

**ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Морозова Станислава Викторовича
на тему: «Построение чебышевских приближений
для матриц и тензоров и их применения»
по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика»**

Актуальность диссертационной работы. Диссертация Морозова С. В. посвящена построению алгоритмов решения задачи о нахождении малоранговых чебышевских приближений для матриц и тензоров и теоретическому анализу этих алгоритмов. Задача построения малоранговых приближений возникает во множестве приложений. Обычно приближения строятся с точки зрения нормы Фробениуса, благодаря существованию эффективных алгоритмов ее решения, таких как сингулярное разложение в случае матриц или метод переменных наименьших квадратов в случае тензоров. Однако в некоторых приложениях возникает задача нахождения поэлементного малорангового приближения матриц и тензоров. Качество малорангового приближения матриц существенно зависит от нормы, в которой строится приближение. Так, например, качество малорангового приближения матриц в норме Фробениуса связано со скоростью убывания сингулярных чисел матрицы. В то же время, некоторые классы матриц, сингулярные числа которых убывают медленно или вообще не убывают, могут быть эффективно приближены матрицами малого ранга в норме Чебышева. Таким образом, задача построения алгоритмов для нахождения малоранговых приближений матриц и тензоров является актуальной. Стоит отметить, что в диссертации также изучается задача равномерного приближения вектора по системе заданных векторов, которую можно рассматривать как дискретный аналог задачи о равномерном приближении функций на компакте. Эта задача также представляет самостоятельный интерес.

Новизна результатов научной работы. Одним из основных результатов диссертационной работы является новый метод решения задачи о наилучшем равномерном приближении по системе векторов. В работе предложен алгоритм на основе метода Ремеза, а также описан эффективный способ его ускорения на основе поддержки и обновления QR разложения.

При помощи построенного алгоритма в диссертации предлагается новый метод решения задачи о построении малоранговых приближений матриц и тензоров в чебышевской норме. Стоит отметить, что в работе впервые предложен метод, позволяющий строить оптимальные приближения ранга 1 для матриц, а также впервые предложен алгоритм, позволяющий строить чебышевские приближения в малоранговом каноническом формате для тензоров.

Степень обоснованности и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций диссертационной работы. Достоверность результатов подтверждается строгими математическими доказательствами, а также взаимодополняющими численными экспериментами. Результаты диссертации опубликованы в 4 работах, индексируемых Scopus, WoS и RSCI, и докладывались на российских и международных конференциях.

Краткое содержание диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения.

Первая глава посвящена анализу задачи о наилучшем равномерном приближении заданного вектора по системе векторов. В главе описываются базовые свойства задачи, а также приводится ряд критериев оптимальности. Одним из основных результатов является альтернативный критерий оптимальности, являющийся аналогом теоремы Чебышева об альтернансе в случае приближения векторов. Также в работе предлагается алгоритм решения о наилучшем равномерном приближении. Алгоритм строится по аналогии с методом Ремеза для равномерного приближения функций. В диссертации также предлагается метод ускорения алгоритма при помощи поддержки QR разложения.

Во второй главе обсуждается задача построения малоранговых приближений матриц в чебышевской норме: предлагается метод переменных направлений для решения задачи и анализируются его свойства. Одним из основных результатов второй главы является анализ метода переменных направлений в случае построения приближений ранга 1, в частности анализ поведения знаков компонент векторов в процессе работы метода. В результате анализа предлагается метод построения оптимальных приближений ранга 1. Предложенные методы сопровождаются численными экспериментами и иллюстрациями.

В третьей главе изучается задача построения чебышевских приближений тензоров в каноническом формате: по аналогии с матричным случаем предлагается метод переменных направлений и анализируются его свойства, в частности проводится детальный анализ для случая ранга 1. Для предложенных методов приводятся численные эксперименты с трехмерными тензорами, заданными аналитически.

Автореферат в полной мере передает содержание диссертации.

Критические замечания по диссертационной работе.

На стр.6 диссертации утверждается, что соискателем «впервые предложен метод, позволяющий строить чебышевские приближения матриц для произвольного ранга». При этом в списке цитируемых работ отсутствует ссылка на статью

Georgieva I., Hofreither C. "On best uniform approximation by low-rank matrices." *Linear Algebra and its Applications* 518 (2017): 159-176, результаты которой при $p=q=\infty$ несомненно имеют отношение к тематике диссертации. Поэтому желательно пояснить, в каком отношении находится содержание указанной статьи к результатам диссертации. Также, в указанной

статье цитируются и более ранние источники по тематике диссертации, их обзор был бы также полезен.

В параграфе диссертации 3.7 соискатель приводит результаты численных экспериментов по использованию разработанного им метода переменных направлений для канонического разложения некоторых трехмерных тензоров. Отмечая отсутствие доказательства сходимости метода переменных направлений, соискатель указывает, что «во всех проведенных экспериментах предложенная итерационная процедура сходится». Рассматриваются три конкретных случая симметричных трехмерных тензоров. При этом на стр.103 диссертации указано, что «каноническое тензорное разложение... естественным образом возникает во многих приложениях, например, для быстрого умножения матриц». Возможно, что нашелся бы и случай несходимости метода переменных направлений, при применении его к каноническому разложению тензора матричного умножения:

$$\delta(i_2 - j_1)\delta(j_2 - k_1)\delta(k_2 - i_1) = \sum_{l=1}^r x(i_2, i_1, l)y(j_2, j_1, l)z(k_2, k_1, l).$$

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.6. «Вычислительная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Морозов Станислав Викторович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник Отдела 26 «Прикладных проблем оптимизации»
Отделения 2 «Моделирования сложных физических и технических систем»
Федерального государственного учреждения Федеральный исследовательский
центр «Информатика и управление» Российской академии наук

КАПОРИН Игорь Евгеньевич

подпись

Дата подписания 17.12.2024

Контактные данные:

тел.: +7(916) 797-13-62, e-mail
Специальность, по которой оц.....
защищена диссертация:
01.01.07 – Вычислительная математика

1
ИТОМ

Адрес места работы: 119333, Москва, ул. Вавилова, д.40

Федеральное государственное учреждение Федеральный исследовательский
центр «Информатика и управление» Российской академии наук, Отдел 26
«Прикладных проблем оптимизации» Отделения 2 «Моделирования сложных
физических и технических систем»
Тел.: 8-916-797-13-62; e-mail: igorkaporin@mail.ru

Подпись сотрудника Федерального государственного учреждения Федеральный
исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук
И.Е.Капорина удостоверяю:



Фамилия И.О.

Дата