

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации Линке Юлианы Юрьевны «Универсальные ядерные оценки в непараметрической регрессии с приложениями к нелинейным регрессионным моделям» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности

1.1.4 – «Теория вероятностей и математическая статистика»

Диссертационная работа представляет собой совокупность фундаментальных исследований и результатов как в области непараметрической, так и нелинейной регрессии. Регрессионный анализ является одним из важных направлений математической статистики, нашедшим применение во многих прикладных областях. Решением прикладных задач продиктована необходимость развития теоретических подходов к построению адекватных моделей, определения границ применимости тех или иных статистических процедур, получению наглядных условий на величины, входящие в модели. В связи с этим диссертационная работа посвящена как построению и анализу новых статистических оценок в задачах регрессии, так и исследованию хорошо известных оценок, но уже в новых универсальных и легко проверяемых условиях, предлагаемых автором.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении освещается общая проблематика диссертации, приводится достаточно подробный обзор литературы по тематике исследования, обосновывается актуальность и новизна диссертационной работы, перечисляются методы исследования и положения, выносимые на защиту, описывается апробация результатов, излагается краткое содержание по главам и основные результаты диссертации.

Перейдем к краткому описанию основных результатов диссертационной работы.

**Глава 1** занимает центральное место и посвящена методам ядерного сглаживания в задачах непараметрической регрессии. Рассматриваются популярные задачи непараметрической регрессии – оценивание регрессионной функции и оценивание функций среднего и ковариации непрерывного случайного процесса. В первом случае имеется набор детерминированных или случайных точек (регрессоров) и соответствующих им откликов (т.е. значений регрессионной функции в каждой из точек с точностью до ненаблюдаемых случайных погрешностей), а во втором – набор регрессоров и откликов для каждой из независимых реализаций случайного процесса. Популярность такого рода задач влечет большое число публикаций в данной области: имеется множество оценок ядерного типа в этих задачах и их исследований в тех или иных условиях.

В центре внимания автора диссертации оказываются условия на регрессоры. В многочисленных работах предшественников (хочу отметить – весьма полно представленных в диссертации) можно выделить следующую общность: либо регрессоры детерминированы и регулярным образом заполняют область определения регрессионной функции или случайного процесса, либо случайны и состоят из независимых или слабо зависимых случайных величин. В диссертации предложены как новые ядерные оценки, так и исследуются известные ранее. Общее свойство предлагаемых решений (всех результатов первой главы) заключается в принципиально новых условиях на регрессоры, сформулированных в терминах асимптотически плотных данных. Какие преимущества имеют такого типа условия по сравнению с известными ранее? Во-первых, в едином ключе позволяют рассматривать ситуацию детерминированных и случайных регрессоров. Во-вторых, выйти за рамки регулярных детерминированных или слабо зависимых случайных регрессоров. В-третьих (что

особенно важно для приложений), совершенно не использовать при построении оценок информацию о характере зависимости регрессоров, требуя от регрессоров лишь плотного заполнения области определения регрессионной функции. Важно подчеркнуть, что новые условия в терминах плотных данных по существу минимальны и наглядны. Действительно, что еще по сути нужно требовать от регрессоров в случае восстановления регрессионной функции, как ни условие асимптотически плотного заполнения ими области задания регрессионной функции?

Важным представляется вопрос о способах реализации предлагаемых автором идей об условиях в терминах плотных данных. Здесь нужно разделять ситуации новых классов ядерных оценок и известных ранее. Если речь идет о новых ядерных оценках, построенных в диссертации, то всюду в структуре оценок присутствуют конструкции интегральных сумм Римана. Это позволило автору исследовать асимптотические свойства оценок за счет близости интегральных сумм и соответствующих интегралов, а не за счет эргодических свойств выборочных данных, т.е. не использовать предельные теоремы теории вероятностей, как это делали многочисленные предшественники. Для классических оценок типа оценок Надарая–Ватсона автору удалось оценить их близость к регрессионной функции в терминах асимптотического поведения числа регрессоров, попавших в те или иные окрестности точек из области задания регрессионной функции. Однако в этом случае предполагается более равномерное плотное заполнение регрессорами области задания функции, чем требуется для новых классов оценок. Тем не менее, новые условия существенно расширяют область применения рассматриваемых вариантов классических оценок. Например, позволяют выйти за рамки слабозависимых величин, когда перестают работать общепринятые методы исследования типа теорем Гливленко–Кантелли.

**Глава 2** посвящена построению явных оценок в моделях нелинейной регрессии. Явные оценки играют важную роль в вопросах вычисления в известном смысле оптимальных оценок в нелинейной регрессии, поскольку могут выступать в качестве стартовых точек итерационных процедур (в частности, выступать в качестве предварительных оценок ньютоновских одношаговых процедур оценивания).

Прежде всего во второй главе рассматриваются внутренне линейные модели. Суть подобных моделей в том, что для них явные оценки можно построить методами линейного регрессионного анализа, если в известном смысле преобразовать регрессионную модель. Ранее нередко считалось, что свойство внутренней линейности присуще лишь моделям с мультипликативными погрешностями. В диссертации уточнено и расширено определение внутренне линейных моделей и установлено, что несколько известных моделей нелинейной регрессии с аддитивными погрешностями удовлетворяют этому определению. Более того, показано, что известные в литературе явные оценки для этих моделей, построенные ранее на основании некоторой эвристики, с помощью предлагаемого обобщения понятия внутренней линейности можно получить за счет сведения модели к линейной, где имеются готовые явные оценки метода наименьших квадратов. Таким образом, автор находит некоторый общий прием, общую идею в построении известных ранее явных оценок для ряда регрессионных моделей.

В третьей главе изучаются различные аспекты одношаговых оценок рассматриваемого вида. В частности, получен ответ на следующий ключевой вопрос: в каких условиях (в том числе на точность предварительной оценки) одношаговая  $M$ -оценка имеет ту же

асимптотическую точность, как и искомая  $M$ -оценка. Отметим, что одношаговые оценки весьма популярны в статистике, когда оценивание связано с поиском корней уравнений, и автор приводят весьма обширную библиографию в этом направлении. Одношаговые оценки, изучаемые в работе, ранее достаточно полно исследовались лишь в случае независимых и одинаково распределенных наблюдений, что не достаточно для задач нелинейной регрессии. Полученные в этой главе результаты, вместе с методами построения явных оценок главы 2, открывают возможность использовать одношаговые оценки для достаточно широких классов моделей нелинейной регрессии.

В заключении выделены основные результаты диссертационной работы и даны некоторые рекомендации и перспективы дальнейшей разработки тематики исследований.

Существенных критических замечаний к диссертации не имеется. Вместе с тем, на мой взгляд, в диссертации нелишне было бы упомянуть, что всем ядерным методам свойственно так называемое «проклятие размерности», а именно: при увеличении размерности пространства регрессоров скорость сходимости ядерных методов падает. В связи с этим ядерные методы, как правило, лучше работают при относительно небольшой размерности указанного пространства. При увеличении же размерности пространства регрессоров ядерные методы требуют относительно больших выборок для достижения нужной точности. Помимо отмеченного общего свойства всех ядерных методов, в новых ядерных оценках дополнительно участвует то или иное разбиение пространства регрессоров. В связи с увеличением пространства регрессоров возрастает также и сложность вычислений, связанная с построением подобных разбиений (например, мозаики Вороного).

Перечисленные замечания не умаляют научной ценности диссертационного исследования и не влияют на высокую оценку полученных результатов.

В заключение отмечу, что представленная диссертация является научным исследованием, обладающим внутренним единством, и может быть оценена как важный вклад в актуальную область математической статистики — регрессионный анализ. К одному из основных достижений первой главы и диссертации в целом можно отнести принципиально новый тип условий на регрессоры в моделях непараметрической регрессии в терминах плотных данных. Эти условия имеют ряд неоспоримых преимуществ по сравнению с известными ранее. Нельзя не отметить также и методы построения явных оценок в цепной регрессии, которые закладывают базис для использования одношагового подхода в нелинейной регрессии. Нет сомнения в актуальности, новизне и высокой ценности полученных результатов. Все результаты сопровождаются строгими математическими доказательствами. Результаты диссертации докладывались на научно-исследовательских семинарах и конференциях и опубликованы в высокорейтинговых научных журналах, что еще раз подтверждает достоверность выводов и заключений диссертационной работы. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Юлианы Юрьевны Линке на тему «Универсальные ядерные оценки в непараметрической регрессии с приложениями к нелинейным регрессионным моделям» удовлетворяет критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова и соответствует специальности 1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика». Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета

имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, представленная диссертационная работа полностью соответствует требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.4. — «Теория вероятностей и математическая статистика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры статистического моделирования  
механико-математического факультета  
Санкт-Петербургского государственного университета

Мелас Вячеслав Борисович

«02.05.2024 г.

Контактные данные:

тел.: +7 (812) 428-41-77, e-mail: vbmelas@yandex.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.01.07 — «Вычислительные методы» и 01.01.05 — «Теория вероятностей и математическая статистика»

Адрес места работы: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7-9. СПбГУ, механико-математический факультет, кафедра статистического моделирования

Тел.: +7 (812) 328-20-00; e-mail: spbu@spbu.ru

Подпись профессора кафедры статистического моделирования

механико-математического факультета СПбГУ В. Б. Меласа удостоверяю:

Личную подпись  
В. Б. Мелас  
заверяю  
И.О. начальника отдела кадров И.И. Константинова



02.05.2024

Текст документа размещен  
в открытом доступе  
на сайте СПбГУ по адресу  
<http://spbu.ru/science/expert.html>