

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Петрова Сергея Владимировича
на тему: «Эффективные методы приближения
матриц и тензоров в условиях неполных и зашумленных данных»
по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика»

Актуальность диссертационной работы. Диссертационная работа Петрова С.В. посвящена изучению моделей малого ранга, являющихся наиболее типичными малопараметрическими представлениями данных, организованных в виде матриц или тензоров. Актуальность использования таких малопараметрических представлений определяется возможностью снижения сложности вычислительных алгоритмов, имеющей первоочередное значение для практических приложений.

Методы построения матричных приближений общего вида хорошо изучены, однако на практике построение приближений малого ранга часто необходимо выполнить с учетом дополнительных ограничений. Так, например, для задач из области обработки сигналов или рекомендательных систем интересна возможность построения малорангового приближения матрицы при условии, что часть элементов приближаемой матрицы недоступна. Другим примером такого ограничения может служить наличие разреженных ошибок входных данных, встречающееся в задачах усвоения данных и поиска движущихся объектов на видеозаписях. Таким образом, ряд задач, связанных с построением матричных приближений малого ранга, сохраняет свою актуальность.

Методы построения тензорных приближений малого ранга обладают гораздо более скудной теоретической базой по сравнению с матричными: большая часть применяемых на практике методов не имеет строгой теории

сходимости. Тем не менее, структуры малого ранга большой размерности также набирают большую актуальность: в частности, для задач, связанных с передачей данных по беспроводной сети или обнаружением объектов на автомобильном радаре. Физическая модель сигнала в этих приложениях описывается многомерным комплекснозначным тензором, размерности которого могут соответствовать частоте, времени, индексу принимающей антенны и индексам двумерной решетки отправляющих антенн базовой станции. Такой тензор обладает малоранговой структурой в силу физической «многолучевой» модели. Для тензора канала беспроводной связи на практике актуален широкий спектр математических задач, включающих в себя оценку, сжатие и очистку от шума измерений.

Новизна результатов диссертационной работы. В работе разработаны новые варианты метода проекции градиента для задачи восполнения матриц. В частности, теоретически показано сохранение геометрической сходимости метода при использовании приближенного проектирования, а также впервые предложено теоретически обоснованное применение методов восполнения к задачам приближения матрицы в виде суммы матрицы малого ранга и разреженной.

В работе также сделан ряд шагов к обобщению методов восполнения на случай тензоров малого ранга. Автором самостоятельно доказан ряд утверждений об устойчивости тензорных приближений к белому шуму большой нормы: показано, что при фиксированном числе элементов тензора и ранге такая устойчивость растет с ростом размерности тензора. Кроме того, предложен алгоритм приближения тензоров в формате Таккера малой сложности, основанный на методах восполнения.

Степень обоснованности и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций диссертационной работы. В диссертации математически строго доказаны утверждения о сходимости предложенных алгоритмов при четко сформулированном наборе дополнительных предположений. При этом автор опирается на известные факты и методы

линейной алгебры и теории вероятностей, а использованное предположение об ограниченной изометрии оператора восполнения типично для анализа задачи восполнения в литературе. Результаты аналитического и численного исследований дополняют друг друга и согласуются. Научные положения статьи опубликованы в 3 публикациях, индексируемых WoS и RSCI, и доложены на российских и международных конференциях.

Краткое содержание диссертации. В первой главе исследуется модель матриц малого ранга в специальных условиях: рассматривается задача восполнения матрицы, соответствующая задаче построения приближения малого ранга в случае, когда известна лишь часть элементов входной матрицы. В частности, исследована возможность приближенного проектирования на множество матриц малого ранга в целях понижения вычислительной сложности существующего глобально сходящегося метода восполнения матриц. В качестве такого приближенного проектирования можно использовать методы, основанные, например, на проектировании на случайные подпространства. Предлагается теорема о сходимости метода восполнения с таким приближенным проектированием.

Вторая глава посвящена другому малопараметрическому представлению матриц: в виде суммы матрицы малого ранга и разреженной. В главе исследована возможность построения приближений матриц по такой модели при помощи методов восполнения. Для этого предложены модификации метода проекции градиента, гарантирующие работоспособность метода при условии наличия разреженных ошибок во входных данных, позиции которых заранее неизвестны.

В третьей главе автор переходит к рассмотрению моделей многомерных тензоров малого ранга. В этой главе автор исследует точность тензорных приближений в условиях зашумленных данных; при этом специфика множества тензоров малого ранга не позволяет считать эти приближения «оптимальными». В главе вводится набор предположений о понятии «приближения», позволяющих получить теоремы об асимптотических

характеристиках устойчивости тензорных приближений к шуму, подтверждаемых численными экспериментами.

В четвертой главе рассмотрено обобщение алгоритмов восполнения на случай тензоров в формате Таккера, а также рассмотрена возможность построения алгоритмов аппроксимации по модели Таккера низкой сложности на основе алгоритмов восполнения общего вида.

В пятой главе рассмотрены практические приложения построенной в работе теории и алгоритмов. Предлагаются численные эксперименты, связанные с задачами обнаружения объектов на автомобильных радарх, обработки сигналов беспроводной связи, а также численного решения интегрального уравнения и нелинейного дифференциального уравнения, возникающих при моделировании электромагнитных процессов.

Полный объем диссертации составляет 129 страниц с 25 рисунками и 4 таблицами. Список литературы содержит 56 наименований. Автореферат в полной мере передает содержание диссертации.

Пожелания по диссертационной работе.

В работе автор рассматривает неускоренные методы градиентного типа. Кажется, было бы интересно попробовать применить для рассматриваемых задач и ускоренные методы.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.6. «Вычислительная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Петров Сергей Владимирович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

заведующий кафедрой Математических основ управления школы ПМИ

ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт»

ГАСНИКОВ Александр Владимирович

27 октября 2023 г.

Контактные данные:

e-mail: gasnikov.av@mipt.ru

Специальность, по которой официальным

оппонентом защищена диссертация:

05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Адрес места работы:

141701, Московская область, г. Долгопрудный, д. 9

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

Кафедра математических основ управления

Тел.: +7 (495) 408-42-54; e-mail: mou@mail.mipt.ru



ПОДПИСЬ РУКИ
ЗАВЕРЯЮ: *С.А. Коряблева* А.В.
АДМИНИСТРАТОР КАНЦЕЛЯРИИ
АДМИНИСТРАТИВНОГО ОТДЕЛА
С.А. КОРЯБЛЕВА