

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Давыдова Александра Вадимовича
на тему: «Спектральный анализ интегродифференциальных операторов,
возникающих в теории вязкоупругости»
по специальности 1.1.1 – «вещественный, комплексный и
функциональный анализ»

В диссертационной работе А.В.Давыдова изучаются линейные интегродифференциальные уравнения второго порядка с операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве. Подобные уравнения, возникают, например, в проблеме усреднения: проблема «двойной пористости», проблема колебания суспензии из двух жидкостей, проблема колебания комбинированной среды (закон Био). Другим важным примером может служить уравнение Гуртина-Пипкина, возникающее в термодинамике и, описывающее процесс распространения тепла в средах с памятью с конечной скоростью. Уравнение Гуртина-Пипкина, а также его обобщение, следующее из задачи о колебании вязкоупругой пластины в сверхзвуковом потоке газа, в частности, являются предметом изучения в диссертации. В литературе последних лет имеется большое число работ, посвящённых изучению различных математических вопросов, связанных с описанными уравнениями. Таким образом, тематика проведённого исследования представляется актуальной.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, приведен краткий обзор результатов по исследуемой и близкой тематике. Наиболее близкими по тематике являются результаты, опубликованные в цикле работ В.В.Власова и Н.А.Раутиан и подытоженные в их совместной монографии *Спектральный анализ функционально-дифференциальных уравнений* М: МАКС-Пресс, 2016, 488 с. Так, А.В.Давыдов, в частности, при доказатель-

стве разрешимости также использует оценки оператор-функции, являющейся символом исследуемого интегро-дифференциального уравнения в пространствах Харди в правой полуплоскости и теорему Пэли-Винера, и получает на этом пути новые результаты.

Диссертация состоит из введения, двух глав и заключения. Первая глава состоит из четырёх параграфов (2, 3, 4, 5) и посвящена анализу уравнения колебания вязкоупругой пластины в сверхзвуковом потоке жидкости или газа. Вторая глава состоит из четырёх параграфов (6, 7, 8, 9). Кратко остановимся на описании содержания диссертации по параграфам.

Во втором и третьем параграфах приведены обозначения, основные определения и теоремы, необходимые для дальнейшего. Приведена постановка начально-краевой задачи о движении вязкоупругой пластины в сверхзвуковом потоке газа, а также её операторная трактовка. А именно, основная задача Коши, изучаемая в первой главе, имеет вид:

$$u'' + M_1 u' + M_2 \left(A^2 u - \int_0^t \Gamma(t-s) A^2 u(s) ds \right) + M_3 T u = f(t),$$
$$u(0) = u_0, u'(0) = u_1.$$

Здесь M_1, M_2, M_3 – положительные константы, оператор A самосопряжён, положительно определён и имеет дискретный спектр, а оператор T замкнут и компактно подчинён A , скалярная функция $\Gamma(t)$ в интегральном слагаемом представляет собой бесконечную сумму экспоненциальных функций.

В четвёртом параграфе доказывается теорема 4.1 о слабой разрешимости исследуемой задачи Коши и теорема 4.2 о локализации спектра символа интегро-дифференциального уравнения. Теорема 4.1 обобщает результаты работы В.В.Власова и Н.А.Раутиан [23].

В пятом параграфе исследуется асимптотическое распределение невещественного спектра символа интегро-дифференциального уравнения.

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию уравнения Гуртина-Пипкина и его специального возмущения. В седьмом параграфе исследуется асимптотика спектра символа уравнения при ядрах

релаксации, представимых в виде интеграла Стильеса. Основным утверждением параграфа является теорема 7.2 об асимптотическом распределении спектра в случае, когда мера в интеграле Стильеса является *регулярно меняющейся на бесконечности*. Утверждения теоремы 7.2 и следствий 7.1-7.5 обобщают результаты А.Э.Ерёмко и С.А.Иванова [4], В.В.Власова и Н.А.Раутиан [5].

Восьмой параграф посвящён вопросам разрешимости задачи Коши для уравнения Гуртина-Пипкина. В теореме 8.1 и её частном случае – теореме 8.2 доказана сильная разрешимость исследуемой задачи и асимптотическая устойчивость решений в весовом пространстве Соболева с нулевым весом. Эти теоремы дополняют результаты третьей главы монографии В.В.Власова и Н.А.Раутиан [7], в которой получены утверждения о разрешимости в весовых пространствах Соболева с положительными весами. В теореме 8.3 доказана слабая разрешимость исследуемой задачи.

В девятом параграфе проводится спектральный анализ уравнения Гуртина-Пипкина со слагаемым внутреннего трения Кельвина-Фойгхта. Основной решаемый вопрос – может ли символ уравнения иметь бесконечное число точек спектра в случае, если носитель меры в интеграле Стильеса не является компактным. Этот вопрос поставлен в работе [4], в которой для случая с компактным носителем меры получен отрицательный ответ. В теоремах 9.1, 9.2 совместно с Ю.А.Тихоновым доказаны общие утверждения о локализации спектра символа. Теоремы 9.3, 9.4 – основные в данном параграфе. Из теоремы 9.3 следует положительный ответ на поставленный выше вопрос. Теорема 9.4 показывает неустойчивость наблюдаемой картины спектра в случае с некомпактным носителем. А именно, если для некоторого ядра невещественный спектр символа конечен, то бесконечно малые изменения этого ядра могут привести к противоположному результату.

В заключении, в частности, отмечены перспективные направления дальнейших научных исследований.

Характеризуя работу в целом, отмечу, что результаты, приведённые в диссертации, являются новыми и представляют несомненный научный интерес. При получении результатов и написании диссертации автор проделал большую работу, как технического, так и идейного характера.

Несомненным достоинством диссертации А.В.Давыдова является то, что она тесно связана с приложениями. Основные результаты диссертации снабжены строгими доказательствами и получены автором самостоятельно. При получении результатов, включённых в диссертацию, автор продемонстрировал уверенное владение методами теории функции комплексного переменного и методами спектральной теории. Диссертация написана простым и ясным языком, а изложение структурировано и последовательно.

По диссертации имеются следующие замечания.

1. Вывод из утверждения 9.1 на стр. 101 о том, что решения «не могут неограниченно расти со временем» сделан не верно, хотя и имеет место. См. пример в работе Zabczyk J. *A note on C_0 -semigroups* // Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Math. Astr. Phys. – 1975. – Vol. 23. – P. 895-898.

2. В тексте имеются опечатки и неточности. Например, в определении 2 на стр. 12 и теореме 4.1 на стр. 14 используются разные обозначения для области определения оператора. На стр. 36 опечатка в фамилии, на стр. 80 опечатка в слове «будет», в списке литературы потеряно много точек.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.1 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6

Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Давыдов Александр Вадимович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
доцент, профессор кафедры математического анализа
Физико-технического института (структурное подразделение)
ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»
ЗАКОРА Дмитрий Александрович

25 ноября 2022 г.

Контактные данные:

тел.: +7(3652)60-80-70, e-mail: dmitry.zakora@cfuv.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Адрес места работы:

295007, Республика Крым, г. Симферополь,
проспект Академика Вернадского, 4, главный корпус "А"
ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского»
Физико-технический институт (структурное подразделение)
Тел.: +7(3652) 60-80-70; e-mail: phystech@cfuv.ru

Подпись сотрудника Физико-технического института
ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»

Д.А. Закоры удостоверяю:

Проректор по научной деятельности «КФУ им. В.И. Вернадского»
д.м.н., профессор А.В. Кубышкин

25 ноября 2022 г.