

## ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертационной работе

Бакая Гавриила Андреевича

«Большие отклонения для регенерирующих последовательностей», представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 – теории вероятностей и математическая статистика

Рассматриваемая диссертация посвящена современному разделу теории стохастических процессов --- теории больших отклонений для последовательностей, обладающих свойством регенерации. В последние десять лет вышла серия работ А.А. Боровкова, А.А. Могульского и Е.И. Прокопенко посвященная данному направлению. Основным объектом исследования в такого рода задачах является точная асимптотика локальных или интегро-локальных вероятностей, описывающих широкий диапазон, включающий нормальные, умеренные и большие отклонения. При этом от исследователя требуется выделить диапазон применимости данной асимптотики, описать функцию отклонений и, по возможности, предоставить выражение для мультипликативной асимптотики.

Данная работа дает новый инструмент для решения указанных проблем и рассматривает приложения разработанного метода к случайному блужданию в случайной среде (СБСС). Актуальность тематики подтверждается многочисленными современными исследованиями в области больших отклонений для обобщенных процессов восстановления и рядом работ о грубой асимптотике вероятностей больших отклонений для СБСС.

Во введении к диссертации содержится достаточной полный обзор литературы. Здесь можно отметить работы по теории больших отклонений для СБСС: Greven A., den Hollander F. (1994) и Comets F., Gantert N., Zeitouni O. (2000), описывающие грубую (логарифмическую) асимптотику для вероятностей больших отклонений СБСС в широком диапазоне. Точная асимптотика, насколько мне известно, описывается лишь в работе Buraczewski D.,

Dyszewski P. (2018), в которой она получена в достаточно узкой области нижних уклонений. Г.А. Бакай получает точную асимптотику вероятностей больших уклонений в достаточно широком (хотя и далеко не полном) диапазоне изменения параметра в локальной форме, доказывает ее равномерность по рассматриваемой точке, что значительно продвигает полученные достижения.

Однако, такая работа потребовала большого числа предварительных результатов. Прежде всего были дополнены результаты цикла работ А.А. Боровкова, А.А. Могульского и Е.И. Прокопенко (2018-2020 годы) и результаты совместной работы Г.А. Бакая и А.В. Шкляева, посвященных большим уклонениям для обобщенных процессов восстановления. В диссертации получена теорема о больших уклонениях обрывающегося (несобственного) обобщенного процесса восстановления.

При применении теории больших уклонений для обобщенных процессов восстановления к задаче о случайном блуждании в случайной среде обнаружилось, что использованные в описанных выше работах подходы к определению крамеровской зоны больших уклонений и параметров асимптотики вероятностей больших уклонений плохо применимы к рассматриваемой модели, поскольку восходят к циклам регенерации блуждания, которые труднодоступны для изучения. Г.А. Бакаем предложен интересный подход, основанный на выражении параметров асимптотики через производящую функцию моментов процесса. Сама по себе эта идея не является новой и ряд работ как по грубой асимптотике вероятностей больших уклонений (начиная с широко известной теоремы Gartner, Ellis), так и по точной асимптотике (см, например, Joutard, 2013) выводили асимптотику вероятностей больших уклонений из поведения производящей функции моментов случайной последовательности. Однако, если грубая асимптотика при этом анализируется достаточно изящно, но точная асимптотика упирается в достаточно громоздкие условия на поведение функции в комплексной плоскости, а сами результаты Joutarda не обладают базовым необходимым условием — равномерностью асимпто-

тики по рассматриваемой точке. Г.А. Бакаем предложена следующая замечательная идея — имея регенерационную структуру последовательности описать крамеровскую зону больших уклонений и параметры асимптотики на основе производящей функции моментов. При этом громоздкие условия типа условий, предложенных Joutard, проверять не приходится, регенерационная структура обеспечивает требуемую асимптотику сама, не приходится обращаться напрямую и к циклам регенерации, как это вытекает из работ А.А. Боровкова, А.А. Могульского и Е.И. Прокопенко. Результаты — в локальной форме и равномерная по широким диапазонам изменения переменной, что сохраняет возможность рассматривать одновременно нормальные, умеренные и большие уклонения.

Полученная техника позволяет получить точную асимптотику вероятностей больших уклонений для момента достижения уровня СБСС. Удастся получить локальную теорему, описать параметры асимптотики в терминах спектра и собственных функций некоторого компактного оператора.

