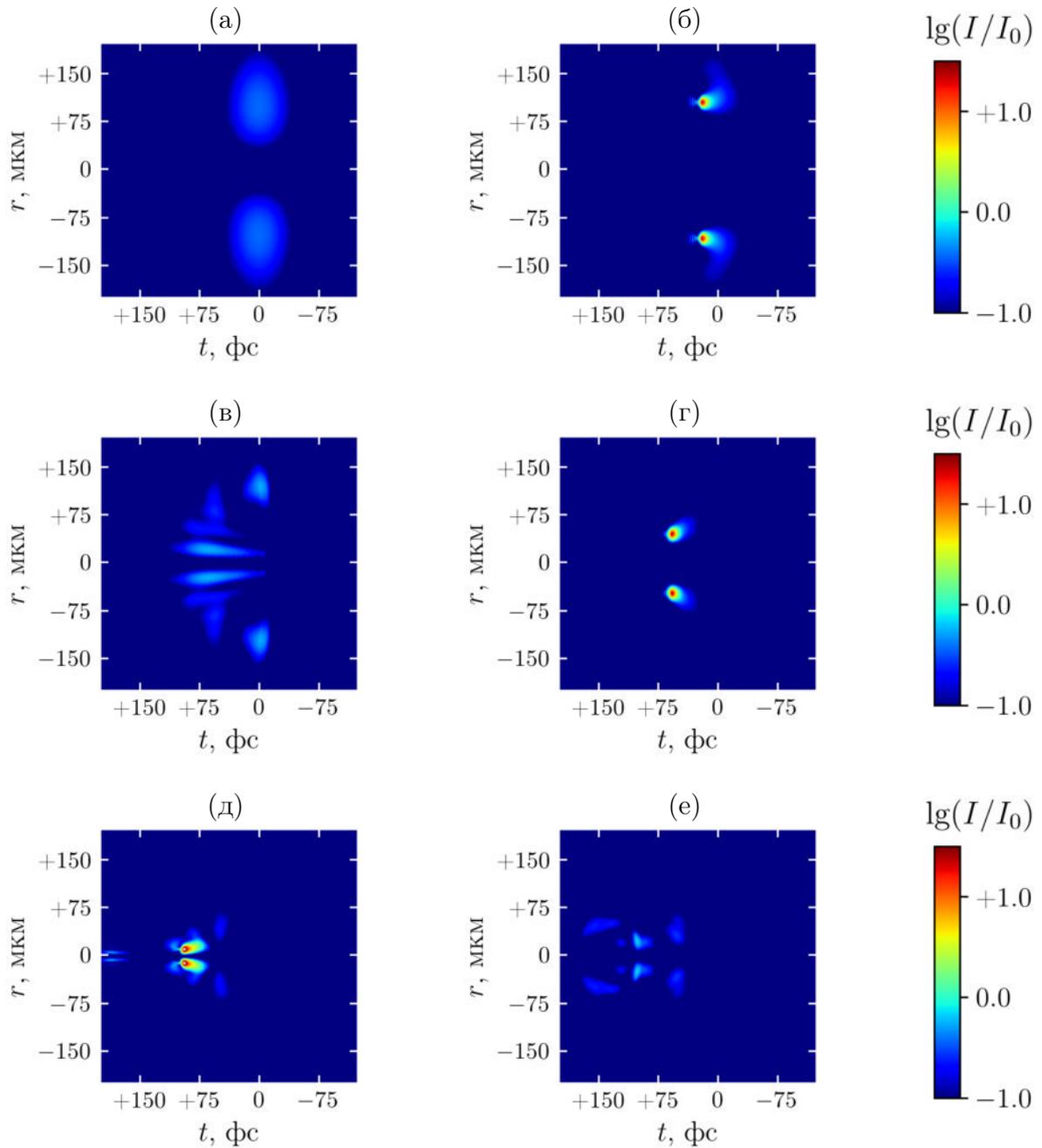


Рис. 3.4 Пространственно-временные распределения интенсивности в логарифмическом масштабе $\lg[I(r, t)/I_0]$ на расстояниях $z = 0.0$ см (а), 0.9 см (б), 1.4 см (в), 4.1 см (г), 4.3 см (д) и 4.4 см (е) при самовоздействии оптического вихря с параметрами, представленными в Табл. 3.2.

Параметр	Размерность	Значение
m	-	1
M	-	1
r_0	мкм	100
t_0 (HWe ⁻¹ M)	фс	36
t_0 (FWHM)	фс	60
z_{diff}	см	5.0
z_{disp}	см	2.1
z_{fil}	см	2.0
λ_0	мкм	1.8
$P_0/P_V^{(m)}$	-	5
P_0	ГВт	0.19
$I_V^{(m)} \max_0$	Вт/см ²	2.3×10^{11}
E_0	мкДж	12.3

Табл. 3.2 Параметры излучения при филаментации в плавленом кварце рассматриваемого оптического вихря.

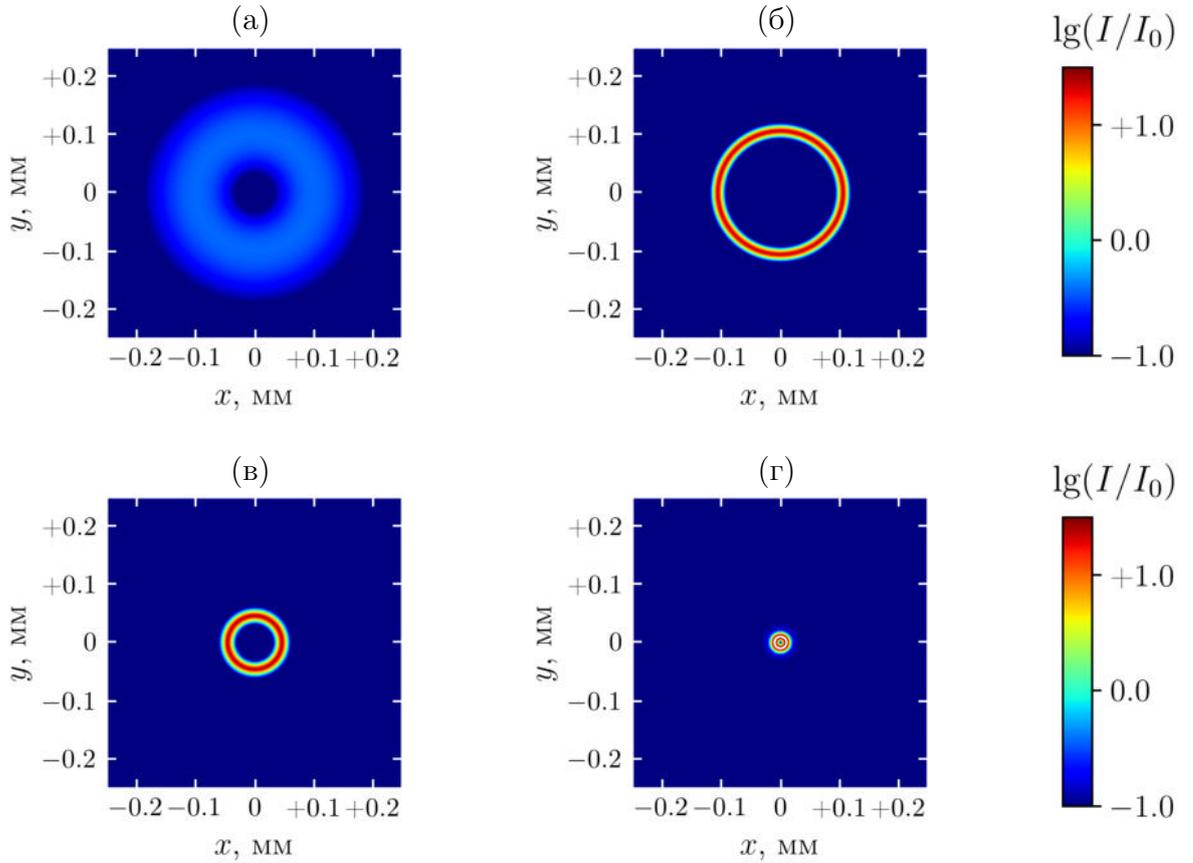


Рис. 3.5 Пространственные распределения интенсивности в логарифмическом масштабе $\lg[I(x, y)/I_0]$ во временном слое с ее пиковым значением по импульсу на расстояниях $z = 0.0$ см (а), 0.9 см (б), 4.1 см (в) и 4.3 см (д) при самовоздействии в плавленом кварце оптического вихря с параметрами, представленными в Табл. 3.2.

Пространственное распределение интенсивности для временного слоя импульса с ее пиковым значением приведено на Рис. 3.5а и представляет собой кольцо с пологими градиентами интенсивности по направлениям, с одной стороны, к оптической оси, а с другой – к периферии пучка.

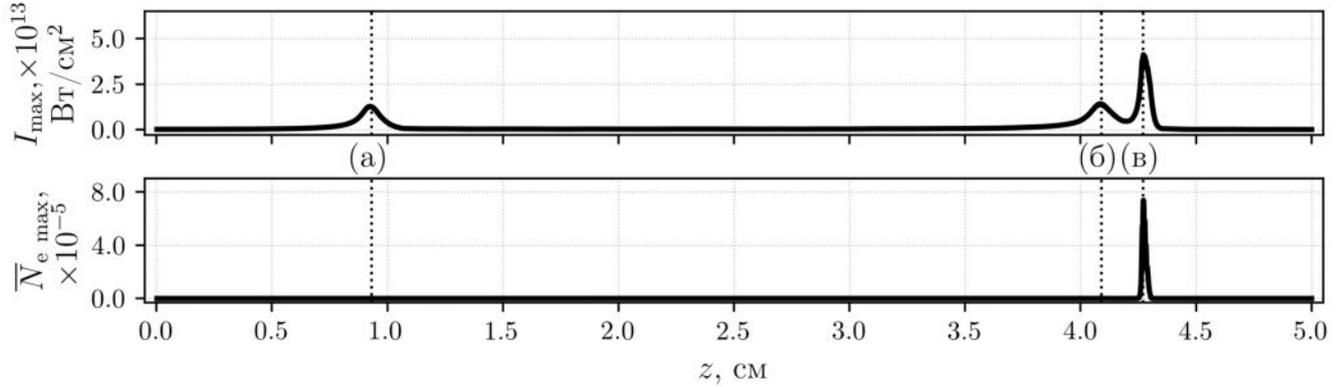


Рис. 3.6 Зависимость пиковой интенсивности I_{max} оптического вихря (сверху) с параметрами, представленными в Табл. 3.2, и нормированной пиковой концентрации плазмы $\bar{N}_{e\ max} = N_{e\ max}/N_0$ (снизу) от расстояния вдоль направления распространения излучения z при филаментации в плавленном кварце. В процессе самовоздействия вихря образуются кольцевые световые пули на расстояниях $z = 0.9$ см (а), 4.1 см (б) и 4.3 см (в)

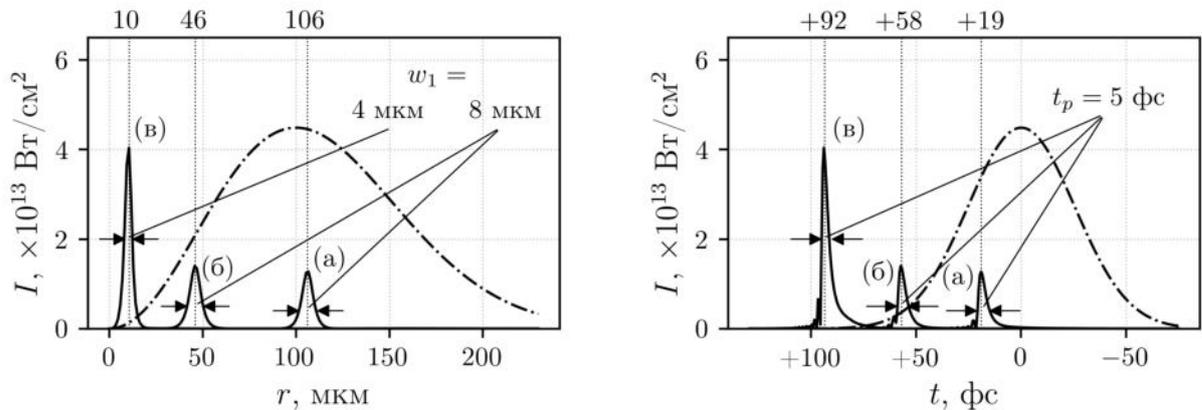


Рис. 3.7 Пространственный (слева) и временной (справа) профили интенсивности на расстояниях $z = 0.9$ см (а), 4.1 см (б) и 4.3 см (в), соответствующих появлению кольцевых световых пуль при филаментации оптического вихря с параметрами, приведенными в Табл. 3.2. Штрих-пунктирной линией показан профиль интенсивности на входе в среду, умноженный на коэффициент 200. Для каждого из профилей указана ширина кольца w_1 / длительность импульса t_p по уровню e^{-1} . Вверху вынесены значения расстояния от оси (слева) и координаты времени (справа) для пространственного / временного положения пиковой интенсивности в каждой из пуль.

Начало распространения излучения сопровождается одновременным воздействием двух факторов – самофокусировки пучка и самокомпрессии импульса. Самофокусировка наиболее быстро развивается в центральных временных слоях, где мощность пучка больше всего превышает критическую. Ширина первичной кольцевой моды уменьшается, пиковая интенсивность растет. Одновременно с самофокусировкой пучка вследствие аномальной ДГС происходит самокомпрессия импульса, которая также ведет к росту пиковой интенсивности.

Заметим, что в отличие от рассмотренной в (3.1) самофокусировки, в данном случае при нестационарном самовоздействии не происходит выделения низкоинтенсивной периферической моды, поскольку аномальная ДГС раньше приводит к сжатию импульса и увеличению пиковой интенсивности. Инерционность отклика среды и волновая нестационарность, как было показано ранее в (2.4.5), является причиной уменьшения групповой скорости импульса относительно центральных временных слоев и смещения положения пиковой интенсивности в сторону хвоста импульса. В результате описанных процессов на расстоянии $z = 0.9$ см (Рис. 3.4б, 3.5б, 3.6) формируется первый нелинейный фокус с пиковой интенсивностью $\sim 1.3 \times 10^{13}$ Вт/см² и околонулевой концентрацией плазмы. На Рис. 3.7 видно, что характерная ширина кольца в фокусе составляет 8 мкм, и поперечное расстояние от оптической оси до места с пиковой интенсивностью составляет 106 мкм, что, как и на входе в среду, приблизительно равно r_0 (Рис. 3.5б). Форма импульса является существенно асимметричной – плавно увеличивающийся градиент интенсивности на носу и резкий спад с высокочастотными осцилляциями на хвосте (Рис. 3.7). Указанная асимметрия является следствием сильного выедания хвоста импульса плазменной нелинейностью, что усиливается присутствием лавинной ионизации (см. (2.4.3)). Временной слой с пиковой интенсивностью смещен на ~ 20 фс по направлению к хвосту импульса, а полная длительность импульса по уровню e^{-1} составляет примерно 5 фс, что немного меньше, чем одна осцилляция светового поля в среде (~ 8 фс). Описанное пространственно-временное образование является световой пулей кольцевой формы, или кольцевой световой пулей (КСП), так как сформировалось в результате одновременного воздействия керровской самофокусировки и самокомпрессии импульса при аномальной ДГС. На Рис. 3.4б в районе нулевых временных слоев видны изгибы пространственно-временного распределения, уходящие на периферию пучка. Такое распределение излучения объясняется тем, что на фронте импульса остались слои с относительно низкой мощностью, которые не успели сфокусироваться, и вплоть до рассматриваемого расстояния они продолжают содержать ненулевые компоненты поля.

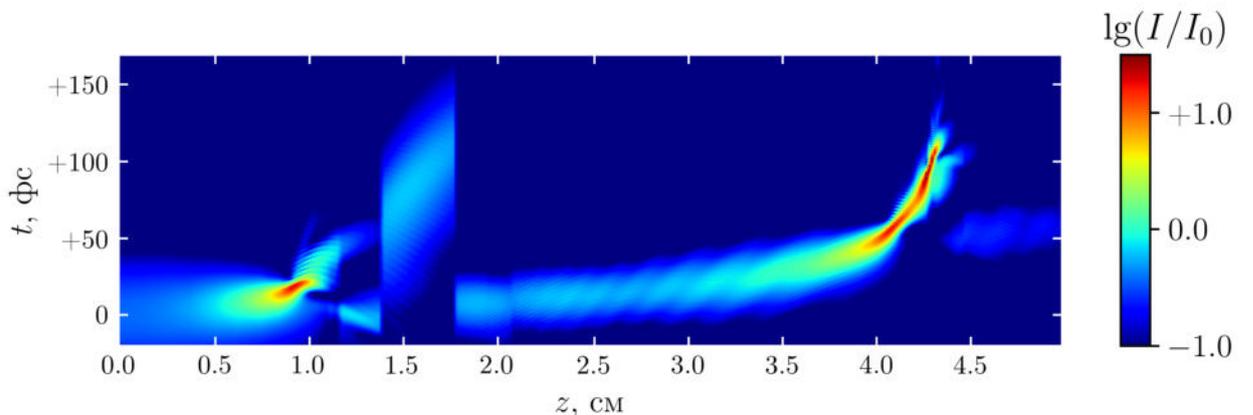


Рис. 3.8 Временные профили импульса (показаны цветом в логарифмическом масштабе) в точках глобального максимума интенсивности в поперечнике пучка на различных расстояниях z .

Описанная динамика хорошо продемонстрирована на картине эволюции среза с пиковой интенсивностью по мере увеличения координаты z (Рис. 3.8). Видно, как исходное

низкоинтенсивное гауссово распределение по мере самовоздействия трансформируется в сжатый импульс с положением пика в задних временных слоях. Непосредственно после первого фокуса ($z = 0.9$ см) на хвосте импульса видна высокочастотная рябь, которая является проявлением высших порядков дисперсии.

После прохождения первого нелинейного фокуса на расстоянии $z = 0.9$ см начинается дефокусировка оптического вихря. Рост интенсивности в кольце ограничивается дифракцией радиальных слоев вихря, которые ведут себя подобно щелевым пучкам. Указанные особенности будут подробно рассмотрены в Главе 4. Дифракция приводит к тому, что начинается процесс перетекания основной части энергии по направлению к оптической оси. На расстоянии $z = 1.4$ см в пространственно-временном распределении интенсивности хорошо видны низкоинтенсивные полосы вдоль временной координаты (Рис. 3.4в). Наличие таких полос связано с интерференцией излучения, которое, с одной стороны, вследствие дифракции стягивается по направлению к оптической оси, а с другой – перемещается от центра под воздействием вихревого характера поля. В результате в распределении $\lg[I(r, t)/I_0]$ образуются полосы протяженностью до ~ 75 фс и шириной до ~ 20 мкм. Заметим, что в логарифмическом масштабе все еще остаются видны низкоинтенсивные следы несфокусировавшихся временных слоев исходного импульса. На Рис. 3.8 участки $1.2 \div 1.4$ см и $1.4 \div 1.75$ см стоят особняком по отношению к остальным и имеют разрывы на границах. Указанная особенность связана с тем, что в процессе формирования описанных интерференционных полос (Рис. 3.4в) нелинейно-оптические трансформации оказались таковы, что временной слой с пиковой интенсивностью несколько раз резко менялся.

Процесс перетекания оптической энергии по направлению к оптической оси и формирования интерференционных полос останавливается на расстоянии приблизительно 1.5 см, излучение собирается в кольцевую пространственную моду на уровне самой широкой полосы, содержащей наибольшую энергию, после чего начинается повторная самофокусировка пучка и самокомпрессия импульса. Пиковая интенсивность излучения начинает расти, ширина кольца и длительность импульса – уменьшаться. Указанный процесс хорошо проиллюстрирован на Рис. 3.8, где на расстояниях $\sim 2 \div 4$ см видно плавное увеличение максимальной интенсивности импульса и уменьшение его групповой скорости, которое проявляется в нарастающем смещении максимума интенсивности на хвост импульса. В итоге на расстоянии $z = 4.1$ см формируется второй нелинейный фокус с пиковой интенсивностью 1.4×10^{13} Вт/см² (Рис. 3.6). Как и в первом фокусе, плазма практически не образуется – пиковая концентрация носителей заряда находится на уровне $10^{-8}N_0$. Радиус кольцевого распределения интенсивности в этом фокусе примерно в 2 раза меньше радиуса кольца на входе в среду (Рис. 3.5в, Рис. 3.7), при этом как характерная ширина кольца (8 мкм), так и длительность импульса (5 фс) идентичны таковым в первом фокусе (Рис. 3.7). Инерционность отклика среды и волновая нестационарность приводят к тому, что сфокусированный импульс отстает от центральных временных слоев на 60 фс, что приблизительно в три раза больше аналогичного показателя для первого фокуса (Рис. 3.4г).

После прохождения второго нелинейного фокуса дифракция приводит к повторной дефокусировке излучения, что проявляется в увеличении ширины кольца, но при этом его

диаметр уменьшается, и на протяжении 2 мм наблюдается спад пиковой интенсивности, однако затем наступает ее резкий рост, и на расстоянии $z = 4.3$ см формируется третий нелинейный фокус, который является наиболее сильным по трассе. Пиковая интенсивность в нем достигает значений 4.1×10^{13} Вт/см², концентрация плазмы – $N_{e \text{ max}}/N_0 \sim 7.4 \times 10^{-5}$ (Рис. 3.6). Радиус кольца уменьшается до величины 10 мкм, а ширина – до 4 мкм (Рис. 3.5г, Рис. 3.7). Заметим, что ширина третьего кольца приблизительно в 2 раза меньше, чем ширина колец в первом и втором фокусе. Длительность импульса, как и в предыдущих фокусах, составляет около 5 фс (Рис. 3.7). При этом положение пика интенсивности смещается еще сильнее в задние временные слои и составляет +92 фс. Расстояние по временной координате между нелинейными фокусами приблизительно одинаково и составляет около 35 фс. На пространственно-временном распределении интенсивности помимо основного кольца можно увидеть нефокусировавшиеся низкоинтенсивные участки в передних слоях импульса подобно тому, как было в предыдущих фокусах (Рис. 3.4д).

После прохождения третьего нелинейного фокуса ($z > 4.3$ см) происходит расплывание вихря как по пространственной, так и по временной координате (Рис. 3.4е). В кольцевой моде, которая приводила к образованию фокусов, мощности излучения хватает на образование трех нелинейных фокусов, и нового роста пиковой интенсивности не происходит (Рис. 3.6).

Отметим, что первая КСП существует на расстояниях $0.8 \div 1.0$ см, вторая – в промежутке $4.0 \div 4.2$ см, а третья – приблизительно с 4.3 до 4.4 см (Рис. 3.8). Последние две пули тяжело различимы на картине временных профилей импульса в зависимости от z , поскольку соответствующие нелинейные фокусы расположены достаточно близко – в 2 мм друг от друга. Таким образом, характерное расстояние, в течение которого живут КСП, составляет $1 \div 2$ мм. Если полученное расстояние разделить на групповую скорость импульса в среде $v_g = 1/k_1$ (Табл. 2.3), то получим, что время жизни пуль примерно равно $5 \div 10$ пс.

Распространение в плавленом кварце оптического вихря с параметрами, представленными в Табл. 3.2, приводит к формированию последовательности кольцевых световых пуль на расстояниях $z = 0.9$ см, 4.1 см и 4.3 см. Можно говорить о т.н. многофокусной структуре излучения, т.е. характеру самовоздействия, при котором возникает последовательность нелинейных фокусов. Исследование многофокусной структуры наиболее удобно проводить с помощью анализа флюенса $F(r, z)$ – поверхностной плотности энергии, которая является интегралом интенсивности по времени:

$$F(r, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(r, t, z) dt. \quad (3.4)$$

На Рис. 3.9 изображена поверхностная плотность энергии излучения, рассчитанная согласно (3.4), а на Рис. 3.10 – ее максимальные значения, т.е. величина F , максимальная для заданного z :

$$F_{\text{max}}(z) = F(r, z)|_{\text{max } \forall r}. \quad (3.5)$$

Пиковая поверхностная плотность энергии на входе в среду относительно невелика и составляет 15 мДж/см² (Рис. 3.10). По мере приближения к первому нелинейному

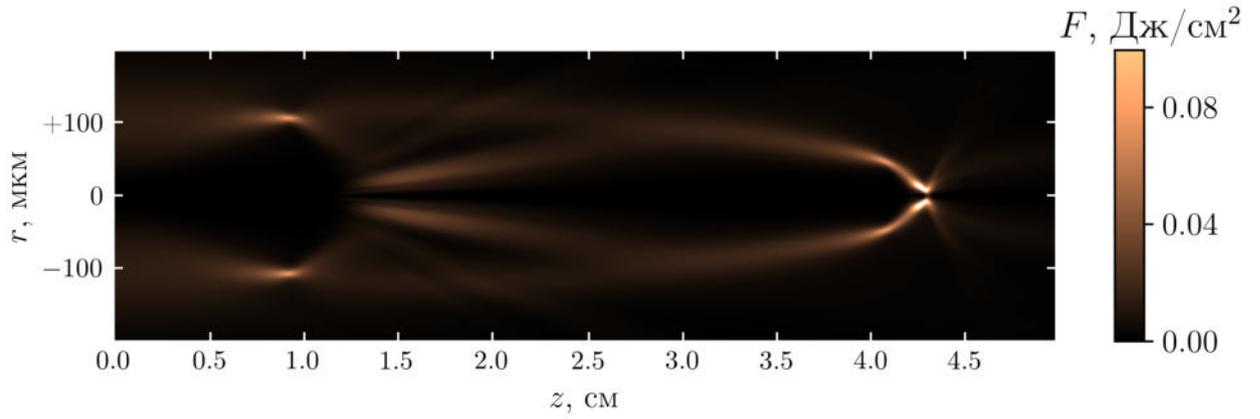


Рис. 3.9 Распределение поверхностной плотности энергии (флюенс) в зависимости от расстояния z , пройденного излучением в плавленом кварце при филаментации оптического вихря с параметрами из Табл. 3.2.

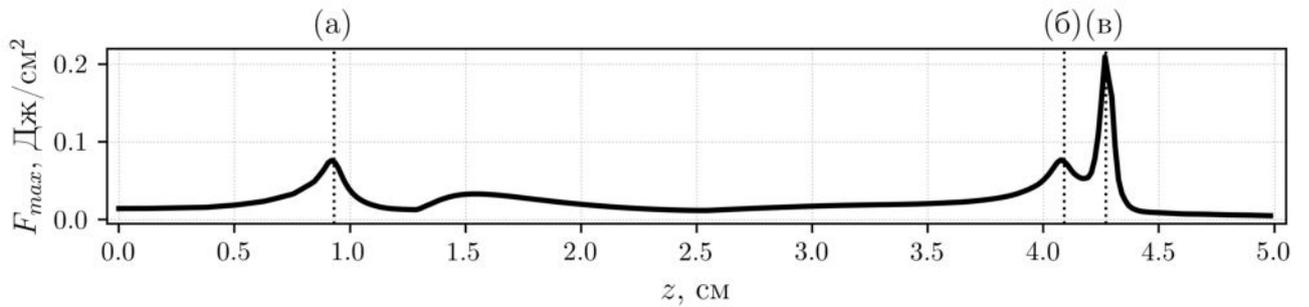


Рис. 3.10 Максимальная поверхностная плотность энергии в зависимости от координаты z вдоль направления распространения излучения $F_{max}(z)$ при филаментации оптического вихря с параметрами из Табл. 3.2. Вертикальными линиями обозначены расстояния $z = 0.9$ см (а), 4.1 см (б) и 4.3 см (в), соответствующие положению нелинейных фокусов.

фокусу кольцевая структура распределения $F(r, z)$ плавно уменьшается в ширине и остается приблизительно одинаковой по радиусу (Рис. 3.9). В самом фокусе на расстоянии $z = 0.9$ см F_{max} достигает 80 мДж/см^2 , т.е. увеличивается более, чем в 5 раз.

Далее излучение разделяется на две кольцевые моды, о которых говорилось ранее в контексте эволюции распределения интенсивности $I(r, t)$. Первая мода фокусируется по направлению к оптической оси, но не доходя до нее, после короткой перетяжки, формирует расходящийся поток излучения из-за сопротивления фазовой сингулярности, в связи с чем на расстояниях $1.3 \div 2.0$ см видно образование интерференционных полос. Наиболее широкая из полос формирует расходящийся конус, тянущийся приблизительно с 1.3 до 3.0 см и достигающий в поперечнике масштаба, чуть меньшего r_0 . Вторая часть излучения фокусируется гораздо слабее. В окрестности $z = 3.0$ см излучения двух этих мод перекрываются в пространстве и к $z = 4.1$ см формируют второй нелинейный фокус. Пиковая поверхностная плотность энергии излучения в этом фокусе достигает значений около 85 мДж/см^2 , что приблизительно соответствует значению в первом фокусе.

Начиная с $z = 4.1$ см фокусировка становится более острой, при этом F_{max} проседает до значений чуть менее 70 мДж/см^2 , после чего на расстоянии $z = 4.3$ см формируется третий

нелинейный фокус с максимальной поверхностной плотностью 0.21 Дж/см^2 , что в ~ 3 раза больше пиковых значений в предыдущих фокусах.

После резкой фокусировки и короткой кольцевой перетяжки формируется пучок излучения с большой расходимостью. К расстоянию $z = 4.5 \text{ см}$ F_{max} принимает значения, чуть меньшие тех, что были на входе в нелинейную среду.

3.3 Спектральная трансформация энергии излучения

Филаментация фемтосекундных лазерных импульсов приводит к спектральной трансформации энергии излучения. Исследуем особенности указанного процесса для рассматриваемого самовоздействия оптического вихря в плавленом кварце с параметрами, представленными в Табл. 3.2.

Для удобства анализа и проведения количественных оценок частотную ось можно условно разделить по отношению к спектру начального импульса с центром на длине волны $\lambda_0 = 1800 \text{ нм}$ на три части:

- анти-Стоксова: $\omega > \omega_0 + 3\Delta\omega$, $\lambda < 1600 \text{ нм}$;
- центральная: $\omega_0 - 3\Delta\omega \leq \omega \leq \omega_0 + 3\Delta\omega$, $1600 \text{ нм} \leq \lambda \leq 2057 \text{ нм}$;
- Стоксова: $\omega < \omega_0 - 3\Delta\omega$, $\lambda > 2057 \text{ нм}$;

где $\Delta\omega$ – полуширина спектра излучения на входе в среду по уровню e^{-1} . В терминах длины волны указанная полуширина равна $\Delta\lambda = 75 \text{ нм}$. Заметим, что поскольку делается одинаковый отступ влево и вправо от центра спектра по частоте, соответствующие расстояния в терминах длины волны будут разные. При эквидистантном шаге по частоте увеличение значения частоты приводит к уменьшению шага в длинах волн, т.к. $d\omega = (-2\pi c/\lambda^2)d\lambda$, поэтому левая часть центральной области в единицах длины волны будет меньше правой.

На Рис. 3.11а изображен частотно-угловой спектр импульса $S(\theta, \lambda)$ в логарифмическом масштабе на входе в среду. Угловой спектр на любой длине волны имеет двугорбую структуру с нулем в центре, что означает отсутствие излучения под нулевым углом, т.е. по направлению оси z . Максимальная угловая ширина излучения составляет $\sim 0.01 \text{ рад}$. Частотный спектр $S(\lambda, z)$ имеет ширину $\sim 0.3 \text{ мкм}$ с центром на длине волны $\lambda_0 = 1.8 \text{ мкм}$ (Рис. 3.11а, Рис. 3.12 при $z = 0 \text{ см}$). Полная энергия импульса составляет $E_0 = 12.3 \text{ мкДж}$. Видно, что перед началом распространения все излучение находится в центральной спектральной области.

Самовоздействие в начале распространения излучения приводит к трансформации частотно-углового спектра по обеим координатам. Самофокусировка в кольце ведет к появлению пространственных гармоник, распространяющихся под большим углом к оптической оси, а самокомпрессия в условиях аномальной ДГС приводит к сильному самоукручению профиля импульса, что вызывает уширение частотного спектра импульса как в стоксову, так и в антистоксову области (Рис. 3.12). Уширение спектра вдоль угловой координаты приводит к формированию горизонтальных полос, которые появляются при распределении фазы

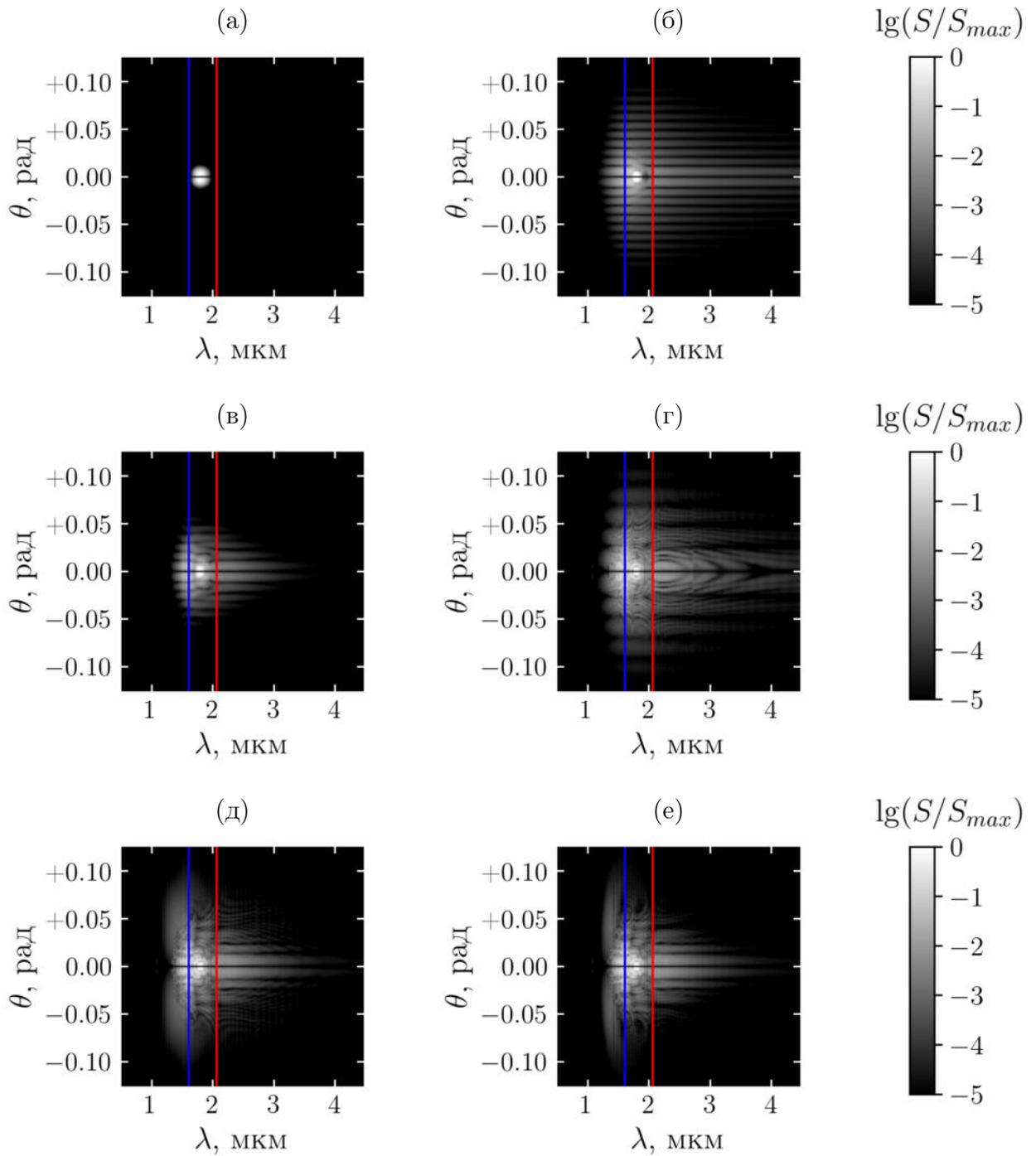


Рис. 3.11 Частотно-угловые спектры в логарифмическом масштабе $\lg[S(\theta, \lambda)/S_{max}]$ на входе в среду (а), а также на расстояниях $z = 0.9$ см (б), 1.4 см (в), 4.1 см (г), 4.3 см (д) и 4.4 см (е), при самовоздействии оптического вихря с параметрами, представленными в Табл. 3.2. Коротковолновая и длинноволновая граница центральной спектральной области обозначены синей и красной вертикальными прямыми соответственно.

пучка в виде вложенных вихрей, что будет подробно рассмотрено в Главе 5. В центральной спектральной области остается около 45% излучения, большая часть энергии уходит в стоксову область ($\sim 50\%$), и небольшая часть – в антистоксову ($\sim 5\%$) (Рис. 3.13).

Формирование высокоинтенсивного волнового пакета сопряжено с потерями энергии вследствие нелинейного поглощения, что было продемонстрировано ранее в (2.4.2). При формировании первого фокуса полная энергия импульса уменьшается примерно на 10% и составляет 11.1 мкДж. Если посчитать энергию кольцевой световой пули в пределах области, ограниченной уровнем интенсивности $I_{max}e^{-2} = 1.8 \times 10^{12}$ Вт/см², то получим 3.0 мкДж, что составляет 27.2% от полной энергии излучения. В дальнейшем для оценки энергии КСП будем использовать тот же пороговый уровень интенсивности.

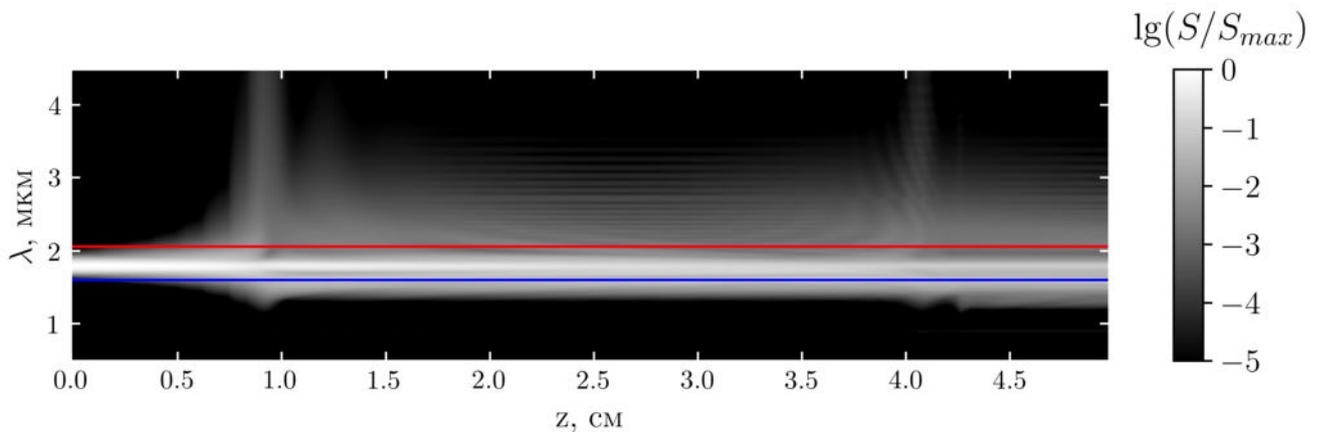


Рис. 3.12 Частотный спектр в логарифмическом масштабе в зависимости от расстояния вдоль направления распространения излучения $\lg[S(\lambda)/S_{max}](z)$ при самовоздействии оптического вихря с параметрами, представленными в Табл. 3.2. Коротковолновая и длинноволновая граница центральной спектральной области обозначены синей и красной горизонтальными прямыми соответственно.

Процесс дефокусировки излучения и сужения кольцевой моды вихря характеризуется тем, что доли энергии во всех трех спектральных областях остаются приблизительно такими же, какими были в первом нелинейном фокусе, однако замечен тренд на уменьшение излучения в центральной, увеличение – в Стоксовой, и приблизительно плато в анти-Стоксовой областях (Рис. 3.13).

Второй нелинейный фокус формируется на расстоянии $z = 4.1$ см. Значительная часть оптической энергии находится в Стоксовой спектральной области (около 80%), сильно меньше – в центральной (12%) и анти-Стоксовой (8%). Энергия КСП равна 1.5 мкДж, что составляет 17.3% от полной энергии импульса 8.7 мкДж.

В третьем нелинейном фокусе на расстоянии $z = 4.3$ см (Рис. 3.11д) полосатая структура частотно-углового спектра нарушается всюду, кроме стоксовой области. Доли энергии в каждой из рассматриваемых спектральных областей выходят на плато и приблизительно равны показателям во втором фокусе. Энергия пули равна 0.8 мкДж, что составляет 10.4% от полной энергии импульса 7.7 мкДж.

Дальнейшее распространение излучения (Рис. 3.11е) сопряжено с уменьшением длины плато в антистоксовой области вдоль частотной координаты, а также уменьшением угловой

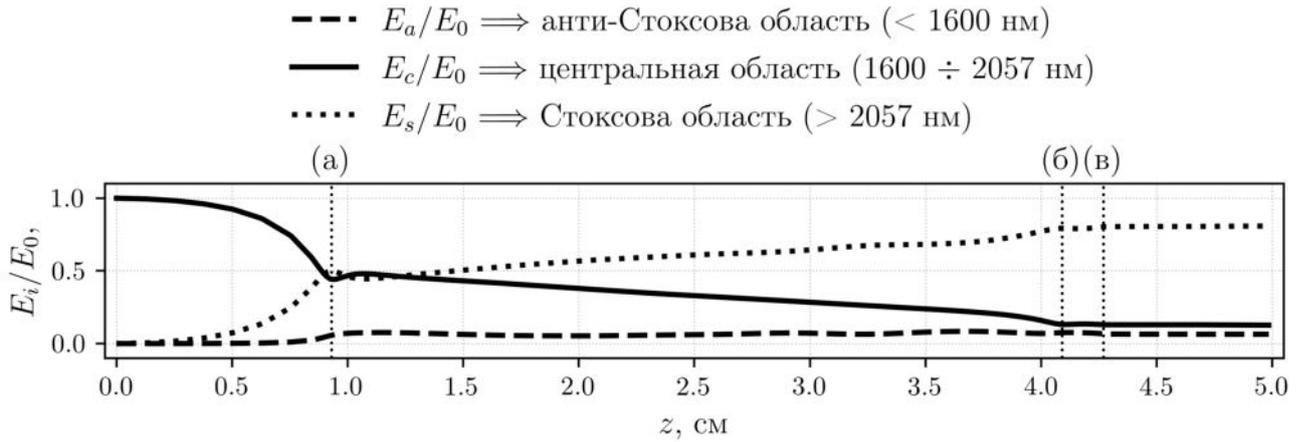


Рис. 3.13 Трансформация энергии из центральной спектральной области ($1600 \div 2057$ нм) в Стоксову (> 2057 нм) и анти-Стоксову (< 1600 нм) в зависимости от расстояния вдоль направления распространения излучения z . Расстояния $z = 0.9$ см (а), 4.1 см (б) и 4.3 см (в) соответствуют нелинейным фокусам.

расходимости спектра в центральной и стоксовой областях. Показатели трансформации оптической энергии в различные спектральные области находятся на прежнем уровне. После прохождения 5 см в связи с нелинейными поглощениями при самовоздействии полная энергия импульса уменьшается на 41% и достигает 7.3 мкДж.

