

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Колотова Игоря Ивановича
на тему: «Регуляризирующие алгоритмы восстановления магнитных по-
лей по экспериментальным данным»
по специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика»

Диссертация посвящена решению обратных задач магнитометрии Земли и некоторых планет Солнечной системы. В этих физических задачах используются математические модели магнитостатики. Говоря общими словами, задачи заключаются в нахождении распределения векторных или скалярных магнитных характеристик вещества, заполняющего исследуемые области земной коры или коры планет. Данными для таких задач являются поля магнитной индукции и/или ее производных, измеряемые на удалении от исследуемых объектов.

В диссертации даются различные математические постановки таких обратных задач, предлагаются устойчивые по отношению к возмущениям данных численные алгоритмы решения получаемых некорректных задач, описываются комплексы программ, которые реализуют эти алгоритмы. Приводятся также результаты обработки с помощью этих алгоритмов и программ модельных данных, а также реальных экспериментальных данных при решении ряда обратных задач магнитометрии Земли, Марса и Меркурия.

Тематики диссертации весьма актуальна, т.к. обратные задачи такого рода практически востребованы в магниторазведке недр Земли и в анализе структур планет Солнечной системы и их эволюции.

Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения и списка литературы.

В главе 1 представлены в виде литературного обзора основные подходы и соответствующие результаты других авторов к решению рассмат-

риваемых проблем магниторазведки земных недр, а также к анализу магнитосфер планет Солнечной системы.

Глава 2 посвящена постановке задачи нахождения параметров намагниченности тела, лежащего под земной поверхностью, по измерениям магнитного поля и/или тензора градиентов компонент магнитного поля на поверхности или вблизи ее, а также задачи восстановления магнитной восприимчивости в коре планет по аналогичным измерениям, проведенным со спутников. Выписываются системы основных векторных интегральных уравнений Фредгольма 1 рода, связывающих искомые функции с данными. Кроме того, в этой главе автором изучается проблема единственности решения обратной задачи определения магнитных моментов двух диполей по измерениям поля в некотором числе точек. В общем случае такая задача имеет не единственное решение. Однако, автор выделяет случаи, когда такое решение однозначно (теорема 2.1).

В главе 3 ставится обратная задача определение намагниченности в приповерхностном слое Меркурия по данным измерения индукции магнитного поля на значительном удалении от планеты. Автора интересует «тонкая структура» этой намагниченности, т.е. распределение в коре Меркурия слабоинтенсивных источников магнитного поля (диполей, квадруполей и т.д.). Для этого выписывается математическая модель, связывающая параметры этих источников с измеряемыми полями. Описывается процедура выделения высокочастотной составляющей измеренных полей, по которым далее находится тонкая структура решения обратной задачи.

Задачи, поставленные в главах 2 и 3, после дискретизации сводятся к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). В силу некорректности постановок обратных задач, эти СЛАУ оказываются или вырожденными или плохо обусловленными. Для их решения необходимо применять методы регуляризации некорректных задач (регуляризующие алгоритмы). Этому вопросу посвящена глава 4. В ней рассматривается метод регуляризации А.Н.Тихонова с упором на описание алгоритмов минимизации

ции сглаживающего функционала (метод сопряженных градиентов, метод проекции сопряженных градиентов). Описываются также алгоритмы итеративной регуляризации для процессов с фейеровскими операторами, а также итерационный процесс, сохраняющий неотрицательность решения. Все эти методы применяются к решению дискретизированных вариантов обратных задач, которые описаны в главах 2 и 3. При этом автор использует в методе А.Н.Тихонова как регуляризаторы для гладких решений (в пространствах Соболева), так и регуляризатор в виде многомерной вариации типа Харди для разрывных решений.

В главе 5 собраны результаты численных экспериментов по решению рассматриваемых в диссертации обратных задач как в их модельной постановке, так и при обработке экспериментальных данных. В частности, представлены результаты решения модельной обратной задачи восстановления магнитной восприимчивости по различным наборам данных, а также результаты нахождения магнитной восприимчивости по измеренным значениям градиента магнитного поля на поверхности Земли с применением различных алгоритмов. Проводится сравнительный анализ этих результатов. В этой же главе изложены результаты расчетов по определению намагниченности породы в коре Меркурия и Марса по данным космических миссий. В частности, даются результаты численного эксперимента по локализации тонких структур магнитного поля в приповерхностном слое Меркурия.