Опишем более детальное строение работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении приведен подробный анализ известных результатов в данной области, обоснованы актуальность и сформулированы цели работы, описана структура работы и кратко изложены основные результаты. В первой главе рассказывается о теории больших уклонений для обобщенных процессов восстановления и последовательностей, обладающих свойством регенерации, ставится и решается задача об исследовании несобственного процесса. Во второй главе приводится разработанный автором подход к выражению параметров асимптотики вероятностей больших уклонений для последовательности, обладающей свойством регенерации, формулируются и доказываются соответствующие теоремы. В третьей главе результаты второй главы применяются к модели случайного блуждания в случайной среде. В заключении кратко перечислены основные результаты работы.

К достоинствам работы можно отнести широкий спектр методов, использованный автором. Автор обращается к теории больших уклонений, теории восстановления, спектральной теории операторов, использует аппарат теории ветвящихся процессов и случайных блужданий в случайной среде. Отдельно отмечу ряд нетривиальных идей, разработанных автором самостоятельно, в частности, идею анализа параметров больших уклонений на основе производящей функции моментов.

Результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы строгими математическими доказательствами. Автором доказаны: теорема об асимптотике вероятностей больших уклонений для обрывающегося процесса восстановления; две теоремы о параметрах асимптотики вероятностей больших уклонений последовательности, обладающей обобщенным свойством регенерации; теорема о вероятностях больших уклонений для СБСС в собственном и несобственном случаях.

Результаты опубликованы в 4 работах в рецензируемых научных журналах, входящих в базы данных RSCI, SCOPUS, Web of Science. Все работы опубликованы без соавторов.

- Большие уклонения обрывающегося процесса восстановления рассмотрены в работе:

Г. А. Бакай, “Большие уклонения для обрывающегося обобщенного процесса восстановления”, Теория вероятн. и ее примен., 66:2 (2021), 261–283.

- Способы характеристики параметров асимптотики вероятностей больших уклонений для регенерирующих последовательностей были изучены в работе:

Г. А. Бакай, “О характеристике вероятностей больших уклонений для регенерирующих последовательностей”, Ветвящиеся процессы и смежные вопросы, Сборник статей. К 75-летию со дня рождения Андрея Михайловича

Зубкова и 70-летию со дня рождения Владимира Алексеевича Ватутина, Труды МИАН, 316, МИАН, М., 2022, 47–63.

- Большие отклонения для случайного блуждания в случайной среде описаны в работах:

Г. А. Бакай, “О больших отклонениях момента достижения далекого уровня случайным блужданием в случайной среде”, Дискрет. Матем., 34:4 (2022), 3–13

Г. А. Бакай, “Большие отклонения момента достижения далекого нижнего уровня случайным блужданием в случайной среде”, Дискрет. Матем., 35:4 (2023), 3–17.

Результаты диссертации докладывались на российских и международных конференциях, список которых приведен в автореферате и диссертации.

**Основные идеи и положения работы** изложены в 6 научных работах, в том числе 4 публикациях в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности. Все перечисленные публикации соответствуют теме диссертации и полностью отражают ее содержание. По форме и содержанию автореферат соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а сама работа соответствует специальности 1.1.4 - теория вероятностей и математическая статистика. В диссертационной работе Г.А. Бакая «Большие отклонения для регенерирующих последовательностей» решено несколько актуальных и сложных задач теории больших отклонений. Эта работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ.011.3.

Ведущий научный сотрудник кафедры математической статистики  
и случайных процессов  
механико-математического факультета  
МГУ имени М.В. Ломоносова,

(119991, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание,  
механико-математический факультет,  
тел. +74959391648  
email: matstat@mech.math.msu.su  
сайт <http://new.math.msu.su/department/matstat/>)  
кандидат физико-математических наук,  
А.В. Шкляев

02.02.2024z

Подпись ведущего научного сотрудника  
кафедры математической статистики,  
кандидата физико-математических наук  
ведущего научного сотрудника Шкляева А.В. удостоверяю,  
декан механико-математического факультета  
МГУ имени М. В. Ломоносова,  
член-корреспондент РАН,  
доктор физико-математических наук, профессор



А. И. Шафаревич