3.4 Выводы по главе

Исследовано формирование кольцевых световых пуль при филаментации оптического вихря с топологическим зарядом $m = 1$ в плавленом кварце на длине волны $\lambda_0 = 1.8$ мкм, что соответствует аномальной ДГС.

Получено, что при относительно небольшом превышении мощности над критической $P_0/P_V^{(1)} = 4 \div 5$ формируется последовательность кольцевых световых пуль, каждая из которых имеет длительность около одной осцилляции поля и ширину в несколько микрометров. Радиус КСП уменьшается по мере распространения вихря и может достигать до 10 микрометров. Энергия каждой следующей пули меньше предыдущей и составляет от 30% до 10% полной энергии импульса на этом расстоянии.

Нелинейно-оптические трансформации при филаментации оптического вихря приводят к формированию многофокусной структуры излучения с поверхностной плотностью энергии в несколько сотен мДж/см². Пиковые значения интенсивности и флюенса достигаются при сужении кольцевой моды в последнем нелинейном фокусе.

Формирование КСП сопровождается спектральным уширением как по углу, так и по частоте. Частотное уширение происходит, в основном, в длинноволновую область, куда переходит до 80% оптической энергии.

Глава 4

Особенности филаментации кольцевых пучков с фазовой дислокацией

В главе анализируется влияние различных факторов на филаментацию кольцевых пучков с фазовой дислокацией. Рассматривается роль дисперсии групповой скорости при самофокусировке оптических вихрей, исследуется самовоздействие при различных топологических зарядах, мощностях и средах распространения. Проводится сравнение филаментации оптических вихрей с гауссовыми пучками.

4.1 Влияние дисперсии групповой скорости на самовоздействие оптических вихрей

В Главе 3 проанализирован процесс формирования многофокусной структуры из последовательности кольцевых световых пульс при филаментации фемтосекундного оптического вихря в условиях аномальной ДГС в плавленом кварце. Рассмотрим более подробно особенности формирования первого нелинейного фокуса в других средах (на примере аналогичного вихря в кристалле LiF), а также влияние ДГС на самовоздействие.

Выберем три вихря на длинах волн $\lambda_0 = 1235$ нм, 1557 нм и 1800 нм, которые соответствуют нулевой ($k_2 \simeq 0$ фс²/мм), слабо-аномальной ($k_2 \simeq -19$ фс²/мм) и сильно-аномальной ($k_2 \simeq -39$ фс²/мм) ДГС (Табл. 4.1). Для определенности возьмем топологический заряд $m = 1$, степень полинома $M = 1$ и превышение мощности над критической $P_0/P_V^{(m)} = 5$ (аналогично Главе 3). Выберем длительность импульса, равную $t_0 = 40$ фс (что соответствует 67 фс в терминах FWHM), и зададим такие пространственные размеры вихрей r_0 , чтобы соответствующие дифракционные длины для каждого случая были равны $z_{\text{diff}} = 4$ см. Для вихря с сильно-аномальной ДГС при выбранных параметрах величины дисперсионной длины и дифракционной длины совпадают $z_{\text{diff}} = z_{\text{disp}}$. Нелинейная длина для рассматриваемых сингулярных пучков равна $z_{\text{fil}} = 1.6$ см, что в 2.5 раза меньше дифракционной. Заметим,

Параметр	Размерность	Значение		
		$\lambda_0 = 1235$ нм	$\lambda_0 = 1557$ нм	$\lambda_0 = 1800$ нм
m	-	1	1	1
M	-	1	1	1
r_0	мкм	75	85	92
t_0 (HWe ⁻¹ M)	фс	40	40	40
t_0 (FWHM)	фс	67	67	67
z_{diff}	см	4.0	4.0	4.0
z_{disp}	см	∞	8.2	4.0
z_{fil}	см	1.6	1.6	1.6
k_2	фс ² /мм	0.0	-19.56	-39.15
$P_0/P_V^{(m)}$	-	5	5	5
P_0	ГВт	0.33	0.53	0.70
$I_V^{(m)}{}_{\text{max } 0}$	ТВТ/см ²	0.69	0.86	0.98
E_0	мкДж	23.4	37.3	50.0

Табл. 4.1 Параметры излучения при филаментации в LiF рассматриваемых оптических вихрей с нулевой ($\lambda_0 = 1235$ нм), слабо- и сильно-аномальной ($\lambda_0 = 1557$ нм и 1800 нм соответственно) ДГС.

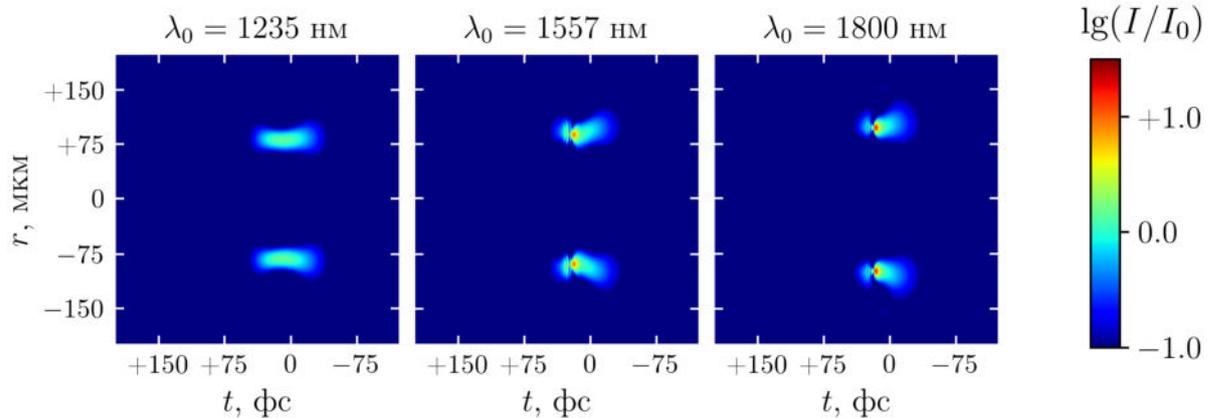


Рис. 4.1 Пространственно-временные распределения интенсивности в логарифмическом масштабе $\lg[I(r, t)/I_0]$ при самовоздействии оптических вихрей с параметрами, представленными в Табл. 4.1, на длинах волн $\lambda_0 = 1235$ нм (слева), $\lambda_0 = 1557$ нм (в центре) и $\lambda_0 = 1800$ нм (справа) на расстояниях, соответствующих первому нелинейному фокусу: 0.81 см, 0.94 см и 1.1 см соответственно.

что абсолютные значения пиковой мощности различны, а длительности импульсов одинаковы, поэтому величины энергии оптических вихрей также отличаются.

Распространение каждого из рассматриваемых вихрей сопровождается одновременным воздействием керровской самофокусировки, которая приводит к уменьшению ширины кольца, и дисперсии импульса, которая влияет по-разному. В случае $\lambda_0 = 1800$ нм

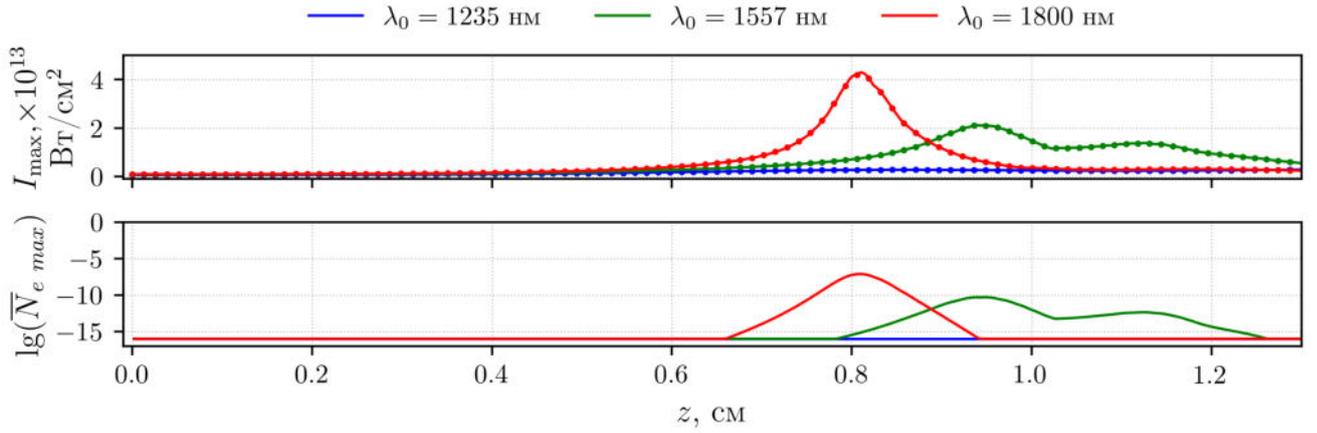


Рис. 4.2 Зависимость пиковой интенсивности I_{max} и логарифма нормированной пиковой концентрации плазмы $\bar{N}_{e\ max} = N_{e\ max}/N_0$ оптических вихрей с параметрами, представленными в Табл. 4.1, от расстояния вдоль направления распространения излучения z при самовоздействии в LiF на длинах волн $\lambda_0 = 1235$ нм, $\lambda_0 = 1557$ нм и $\lambda_0 = 1800$ нм. Сплошными линиями представлены результаты расчетов для полной модели (2.65), точками – для полной модели без плазмы.

аномальная ДГС приводит к дополнительному сжатию импульса по времени и формированию кольцевой световой пули аналогично случаю, рассмотренному в Главе 3 (Рис. 4.1в). Плазменная нелинейность и лавинная ионизация ведут к укрупнению заднего фронта импульса, максимальная концентрация плазмы составляет $\sim 10^{-7}N_0$, где N_0 – начальная концентрация нейтральных атомов среды (Табл. 2.4), и на расстоянии $z = 0.81$ см пиковая интенсивность излучения достигает максимума, равного 4.3×10^{13} Вт/см^2 (Рис. 4.2). При этом, как и в плавленом кварце, характерная ширина кольца составляет 8 мкм (Рис. 4.3). Для импульсов на длине волны $\lambda_0 = 1557$ нм слабо-аномальная ДГС ведет к меньшему самосжатию импульса (дисперсионная длина при $\lambda_0 = 1557$ нм в 2 раза больше, чем при $\lambda_0 = 1800$ нм), поэтому пиковая интенсивность в нелинейном фокусе на расстоянии ~ 0.94 см достигает значений, меньших приблизительно в 2 раза – 2.1×10^{13} Вт/см^2 . Ширина кольца в фокусе увеличивается и становится равной $\simeq 10$ мкм (Рис. 4.3). Заметим, что из-за различного масштаба r_0 диаметр сфокусированного кольца сужается с уменьшением длины волны. Нулевая ДГС не приводит к ярко выраженному фокусу, как в предыдущих рассмотренных случаях. Наблюдается незначительное повышение интенсивности до $\simeq 2.8 \times 10^{12}$ Вт/см^2 , и формируется кольцо шириной около 21 мкм, что значительно больше, чем ширина кольца в первом нелинейном фокусе импульсов в области аномальной ДГС, после чего энергия излучения начинает активно перетекать по направлению к оптической оси.

Для анализа влияния ДГС на характер распространения вихрей вблизи первого нелинейного фокуса сравним самовоздействие вихрей в рамках полной модели (2.65) с самофокусировкой стационарного оптического вихря вида (3.2), распространение которого не зависит от временной координаты и описывается уравнением (3.1). На Рис. 4.4 изображены зависимости пиковой интенсивности от расстояния в кристалле для вихрей с сильно-аномальной (красные кривые) и нулевой (синие кривые) ДГС. Точечные кривые соответствуют стационарным вихрям, а сплошные – фемтосекундным. Пространственные

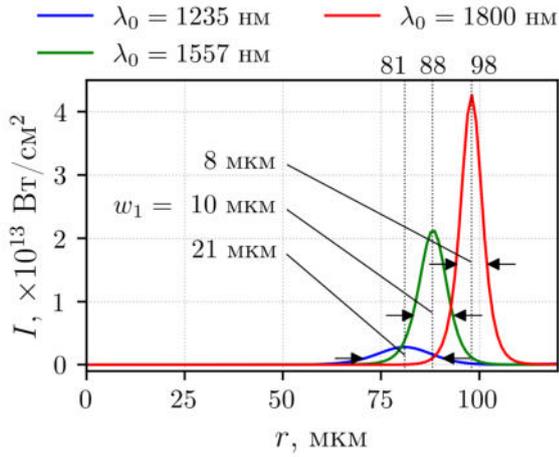


Рис. 4.3 Зависимость интенсивности излучения от радиальной координаты $I(r)$ при самовоздействии оптических вихрей с параметрами, представленными в Табл. 4.1, на расстояниях, соответствующих первому нелинейному фокусу.

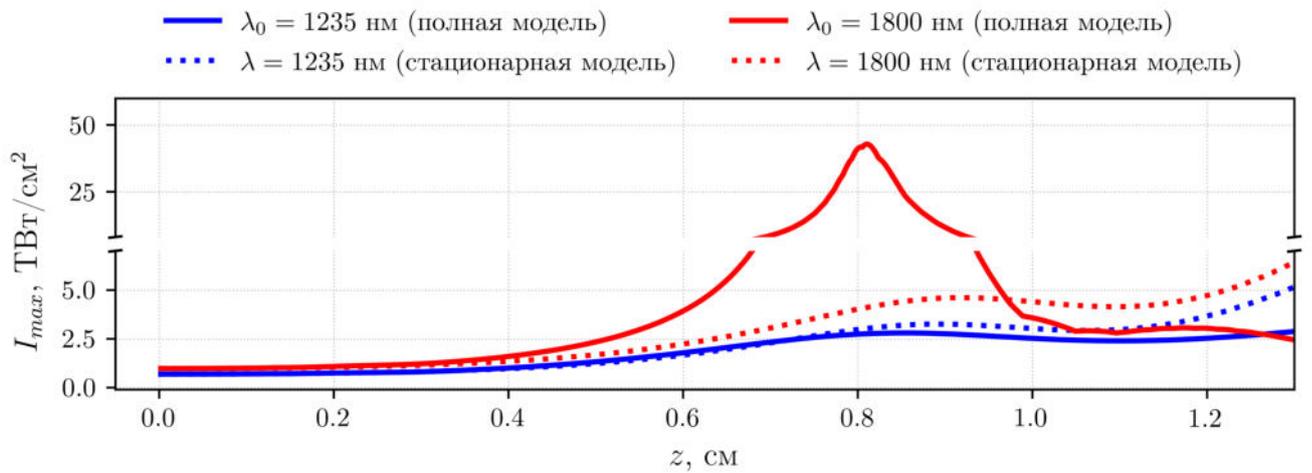


Рис. 4.4 Зависимость пиковой интенсивности I_{max} оптических вихрей с параметрами, представленными в Табл. 4.1, от расстояния вдоль направления распространения излучения z при самовоздействии в LiF на длинах волн $\lambda_0 = 1235$ нм (синие кривые) и $\lambda_0 = 1800$ нм (красные кривые), полученные в рамках полной (сплошные кривые) и стационарной (точечные кривые) моделей.

параметры стационарного вихря взяты из Табл. 4.1. Небольшие локальные максимумы на точечных кривых в районе $z \simeq 0.9$ см соответствуют месту выделения периферической моды в процессе самофокусировки (см. (3.2)). Видно, что у красных кривых величины интенсивности в районе первого фокуса отличаются более, чем в 10 раз, т.к. самокомпрессия импульса при аномальной ДГС резко изменяет характер нелинейно-оптических трансформаций излучения. По этой же причине первый нелинейный фокус раньше всего достигается в полной модели с сильно-аномальной ДГС. Подчеркнем, что именно одновременное самосжатие в пространстве и во времени даёт такой прирост максимальной интенсивности, что не наблюдается при нулевой дисперсии, когда самокомпрессии нет, и указанная разница в значениях интенсивности не превышает 10%. Таким образом, ДГС играет существенную роль при формировании первого нелинейного фокуса.

Во всех рассмотренных случаях (Рис. 4.2) в первом нелинейном фокусе в конечном счете рост интенсивности останавливается, и затем наступает ее спад. При филаментации гауссова пучка рост пиковой интенсивности ограничивается плазменной дефокусировкой. Проверим

роль плазменной дефокусировки в случае вихревых пучков и для этого рассмотрим модель распространения пучка (2.65) без учета плазменной нелинейности (нелинейная добавка к показателю преломления определяется только керровской нелинейностью). На Рис. 4.2 точками показаны зависимости пиковой интенсивности от трассы для модели без плазмы. Видно, что даже в случае сильно-аномальной ДГС, когда пиковая концентрация плазмы на несколько порядков выше остальных, форма кривой интенсивности в точности соответствует исходной кривой для полной модели. Таким образом, ограничение роста интенсивности в первом нелинейном фокусе не связано с плазменной дефокусировкой.

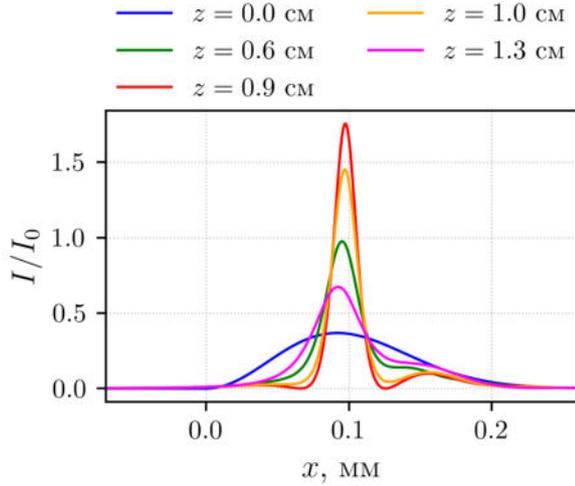


Рис. 4.5 Профили интенсивности щелевого пучка, являющегося радиальным сечением кольцевого стационарного вихря на входе в среду, на разных расстояниях z вдоль направления распространения при самофокусировке в LiF.

Отсутствие влияния плазмы в связи с ее малой концентрацией на ограничение роста интенсивности в первом фокусе позволяет сделать вывод об определяющем вкладе дифракционной расходимости излучения. Заметим, что в момент формирования первого фокуса отношение ширины кольцевого пучка к его радиусу существенно меньше, чем на входе в среду. Радиальный фрагмент трехмерного кольцевого пучка напоминает т.н. «щелевой пучок», у которого распределение амплитуды поля зависит только от одной пространственной координаты в плоскости, перпендикулярной направлению распространения. Отметим, что у щелевого пучка при самофокусировке отсутствует коллапс, т.к. дифракционная расходимость в конечном итоге становится сильнее нелинейной самофокусировки независимо от мощности. Стационарная самофокусировка такого щелевого пучка описывается уравнением:

$$2ik_0 \frac{\partial A(x, z)}{\partial z} = \frac{\partial^2 A(x, z)}{\partial x^2} + \frac{2k_0^2}{n_0} n_2 I(x, z) A(x, z). \quad (4.1)$$

Пусть начальное распределение амплитуды поля совпадает с профилем радиального сечения кольцевого пучка (3.2) при $t = 0$ и $\varphi = 0$ (синяя кривая на Рис. 4.5). При этом погонная мощность щелевого пучка равна мощности кольцевого, приходящейся на единицу длины дуги окружности. В обеих моделях (3.2) и (4.1) расчеты производились при одинаковом безразмерном параметре керровской нелинейности $R_{kerr} = k_0 n_2 I_0 z_{diff} / n_0 = 74.0$.

Исследуем процесс самофокусировки рассматриваемого щелевого пучка на примере длины волны $\lambda = 1800$ нм. Поскольку начальное распределение поля является асимметричным, пространственные распределения интенсивности слева и справа от максимума в процессе

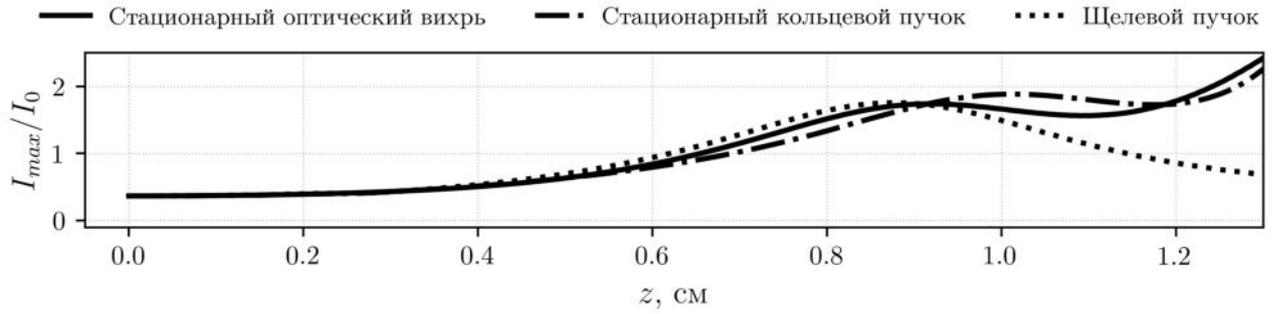


Рис. 4.6 Зависимость нормированной пиковой интенсивности от расстояния вдоль направления распространения излучения при стационарном самовоздействии оптического вихря в кристалле LiF на длине волны 1800 нм (сплошная кривая). Первый нелинейный фокус наблюдается в окрестности $z = 0.9$ см. Точечной кривой показана пиковая интенсивность щелевого пучка, начальным условием для которого является радиальное сечение указанного оптического вихря при $z = 0$ см. Штрих-пунктирной кривой показана пиковая интенсивность для стационарного кольцевого пучка без фазовой сингулярности.

самовоздействия ведут себя по-разному – так, на расстоянии $z = 0.6$ см правая часть представляет собой плато на уровне $\sim 0.2I_0$ (Рис. 4.5). Далее центральная область пучка становится тоньше, ее амплитуда растет. После достижения максимального значения интенсивности в $1.8I_0$, наблюдается ее спад. На расстоянии $z = 1.3$ см вновь возникает явная асимметрия и наличие плато на уровне $\sim 0.2I_0$. Распределение похоже на то, что было на расстоянии $z = 0.6$ см, но с меньшей пиковой интенсивностью.

На Рис. 4.6 приведено сравнение кривых изменения пиковой интенсивности с расстоянием для модели стационарного вихря (сплошная кривая), стационарного кольцевого пучка без фазовой сингулярности (штрих-пунктирная кривая) и щелевого пучка (штриховая кривая). Абсолютное значение мощности кольцевого пучка взято равным таковому для оптического вихря (Табл. 4.1). Видно, что кривые, соответствующие трехмерным стационарным вихрям и щелевому пучку, близки, и, следовательно, самовоздействие в рассмотренных пучках при выбранном одинаковом параметре керровской нелинейности не зависит от фазовой сингулярности. Аналогичный характер зависимостей имеет место и для других рассмотренных длин волн 1235 и 1557 нм. Таким образом, определяющую роль в остановке роста интенсивности в первом нелинейном фокусе при самовоздействии рассмотренных фемтосекундных оптических вихрей играет дифракция излучения.

4.2 Роль параметров излучения при филаментации в различных диэлектриках

Задача фемтосекундной филаментации в твердотельных диэлектриках является многопараметрической. Представляет интерес изучение влияния различных параметров излучения на характер нелинейно-оптических трансформаций. В начале раздела рассмотрим роль отношения дифракционной к дисперсионной длине $z_{\text{rel}} = z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}}$ при самовоздействии вихревых пучков в условиях аномальной ДГС. Получив значение z_{rel} , при котором

формируются наиболее интенсивные световые пули, используем его для анализа влияния нелинейной среды на характер филаментации вихрей на примере кристаллов SiO_2 , LiF и CaF_2 . Затем проварьируем превышение мощности излучения над критической $P_0/P_V^{(m)}$ и исследуем особенности филаментации для выбранных твердотельных диэлектриков. Заметим, что в ходе описанного анализа будет проводиться сравнение оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1, 2$, что позволит описать в том числе влияние величины фазовой дислокации на самовоздействие.

Рассмотрим филаментацию оптических вихрей в плавленном кварце с топологическими зарядами $m = 1, 2$ на центральной длине волны $\lambda_0 = 1.8$ мкм, что соответствует аномальной ДГС с коэффициентом $k_2 \simeq -63$ фс²/мм, при фиксированном превышении мощности над критической $P_V^{(m)}/P_0 = 5$ (Табл. 4.2). Следуя Главе 3, выберем такой характерный пространственный размер $r_0 = 100$ мкм, чтобы дифракционная длина составляла $z_{\text{diff}} = 5$ см. При этом нелинейная длина для вихря с $m = 1$ составляет $z_{\text{fil}} = 0.9$ см, а для вихря с $m = 2 - z_{\text{fil}} = 1.0$ см (Табл. 3.1). Будем рассматривать три случая отношения дифракционной и дисперсионной длин $z_{\text{rel}} = 0.5, 1.0$ и 2.0 , для которых дисперсионные длины составляют $z_{\text{disp}} = 10.0, 5.0$ и 2.5 см. Характерные длительности импульсов для указанных случаев в терминах HWe^{-1}M равны соответственно 80, 56 и 40 фс.

На Рис. 4.7 для рассматриваемых оптических вихрей в зависимости от расстояния z изображены максимальная интенсивность I_{max} , логарифм нормированной пиковой концентрации плазмы $\lg \bar{N}_{e \text{ max}} = \lg(N_{e \text{ max}}/N_0)$ и линейная концентрация плазмы ρ_{lin} , представляющая собой интеграл по поперечному сечению от концентрации носителей заряда N_e :

$$\rho_{\text{lin}}(z) = \int_0^{+\infty} N_e(r, z) 2\pi r dr. \quad (4.2)$$

Цветным кривым соответствуют пучки с различными z_{rel} , а черным – зависимости пиковой интенсивности в единицах I_0 при стационарной самофокусировке вихрей согласно (3.1).

Расстояния, соответствующие первому нелинейному фокусу фемтосекундных вихрей ($\sim 0.8 \div 1.2$ см для $m = 1$ и $\sim 0.6 \div 0.8$ см для $m = 2$), приблизительно соответствуют моменту выделения периферической моды при самофокусировке стационарного вихря, когда происходит сначала остановка роста пиковой интенсивности на уровне $\sim 2I_0$ для $m = 1$ и $\sim 3I_0$ для $m = 2$, а затем ее небольшой спад. Видно, что чем меньше дисперсионная длина z_{disp} при самовоздействии, тем сильнее аномальная ДГС способствует самокомпрессии импульса и тем раньше формируется нелинейный фокус. Для обоих топологических зарядов раньше фокусируется вихрь с $z_{\text{rel}} = 2.0$, а позже – с $z_{\text{rel}} = 0.5$, при этом для каждого m дифракционная z_{diff} и нелинейная z_{fil} длины фиксированы (Табл. 4.2).

На Рис. 4.8 приведена зависимость пикового значения интенсивности вихрей в первом нелинейном фокусе при филаментации в SiO_2 (с параметрами из Табл. 4.2), LiF и CaF_2 . Видно, что как в случае плавленного кварца, так и для двух других кристаллов, пиковое значение интенсивности максимально при $z_{\text{rel}} = 1.0$. Если дифракционная и дисперсионная длины не равны, то положение первого фокуса смещается вдоль координаты z , а его

Параметр	Размерность	$z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}}$					
		0.5		1.0		2.0	
m	-	1	2	1	2	1	2
M	-	1	2	1	2	1	2
r_0	мкм	100	100	100	100	100	100
t_0 (HWe ⁻¹ M)	фс	80	80	56	56	40	40
t_0 (FWHM)	фс	133	133	93	93	67	67
z_{diff}	см	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
z_{disp}	см	10.0	10.0	5.0	5.0	2.5	2.5
z_{fil}	см	2.0	1.9	2.0	1.9	2.0	1.9
λ_0	мкм	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
k_2	фс ² /мм	-62.98	-62.98	-62.98	-62.98	-62.98	-62.98
$P_0/P_V^{(m)}$	-	5	5	5	5	5	5
P_0	ГВт	0.19	0.38	0.19	0.38	0.19	0.38
$I_V^{(m)} \text{ max } 0$	ТВт/см ²	0.23	0.33	0.23	0.33	0.23	0.33
E_0	мкДж	27.3	54.6	19.1	38.2	13.7	27.4

Табл. 4.2 Параметры излучения при филаментации в плавленом кварце оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1, 2$ на центральной длине волны $\lambda_0 = 1.8$ мкм с одинаковым превышением мощности на критической $P_0/P_V^{(m)} = 5$ и различным соотношением между дифракционной и дисперсионной длинами $z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}} = 0.5, 1.0$ и 2.0 .

интенсивность уменьшается. Описанная особенность объясняется тем, что одновременная самофокусировка пучка в пространстве и самокомпрессия импульса во времени приводят к уменьшению характерных размеров фемтосекундного вихря по каждой из координат, и равенство параметров, описывающих линейное распространение пучка (дифракционная длина) и импульса (дисперсионная длина), при наличии нелинейности обеспечивает наиболее эффективное сфазирование пространственных и временных гармоник, которое в нелинейной среде приводит к лавинообразному росту интенсивности. Указанный критерий эффективности генерации световых пульс согласуется с результатами, полученными для гауссовых пучков [6; 113]. Заметим, что отличия пиковой интенсивности в первом фокусе при различных z_{rel} не являются сильными: для SiO₂ интенсивность при $z_{\text{rel}} = 1.0$ превышает соседние значения в среднем на 6%, для LiF – на 7%, для CaF₂ – на 4%.

Возвращаясь к рассмотрению филаментации рассматриваемых оптических вихрей в SiO₂ (Табл. 4.2), заметим, что увеличение орбитального углового момента, описываемого топологическим зарядом m , ведет к усилению вытеснения излучения из приосевой области и росту пиковой интенсивности в первом фокусе – при $z_{\text{rel}} = 1.0$ для $m = 1$ пиковая интенсивность равна 1.5×10^{13} Вт/см², для $m = 2$ – 1.9×10^{13} Вт/см². Значение пиковой концентрации плазмы для обоих вихрей не поднимается выше $10^{-5} \div 10^{-6} N_0$, линейная концентрация мала и для $m = 2$ составляет около 0.6×10^{12} см⁻¹, что, тем не менее, на

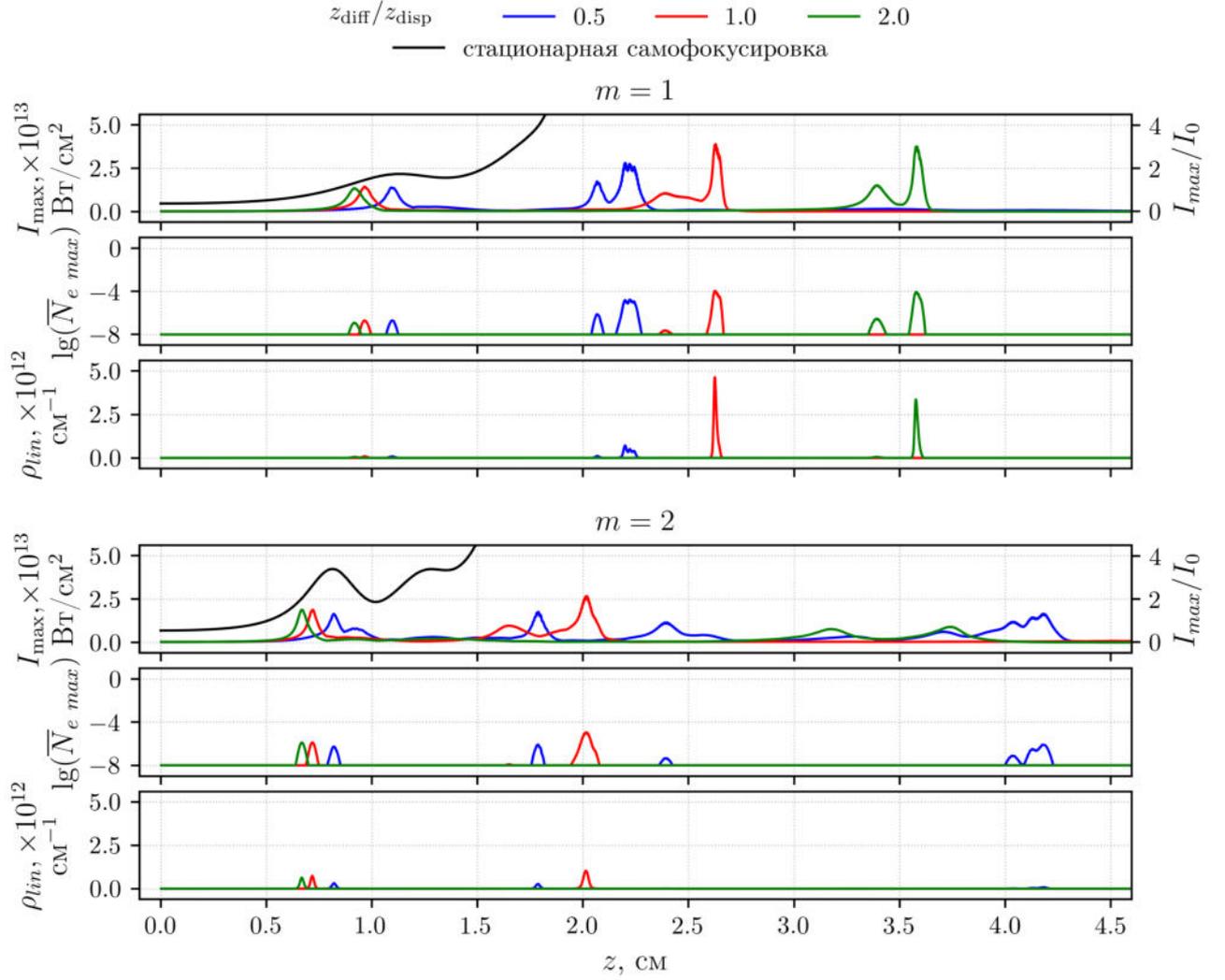


Рис. 4.7 Зависимость пиковой интенсивности I_{max} , логарифма нормированной пиковой концентрации плазмы $\lg \bar{N}_{e\ max} = \lg(N_{e\ max}/N_0)$ и линейной концентрации плазмы ρ_{lin} от расстояния вдоль направления распространения излучения z при филаментации оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ (верхняя половина) и $m = 2$ (нижняя половина) в плавленом кварце для различных соотношений между дифракционной и дисперсионной длиной $z_{diff}/z_{disp} = 0.5$ (синие кривые), 1.0 (красные кривые) и 2.0 (зеленые кривые). Черными кривыми показаны зависимости пиковой интенсивности оптических вихрей в единицах I_0 при стационарной самофокусировке.

порядок превышает значения ρ_{lin} для вихрей с $m = 1$. Описанное различие можно объяснить следующим образом. Пиковая интенсивность в первом нелинейном фокусе находится приблизительно на том же расстоянии от оптической оси, что и на входе в среду (Рис. 3.7), при этом диаметр вихря с $m = 2$ в 1.4 раза больше такового с $m = 1$ (Табл. 2.1). Получается, что при приблизительно одинаковом значении интенсивности и концентрации плазмы в кольце (Рис. 4.7, Рис. 4.8), для вычисления ρ_{lin} (4.2) интегрирование существенно ненулевых значений N_e проводится по большему радиусу в случае $m = 2$, и результирующее значение линейной концентрации плазмы оказывается выше, чем при $m = 1$.

Равенство дифракционной и дисперсионной длин приводит не только к наиболее высокой интенсивности в первом нелинейном фокусе, но и к максимальной энергии соответствующих

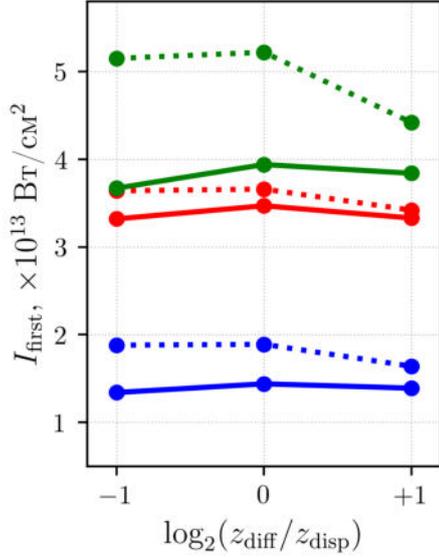


Рис. 4.8 Зависимость пиковой интенсивности в первом нелинейном фокусе при самовоздействии кольцевых пучков с фазовой дислокацией в условиях аномальной ДГС от взятого в логарифмическом масштабе отношения дифракционной длины к дисперсионной $z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}}$ для вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ (сплошные кривые) и $m = 2$ (штриховые кривые) в различных диэлектриках: SiO₂ (синие кривые), CaF₂ (красные кривые) и LiF (зеленые кривые).

кольцевых световых пучков. Если рассчитывать энергию КСП по уровню интенсивности 10^{13} Вт/см², то получается, что для вихрей с $m = 1$ при $z_{\text{rel}} = 0.5$ энергия пучка составляет 0.7 мкДж (2.6% от полной энергии импульса на этом расстоянии 25.2 мкДж), при $z_{\text{rel}} = 1.0$ – 1.0 мкДж (5.4%), при $z_{\text{rel}} = 2$ – 0.7 мкДж (5.9%), а для $m = 2$ при $z_{\text{rel}} = 0.5$ – 1.5 мкДж (2.9%), при $z_{\text{rel}} = 2.2$ мкДж (6.0%), при $z_{\text{rel}} = 2.0$ – 2.1 мкДж (8.1%).

Распространение вихрей с топологическим зарядом $m = 1$ за первым нелинейным фокусом напоминает нелинейно-оптические трансформации, описанные в (3.2) – при перемещении энергии излучения из сфокусированного кольца по направлению к оптической оси сначала появляется второй нелинейный фокус со значениями пиковой интенсивности и плазмы, сопоставимыми с таковыми в первом фокусе, а затем третий (практически сразу же за вторым), где наблюдаются глобальные максимумы по интенсивности и плазме. Максимальная интенсивность в третьем фокусе достигается при $z_{\text{rel}} = 1.0$ и составляет $\sim 4 \times 10^{13}$ Вт/см², при этом пиковая концентрация плазмы находится в окрестности $10^{-4}N_0$, а линейная концентрация примерно равна 4.6×10^{12} см⁻¹. Энергия КСП равна 0.5 мкДж (3.9% от полной энергии импульса на этом расстоянии 13.2 мкДж), что более чем в два раза превосходит соответствующую энергию для случаев $z_{\text{rel}} = 0.5, 2$. Заметим, что рост z_{rel} ведет к увеличению расстояния формирования третьего фокуса (при $z_{\text{rel}} = 0.5$ указанное расстояние составляет $2.0 \div 2.3$ см, при $z_{\text{rel}} = 1.0$ – $2.3 \div 2.7$ см, при $z_{\text{rel}} = 2$ – $3.3 \div 3.7$ см). Описанная особенность объясняется тем, что взаимное соотношение z_{diff} и z_{disp} в значительной степени определяет динамику самовоздействия. Чем меньше дифракционная длина по отношению к дисперсионной, тем быстрее происходит перетекание энергии к оптической оси пучка, а значит и образование второго и третьего нелинейного фокусов. Если же влияние дифракции мало ($z_{\text{diff}} \gg z_{\text{disp}}$), то на протяжении длительного времени после первого фокуса ведущую роль в нелинейно-оптических трансформациях играет самокомпрессия импульса в условиях аномальной ДГС.

Самовоздействие вихрей с $m = 2$ после первого нелинейного фокуса так же, как и в случае с $m = 1$, связано с плавным перемещением энергии излучения по направлению к оптической

оси и формированием последующих фокусов. При этом картина фокусировки становится более разнообразной – цветные кривые на Рис. 4.7 для различных z_{rel} при $m = 2$ меньше похожи друг на друга, чем при $m = 1$. Указанная особенность связана с бóльшим воздействием фазовой дислокации и геометрии пучка на процесс распространения излучения (в частности, это подтверждается описанным выше сравнением вихрей с $m = 1$ и $m = 2$ в стационарном случае – черные кривые на Рис. 4.7). Как и в случае с $m = 1$, наиболее высокие показатели интенсивности и плазмы наблюдаются в случае равенства дифракционной и дисперсионной длин. На расстоянии ~ 1.6 см формируется второй и при этом достаточно слабый фокус с интенсивностью $\sim 10^{13}$ Вт/см², а через 4 мм – третий, где образуется КСП с параметрами, максимальными среди всех рассматриваемых вихрей с $m = 2$. Пиковая интенсивность в пучке достигает 2.5×10^{13} Вт/см², максимальная концентрация носителей заряда составляет $\sim 10^{-5} N_0$, линейная концентрация плазмы равна 10^{12} см⁻¹. Энергия КСП находится в районе 0.6 мкДж (2.1% от полной энергии импульса на этом расстоянии 26.9 мкДж), что существенно больше энергии пучка при других z_{rel} , кроме КСП во втором фокусе для $z_{\text{rel}} = 0.5$, абсолютное значение энергии в которой совпадает с упомянутым, но относительно полной энергии импульса в 1.5 раза меньше.

Параметр	Размерность	Материал					
		SiO ₂		LiF		CaF ₂	
m	-	1	2	1	2	1	2
M	-	1	2	1	2	1	2
r_0	мкм	100	100	102	102	130	130
t_0 (HWe ⁻¹ M)	фс	56	56	44	44	73	73
t_0 (FWHM)	фс	93	93	73	73	122	122
z_{diff}	см	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
z_{disp}	см	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
z_{fil}	см	0.9	1.0	0.9	1.0	0.9	1.0
λ_0	мкм	1.8	1.8	1.8	1.8	3.0	3.0
k_2	фс ² /мм	-62.98	-62.98	-39.16	-39.16	-106.98	-106.98
$P_0/P_V^{(m)}$	-	4	4	4	4	4	4
P_0	ГВт	0.15	0.30	0.56	1.12	0.80	1.60
$I_V^{(m)}$	ТВТ/см ²	0.18	0.27	0.64	0.93	0.55	0.81
E_0	мкДж	15.3	30.6	43.9	87.8	103.7	207.4
N_0	$\times 10^{22}$ см ⁻³	2.66	2.66	6.10	6.10	2.46	2.46
U_i	эВ	9.0	9.0	13.6	13.6	10.0	10.0

Табл. 4.3 Параметры излучения при филаментации оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ и $m = 2$ в условиях аномальной ДГС в кристаллах SiO₂, LiF и CaF₂ с одинаковым превышением мощности на критической $P_0/P_V^{(m)} = 4$ и соотношением между дифракционной и дисперсионной длинами $z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}} = 1.0$.

Таким образом, рассмотренные примеры показывают, что при филаментации оптических вихрей кольцевые световые пули обладают наибольшей интенсивностью и энергией, а также оставляют за собой след с наибольшей концентрацией плазмы, тогда, когда дифракционная длина пучка равна дисперсионной длине импульса. С учетом этого обстоятельства, дальнейший анализ роли влияния различных параметров излучения на самовоздействие вихрей будем проводить при выполнении соотношения $z_{\text{rel}} = z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}} = 1.0$.

Проанализируем влияние нелинейной среды на филаментацию оптических вихрей в условиях аномальной ДГС. Для вихрей с $m = 1, 2$ рассмотрим самовоздействие в SiO_2 , LiF и CaF_2 при оптимальном соотношении между дифракционной и дисперсионной длинами $z_{\text{rel}} = z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}} = 1.0$. Заметим, что в SiO_2 и LiF длина волны $\lambda_0 = 1.8$ мкм, для которой проводились все предыдущие расчеты, соответствует аномальной ДГС ($k_2 \simeq -63$ фс²/мм и -39 фс²/мм соответственно), в то время как в CaF_2 указанная длина волны лежит в области нулевой ДГС ($k_2 \simeq -10.9$ фс²/мм), поэтому исследовать самовоздействие в CaF_2 будем на центральной длине волны $\lambda_0 = 3.0$ мкм, где $k_2 \simeq -107$ фс²/мм (Табл. 2.3). Выберем такие параметры вихрей r_0 и t_0 , чтобы выполнялось соотношение $z_{\text{rel}} = 1.0$ (Табл. 4.3). Все расчеты будем проводить для фиксированного превышения мощности над критической $P_0/P_V^{(m)} = 4$.

На Рис. 4.9 изображены кривые зависимости пиковой интенсивности I_{max} , логарифма нормированной пиковой концентрации плазмы $\lg \bar{N}_{e \text{ max}}$, а также линейной концентрации плазмы ρ_{lin} , от расстояния вдоль направления распространения z при самовоздействии в кристаллах SiO_2 (сверху), LiF (в центре) и CaF_2 (снизу). Расстояние, соответствующее первому нелинейному фокусу, одинаково для всех диэлектриков как при $m = 1$ (~ 1.2 см), так и при $m = 2$ (~ 0.8 см), что подтверждает анализ положения первого фокуса, приведенный выше в рамках рассмотрения различных соотношений дифракционной и дисперсионной длин.

В работе [6] продемонстрировано, что пиковая интенсивность пуль в гауссовом пучке определяется порядком многофотонности и растет с его увеличением, т.к. чем больше квантов энергии на центральной частоте импульса $\hbar\omega_0$ необходимо для высвобождения электрона из потенциала ионизации U_i , тем реже происходит ионизация и тем меньше образуется плазмы, а значит пиковая интенсивность повышается. Указанные рассуждения справедливы, однако в общем случае анализа различных сред и длин волн излучения необходимо учитывать выражение для скорости ионизации R_E (2.47), которое представляет собой нелинейную функцию от ω_0 и где есть зависимость от концентрации нейтралов N_0 . Так, при интенсивности 10^{13} Вт/см², близкой к типичной в КСП, скорость ионизации на длине волны $\lambda = 1.8$ мкм в SiO_2 составляет $R_E^{\text{SiO}_2, 1.8 \text{ мкм}} = 7.4 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$, в LiF – $R_E^{\text{LiF}, 1.8 \text{ мкм}} = 20 \text{ с}^{-1}$, на длине волны $\lambda = 3.0$ мкм в CaF_2 – $R_E^{\text{CaF}_2, 3.0 \text{ мкм}} = 9.1 \times 10^4 \text{ с}^{-1}$. То есть, при одинаковой интенсивности в единицу времени в LiF образуется значительно меньше плазмы, чем в SiO_2 и CaF_2 , а значит интенсивность в фокусах будет выше. В подтверждение указанного механизма на Рис. 4.9 видно, что в первом нелинейном фокусе пиковая интенсивность в LiF находится в районе 4×10^{13} Вт/см² и более, в то время как в SiO_2 она составляет около 1.5×10^{13} Вт/см², а в CaF_2 – менее 4×10^{13} Вт/см².

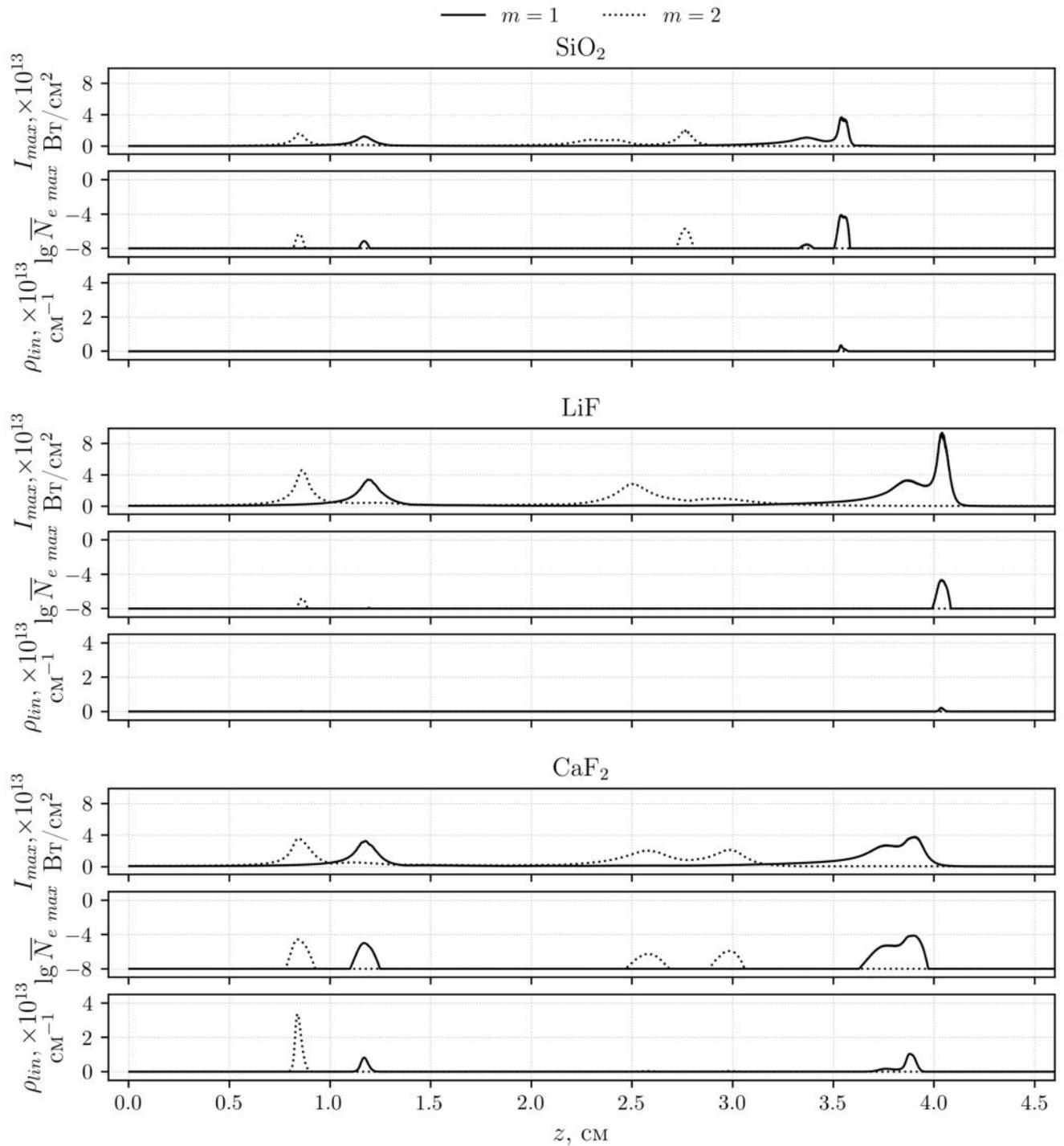


Рис. 4.9 Зависимость пиковой интенсивности I_{max} , логарифма нормированной пиковой концентрации плазмы $\lg \bar{N}_{e\ max} = \lg(N_{e\ max}/N_0)$ и линейной концентрации плазмы ρ_{lin} в оптических вихрях с топологическими зарядами $m = 1$ (сплошные кривые) и $m = 2$ (штриховые кривые) и параметрами, представленными в Табл. 4.3, от расстояния вдоль направления распространения излучения z при самовоздействии в кристаллах SiO_2 , LiF и CaF_2 .

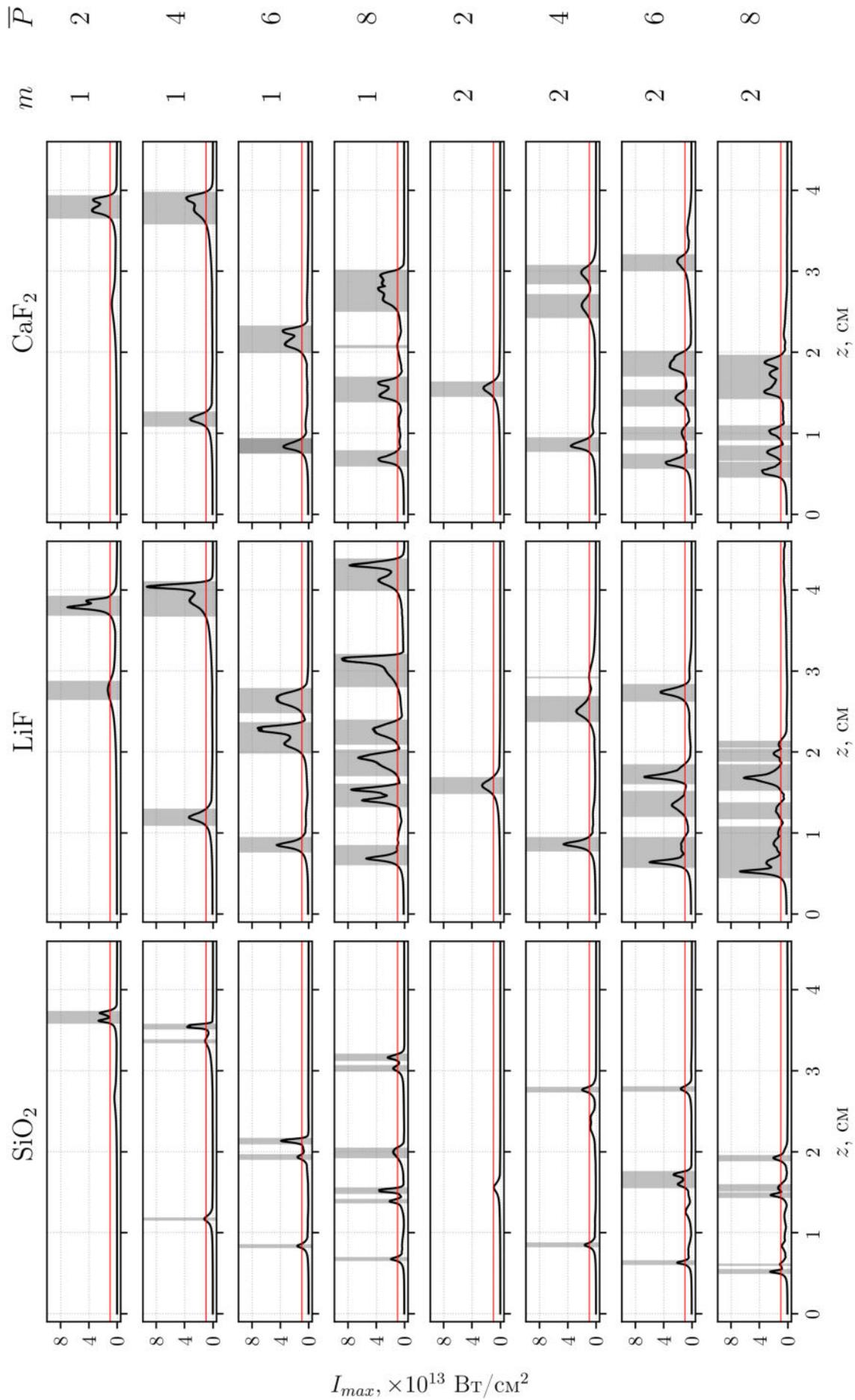


Рис. 4.10 Зависимость пиковой интенсивности от расстояния вдоль направления распространения $I_{max}(z)$ при филаментации оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ (верхняя половина) и $m = 2$ (нижняя половина) в условиях аномальной ДГС с различными превышениями пиковой мощности над критической, равными $\bar{P} = P_0/P_V^{(m)} = 2, 4, 6, 8$, в кристаллах SiO_2 , LiF и CaF_2 .

m	$P_0/P_V^{(m)}$	Число КСП		
		SiO ₂	LiF	CaF ₂
1	2	1	2	1
1	4	3	2	2
1	6	3	3	2
1	8	6	6	4
2	2	0	1	1
2	4	2	3	3
2	6	3	4	5
2	8	5	5	4

Табл. 4.4 Число кольцевых световых пульс (КСП) при самовоздействии оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1, 2$ в условиях аномальной ДГС при различных превышениях мощности над критической $P_0/P_V^{(m)} = 2, 4, 6, 8$ в следующих твердотельных диэлектриках: SiO₂, LiF и CaF₂.

При этом наибольшая концентрация плазмы наблюдается в CaF₂ и составляет $10^{-4} \div 10^{-5} N_0$, что минимум на два порядка больше, чем в остальных случаях. Описанная особенность объясняется тем, что длительность импульса для CaF₂ превышает таковые для LiF и SiO₂ (поскольку дисперсионные длины вихрей в различных средах равны, а коэффициент k_2 у CaF₂ при $\lambda_0 = 3$ мкм по модулю больше, чем у SiO₂ и LiF при $\lambda_0 = 1.8$ мкм, Табл. 4.3), и при формировании КСП величина временного промежутка с достаточно высокой интенсивностью больше, благодаря чему на высокой, но не максимальной среди рассмотренных диэлектриков, интенсивности успевают сгенерироваться большое количество плазмы. Заметим, что особенности самосжатия также определяются полной дисперсией импульса.

Остановка коллапса пучка в нелинейных фокусах с интенсивностями в районе 5×10^{13} Вт/см² происходит при достаточном увеличении плазменной добавки к показателю преломления, зависящей от концентрации свободных носителей заряда N_e , которая, в свою очередь, определяется скоростью ионизации молекул нелинейной среды R_E . При этом баланс между фокусирующей керровской (с добавкой Δn_k (2.27)) и дефокусирующей плазменной (с добавкой Δn_{pl} (2.36)) нелинейностями наступает тогда, когда вторая производная по пространству суммарного приращения показателя преломления, включающего обе составляющие, перестает быть отрицательной: $\partial^2(\Delta n_k + \Delta n_{pl})/\partial r^2 \rightarrow 0$ [271]. В случае гауссовых пучков указанный баланс раньше всего достигается на оптической оси, в то время как в вихрях это должно проявляться в максимуме интенсивности кольцевого профиля.

Таким образом, оптические вихри как с $m = 1$, так и с $m = 2$, при заданной мощности имеют схожие сценарии самовоздействия для всех рассматриваемых диэлектриков. При $m = 1$ первый и второй нелинейные фокусы являются не слишком сильными, в то время как третий имеет глобальный по трассе максимум интенсивности, концентрации плазмы и энергии световой пули. При $m = 2$ образуется $2 \div 3$ фокуса, количественные соотношения между значениями интенсивности, максимальной и линейной концентрации плазмы, а также энергии КСП, в фокусах различаются в зависимости от диэлектрика, однако в среднем наиболее интенсивной является первая КСП.

Проанализируем особенности самовоздействия вихрей с $m = 1, 2$ при различных

превышениях мощности над критической для рассматриваемых твердотельных диэлектриков. Сравним кривые пиковой интенсивности от расстояния (Рис. 4.10) для вихрей с мощностями $\bar{P} = P_0/P_V^{(m)} = 2 \div 8$ и пространственно-временными параметрами согласно Табл. 4.3. Будем считать, что в нелинейном фокусе с пиковой интенсивностью, превышающей 10^{13} Вт/см² (на Рис. 4.10 выделено красной горизонтальной линией), формируется кольцевая световая пуля. Промежутки вдоль координаты z , соответствующие превышению указанного порога, выделены серым цветом. В Табл. 4.4 для каждого вихря приведено число КСП, полученных согласно выбранному критерию. Прежде всего, отметим, что при всех рассматриваемых мощностях расстояния до первого фокуса в различных диэлектриках равны между собой: для $\bar{P} = 2$ фокус наступает на $z = 2.6$ см ($m = 1$) и $z = 1.6$ см ($m = 2$), при $\bar{P} = 4$ – на 1.2 см и 0.8 см, при $\bar{P} = 6$ – на 0.8 см и 0.6 см, при $\bar{P} = 8$ – на 0.7 см и 0.5 см. Описанная особенность согласуется с модифицированной формулой Марбургера для оптических вихрей (3.3).

Попробуем проанализировать, в каком из рассматриваемых диэлектриков появляется больше всего кольцевых световых пуль, и где их продолжительность существования максимальна. Для этого рассмотрим три превышения мощности над критической: низкое ($\bar{P} = 2$), среднее ($\bar{P} = 4, 6$) и высокое ($\bar{P} = 8$). В рамках каждого диапазона посчитаем, сколько КСП формируется при филаментации вихрей с параметрами, соответствующими каждой из возможных комбинаций мощностей и топологических зарядов, а затем возьмем сумму. Указанный критерий является грубым, но в связи с наличием достаточного количества варьируемых переменных (два значения топологического заряда и $1 \div 2$ значения мощности), может дать систематическое представление о формировании пуль. При $m = 1$ наибольшее число КСП для малой и высокой мощности возникает в LiF (2 и 6 соответственно), а для средней – в SiO₂ (6). При $m = 2$ для каждого диапазона мощности максимальное число КСП возникает также в LiF (3, 12 и 11 соответственно), однако для средней мощности такое же число пуль наблюдается в CaF₂, а для высокой – в SiO₂. Заметим, что при $\bar{P} = 2$ в SiO₂ формально пуль не возникает вовсе, поскольку пиковая интенсивность в нелинейном фокусе не превышает порогового значения 10^{13} Вт/см². Получается, что в рассматриваемых вихрях почти во всех случаях наибольшее число КСП возникает в кристалле LiF (необходимо отметить, что такое же число пуль, как в LiF, может возникать в SiO₂ или CaF₂ в зависимости от m и \bar{P}). Исключение составляет вихрь с $m = 1$ при среднем превышении мощности над критической, где максимальное число КСП образуется в SiO₂. Указанные результаты объясняются, главным образом, относительно небольшой скоростью ионизации в LiF. Продолжительность существования световых пуль будем определять как разницу между расстояниями, где пиковая интенсивность сначала превышает порог в 10^{13} Вт/см², а затем опускается ниже него. На Рис. 4.10 видно, что в LiF наблюдается наибольшая продолжительность существования пуль – от 2 до максимум 5 мм. В CaF₂ длительность КСП приблизительно такая же или меньше, чем в LiF, а в SiO₂ существенно меньше – около $0.5 \div 2.0$ мм. Подчеркнем, что согласно выбранному критерию, который ориентирован на кривые интенсивности, большое время жизни световых пуль в диэлектрике не означает наличие протяженных плазменных каналов в нем.

Также отметим, что нельзя однозначно сказать, при каком топологическом заряде оптиче-

кого вихря в рассматриваемых диэлектриках образуется большее количество КСП. В LiF при $m = 1$ и $m = 2$ их число равно (13), в SiO₂ при $m = 1$ число КСП составляет 13, при $m = 2 - 10$, в CaF₂ наоборот – при $m = 1$ появляется 9 пуль, при $m = 2 - 13$.

4.3 Сравнение филаментации оптического вихря и гауссова пучка

Пространственно-временные характеристики излучения и роль его параметров при филаментации оптического вихря в твердотельном диэлектрике были рассмотрены в Главе 3 и предыдущих разделах текущей главы. С учетом проведенного анализа, сравним особенности самовоздействия вихрей с топологическими зарядами $m = 1, 2$ и гауссова пучка. В качестве нелинейной среды выберем плавленый кварц, а длину волны возьмем типичную для режима аномальной ДГС – $\lambda_0 = 1.8$ мкм ($k_2 \simeq -63$ фс²/мм). Пространственные и временные параметры пучков выберем такими, чтобы дифракционная длина равнялась дисперсионной и составляла 5 см (Табл. 4.5). Возьмем достаточно большое для формирования филаментов превышение мощности над критической для каждого из пучков, равное $P_0/P_{cr} = 6$. Напомним, что критическая мощность самофокусировки P_{cr} для оптического вихря с $m = 1$ превышает таковую у гауссова пучка в 4 раза, а для вихря с $m = 2 -$ в 8 раз (2.129). При этом нелинейная длина для гауссова пучка $z_{fl} = 1.2$ см (2.127), а для вихрей – $z_{fl} = 1.8$ см при $m = 1$ и 1.7 см при $m = 2$ (3.3).

На Рис. 4.11 изображены зависимости пиковой интенсивности, а также максимальной и линейной концентрации плазмы от расстояния вдоль направления распространения излучения при филаментации рассматриваемого гауссова пучка и оптических вихрей. Числами в скобках обозначены некоторые световые пули в гауссовом пучке, а также все кольцевые пули в каждом из вихрей. Всего в гауссовом пучке образуется около 10 световых пуль, в вихре с $m = 1 - 3$ кольцевые пули, в вихре с $m = 2 - 4$ пули. Пространственные и временные профили пронумерованных на Рис. 4.11 пуль построены на Рис. 4.12. Динамика профилей импульса в срезах с пиковой интенсивностью для рассматриваемых пучков изображена на Рис. 4.13. Используя приведенные распределения, сравним особенности нелинейно-оптических трансформаций пучков в ходе самовоздействия, и начнем с первого фокуса.

Первый нелинейный фокус наступает у гауссова пучка приблизительно на расстоянии 1.0 см, что на 3 мм меньше, чем его нелинейная длина, рассчитанная в стационарном приближении (Рис. 4.11). Указанная особенность объясняется тем, что в полной модели самофокусировка сопровождается самокомпрессией импульса при аномальной ДГС, которая приводит к росту пиковой интенсивности излучения. Совместное воздействие пространственного и временного сжатия ведет к тому, что пиковая интенсивность в первом фокусе гауссова пучка достигает 4.2×10^{13} Вт/см². Фокусировка оптических вихрей также происходит раньше, чем в стационарном случае (см. величины нелинейной длины z_{fl} в Табл. 4.5): вихрь с $m = 1$ фокусируется на расстоянии 0.8 см, а с $m = 2 -$ на ~ 0.6 см. Как было показано в (3.1), выделение периферической кольцевой моды при самофокусировке стационарного

Параметр	Размерность	Гауссов пучок	Оптические вихри	
m	-	0	1	2
M	-	0	1	2
r_0	мкм	100	100	100
t_0 (HWe ⁻¹ M)	фс	56	56	56
t_0 (FWHM)	фс	93	93	93
z_{diff}	см	5.0	5.0	5.0
z_{disp}	см	5.0	5.0	5.0
z_{fil}	см	1.2	1.8	1.7
λ_0	мкм	1.8	1.8	1.8
k_2	фс ² /мм	-62.98	-62.98	-62.98
P_0/P_{cr}	-	6	6	6
P_0	ГВт	0.06	0.23	0.46
$I_{max\ 0}$	ТВт/см ²	0.18	0.27	0.40
E_0	мкДж	5.7	22.3	45.9

Табл. 4.5 Параметры излучения при филаментации в плавленом кварце гауссова пучка и оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ и $m = 2$ в условиях аномальной ДГС.

вихря сопровождается кратковременным понижением интенсивности. В то же время, при самовоздействии фемтосекундного вихря первый нелинейный фокус формируется незадолго до этого момента, поскольку совместное влияние самофокусировки пучка и самокомпрессии импульса при аномальной ДГС не только не позволяет пиковой интенсивности понизиться, но и ведет к ее лавинообразному увеличению. В результате получается, что нелинейный фокус в оптических вихрях наступает раньше, чем в гауссовом пучке, в отличие от стационарного случая, описанного в (3.1). Заметим, что пиковая интенсивность в первом фокусе вихрей примерно в два раза меньше таковой в гауссовом пучке. Причина указанного различия заключается в том, что при самофокусировке в кольце дополнительным фактором, ограничивающим увеличение интенсивности, является дифракция оптического вихря (4.1). В связи с бóльшей пиковой интенсивностью максимальная концентрация плазмы в первом фокусе гауссова пучка на $1 \div 2$ порядка превышает таковую для вихревых пучков и составляет более $10^{-4}N_0$. Линейная концентрация плазмы в гауссовом пучке достигает $\sim 10^{12}$ см⁻¹, что примерно в 3 раза больше, чем у вихря с $m = 1$ и в ~ 1.5 раза меньше, чем у вихря с $m = 2$. Последнее обстоятельство объясняется тем, что интеграл от распределения концентрации плазмы в кольце при ее меньшем максимальном значении, чем на оси гауссова пучка, может быть как больше, так и меньше интеграла от концентрации плазмы в гауссовом пучке. Интеграл кольцевых распределений плазмы с сопоставимыми максимальными значениями растет с увеличением радиуса этого распределения, поэтому линейная концентрация плазмы у вихря с $m = 2$ выше, чем у вихря с $m = 1$. На Рис. 4.12 видно, что как первая, так и

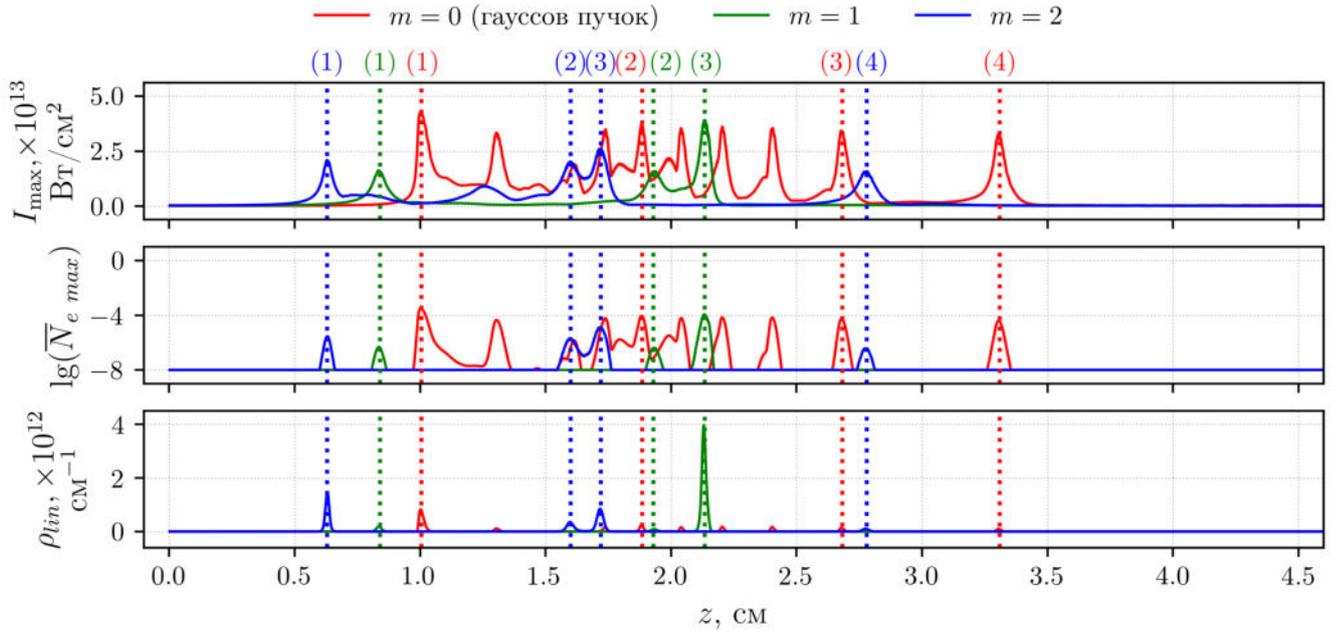


Рис. 4.11 Зависимость пиковой интенсивности I_{max} , логарифма нормированной пиковой концентрации плазмы $\lg \bar{N}_{e\ max} = \lg(N_{e\ max}/N_0)$ и линейной концентрации плазмы ρ_{lin} гауссова пучка (красные кривые) и оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ (зеленые кривые) и $m = 2$ (синие кривые) и параметрами, представленными в Табл. 4.5, от расстояния вдоль направления распространения излучения z при филаментации в плавленом кварце. Числами в скобках обозначены световые пули, пространственные и временные профили которых построены на Рис. 4.12.

все последующие световые пули в гауссовом пучке образуются на оси и имеют поперечный размер около 4 мкм. Радиус кольцевых световых пуль, определяемый как расстояние от оптической оси до среза с пиковой интенсивностью, в первом нелинейном фокусе приблизительно соответствует радиусу кольца на входе в среду, которое для вихря с $m = 1$ равно пространственному параметру r_0 , а для вихря с $m = 2$ составляет $1.4r_0$ (Табл. 2.1). Ширина КСП в первом фокусе, как было показано в разделе (3.2), составляет примерно 8 мкм. В первом нелинейном фокусе пиковая интенсивность пуль как в гауссовом пучке, так и в оптических вихрях, смещена к хвосту импульса примерно на $18 \div 19$ фс. При этом длительность импульса как в этом фокусе, так и в остальных, также одинакова и находится в районе $5 \div 7$ фс, что приблизительно равно одной осцилляции светового поля.

На Рис. 4.11 видно, что в гауссовом пучке образуется существенно больше пуль, чем в вихревых, они появляются чаще и имеют в среднем бóльшую интенсивность. Указанная особенность объясняется следующим образом. В формировании очередной пули участвует излучение пьедестала или периферийной части пучка, и в гауссовом пучке большая часть энергии излучения после окончания жизни очередной пули и ухода на периферию вновь возвращается на оптическую ось, подпитывая формирование новой пули. В случае кольцевого распределения пучка пьедестал оказывается более широким как по пространству, так и по времени, поэтому для заданного превышения мощности над критической число пуль в вихрях сильно сокращается по сравнению с гауссовым пучком. Пиковая интенсивность в СП гауссова пучка находится в районе 3.5×10^{13} Вт/см², максимальная концентрация плазмы

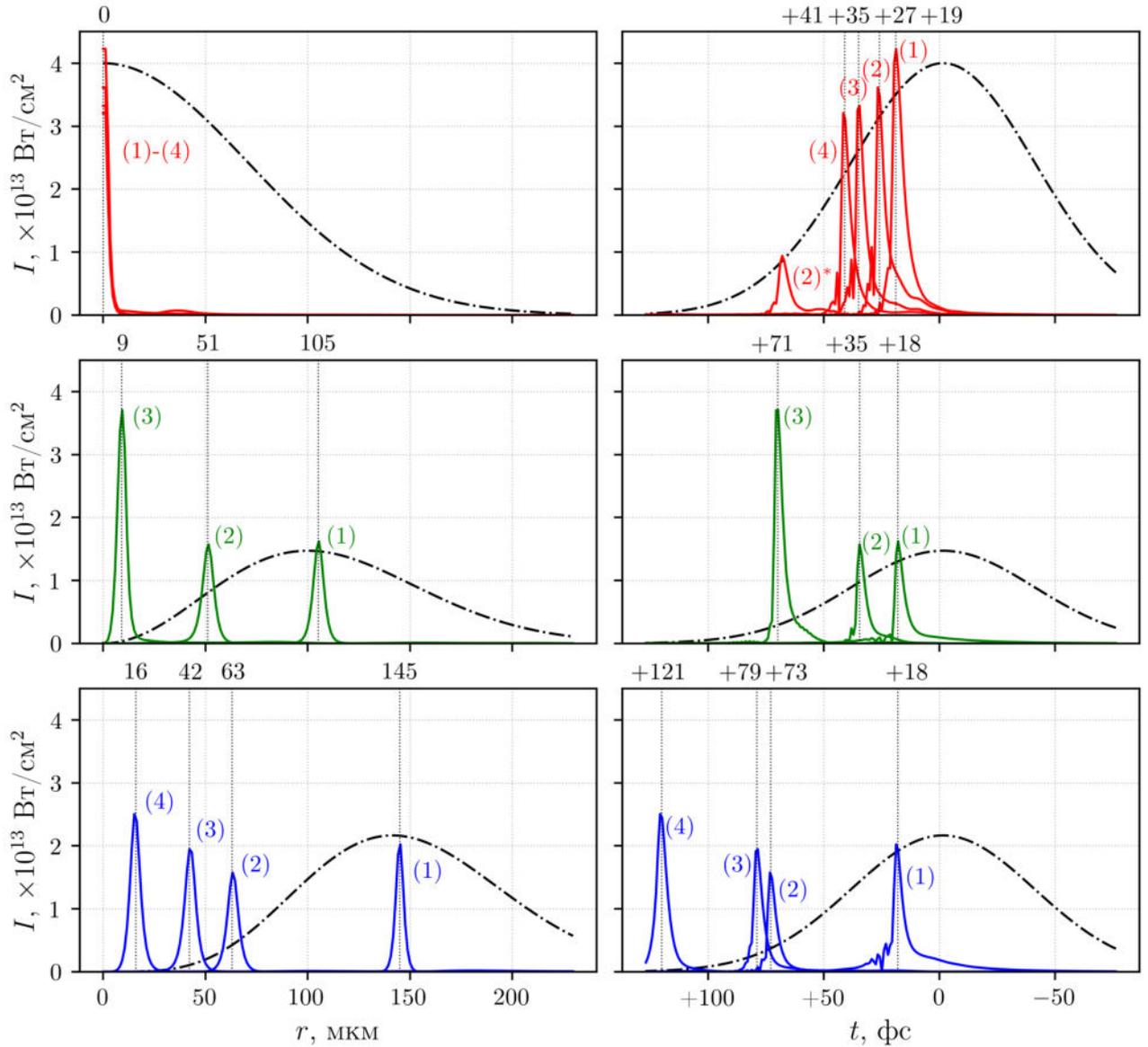
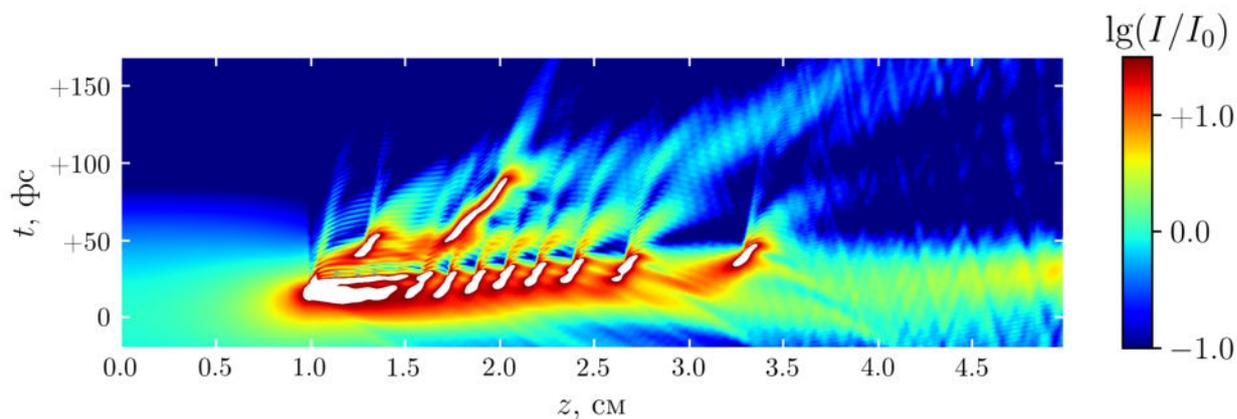


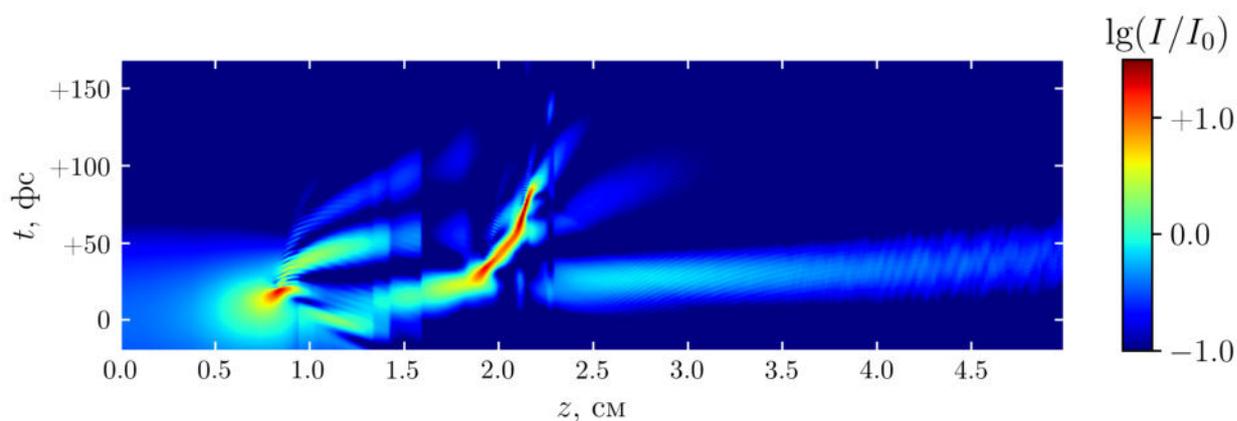
Рис. 4.12 Пространственные (слева) и временные (справа) профили интенсивности, соответствующие появлению световых пуль, при филаментации в плавленом кварце гауссова пучка (сверху), а также оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ (в центре) и $m = 2$ (снизу), с параметрами, приведенными в Табл. 4.5. Штрих-пунктирной линией показан профиль интенсивности на входе в среду, умноженный на коэффициент 220. Для гауссова пучка в целях улучшения различимости кривых, не считая начального условия, приведены профили только на расстояниях $z = 1.0, 1.9, 2.7$ и 3.3 см. Числами в скобках обозначены номера световых пуль, соответствующие Рис. 4.11. Профиль импульса в гауссовом пучке на расстоянии 1.9 см в окрестности $+70$ фс содержит участок с интенсивностью чуть менее 10^{13} Вт/см² (обозначено как (2)*), который не является световой пульей.

достигает $10^{-4}N_0$, а линейная не превышает 0.3×10^{12} см⁻¹. На Рис. 4.12 изображены в том числе временные профили импульсов для некоторых световых пуль в гауссовом пучке. Видно, что каждая следующая пуля находится ближе к хвосту импульса, чем предыдущая, поскольку под влиянием инерционной керровской нелинейности и волновой нестационарности уменьшается групповая скорость импульса по мере распространения в среде (Рис. 4.13). Небольшой пик интенсивностью 10^{13} Вт/см² в районе $+70$ фс не является как таковой

Гауссов пучок



Оптический вихрь с $m = 1$



Оптический вихрь с $m = 2$

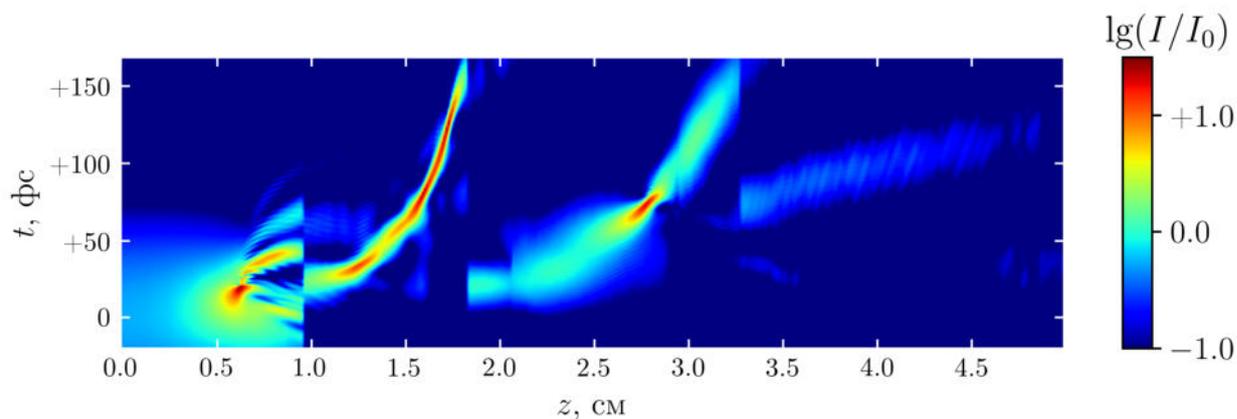


Рис. 4.13 Временные профили импульса (показаны цветом в логарифмическом масштабе) на различных расстояниях z в точках глобального максимума интенсивности в поперечнике гауссова пучка (сверху), а также оптических вихрей с топологическими зарядами $m = 1$ (в центре) и $m = 2$ (внизу).

пулей, а представляет собой участок профиля импульса на расстоянии 1.9 см. Заметим, что представленные результаты расчетов и данные работы [5], где изучалась филаментация гауссова пучка в плавленом кварце при аномальной ДГС, находятся в согласии друг с другом. Закономерность, связанная с перемещением каждой следующей пули в направлении хвоста

импульса также соблюдается для оптических вихрей (Рис. 4.13). При $m = 1$ положение пиковой интенсивности во втором фокусе смещено к хвосту на 35 фс, а в третьем – на 71 фс. При $m = 2$ аналогичные показатели для последовательности фокусов после первого составляют 73, 79 и 121 фс. Заметим, что указанная степень смещения положения пиковой интенсивности к хвосту импульса растет с увеличением топологического заряда m , т.к. более долгий процесс концентрации излучения в окрестности оси и формирование большего числа пуль замедляет кольцевую пространственно-временную моду излучения по сравнению с групповой скоростью импульса в линейной среде. Поскольку после первого нелинейного фокуса в районе $0.6 \div 0.8$ см излучение вихрей начинает перемещаться по направлению к оптической оси, радиусы КСП уменьшаются по мере распространения и для вихря с $m = 1$ составляют 51 и 9 мкм, а для вихря с $m = 2$ – 92, 63, 42 и 16 мкм. Радиус последней КСП для $m = 1$ почти в 2 раза меньше, чем для $m = 2$, что можно объяснить бóльшим влиянием создаваемого сингулярностью орбитального момента, который вытесняет излучение из приосевой области. Ширины кольцевых пуль колеблются в диапазоне $4 \div 10$ мкм и тем меньше, чем более интенсивна нелинейная фокусировка. Для обоих топологических зарядов наиболее тонкие и интенсивные КСП формируются вблизи оптической оси. Максимальная концентрация плазмы в вихрях при $m = 1$ достигает $10^{-4}N_0$ в третьем фокусе, а при $m = 2$ не поднимается выше $10^{-5}N_0$, что связано с меньшей пиковой интенсивностью. Линейная концентрация плазмы вихрей достигает глобального по трассе максимума, равного 4×10^{12} см $^{-1}$, в третьем фокусе при $m = 1$. Указанное значение более, чем в 4 раза, превышает таковые у вихря с $m = 2$ и гауссова пучка. При одинаковой пиковой концентрации плазмы значение линейной концентрации у вихря с $m = 1$ значительно превышает значение в гауссовом пучке, поскольку площадь кольцевого пучка больше площади сфокусированного гауссова пучка.

Заметим, что отсутствие сингулярности в кольцевом пучке приводит к динамике самовоздействия, отличной от вихревой, т.к. в таком пучке нет запрета на наличие поля на оптической оси. Если превышение мощности достаточно велико, то кольцевой пучок будет самофокусироваться в виде полой трубки с уменьшающимся радиусом и шириной стенок, что напоминает поведение оптического вихря. Если превышение мощности мало, то дифракция приводит к тому, что излучение перетекает на оптическую ось, где формируется унимодальная структура, похожая на гаусс, которая затем начинает увеличиваться в интенсивности и уменьшаться в размерах. Промежуточные значения мощности приводят к комбинированному режиму, при котором первичная сильная фокусировка в кольце сменяется трансформацией в унимодальную структуру и дальнейшим лавинообразным возрастанием интенсивности.

4.4 Выводы по главе

Дисперсия групповой скорости существенно влияет на характер нелинейно-оптических трансформаций при самовоздействии в твердотельных диэлектриках. Увеличение модуля дисперсионного параметра k_2 при аномальной ДГС ведет к более выраженной самокомпрессии импульса и формированию кольцевых световых пуль.

Ограничение интенсивности КСП в первом нелинейном фокусе при самовоздействии в плавленом кварце оптического вихря на центральной длине волны 1.8 мкм с топологическим зарядом $m = 1$ и мощностью $P_0/P_V^{(1)} = 4 \div 5$ наступает не из-за нелинейности плазмы, концентрация которой пренебрежимо мала, а из-за дифракции сфокусированного кольца, которая проявляется тем сильнее, чем меньше ширина кольца.

Выделение периферической кольцевой моды при самофокусировке стационарного вихря сопровождается кратковременным понижением интенсивности. При самовоздействии фемтосекундного вихря первый нелинейный фокус формируется незадолго до этого момента, поскольку совместное влияние самофокусировки пучка и самокомпрессии импульса при аномальной ДГС не только не позволяет пиковой интенсивности понизиться, но и ведет к ее лавинообразному увеличению.

Равенство дифракционной z_{diff} и дисперсионной z_{disp} длин оптического вихря с $m = 1, 2$ в условиях аномальной ДГС и умеренного превышения мощности над критической ведет к формированию наиболее интенсивных КСП при филаментации в твердотельных диэлектриках. В таких пучках пиковая и линейная концентрация плазмы, а также энергия КСП, выше, чем при $z_{\text{diff}}/z_{\text{disp}} = 0.5, 2.0$.

Филаментация вихрей с $m = 1, 2$ в кристаллах SiO_2 , LiF и CaF_2 в условиях аномальной ДГС и умеренного превышения мощности над критической ведет к сценариям самовоздействия, различным для каждого m , но схожим для рассматриваемых диэлектриков. При $m = 1$ формируется три нелинейных фокуса, последний из которых является наиболее сильным. При $m = 2$ образуется $2 \div 3$ нелинейных фокуса, но самым интенсивным является первый.

Увеличение превышения мощности над критической ведет к формированию большего числа световых пучков при филаментации оптических вихрей с $m = 1, 2$. Почти для всех рассмотренных диапазонов мощности и топологических зарядов наибольшее количество КСП образуется в LiF . Определяющее влияние на указанную особенность оказывает то, что в нем скорость ионизации при типичных для филаментации интенсивностях на порядки меньше, чем у SiO_2 и CaF_2 .

Для заданного превышения мощности над критической при филаментации в оптических вихрях с $m = 1, 2$ световые пули формируются реже, чем у гауссова пучка. В гауссовом пучке образуется большее число областей с относительно высокой концентрацией плазмы, и максимальная концентрация электронов выше, чем в вихре. Тем не менее, возможны случаи, когда за счет большей площади пучка в поперечном сечении линейная концентрация оказывается выше в вихре. Как СП, так и КСП, образуются ближе к хвосту импульса и по мере распространения имеют свойство все больше отставать от центральных временных слоев. Ширина СП в гауссовом пучке сопоставима с шириной КСП в вихрях, длительность пучков в обоих пучках составляет $5 \div 7$ фс.

Глава 5

Спектральное уширение оптических вихрей

В главе рассматриваются особенности спектров при филаментации оптических вихрей, анализируется трансформация частотных и частотно-угловых спектров. Предлагается полуаналитическая модель суперпозиции световых полей в вихре, объясняющая возникновение полос по угловой координате в частотно-угловых спектрах.

5.1 Угловой спектр при стационарной самофокусировке вихревого пучка

В Главе 3 при анализе филаментации фемтосекундного оптического вихря было показано, что в первом нелинейном фокусе в частотно-угловом спектре импульса возникают полосы по угловой координате. Для анализа возможных причин появления указанных полос воспользуемся стационарной моделью самофокусировки.

Сравним угловые спектры гауссова, кольцевого и вихревого пучков, введенных ранее в разделе (2.1.6). На Рис. 5.1 показана зависимость спектральной плотности мощности \bar{S} указанных пучков от радиальной пространственной частоты k_r в линейном и логарифмическом масштабе на примере единичных значений M и m . Видно, что в гауссовом и кольцевом пучках максимум спектральной плотности мощности находится на нулевой частоте, а в оптическом вихре нулевая гармоника отсутствует, т.е. излучение не распространяется непосредственно вдоль оптической оси. Центральная часть спектра кольцевого пучка уже, чем у гауссова пучка, однако эффективная ширина спектра больше. Кривая для кольцевого пучка в логарифмическом масштабе показывает, что помимо центрального лепестка есть слабоинтенсивное кольцо, которое в линейном масштабе практически не видно. Заметим, что указанное кольцевое распределение содержит около $\sim 10\%$ от общей спектральной плотности

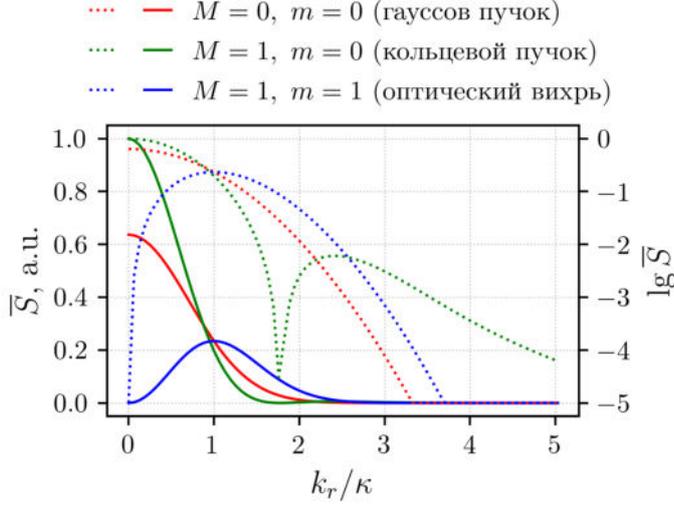


Рис. 5.1 Угловое распределение спектральной плотности мощности $\bar{S}(k_r)$ для гауссова пучка (красные кривые), кольцевого пучка без фазовой сингулярности (зеленые кривые) и оптического вихря (синие кривые) в линейном (сплошные кривые) и логарифмическом (пунктирные кривые) масштабе. Кривые нормированы на максимальное значение в кольцевом пучке без дислокации фазы. Пространственная частота нормирована на характерную ширину спектра гауссова пучка $\kappa = 1/r_0$.

мощности кольцевого пучка. Спектр оптического вихря имеет форму кольца с максимумом интенсивности, находящимся на частоте, соответствующей ширине спектра гауссова пучка.

Для дальнейшего анализа угловых спектров оптических вихрей при самофокусировке сделаем некоторые вспомогательные количественные оценки. Выше в (3.1) подробно рассматривались нелинейно-оптические трансформации при самофокусировке вихревых пучков. В частности, было показано, что при достаточно большом превышении мощности над критической в начале распространения пиковая интенсивность в кольце возрастает, и формируется более тонкая кольцевая мода приблизительно того же радиуса, что на входе в среду. Если аппроксимировать пространственный профиль указанной сфокусированной кольцевой моды гауссовой функцией с характерной шириной w с центром на расстоянии ξ от оптической оси (предполагается, что $w \ll \xi$), то результирующее выражение для такого распределения поля с учетом вихревой фазы примет вид:

$$A(x, y) = A_0 \exp\left\{-\frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - \xi)^2}{2w^2}\right\} \exp\left\{im\varphi(x, y)\right\}. \quad (5.1)$$

Получение аналитического выражения для спектра поля (5.1) затруднено, однако использование двумерного (щелевого) пучка аналогичного профиля:

$$A(x) = A_0 \left[\exp\left\{-\frac{(x - \xi)^2}{2w^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{(x + \xi)^2}{2w^2}\right\} \right], \quad (5.2)$$

спектральная плотность мощности которого равна:

$$S(k_x) = 4A_0 w^2 \cos^2(k_x \xi) \exp\left\{-(k_x w)^2\right\}, \quad (5.3)$$

где k_x – поперечная пространственная частота, позволяет объяснить особенности формирования углового спектра рассматриваемого трехмерного вихря. Отметим, что спектр (5.3) состоит из бесконечного количества пиков с убывающей к периферии амплитудой.

На Рис. 5.2 изображены радиальные разрезы полученной численно спектральной плотности мощности для вихря, заданного выражением (5.1), при различных параметрах ξ и w . Проанализируем особенности углового спектра при самофокусировке трехмерного

вихря (5.1), а также влияние на него радиуса ξ и ширины w кольцевой моды поля, используя аналитическое выражение для спектральной плотности мощности (5.3) аналогичного целевого пучка. При этом, говоря о кольцах в спектре при отсылках к формуле (5.3), будем иметь в виду максимумы осцилляций.

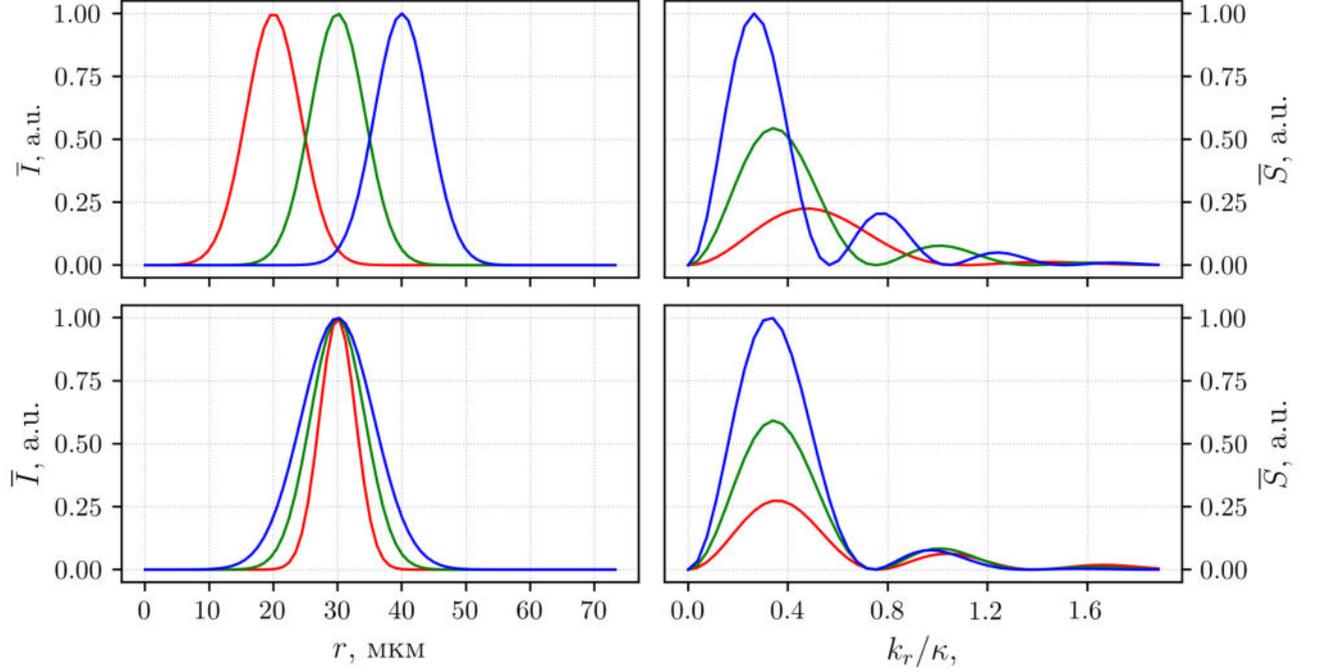


Рис. 5.2 Зависимость интенсивности от радиальной координаты $\bar{I}(r)$ (слева) и спектральной плотности мощности от пространственной частоты $\bar{S}(k_r)$ (справа) для оптических вихрей вида (5.1). Построены кривые для вихрей с постоянной шириной $w = 6$ мкм и различными радиусами ξ (20 мкм – красная кривая, 30 мкм – зеленая кривая, 40 мкм – синяя кривая; сверху), а также с постоянным радиусом $\xi = 30$ мкм и различными характерными ширинами колец w (4 мкм – красная кривая, 6 мкм – зеленая кривая, 8 мкм – синяя кривая; снизу). Оси абсцисс спектра нормированы на пространственную частоту $\kappa = 1/w$, где $w = 6$ мкм.

Параметр	Размерность	Значение
m	-	1
M	-	1
r_0	мкм	100
z_{diff}	см	4.8
z_{fil}	см	1.9
λ	мкм	1.8
$P/P_V^{(m)}$	-	5
P	ГВт	0.70
$I_V^{(m)} \max_0$	Вт/см ²	8.2×10^{11}

Табл. 5.1 Параметры излучения при самофокусировке в кристалле LiF рассматриваемого оптического вихря.

Согласно (5.3), увеличение радиуса кольцевой моды должно приводить к увеличению частоты осцилляций (уменьшению периода) в спектре. На Рис. 5.2 видно, что двукратное увеличение радиуса кольца ξ приводит к двукратному увеличению частоты осцилляций в спектре (красная и синяя кривые, сверху). При этом пиковая интенсивность спектра колец с бóльшим радиусом падает из-за влияния убывающей экспоненты в (5.3). Увеличение характерной ширины колец w (красная и синяя кривые, снизу) приводит к возрастанию пиковой интенсивности ближайшего к оси кольца в спектре. Поскольку величина w присутствует в экспоненте, кольца с большей интенсивностью гасятся сильнее, поэтому следующие кольца в спектре у всех рассматриваемых пучков имеют приблизительно одинаковую интенсивность.

Перейдем от модельных кольцевых пучков с гауссовым профилем к рассматриваемым в диссертации модам Лагерр-Гаусса с аксиально-симметричным профилем интенсивности (3.2). Анализ особенностей углового спектра при стационарной самофокусировке излучения будем проводить на примере оптического вихря с топологическим зарядом $m = 1$ на длине волны $\lambda = 1.8$ мкм, а в качестве твердотельного диэлектрика выберем LiF (Табл. 5.1). Характерный размер вихря, подобно предыдущим расчетам, возьмем равным $r_0 = 100$ мкм, что соответствует дифракционной длине $z_{\text{diff}} = 4.8$ см. При этом нелинейная длина, согласно (3.3), составляет $z_{\text{nl}} = 1.9$ см. Рассмотрим умеренное превышение мощности над критической $P/P_V^{(m)} = 5$ (по абсолютной величине – 0.7 ГВт), в этом случае пиковая интенсивность излучения на входе в среду будет равна $I_{V \text{ max } 0}^{(m)} = 8.2 \times 10^{11}$ Вт/см².

Для начала исследуем линейное распространение указанного вихря, при котором учитывается только дифракция излучения (2.71а). На Рис. 5.3 изображены распределения интенсивности $I(x, y)$ и фазы $\theta(x, y)$ в пучке, а также его угловой спектр $S(k_x, k_y)$, на нескольких расстояниях z вдоль направления распространения. Распределения фазы $\theta(x, y)$ получены путем перевода комплексного радиального поля $A(r)$ в двумерное $A(x, y)$, умножением его на вихревую фазу $\exp\{im\varphi(x, y)\}$ и выделением фазы полученного комплексного распределения $A_V(x, y)$. Угловой спектр $S(k_x, k_y)$ рассчитывается с помощью прямого преобразования Фурье от $A_V(x, y)$.

На входе в среду (Рис. 5.3а) оптический вихрь имеет кольцевое распределение интенсивности, вихревую фазу и спектральную плотность мощности в виде одиночного кольца (Рис. 5.1). По мере распространения на расстояниях $z = 0.33z_{\text{diff}}$ и $z = 0.66z_{\text{diff}}$ (Рис. 5.3б,в) пиковая интенсивность в пучке убывает, характерная ширина кольца увеличивается, линия скачка фазы в распределении $\theta(x, y)$ начинает закручиваться. Амплитуда углового спектра при линейной дифракции на протяжении всего распространения вихря остается неизменной. На расстоянии, равном дифракционной длине пучка z_{diff} (Рис. 5.3г), пиковая интенсивность падает в 2 раза (Рис. 2.9). Линия скачка фаз закручивается настолько, что вблизи оптической оси находится в положении, перпендикулярном тому, которое было на входе в среду.

Рассмотрев дифракцию оптического вихря, перейдем к анализу нелинейной задачи. Самофокусировка рассматриваемого вихря сопряжена со сложными нелинейно-оптическими трансформациями излучения. На Рис. 5.4 изображены распределения интенсивности и фазы, а также угловые спектры, подобные тем, что были рассмотрены при анализе линейной

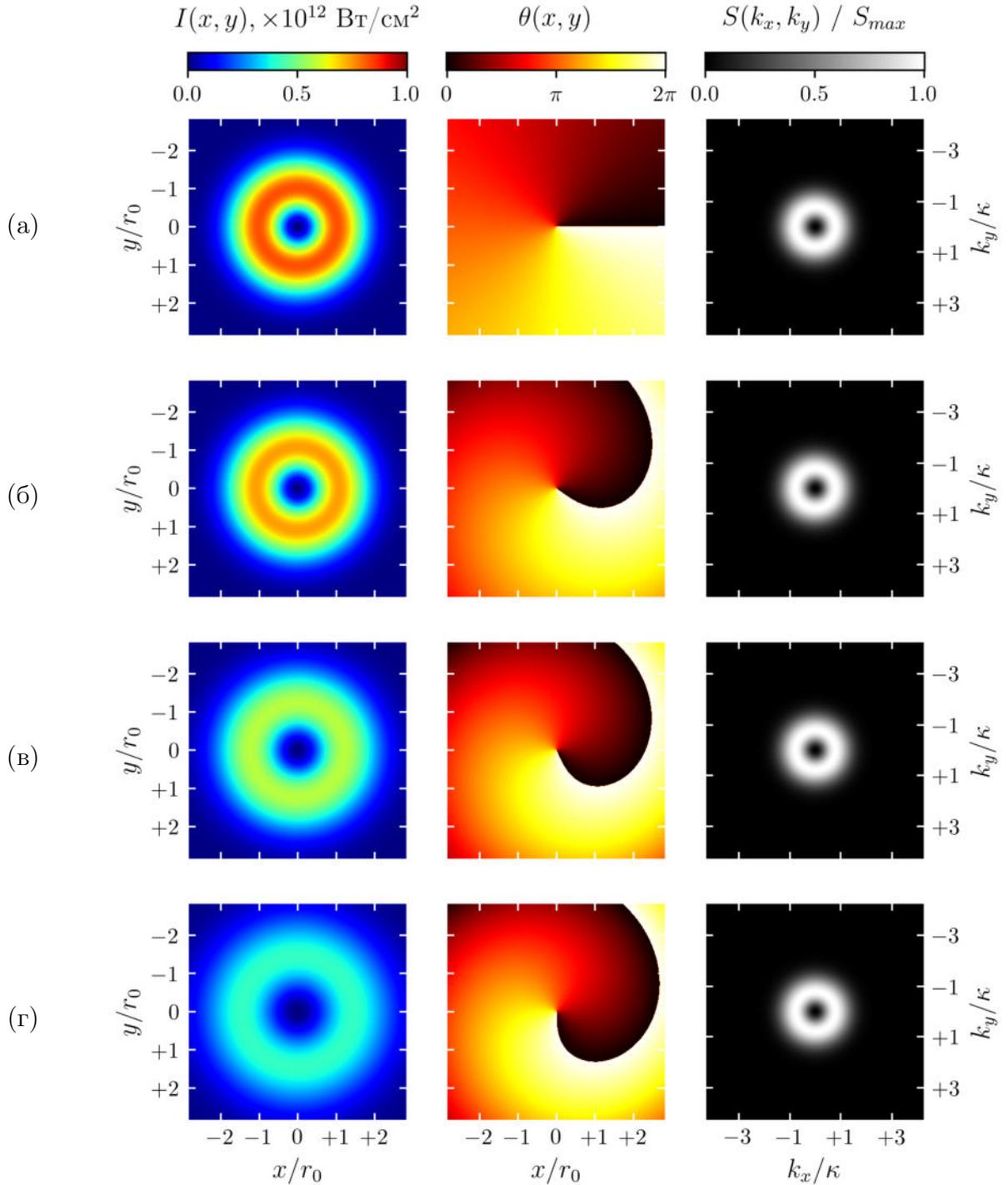


Рис. 5.3 Пространственное распределение интенсивности $I(x, y)$ (слева) и фазы $\theta(x, y)$ (в центре), а также угловой спектр $S(k_x, k_y)$ (справа), при дифракции оптического вихря с параметрами согласно Табл. 5.1 на расстояниях $z = 0.00$ см (а), $0.33z_{\text{diff}}$ (б), $0.66z_{\text{diff}}$ (в) и z_{diff} (г). Дифракционная длина пучка составляет $z_{\text{diff}} = 4.8$ см. Частотные оси нормированы на значение $\kappa = 1/r_0$.

дифракции вихревого пучка. Исходное кольцо в распределении интенсивности (Рис. 5.4а) на расстоянии около 0.2 см становится более тонким, сохраняя приблизительно начальный диаметр (Рис. 5.4б). При этом линия скачка фазы изгибается на уровне, соответствующем максимальной интенсивности в кольце. Указанная особенность объясняется тем, что на этом расстоянии от оси изменение фазы, вносимое керровской добавкой к показателю преломления,

является наибольшим. Заметим, что, в отличие от случая дифракции (Рис. 5.3), изгиб происходит против часовой стрелки, поскольку знак изменения фазы при самофокусировке противоположен таковому в линейном случае. На Рис. 5.5 показана качественная картина волнового фронта вихря на входе в среду (а) и на расстоянии 0.2 см (б).

Видно, что нелинейная добавка к показателю преломления искривляет волновой фронт, делая его выпуклым. По мере распространения оптического вихря кольцо интенсивности становится все более тонким, а линия скачка фазы продолжает изгибаться, при этом на расстоянии 0.6 см точка, соответствующая наиболее сильному изгибу, перемещается на 90° по отношению к начальному положению (Рис. 5.4в). Большие градиенты кольцевой моды приводят к уширению кольца в угловом спектре излучения.

В окрестности $z = 1.0$ см начинается выделение периферической низкоинтенсивной кольцевой моды (Рис. 5.4г). Одновременно с этим закручивание линии скачка фаз приводит к формированию структуры из вложенных друг в друга трех спиральных фазовых пластинок. При этом вторая и третья пластинки представляют собой кольца, у которых внутренний радиус совпадает с внешним радиусом предыдущей пластики. На Рис. 5.4г линии границ между указанными пластинками построены окружностями голубого цвета. Первая спиральная фазовая пластинка находится на оптической оси и имеет скачок фазы в направлении, совпадающим с начальным условием (Рис. 5.4а). У второй (кольцевой) пластинки линия скачка фазы изогнута и находится в противофазе с первой. У третьей (внешней) пластики линия скачка фазы изгибается, но в целом соответствует направлению первой. При этом в спектре видны три достаточно интенсивных кольца, среднее из которых имеет наибольшую интенсивность.

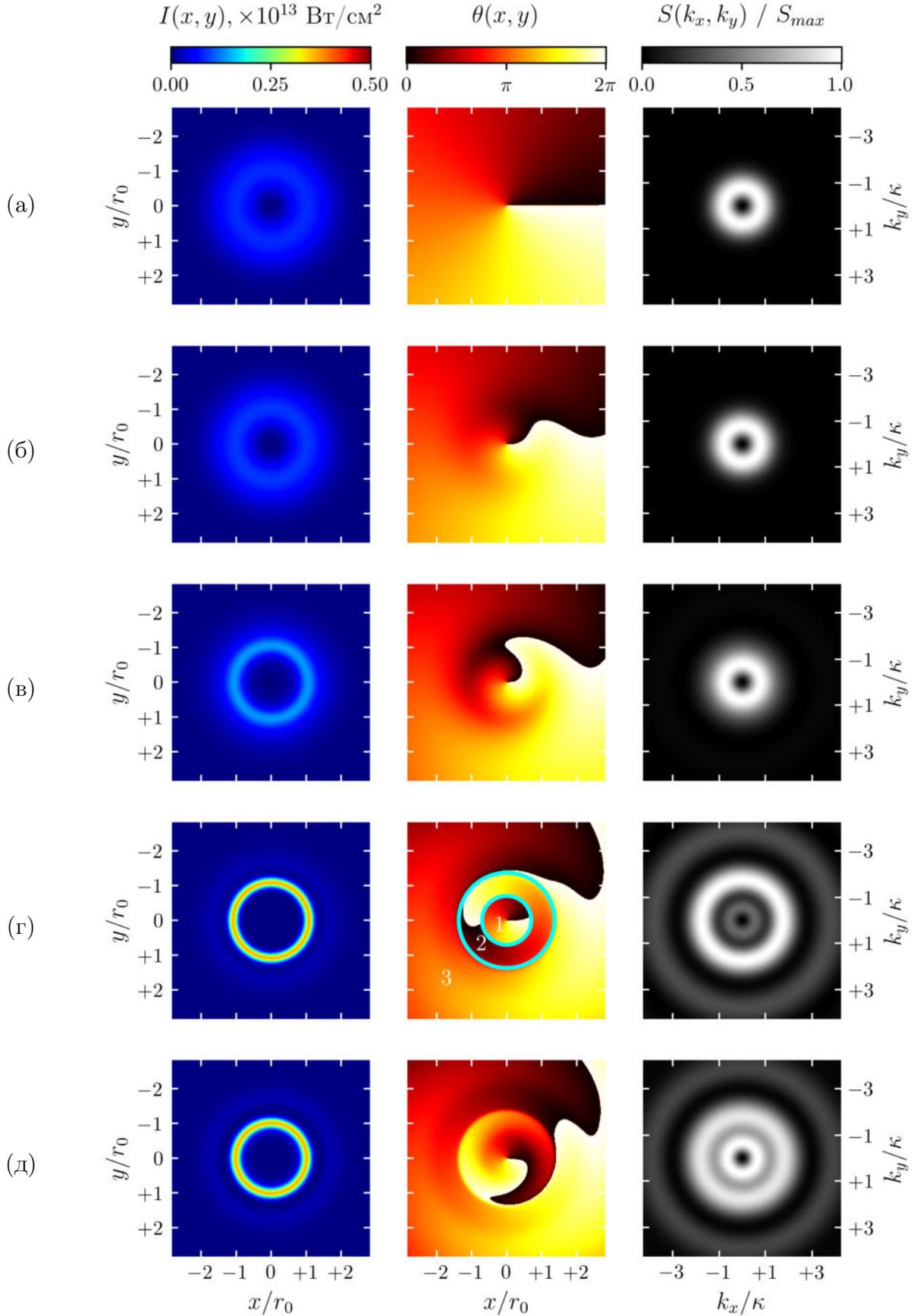
Для объяснения указанной особенности обратимся к модельному примеру. Рассмотрим случай наличия не трех (как на Рис. 5.4г), а двух фазовых пластинок. Пластинки вложены по апертуре, их фазы повернуты друг относительно друга на π . Кроме того, зададим поле, состоящее также из двух колец – внутреннего и внешнего. Внутреннее кольцо представляет собой аппроксимацию фокусирующейся моды, а внешнее – периферической, которые образуются при стационарном самовоздействии оптических вихрей. Важно отметить, что каждая из кольцевых мод располагается на таком расстоянии от оптической оси, чтобы полностью находиться в пространстве, соответствующем своей фазовой пластинке.

На Рис. 5.6 изображен рассматриваемый модельный пример. Внутреннее («in») и внешнее («out») кольца расположены на расстояниях ξ_{in} и ξ_{out} от оптической оси, при этом форма колец описывается гауссовой функцией с характерными ширинами w_{in} и w_{out} соответственно:

$$A(x, y) = \begin{cases} A_{in} \exp\left\{-\frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - \xi_{in})^2}{2w_{in}^2}\right\} \exp\{i\varphi(x, y)\}, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq \xi_{bound}, \\ A_{out} \exp\left\{-\frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - \xi_{out})^2}{2w_{out}^2}\right\} \exp\{i\varphi(x, y) + \pi\}, & \sqrt{x^2 + y^2} > \xi_{bound}. \end{cases} \quad (5.4)$$

Радиус внешнего кольца в 3 раза больше радиуса внутреннего кольца: $\xi_{in} = \xi$, $\xi_{out} = 3\xi$, а характерная ширина – в 5 раз: $w_{out}/w_{in} = 5$. Граница между кольцами находится на расстоянии от оси, равном $\xi_{bound} = (\xi_{in} + \xi_{out})/2$. Вихревая фаза состоит из вложенных друг в друга и

сдвинутых на угол π спиральных фазовых пластинок, граница между которыми проходит на равном удалении от колец на расстоянии ξ_{bound} от оси.



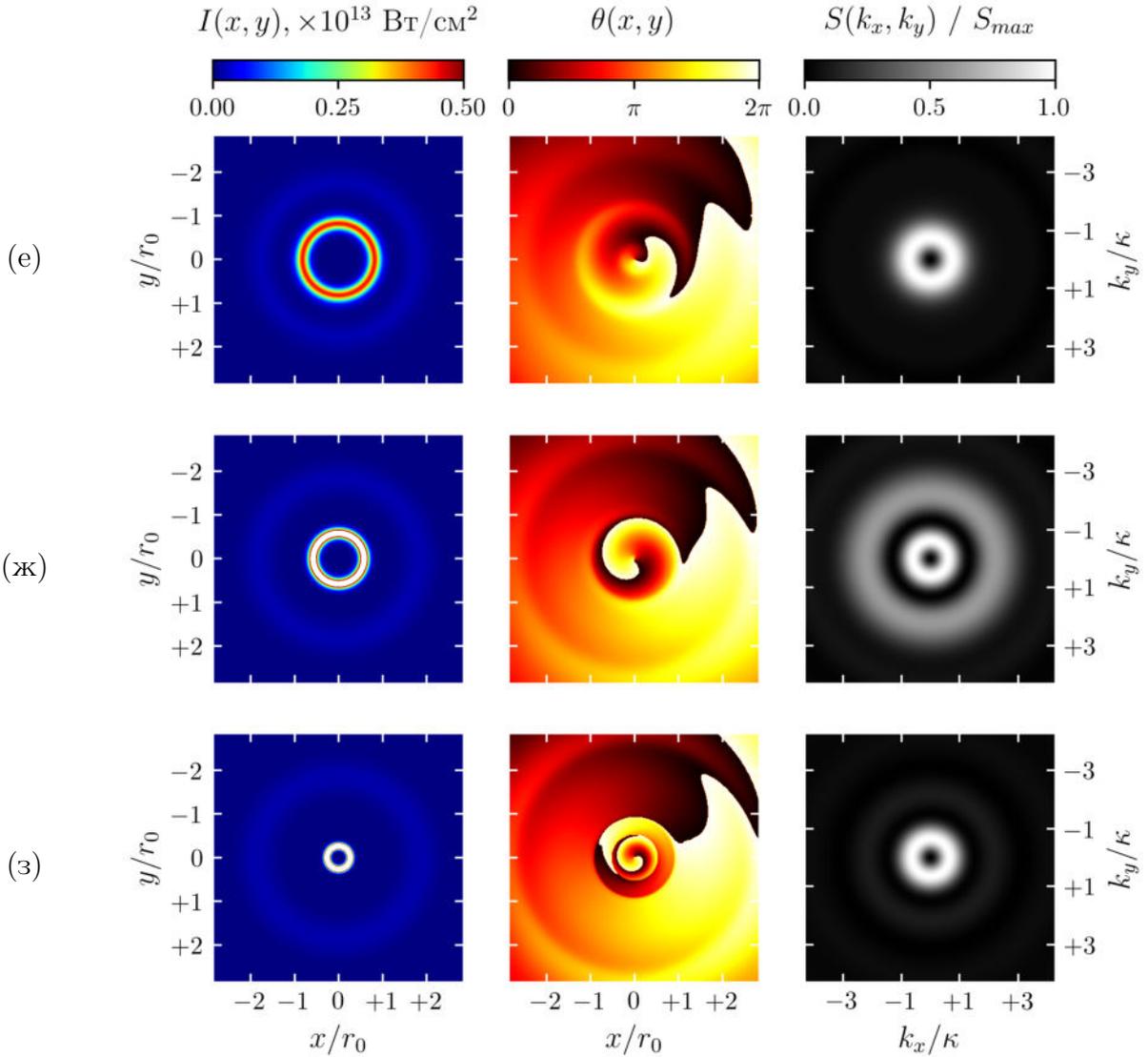


Рис. 5.4 Пространственное распределение интенсивности $I(x, y)$ (слева) и фазы $\theta(x, y)$ (в центре), а также угловой спектр $S(k_x, k_y)$ (справа), при самофокусировке оптического вихря с параметрами согласно Табл. 5.1 на расстояниях $z = 0.00$ см (а), $0.04z_{\text{diff}}$ (б), $0.12z_{\text{diff}}$ (в), $0.21z_{\text{diff}}$ (г), $0.25z_{\text{diff}}$ (д), $0.31z_{\text{diff}}$ (е), $0.36z_{\text{diff}}$ (ж), $0.40z_{\text{diff}}$ (з). Частотные оси нормированы на значение $\kappa = 1/r_0$. На распределении фазы $\theta(x, y)$ при $z = 0.21z_{\text{diff}}$ (г) голубым цветом изображены границы трех вложенных спиральных пластинок с номерами 1, 2, 3.

Видно, что внутреннее кольцо имеет вихревую фазу, повернутую на π по отношению к фазе внешнего кольца. Спектр каждого из колец приблизительно схож с представленными на Рис. 5.2 – большое количество колец с уменьшающейся к периферии интенсивностью. Первое кольцо является наиболее выраженным, следующие $1 \div 3$ пика также хорошо различимы, а остальные можно увидеть в логарифмическом масштабе. Каждая из кольцевых мод имеет спектр описанной формы, а результирующий спектр является их суперпозицией. Два ярких кольца в угловом спектре вихревого пучка являются результатом суммирования интенсивностей первых спектральных пиков каждой из кольцевых мод. Внешнее кольцо в спектре соответствует внутренней кольцевой моде, а внутреннее кольцо – внешней. Можно заметить, что интенсивность колец в спектре зависит от отношения амплитуд кольцевых

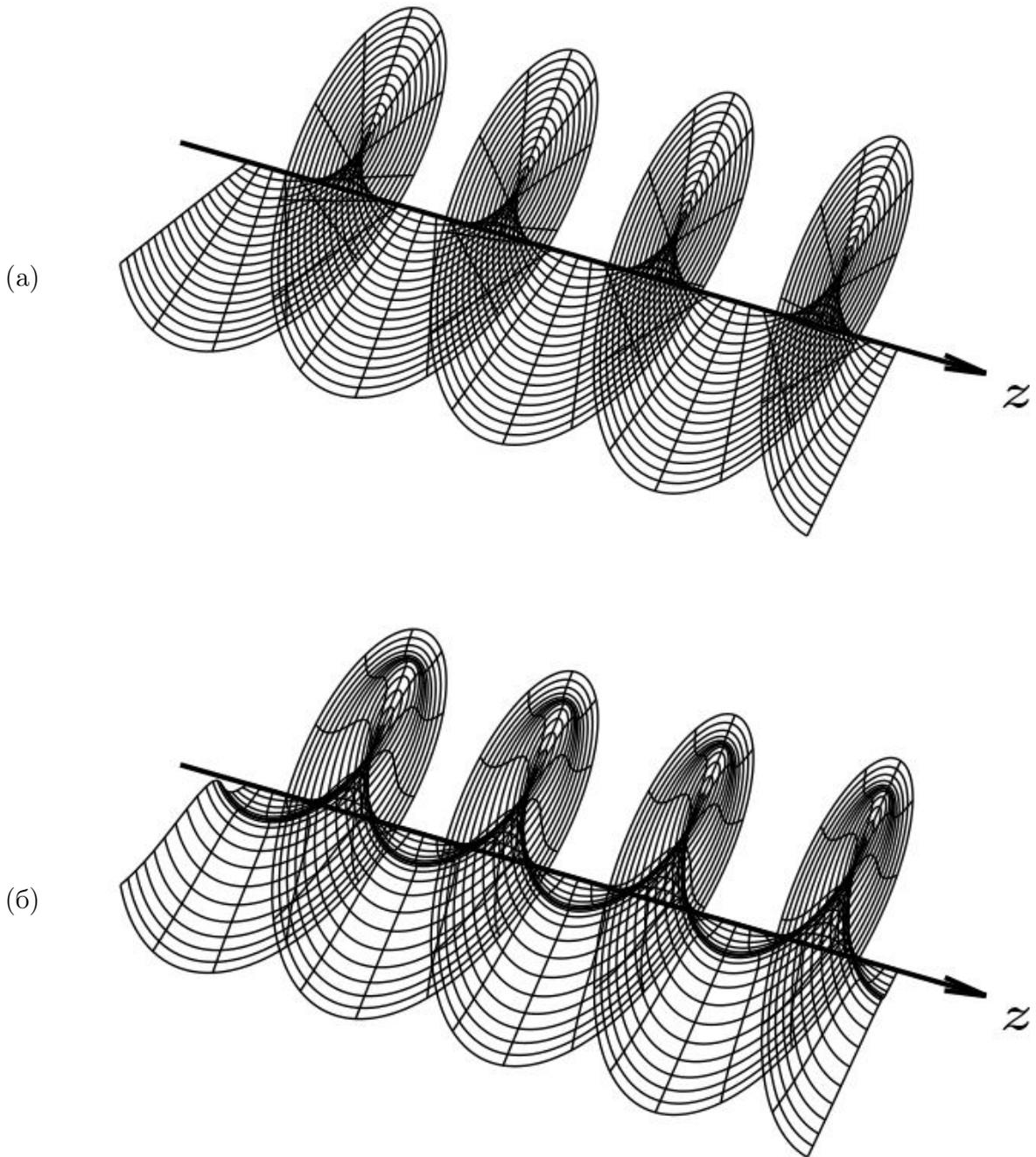


Рис. 5.5 Волновой фронт оптического вихря на входе в среду (а) и при самофокусировке на расстоянии $z = 0.04z_{\text{diff}}$ (б). Качественная картина.

мод A_{in}/A_{out} . Если $A_{in}/A_{out} = 10$, то наиболее интенсивным является внешнее кольцо (Рис. 5.6а), если $A_{in}/A_{out} = 5$, то их интенсивности приблизительно равны (Рис. 5.6б), а при $A_{in}/A_{out} = 2.5$ наиболее выраженным является внутреннее кольцо (Рис. 5.6в). Заметим, что если в рассматриваемом пучке убрать поворот внутренней вихревой фазовой пластинки, то есть сделать внутреннее и внешнее кольца в распределении интенсивности пучка синфазными, то результирующий спектр будет похож на Рис. 5.2.

Возвратимся от рассмотрения модельного примера к анализу физической картины самофокусировки исходного вихря. На Рис. 5.4г присутствуют не две вложенные спиральные

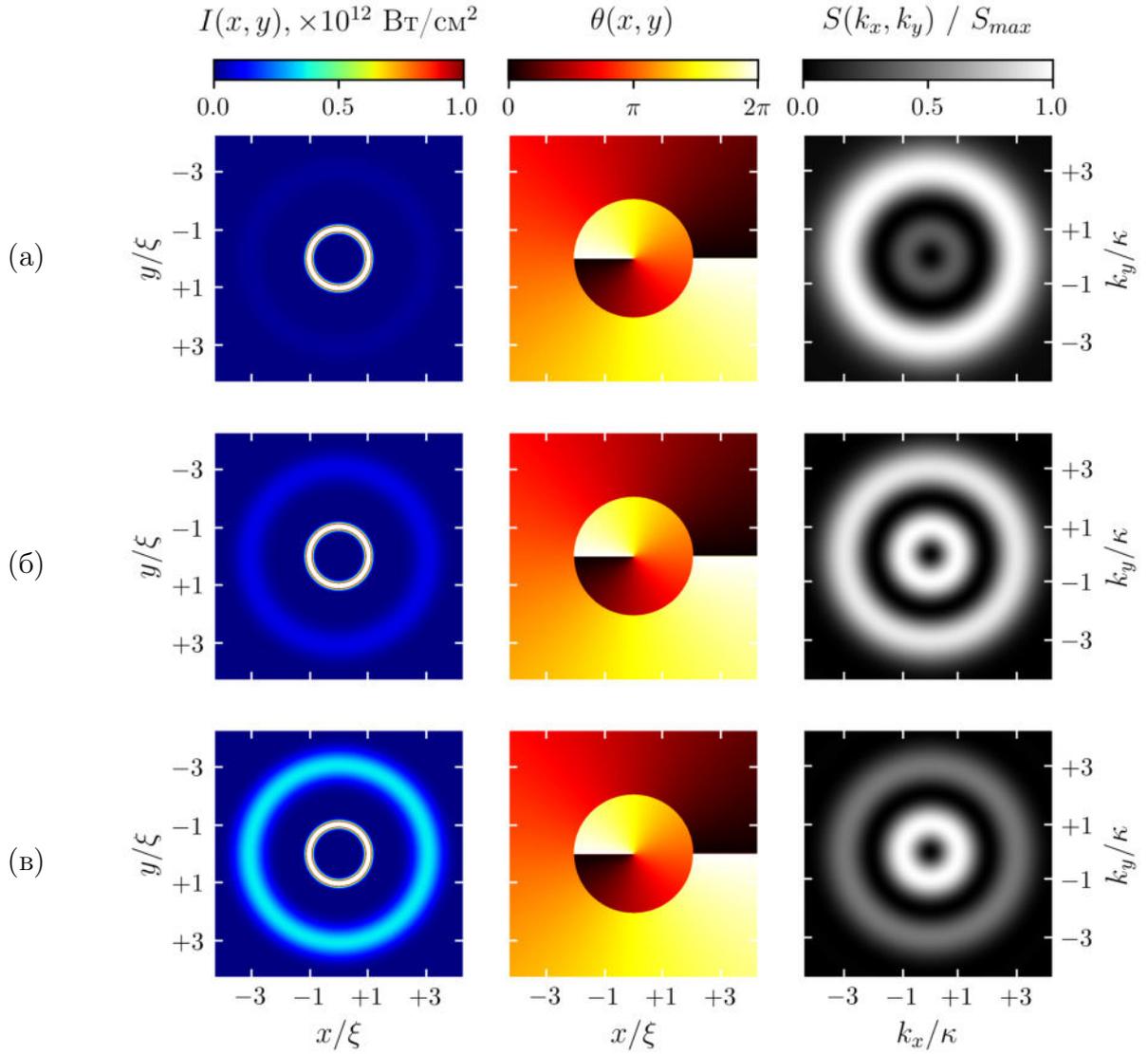


Рис. 5.6 Пространственное распределение интенсивности $I(x, y)$ (слева) и фазы $\theta(x, y)$ (в центре), а также угловой спектр $S(k_x, k_y)$ (справа), оптического вихря с различным отношением амплитуд поля у внутреннего A_{in} и внешнего кольца A_{out} : $A_{in}/A_{out} = 10$ (а), 5 (б) и 2.5 (в). Частотные оси нормированы на значение $\kappa = 1/r_0$.

пластинки в распределении фазы, как в синтетическом примере на Рис. 5.6, а три, и результирующий спектр будет являться суперпозицией трех систем колец. Внутреннее кольцо в спектре соответствует периферической моде, среднее – фокусирующейся, в которой сосредоточена наибольшая мощность пучка, а внешнее кольцо формируется излучением вблизи оптической оси. Закручивание линии скачка фазы на расстоянии 1.2 см приводит практически к слиянию внутреннего и среднего кольца в спектре (Рис. 5.4д). При этом фокусирующаяся кольцевая мода начинает плавно уменьшаться в радиусе, а периферическая – уходит все дальше от оптической оси. На расстоянии $z = 1.5$ см линия скачка фазы делает полный оборот и формирует распределение фазы, похожее на то, что было на входе в среду (Рис. 5.4а). Соответствующий угловой спектр представляет собой многочисленные кольца, одно из которых имеет высокую интенсивность. Заметим, что наибольшая скорость вращения линии скачка фазы достигается на расстоянии от оси, равном радиусу фокусирующейся моды, а поскольку

указанная мода уменьшается в радиусе по мере распространения вихря, дальнейшие изменения геометрии линии скачка фазы будут происходить все ближе к оптической оси. При $z = 1.7$ см (Рис. 5.4ж) сформировавшиеся распределения интенсивности и фазы в пучке напоминают рассмотренный выше модельный пример (Рис. 5.6) – ярко выраженные и отстоящие друг от друга фокусирующаяся и периферическая кольцевые моды, вложенные и повернутые друг относительно друга на π спиральные пластинки (в данном случае – со сложной линией скачка фазы), а также угловой спектр, содержащий два высокоинтенсивных кольца. Дальнейшее распространение вихря (Рис. 5.4з) вплоть до достижения им пороговой интенсивности в 5×10^{13} Вт/см², соответствующей окончанию расчетов, связано с сужением фокусирующейся моды, расширением периферической и лавинообразно ускоряющимся вращением линии скачка фазы вблизи оптической оси.

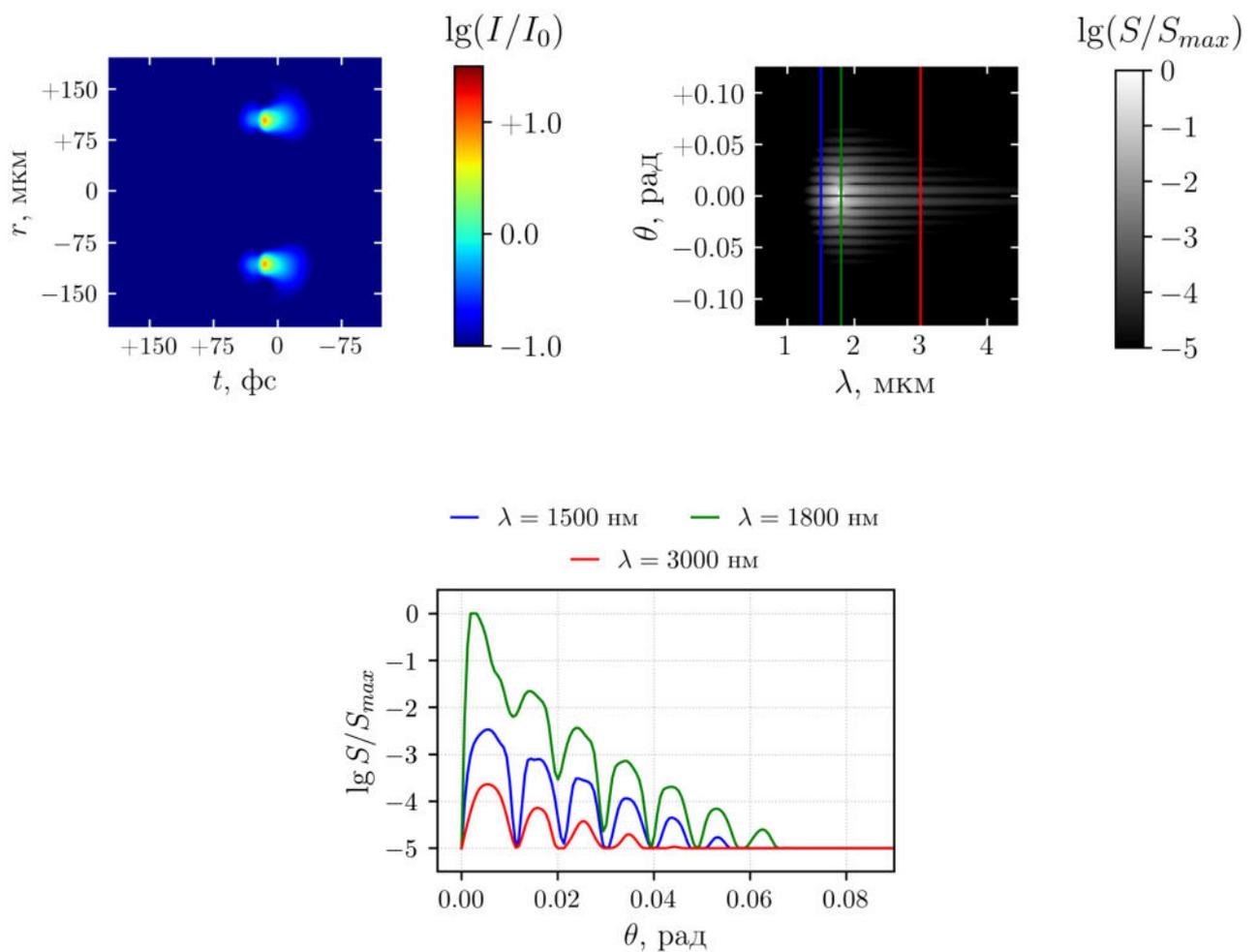


Рис. 5.7 Пространственно-временное распределение интенсивности $I(r, t)$, частотно-угловой спектр $\lg[S(\theta, \lambda)/S_{max}]$, а также зависимость логарифма спектральной плотности мощности от угловой координаты $\lg[S(\theta)/S_{max}]$ на длинах волн $\lambda = 1500$ нм (синяя кривая), 1800 нм (зеленая кривая) и 3000 нм (красная кривая) на расстоянии $z = 0.9$ см при филаментации оптического вихря в кристалле LiF с пространственными параметрами согласно Табл. 5.1 в гауссовом импульсе длительностью $t_0 = 44$ фс.

Описанные механизмы физической картины самофокусировки позволяют объяснить появление полос вдоль угловой координаты вблизи первого фокуса при фемтосекундной

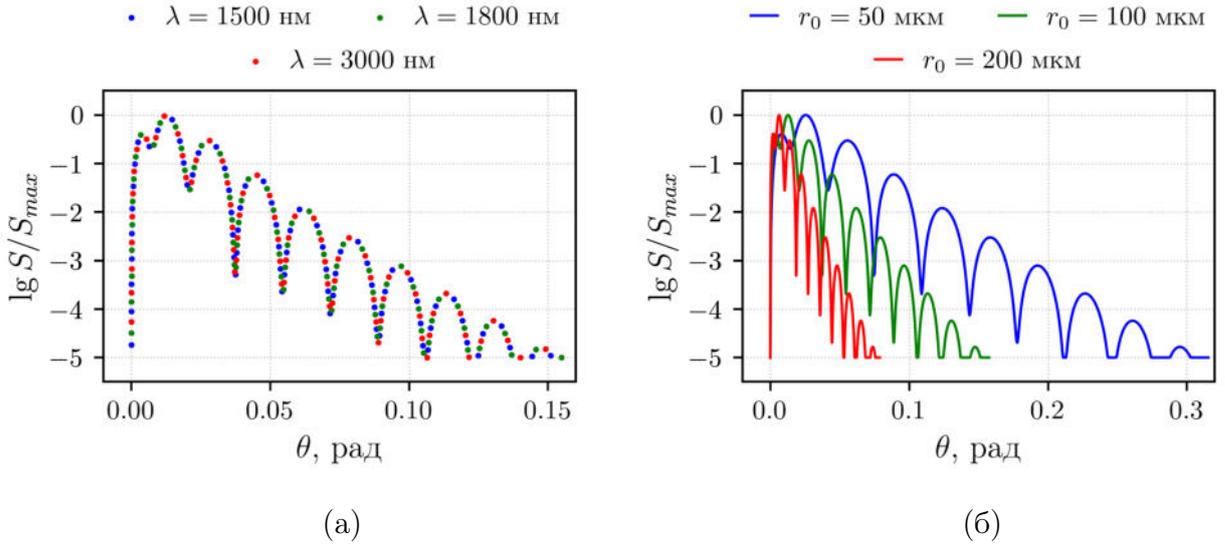


Рис. 5.8 (а) Зависимость спектральной плотности мощности от угла распространения излучения $\lg[S(\theta)/S_{max}]$ на расстоянии $z = 0.2z_{diff}$, где z_{diff} – дифракционная длина пучка в каждом конкретном случае, при самофокусировке оптических вихрей: (а) на длинах волн $\lambda = 1500$ нм (синие точки), 1800 нм (зеленые точки) и 3000 нм (красные точки) при $r_0 = 100$ мкм, (б) с характерными пространственными размерами $r_0 = 50$ мкм (синяя кривая), 100 мкм (зеленая кривая) и 200 мкм (красная кривая) на длине волны 1800 нм.

филаментации оптических вихрей в твердотельных диэлектриках. Рассмотрим сингулярный кольцевой пучок с пространственными параметрами, соответствующими Табл. 5.1, в гауссовом импульсе длительностью $t_0 = 44$ фс. При этом дисперсионная длина практически равна дифракционной и составляет $z_{disp} = 4.9$ см, а энергия импульса $E_0 = 54.9$ мкДж.

Как и при анализе пространственно-временной динамики вихря в Главе 3, начало распространения рассматриваемого пучка связано с одновременным воздействием пространственной самофокусировки в кольце и самокомпрессии импульса во времени, что приводит к формированию первого фокуса в виде высокоинтенсивного кольца с радиусом, практически совпадающим с r_0 (Рис. 5.7). Соответствующий частотно-угловой спектр уширен по обеим координатам и имеет полосатую структуру. Приведенная на Рис. 5.7 зависимость спектральной плотности мощности от угла распространения гармоник на различных длинах волн частотно-углового спектра ($\lambda = 1500$ нм – синяя кривая, $\lambda = 1800$ нм – зеленая кривая, $\lambda = 3000$ нм – красная кривая) показывает, что характерная ширина полос по углу составляет $0.010 \div 0.012$ рад и не зависит от длины волн. Указанная особенность объясняется следующим образом. В случае фиксированного превышения мощности пучка над критической на расстояниях, соответствующих одинаковому числу дифракционных длин, согласно обобщенной на случай оптических вихрей формуле Марбургера (3.3), распределения поля будут подобны, и угловой спектр излучения для различных длин волн в точности совпадает (Рис. 5.8а). При филаментации фемтосекундного вихря благодаря совместному влиянию нелинейностей и дисперсии происходит перекачка мощности от центральной длины волны в соседние спектральные области и уширение частотного спектра, в результате чего каждая гармоника испытывает угловое уширение наподобии Рис. 5.8а. При этом положение

максимумов и минимумов фиксировано, поскольку описанный выше процесс суперпозиции спектров для каждой из вложенных спиральных фазовых пластинок вихря определяется только формой соответствующих кольцевых мод, которая, в свою очередь, зависит от пространственного параметра r_0 в начальном условии. На Рис. 5.8б изображена зависимость спектральной плотности мощности от угловой координаты для вихрей с различными r_0 . Видно, что ширина полос в спектре и расстояние между ними обратно пропорциональны характерному пространственному размеру пучка. При $r_0 = 50$ мкм характерная ширина полос составляет 0.025 рад, при $r_0 = 100$ мкм – 0.012 рад, при $r_0 = 200$ мкм – 0.006 рад. Приведенная ширина полос для стационарного вихря с $r_0 = 100$ мкм соответствует ширине при самовоздействии фемтосекундного вихря такого же пространственного масштаба (Рис. 5.7), что подтверждает описанный механизм формирования полос. Заметим, что появление полос в угловом спектре в процессе самовоздействия происходит постепенно по мере увеличения градиентов в пространственном распределении поля вихря.

5.2 Частотные и угловые спектры при самовоздействии оптических вихрей

Результаты численных расчетов важно сравнить с экспериментальными данными. Эксперимент по самовоздействию оптических вихрей проводился в Институте спектроскопии РАН на основе фемтосекундного лазерного комплекса Центра коллективного пользования (ЦКП ИСАН) старшим научным сотрудником В.О. Компанцом под руководством заведующего лабораторией С.В. Чекалина. В данной работе выполнены численные расчеты в поддержку эксперимента и обработаны результаты измерений частотных и частотно-угловых спектров.

Фемтосекундный оптический вихрь был получен с помощью спирального фазового транспаранта (Рис. 5.9), технология изготовления которого предполагает использование кварцевой пластинки толщиной $2.5 \div 3$ мм диаметром 1 дюйм с нанесением на неё фоторезиста, необходимого для создания спиралевидного рельефа поверхности [272]. Спиральная фазовая пластинка формировала оптический вихрь с топологическим зарядом $m = 1$ для излучения на длине волны 1800 нм.

Лабораторная установка для получения вихревых кольцевых пучков фемтосекундного излучения на длине волны 1800 нм была создана в ИСАН на основе фемтосекундного лазерного комплекса, который позволяет генерировать фемтосекундные лазерные импульсы с перестраиваемой в широком диапазоне длиной волны от 0.4 до 4.0 мкм при частоте повторения 1 кГц [273]. Длительность импульса после прохождения кварцевой линзы и фазового транспаранта составляла 67 фс (HWe^{-1}M), что в случае спектрально-ограниченного импульса соответствует спектру шириной приблизительно 200 нм (FWHM).

Для получения из гауссова пучка оптического вихря с кольцевым распределением интенсивности с помощью фазового транспаранта со спиральным набегом фазы была использована схема, приведенная на Рис. 5.10. Фемтосекундное излучение с перестраиваемого параметрического усилителя TOPAS-C после прохождения регулируемого ослабителя энергии

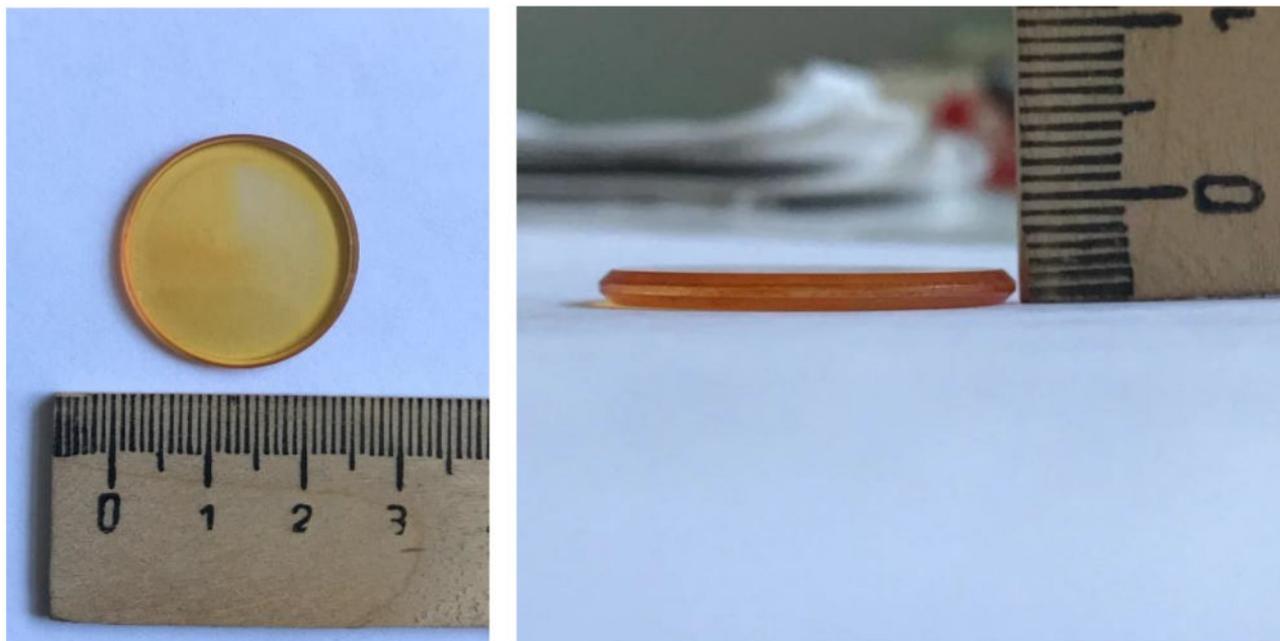


Рис. 5.9 Рельефный фазовый транспарант на подложке из плавленого кварца для формирования оптических вихрей на длине волны 1800 нм. Вид сверху на поверхность транспаранта (слева) и сбоку (справа).

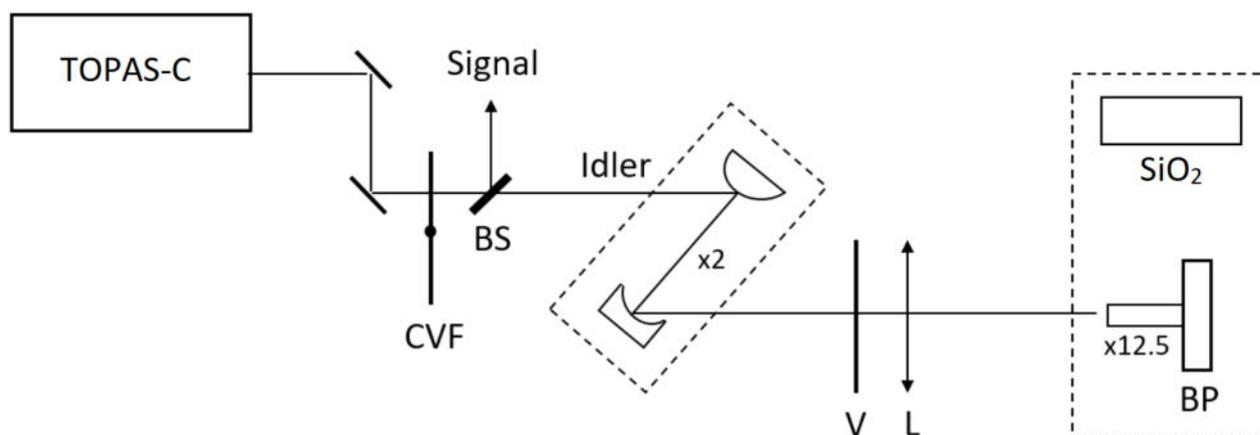


Рис. 5.10 Схема эксперимента по преобразованию гауссового пучка фемтосекундного ИК излучения в оптический вихрь с кольцевым распределением интенсивности с помощью фазового транспаранта (V) и собирающей кварцевой линзы (L). CVF – ослабитель энергии, BS – делитель пучка. Штриховыми линиями выделены опциональные элементы схемы, описанные в тексте.

CVF и делителя пучка BS, попадало на фазовый транспарант V. При необходимости уширения пучка перед фазовым транспарантом монтировался отражательный телескоп с типичным коэффициентом увеличения $\times 2$. Через 3 см после фазового транспаранта пучок проходил собирающую линзу L, в окрестности фокальной плоскости которой формировалась кольцевая пространственная мода с дислокацией фазы на оси или оптический вихрь.

В зависимости от целей эксперимента вихревой оптический пучок подавался либо на профилометр BP с целью его характеристики, либо на вход нелинейной среды (образец плавленого кварца длиной 3 см и шириной 1 см) для получения и исследования характеристик кольцевых филаментов. Эта же схема без фазового транспаранта позволяла получать

филаменты в гауссовом пучке для сравнения с оптическим вихрем. Фокусное расстояние используемой в эксперименте собирающей линзы составляло 15.8 см. При диаметре исходного гауссова пучка 5.1 мм по уровню e^{-2} диаметр пучка в фокальной плоскости линзы L на длине волны 1800 нм составляет около 80 мкм, что меньше размера пикселя инфракрасного профилометра Ругосам III (Spiricon), который равен 124 мкм, поэтому для характеристики пучка на входе в профилометр устанавливался телескоп с коэффициентом увеличения $\times 12$. На кадрах с профилометра поперечного сечения пучка в пределах перетяжки (Рис. 5.11) видно, что удалось получить кольцевой пучок фемтосекундного излучения с глубоким провалом интенсивности на оси. Наличие фазовой дислокации было подтверждено анализом частотно-угловых спектров, на которых видно отсутствие нулевой пространственной гармоники на всех частотах (Рис. 5.13 б). Таким образом, можно утверждать, что в лабораторном эксперименте удалось получить вихревой пучок широкополосного фемтосекундного излучения на длине волны в окрестности 1800 нм. Однако азимутальная симметричность, характерная для идеального оптического вихря, в пучке отсутствует. Наблюдаемая несимметричная кольцевая структура типично содержит два ярких пятна, которые в фокальной плоскости линзы располагаются на противоположных по отношению к фазовой дислокации сторонах кольца. Такой профиль оптического вихря может быть связан как с пространственной неоднородностью входного гауссовского пучка, так и с неоднородностью используемого транспаранта.

Для измерения частотно-углового спектра в ИК диапазоне от 1200 до 2600 нм использовался спектрометр ASP-IR фирмы «Авеста», установленный на подвижке с микрометрическим винтом. Спектрометр размещался в дальней зоне на расстоянии около 30 см от выходной грани образца плавленого кварца, где видимый диаметр расходящегося пучка составлял порядка 1 см. Входная щель спектрометра смещалась в поперечном сечении от оси пучка с шагом 20 мкм, что соответствует изменению угла прихода излучения на $\alpha = 0.029^\circ$. Параметр α определяет угловое разрешение измеренных спектров. Для измерения частотного спектра излучения в схему дополнительно ставилась собирающая линза, которая фокусировала все излучение на входную щель спектрографа. Исследование спектра филаментов было выполнено для импульсов с центральной длиной волны 1850 нм, что явилось компромиссом между оптимальными для фазового транспаранта длиной волны 1800 нм и дихроического фильтра, отсекающего сигнальную волну, – 1900 нм.

Полученная серия частотных спектров для набора различных углов обрабатывалась с использованием специально разработанной автором на языке Python программы, которая осуществляла построение как тоновых изображений частотно-угловых спектров, так и одномерных зависимостей интегрированных частотных спектров. Кроме того, в программе поддержана возможность строить сечения частотно-угловых спектров вдоль обеих координат. При обработке все спектры были нормированы на глобальный максимум в серии, сглажены с помощью гауссовского окна шириной 10 нм и приведены в логарифмическом масштабе. Изображения для отрицательных углов были получены симметричным отражением спектра.

Оценка критической мощности формируемого оптического вихря была выполнена по появлению характерного свечения в кварце (Рис. 5.12) при старте филаментации. Без

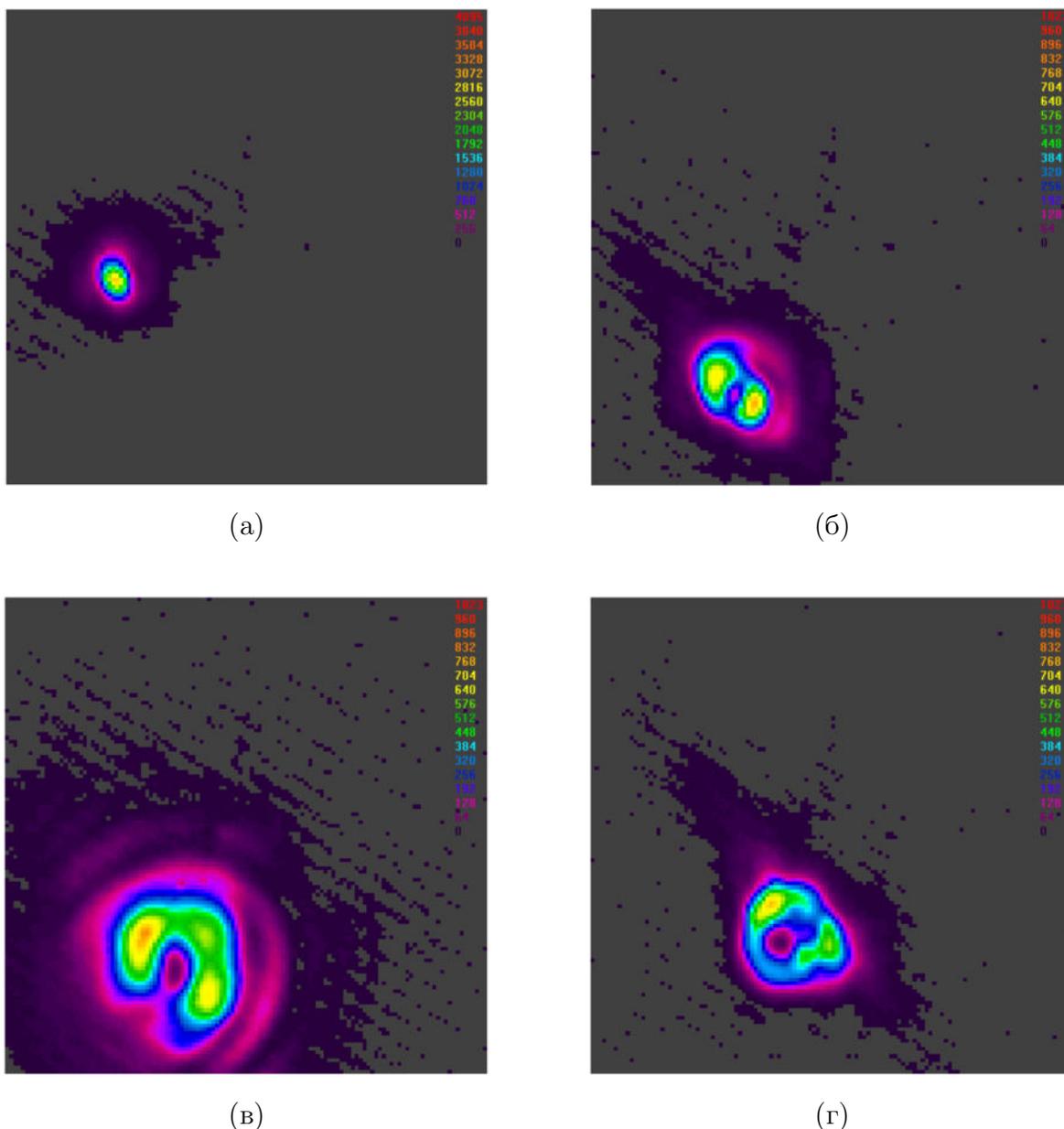


Рис. 5.11 Визуализация гауссового (а, без фазового транспаранта) и вихревого пучка (б–г) на длине волны в окрестности 1800 нм вблизи фокальной плоскости собирающей линзы с $F = 158$ мм: а,б – в фокусе, в – перед фокусом, г – после фокуса. Размер каждого изображения составляет 1×1 мм.

фазового транспаранта начало филаментации гауссова пучка возникало при энергии импульса 1.45 мкДж. В оптическом вихре старт режима филаментации наблюдался при увеличении энергии в импульсе до 4.6 мкДж (после фазового транспаранта на входе в образец). Соответствующие мощности излучения при заданной длительности импульса $t_0 = 67$ фс составляют: для гауссова пучка – 13 МВт, для вихревого – 41 МВт. В предположении неизменности длительности импульса это даёт рост критической мощности керровской самофокусировки более чем в 3 раза по сравнению с гауссовским пучком. Такой рост в значении критической мощности косвенно также свидетельствует о том, что в образце плавленого кварца распространяется оптический вихрь с топологическим зарядом $m = 1$ (2.129).

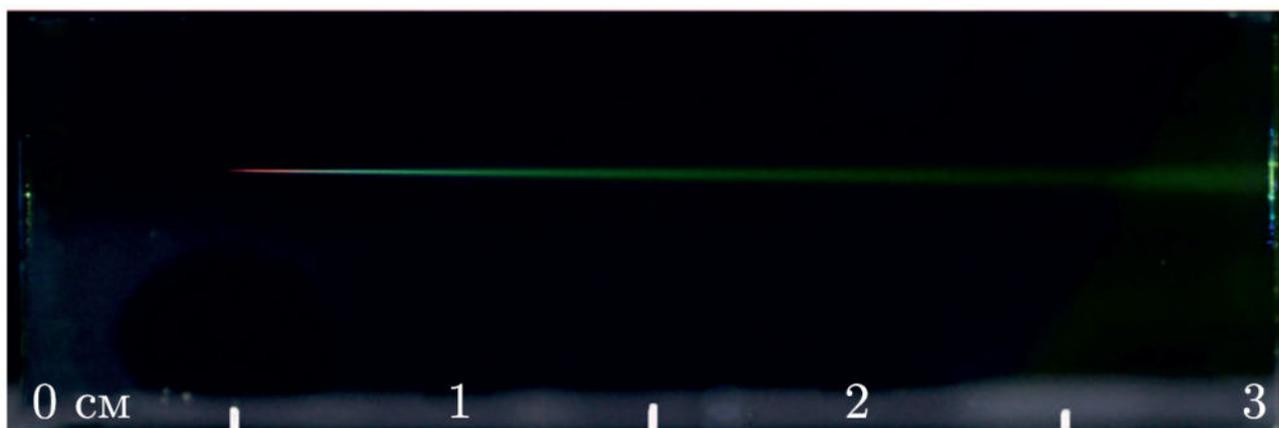


Рис. 5.12 Расходящееся излучение при самовоздействии оптического вихря в образце плавленого кварца длиной 3 см. Импульс распространяется слева направо. Начало филаментации находится на расстоянии примерно 0.5 см от входной грани. Энергия импульса составляет 4.6 мкДж.

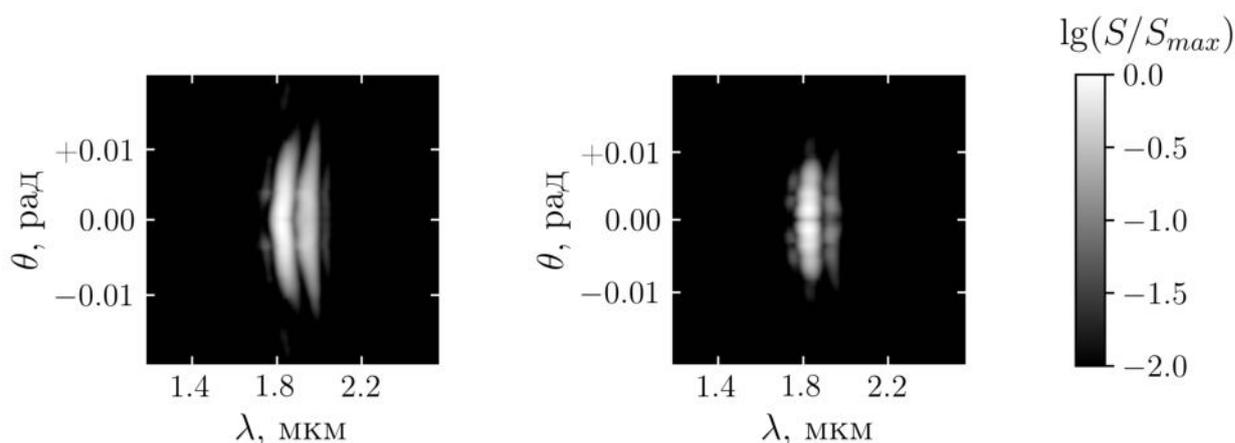


Рис. 5.13 Экспериментальные частотно-угловые спектры излучения филамента в плавленом кварце в ИК диапазоне фемтосекундного излучения на центральной длине волны 1850 нм для гауссова пучка (а) и оптического вихря (б). Спектры получены при небольшом превышении мощности над критической в начале устойчивого режима филаментации.

Сравнительный анализ частотно-угловых спектров оптического вихря и гауссова пучка (Рис. 5.13) показал, что уширение спектров носит, в целом, похожий характер, однако спектр вихревого пучка имеет ряд особенностей. Прежде всего, это отсутствие нулевой пространственной гармоники во всём диапазоне длин волн, что характерно для пучков с фазовой дислокацией. При уширении спектра в процессе самовоздействия эта особенность воспроизводится для всех длин волн.

В частотно-угловом спектре обоих пучков можно наблюдать отчетливо выделенные центральную, Стоксову и анти-Стоксову области. При этом в гауссовом пучке Стоксова часть спектра имеет бóльшую относительную интенсивность и ширину как по углу, так и по длине волны, чем в вихревом пучке, и в ней наблюдается дополнительная полоса небольшой интенсивности в области длин волн больше 2 мкм. Анти-Стоксова область, наоборот, более ярко выражена в спектре вихревого пучка, в котором она к тому же имеет существенно бóльшую угловую ширину. Важной особенностью частотно-углового спектра вихревого пучка является появление дополнительных (к нулевому углу) темных горизонтальных

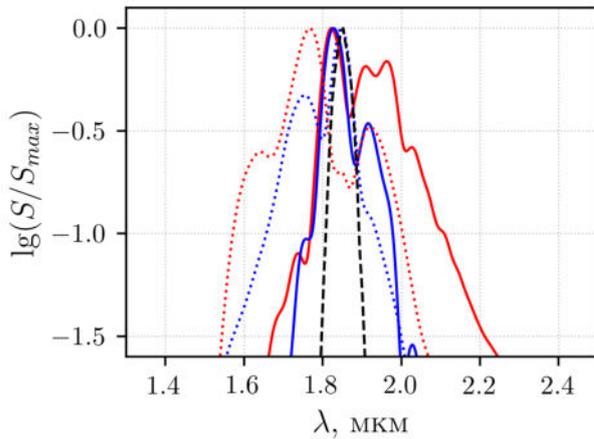


Рис. 5.14 Частотные спектры фемтосекундного импульса на выходе из образца плавленого кварца длиной 3 см, полученные экспериментально (сплошные кривые, $E_0 = 4.6$ мкДж) и численно (точечные кривые, $P_0/P_{cr} = 1.5$) для гауссова пучка (красные кривые) и оптического вихря (синие кривые). Каждый спектр нормирован на собственный максимум. Черной штриховой кривой показан спектр импульсов на входе в среду (численный).

полос, свидетельствующих об отсутствии (или существенном ослаблении) излучения под определёнными углами. В центральной области спектра можно наблюдать три такие полосы, эквидистантно расположенные на расстоянии примерно 0.18 градусов друг от друга. В Стоксовой и анти-Стоксовой частях спектра наблюдается одна полоса под углом 0.23 градуса.

Измеренные независимо от частотно-угловых спектров и построенные в логарифмическом масштабе, частотные спектры содержат те же особенности частотного уширения, которые были отмечены ранее (Рис. 5.14, сплошные кривые). В частности, на графиках хорошо видны пики, соответствующие центральной, Стоксовой и анти-Стоксовой частям спектра. Можно отметить, что дополнительный пик на длине волны больше 2 мкм наблюдается и в спектре оптического вихря, но существенно меньшей амплитуды, чем в спектре гауссовского пучка. В целом, ширина частотного спектра гауссовского пучка больше, чем оптического вихря, в 1.4 раза по уровню 10^{-1} .

Для анализа экспериментальных результатов проводилось численное моделирование самовоздействия оптического вихря и гауссова пучка в плавленом кварце с помощью решения системы уравнений (2.65). Центральная длина волны равнялась 1850 нм ($k_2 \simeq -71.5$ фс²/мм), длительность импульса была взята равной 67 фс (Табл. 5.2). Диаметр пучка в фокусе линзы по уровню e^{-2} составлял 80 мкм, что соответствует характерному пространственному масштабу Лагерр-Гауссовой моды $r_0 = 28$ мкм, при этом дифракционная длина равняется $z_{diff} = 0.4$ см. Было взято такое превышение мощности над критической $P_0/P_{cr} = 1.5$, чтобы положение нелинейного фокуса совпадало с экспериментальным – 0.5 см (Рис. 5.12). Выбранное превышение для гауссова пучка дает энергию импульса, равную 1.8 мкДж, а для оптического вихря – 7.3 мкДж, что на 20% и 37% соответственно больше значений энергии, измеренных в эксперименте. Указанные отличия можно объяснить неаксиальной симметрией реальных распределений поля в пучках. Заметим, что несмотря на асимметрию, дислокация в вихревом пучке присутствует приблизительно на оптической оси. С выбранным превышением мощности начальные интенсивности в расчетах составляют 0.62×10^{11} Вт/см² (гауссов пучок) и 0.92×10^{11} Вт/см² (оптический вихрь).

На входе в среду частотно-угловой спектр вихря имеет бимодальную структуру с

Параметр	Размерность	Гауссов пучок	Оптический вихрь
m	-	0	1
M	-	0	1
r_0	МКМ	28	28
t_0 (HWe ⁻¹ M)	фс	67	67
t_0 (FWHM)	фс	112	112
z_{diff}	см	0.4	0.4
z_{disp}	см	6.3	6.3
z_{fil}	см	0.4	0.5
λ_0	МКМ	1.85	1.85
k_2	фс ² /мм	-71.48	-71.48
P_0/P_{cr}	-	1.5	1.5
P_0	ГВт	0.02	0.07
$I_{max\ 0}$	ГВт/см ²	0.62	0.92
E_0	мкДж	1.8	7.3

Табл. 5.2 Параметры излучения при самофокусировке в плавленом кварце гауссова пучка и оптического вихря.

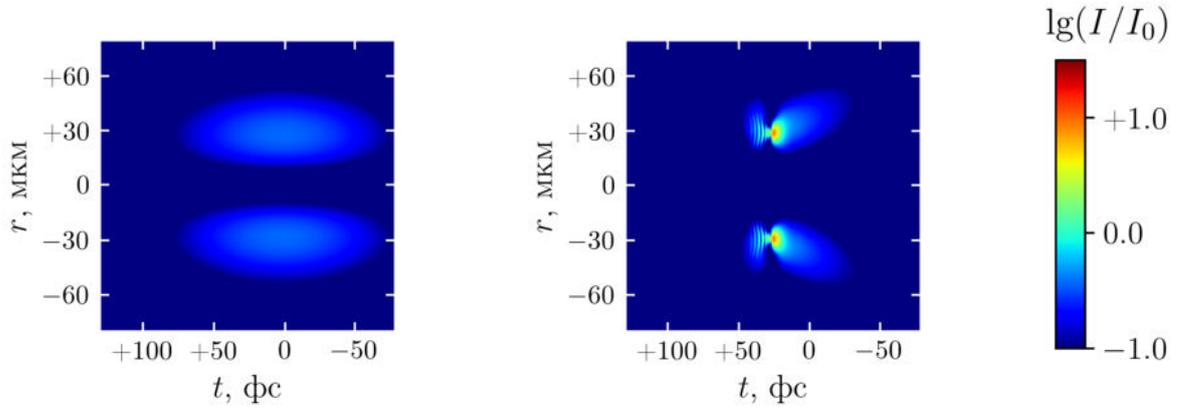


Рис. 5.15 Пространственно-временные распределения интенсивности в логарифмическом масштабе $\lg[I(r,t)/I_0]$ на расстояниях $z = 0.0$ см (слева) и 0.5 см (справа) при самовоздействии оптического вихря с параметрами, представленными в Табл. 5.2.

минимумом на уровне нулевого угла (Рис. 5.17а). Ширина «лепестка» по угловой координате находится в окрестности ~ 0.05 рад. Подобно рассмотренным ранее случаям самовоздействия вихрей в Главах 3 и 4, распространение вихревого пучка (Рис. 5.15, слева) начинается с одновременной керровской самофокусировки в кольце и самокомпрессии импульса в условиях аномальной ДГС. На расстоянии $z = 0.1$ см в спектре импульса видно уширение как по углу, так и по длине волны (Рис. 5.17б). Фокусировка в кольце приводит к тому, что уширение по углу является значительным и составляет ~ 0.10 рад. Дисперсионная длина импульса

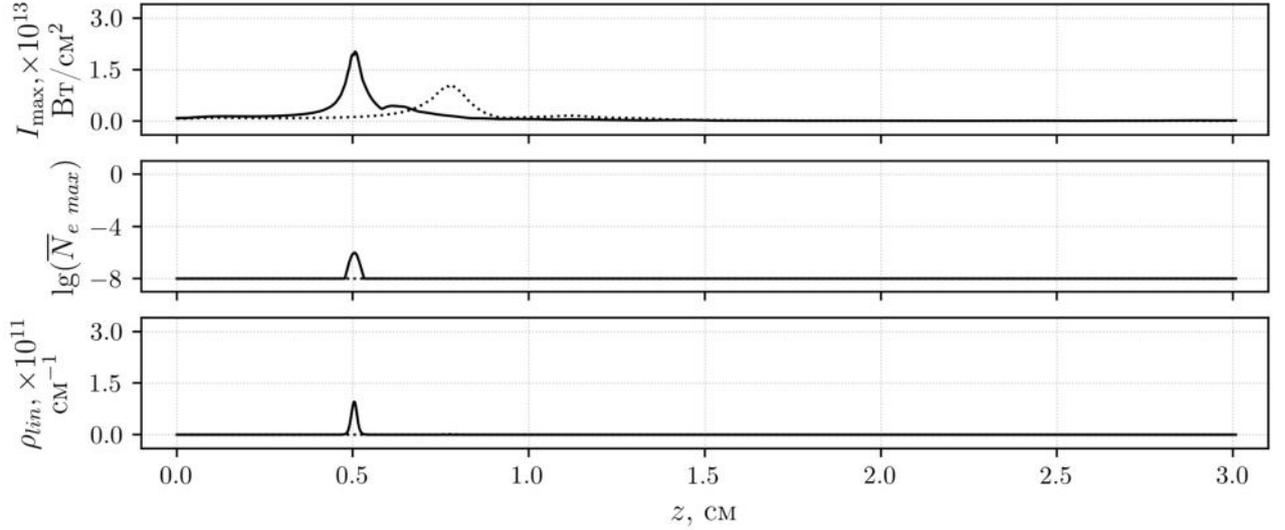


Рис. 5.16 Зависимость пиковой интенсивности I_{max} , логарифма нормированной пиковой концентрации плазмы $\lg \bar{N}_{e\ max} = \lg(N_{e\ max}/N_0)$ и линейной концентрации плазмы ρ_{lin} от расстояния вдоль направления распространения излучения z при филаментации оптического вихря с $P_0/P_V^{(1)} = 1.5$ (сплошные кривые) и $P_0/P_V^{(1)} = 1.2$ (точечные кривые).

много больше дифракционной длины вихря, поэтому самокомпрессия импульса происходит относительно медленно, и уширение спектра по частоте сравнительно небольшое (~ 300 нм). Спектр вдоль угловой координаты имеет полосатый вид с характерной шириной полос $0.03 \div 0.04$ рад (Рис. 5.17б). Отметим, что полосы в угловом спектре появляются вследствие суперпозиции спектра от частей пучка, соответствующих вложенным спиральным пластинкам в распределении фазы вихря (Рис. 5.4, Рис. 5.7). В (5.1) было показано, что ширина полос по угловой координате обратно пропорциональна характерному пространственному размеру вихря r_0 . В частности, при $r_0 = 50$ мкм, она равна ~ 0.025 рад. Тогда в рассматриваемом случае с $r_0 = 28$ мкм, согласно модели, ширина должна быть в окрестности 0.04 рад, что согласуется с Рис. 5.17б.

Превышение мощности над критической невелико, поэтому световая пуля формируется в кольце с радиусом, немного меньшим исходного радиуса вихря (Рис. 5.15, справа), что связано с обусловленным дифракцией перемещением энергии излучения по направлению к оптической оси. В результате нелинейный фокус появляется на расстоянии 0.5 см и имеет пиковую интенсивность $\sim 2 \times 10^{13}$ Вт/см² (Рис. 5.16, сплошные кривые). При этом практически не возникает плазмы: пиковая концентрация носителей заряда составляет $10^{-5} \div 10^{-6}N_0$, а линейная не поднимается выше 10^{11} см⁻¹. Заметим, что расстояние до фокуса при численном моделировании совпадает с началом видимого свечения в экспериментальном образце (Рис. 5.12). На Рис. 5.15 (справа) видно, что образовавшаяся кольцевая световая пуля имеет рябь в хвосте импульса. В (3.2) было показано, что такая рябь вызвана высшими порядками дисперсии. Резкое изменение амплитуды поля в хвосте импульса приводит к сильному уширению частотного спектра (Рис. 5.17в) – в коротковолновой области спектр достигает 1.5 мкм, а в длинноволновой выходит за 4 мкм. Общий вид полосатой структуры вдоль угловой координаты сохраняется, но в районе центральной длины волны нарушается из-за различий в

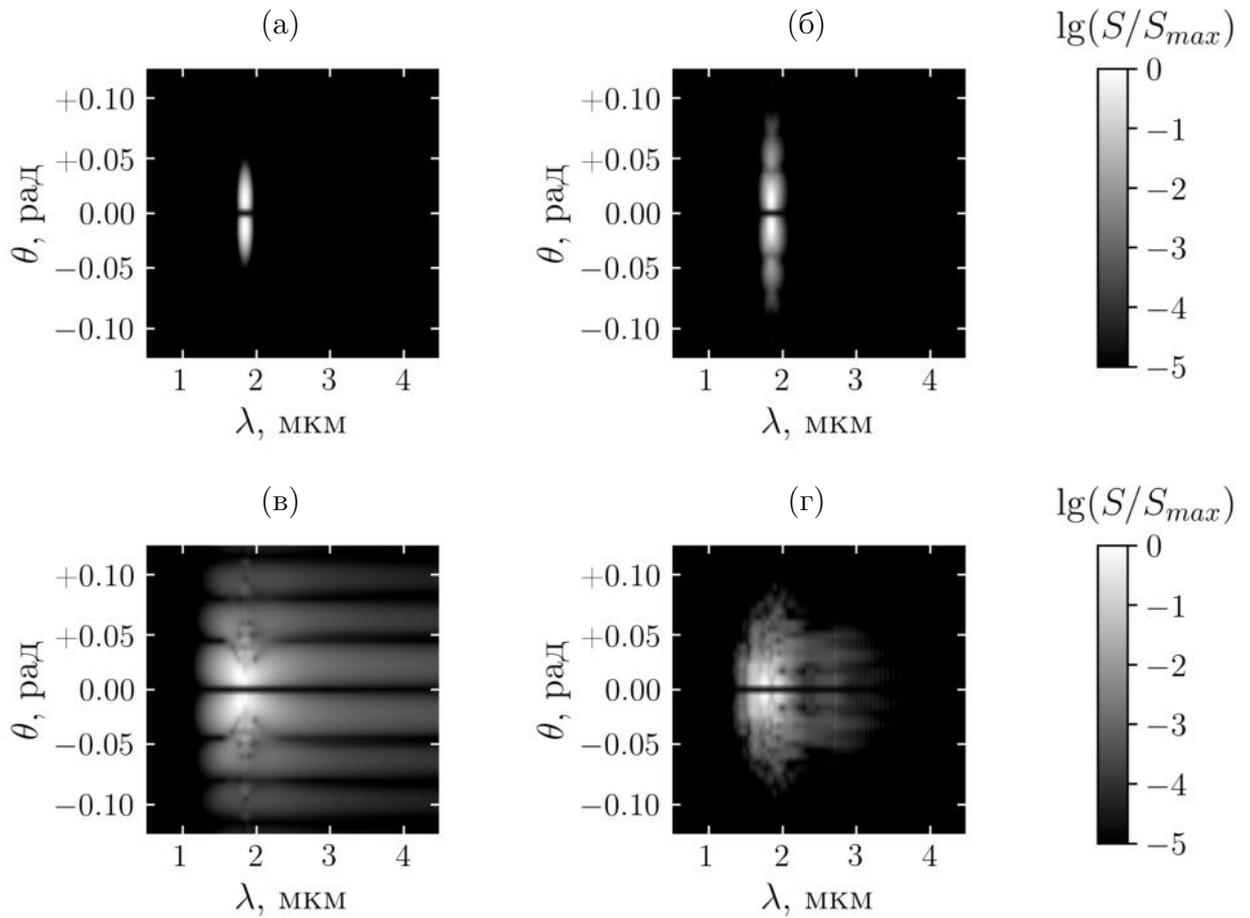


Рис. 5.17 Частотно-угловые спектры в логарифмическом масштабе $\lg[S(\theta, \lambda)/S_{max}]$ на расстояниях $z = 0.0$ см (а), 0.1 см (б), 0.5 см (в) и 3.0 см (г) при самовоздействии в плавленом кварце оптического вихря с параметрами, представленными в Табл. 5.2. Численное моделирование.

радиусе кольцевой моды во временных слоях с высокой и низкой интенсивностью. Характерная ширина полос по-прежнему находится в районе $0.03 \div 0.04$ рад. Небольшое превышение мощности над критической приводит к тому, что образовавшийся нелинейный фокус является единственным вдоль всей трассы. Дальнейшее распространение вихря связано с продолжением движения энергии излучения к оптической оси, а затем расплыванием как по времени, так и по пространству. После прохождения 3 см частотно-угловой спектр простирается от 1.5 мкм до 3.5 мкм по частоте и от 0.05 рад в коротковолновой и длинноволновой областях до 0.08 рад в центральной спектральной области по угловой координате (Рис. 5.17г). Остаточная полосатая структура лучше заметна в длинноволновой части спектра.

На Рис. 5.18а,б в одинаковом масштабе изображены частотно-угловые спектры вихря на выходе из среды, полученные экспериментально (слева) и численно (справа). Отличия в уширении по обеим координатам могут объясняться аксиальной несимметрией оптического вихря на входе в нелинейную среду (Рис. 5.11). Указанная особенность приводит к предопределенным геометрией пучка зонам формирования горячих точек при филаментации, в отличие идеальной ситуации, при которой сначала фокусировка происходит в кольце, а затем только после первого фокуса, как показано в (2.4.7), азимутальная неустойчивость ведет к нарушению симметрии углового распределения интенсивности. Каждая из сформированных

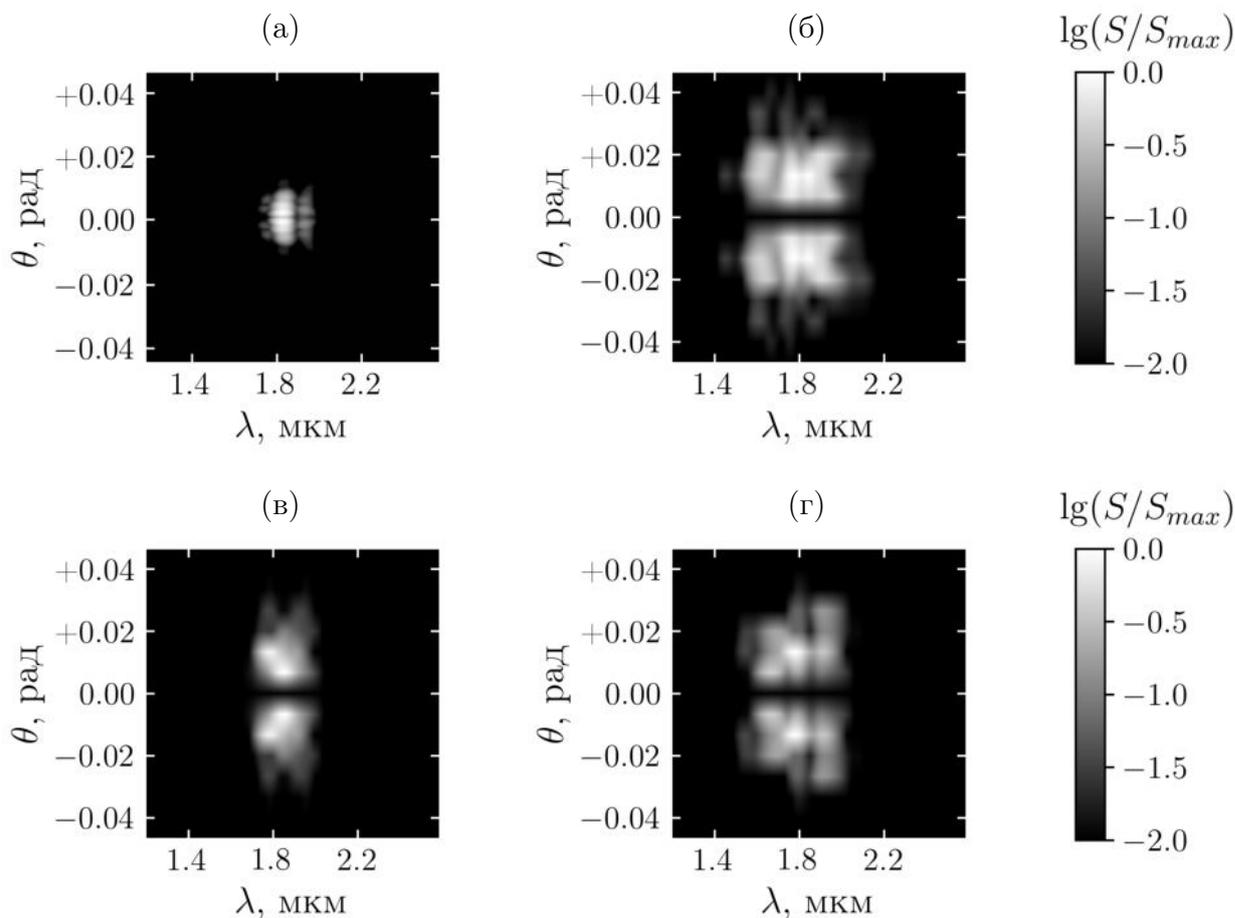


Рис. 5.18 Частотно-угловые спектры в логарифмическом масштабе $\lg[S(\theta, \lambda)/S_{max}]$ оптического вихря на выходе из образца плавленого кварца, полученные: (а) экспериментально, (б) численно с параметрами согласно Табл. 5.2 ($P_0/P_{cr} = 1.5$), (в) численно при равенстве энергии импульса значению, полученному в эксперименте ($P_0/P_{cr} = 0.95$), (г) численно при $P_0/P_{cr} = 1.2$.

горячих точек должна содержать мощность, равную $P_{hot} \sim P_0/\eta$, где η – число горячих точек. Если аппроксимировать форму каждой такой точки гауссом, то получается, что возможна ситуация, при которой превышения над критической мощностью гауссовых пучков будет недостаточно для появления высоких градиентов интенсивности и ее абсолютного значения, в результате чего угловой спектр может уширяться меньше, чем при сохранении кольцевой формы вихря. Падение пиковой интенсивности пучка влечет уменьшение крутизны хвоста импульса при самовоздействии, приводящее к более слабому частотному уширению спектра. Напомним, что в численных расчетах превышение мощности над критической было выбрано таким, чтобы расстояние до нелинейного фокуса в точности совпадало в том, что наблюдалось в эксперименте. В этом случае энергия импульса отличалась от экспериментальной на десятки процентов (Табл. 5.2). Если же взять такое превышение, чтобы энергия импульса равнялась экспериментальной, то результирующий спектр становится относительно узким по обеим координатам (Рис. 5.18в). Компромиссный вариант, при котором превышение составляет $P_0/P_{cr} = 1.2$, ведет к увеличению расстояния до первого нелинейного фокуса на ~ 3 мм по сравнению с выбранным способом, а также уменьшению пиковой интенсивности до $\sim 10^{13}$ Вт/см² (Рис. 5.16, точечные кривые). Меньшие градиенты по пространству и

времени приводят к более узкому спектру (Рис. 5.18г), чем при $P_0/P_{cr} = 1.5$. Таким образом, результирующий частотно-угловой спектр импульса сильно зависит от того, какую мощность имеет вихрь на входе в нелинейную среду. Необходимо отметить, что каждый из спектров на Рис. 5.18б-г соответствует своему способу сравнения результатов расчетов с экспериментом. При выравнивании одного параметра (расстояние до нелинейного фокуса, энергия импульса и пр.) другие будут отличаться еще сильнее, чем раньше, поэтому каждый из представленных вариантов имеет свои достоинства и недостатки.

В экспериментальном спектре на Рис. 5.18а видны слабо разделенные между собой горизонтальные полосы по угловой координате. Возможно, как и в случае с Рис. 5.17б,в, причина их возникновения заключается в суперпозиции спектров от мод и соответствующих им вложенных друг в друга спиральных фазовых пластинок. В численных расчетах моды являются кольцевыми, поэтому полосы в спектре являются хорошо разделимыми. В эксперименте отсутствие симметрии по углу приводит к замыванию полосатой картины, но последовательность максимумов, следующих через определенные интервалы, остается различимой. Кроме того, в условиях наличия горячих точек распределение фазы и формы кривых, соответствующих скачку фазы, сильно усложняются, в результате чего изменяется вид углового спектра по сравнению с осесимметричным случаем, и характерный размер полос также может измениться.

В обоих спектрах на Рис. 5.18а,б можно выделить три достаточно хорошо локализованные частотные области: одна – вблизи центральной длины волны $\lambda_0 = 1850$ нм, другая – коротковолновая часть, и третья – длинноволновая область. В целом, наблюдается качественное сходство картины уширения спектра в обоих случаях.

Для сравнительного анализа с филаментацией оптического вихря было выполнено численное моделирование филаментации гауссова пучка с параметрами, представленными в Табл. 5.2. Отметим, что были выбраны такие же пространственные и временные параметры излучения и такое же превышение пиковой мощности над критической. На Рис. 5.14 точечными кривыми изображены численные частотные спектры оптических вихрей на выходе из образца, которые представляют собой проинтегрированные по углу частотно-угловые спектры. Как в численных, так и в экспериментальных частотных спектрах обоих пучков наблюдается по два ярко выраженных максимума. Ширина спектров импульсов по уровню 10^{-1} на выходе из образца больше, как минимум, в 2.5 раза, по сравнению с началом распространения. Характерная ширина численных спектров отличается от экспериментальных значений не более, чем на 15%, при этом уширение спектра оптического вихря меньше, чем в гауссовом пучке. Указанная особенность объясняется тем, что фазовая дислокация препятствует самофокусировке излучения на оси и, соответственно, достижению больших градиентов интенсивности. В работе [26] получено, что частотный спектр вихревого пучка с $m = 1$ при самовоздействии в воздухе на центральной длине волны 800 нм шире, чем у гауссова пучка. Такие результаты связаны с тем, что в условиях нулевой ДГС, которой соответствует рассматриваемая длина волны в воздухе, определяющую роль в самовоздействии играет пространственная самофокусировка, поэтому оптический вихрь имеет более выраженные градиенты интенсивности по отношению к гауссову пучку по пространству и времени.

5.3 Выводы по главе

Исследование стационарного самовоздействия оптических вихрей с топологическим зарядом $m = 1$ показало, что в угловом спектре вихревого пучка образуется система колец. Самофокусировка кольцевого пучка с фазовой дислокацией вызывает искривление линии скачка фазы на расстоянии от оси, соответствующем радиусу фокусирующейся кольцевой моды, что приводит к формированию в нем системы вложенных спиральных фазовых распределений, повернутых друг относительно друга на π . Излучение с фазой, соответствующей каждому такому распределению, имеет спектр, состоящий из системы большого числа колец, амплитуда которых уменьшается к периферии спектра. Результирующий угловой спектр вихря представляет собой когерентную суперпозицию указанных систем колец, зависящую от амплитуды кольцевых мод вихря и числа вложенных спиральных фазовых распределений, динамика которых, в свою очередь, определяется превышением мощности пучка над критическим значением. С изменением длины волны при сохранении пространственных параметров вихря и превышения мощности над критической на одинаковых расстояниях в единицах дифракционных длин картина формирования указанных колец повторяется. Ширина колец в угловом спектре обратно пропорциональна характерному пространственному размеру вихря и не зависит от длины волны излучения. В процессе филаментации фемтосекундного вихря благодаря совместному влиянию нелинейностей и дисперсии происходит перекачка мощности от центральной длины волны в соседние спектральные области и уширение частотного спектра, в результате чего каждая гармоника испытывает угловое уширение согласно описанному механизму формирования системы вложенных спиральных фазовых распределений. При этом положение максимумов и минимумов не зависит от длины волны, поскольку описанный выше процесс суперпозиции спектров определяется только формой соответствующих кольцевых мод.

Сравнение численных расчетов с экспериментальными данными о самовоздействии оптического вихря на центральной длине волны в окрестности 1800 нм при распространении в образце плавленого кварца выявили характерные особенности трансформации его частотно-углового спектра в области аномальной дисперсии групповой скорости. Установлено, что уширение спектра сопровождается появлением в окрестности нелинейного фокуса локализованных максимумов в Стоксовой и анти-Стоксовой частях. В уширенном спектре наблюдается полосатая структура – дополнительные темные полосы вдоль частотной координаты. Показано, что в условиях аномальной дисперсии групповой скорости при одинаковом превышении критической мощности уширение спектра в оптическом вихре меньше, чем в гауссовом пучке, так как фазовая дислокация препятствует самофокусировке излучения на оси и, соответственно, достижению больших градиентов интенсивности.

Заключение

В настоящей работе проведено численное исследование пространственно-временной и спектральной динамики излучения при филаментации оптических вихрей в прозрачных твердотельных диэлектриках в условиях аномальной дисперсии групповой скорости. Разработан программный код на языках C++ и Python, позволяющий анализировать фемтосекундную филаментацию вихревых пучков, включая самофокусировку частично-когерентных вихрей, а также обрабатывать экспериментальные данные по регистрации частотных и частотно-угловых спектров излучения. Результаты численного исследования согласуются с экспериментальными данными.

Основные научные результаты диссертационной работы:

- Филаментация оптических вихрей с топологическим зарядом $m = 1$ в плавленом кварце на длине волны $\lambda_0 = 1.8$ мкм, что соответствует аномальной ДГС, может приводить к формированию кольцевых световых пульс. При относительно небольшом превышении пиковой мощности над критической мощностью самофокусировки ($P_0 = 4 \div 5P_V^{(m)}$) формируется последовательность кольцевых световых пульс, каждая из которых имеет длительность, близкую к одной осцилляции поля, и ширину в несколько микрометров. Радиусы световых пульс уменьшаются по мере распространения вихря и могут сократиться до 10 микрометров. Энергия каждой следующей пули меньше предыдущей и составляет от 30% до 10% полной энергии импульса на этом расстоянии. Образование последовательности кольцевых световых пульс приводит к появлению многофокусной структуры излучения с поверхностной плотностью энергии в нелинейном фокусе порядка 10^2 мДж/см². Наибольшие значения интенсивности и поверхностной плотности энергии достигаются при уменьшении радиуса кольцевой моды в последних нелинейных фокусах. Формирование пули сопровождается уширением частотно-углового спектра излучения. Частотное уширение происходит, в основном, в длинноволновую область, куда переходит более половины оптической энергии.
- Дисперсия групповой скорости существенно влияет на характер нелинейно-оптических трансформаций при самовоздействии оптических вихрей в твердотельных диэлектриках. При самовоздействии фемтосекундного вихря в условиях аномальной дисперсии групповой скорости первый нелинейный фокус формируется раньше, чем в стационарном случае, благодаря самокомпрессии импульса. Ограничение интенсивности кольцевой световой пули в первом нелинейном фокусе при самовоздействии в условиях аномальной ДГС оптического вихря с топологическим зарядом $m = 1$ и превышением пиковой

мощности в $4 \div 5$ раз наступает вследствие дифракции сфокусированного кольца, которая проявляется тем сильнее, чем меньше ширина кольца.

- При превышении пиковой мощности над критической $P_0/P_V^{(m)} \simeq 4 \div 5$ наиболее интенсивные кольцевые световые пули формируются в оптических вихрях с равными дифракционной и дисперсионной длинами. Сценарии формирования кольцевых пуль в кристаллах SiO_2 , LiF и CaF_2 определяются топологическим зарядом оптического вихря и для $m = 1, 2$ слабо зависят от параметров диэлектрика. При $m = 1$ формируется три световых пули, последняя из которых является наиболее интенсивной. При $m = 2$ образуется $2 \div 3$ пули, но самой интенсивной, как правило, является первая. Рост мощности излучения ведет к формированию большего числа кольцевых световых пуль. Наибольшее количество КСП в рассматриваемых твердотельных диэлектриках образуется в кристалле LiF , в котором скорость ионизации на порядки меньше, чем в SiO_2 и CaF_2 , и баланс наведенных нелинейно-оптических линз, соответствующих керровской самофокусировке и плазменной дефокусировке, наступает позже. Нелинейный и лавинообразный характер формирования КСП в описанных условиях в среднем ведет к росту числа пуль при распространении вихревого пучка в среде.
- Процессы образования световых пуль в вихревых и гауссовых пучках имеют как сходства, так и отличия. Как правило, для одинакового превышения мощности над критической мощностью самофокусировки соответствующего пучка плазменные каналы в оптических вихрях содержат меньшую по сравнению с гауссовым пучком концентрацию плазмы. Однако при филаментации вихря с $m = 1$ в третьем фокусе, где кольцевая световая пуля является наиболее интенсивной, линейная концентрация плазмы в вихревом пучке может существенно превышать таковую в нелинейных фокусах гауссова пучка. Групповая скорость обычных и кольцевых световых пуль уменьшается по мере распространения излучения, поэтому они смещаются к хвосту импульса. Ширина кольцевых пуль в вихревых пучках сопоставима с шириной пуль в гауссовом пучке, длительность каждой пули в обоих пучках близка к осцилляции светового поля.
- Стационарное самовоздействие оптического вихря с топологическим зарядом $m = 1$ вызывает искривление линии скачка фазы на расстоянии от оси, равном радиусу фокусирующейся кольцевой моды, что приводит к закручиванию линии скачка фазы и формированию в фазе системы вложенных спиральных распределений, соседние из которых имеют сдвинутые на π по отношению друг к другу спиральные фазы. Излучение с фазой, соответствующей каждому такому распределению, имеет угловой спектр, состоящий из системы колец, амплитуда которых уменьшается при смещении в сторону высоких гармоник. Угловой спектр вихря представляет собой суперпозицию спектров излучения для каждого такого спирального распределения фазы. В условиях нестационарного самовоздействия вихрей указанные кольца в частотно-угловом спектре соответствуют полосам вдоль угловой координаты, что

согласуется с экспериментальными результатами измерения частотно-угловых ИК спектров оптических вихрей в плавленом кварце.

- При самовоздействии оптического вихря на центральной длине волны в окрестности 1800 нм в образце плавленого кварца уширение спектра излучения сопровождается появлением в окрестности нелинейного фокуса локализованных максимумов в стоксовой и антистоксовой частях. В условиях аномальной дисперсии групповой скорости при одинаковом превышении критической мощности уширение спектра в оптическом вихре меньше, чем в гауссовом пучке, так как фазовая дислокация препятствует самофокусировке излучения на оси и, соответственно, достижению больших градиентов интенсивности.

Список публикаций по теме диссертации

Основные результаты работы отражены в научных статьях, опубликованных в журналах Scopus, WoS, RSCI, а также в Перечне изданий МГУ:

1. **Васильев Е.В.** Шленов С.А. Филаментация кольцевого пучка с вихревой фазовой дислокацией в плавленом кварце. *Квантовая Электроника*. Т. 46, С. 1002 (2016). IF WoS: 1.194. Авторский вклад: 50%.
2. **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Kandidov V.P. Femtosecond filamentation of optical vortex in a medium with anomalous group velocity dispersion. *EPJ Web of Conferences*, V. 161, P. 02029 (2017). IF Scopus: 0.9. Авторский вклад: 50%.
3. **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Kandidov V.P. Multifocus self-focusing of a femtosecond optical vortex. *EPJ Web of Conferences*, V. 190, P. 03015 (2018). IF Scopus: 0.9. Авторский вклад: 50%.
4. **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Kandidov V.P. Annular light bullets of a femtosecond optical vortex in a medium with anomalous group velocity dispersion. *Laser Physics Letters*. V. 15, P. 115402 (2018). IF WoS: 1.704. Авторский вклад: 50%.
5. **Васильев Е.В.** Шленов С.А. Кандидов В.П. Многофокусная структура излучения при фемтосекундной филаментации оптического вихря в среде с аномальной дисперсией групповой скорости. *Оптика и спектроскопия*. Т. 126, С. 24 (2019). IF WoS: 0.74. Авторский вклад: 50%.
6. **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Topological charge influence on self-action of femtosecond optical vortices in the range of anomalous group velocity dispersion. *EPJ Web of Conferences*, V. 220, P. 02019 (2019). IF Scopus: 0.9. Авторский вклад: 50%.
7. **Васильев Е.В.** Кандидов В.П. Компанец В.О. Чекалин С.В. Шленов С.А. Формирование кольцевых световых пуль в вихревом пучке фемтосекундного излучения. *Известия РАН. Серия Физическая*. Т. 83, С. 1602 (2019). IF Scopus: 0.8. Авторский вклад: 50%.
8. Шленов С.А. **Васильев Е.В.** Чекалин С.В. Компанец В.О. Скиданов Р.В. Спектральное уширение фемтосекундных оптических вихрей при филаментации в плавленом кварце в условиях аномальной дисперсии групповой скорости. *ЖЭТФ*. Т. 159, С. 400 (2021). IF WoS: 1.111. Авторский вклад: 40%.

и иных научных трудах соискателя:

- 1.01 **Vasilyev E.V.**, Shlenov S.A. Influence of optical angular momentum on filamentation of 800 nm femtosecond laser pulses in fused silica. *Proceedings of SPIE 9922 Optical Trapping and Optical Micromanipulation XIII*, V. 9922, P. 99222E (2016). IF Scopus: 0.9. Авторский вклад: 50%.
- 1.02 Shlenov S.A. **Vasilyev E.V.**, Kandidov V.P. Spatio-temporal and spectral transformation of femtosecond pulsed beams with phase dislocation propagating under conditions of self-action in transparent solid-state dielectrics. *Progress in Photon Science: Springer Series in Chemical Physics*. V. 119, P. 43 (2019). IF Scopus: 0.6. Авторский вклад: 40%.
- 1.03 Shlenov S.A. **Vasilyev E.V.**, Kandidov V.P. Dergachev A.A. Soyfer F.I. Self-action of femtosecond optical vortex in a medium with Kerr nonlinearity. *Progress in Photon Science: Springer Series in Chemical Physics*. V. 125, P. 1 (2021). IF Scopus: 0.6. Авторский вклад: 40%.
- 2.01 **Васильев Е.В.**, Шленов С.А. Уширение частотно-углового спектра при самовоздействии фемтосекундного лазерного импульса на длине волны 800 нм в кольцевом пучке с фазовой сингулярностью в плавленом кварце. *Сборник трудов XXII Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2015»* (Москва, Россия, 2015)
- 2.02 **Васильев Е.В.**, Шленов С.А. Пространственно-временная динамика и частотно-угловые спектры при самовоздействии фемтосекундного лазерного импульса в плавленом кварце на длине волны 800 нм в кольцевом пучке с фазовой сингулярностью. *Сборник трудов IX Международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2015»* (Санкт-Петербург, Россия, 2015)
- 2.03 **Васильев Е.В.**, Шленов С.А. Частотно-угловые спектры оптических полей с фазовой дислокацией при самовоздействии в плавленом кварце. *Сборник Трудов V Международной конференции по фотонике и информационной оптике* (Москва, Россия, 2016)
- 2.04 **Васильев Е.В.**, Шленов С.А. Филаментация кольцевых пучков с фазовой сингулярностью в плавленом кварце на длине волны 800 нм. *Сборник трудов XXIII Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016»* (Москва, Россия, 2016)
- 2.05 **Vasilyev E.V.**, Shlenov S.A. Influence of optical angular momentum on filamentation of 800 nm femtosecond laser pulses in fused silica. *Proceedings of SPIE Optics + Photonics* (Сан-Диего, США, 2016)
- 2.06 **Vasilyev E.V.**, Shlenov S.A. Femtosecond filamentation of double-charged optical vortex in fused silica. *Proceedings of International Conference on Coherent and Nonlinear Optics /*

International Conference on Lasers, Applications and Technologies 2016 (Минск, Беларусь, 2016)

- 2.07 **Васильев Е.В.** Шленов С.А., Кандидов В.П. Фемтосекундная филаментация оптического вихря в условиях аномальной дисперсии групповой скорости. *Сборник трудов XI Международного симпозиума по фотонному эхо и когерентной спектроскопии* (Светлогорск, Россия, 2017)
- 2.08 **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Kandidov V.P. Spatiotemporal dynamics of optical vortex in femtosecond mid-IR filament. *Proceedings of International Conference on Ultrafast Optical Science 2017* (Москва, Россия, 2017)
- 2.09 Shlenov S.A. **Vasilyev E.V.** Kandidov V.P. Spatio-temporal and spectral transformation of femtosecond pulsed beams with phase dislocation propagating under conditions of self-action in transparent solid-state dielectrics. *Proceedings of The Third STEPS Symposium on Photon Science* (Москва, Россия, 2018)
- 2.10 **Васильев Е.В.** Шленов С.А. Пространственно-временная динамика и спектры фемтосекундного лазерного излучения в вихревом пучке при самовоздействии в среде с аномальной дисперсией групповой скорости. *Сборник трудов X Международной конференции «Фундаментальные проблемы оптики 2018»* (Санкт-Петербург, Россия, 2018)
- 2.11 **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Kandidov V.P. Multifocus self-focusing of a femtosecond optical vortex. *Proceedings of XIII International Conference on Hole Burning, Single Molecule, And Related Spectroscopies: Science and Applications* (Суздаль, Россия, 2018)
- 2.12 **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Kandidov V.P. Femtosecond annular light bullets in a medium with anomalous group velocity dispersion. *Proceedings of International Conference on Ultrafast Optical Science* (Москва, Россия, 2018)
- 2.13 **Васильев Е.В.** Шленов С.А. Суперконтинуум вихревых кольцевых пучков фемтосекундного лазерного излучения при самовоздействии в области аномальной дисперсии групповой скорости. *Сборник трудов XI Международной конференции «Фундаментальные проблемы оптики 2019»* (Санкт-Петербург, Россия, 2019)
- 2.14 **Васильев Е.В.** Шленов С.А. Влияние топологического заряда на самовоздействие вихревых пучков фемтосекундного излучения в условиях аномальной дисперсии групповой скорости. *Proceedings of International Workshop on Quantum Optics 2019* (Владимир, Россия, 2019)
- 2.15 **Vasilyev E.V.** Shlenov S.A. Kandidov V.P. Kompanets V.O. Chekalin S.V. Skidanov R.V. Spectral broadening of femtosecond optical vortices under filamentation in a medium with anomalous group velocity dispersion. *Proceedings of 19th International Conference on Laser Optics 2020* (Санкт-Петербург, Россия, 2020)

Приложение

Частота лавинной ионизации в поле лазерного импульса

При появлении плазмы на ее электроны начинает воздействовать электромагнитная сила, заставляя их колебаться. Будем считать, что магнитная составляющая поля отсутствует, и скорости электронов плазмы малы. Предположим, что электроны осциллируют в гармоническом электрическом поле, испытывая упругие столкновения с частотой ν_{ei} , сбивающие фазу колебаний. Полагая $\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) \equiv \mathbf{p}(t)$, запишем уравнение движения:

$$\frac{\partial \mathbf{p}(t)}{\partial t} = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{p}(t)\nu_{ei}. \quad (\text{П.1})$$

Учитывая, что $\mathbf{p}(t) = em_e v(t)$, получим:

$$\frac{\partial v(t)}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} E_0 \sin(\omega_0 t) - v(t)\nu_{ei}. \quad (\text{П.2})$$

Решим дифференциальное уравнение (П.2), сделав замену переменных $v(t) = x(t)y(t)$:

$$y(t)\frac{\partial x(t)}{\partial t} + x(t)\left(\frac{\partial y(t)}{\partial t} + y(t)\nu_{ei}\right) = -\frac{e}{m_e} E_0 \sin(\omega_0 t). \quad (\text{П.3})$$

Исходя из (П.3), составим систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial y(t)}{\partial t} + y(t)\nu_{ei} = 0, \\ y(t)\frac{\partial x(t)}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} E_0 \sin(\omega_0 t), \end{cases} \quad (\text{П.4})$$

откуда следует:

$$\begin{cases} y(t) = \exp\{-\nu_{ei}t\}, \\ x(t) = \int -\frac{e}{m_e} E_0 \sin(\omega_0 t) \exp\{\nu_{ei}t\} dt. \end{cases} \quad (\text{П.5})$$

Возьмем интеграл для $x(t)$:

$$\begin{aligned} x(t) &= -\frac{e}{m_e} E_0 \operatorname{Im} \left[\int \exp\{i\omega_0 t\} \exp\{\nu_{ei}t\} dt \right] = \\ &= -\frac{e}{m_e} E_0 \operatorname{Im} \left[\frac{\nu_{ei} - i\omega_0}{\omega_0^2 + \nu_{ei}^2} \exp\{i\omega_0 t\} \exp\{\nu_{ei}t\} \right] = \\ &= -\frac{e}{m_e} E_0 \frac{\exp\{\nu_{ei}t\}}{\omega_0^2 + \nu_{ei}^2} (\nu_{ei} \sin(\omega_0 t) - \omega_0 \cos(\omega_0 t)), \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

найдем модуль скорости:

$$v(t) = x(t)y(t) = \frac{eE_0}{m_e(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)}\omega_0 \cos(\omega_0 t) - \frac{eE_0}{m_e(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)}\nu_{ei} \sin(\omega_0 t) \quad (\text{П.7})$$

и его среднеквадратичное значение:

$$\begin{aligned} \langle v(t)^2 \rangle = & \left\langle \frac{e^2 E_0^2}{m_e^2(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)^2} \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t) - 2 \frac{e^2 E_0^2}{m_e^2(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)^2} \omega_0 \nu_{ei} \cos(\omega_0 t) \sin(\omega_0 t) + \right. \\ & \left. + \frac{e^2 E_0^2}{m_e^2(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)^2} \nu_{ei}^2 \sin^2(\omega_0 t) \right\rangle = \frac{e^2 E_0^2}{2m_e^2(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)}. \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

Таким образом, найдено среднеквадратичное значение модуля скорости электронов при отклонении их гармоническим полем с учетом упругих столкновений.

Средняя кинетическая энергия колебательного движения электронов равна:

$$\langle E_{osc} \rangle = \frac{m_e \langle v^2(t) \rangle}{2} = \frac{e^2 E_0^2}{4m_e(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)}. \quad (\text{П.9})$$

В одном столкновении электрон приобретает энергию

$$E_i = 2\langle E_{osc} \rangle = \frac{e^2 E_0^2}{2m_e(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)}. \quad (\text{П.10})$$

Обладая энергией E_i , электроны будут вырываться из потенциала ионизации с частотой

$$\nu_i = \frac{E_i}{U_i} \nu_{ei} = \frac{1}{U_i} \frac{e^2 E_0^2}{2m_e(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)} \nu_{ei}. \quad (\text{П.11})$$

Поскольку $I = cn\varepsilon_0 |E_0|^2/2$, перепишем итоговое выражение для ν_i через интенсивность:

$$\nu_i = \frac{1}{U_i} \frac{e^2}{2m_e(\omega_0^2 + \nu_{ei}^2)} \frac{I}{cn\varepsilon_0} \nu_{ei}. \quad (\text{П.12})$$

Выражение (П.12) описывает частоту лавинной ионизации плазменных электронов в поле падающего лазерного излучения.

Формулы для производных первого и второго порядка дисперсионного ряда

Выражение для волнового числа $k(\lambda)$ с учетом формулы Селлмейера (2.67) имеет вид:

$$k(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 + \sum_{i=1}^3 \frac{C_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2}}. \quad (\text{П.13})$$

Обратное значение групповой скорости импульса $k_1 = 1/v_g$ является 1-й производной волнового числа k по частоте ω :

$$k_1 = \frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{\partial k}{\partial(2\pi c/\lambda)} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{\partial k}{\partial \lambda}. \quad (\text{П.14})$$

Учитывая (П.14), получим выражение для k_1 в явном виде:

$$k_1(\lambda) = \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{C_i \lambda^4}{(\lambda^2 - \lambda_i^2)^2} + 1 \right\} / \left\{ c \sqrt{1 + \sum_{i=1}^3 \frac{C_i}{1 - (\lambda_i/\lambda)^2}} \right\}. \quad (\text{П.15})$$

Дисперсия групповой скорости k_2 , в свою очередь, является 2-й производной волнового числа k по частоте ω :

$$k_2 = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} = \frac{\partial^2 k}{\partial (2\pi c/\lambda)^2} = \frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^2} \frac{\partial^2 k}{\partial \lambda^2}. \quad (\text{П.16})$$

С учетом (П.16), итоговое выражение для k_2 имеет вид:

$$k_2(\lambda) = \left\{ \lambda^6 \sum_{i=1}^3 \frac{C_i \lambda_i^2 (\lambda^2 + 3\lambda_i^2)}{(\lambda^2 - \lambda_i^2)^3} \left[1 + \sum_{i=1}^3 \frac{C_i}{1 - (\lambda_i/\lambda)^2} \right] + 2\lambda^2 \left[1 + \sum_{i=1}^3 \frac{C_i}{1 - (\lambda_i/\lambda)^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1}^3 \frac{C_i \lambda_i^2}{(\lambda_i/\lambda)^2 - 1)^2} - \left(\sum_{i=1}^3 \frac{C_i \lambda_i^2}{((\lambda_i/\lambda)^2 - 1)^2} \right)^2 \right\} / \left\{ 2\pi c^2 \lambda^3 \left[1 + \sum_{i=1}^3 \frac{C_i}{1 - (\lambda_i/\lambda)^2} \right]^{3/2} \right\}. \quad (\text{П.17})$$

Аналитические выражения (П.14) и (П.16) используются в модели для расчета 1-го и 2-го порядков дисперсии соответственно. Заметим, что в проделанных выкладках для описания зависимости показателя преломления от длины волны $n(\lambda)$ использовалась оригинальная формула Селлмейера без аппроксимации резонансов, поскольку как k_1 , так и k_2 рассчитываются для центральной длины волны импульса, которая всегда далека от резонансов.

Оптимальная светка в инерционной керровской нелинейности

Инерционная керровская нелинейность рассчитывается через свертку с затухающим гармоническим ядром (2.28) с одинаковыми для всех рассматриваемых диэлектриков параметрами, приведенными в (2.4): $\tau_k = 32$ фс – характерное время инерционного отклика среды, $\Omega_R = 8 \times 10^{13} \text{ с}^{-1}$ – частота вращения молекул среды.

В данном случае одним из способов ускорения расчетов при взятии свертки является ограничение ее ядра временным окном Δ_t . Необходимо выбрать такое минимальное временное окно, которое не вносило бы существенных изменений в физическую картину самофокусировки по сравнению с полным расчетом свертки. Поскольку ядро осциллирует, среди возможных временных окон Δ_t будем рассматривать те, которые соответствуют нулям функции (2.28): 40, 80, 120 и 150 фс (Рис. П.2). На Рис. П.1 изображены временные профили интенсивности при самофокусировке с различными по величине Δ_t временными окнами на расстоянии z , соответствующем типичным для режима филаментации интенсивностям около $5 \times 10^{13} \text{ Вт/см}^2$. Среднеквадратичные отклонения кривых от случая полного расчета свертки, если идти от меньшего окна к большему, соотносятся как $1 : 10^{-2} : 10^{-4} : 10^{-7}$.

Из Рис. П.1 и приведенных значений отклонений видно, что при $\Delta_t = 40$ фс профиль импульса довольно сильно отличается от случая полного расчета свертки, в то время как

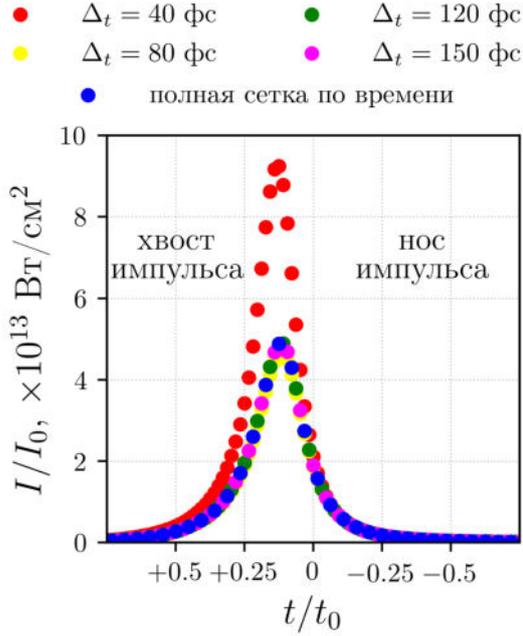


Рис. П.1 Временные профили интенсивности на оптической оси на расстоянии $z = 1.3$ см при самофокусировке гауссова пучка с фиксированным коэффициентом $g = 0.18$ и различными окнами свертки Δ_t . Параметры излучения: $\lambda_0 = 1800$ нм, $r_0 = 100$ мкм, $t_0 = 50$ фс, $P_0 = 5P_G$, дифракционная длина $z_{\text{diff}} = 5.0$ см, нелинейная длина $z_{\text{nl}} = 1.34$ см, нелинейная среда – плавленый кварц.

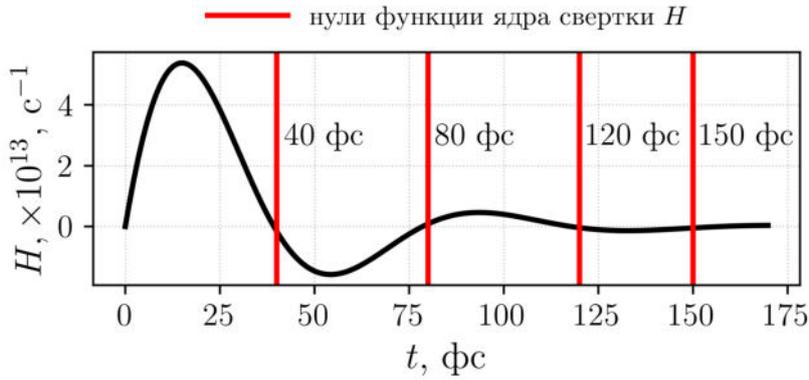


Рис. П.2 Ядро свертки $H(t)$, описывающей инерционную керровскую нелинейность (2.28) с параметрами $\tau_k = 32$ фс, $\Omega_R = 8 \times 10^{13}$ с $^{-1}$. Красными линиями отмечены последовательные нули функции.

при больших значениях ширины окна находится с ним в хорошем согласии. Таким образом, минимальное значение окна Δ_t , при котором нет существенных отличий от полного расчета свертки, составляет $\Delta_t = 80$ фс, что соответствует учету одной полной осцилляции ядра $H(t)$. Указанное значение использовалось в численных расчетах.

Вычислительная сложность модели

Любой алгоритм имеет т.н. вычислительную сложность – функцию зависимости объема работы от размера входных данных, которая обычно записывается в терминах «О-большое» [274]. Принято говорить, что сложность алгоритма составляет $O(f(n))$, если с увеличением параметра n время работы алгоритма будет возрастать не быстрее, чем некоторая константа, умноженная на $f(n)$. Если запись $O(f(n))$ означает ограничение сверху, то $\Theta(f(n))$ описывает ограничение сверху и снизу. Например, проход по m -мерному массиву длиной n и прибавление к каждому элементу константы занимает $\Theta(n^m)$ операций, а бинарный поиск в одномерном отсортированном массиве – $O(\log_2 n)$. Оценим вычислительную сложность алгоритма численного решения системы уравнений (2.65).

Заметим, что начальное условие для поля A представляет собой двумерный комплексный массив размером $n_r \times n_t$. Для ускорения преобразования Фурье число точек по временной координате бралось равным степени двойки. Размер сетки по времени составлял более 10 характерных длительностей импульса t_0 (HWe^{-1}M), а по радиусу – более $6r_0$, где r_0 – характерный пространственный размер пучка. При этом число точек по радиусу обычно бралось в 2 раза меньше, чем по времени. По каждой из координат r и t количество точек в сетке не превышало 10^4 , в то время как число шагов вдоль эволюционной координаты n_z обычно равнялось нескольким десяткам тысяч – $(20 \div 50) \times 10^3$.

С точки зрения реализации, компьютерная программа, решающая систему (2.65), в цикле по z , упрощенно говоря, поочередно запускает ряд модулей, вычислительную сложность каждого из которых можно оценить:

→ *Прямое преобразование Фурье по времени*

Применяется библиотека быстрого преобразования Фурье FFTW [275], вычислительная сложность которого равна $O(n \log_2 n)$, где n – размер сетки. Поскольку требуется сделать n_r одномерных преобразований Фурье, каждое из которых занимает $O(n_t \log_2 n_t)$, вычислительная сложность данного модуля составляет:

$$O_{\text{FFT}} = O(n_r n_t \log_2 n_t). \quad (\text{П.18})$$

→ *Дифракция пучка*

Дифракция реализуется с помощью метода прогонки, включающего прямой и обратный проход по массиву. Таким образом, n_t раз производится двойной проход по массиву из n_r элементов, и результирующая сложность составляет:

$$O_{\text{diff}} = O(n_t 2n_r) = O(n_t n_r). \quad (\text{П.19})$$

→ *Дисперсия импульса*

Дисперсия импульса учитывается как домножение гармоник на комплексную фазу в каждом пространственном слое, поэтому имеет линейную по t сложность:

$$O_{\text{disp}} = O(n_r n_t). \quad (\text{П.20})$$

→ *Обратное преобразование Фурье по времени*

Аналогично п.1, вычислительная сложность удовлетворяет выражению (П.18).

→ *Нелинейности*

Для расчета влияния нелинейностей производится проход по всему массиву и домножение его на экспоненту с действительной и мнимой частями. Если бы каждое такое домножение происходило за константное время, то сложность модуля составляла бы $O(n_r n_t)$. Однако среди нелинейностей есть одно исключение – инерционная керровская нелинейность, которая рассчитывается через свертку (2.27). В общем случае взятие свертки занимает $\Theta(n^2)$ операций, где n – число узлов в сетке. Поскольку

вычисление свертки должно производиться для каждого пространственного слоя, т.е. n_r раз, итоговая вычислительная сложность модуля будет составлять $O(n_r n_t^2)$, что в n_t раз больше указанной выше оценки с константным временем формирования комплексного множителя для текущего узла сетки. Для ускорения вычисления свертки интеграл в (2.27) считается не полностью, а только в определенном временном окне. На Рис. П.3 схематично изображен расчет указанной свертки с окном $\Delta_t = 80$ фс на временном слое t^* импульса характерной длительностью $t_0 = 80$ фс. Видно, что такая величина

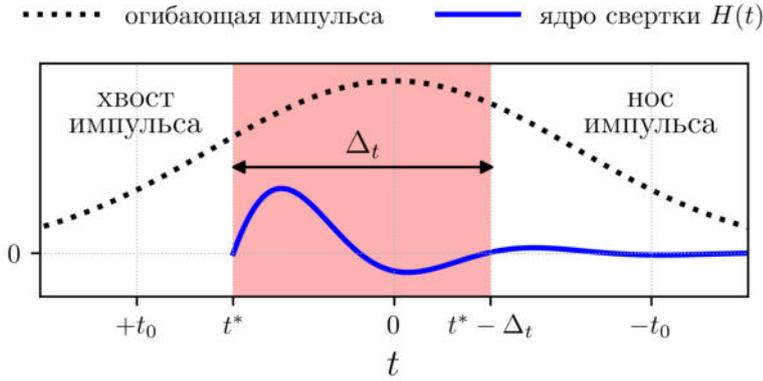


Рис. П.3 Схематичное изображение расчета инерционной керровской нелинейности через свертку (2.27) с окном $\Delta_t = 80$ фс на временном слое t^* импульса характерной длительностью $t_0 = 80$ фс.

окна позволяет охватить одну полную осцилляцию ядра свертки $H(t)$. Выполненный в приложении анализ показывает, что учета одной осцилляции, как правило, бывает достаточно. Получаем сложность, определяемую числом точек в окне свертки, т.е. $n_\Delta = n_t \Delta_t / t_{max}$, где t_{max} – размер сетки по времени.

Согласно (2.110), для вычисления очередного значения N_e необходимо знать скорость ионизации R_E (2.47), которая зависит от интенсивности поля I . Зависимость $R_E(I)$ является постоянным параметром и вычисляется один раз перед началом работы программы. При необходимости вычислить значение R_E для заданной I осуществляется бинарный поиск по упорядоченному массиву интенсивностей. Вычислительная сложность такого поиска, как было указано выше, составляет $O(\log_2 n)$, где n – размер массива. Как правило, величины скорости ионизации рассчитываются для интенсивности в диапазоне $(5 \times 10^{10} \div 5 \times 10^{14})$ Вт/см² с шагом 10^9 Вт/см² (всего около $n_i = 5 \times 10^5$ записей), т.е. в худшем случае для поиска заданной интенсивности необходимо затратить $\log_2 n_i \simeq 20$ итераций. Получается, что перед каждым умножением текущего значения поля на комплексную экспоненту происходит описанное вычисление скорости ионизации, поэтому значение $\log_2 n_i$ следует умножить на полученные выше выражения для вычислительной сложности модуля, описывающего нелинейности.

Таким образом, для учета нелинейностей надо затратить:

$$O_{\text{nonlin}} = O(n_r n_t n_i) + O(n_r n_t n_\Delta \log_2 n_i) = O(n_r n_t n_\Delta \log_2 n_i). \quad (\text{П.21})$$

Итого, за один шаг по координате z реализованный алгоритм численного интегрирования имеет вычислительную сложность:

$$O_z = 2O_{\text{FFT}} + O_{\text{diff}} + O_{\text{disp}} + O_{\text{nonlin}}. \quad (\text{П.22})$$

Поскольку операции в (П.22) проводятся на каждом шаге по z , с учетом асимптотических свойств «О-большое» итоговая вычислительная сложность математической модели (2.65) составляет:

$$O_{\text{full}} = O(n_z(n_r n_t \log_2 n_t + n_r n_t + n_r n_t n_\Delta \log_2 n_i)) = O(n_z n_r n_t n_\Delta \log_2 n_i). \quad (\text{П.23})$$

Оценим характерное время работы программы, используя выражение (П.23). В качестве ориентировочных параметров сетки возьмем $n_r = 4096$, $n_t = 8192$, $n_z = 5 \times 10^4$, а также для простоты будем считать, что рассматривается импульс длительностью $t_0 = 80$ фс, и физический размер сетки превышает t_0 в 10 раз, поэтому $n_\Delta = 10$. Учитывая, что одна элементарная операция производится за ориентировочное время порядка наносекунд, получим итоговое примерное время работы программы:

$$t_{\text{full}} \sim \frac{4096 \times 8192 \times 5 \times 10^4 \times 10 \times 20}{10^9} \simeq 3.9 \text{ дней}. \quad (\text{П.24})$$

Видно, что величина (П.24) достаточно велика, поэтому требуется ускорение расчетов.

Алгоритм получения частотно-углового спектра

При численном моделировании распространения оптического вихря в твердотельных диэлектриках (2.65) появляется необходимость исследования эволюции частотно-углового спектра $S(\theta, \lambda)$, т.е. для каждого узла сетки z_n требуется осуществить преобразование

$$A(r, t) \longrightarrow S(\theta, \lambda). \quad (\text{П.25})$$

В данной работе преобразование (П.25) выполняется согласно следующему алгоритму:

- Переходим от временного представления к частотному, т.е. для каждого пространственного слоя $k = \overline{0, n_r - 1}$ делаем одномерное преобразование Фурье по времени вида

$$\tilde{A}(r, \Omega) = \text{FFT}_1 \left[A(r, t) \right]. \quad (\text{П.26})$$

- Для каждого частотного слоя $s = \overline{0, n_t - 1}$ выполняется следующее:

- Одномерное пространственное распределение поля, зависящее от скаляра r , с помощью линейной аппроксимации трансформируется в двумерное, зависящее от декартовых координат (x, y) :

$$\tilde{A}(r) \Big|_{\Omega_s} \longrightarrow \tilde{A}(x, y) \Big|_{\Omega_s}. \quad (\text{П.27})$$

- Поскольку топологический заряд m сохраняется в процессе распространения излучения, полученное поле умножается на вихревую фазу:

$$\tilde{A}(x, y) \Big|_{\Omega_s} \longrightarrow \tilde{A}(x, y) \exp \left\{ im \arctg(x, y) \right\} \Big|_{\Omega_s}. \quad (\text{П.28})$$

- К вихревому полю (П.28) применяется двумерное преобразование Фурье, и получается пространственный спектр гармоник Ω_s :

$$A(k_x, k_y) \Big|_{\Omega_s} = \text{FFT}_2 \left[\tilde{A}(x, y) \right] \Big|_{\Omega_s}. \quad (\text{П.29})$$

- Поскольку $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, в получившемся массиве возьмем все элементы вдоль любого радиус-вектора, например, при $k_y = 0$. Таким образом, результатом операций с s -й гармоникой является указанный участок массива размером n_r , соответствующий радиальному волновому числу.
- В полученном спектре $\tilde{A}(k_r, \Omega)$ произведем переход к углам распространения гармоник $k_r \rightarrow \theta$ и длине волны $\Omega \rightarrow \lambda$, а также умножим поле на величину $\sqrt{4\pi^2 c / \lambda^3}$ согласно (2.118). Вычислив скалярное произведение полученного распределения и комплексно-сопряженного ему, придем к искомому результату – частотно-угловому спектру импульса $S(\theta, \lambda)$.

Вычислительная сложность получения серии частотно-угловых спектров

Оценим вычислительную сложность получения картины эволюции частотно-углового спектра по мере распространения излучения в среде, то есть вычислим спектр для определенного количества сохраненных предварительно массивов комплексного поля $A(r, t)$, соответствующих различным значениям координаты z . Получение спектра $S(\theta, \lambda)$ для всех z является излишним, т.к. на масштабах порядка шага сетки изменения будут малы, поэтому на практике расчет производился каждые 50 шагов – таким образом, учитывая, что порядок числа шагов по эволюционной координате $n_z = 5 \times 10^4$, описанный выше алгоритм необходимо применить $n_z^{opt} = 5 \times 10^4 / 50 = 10^3$ раз.

Итоговая вычислительная сложность алгоритма равна сумме сложностей каждого из трех описанных пунктов. Вычислительная сложность одномерного преобразования Фурье на сетке из n_t узлов, произведенного n_r раз, равна:

$$O_{\text{FFT time}} = O(n_r n_t \log_2 n_t). \quad (\text{П.30})$$

Преобразование радиального слоя в двумерный, а также домножение его на вихревую фазу, занимает $O(4n_r^2)$ операций, в то время как двумерное преобразование Фурье – $O(2 \times 4n_r^2 \log_2 2n_r)$ [219; 276]. Указанные действия необходимо повторить n_t раз, поэтому суммарная сложность получения пространственного спектра равна:

$$O_{\text{FFT space}} = O(n_t \times [4n_r^2 + 8n_r^2 \log_2 2n_r]) = O(8n_t n_r^2 \log_2 2n_r) = O(n_t n_r^2 \log_2 n_r). \quad (\text{П.31})$$

Преобразование к итоговым координатам и нормализация гармоник соответствует проходу по рассматриваемому двумерному массиву поля, поэтому вычислительная сложность равна

$O_{\text{norm}} = O(n_r n_t)$. Полная вычислительная сложность алгоритма для заданного z составляет:

$$O_z = O_{\text{FFT time}} + O_{\text{FFT space}} + O_{\text{norm}} = O(n_t n_r^2 \log_2 n_r), \quad (\text{П.32})$$

а итоговая сложность получения картины эволюции частотно-углового спектра излучения равна:

$$O_{\text{full}} = O(n_z^{\text{opt}} n_t n_r^2 \log_2 n_r). \quad (\text{П.33})$$

Как и в случае с оценкой сложности математической модели (2.65), в качестве ориентировочных параметров пространственной и временной сеток возьмем $n_r = 4096$ и $n_t = 8192$ соответственно. С учетом того, что время одной элементарной операции имеет порядок наносекунд, получим оценку времени расчета картины эволюции частотно-угловых спектров:

$$t_{\text{full}} = \frac{10^3 \times 8192 \times 4096^2 \log_2 4096}{10^9} = 19 \text{ дней}. \quad (\text{П.34})$$

Оценка (П.34) очень велика, поэтому требуется оптимизация. Прежде всего, можно уменьшить число точек в рассматриваемых массивах $A(r, t)$ по каждой из координат в 2 раза, т.е. $n_r \rightarrow n_r^{\text{opt}} = n_r/2 = 2048$ и $n_t \rightarrow n_t^{\text{opt}} = n_t/2 = 4096$. Помимо этого, для экономии ресурсов можно проводить только половину двумерных преобразований Фурье по пространству и вычислять результаты для остальных временных слоев как линейную аппроксимацию соседних. Кроме того, распараллеливание по временным слоям на используемой рабочей станции с 12 ядрами [260] дает ускорение порядка 10 раз. С учетом изложенного, обновим оценку (П.34):

$$t_{\text{full}}^{\text{opt}} = \frac{1}{2} \frac{1}{10} \frac{10^3 \times 4096 \times 2048^2 \log_2 2048}{10^9} = 2.6 \text{ часов}. \quad (\text{П.35})$$

Оценка (П.35) дает удовлетворительное время расчетов, т.е. примененные оптимизации играют существенную роль в ускорении вычислений картины эволюции частотно-углового спектра излучения.

Алгоритм генерации коррелированного гауссова шума

Для задания скоррелированного гауссова комплексного шума вида $\xi(x, y) = a(x, y) + ib(x, y)$ с единичной дисперсией $\sigma^2 = 1$ и радиусом корреляции r_{corr} на квадратной сетке с числом узлов n^2 необходимо:

- Сгенерировать два δ -коррелированных равномерно распределенных двумерных шумовых поля \tilde{a} и \tilde{b} в диапазоне $[-\sqrt{3}, +\sqrt{3}]$;
- Умножить \tilde{a} и \tilde{b} на гауссову огибающую вида:

$$g_{ij} = \bar{r}_{\text{corr}}^p \sqrt{\pi} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\pi \bar{r}_{\text{corr}}^p)^2 \left[(i - n/2)^2 + (y - n/2)^2 \right] \right\}, \quad (\text{П.36})$$

где $\bar{r}_{\text{corr}}^p = r_{\text{corr}}^p/n$ – относительный радиус корреляции, r_{corr}^p – радиус корреляции, выраженный в точках численной сетки;

- Сделать обратное преобразование Фурье: $\xi(x, y) = \text{FFT}^{-1} \left\{ \tilde{a} + i\tilde{b} \right\}$.

Благодарности

Выражаю глубокую благодарность своему научному руководителю – доценту Святославу Александровичу Шленову – за регулярные и подробные обсуждения результатов работы на протяжении многих лет, без которых создание этой диссертации было бы невозможно.

Благодарю профессора Валерия Петровича Кандидова за многочисленные и интересные дискуссии, касающиеся результатов работы, а также за формирование в лаборатории «Вычислительного эксперимента в оптике» вдохновляющей атмосферы для исследований.

Хотел бы поблагодарить сотрудников и студентов лаборатории за доброжелательную атмосферу и конструктивное обсуждение научных проблем.

Выражаю признательность коллегам из ИСАН – профессору Сергею Васильевичу Чекалину и старшему научному сотруднику Виктору Олеговичу Компанцу – за сотрудничество в постановке экспериментов.

Создание диссертационной работы сопровождалось поддержкой моей семьи, друзей и близких.

Литература

1. *Couairon A., Mysyrowicz A.* Femtosecond filamentation in transparent media // *Physics Reports*. — 2007. — Mar. — Vol. 441, no. 2–4. — P. 47–189. — (pp. 5, 12, 39).
2. *Кандидов В. П., Шленов С. А., Косарева О. Г.* Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения // *Квантовая Электроника*. — 2009. — Март. — Т. 39, № 3. — С. 205–228. — (с. 5, 12, 32).
3. *Smetanina E. O., Kompanets V. O., Dormidonov A. E., Chekalin S. V., Kandidov V. P.* Light bullets from near-IR filament in fused silica // *Laser Physics Letters*. — 2013. — Aug. — Vol. 10, no. 10. — P. 105401. — (pp. 5, 17).
4. *Dormidonov A., Kompanets V., Chekalin S., Kandidov V.* Giantly blue-shifted visible light in femtosecond mid-IR filament in fluorides // *Optics Express*. — 2015. — Oct. — Vol. 23, no. 22. — P. 29202. — (pp. 5, 19, 40, 91).
5. *Smetanina E. O., Dormidonov A. E., Kandidov V. P.* Spatio-temporal evolution scenarios of femtosecond laser pulse filamentation in fused silica // *Laser Physics*. — 2012. — June. — Vol. 22, no. 7. — P. 1189–1198. — (pp. 5, 17, 91, 123).
6. *Залозная Е. Д., Дормидонов А. Е., Кандидов В. П.* Влияние параметров фемтосекундного излучения ближнего и среднего ИК-диапазонов на закономерности формирования последовательности световых пульс в прозрачных диэлектриках // *Оптика атмосферы и океана*. — 2016. — Т. 29, № 3. — С. 184–191. — (с. 5, 17, 110, 114).
7. *Dota K., Pathak A., Dharmadhikari J. A., Mathur D., Dharmadhikari A. K.* Femtosecond laser filamentation in condensed media with Bessel beams // *Physical Review A*. — 2012. — Aug. — Vol. 86, no. 2. — (pp. 5, 20).
8. *Dokukina A. E., Smetanina E. O., Kompanets V. O.* Femtosecond filamentation of Bessel–Gaussian beams under conditions of anomalous group-velocity dispersion // *Journal of Optical Technology*. — 2014. — Aug. — Vol. 81, no. 8. — P. 454. — (pp. 5, 20).
9. *Polynkin P., Kolesik M., Moloney J. V., Siviloglou G. A., Christodoulides D. N.* Curved Plasma Channel Generation Using Ultraintense Airy Beams // *Science*. — 2009. — Apr. — Vol. 324, no. 5924. — P. 229–232. — (pp. 5, 20).
10. *Panagiotopoulos P., Papazoglou D., Couairon A., Tzortzakis S.* Sharply autofocused ring-Airy beams transforming into non-linear intense light bullets // *Nature Communications*. — 2013. — Oct. — Vol. 4, no. 1. — (pp. 5, 20).

11. *Phillips R. L., Andrews L. C.* Spot size and divergence for Laguerre Gaussian beams of any order // *Applied Optics*. — 1983. — Mar. — Vol. 22, no. 5. — P. 643. — (pp. 5, 27, 61).
12. *Kruglov V. I., Volkov V. M., Vlasov R. A., Drits V. V.* Auto-waveguide propagation and the collapse of spiral light beams in non-linear media // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. — 1988. — Dec. — Vol. 21, no. 23. — P. 4381–4395. — (pp. 5, 27, 87).
13. *Soto-Crespo J. M., Heatley D. R., Wright E. M., Akhmediev N. N.* Stability of the higher-bound states in a saturable self-focusing medium // *Physical Review A*. — 1991. — July. — Vol. 44, no. 1. — P. 636–644. — (pp. 5, 27).
14. *Allen L., Beijersbergen M. W., Spreeuw R. J. C., Woerdman J. P.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes // *Physical Review A*. — 1992. — June. — Vol. 45, no. 11. — P. 8185–8189. — (pp. 5, 27, 61).
15. *Heckenberg N. R., McDuff R., Smith C. P., White A. G.* Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms // *Optics Letters*. — 1992. — Feb. — Vol. 17, no. 3. — P. 221. — (pp. 5, 24).
16. *Kruglov V., Logvin Y., Volkov V.* The Theory of Spiral Laser Beams in Nonlinear Media // *Journal of Modern Optics*. — 1992. — Nov. — Vol. 39, no. 11. — P. 2277–2291. — (pp. 5, 27, 64, 87).
17. *Quiroga-Teixeiro M., Michinel H.* Stable azimuthal stationary state in quintic nonlinear optical media // *Journal of the Optical Society of America B*. — 1997. — Aug. — Vol. 14, no. 8. — P. 2004. — (pp. 5, 27).
18. *Воляр А., Фадеева Т., Егоров Ю.* Векторные сингулярности гауссовых пучков в одноосных кристаллах: генерация оптических вихрей // *Письма в ЖТФ*. — 2002. — Ноябрь. — Т. 28, № 22. — С. 70–77. — (с. 5, 24).
19. *Shvedov V. G., Hnatovsky C., Krolikowski W., Rode A. V.* Efficient beam converter for the generation of high-power femtosecond vortices // *Optics Letters*. — 2010. — July. — Vol. 35, no. 15. — P. 2660. — (pp. 5, 24).
20. *Kotlyar V. V., Kovalev A. A., Skidanov R. V., Khonina S. N., Moiseev O. Y., Soifer V. A.* Simple optical vortices formed by a spiral phase plate // *Journal of Optical Technology*. — 2007. — Oct. — Vol. 74, no. 10. — P. 686. — (pp. 5, 24).
21. *Miyamoto K., Miyagi S., Yamada M., Furuki K., Aoki N., Okida M., Omatsu T.* Optical vortex pumped mid-infrared optical parametric oscillator // *Optics Express*. — 2011. — June. — Vol. 19, no. 13. — P. 12220. — (pp. 5, 24).
22. *Скиданов Р. В., Ганчевская С. В.* Вихревые дифракционные линзы для формирования вихревых световых пучков // *Компьютерная оптика*. — 2015. — Т. 39, № 5. — С. 674–677. — (с. 5, 24).
23. *Wang X., Nie Z., Liang Y., Wang J., Li T., Jia B.* Recent advances on optical vortex generation // *Nanophotonics*. — 2018. — Aug. — Vol. 7, no. 9. — P. 1533–1556. — (pp. 5, 24, 28).

24. *Vinçotte A., Bergé L.* Femtosecond Optical Vortices in Air // *Physical Review Letters*. — 2005. — Oct. — Vol. 95, no. 19. — (pp. 5, 27, 80).
25. *Vuong L. T., Grow T. D., Ishaaya A., Gaeta A. L., 't Hooft G. W., Eliel E. R., Fibich G.* Collapse of Optical Vortices // *Physical Review Letters*. — 2006. — Apr. — Vol. 96, no. 13. — (pp. 5, 25, 27, 28, 64, 80, 91).
26. *Власов Р., Волков В., Дедков Д.* Особенности сверхуширения спектра при самофокусировке импульсных вихревых пучков в воздухе // *Квантовая Электроника*. — 2013. — Февр. — Т. 43, № 2. — С. 157–161. — (сс. 5, 29, 81, 148).
27. *Котляр В., Ковалев А.* Ускоряющиеся и вихревые лазерные пучки. — Физматлит, 2018. — (сс. 5, 21, 22, 27).
28. *Neshev D. N., Dreischuh A., Maleshkov G., Samoc M., Kivshar Y. S.* Supercontinuum generation with optical vortices // *Optics Express*. — 2010. — Aug. — Vol. 18, no. 17. — P. 18368. — (pp. 5, 28).
29. *Hansinger P., Maleshkov G., Garanovich I. L., Skryabin D. V., Neshev D. N., Dreischuh A., Paulus G. G.* White light generated by femtosecond optical vortex beams // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2016. — Mar. — Vol. 33, no. 4. — P. 681. — (pp. 5, 28).
30. *Ran L.-L., Guo Z.-Y., Qu S.-L.* Rotational motions of optically trapped microscopic particles by a vortex femtosecond laser // *Chinese Physics B*. — 2012. — Oct. — Vol. 21, no. 10. — P. 104206. — (pp. 5, 25).
31. *Reddy A. N. K., Anand V., Khonina S. N., Podlipnov V. V., Juodkazis S.* Robust Demultiplexing of Distinct Orbital Angular Momentum Infrared Vortex Beams Into Different Spatial Geometry Over a Broad Spectral Range // *IEEE Access*. — 2021. — Vol. 9. — P. 143341–143348. — (pp. 5, 26).
32. *Ding D.-S., Zhang W., Zhou Z.-Y., Shi S., Xiang G.-Y., Wang X.-S., Jiang Y.-K., Shi B.-S., Guo G.-C.* Quantum Storage of Orbital Angular Momentum Entanglement in an Atomic Ensemble // *Physical Review Letters*. — 2015. — Feb. — Vol. 114, no. 5. — (pp. 5, 26).
33. *Xie X., Chen Y., Yang K., Zhou J.* Harnessing the Point-Spread Function for High-Resolution Far-Field Optical Microscopy // *Physical Review Letters*. — 2014. — Dec. — Vol. 113, no. 26. — (pp. 5, 27).
34. *Watanabe W., Asano T., Yamada K., Itoh K., Nishii J.* Wavelength division with three-dimensional couplers fabricated by filamentation of femtosecond laser pulses // *Optics Letters*. — 2003. — Dec. — Vol. 28, no. 24. — P. 2491. — (pp. 5, 16).
35. *Fu S., Mahieu B., Mysyrowicz A., Howard A.* Femtosecond filamentation of optical vortices for the generation of optical air waveguides // *Optics Letters*. — 2022. — Sept. — Vol. 47, no. 19. — P. 5228. — (p. 5).

36. *Kandidov V., Kosareva O., Golubtsov I., Liu W., Becker A., Akozbek N., Bowden C., Chin S.* Self-transformation of a powerful femtosecond laser pulse into a white-light laser pulse in bulk optical media (or supercontinuum generation) // *Applied Physics B: Lasers and Optics*. — 2003. — Sept. — Vol. 77, no. 2/3. — P. 149–165. — (p. 5).
37. *Кандидов В., Федоров В.* Особенности самофокусировки пучков эллиптического сечения // *Квантовая Электроника*. — 2004. — Дек. — Т. 34, № 12. — С. 1163–1168. — (с. 5, 12).
38. *Сметанина Е., Компанец В., Чекалин С., Кандидов В.* Особенности филаментации фемтосекундного лазерного излучения в условиях аномальной дисперсии в плавленом кварце. Ч.1. Численное исследование // *Квантовая Электроника*. — 2012. — Окт. — Т. 42, № 10. — С. 913–919. — (с. 5, 19, 38).
39. *Дергачев А., Ионин А., Кандидов В., Селезнев Л., Синицын Д., Сунчугашева Е., Шленов С.* Филаментация фемтосекундных ИК и УФ импульсов при фокусировке в воздухе // *Квантовая Электроника*. — 2013. — Янв. — Т. 43, № 1. — С. 29–36. — (с. 5, 15).
40. *Chekalin S. V., Dokukina A. E., Dormidonov A. E., Kompanets V. O., Smetanina E. O., Kandidov V. P.* Light bullets from a femtosecond filament // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2015. — Apr. — Vol. 48, no. 9. — P. 094008. — (pp. 5, 91).
41. *Аскаръян Г. А.* Воздействие градиента поля интенсивного электромагнитного луча на электроны и атомы // *ЖЭТФ*. — 1962. — Т. 42, № 6. — С. 1567–1570. — (с. 11).
42. *Таланов В. И.* О самофокусировке электромагнитных волн в нелинейных средах // *Известия ВУЗов. Радиофизика*. — 1964. — Т. 7, № 3. — С. 564–566. — (с. 11).
43. *Chiao R. Y., Garmire E., Townes C. H.* Self-Trapping of Optical Beams // *Physical Review Letters*. — 1964. — Oct. — Vol. 13, no. 15. — P. 479–482. — (p. 11).
44. *Пиллупецкий Н. Ф., Рустамов А. Р.* Наблюдение самофокусировки света в жидкостях // *Письма в ЖЭТФ*. — 1965. — Май. — Т. 2. — С. 88–90. — (с. 11).
45. *Hercher M.* Laser-induced damage in transparent media // *Journal of the Optical Society of America*. — 1964. — Vol. 54. — P. 563. — (p. 11).
46. *Garmire E., Chiao R. Y., Townes C. H.* Dynamics and Characteristics of the Self-Trapping of Intense Light Beams // *Physical Review Letters*. — 1966. — Feb. — Vol. 16, no. 9. — P. 347–349. — (p. 11).
47. *Korobkin V. V., Alcock A. J.* Self-Focusing Effects Associated with Laser-Induced Air Breakdown // *Physical Review Letters*. — 1968. — Nov. — Vol. 21, no. 20. — P. 1433–1436. — (p. 11).
48. *Alcock A. J., DeMichelis C., Korobkin V. V., Richardson M. C.* Preliminary evidence for self-focusing in gas breakdown produced by picosecond laser pulses // *Applied Physics Letters*. — 1969. — Mar. — Vol. 14, no. 5. — P. 145–146. — (p. 11).

49. *Басов Н. Г., Крюков П. Г., Сенатский Ю. В., Чекалин С. В.* Получение мощных ультракоротких импульсов света в лазере на неодимовом стекле // *ЖЭТФ*. — 1969. — Т. 57. — (с. 11).
50. *Strickland D., Mourou G.* Compression of amplified chirped optical pulses // *Optics Communications*. — 1985. — Dec. — Vol. 56, no. 3. — P. 219–221. — (p. 12).
51. *Braun A., Korn G., Liu X., Du D., Squier J., Mourou G.* Self-channeling of high-peak-power femtosecond laser pulses in air // *Optics Letters*. — 1995. — Jan. — Vol. 20, no. 1. — P. 73. — (pp. 12, 13).
52. *Nibbering E. T. J., Curley P. F., Grillon G., Prade B. S., Franco M. A., Salin F., Mysyrowicz A.* Conical emission from self-guided femtosecond pulses in air // *Optics Letters*. — 1996. — Jan. — Vol. 21, no. 1. — P. 62. — (p. 12).
53. *Brodeur A., Chien C. Y., Ilkov F. A., Chin S. L., Kosareva O. G., Kandidov V. P.* Moving focus in the propagation of ultrashort laser pulses in air // *Optics Letters*. — 1997. — Mar. — Vol. 22, no. 5. — P. 304. — (pp. 12, 14).
54. *Kosareva O. G., Kandidov V. P., Brodeur A., Chien C. Y., Chin S. L.* Conical emission from laser plasma interactions in the filamentation of powerful ultrashort laser pulses in air // *Optics Letters*. — 1997. — Sept. — Vol. 22, no. 17. — P. 1332. — (pp. 12, 18).
55. *Talebpour A., Abdel-Fattah M., Chin S.* Focusing limits of intense ultrafast laser pulses in a high pressure gas: road to new spectroscopic source // *Optics Communications*. — 2000. — Sept. — Vol. 183, no. 5/6. — P. 479–484. — (p. 12).
56. *Tzortzakis S., Prade B., Franco M., Mysyrowicz A.* Time-evolution of the plasma channel at the trail of a self-guided IR femtosecond laser pulse in air // *Optics Communications*. — 2000. — July. — Vol. 181, no. 1–3. — P. 123–127. — (p. 12).
57. *Kosareva O. G., Liu W., Panov N. A., Bernhardt J., Ji Z., Sharifi M., Li R., Xu Z., Liu J., Wang Z., [et al.].* Can we reach very high intensity in air with femtosecond PW laser pulses? // *Laser Physics*. — 2009. — July. — Vol. 19, no. 8. — P. 1776–1792. — (p. 12).
58. *Kiran P. P., Bagchi S., Arnold C. L., Krishnan S. R., Kumar G. R., Couairon A.* Filamentation without intensity clamping // *Optics Express*. — 2010. — Sept. — Vol. 18, no. 20. — P. 21504. — (p. 12).
59. *Chin S. L., Hosseini S. A., Liu W., Luo Q., Théberge F., Aközbek N., Becker A., Kandidov V. P., Kosareva O. G., Schroeder H.* The propagation of powerful femtosecond laser pulses in optical media: physics, applications, and new challenges // *Canadian Journal of Physics*. — 2005. — Sept. — Vol. 83, no. 9. — P. 863–905. — (p. 12).
60. *Boyd R. W., Lukishova S. G., Shen Y. R.* Self-focusing: past and present. — Springer Science + Business Media, 2009. — (p. 12).
61. *Chin S. L.* Femtosecond laser filamentation. — Springer Science + Business Media, 2010. — (p. 12).

62. *Kelley P. L.* Self-Focusing of Optical Beams // *Physical Review Letters*. — 1965. — Dec. — Vol. 15, no. 26. — P. 1005–1008. — (pp. 12, 63).
63. *Hellwarth R. W., Pennington D. M., Henesian M. A.* Indices governing optical self-focusing and self-induced changes in the state of polarization in N₂, O₂, H₂ and Ar gases // *Physical Review A*. — 1990. — Mar. — Vol. 41, no. 5. — P. 2766–2777. — (p. 12).
64. *Nibbering E. T. J., Grillon G., Franco M. A., Prade B. S., Mysyrowicz A.* Determination of the inertial contribution to the nonlinear refractive index of air, N₂, and O₂ by use of unfocused high-intensity femtosecond laser pulses // *Journal of the Optical Society of America B*. — 1997. — Mar. — Vol. 14, no. 3. — P. 650. — (pp. 12, 35).
65. *Liu W., Chin S. L.* Direct measurement of the critical power of femtosecond Ti:sapphire laser pulse in air // *Optics Express*. — 2005. — Vol. 13, no. 15. — P. 5750. — (p. 12).
66. *Brodeur A., Chin S. L.* Band-Gap Dependence of the Ultrafast White-Light Continuum // *Physical Review Letters*. — 1998. — May. — Vol. 80, no. 20. — P. 4406–4409. — (p. 12).
67. *Tzortzakis S., Sudrie L., Franco M., Prade B., Mysyrowicz A., Couairon A., Bergé L.* Self-Guided Propagation of Ultrashort IR Laser Pulses in Fused Silica // *Physical Review Letters*. — 2001. — Nov. — Vol. 87, no. 21. — (pp. 12, 15).
68. *Mlejnek M., Wright E. M., Moloney J. V.* Dynamic spatial replenishment of femtosecond pulses propagating in air // *Optics Letters*. — 1998. — Mar. — Vol. 23, no. 5. — P. 382. — (pp. 12, 14, 35).
69. *Marburger J.* Self-focusing: Theory // *Progress in Quantum Electronics*. — 1975. — Apr. — Vol. 4. — P. 35–110. — (pp. 13, 17, 63).
70. *Fibich G., Eisenmann S., Ilan B., Erlich Y., Fraenkel M., Henis Z., Gaeta A. L., Zigler A.* Self-focusing Distance of Very High Power Laser Pulses // *Optics Express*. — 2005. — Vol. 13, no. 15. — P. 5897. — (p. 13).
71. *Келдыш Л.* Ионизация в поле сильной электромагнитной волны // *ЖЭТФ*. — 1964. — Т. 47, № 5. — С. 1945–1957. — (с. 13, 39).
72. *Becker A., Aközbek N., Vijayalakshmi K., Oral E., Bowden C., Chin S.* Intensity clamping and re-focusing of intense femtosecond laser pulses in nitrogen molecular gas // *Applied Physics B*. — 2001. — Sept. — Vol. 73, no. 3. — P. 287–290. — (p. 13).
73. *Liu W., Petit S., Becker A., Aközbek N., Bowden C., Chin S.* Intensity clamping of a femtosecond laser pulse in condensed matter // *Optics Communications*. — 2002. — Feb. — Vol. 202, no. 1–3. — P. 189–197. — (p. 13).
74. *Xu S., Bernhardt J., Sharifi M., Liu W., Chin S. L.* Intensity clamping during laser filamentation by TW level femtosecond laser in air and argon // *Laser Physics*. — 2011. — Nov. — Vol. 22, no. 1. — P. 195–202. — (p. 13).
75. *Kasparian J., Sauerbrey R., Chin S.* The critical laser intensity of self-guided light filaments in air // *Applied Physics B*. — 2000. — Dec. — Vol. 71, no. 6. — P. 877–879. — (p. 13).

76. *Béjot P., Kasparian J., Henin S., Loriot V., Vieillard T., Hertz E., Faucher O., Lavorel B., Wolf J.-P.* Higher-Order Kerr Terms Allow Ionization-Free Filamentation in Gases // *Physical Review Letters*. — 2010. — Mar. — Vol. 104, no. 10. — (p. 13).
77. *Brown J. M., Wright E. M., Moloney J. V., Kolesik M.* On the relative roles of higher-order nonlinearity and ionization in ultrafast light-matter interactions // *Optics Letters*. — 2012. — May. — Vol. 37, no. 10. — P. 1604. — (p. 13).
78. *Kosareva O., Daigle J.-F., Panov N., Wang T., Hosseini S., Yuan S., Roy G., Makarov V., Chin S. L.* Arrest of self-focusing collapse in femtosecond air filaments: higher order Kerr or plasma defocusing? // *Optics Letters*. — 2011. — Mar. — Vol. 36, no. 7. — P. 1035. — (pp. 14, 32).
79. *Кандидов В. П., Косарева О. Г., Колтун А. А.* Нелинейно-оптическая трансформация мощного фемтосекундного лазерного импульса в воздухе // *Квантовая Электроника*. — 2003. — ЯНВ. — Т. 33, № 1. — С. 69–75. — (с. 14).
80. *Dubietis A., Gaižauskas E., Tamošauskas G., Trapani P. D.* Light Filaments without Self-Channeling // *Physical Review Letters*. — 2004. — June. — Vol. 92, no. 25. — (p. 14).
81. *Courvoisier F., Boutou V., Kasparian J., Salmon E., Méjean G., Yu J., Wolf J.-P.* Ultraintense light filaments transmitted through clouds // *Applied Physics Letters*. — 2003. — July. — Vol. 83, no. 2. — P. 213–215. — (p. 14).
82. *Liu W., Gravel J.-F., Théberge F., Becker A., Chin S. L.* Background reservoir: its crucial role for long-distance propagation of femtosecond laser pulses in air // *Applied Physics B*. — 2005. — Apr. — Vol. 80, no. 7. — P. 857–860. — (p. 14).
83. *Kosareva O. G., Kandidov V. P., Brodeur A., Chin S. L.* From Filamentation in Condensed Media to Filamentation in Gases // *Journal of Nonlinear Optical Physics materials*. — 1997. — Dec. — Vol. 06, no. 04. — P. 485–494. — (p. 14).
84. *Liu W., Chin S., Kosareva O., Golubtsov I., Kandidov V.* Multiple refocusing of a femtosecond laser pulse in a dispersive liquid (methanol) // *Optics Communications*. — 2003. — Sept. — Vol. 225, no. 1–3. — P. 193–209. — (p. 14).
85. *Talebpour A., Petit S., Chin S.* Re-focusing during the propagation of a focused femtosecond Ti:Sapphire laser pulse in air // *Optics Communications*. — 1999. — Dec. — Vol. 171, no. 4–6. — P. 285–290. — (p. 14).
86. *Rohwetter P., Stelmaszczyk K., Wöste L., Ackermann R., Méjean G., Salmon E., Kasparian J., Yu J., Wolf J.-P.* Filament-induced remote surface ablation for long range laser-induced breakdown spectroscopy operation // *Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy*. — 2005. — Aug. — Vol. 60, no. 7/8. — P. 1025–1033. — (p. 14).
87. *Kasparian J., Ackermann R., André Y.-B., Méchain G., Méjean G., Prade B., Rohwetter P., Salmon E., Stelmaszczyk K., Yu J., [et al.].* Electric events synchronized with laser filaments in thunderclouds // *Optics Express*. — 2008. — Apr. — Vol. 16, no. 8. — P. 5757. — (p. 14).

88. *Fontaine B. L., Comtois D., Chien C.-Y., Desparois A., Génin F., Jarry G., Johnston T., Kieffer J.-C., Martin F., Mawassi R., [et al.]*. Guiding large-scale spark discharges with ultra-short pulse laser filaments // *Journal of Applied Physics*. — 2000. — July. — Vol. 88, no. 2. — P. 610–615. — (p. 14).
89. *Ахманов С., Никитин С.* Физическая оптика. — Издательство Московского университета, 2004. — (с. 14, 31, 35).
90. *Райзер Ю. П.* Физика газового разряда. — Наука, 1987. — (с. 15, 38, 39, 70).
91. *Ishikawa K., Kumagai H., Midorikawa K.* High-power regime of femtosecond-laser pulse propagation in silica: Multiple-cone formation // *Physical Review E*. — 2002. — Nov. — Vol. 66, no. 5. — (p. 15).
92. *Couairon A., Sudrie L., Franco M., Prade B., Mysyrowicz A.* Filamentation and damage in fused silica induced by tightly focused femtosecond laser pulses // *Physical Review B*. — 2005. — Mar. — Vol. 71, no. 12. — (pp. 15, 50).
93. *Yamada K., Watanabe W., Toma T., Itoh K., Nishii J.* In situ observation of photoinduced refractive-index changes in filaments formed in glasses by femtosecond laser pulses // *Optics Letters*. — 2001. — Jan. — Vol. 26, no. 1. — P. 19. — (p. 15).
94. *Kumagai H., Cho S.-H., Ishikawa K., Midorikawa K., Fujimoto M., Aoshima S.-i., Tsuchiya Y.* Observation of the complex propagation of a femtosecond laser pulse in a dispersive transparent bulk material // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2003. — Mar. — Vol. 20, no. 3. — P. 597. — (p. 15).
95. *Alfano R. R., Shapiro S. L.* Observation of Self-Phase Modulation and Small-Scale Filaments in Crystals and Glasses // *Physical Review Letters*. — 1970. — Mar. — Vol. 24, no. 11. — P. 592–594. — (p. 15).
96. *Yablonovitch E., Bloembergen N.* Avalanche Ionization and the Limiting Diameter of Filaments Induced by Light Pulses in Transparent Media // *Physical Review Letters*. — 1972. — Oct. — Vol. 29, no. 14. — P. 907–910. — (p. 15).
97. *Sudrie L., Couairon A., Franco M., Lamouroux B., Prade B., Tzortzakis S., Mysyrowicz A.* Femtosecond Laser-Induced Damage and Filamentary Propagation in Fused Silica // *Physical Review Letters*. — 2002. — Oct. — Vol. 89, no. 18. — (p. 15).
98. *Nguyen N. T., Saliminia A., Liu W., Chin S. L., Vallée R.* Optical breakdown versus filamentation in fused silica by use of femtosecond infrared laser pulses // *Optics Letters*. — 2003. — Sept. — Vol. 28, no. 17. — P. 1591. — (p. 15).
99. *Homoelle D., Wielandy S., Gaeta A. L., Borrelli N. F., Smith C.* Infrared photosensitivity in silica glasses exposed to femtosecond laser pulses // *Optics Letters*. — 1999. — Sept. — Vol. 24, no. 18. — P. 1311. — (p. 16).
100. *Cho S.-H., Kumagai H., Midorikawa K.* In situ observation of dynamics of plasma formation and refractive index modification in silica glasses excited by a femtosecond laser // *Optics Communications*. — 2002. — June. — Vol. 207, no. 1–6. — P. 243–253. — (p. 16).

101. *Chan J. W., Huser T., Risbud S., Krol D. M.* Structural changes in fused silica after exposure to focused femtosecond laser pulses // *Optics Letters*. — 2001. — Nov. — Vol. 26, no. 21. — P. 1726. — (p. 16).
102. *Sun Q., Jiang H., Liu Y., Wu Z., Yang H., Gong Q.* Measurement of the collision time of dense electronic plasma induced by a femtosecond laser in fused silica // *Optics Letters*. — 2005. — Feb. — Vol. 30, no. 3. — P. 320. — (p. 16).
103. *Polyanskiy M. N.* Refractive index database. — <https://refractiveindex.info>. — (pp. 16, 46, 47).
104. *Сметанина Е. О.* Диссертация «Световые пули и спектр фемтосекундного излучения при филаментации в плавленом кварце». — 2014. — (с. 16, 87).
105. *Silberberg Y.* Collapse of optical pulses // *Optics Letters*. — 1990. — Nov. — Vol. 15, no. 22. — P. 1282. — (p. 16).
106. *Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В.* Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде // *Успехи физических наук*. — 1967. — Сент. — Т. 93, № 9. — С. 19—70. — (с. 16).
107. *Kuznetsov E., Rasmussen J. J., Rypdal K., Turitsyn S.* Sharper criteria for the wave collapse // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1995. — Oct. — Vol. 87, no. 1–4. — P. 273–284. — (p. 16).
108. *Захаров В. Е., Кузнецов Е. А.* Оптические солитоны и квазисолитоны // *ЖЭТФ*. — 1998. — Т. 113, № 5. — (с. 16).
109. *Fibich G., Plan B.* Optical light bullets in a pure Kerr medium // *Optics Letters*. — 2004. — Apr. — Vol. 29, no. 8. — P. 887. — (p. 16).
110. *Porrás M. A.* Nonlinear light bullets in purely lossy, self-focusing media // *Applied Physics B*. — 2010. — Oct. — Vol. 103, no. 3. — P. 591–596. — (p. 16).
111. *Bergé L., Skupin S.* Few-Cycle Light Bullets Created by Femtosecond Filaments // *Physical Review Letters*. — 2008. — Mar. — Vol. 100, no. 11. — (p. 17).
112. *Козлов С. А., Сазонов С. В.* Нелинейное распространение импульсов длительностью в несколько колебаний светового поля в диэлектрических средах // *ЖЭТФ*. — 1997. — Февр. — Т. 111, № 2. — С. 404–418. — (с. 17).
113. *Залозная Е. Д., Компанец В. О., Домидонов А. Е., Чекалин С. В., Кандидов В.* Параметр подобия процесса образования световых пуль среднего ИК диапазона // *Квантовая Электроника*. — 2018. — Апр. — Т. 48, № 4. — С. 366–371. — (с. 17, 110).
114. *Koprinkov I. G., Suda A., Wang P., Midorikawa K.* Self-Compression of High-Intensity Femtosecond Optical Pulses and Spatiotemporal Soliton Generation // *Physical Review Letters*. — 2000. — Apr. — Vol. 84, no. 17. — P. 3847–3850. — (p. 17).
115. *Урупина Д., Панов Н., Курилова М., Мазорова А., Волков Р., Горгутса С., Косарева О., Савел'ев А.* 3D Raman bullet formed under filamentation of femtosecond laser pulses in air and nitrogen // *Applied Physics B*. — 2012. — Nov. — Vol. 110, no. 1. — P. 123–130. — (p. 17).

116. *Бугай А. Н., Сазонов С. В.* Оптико-терагерцовые пули // Письма в ЖЭТФ. — 2014. — Янв. — Т. 98, № 10. — С. 713–719. — (с. 17).
117. *Захарова И. Г., Калинович А. А., Комиссарова М. В., Сазонов С. В.* Распространение трехмерных оптических пульс в квадратично-нелинейных средах // Ученые Записки Физического Факультета Московского Университета. — 2017. — № 6. — С. 1760708–1760714. — (с. 17).
118. *Sazonov S. V., Mataikin M. S., Komissarova M. V., Zakharova I. G.* Planar light bullets under conditions of second-harmonic generation // Physical Review E. — 2017. — Aug. — Vol. 96, no. 2. — (p. 17).
119. *Nishioka H., Odajima W., Ueda K.-i., Takuma H.* Ultrabroadband flat continuum generation in multichannel propagation of terrawatt Ti:sapphire laser pulses // Optics Letters. — 1995. — Dec. — Vol. 20, no. 24. — P. 2505. — (p. 18).
120. *Kasparian J., Sauerbrey R., Mondelain D., Niedermeier S., Yu J., Wolf J.-P., André Y.-B., Franco M., Prade B., Tzortzakis S., [et al.].* Infrared extension of the supercontinuum generated by femtosecond terawatt laser pulses propagating in the atmosphere // Optics Letters. — 2000. — Sept. — Vol. 25, no. 18. — P. 1397. — (p. 18).
121. *Corkum P. B., Rolland C., Srinivasan-Rao T.* Supercontinuum Generation in Gases // Physical Review Letters. — 1986. — Nov. — Vol. 57, no. 18. — P. 2268–2271. — (p. 18).
122. *Chin S. L., Brodeur A., Petit S., Kosareva O. G., Kandidov V. P.* Filamentation and supercontinuum generation during the propagation of powerful ultrashort laser pulses in optical media (white light laser) // Journal of Nonlinear Optical Physics Materials. — 1999. — Mar. — Vol. 08, no. 01. — P. 121–146. — (p. 18).
123. *Babin A., Kartashov D., Kiselev A., Lozhkarev V., Stepanov A., Sergeev A.* Ionization spectrum broadening and frequency blue-shift of high-intensity femtosecond laser pulses in gas-filled capillary tubes // Applied Physics B: Lasers and Optics. — 2002. — Oct. — Vol. 75, no. 4/5. — P. 509–514. — (p. 18).
124. *Fedotov A. B., Naumov A. N., Zheltikov A. M., Bugar I., Dusan Chorvat J., Chorvat D., Tarasovitch A. P., Linde D. von der.* Frequency-tunable supercontinuum generation in photonic-crystal fibers by femtosecond pulses of an optical parametric amplifier // Journal of the Optical Society of America B. — 2002. — Sept. — Vol. 19, no. 9. — P. 2156. — (p. 18).
125. *Smith W. L., Liu P., Bloembergen N.* Superbroadening by self-focused picosecond pulses from a YAlG: Nd laser // Physical Review A. — 1977. — June. — Vol. 15, no. 6. — P. 2396–2403. — (p. 18).
126. *Shimizu F.* Frequency Broadening in Liquids by a Short Light Pulse // Physical Review Letters. — 1967. — Nov. — Vol. 19, no. 19. — P. 1097–1100. — (p. 18).
127. *Alfano R. R., Hope L. L., Shapiro S. L.* Electronic Mechanism for Production of Self-Phase Modulation // Physical Review A. — 1972. — July. — Vol. 6, no. 1. — P. 433–438. — (p. 18).

128. *Fork R. L., Tomlinson W. J., Shank C. V., Hirlimann C., Yen R.* Femtosecond white-light continuum pulses // *Optics Letters*. — 1983. — Jan. — Vol. 8, no. 1. — P. 1. — (p. 18).
129. *Yang G., Shen Y. R.* Spectral broadening of ultrashort pulses in a nonlinear medium // *Optics Letters*. — 1984. — Nov. — Vol. 9, no. 11. — P. 510. — (p. 18).
130. *Golub I.* Optical characteristics of supercontinuum generation // *Optics Letters*. — 1990. — Mar. — Vol. 15, no. 6. — P. 305. — (p. 18).
131. *Косарева О. Г., Григорьевский А. В., Кандидов В. П.* Формирование протяженных плазменных каналов в конденсированной среде в результате аксиальной фокусировки фемтосекундного лазерного импульса // *Квантовая Электроника*. — 2005. — Нояб. — Т. 35, № 11. — С. 1013–1014. — (с. 18, 21).
132. *Dharmadhikari A. K., Dharmadhikari J. A., Mathur D.* Visualization of focusing–refocusing cycles during filamentation in BaF₂ // *Applied Physics B*. — 2008. — Dec. — Vol. 94, no. 2. — P. 259–263. — (p. 18).
133. *Xing Q., Yoo K. M., Alfano R. R.* Conical emission by four-photon parametric generation by using femtosecond laser pulses // *Applied Optics*. — 1993. — Apr. — Vol. 32, no. 12. — P. 2087. — (p. 18).
134. *Smetanina E. O., Kompanets V. O., Chekalin S. V., Dormidonov A. E., Kandidov V. P.* Anti-Stokes wing of femtosecond laser filament supercontinuum in fused silica // *Optics Letters*. — 2012. — Dec. — Vol. 38, no. 1. — P. 16. — (p. 18).
135. *Кандидов В. П., Сметанина Е. О., Дормидонов А. Е., Компанец В. О., Чекалин С. В.* Формирование конической эмиссии суперконтинуума при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в плавленом кварце // *ЖЭТФ*. — 2011. — Сент. — Т. 140, № 3. — С. 484–496. — (с. 18).
136. *Сметанина Е., Компанец В., Чекалин С., Кандидов В.* Особенности филаментации фемтосекундного лазерного излучения в условиях аномальной дисперсии в плавленом кварце. Ч.2. Эксперимент и физическая интерпретация // *Квантовая Электроника*. — 2012. — Окт. — Т. 42, № 10. — С. 920–924. — (с. 19, 91).
137. *Kasparian J., Bourayou R., Boutou V., Favre C., Mejean G., Mondelain D., Mysyrowicz A., Rodriguez M., Salmon E., Sauerbrey R. A., [et al.].* Ultrashort laser applications in lidar and atmospheric sciences // *SPIE Proceedings* / ed. by P. A. Atanasov, A. A. Serafetinides, I. N. Kolev. — 2003. — Nov. — (p. 19).
138. *Rodriguez M., Bourayou R., Méjean G., Kasparian J., Yu J., Salmon E., Scholz A., Stecklum B., Eislöffel J., Laux U., [et al.].* Kilometer-range nonlinear propagation of femtosecond laser pulses // *Physical Review E*. — 2004. — Mar. — Vol. 69, no. 3. — (p. 19).
139. *Kasparian J., Rodriguez M., Mejean G., Yu J., Salmon E., Wille H., Bourayou R., Frey S., Andre Y.-B., Mysyrowicz A., [et al.].* White-Light Filaments for Atmospheric Analysis // *Science*. — 2003. — July. — Vol. 301, no. 5629. — P. 61–64. — (p. 19).
140. *Давыдов А.* Квантовая механика. — БХВ-Петербург, 2014. — (с. 20).

141. *Berry M. V., Balazs N. L.* Nonspreading wave packets // American Journal of Physics. — 1979. — Mar. — Vol. 47, no. 3. — P. 264–267. — (p. 20).
142. *Siviloglou G. A., Christodoulides D. N.* Accelerating finite energy Airy beams // Optics Letters. — 2007. — Mar. — Vol. 32, no. 8. — P. 979. — (p. 20).
143. *Siviloglou G. A., Broky J., Dogariu A., Christodoulides D. N.* Observation of Accelerating Airy Beams // Physical Review Letters. — 2007. — Nov. — Vol. 99, no. 21. — (p. 20).
144. *Broky J., Siviloglou G. A., Dogariu A., Christodoulides D. N.* Self-healing properties of optical Airy beams // Optics Express. — 2008. — Aug. — Vol. 16, no. 17. — P. 12880. — (p. 20).
145. *Efremidis N. K., Christodoulides D. N.* Abruptly autofocusing waves // Optics Letters. — 2010. — Nov. — Vol. 35, no. 23. — P. 4045. — (p. 20).
146. *Papazoglou D. G., Efremidis N. K., Christodoulides D. N., Tzortzakis S.* Observation of abruptly autofocusing waves // Optics Letters. — 2011. — May. — Vol. 36, no. 10. — P. 1842. — (p. 20).
147. *Lotti A., Faccio D., Couairon A., Papazoglou D. G., Panagiotopoulos P., Abdollahpour D., Tzortzakis S.* Stationary nonlinear Airy beams // Physical Review A. — 2011. — Aug. — Vol. 84, no. 2. — (p. 20).
148. *Baumgartl J., Čižmár T., Mazilu M., Chan V. C., Carruthers A. E., Capron B. A., McNeely W., Wright E. M., Dholakia K.* Optical path clearing and enhanced transmission through colloidal suspensions // Optics Express. — 2010. — July. — Vol. 18, no. 16. — P. 17130. — (p. 20).
149. *Владимиров В. С., Жаринов В. В.* Уравнения математической физики. — Физматлит, 2004. — (с. 20).
150. *Fan J., Parra E., Milchberg H. M.* Resonant Self-Trapping and Absorption of Intense Bessel Beams // Physical Review Letters. — 2000. — Apr. — Vol. 84, no. 14. — P. 3085–3088. — (p. 20).
151. *Durnin J.* Exact solutions for nondiffracting beams I The scalar theory // Journal of the Optical Society of America A. — 1987. — Apr. — Vol. 4, no. 4. — P. 651. — (p. 20).
152. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. — Наука, 1979. — (сс. 20, 22).
153. *Nelson W., Palastro J. P., Davis C. C., Sprangle P.* Propagation of Bessel and Airy beams through atmospheric turbulence // Journal of the Optical Society of America A. — 2014. — Feb. — Vol. 31, no. 3. — P. 603. — (p. 20).
154. *Polesana P., Faccio D., Trapani P. D., Dubietis A., Piskarskas A., Couairon A., Porras M. A.* High localization, focal depth and contrast by means of nonlinear Bessel beams // Optics Express. — 2005. — Vol. 13, no. 16. — P. 6160. — (p. 20).
155. *Bhuyan M. K., Courvoisier F., Lacourt P.-A., Jacquot M., Furfaro L., Withford M. J., Dudley J. M.* High aspect ratio taper-free microchannel fabrication using femtosecond Bessel beams // Optics Express. — 2010. — Jan. — Vol. 18, no. 2. — P. 566. — (p. 21).

156. *Khonina S. N., Kazanskiy N. L., Karpeev S. V., Butt M. A.* Bessel Beam: Significance and Applications—A Progressive Review // *Micromachines*. — 2020. — Nov. — Vol. 11, no. 11. — P. 997. — (p. 21).
157. *Аскаръян А. Г., Студенов В. Б.* «Банановая» самофокусировка лучей // *ЖЭТФ*. — 1969. — Т. 110. — С. 113–116. — (с. 21).
158. *Zhang Y., Ji X., Li X., Li Q., Yu H.* Self-focusing effect of annular beams propagating in the atmosphere // *Optics Express*. — 2017. — Aug. — Vol. 25, no. 18. — P. 21329. — (p. 21).
159. *Feng Z. F., Li W., Yu C. X., Liu X., Liu J., Fu L. B.* Extended laser filamentation in air generated by femtosecond annular Gaussian beams // *Physical Review A*. — 2015. — Mar. — Vol. 91, no. 3. — (p. 21).
160. Information about function atan2. — <https://en.wikipedia.org/wiki/Atan2>. — (p. 22).
161. *Oron R., Davidson N., Friesem A. A., Hasman E.* Efficient formation of pure helical laser beams // *Optics Communications*. — 2000. — Aug. — Vol. 182, no. 1–3. — P. 205–208. — (p. 23).
162. *Caley A. J., Thomson M. J., Liu J., Waddie A. J., Taghizadeh M. R.* Diffractive optical elements for high gain lasers with arbitrary output beam profiles // *Optics Express*. — 2007. — Vol. 15, no. 17. — P. 10699. — (p. 23).
163. *Litvin I. A., Burger L., Forbes A.* Petal-like modes in Porro prism resonators // *Optics Express*. — 2007. — Oct. — Vol. 15, no. 21. — P. 14065. — (p. 23).
164. *Naidoo D., Ait-Ameur K., Brunel M., Forbes A.* Intra-cavity generation of superpositions of Laguerre–Gaussian beams // *Applied Physics B*. — 2011. — Oct. — Vol. 106, no. 3. — P. 683–690. — (p. 23).
165. *Lin D., Daniel J. M. O., Clarkson W. A.* Controlling the handedness of directly excited Laguerre–Gaussian modes in a solid-state laser // *Optics Letters*. — 2014. — June. — Vol. 39, no. 13. — P. 3903. — (p. 23).
166. Information about Brewster windows. — https://www.rp-photonics.com/brewster_windows. — (p. 23).
167. *Kim D. J., Kim J. W.* Direct generation of an optical vortex beam in a single-frequency Nd:YVO4 laser // *Optics Letters*. — 2015. — Jan. — Vol. 40, no. 3. — P. 399. — (p. 23).
168. *Miao P., Zhang Z., Sun J., Walasik W., Longhi S., Litchinitser N. M., Feng L.* Orbital angular momentum microlaser // *Science*. — 2016. — July. — Vol. 353, no. 6298. — P. 464–467. — (p. 23).
169. *Qiu C.-W., Yang Y.* Vortex generation reaches a new plateau // *Science*. — 2017. — Aug. — Vol. 357, no. 6352. — P. 645–645. — (p. 23).
170. *Toda Y., Moriya A., Yamane K., Morita R., Shigematsu K., Awaji Y.* Single orbital angular mode emission from externally feed-backed vertical cavity surface emitting laser // *Applied Physics Letters*. — 2017. — Sept. — Vol. 111, no. 10. — P. 101102. — (p. 23).

171. *Cai X., Wang J., Strain M. J., Johnson-Morris B., Zhu J., Sorel M., O'Brien J. L., Thompson M. G., Yu S.* Integrated Compact Optical Vortex Beam Emitters // *Science*. — 2012. — Oct. — Vol. 338, no. 6105. — P. 363–366. — (p. 23).
172. *Bezuhanov K., Dreischuh A., Paulus G. G., Schätzel M. G., Walther H., Neshev D., Królikowski W., Kivshar Y.* Spatial phase dislocations in femtosecond laser pulses // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2006. — Jan. — Vol. 23, no. 1. — P. 26. — (p. 24).
173. *Воляр А. В., Фадеева Т. А.* Генерация сингулярных пучков в одноосных кристаллах // *Оптика и спектроскопия*. — 2003. — Февр. — Т. 94, № 2. — С. 264–274. — (с. 24).
174. *Fisher M., Siders C., Johnson E., Andrusyak O., Brown C., Richardson M.* Control of filamentation for enhancing remote detection with laser induced breakdown spectroscopy // *SPIE Proceedings* / ed. by G. T. Shwaery, J. G. Blich, C. Land. — 2006. — May. — (pp. 24, 28).
175. *Ashkin A.* Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure // *Physical Review Letters*. — 1970. — Jan. — Vol. 24, no. 4. — P. 156–159. — (p. 25).
176. *He H., Friese M. E. J., Heckenberg N. R., Rubinsztein-Dunlop H.* Direct Observation of Transfer of Angular Momentum to Absorptive Particles from a Laser Beam with a Phase Singularity // *Physical Review Letters*. — 1995. — July. — Vol. 75, no. 5. — P. 826–829. — (p. 25).
177. *Chapin S. C., Germain V., Dufresne E. R.* Automated trapping, assembly, and sorting with holographic optical tweezers // *Optics Express*. — 2006. — Dec. — Vol. 14, no. 26. — P. 13095. — (p. 25).
178. *Padgett M., Bowman R.* Tweezers with a twist // *Nature Photonics*. — 2011. — May. — Vol. 5, no. 6. — P. 343–348. — (p. 25).
179. *Gong L., Gu B., Rui G., Cui Y., Zhu Z., Zhan Q.* Optical forces of focused femtosecond laser pulses on nonlinear optical Rayleigh particles // *Photonics Research*. — 2018. — Jan. — Vol. 6, no. 2. — P. 138. — (p. 25).
180. *Zhang Y., Shen J., Min C., Jin Y., Jiang Y., Liu J., Zhu S., Sheng Y., Zayats A. V., Yuan X.* Nonlinearity-Induced Multiplexed Optical Trapping and Manipulation with Femtosecond Vector Beams // *Nano Letters*. — 2018. — Aug. — Vol. 18, no. 9. — P. 5538–5543. — (p. 25).
181. *Wang S. B., Chan C. T.* Lateral optical force on chiral particles near a surface // *Nature Communications*. — 2014. — Mar. — Vol. 5, no. 1. — (p. 25).
182. *Brulot W., Vanbel M. K., Swusten T., Verbiest T.* Resolving enantiomers using the optical angular momentum of twisted light // *Science Advances*. — 2016. — Mar. — Vol. 2, no. 3. — (p. 25).
183. *Zhao Y., Askarpour A. N., Sun L., Shi J., Li X., Alù A.* Chirality detection of enantiomers using twisted optical metamaterials // *Nature Communications*. — 2017. — Jan. — Vol. 8, no. 1. — (p. 25).
184. *Wang J., Yang J.-Y., Fazal I. M., Ahmed N., Yan Y., Huang H., Ren Y., Yue Y., Dolinar S., Tur M., [et al.].* Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing // *Nature Photonics*. — 2012. — June. — Vol. 6, no. 7. — P. 488–496. — (p. 25).

185. *Bozinovic N., Yue Y., Ren Y., Tur M., Kristensen P., Huang H., Willner A. E., Ramachandran S.* Terabit-Scale Orbital Angular Momentum Mode Division Multiplexing in Fibers // *Science*. — 2013. — June. — Vol. 340, no. 6140. — P. 1545–1548. — (p. 25).
186. *Lei T., Zhang M., Li Y., Jia P., Liu G. N., Xu X., Li Z., Min C., Lin J., Yu C., [et al.]*. Massive individual orbital angular momentum channels for multiplexing enabled by Dammann gratings // *Light: Science and Applications*. — 2015. — Mar. — Vol. 4, no. 3. — e257–e257. — (p. 25).
187. *Lavery M. P. J., Peuntinger C., Günthner K., Banzer P., Elser D., Boyd R. W., Padgett M. J., Marquardt C., Leuchs G.* Free-space propagation of high-dimensional structured optical fields in an urban environment // *Science Advances*. — 2017. — Oct. — Vol. 3, no. 10. — (p. 25).
188. *Li L., Zhang R., Zhao Z., Xie G., Liao P., Pang K., Song H., Liu C., Ren Y., Labroille G., [et al.]*. High-Capacity Free-Space Optical Communications Between a Ground Transmitter and a Ground Receiver via a UAV Using Multiplexing of Multiple Orbital-Angular-Momentum Beams // *Scientific Reports*. — 2017. — Dec. — Vol. 7, no. 1. — (p. 25).
189. *Ren Y., Li L., Wang Z., Kamali S. M., Arbabi E., Arbabi A., Zhao Z., Xie G., Cao Y., Ahmed N., [et al.]*. Orbital Angular Momentum-based Space Division Multiplexing for High-capacity Underwater Optical Communications // *Scientific Reports*. — 2016. — Sept. — Vol. 6, no. 1. — (p. 25).
190. *Карнеев С. В., Подлипнов В. В., Ивлиев Н. А., Хонина С. В.* Передача через атмосферу высокоскоростного сигнала формата 1000BASE-SX/LX вихревыми пучками ближнего ИК-диапазона при помощи модифицированных SFP-трансиверов DEM-310GT // *Компьютерная Оптика*. — 2020. — Авг. — Т. 44, № 4. — (с. 26).
191. *Mao D., Zheng Y., Zeng C., Lu H., Wang C., Zhang H., Zhang W., Mei T., Zhao J.* Generation of polarization and phase singular beams in fibers and fiber lasers // *Advanced Photonics*. — 2021. — Jan. — Vol. 3, no. 01. — (p. 26).
192. *Sit A., Bouchard F., Fickler R., Gagnon-Bischoff J., Larocque H., Heshami K., Elser D., Peuntinger C., Günthner K., Heim B., [et al.]*. High-dimensional intracity quantum cryptography with structured photons // *Optica*. — 2017. — Aug. — Vol. 4, no. 9. — P. 1006. — (p. 26).
193. *Nicolas A., Veissier L., Giner L., Giacobino E., Maxein D., Laurat J.* A quantum memory for orbital angular momentum photonic qubits // *Nature Photonics*. — 2014. — Jan. — Vol. 8, no. 3. — P. 234–238. — (p. 26).
194. *Zhou Z.-Q., Hua Y.-L., Liu X., Chen G., Xu J.-S., Han Y.-J., Li C.-F., Guo G.-C.* Quantum Storage of Three-Dimensional Orbital-Angular-Momentum Entanglement in a Crystal // *Physical Review Letters*. — 2015. — Aug. — Vol. 115, no. 7. — (p. 26).

195. *Dholakia K., Simpson N. B., Padgett M. J., Allen L.* Second-harmonic generation and the orbital angular momentum of light // *Physical Review A*. — 1996. — Nov. — Vol. 54, no. 5. — R3742–R3745. — (p. 26).
196. *Lenzini F., Residori S., Arecchi F. T., Bortolozzo U.* Optical vortex interaction and generation via nonlinear wave mixing // *Physical Review A*. — 2011. — Dec. — Vol. 84, no. 6. — (p. 26).
197. *Kong F., Zhang C., Bouchard F., Li Z., Brown G. G., Ko D. H., Hammond T. J., Arissian L., Boyd R. W., Karimi E., [et al.]*. Controlling the orbital angular momentum of high harmonic vortices // *Nature Communications*. — 2017. — Apr. — Vol. 8, no. 1. — (p. 26).
198. *Zürch M., Kern C., Hansinger P., Dreischuh A., Spielmann C.* Strong-field physics with singular light beams // *Nature Physics*. — 2012. — Aug. — Vol. 8, no. 10. — P. 743–746. — (p. 26).
199. *Li G., Zentgraf T., Zhang S.* Rotational Doppler effect in nonlinear optics // *Nature Physics*. — 2016. — Mar. — Vol. 12, no. 8. — P. 736–740. — (p. 26).
200. *Musarra G., Wilson K. E., Faccio D., Wright E. M.* Rotation-dependent nonlinear absorption of orbital angular momentum beams in ruby // *Optics Letters*. — 2018. — June. — Vol. 43, no. 13. — P. 3073. — (p. 26).
201. *Jin Y., Allegre O. J., Perrie W., Abrams K., Ouyang J., Fearon E., Edwardson S. P., Dearden G.* Dynamic modulation of spatially structured polarization fields for real-time control of ultrafast laser-material interactions // *Optics Express*. — 2013. — Oct. — Vol. 21, no. 21. — P. 25333. — (p. 26).
202. *Toyoda K., Takahashi F., Takizawa S., Tokizane Y., Miyamoto K., Morita R., Omatsu T.* Transfer of Light Helicity to Nanostructures // *Physical Review Letters*. — 2013. — Apr. — Vol. 110, no. 14. — (p. 26).
203. *Masuda K., Nakano S., Barada D., Kumakura M., Miyamoto K., Omatsu T.* Azo-polymer film twisted to form a helical surface relief by illumination with a circularly polarized Gaussian beam // *Optics Express*. — 2017. — May. — Vol. 25, no. 11. — P. 12499. — (p. 26).
204. *Takahashi F., Miyamoto K., Hidai H., Yamane K., Morita R., Omatsu T.* Picosecond optical vortex pulse illumination forms a monocrystalline silicon needle // *Scientific Reports*. — 2016. — Feb. — Vol. 6, no. 1. — (p. 26).
205. *Davis K. M., Miura K., Sugimoto N., Hirao K.* Writing waveguides in glass with a femtosecond laser // *Optics Letters*. — 1996. — Nov. — Vol. 21, no. 21. — P. 1729. — (p. 26).
206. *Yang L., Qian D., Xin C., Hu Z., Ji S., Wu D., Hu Y., Li J., Huang W., Chu J.* Direct laser writing of complex microtubes using femtosecond vortex beams // *Applied Physics Letters*. — 2017. — May. — Vol. 110, no. 22. — P. 221103. — (p. 26).
207. *Chen Y., Gao J., Jiao Z.-Q., Sun K., Shen W.-G., Qiao L.-F., Tang H., Lin X.-F., Jin X.-M.* Mapping Twisted Light into and out of a Photonic Chip // *Physical Review Letters*. — 2018. — Dec. — Vol. 121, no. 23. — (p. 26).

208. *Hnatovsky C., Shvedov V. G., Krolikowski W., Rode A. V.* Materials processing with a tightly focused femtosecond laser vortex pulse // *Optics Letters*. — 2010. — Oct. — Vol. 35, no. 20. — P. 3417. — (p. 26).
209. *Torner L., Torres J. P., Carrasco S.* Digital spiral imaging // *Optics Express*. — 2005. — Vol. 13, no. 3. — P. 873. — (p. 27).
210. *Tan P. S., Yuan X.-C., Yuan G. H., Wang Q.* High-resolution wide-field standing-wave surface plasmon resonance fluorescence microscopy with optical vortices // *Applied Physics Letters*. — 2010. — Dec. — Vol. 97, no. 24. — P. 241109. — (p. 27).
211. *Lavery M. P. J., Speirits F. C., Barnett S. M., Padgett M. J.* Detection of a Spinning Object Using Light's Orbital Angular Momentum // *Science*. — 2013. — Aug. — Vol. 341, no. 6145. — P. 537–540. — (p. 27).
212. *Cvijetic N., Milione G., Ip E., Wang T.* Detecting Lateral Motion using Light's Orbital Angular Momentum // *Scientific Reports*. — 2015. — Oct. — Vol. 5, no. 1. — (p. 27).
213. *Kravets V. G., Schedin F., Jalil R., Britnell L., Gorbachev R. V., Ansell D., Thackray B., Novoselov K. S., Geim A. K., Kabashin A. V., [et al.].* Singular phase nano-optics in plasmonic metamaterials for label-free single-molecule detection // *Nature Materials*. — 2013. — Jan. — Vol. 12, no. 4. — P. 304–309. — (p. 27).
214. *Reddy S. G., Permangatt C., Prabhakar S., Anwar A., Banerji J., Singh R. P.* Divergence of optical vortex beams // *Applied Optics*. — 2015. — July. — Vol. 54, no. 22. — P. 6690. — (pp. 27, 61).
215. *Власов P. A., Хасанов O. X., Смирнова T. B.* Эволюция трубчатых сингулярных импульсных пучков в нелинейной диэлектрической среде в условиях ионизации // *Квантовая Электроника*. — 2005. — Окт. — Т. 35, № 10. — С. 947–952. — (с. 28).
216. *Brabec T., Krausz F.* Nonlinear Optical Pulse Propagation in the Single-Cycle Regime // *Physical Review Letters*. — 1997. — Apr. — Vol. 78, no. 17. — P. 3282–3285. — (pp. 28, 36, 38, 73).
217. *Khasanov O., Smirnova T., Fedotova O., Rusetsky G., Romanov O.* High-intensive femtosecond singular pulses in Kerr dielectrics // *Applied Optics*. — 2012. — Mar. — Vol. 51, no. 10. — P. 198. — (p. 28).
218. *Blonskyi I., Kadan V., Dergachev A., Shlenov S., Kandidov V., Puzikov V., Grin L.* Filamentation of Femtosecond Vortex Beam in Sapphire // *Ukrainian Journal of Physics*. — 2013. — Apr. — Vol. 58, no. 4. — P. 341–344. — (p. 28).
219. Лекции о БПФ университета ИТМО. — http://aco.ifmo.ru/el_books/image_processing/2_04.html. — (с. 28, 163).
220. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля (Теоретическая физика, т. II). — Физматлит, 2003. — (с. 30).
221. *Shen Y.* The principles of nonlinear optics. — Wiley-Interscience, 2002. — (pp. 32, 48).

222. *Garmire E., Pandarese F., Townes C. H.* Coherently Driven Molecular Vibrations and Light Modulation // *Physical Review Letters*. — 1963. — Aug. — Vol. 11, no. 4. — P. 160–163. — (p. 32).
223. *Loriot V., Hertz E., Faucher O., Lavorel B.* Measurement of high order Kerr refractive index of major air components // *Optics Express*. — 2009. — July. — Vol. 17, no. 16. — P. 13429. — (p. 32).
224. *Loriot V., Hertz E., Faucher O., Lavorel B.* Measurement of high order Kerr refractive index of major air components: erratum // *Optics Express*. — 2010. — Jan. — Vol. 18, no. 3. — P. 3011. — (p. 32).
225. *Béjot P., Hertz E., Kasparian J., Lavorel B., Wolf J., Faucher O.* Transition from Plasma-Driven to Kerr-Driven Laser Filamentation // *Physical Review Letters*. — 2011. — June. — Vol. 106, no. 24. — (p. 32).
226. *Loriot V., Béjot P., Ettoumi W., Petit Y., Kasparian J., Henin S., Hertz E., Lavorel B., Faucher O., Wolf J.* On negative higher-order Kerr effect and filamentation // *Laser Physics*. — 2011. — June. — Vol. 21, no. 7. — P. 1319–1328. — (p. 32).
227. *Boyd R. W.* *Nonlinear optics*. — Academic Press, 2008. — (pp. 32, 34, 35).
228. *Aközbek N., Iwasaki A., Becker A., Scalora M., Chin S. L., Bowden C. M.* Third-Harmonic Generation and Self-Channeling in Air Using High-Power Femtosecond Laser Pulses // *Physical Review Letters*. — 2002. — Sept. — Vol. 89, no. 14. — (p. 34).
229. *Stolen R. H., Tomlinson W. J., Haus H. A., Gordon J. P.* Raman response function of silica-core fibers // *Journal of the Optical Society of America B*. — 1989. — June. — Vol. 6, no. 6. — P. 1159. — (pp. 35, 50, 67).
230. *Blow K., Wood D.* Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. — 1989. — Vol. 25, no. 12. — P. 2665–2673. — (p. 35).
231. *Oleinikov P. A., Platonenko V. T.* Raman transitions between rotational levels and self-phase modulation of subpicosecond light pulses in air // *Laser Physics*. — 1993. — Vol. 3, no. 3. — P. 618–622. — (p. 35).
232. *Junnarkar M. R.* Short pulse propagation in tight focusing conditions // *Optics Communications*. — 2001. — Aug. — Vol. 195, no. 1–4. — P. 273–292. — (pp. 35, 50).
233. Information about Heaviside step function. — https://en.wikipedia.org/wiki/Heaviside_step_function. — (p. 35).
234. *Ашкрофт Н., Мермин Н.* *Физика твердого тела*. — Мир, 1979. — (с. 36).
235. *Kennedy P.* A first-order model for computation of laser-induced breakdown thresholds in ocular and aqueous media. I. Theory // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. — 1995. — Vol. 31, no. 12. — P. 2241–2249. — (p. 36).

236. *Kennedy P., Boppart S., Hammer D., Rockwell B., Noojin G., Roach W.* A first-order model for computation of laser-induced breakdown thresholds in ocular and aqueous media. II. Comparison to experiment // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. — 1995. — Vol. 31, no. 12. — P. 2250–2257. — (p. 36).
237. *Kolesik M., Moloney J. V., Mlejnek M.* Unidirectional Optical Pulse Propagation Equation // *Physical Review Letters*. — 2002. — Dec. — Vol. 89, no. 28. — (p. 37).
238. *Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.* Теория волн. — URSS, 2019. — (с. 37, 61, 62).
239. *Brabec T., Krausz F.* Intense few-cycle laser fields: *Frontiers of nonlinear optics* // *Reviews of Modern Physics*. — 2000. — Apr. — Vol. 72, no. 2. — P. 545–591. — (p. 38).
240. *Дормидонов А. Е.* Диссертация «Формирование конической эмиссии суперконтинуума и упорядоченного множества филаментов мощными фемтосекундными лазерными импульсами». — 2009. — (с. 38, 46, 87).
241. *Хора Х.* Физика лазерной плазмы. — Электроатомиздат, 1986. — (с. 38).
242. *Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* Нелинейная ионизация атомов лазерным излучением. — Физматлит, 2001. — (с. 38).
243. *Musarra G., Wilson K. E., Faccio D., Wright E. M.* Rotation-dependent nonlinear absorption of orbital angular momentum beams in ruby // *Optics Letters*. — 2018. — June. — Vol. 43, no. 13. — P. 3073. — (p. 39).
244. *Malitson I. H.* Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica // *Journal of the Optical Society of America*. — 1965. — Oct. — Vol. 55, no. 10. — P. 1205. — (pp. 46, 47, 50, 74, 76).
245. *Tan C.* Determination of refractive index of silica glass for infrared wavelengths by IR spectroscopy // *Journal of Non-Crystalline Solids*. — 1998. — Jan. — Vol. 223, no. 1/2. — P. 158–163. — (pp. 47, 50).
246. *Li H. H.* Refractive index of alkali halides and its wavelength and temperature derivatives // *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. — 1976. — Apr. — Vol. 5, no. 2. — P. 329–528. — (pp. 47, 50).
247. *Malitson I. H.* A Redetermination of Some Optical Properties of Calcium Fluoride // *Applied Optics*. — 1963. — Nov. — Vol. 2, no. 11. — P. 1103. — (pp. 47, 50).
248. *Weber M. J.* Handbook of optical materials. — CRC Press, 2003. — (p. 50).
249. *Lenzner M., Krüger J., Sartania S., Cheng Z., Spielmann C., Mourou G., Kautek W., Krausz F.* Femtosecond Optical Breakdown in Dielectrics // *Physical Review Letters*. — 1998. — May. — Vol. 80, no. 18. — P. 4076–4079. — (p. 50).
250. *Audebert P., Daguzan P., Santos A. D., Gauthier J. C., Geindre J. P., Guizard S., Hamoniaux G., Krastev K., Martin P., Petite G., [et al.].* Space-Time Observation of an Electron Gas in SiO₂ // *Physical Review Letters*. — 1994. — Oct. — Vol. 73, no. 14. — P. 1990–1993. — (p. 50).

251. Рез И. С., Поплавко Ю. М. Диэлектрики: основные свойства и применения на практике. — Радио и связь, 1989. — (с. 50).
252. Periodic table of elements. — https://en.wikipedia.org/wiki/Periodic_table. — (p. 50).
253. Сайт производственной оптической компании ООО «Электростекло». — <http://www.elektrosteklo.ru/AboutComp.htm>. — (с. 50).
254. Fleck J. A., Morris J. R., Feit M. D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere // Applied physics. — 1976. — June. — Vol. 10, no. 2. — P. 129–160. — (pp. 52, 81).
255. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — Наука, 1977. — (с. 52).
256. Crank J., Nicolson P. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. — 1947. — Jan. — Vol. 43, no. 1. — P. 50–67. — (p. 53).
257. Cheng A. H.-D., Cheng D. T. Heritage and early history of the boundary element method // Engineering Analysis with Boundary Elements. — 2005. — Mar. — Vol. 29, no. 3. — P. 268–302. — (p. 54).
258. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. — Наука, 1989. — (с. 54).
259. The OpenMP API specification for parallel programming. — The OpenMP ARB (Architecture Review Boards) mission is to standardize directive-based multi-language high-level parallelism that is performant and productive. <http://openmp.org>. — (p. 59).
260. Cite of HP. — <https://support.hp.com/us-en/document/c03277050>. — (pp. 60, 164).
261. Бугер П. Оптический трактат о градации света. — Издательство Академии наук СССР, 2012. — (с. 69).
262. Polynkin P., Ament C., Moloney J. V. Self-Focusing of Ultraintense Femtosecond Optical Vortices in Air // Physical Review Letters. — 2013. — July. — Vol. 111, no. 2. — (p. 80).
263. Ishaaya A. A., Vuong L. T., Grow T. D., Gaeta A. L. Self-focusing dynamics of polarization vortices in Kerr media // Optics Letters. — 2007. — Dec. — Vol. 33, no. 1. — P. 13. — (p. 81).
264. Дергачев А. А., Шленов С. А. Численное исследование устойчивости пространственной структуры кольцевых филаментов в пучках с вихревой фазовой дислокацией // Труды конференции «Фундаментальные проблемы оптики – 2019». — 2019. — Окт. — С. 19–21. — (сс. 81, 83, 84).
265. Дергачев А. А. Диссертация «Формирование и характеристики плазменных каналов при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в воздухе». — 2014. — (сс. 81, 87).
266. Миркин Л. И., Рабинович М. А., Ярославский Л. П. Метод генерирования коррелированных гауссовских псевдослучайных чисел на ЭВМ // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1972. — Т. 12, № 5. — (с. 81).
267. Беспалов В. И., Таланов В. И. О нитевидной структуре пучков света в нелинейных жидкостях // Письма в ЖЭТФ. — 1966. — Т. 3. — С. 471–476. — (с. 85).

268. Беспалов В. И., Литвак А. Г., Таланов В. И. Самовоздействие электромагнитных волн в кубичных изотропных средах // Нелинейная оптика. Труды II Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике. — 1968. — С. 428–463. — (с. 85).
269. Hosseini S. A., Luo Q., Ferland B., Liu W., Chin S. L., Kosareva O. G., Panov N. A., Aközbek N., Kandidov V. P. Competition of multiple filaments during the propagation of intense femtosecond laser pulses // Physical Review A. — 2004. — Sept. — Vol. 70, no. 3. — (p. 91).
270. Косарева О. Г., Панов Н. А., Кандидов В. П. Сценарий многофиламентации и генерации суперконтинуума мощного фемтосекундного лазерного импульса // Оптика атмосферы и океана. — 2005. — Т. 18, № 3. — С. 223–231. — (с. 91).
271. Smetanina E. O., Kadan V. M., Blonskyi I. V., Kandidov V. P. Dynamic lenses in femtosecond filament // Applied Physics B. — 2014. — Jan. — Vol. 116, no. 3. — P. 755–762. — (p. 117).
272. Skidanov R. V., Soifer V. A., Kotlyar V. V., Almazov A. A., Khonina S. N., Volkov A. V. DOE for optical micromanipulation // Lasers for Measurements and Information Transfer. — 2005. — Feb. — (p. 138).
273. Чекалин С. В. Уникальный фемтосекундный спектрометрический комплекс как инструмент для ультрабыстрой спектроскопии, фемтохимии и нанооптики // Успехи физических наук. — 2006. — Т. 176, № 6. — С. 657–664. — (с. 138).
274. Knuth D. E. Big Omicron and big Omega and big Theta // ACM SIGACT News. — 1976. — Apr. — Vol. 8, no. 2. — P. 18–24. — (p. 159).
275. Library for Fast Fourier Transform. — <http://fftw.org>. — (p. 160).
276. Кандидов В. П., Чесноков С. С., Шленов С. А. Дискретное преобразование Фурье. — Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2019. — (с. 163).