В главе 6 подробно описан программный комплекс, созданный автором для решения обратных задач.

В Заключении сформулированы основные результаты работы.

Оценивая диссертацию в целом, можно сказать, что она выполнена на высоком теоретическом уровне. Изложенные в ней основные результаты являются новыми и интересными. Говоря конкретно: представляются важными результаты по применению методов регуляризации к обратным задачам нахождения магнитных характеристик ископаемых по измерениям внешних магнитных полей и их производных. Значительный интерес вызывают также

результаты обработки данных межпланетных миссий с целью исследования магнитных характеристик коры планет. Отметим большую работу автора по созданию программного комплекса, реализующего решение этих обратных задач.

Все положения диссертации достоверны и строго научно обоснованы. Именно это подтверждает теоретическую ценность диссертации и ее практическую значимость при использовании предложенных методов для решения прикладных задач магнитометрии.

Основные результаты, представленные в диссертации, получены автором самостоятельно.

По тексту диссертации можно сделать несколько замечаний. Прежде всего, отметим, что все решенные диссертантом обратные задачи фактически решены в **двумерном** варианте (иногда на небольшом количестве отдельных слоев). Вместе с тем, анонсирован результат диссертации: «Предложен и реализован в виде комплекса программ алгоритм решения прикладных **трехмерных** обратных задач». Поэтому хотелось бы видеть в диссертации примеры того, насколько предлагаемые алгоритмы действенны для нахождения по настоящему трехмерных решений обратных задач, т.е. решений на достаточно подробных трехмерных сетках, хотя бы в модельном варианте.

На с.9 написано: «Разработанные алгоритмы решения обратной задачи магниторазведки ... показали свою **эффективность**». Следовало бы указать, по какому критерию установлена эта эффективность.

На с.14 имеется фраза: «Напомним некоторые понятия, известные из курса общей физики.» Думается, что изложение таких понятий в диссертации можно было бы опустить.

При описании различных методов регуляризации диссертант использует условие **инъективности** оператора прямой задачи. Однако, в решаемых им в дальнейшем задачах магнитометрии соответствующий оператор не инъективен, т.к. отсутствует единственность решения обратной задачи в

выбранных пространствах. Это противоречие следовало бы как-то прокомментировать в тексте.

В диссертации имеется ряд неудачно сформулированных утверждений, фраз. Например, на с.63 и 64 читаем: «на оператор A будет теперь наложено условие $\|A - A_h\| \leq h$ ». На самом деле, это условие на оператор A_h (оператор A_h аппроксимирует оператор A). При этом не говорится, что эти операторы действуют в одном пространстве. На с.64 написано: «Сходимость в данном пространстве дает нам кусочно-равномерную сходимость». На самом деле кусочно-равномерную сходимость дает алгоритм решения, причем при определенных условиях. На с.62 сказано: «Параметр μ можно рассматривать как параметр регуляризации, который можно выбирать в соответствии с обобщенным принципом невязки». Это утверждение нуждается в доказательстве. Аналогичные неудачные фразы имеют на с.50, 53, 56, 62, 64 и др.

Несколько замечаний по представлению результатов расчетов. В разделе 5.3 решается задача с **экспериментальными** данными. При этом автор говорит об относительной погрешности «результата» в 11%, 18%. Что же автор понимает здесь под «результатом» (с.77, 74)? Ведь решение заранее не известно. Заметим также, что при указании значений невязок лучше использовать относительные величины (с.81). Несколько раз диссертант указывает время решения обратных задач (см., например, с.74), но не пишет, на какой вычислительной технике делались расчеты.

Имеются также замечания по автореферату. Складывается впечатление, что он писался в спешке. Именно этим, наверное, объясняется достаточно большое число имеющихся там несогласованных предложение, опечаток и не вполне ясных фраз.

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подоб-

ного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель – Колотов Игорь Иванович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры высшей математики
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский
ядерный университет МИФИ»

Леонов Александр Сергеевич

14.04.2023

Контактные данные:

тел.: 7(916)4036100, e-mail: asleonov@mephi.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация: 01.01.07 – Вычислительная математика

Адрес места работы:

115409, г. Москва, Каширское шоссе, 31 НИЯУ МИФИ,
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования "Национальный исследовательский ядер-
ный университет "МИФИ", кафедра высшей математики
Тел.: нет; mail: asleonov@mephi.ru

Подпись сотрудника Национального
исследовательского ядерного университета
МИФИ А.С.Леонова удостоверяю: